

Р. И. ГРАБОВСКИЙ

---

# Курс физики

(для сельскохозяйственных  
институтов)

---

ИЗДАНИЕ ПЯТОЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебного пособия для студентов  
сельскохозяйственных специальностей  
высших учебных заведений



Москва «Высшая школа» 1980

ББК 22.3

Г75

УДК 53

*Рецензент:*

кафедра физики БСХА (зав. кафедрой — доц. А. П. Авдеенко)

Грабовский Р. И.

Г75 Курс физики (для сельскохозяйственных институтов): Учеб. пособие. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. школа, 1980. — 607 с., ил.

В пер.: 1 р. 50 к.

Пособие составлено в соответствии с программой по физике для сельскохозяйственных институтов. Данный «Курс физики» отражает новейшие достижения физической науки и техники и содержит богатый физический материал из области приложения физики к агрономической науке и практике. Пятое издание (четвертое вышло в 1974 г.) несколько дополнено: увеличено число примеров, иллюстрирующих применение физических закономерностей к агрономическим объектам, введена система контрольных вопросов.

Предназначается для студентов сельскохозяйственных вузов. Может быть использовано заочниками.

Г. 20401—455	32—80	1704010000	53
001(01)—80			ББК 22.3

ОПИСАНО

© Издательство «Высшая школа», 1974  
© УЧЕБНИК ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ «Высшая школа», 1980, с изменениями



## ПРЕДИСЛОВИЕ

В данном «Курсе физики», предназначенном для студентов стационара и заочного отделения агрономических, зооветеринарных и лесотехнических факультетов сельскохозяйственных вузов, изложены теоретические основы общей физики, предусмотренные программой. Избыточный (сверхпрограммный) материал выделен петитом. Для студентов инженерных факультетов сельскохозяйственных институтов «Курс физики» может служить, так сказать, учебником -минимумом при условии использования материала, данного петитом, и получения дополнительных сведений по некоторым отдельным вопросам на лекциях.

На упомянутых *агробиологических* факультетах курс физики проходят за короткий срок (один учебный год) при небольшом количестве учебных часов (около 80 лекционных и 80 лабораторно-практических часов). Математическая подготовка студентов определяется кратким курсом высшей математики, читааемым одновременно с курсом физики.

В связи с этим предлагаемое учебное пособие написано с применением аппарата высшей математики, не выходящим, как правило, за пределы табличных формул производных и интегралов. Выводы некоторых физических закономерностей даются в упрощенном виде или носят характер качественно-теоретических обоснований. Вместе с тем пришлось в основном отказаться от исторических обзоров, описания физической аппаратуры и методов измерения, а также от систематического изложения материала, входящего в курс физики средней школы. Повторение отдельных вопросов школьного курса имеет место лишь в той мере, в какой это необходимо для связности изложения.

Чтобы облегчить чтение книги студентам-заочникам, во «Введении» (см. § 3) даются необходимые сведения о некоторых математических понятиях и символах, применяемых в пособии, но не встречающихся в школьных курсах физики и математики\*. С этой же целью книга снабжена значительным количеством рисунков и подробным предметным указателем.

Многие примеры, иллюстрирующие рассматриваемые физические закономерности, взяты из областей, связанных с агробиологическими науками и сельскохозяйственным производством. Это относится и к разобранным задачам, которые введены в конце параграфов.

В пособии применяется только Международная система (СИ) с ее кратными и дольными единицами; наряду с ними используется лишь небольшое количество наиболее употребительных внесистемных единиц (минута, час, литр, градус Цельсия, электронвольт). Все формулы раздела «Электричество и магнетизм» приведены в рационализованном виде; нерационализованный вид этих формул дан только в приложении.

\* Хотя новая программа предусматривает расширение школьного курса математики, в частности, введение в него элементов высшей математики, следует учесть, что в течение ближайшего пятилетия на заочное отделение институтов будут в основном поступать лица, изучавшие математику по старой школьной программе. Поэтому в настоящем издании § 3 сохранен и даже дополнен.

Настоящее, пятое, издание пособия отличается от предыдущего значительными по объему изменениями и дополнениями. В нем более широко представлены положения квантовой и релятивистской теорий, причем эти положения не сосредоточены в конце книги, а распределены по всему курсу. Переработано и дополнено изложение ряда разделов и вопросов (сложения гармонических колебаний, экспериментальные газовые законы, электронная теория проводимости металлов, полупроводники, фотосинтез, законы излучения абсолютно черного тела, строение многоэлектронных атомов и др.). Увеличено количество примеров применения физических закономерностей к биологическим и агротехническим объектам.

Кроме того, введена система контрольных вопросов по завершенным разделам учебника с ответами на них в конце книги. Эти вопросы в подавляющем большинстве несложные. Однако они составлены так, что охватывают все основные положения курса физики, и потому введенная система дает возможность читателю проверить, усвоен ли им проработанный материал, и выяснить, что из этого материала следует проработать повторно. К тому же ответы на некоторые вопросы дополняют и углубляют содержание основного текста учебника. В этой связи настоятельно рекомендуем студентам переходить к изучению последующего раздела только после того, как они дадут правильные и вполне осознанные ответы на все контрольные вопросы предыдущего раздела.

Автор будет признателен кафедрам физики и отдельным лицам за рекомендации по дальнейшему совершенствованию учебного пособия, которые просит направлять в издательство «Высшая школа».

*P. Грабовский*

## **§ 1. Предмет физики. Связь физики с другими науками и производством**

Мир, окружающий нас, материален: он состоит из вечно существующей и непрерывно движущейся материи. Материей в широком смысле слова называется все, что реально существует в природе (Вселенной) и может быть обнаружено человеком посредством органов чувств или с помощью специальных приборов. «Материя есть философская категория для обозначения объективной реальности, которая дана человеку в ощущениях его, которая копируется, фотографируется, отображается нашими ощущениями, существуя независимо от них»\*. Конкретные виды материи многообразны. К ним относятся *элементарные частицы* (электроны, протоны, нейтроны и др.), совокупности небольшого числа этих частиц (атомы, молекулы, ионы), *физические тела* (совокупности множества элементарных частиц) и *физические поля* (гравитационные, электромагнитные и др.), посредством которых взаимодействуют различные материальные частицы.

Неотъемлемым свойством материи является *движение*, под которым следует понимать все изменения и превращения материи, все процессы, протекающие в природе. «Движение, рассматриваемое в самом общем смысле слова, т. е. понимаемое как форма бытия материи, как внутренне присущий материи атрибут, обнимает собою все происходящие во Вселенной изменения и процессы, начиная от простого перемещения и кончая мышлением»\*\*.

Разнообразные формы движения материи исследуются различными науками, в том числе и *физикой*\*\*\*. *Физика изучает наиболее*

\* Ленин В. И. Соч., т. 18, с. 131.

\*\* Энгельс Ф. Диалектика природы, 1955, с. 44.

\*\*\* Слово «физика» имеет греческое происхождение: φύσις (физис) — природа. Так было названо большое сочинение древнегреческого ученого Аристотеля, написанное в III в. до н. э. и содержащее все имевшиеся к тому времени сведения о природе (сведения по геометрии, астрономии, земледелию, медицине, ботанике и т. д.). Таким образом, первоначально физика включала в себя все естественные науки. Со временем эти науки выделились из физики.

*простую и вместе с тем наиболее общую форму движения материи:* механические, атомно-молекулярные, гравитационные, электромагнитные, внутриатомные и внутриядерные процессы. Эти разновидности физической формы движения являются наиболее общими потому, что содержатся во всех более сложных формах движения материи, изучаемых другими науками. Например, процессы жизнедеятельности организмов, изучаемые биологией, всегда сопровождаются механическими, электрическими, внутриатомными и другими физическими процессами (но, конечно, не сводятся к этим процессам). Таким образом, можно сказать, что предмет исследования физики составляют общие закономерности явлений природы.

Этим, однако, не исчерпывается связь физики с другими науками. Физика позволяет создавать приборы и вырабатывать методы исследования, необходимые для успешного развития всех естественных и прикладных наук. Трудно переоценить значение, которое имели, например, микроскоп в развитии биологии, телескоп — в астрономии, спектральный анализ — в химии, рентгеновский анализ — в медицине и т. п. Все естественные и прикладные науки широко и плодотворно применяют теперь метод меченых атомов, электронную аппаратуру и другие физические приборы и методы исследования. Почти все эти науки имеют сейчас специальные физические разделы: астрофизика — в астрономии, физическая химия — в химии, биофизика — в биологии, агрофизика — в агрономии, электрофизика — в электротехнике, металлофизика — в металловедении и т. д. Можно поэтому утверждать, что физика является фундаментом, на котором строятся все естественные и прикладные науки.

Следует отметить, что связь физики с другими науками взаимна: развиваясь с помощью физики, эти науки обогащают физику своими достижениями и ставят перед нею новые задачи, разрешая которые физика развивается и совершенствуется сама.

По предмету и методу своих исследований физика тесно связана с философией и способствует формированию материалистического мировоззрения. Методом физических исследований является материалистическая диалектика. Этот метод исходит из признания материи единственной основой мира, рассматривая сознание как свойство высокоорганизованной материи — человеческого мозга — отражать объективный мир. Метод материалистической диалектики предполагает изучение всех явлений окружающего нас мира (в том числе и физические явления) в их взаимосвязи и взаимодействии, в их развитии и изменении путем перехода количества в качество, обусловленного борьбой внутренних противоречий (противоположностей), заложенных в этих явлениях.

Всякое физическое исследование начинается с наблюдения, т. е. с изучения физических явлений и естественной, природной, обстановке. Затем на основании размышлений и логических обобщений высказывается рабочая гипотеза — научное предположение, объясняющее эти явления. Гипотеза проверяется экспериментом, т. е. изучением явлений путем их воспроизведения в искусственных,

лабораторных условиях. Гипотеза, подтвержденная экспериментом, становится научной *теорией*, которая в дальнейшем подвергается неоднократной проверке *практикой*, вносящей в теорию необходимые дополнения и уточнения.

Сущность подобного метода исследований может быть выражена кратко следующими словами В. И. Ленина: «От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике — таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности»\*.

Физика оказывает весьма большое влияние на развитие производства как через соответствующие естественные науки, так и непосредственно. Достаточно напомнить, что физика дала производству электроэнергетику, все виды транспорта, радиосвязь, телевидение, ядерную энергетику и т. д.

Учитывая назначение данного курса, уместно несколько подробнее отметить роль физики в сельскохозяйственном производстве. Еще в 1788 г. один из основателей отечественной агрономии И. М. Комов писал в книге «О земледелии», что земледелие же и с высокими науками тесный союз имеет, каковы суть история естественная, наука лечебная, химия, механика и почти вся физика, и само оно не что есть иное, как часть физики опытной, только всех полезнейшая\*\*. В течение многих лет большим энтузиастом в деле внедрения физики в сельское хозяйство был один из крупнейших советских физиков — акад. А. Ф. Иоффе.

Не останавливаясь на таких общеизвестных вопросах, как механизация, электрификация и автоматизация сельскохозяйственного производства и внедрение во все его отрасли современной контрольно-измерительной аппаратуры, укажем на некоторые специфические направления творческого содружества физики с сельским хозяйством.

Процессы жизнедеятельности сельскохозяйственных растений в значительной мере определяются *физическими условиями* среды, в которой развивается растение: световым, тепловым, водным и воздушным режимами. Задача физики состоит в изучении этих условий и установлении наиболее благоприятных режимов для роста сельскохозяйственных культур\*\*\*. Не менее важным является решение аналогичной задачи применительно к сельскохозяйственным животным.

Для повышения урожайности сельскохозяйственных культур и продуктивности животноводства большое значение имеет изучение проблемы фотосинтеза и исследование методом меченых атомов процессов питания растений и животных.

---

\* Ленин В. И. Соч., т. 29, с. 152—153.

\*\* Курсив наш.

\*\*\* Отметим в этой связи, что на территории Главного ботанического сада АН СССР создан первый советский *фитotron* (станция искусственного климата), имеющий весьма большое значение для изучения устойчивости растений к морозам, засухе, суховеям, засоленности почв и т. п. Теперь в нашей стране функционирует уже большое количество фитотронов. Наиболее крупные из них построены в Одессе и Новосибирске.

Для изменения наследственности сельскохозяйственных животных и растений и стимулирования их роста весьма перспективными являются исследования по воздействию на живые организмы таких физических факторов, как ультразвуковые колебания, различного рода радиоактивные излучения, электромагнитные волны и т. п.

Актуальной агрофизической проблемой является разработка физических приемов улучшения структуры почвы (например, закрепление песков) и прогрессивных методов обработки земли (скоростная вспашка, применение виброплугов и т. п.).

При изложении настоящего курса роль физики в сельскохозяйственном производстве будет по мере возможности раскрываться. Однако уже из приведенного, далеко не полного перечня агрофизических проблем и задач очевидно, что *современный агроном или зоотехник должен хорошо знать основы физики и уметь творчески применять физические закономерности в своей практической деятельности.*

## § 2. Единицы и размерности физических величин

Большинство физических законов представляется в виде формул, связывающих числовые значения различных физических величин. Для получения этих значений необходимо измерять физические величины. Измерение физической величины сводится к сравнению ее с *однородной* физической величиной, принятой за единицу. Для каждой физической величины эту единицу можно выбирать совершенно произвольно, независимо от других величин. Однако на практике в целях удобства поступают иначе. Произвольно выбирают единицы только для нескольких (семи) физических величин. Эти величины и их единицы называют *основными*. Единицы всех остальных физических величин устанавливают на основании законов (формул), связывающих эти величины с основными. Такие величины и их единицы называют *производными*.

Совокупность всех основных и производных единиц физических величин называется *системой единиц*.

В СССР утверждена Международная система единиц — СИ (система интернациональная). Основными физическими величинами СИ являются *длина, масса, время, термодинамическая температура Кельвина, сила электрического тока, сила света и количество вещества*. За основные единицы приняты соответственно следующие семь: *метр (м), килограмм (кг), секунда (с), кельвин (К), ампер (А), кандела (кд) и моль (моль)*\*.

Производные единицы устанавливаются указанным ранее способом. Например, на основании известной формулы равномерного прямолинейного движения

$$v = st,$$

\* Отметим, что применявшаяся ранее система МКС (практическая) является частью СИ.

где  $s$  — путь,  $t$  — время, единица скорости оказывается равной 1 м/с.

Ранее наряду с СИ применялась физическая система (СГС), основными единицами которой являлись *сантиметр* (см), *грамм* (г) и *секунда* (с).

Более подробно единицы будут рассматриваться на протяжении всего курса при ознакомлении с соответствующими физическими величинами. Кроме того, в приложении II дана сводная таблица единиц физических величин, приведены точные определения основных единиц Международной системы и даны необходимые к ним разъяснения.

Единицы любой производной физической величины можно выразить через основные (пользуясь формулами, связывающими производную величину с основными). Иначе говоря, любую физическую величину можно выразить в основных единицах. Выражение физической величины в основных единицах называется *размерностью физической величины*\*. Поясним это на примере работы  $A$ .

Единицей работы является джоуль. Для определения размерности работы выразим ее через основные физические величины — путь  $s$ , массу  $m$  и время  $t$ :

$$A = Fs = mas = m \cdot s^2/t = ms^2/t^2,$$

где  $F$  — сила,  $a$  — ускорение. Подставив в правую часть полученного равенства вместо основных физических величин их единицы в СИ, получим размерность работы в этой системе:  $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ . Результат определения размерности физической величины принято записывать условным равенством, в котором эта величина заключается в квадратные скобки. Применительно к нашему примеру это равенство записывается так:

$$[A] = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}.$$

*Размерности обеих частей физических равенств должны быть одинаковыми.* Это положение позволяет проверять правильность любых физических формул, в частности формул, получаемых при решении задач. Проверим, например, формулу пути равноускоренного движения

$$s = v_0 t + at^2/2$$

---

\* Строго говоря, размерностью физической величины называются показатели степени в символическом уравнении, выражающем эту величину через основные физические величины. Например, размерность работы

$$[A] = M^1 L^2 T^{-2},$$

где  $M$  — символ массы,  $L$  — символ длины,  $T$  — символ времени.

Однако теперь, в связи с переходом к Международной системе единиц физических величин (СИ), вполне допустимо и в известной мере даже целесообразно вместо символов основных физических величин пользоваться обозначениями основных единиц.

( $v_0$  — начальная скорость,  $a$  — ускорение):

$$[s] = \text{м}; [v_0 t] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} = \text{м}; \left[ \frac{at^2}{2} \right] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2 = \text{м}.$$

Кроме того, размерность помогает глубже уяснить физический смысл формул. Рассмотрим в этом плане, например, закон Бойля—Мариотта:

$$pV = \text{const},$$

где  $p$  — давление,  $V$  — объем данной массы газа при постоянной температуре. Определим размерность левой части этого уравнения:

$$[pV] = (\text{Н/м}^2) \cdot \text{м}^3 = \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2.$$

Это есть размерность энергии (или работы). Следовательно, более глубокий физический смысл закона Бойля—Мариотта состоит в том, что *при изотермическом процессе энергия (внутренняя) газа остается неизменной*.

Таким образом, размерность играет немаловажную роль при анализе физических закономерностей\*.

### § 3. Некоторые математические понятия и символы

С самого начала и на протяжении всего курса мы будем пользоваться некоторыми математическими символами и понятиями, не встречавшимися (или редко применявшимися) в школьном курсе физики. Дадим необходимые в этой связи пояснения.

#### ▲ ЗНАКИ МАЛОСТИ, НЕРАВЕНСТВА, ПРИБЛИЖЕННОГО РАВЕНСТВА И ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

Для обозначения малых величин (или малых изменений величин) принято ставить перед ними знак  $\Delta$ . Например,  $\Delta m$  — малая масса,  $\Delta t$  — малый промежуток времени и т. д.

Помимо общезвестных знаков неравенства  $>$  и  $<$  употребляются знаки  $\neq$  (не равно),  $\gg$  (гораздо больше) и  $\ll$  (гораздо меньше).

Для обозначения приближенного равенства применяется знак  $\approx$ . Например, радиус Земли  $R \approx 6400$  км.

• Для выражения пропорциональной зависимости служит знак  $\sim$ .

#### ▲ НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ

Наряду с десятичными логарифмами (log) применяются натуральные логарифмы (ln), основанием которых служит иррациональное число  $e \approx 2,71828$ . Переход от десятичного логарифма к натуральному совершается по формуле  $\ln N \approx 2,31 \log N$ .

\* Посредством размерностей можно даже выводить некоторые физические формулы с точностью до безразмерного коэффициента (теория размерностей).

## ▲ АБСОЛЮТНОЕ ЗНАЧЕНИЕ И ПОРЯДОК ВЕЛИЧИНЫ

Абсолютным значением величины называется ее значение, взятое с положительным знаком; условно обозначается посредством заключения величины в прямые скобки. Если, например, ускорение  $a = -4 \text{ см/с}^2$ , то абсолютное значение ускорения  $|a| = 4 \text{ см/с}^2$ .

Порядком величины называется ближайшее к ее значению число, которое может быть выражено в виде  $10^n$ . Например, ускорение свободного падения  $g = 981 \text{ см/с}^2$  имеет порядок  $10^3 \text{ см/с}^2$ , длина световой волны  $\lambda = 0,000045 \text{ см}$  имеет порядок  $10^{-5} \text{ см}$  и т. п.

## ▲ СИМВОЛИЧЕСКАЯ ЗАПИСЬ СУММЫ

Сумму большого числа однородных величин

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

принято записывать сокращенно с помощью знака  $\Sigma$  следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{i=n} a_i, \text{ или } \sum_1^n a_i .$$

Стоящие при знаке суммы числа 1 и  $n$  (пределы суммирования) показывают, что надо складывать все  $a_i$  подряд, начиная с  $a_1$  и кончая  $a_n$ .

## ▲ СПОСОБЫ УСРЕДНЕНИЯ ВЕЛИЧИН

Существует несколько способов вычисления среднего значения величины по нескольким ( $n$ ) отдельным ее значениям  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Мы будем пользоваться:

а) *средним арифметическим* значением величины называется сумма отдельных значений величины, деленная на их число:

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i;$$

б) *средним геометрическим* значением величины называется корень  $n$ -й степени из произведения  $n$  отдельных ее значений:

$$\tilde{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n};$$

в) *средним квадратичным* значением величины называется квадратный корень из суммы квадратов отдельных значений величины, деленной на их число:

$$x^* = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n x_i^2}.$$

Результаты усреднения, полученные этими способами, обычно мало отличаются один от другого (но все же  $x^* > \langle x \rangle > \tilde{x}$ ).

### ▲ ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД ВЕКТОРАМИ

Все физические величины подразделяются на две группы: *скалярные* (скаляры) и *векторные* (векторы).

Скалярная величина полностью определяется *числовым значением*. Скалярами являются, например, время, площадь, масса, работа. Действия над скалярами производятся по правилам алгебры, дифференциального и интегрального исчислений.

Векторная величина полностью определяется *числовым значением и направлением*. Векторами являются, например, скорость, ускорение, сила. В отличие от скаляров векторы обозначаются полужирными буквами или буквами со стрелкой сверху\*. Например,  $v$  — вектор скорости,  $F$  — вектор силы и т. п. Графически вектор изображают отрезком со стрелкой на конце. Длина отрезка соответствует (в произвольном масштабе) числовому значению вектора; стрелка указывает направление вектора. На рис. 1 изображен вектор силы тяжести  $P$ , числовое значение которого 4 Н (ньютона).

Рис. 1  
Векторы, имеющие одинаковые модули и направления, равны между собой. Отсюда следует, что при параллельном переносе вектор не изменяется.

Два численно равных, но противоположно направленных вектора  $A$  и  $B$  называются *противоположными*. Для них

$$A = -B, \text{ или } B = -A.$$

Действия над векторами производятся по правилам векторного исчисления. Ознакомимся с некоторыми из них.

1. *Сложение векторов* производится по *правилу параллелограмма*.

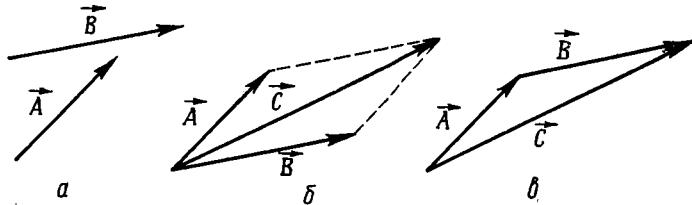


Рис. 2

Чтобы сложить два вектора  $A$  и  $B$  (рис. 2, a), необходимо путем параллельного переноса совместить их начала и построить на век-

\* В тексте векторные величины обозначены полужирными буквами, на рисунках — буквами со стрелкой сверху.

торах параллелограмм (рис. 2, б). Вектор **C**, являющийся диагональю параллелограмма, представляет собой искомую сумму:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}.$$

Векторы можно сложить и другим способом, совмещая начало второго вектора с концом первого. Вектор **C**, соединяющий начало первого вектора с концом второго, также представляет искомую сумму (рис. 2, в). Этот способ, называемый *правилом треугольника*, особенно удобен при сложении нескольких векторов, на-

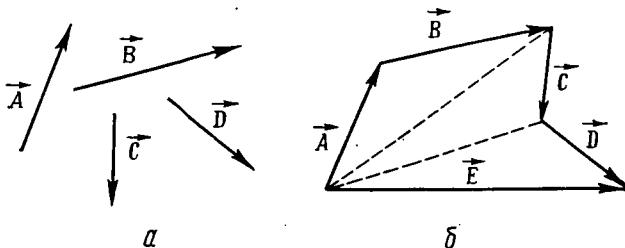


Рис. 3

пример четырех: **A**, **B**, **C** и **D** (рис. 3, а). В этом случае начало второго вектора совмещают с концом первого, начало третьего — с концом второго и т. д. (рис. 3, б). Вектор **E**, соединяющий начало первого вектора с концом последнего, является суммой данных векторов:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} + \mathbf{D} = \mathbf{E}.$$

Он не зависит от последовательности, в которой производилось сложение векторов, в чем легко убедиться путем соответствующих построений.

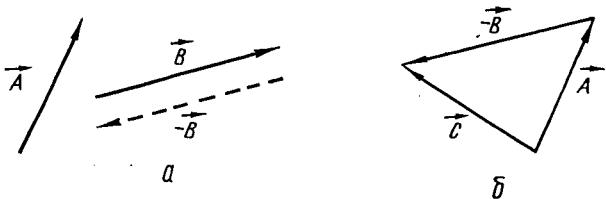


Рис. 4

2. Вычитание вектора **B** из вектора **A** можно заменить сложением **A** с вектором  $(-\mathbf{B})$ , противоположным **B** (рис. 4, а):

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \mathbf{C}.$$

Тогда, применив правило треугольника, получим вектор разности **C** (рис. 4, б).

3. Умножение и деление вектора на скаляр. При умножении вектора **A** на скаляр  $n$  получается вектор, совпадающий по направлению

с  $\mathbf{A}$  и равный по модулю  $n\mathbf{A}$ . Скаляр  $n$  может иметь любые значения (целые и дробные, положительные и отрицательные). Поэтому данное правило умножения является вместе с тем и правилом деления вектора на скаляр. Примером умножения вектора на скаляр может служить определение перемещения  $s$  по скорости  $v$  и времени  $t$  (при равномерном прямолинейном движении):

$$\mathbf{v}t = \mathbf{s}.$$

Примером деления вектора на скаляр является определение ускорения  $a$  по силе  $F$ , действующей на тело, и массе  $m$  тела:

$$\mathbf{F}/m = \mathbf{a}.$$

### ▲ ГРАДИЕНТ ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Если некоторая физическая величина имеет в каждой точке пространства определенное (иное, чем в других точках) значение, то говорят, что эта величина *распределена в пространстве*. Простран-

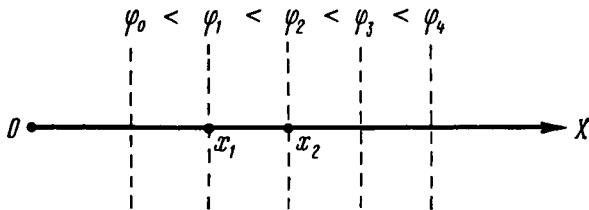


Рис. 5

ственно распределенным является, например, атмосферное давление: в различных точках атмосферы его значения различны.

Если пространственно распределенная физическая величина  $\varphi$  возрастает в некотором направлении  $OX$ , то «пространственную быстроту» ее возрастания удобно характеризовать отношением изменения  $\Delta\varphi$  к расстоянию  $\Delta x$ , на котором это изменение происходит (рис. 5). Ось  $OX$  располагают в направлении *максимального возрастания*  $\varphi$ ; расстояние  $\Delta x$  следует брать возможно меньшим. Отношение

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{x_2 - x_1}$$

является градиентом физической величины  $\varphi$  и обозначается так:

$$\text{grad } \varphi = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}.$$

*Градиентом физической величины называется отношение ее изменения к расстоянию, на котором оно осуществляется, взятое в направлении наибольшего возрастания физической величины.*

Следовательно, градиент есть вектор, направленный в сторону наибольшего возрастания физической величины.

Понятие градиента применимо к любой физической величине (скорости, плотности, температуре, давлению и т. д.), если только она имеет пространственное распределение. Размерность градиента равна размерности физической величины, деленной на размерность длины. Например, размерность градиента скорости

$$[\text{grad } v] = \text{м}/(\text{с} \cdot \text{м}) = \text{с}^{-1},$$

размерность градиента температуры

$$[\text{grad } T] = \text{К} \cdot \text{м}^{-1}.$$

Известно, что средний градиент температуры земной коры (геотермический градиент) направлен к центру Земли и составляет около 0,03 К/м. Это означает, что температура земной коры возрастает в среднем на 3°C на каждые 100 м глубины.

### ▲ КРИВИЗНА И РАДИУС КРИВИЗНЫ

На различных участках кривой линии ее кривизна может быть различной. Для оценки кривизны линий введены понятия *кривизны* и *радиуса кривизны*.

Малые участки  $\Delta s_1$  и  $\Delta s_2$  кривой линии  $ab$  всегда можно совместить с некоторой окружностью (рис. 6). Радиусы  $R_1$  и  $R_2$  этих окружностей называются *радиусами кривизны кривой линии* на данных участках. Если вообще участок кривой бесконечно мал ( $\Delta s \rightarrow 0$ ), то можно говорить о радиусе кривизны  $R$  кривой в данной точке.

Величина, обратная радиусу кривизны, называется *кривизной кривой линии*:  $K = 1/R$ . Отметим, что у прямой линии  $R = \infty$ , а  $K = 0$ .

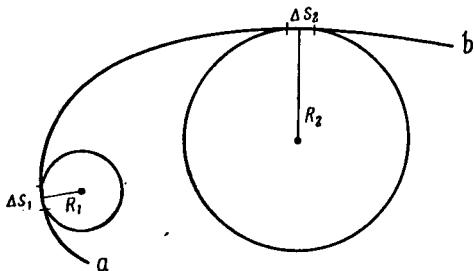


Рис. 6

### ▲ ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ

Производной функции  $y = f(x)$  называется предел отношения приращения  $\Delta y$  функции к приращению  $\Delta x$  аргумента, когда последнее стремится к нулю. Обозначают производную символами  $y'$ , или  $f'(x)$ , или  $dy/dx$  (читается: «де игрек по де икс»). Таким образом,

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad (1)$$

где  $dy$  — главная часть приращения функции  $y$  при бесконечно малом приращении  $dx$  аргумента  $x$ . Символы  $dy$  и  $dx$  называются соответственно *дифференциалом функции* и *дифференциалом аргумента*. Из (1) следует, что

$$dy = f'(x) dx, \quad (2)$$

т. е. дифференциал функции равен произведению ее производной на дифференциал аргумента.

Процесс вычисления (взятия) производной называется *дифференцированием*. Правила дифференцирования и формулы производных различных функций выводятся в курсе высшей математики. Приведем только те формулы и правила дифференцирования, которые применяются в данном учебнике ( $C$  и  $n$  — постоянные величины,  $e$  — основание натуральных логарифмов):

$$(C)' = 0, \quad [C \cdot f(x)]' = C \cdot f'(x);$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}, \quad [f_1(x) \pm f_2(x)]' = f'_1(x) \pm f'_2(x);$$

$$(e^x)' = e^x, \quad [f_1(x) \cdot f_2(x)]' = f'_1(x) \cdot f_2(x) + f_1(x) \cdot f'_2(x);$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad \left[ \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \right]' = \frac{f'_1(x) \cdot f_2(x) - f_1(x) \cdot f'_2(x)}{f_2^2(x)};$$

$$(\sin x)' = \cos x,$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = f'(u) \cdot \varphi'(x),$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}, \quad \text{если } y = f(u), \text{ где } u = \varphi(x).$$

Вычислим, например, производную функции

$$y = Ax^3 e^{-kx^2},$$

где  $A$  и  $k$  — постоянные:

$$\begin{aligned} y' &= A(x^3 e^{-kx^2})' = A[(x^3)' e^{-kx^2} + x^3(e^{-kx^2})'] = \\ &= A[3x^2 e^{-kx^2} + x^3 e^{-kx^2}(-2kx)] = Ax^2 e^{-kx^2}(3 - 2kx^2). \end{aligned}$$

### ▲ ИНТЕГРИРОВАНИЕ И ИНТЕГРАЛ

*Интегрирование* является действием, обратным дифференцированию. Знак  $\int$  этого действия называется *интегралом*. Таким образом, если дифференциал функции  $F(x)$  есть  $f(x)dx$ , то интеграл выражения  $f(x)dx$  будет равен  $F(x) + C$ , где  $C$  — некоторая (любая) постоянная величина:

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \quad (3)$$

где  $f(x)dx$  — подынтегральное выражение,  $f(x)$  — подынтегральная функция,  $x$  — переменная интегрирования,  $F(x)$  — первообразная функции,  $C$  — постоянная интегрирования.

Действительно, взяв дифференциал от обеих частей равенства (3), получим

$$d \int f(x) dx = f(x) dx = dF(x).$$

Поскольку  $C$  может иметь любые значения, интеграл, стоящий в левой части равенства (3), тоже может иметь любые значения. В этом смысле  $\int f(x)dx$  называется *неопределенным интегралом*.

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, приведенными в предыдущем разделе этого параграфа, нетрудно получить соответствующие формулы неопределенных интегралов и правила интегрирования:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \text{ где } n \neq -1;$$

$$\int e^x dx = e^x + C;$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx;$$

$$\int Cf(x) dx = C \int f(x) dx;$$

$$\int u dv = uv - \int v du, \text{ где } u = f_1(x), \quad v = f_2(x).$$

Эти формулы нужны для вычисления *определенного интеграла*, который используется для нахождения числового значения площади фигур, кинематических характеристик движения тел, значений работы, энергии, потенциала электрического поля, энергии магнитного поля, интенсивности света и многих других физических величин.

Так, например, площадь  $S$  криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции  $y = f(x)$ , осью абсцисс и ординатами  $x = a$  и  $x = b$ , равна разности  $F(b) - F(a)$ , где  $F(x)$  — первообразная функция для  $f(x)$ . Эта разность и называется *определенным интегралом* (поскольку она, очевидно, не содержит постоянной интегри-

рования  $C$ ), обозначаемым символом  $\int_a^b f(x) dx$ .

Тогда

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = \left. F(x) \right|_a^b = S,$$

где  $a$  и  $b$  — соответственно *нижний* и *верхний* пределы интегрирования.

Итак, определенный интеграл равен разности значений первообразной функции, взятой при верхнем и при нижнем пределах интегрирования.

Если, например,  $f(x) = 2x^2(8x + 3)$ ,  $a = 1$  м и  $b = 2$  м, то, используя соответствующие формулы интегрирования, получим

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 2x^2(8x + 3) dx = 2 \int_1^2 (8x^3 + 3x^2) dx = \\ &= 2 \int_1^2 8x^3 dx + 2 \int_1^2 3x^2 dx = 16 \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 + 6 \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = 4(16 - 1) + \\ &\quad + 2(8 - 1) = 74 \text{ (м}^2\text{).} \end{aligned}$$

### Контрольные вопросы

- Сколько основных единиц физических величин имеет Международная система единиц?
- Какие процессы составляют физическую форму движения материи?
- Перечислите основные физические величины.
- Какие единицы физических величин обозначаются К и кд?
- Какую размерность имеет сила?
- Что означает символ  $<<$ ?
- Каков порядок скорости звука, если она равна 342 м/с?
- Сколько сантиметров содержится в гигаметре?
- Сколько нанометров содержится в микрометре?
- Сколько членов содержит сумму  $\sum_{i=1}^{19} a_i$ ?

- Чему равно отношение размерности физической величины к размерности градиента этой же физической величины?
- Как направлен градиент плотности воды в море?
- Температура воздуха у поверхности Земли  $+16^\circ\text{C}$ , а на высоте 10 км  $-44^\circ\text{C}$ . Чему равен вертикальный градиент температуры в данном слое атмосферы?
- Радиус окружности 25 см. Чему равна кривизна этой окружности?
- Вычислите производную функции  $y = \sin^2 \omega t$ , где  $t$  — время,  $\omega$  — постоянная величина

\* Для ответов на вопросы 8 и 9 следует ознакомиться с приложением IV.

# Часть I

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

---

### Глава I. ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ [ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ]

---

#### § 4. Общий случай криволинейного движения материальной точки.

##### Основные характеристики движения

Простейшим видом движения материи является *механическое движение*, представляющее собой перемещение в пространстве тел или их частей относительно друг друга.

Различают три вида механического движения тел — *поступательное, вращательное и колебательное*. При поступательном движении твердого тела все его точки описывают совершенно одинаковые (при наложении совпадающие) линии и имеют одинаковую скорость и одинаковое ускорение (в данный момент времени). Определение вращательного движения тела дано в § 21, колебательного — в § 27.

Если форма и размеры тела не оказывают существенного влияния на характер его движения, то такое тело можно принять за материальную точку.

*Материальной точкой называется тело, формой и размерами которого можно пренебречь в данной задаче.*

Последняя оговорка весьма существенна: при изучении одного движения тела можно считать его материальной точкой, тогда как при рассмотрении другого движения того же самого тела это может оказаться недопустимым. Например, изучая движение Земли вокруг Солнца, можно и Землю и Солнце считать материальными точками. Изучая же движение Земли вокруг своей оси, нельзя принимать Землю за материальную точку, так как на характер вращательного движения Земли существенно влияют ее форма и размеры.

Перемещение тела можно рассматривать только относительно какого-либо другого тела или группы тел. Поэтому и при изучении движения материальной точки необходимо прежде всего выбрать *систему отсчета*, т. е. систему координат, связанную с телом, относительно которого рассматривается движение материальной точки. Такой системой отсчета может служить, например, прямоугольная система координат  $XYZ$ , связанная с какой-нибудь точкой  $O$  земной поверхности (рис. 7). Тогда положение материальной точки  $A$  в любой момент времени определится координатами  $x, y, z$ .

Линия, описываемая движущейся материальной точкой, называется траекторией.

Отрезок траектории  $BC$ , пройденный точкой за некоторый промежуток времени, представляет путь, пройденный точкой за этот промежуток времени, а прямолинейный отрезок  $BC$  — перемещение точки (рис. 7). Движение называется прямолинейным, если траектория — прямая линия, и криволинейным, если траектория — кривая линия. Очевидно, что при прямолинейном движении перемещение и путь совпадают.

Пусть материальная точка, двигаясь по криволинейной траектории, прошла за малый промежуток времени  $\Delta t$  малый путь  $\Delta s$  (рис. 8). Проведем касательную  $AC$  к траектории в точке  $A$  и хорду  $AB$ .

Отношение пути, пройденного материальной точкой, к промежутку времени, за который этот путь пройден, называется средней скоростью движения:

$$v_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (1)$$

Это скалярная величина. В общем случае криволинейного (и прямолинейного) движения средняя скорость может быть различной на разных участках траектории и зависеть от пути  $\Delta s$ , или, что то же, от промежутка времени  $\Delta t$ .

Следовательно,  $v_{cp}$  недостаточно полно характеризует движение.

Поэтому вводят понятия *мгновенной скорости* (скорости в данный момент времени в данной точке пути). Будем бесконечно уменьшать промежуток времени, т. е. положим  $\Delta t \rightarrow 0$ . Тогда точка  $B$  стремится к точке  $A$ , хорда  $AB$  — к дуге  $\Delta s$  и обе они в пределе совпадут с касательной  $AC$ . Таким образом, криволинейное движение по малой дуге  $\Delta s$  перейдет в прямолинейное движение по бесконечно малому отрезку касательной к траектории вблизи точки  $A$ , а средняя скорость на малом пути  $\Delta s$  перейдет в *мгновенную* скорость в точке  $A$ , направленную по касательной к траектории (рис. 8). Поэтому модуль

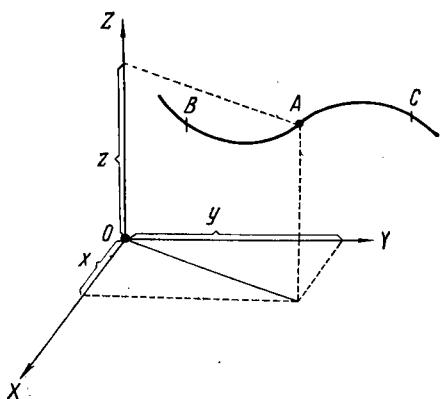


Рис. 7

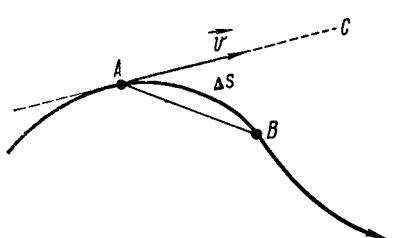


Рис. 8

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}. \quad (2)$$

Итак,

*мгновенная скорость движения в любой точке траектории есть вектор, направленный по касательной к траектории, а по модулю равный пределу средней скорости при стремлении промежутка времени к нулю.*

Из формул (1) и (2) следует, что скорость выражается в метрах в секунду. Движение материальной точки называется *равномерным*, если его скорость не изменяется с течением времени; в противном случае движение называется *неравномерным*. Неравномерность движения характеризуется физической величиной, называемой *ускорением*.

Пусть материальная точка переместилась за малый промежуток времени  $\Delta t$  из  $A$ , где она имела скорость  $v_1$ , в  $B$ , где она имеет скорость  $v_2$  (рис. 9). Изменение (приращение) скорости точки есть вектор  $\Delta v$ , равный разности векторов конечной и начальной скоростей:

$$\Delta v = v_2 - v_1.$$

*Отношение изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, называется средним ускорением:*

$$a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (3)$$

Из правила деления вектора на скаляр следует, что среднее ускорение направлено так же, как приращение скорости, т. е. под углом к траектории в сторону ее вогнутости (рис. 9).

В общем случае среднее ускорение может быть различным на различных участках траектории. Оно зависит от промежутка времени, по которому проводится усреднение. Будем уменьшать промежуток времени. В пределе при  $\Delta t \rightarrow 0$  точка  $B$  будет стремиться к точке  $A$  и среднее ускорение на пути  $AB$  превратится в *мгновенное ускорение*  $a$  в точке  $A$ . Поэтому

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \quad (4)$$

Итак,

*мгновенное ускорение движения в любой точке траектории есть вектор, направленный под углом к траектории в сторону ее вогнутости, а по модулю равный пределу среднего ускорения при стремлении промежутка времени к нулю.*

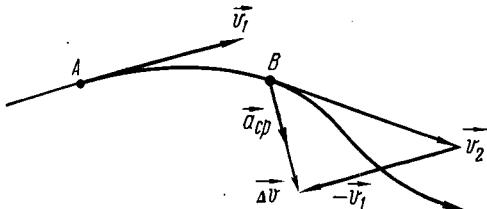


Рис. 9

Из формул (3) и (4) следует, что ускорение выражается в метрах на секунду в квадрате ( $\text{м}/\text{с}^2$ ).

Вектор ускорения принято раскладывать на две составляющие, одна из которых направлена по касательной к траектории и называется *касательным или тангенциальным ускорением*  $a_k$ , другая — по нормали к траектории и называется *нормальным или центростремительным\** ускорением  $a_{nc}$  (рис. 10). Ускорение и его составляющие связаны между собой очевидными соотношениями:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_k + \mathbf{a}_{nc}; \quad a = \sqrt{a_k^2 + a_{nc}^2}.$$

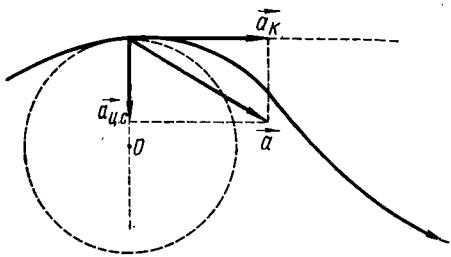


Рис. 10

Касательное ускорение изменяет только значение скорости, а центростремительное ускорение — только ее направление. Очевидно, что криволинейное движение происходит всегда с ускорением, так как в этом случае скорость обязательно изменяется (по крайней мере по направлению).

Мы ознакомились с общим случаем неравномерного движения материальной точки по криволинейной траектории произвольной формы. В последующих параграфах рассмотрим частные случаи: прямолинейное движение и движение по окружности.

волнейной траектории произвольной формы. В последующих параграфах рассмотрим частные случаи: прямолинейное движение и движение по окружности.

### § 5. Прямолинейное движение материальной точки

При прямолинейном движении центростремительная составляющая ускорения отсутствует ( $a_{nc} = 0$ ), поэтому полное ускорение совпадает со своей касательной составляющей ( $\mathbf{a} = \mathbf{a}_k$ ).

*Движение, происходящее с постоянным ускорением ( $a = \text{const}$ ), называется равнопеременным (равноускоренным, если  $a > 0$ , и равнозамедленным, если  $a < 0$ ).*

В этом случае мгновенное ускорение равно среднему ускорению за любой промежуток времени. Тогда из формулы (3) получим

$$a = a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t},$$

откуда

$$v = v_0 + at, \quad (5)$$

где  $v_0$  — начальная скорость движения,  $v$  — скорость в момент времени  $t$ .

\* Бузучи перпендикулярным касательной, вектор  $\mathbf{a}_{nc}$  направлен по радиусу кривизны траектории к центру кривизны  $O$  (рис. 10), отсюда название — *центростремительное ускорение*.

Средняя скорость на любом отрезке пути  $s$  в этом случае равна  $(v_0 + v)/2$ . Тогда, учитывая формулу (1), можно написать, что

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s}{t} = \frac{v_0 + v}{2},$$

откуда

$$s = \frac{v_0 + v}{2} t.$$

Подставляя выражение  $v$  из формулы (5), получим

$$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t,$$

или

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) можно вывести из выражений мгновенного ускорения и мгновенной скорости посредством интегрирования.

Согласно (2),  $dv = adt$ . Тогда  $\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt$ , откуда  $v - v_0 = at$

и  $v = v_0 + at$ .

Согласно (4),  $ds = vdt$ . Тогда

$$\int_0^s ds = \int_0^t vdt = \int_0^t v_0 dt + \int_0^t at dt, \quad \text{откуда } s = v_0 t + at^2/2.$$

Решая совместно уравнения (5) и (6) и исключая из них время  $t$ , получим

$$v^2 - v_0^2 = 2as. \quad (7)$$

Формулы (5) — (7) справедливы для любого равнопеременного прямолинейного движения, в том числе для свободного падения тела и для движения тела, брошенного вертикально вверх. В этих случаях, как известно,  $a = g = 9,81 \text{ м/с}^2$  (ускорение свободного падения).

Для равномерного прямолинейного движения  $v = v_0 = \text{const}$  и  $a = 0$ . В этом случае формула (6) примет вид

$$s = vt. \quad (8)$$

## § 6. Движение материальной точки по окружности

Рассмотрим движение материальной точки по окружности с постоянной по модулю скоростью. В этом случае, называемом *равномерным движением по окружности*, касательная составляющая ускорения отсутствует ( $a_k = 0$ ) и ускорение совпадает со своей центростремительной составляющей ( $a = a_{цс}$ ). Определим центростремительное ускорение.

Пусть за малый промежуток времени  $\Delta t$  точка прошла путь  $\Delta s$ , переместившись из  $A$ , где она имела скорость  $v_1$ , в  $B$ , где она имеет скорость  $v_2$ , а радиус-вектор движущейся точки повернулся на малый угол  $\Delta\varphi$  (рис. 11). Построим вектор изменения скорости  $\Delta v = v_2 - v_1$  и определим его модуль  $\Delta v$ ;  $\angle AOB = \angle BCD$  как углы с взаимно перпендикулярными сторонами;  $v_1 = v_2 = v$ , так как по числовому значению скорость постоянна. Следовательно,  $\triangle AOB$  и  $\triangle BCD$  подобны как равнобедренные с одинаковыми углами при вершине, поэтому

$$\frac{\Delta v}{v} = |\overline{AB}| / R \text{ и } \Delta v = v |\overline{AB}| / R.$$

Тогда [см. (4)]

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v \cdot |\overline{AB}|}{R \Delta t},$$

или, учитывая, что  $v$  и  $R$  постоянны и  $a = a_{\text{цс}}$ , получим

$$a_{\text{цс}} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\overline{AB}|}{\Delta t}.$$

При  $\Delta t$ , стремящемся к нулю, хорда  $AB$  стремится к дуге  $\Delta s$ , поэтому

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\overline{AB}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v.$$

Следовательно,

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R}. \quad (9)$$

Рис. 11 позволяет еще раз убедиться в том, что полученное ускорение действительно является центростремительным. В самом деле, при  $\Delta t \rightarrow 0$  будет и  $\Delta\varphi \rightarrow 0$ . При этом векторы  $\Delta v$  и  $a$ , имеющие одинаковое направление (см. § 4), совпадут с радиусом окружности и будут направлены к ее центру  $O$ .

Наряду со скоростью  $v$  равномерное движение материальной точки по окружности можно характеризовать угловой скоростью  $\omega$ . Угловой скоростью называется отношение угла поворота радиуса  $R$  (т. е. отношение углового пути) к промежутку времени, за который этот поворот произошел:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} *. \quad (10)$$

\* Для неравномерного движения вводится понятие *мгновенной угловой скорости*

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Единицей угловой скорости является *радиан в секунду* (рад/с или  $\text{с}^{-1}$ ).

1 рад/с — угловая скорость равномерно вращающегося тела, при которой за время 1 с совершается поворот тела относительно оси на угол 1 рад.

В отличие от угловой скорости  $\omega$  скорость  $v$  принято называть *линейной*.

Умножая обе части равенства (10) на  $R$  и учитывая, что  $R \cdot \Delta\phi = \Delta s$  (так как  $\Delta\phi$  выражается в радианах), получим соотношение, связывающее линейную скорость с угловой:

$$v = \omega R. \quad (11)$$

Введем еще две характеристики движения материальной точки по окружности: *период вращения*  $T$  (время одного оборота точки по окружности) и *частоту вращения*  $\nu$ . Очевидно, что  $T$  и  $\nu$  — величины взаимно-обратные:

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad (12)$$

Единицей периода вращения является *секунда* (с); единицей частоты вращения — *герц* (Гц).

1 Гц — частота периодического процесса, при которой за время 1 с происходит один цикл периодического процесса.

Так как за период  $T$  радиус окружности, связанный с материальной точкой, повернется на угол  $2\pi$ , то [см. (10)]

$$\omega = 2\pi/T. \quad (13)$$

Из формул (11) — (13) следует, что

$$v = 2\pi R/T = 2\pi\nu R. \quad (14)$$

При неравномерном движении материальной точки по окружности вместе с линейной скоростью изменяется и угловая. Поэтому можно ввести понятие углового ускорения (по аналогии с линейным ускорением а).

*Средним угловым ускорением называется отношение изменения угловой скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло:*

$$\beta_{cp} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (15)$$

*Мгновенным угловым ускорением называется предел среднего углового ускорения при стремлении промежутка времени к нулю:*

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (16)$$

При  $R = \text{const}$  изменение  $\Delta\omega$  обусловлено только изменением  $\Delta v$ . Поэтому [см. (11)]

$$\Delta v = R \cdot \Delta\omega,$$

откуда

$$\Delta\omega = \Delta v/R.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (16), получим

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{R \cdot \Delta t} = \frac{1}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{a}{R},$$

откуда

$$a = \beta R. \quad (17)$$

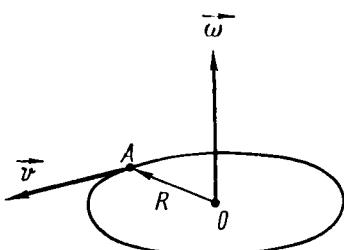


Рис. 12

Угловая скорость и угловое ускорение — величины векторные. Вектор угловой скорости  $\omega$  направлен из центра  $O$  окружности с радиусом  $R$ , по которой движется материальная точка  $A$ , перпендикулярно плоскости этой окружности (рис. 12) в сторону поступательного движения буравчика, рукоятка которого вращается в направлении линейной скорости  $v$  («правило буравчика»). Очевидно, что вектор  $\omega$  соответствует противоположное направление движения (вращения) материальной точки. Что касается углового ускорения  $\beta$ , то его направление совпадает с направлением вектора изменения угловой скорости  $\Delta\omega$ .

При равномерном движении материальной точки по окружности ( $a_{цс} = \text{const}$ ,  $a_k = \text{const}$ ) линейная скорость и пройденный путь определяются по формулам (5) и (6), в которых в качестве ускорения надо брать его касательную составляющую. Поделив обе части каждой из этих формул на радиус окружности и учитывая, что согласно формулам (11) и (17)

$$\omega = v/R \text{ и } \beta = a/R,$$

получим соответствующие выражения для угловой скорости  $\omega$  и угла  $\varphi$  поворота радиуса (углового пути):

$$\omega = \omega_0 + \beta t, \quad \varphi = \omega_0 t + \beta t^2/2, \quad (18)$$

где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость движения материальной точки.

### Примеры решения задач

**Задача 1\*.** С крыши дома высотой  $H = 16$  м через равные промежутки времени падают капли воды, причем первая ударяется о землю в тот момент, когда пятая отделяется от крыши. Найти расстояние  $l$  четвертой капли от крыши в момент удара первой капли о землю.

\* При решении *всех* примерных задач наряду с расчетом числового значения искомой физической величины мы будем рассчитывать и ее размерность (или же единицу). Настоятельно рекомендуем делать это читателям и при самостоятельном решении задач. Если рассчитанная размерность (единица) окажется не соответствующей искомой физической величине, то это означает, что общая формула составлена неверно и необходимо пересмотреть ее вывод (см. § 2).

**Решение.** Падение капель является равноускоренным движением без начальной скорости с ускорением  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ . Поэтому [см. (6)]

$$H = gt_1^2/2,$$

откуда время падения первой капли  $t_1 = \sqrt{2H/g}$ .

Так как капли отрываются от крыши через равные промежутки времени, то время падения четвертой капли  $t_4 = t_1/4$ , а ее расстояние от крыши

$$l = \frac{gt_4^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{2H}{16g} = \frac{H}{16} = \frac{16 \text{ м}}{16} = 1 \text{ м.}$$

**Задача 2.** Трамвай начал двигаться равноускоренно по закругленному участку пути и, пройдя расстояние  $s = 250 \text{ м}$ , развила скорость  $v = 36 \text{ км/ч}$ . Найти касательное, центростремительное и полное ускорения трамвая через  $40 \text{ с}$  после начала движения. Радиус закругления  $R = 200 \text{ м}$ .

**Решение.** При равноускоренном движении без начальной скорости [см. (7)]

$$v^2 = 2a_k s.$$

Тогда

$$a_k = \frac{v^2}{2s} = \frac{100 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 250 \text{ м}} = 0,2 \text{ м/с}^2.$$

Скорость, которую приобретает трамвай по истечении времени  $t = 40 \text{ с}$ , равна

$$v_1 = a_k t = 0,2 \text{ м/с}^2 \cdot 40 \text{ с} = 8 \text{ м/с.}$$

Тогда [см. (9)] центростремительное ускорение

$$a_{цс} = \frac{v^2}{R} = \frac{64 \text{ м}^2/\text{с}^2}{200 \text{ м}} = 0,32 \text{ м/с}$$

и полное ускорение

$$a = \sqrt{a_k^2 + a_{цс}^2} = \sqrt{(0,04 + 0,10) \text{ м}^2/\text{с}^4} = 0,37 \text{ м/с}^2.$$

**Задача 3.** Барабан молотилки вращается с постоянной частотой  $180 \text{ мин}^{-1}$ . С момента сбрасывания приводного ремня барабан тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением  $\beta = 3 \text{ рад/с}^2$ . Через какое время  $t$  барабан остановится? Какое число  $N$  оборотов сделает он до остановки?

**Решение.** При равнозамедленном движении угловая скорость [см. (18)] барабана в конце торможения  $\omega = \omega_0 - \beta t$ , где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость барабана. Так как по условию задачи  $\omega = 0$ , то  $\omega_0 = \beta t$ . Но [см. (12) и (13)]  $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ . Поэтому

$$t = \frac{2\pi\nu_0}{\beta} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \text{ с}^{-1}}{3 \text{ рад/с}^2} = 6,3 \text{ с}$$

(поскольку оборот и радиан безразмерны).

Угловой путь барабана от начала торможения до остановки [см. (18)] равен

$$\varphi = \omega_0 t - \beta t^2/2 = 2\pi\nu_0 t - \beta t^2/2.$$

Подставляя в последнюю формулу выражение для  $t$  и учитывая, что  $\varphi = 2\pi N$ , получим

$$2\pi N = 4\pi^2\nu_0^2/\beta - 2\pi^2\nu_0^2/\beta,$$

откуда

$$N = \frac{\pi v_0^2}{\beta} = \frac{3,14 \cdot 9 \text{ с}^{-2}}{3 \text{ с}^{-2}} = 9,4 \text{ (оборота).}$$

### Контрольные вопросы

16. Что называется материальной точкой? 17. Дайте определения мгновенной скорости и мгновенного ускорения. 18. Что представляют собой производная пути по времени и производная скорости по времени? 19. Как направлен вектор мгновенной скорости относительно траектории? 20. Как направлены тангенциальное и центростремительное ускорения относительно радиуса кривизны траектории? 21. При каком движении центростремительное ускорение равно нулю, а тангенциальное ускорение постоянно и отрицательно? 22. При каком движении тангенциальное ускорение равно нулю, а нормальное ускорение постоянно? 23. Материальная точка равномерно движется по окружности. Чему равно от-

- ношение линейной скорости материальной точки к ее угловой скорости? 24. В каких единицах выражаются угловая скорость и угловое ускорение? 25. Материальная точка равномерно движется по окружности. Чему равно произведение периода вращения материальной точки на ее частоту вращения? 26. Что представляет собой производная угловой скорости по времени? 27. Чему равно произведение периода вращения материальной точки, равномерно движущейся по окружности, на ее угловую скорость? 28. Начертите графики зависимости пути  $s$ , скорости  $v$  и ускорения  $a$  от времени  $t$  при равноускоренном движении без начальной скорости.

---

## Глава II. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ

---

### § 7. Законы Ньютона. Масса и сила

В предыдущей главе мы рассматривали движение тел (материальных точек) вне зависимости от причин, его вызывающих. Соответствующий раздел механики называется *кинематикой*. Теперь перейдем к разделу, называемому *динамикой*, в котором движение тел изучается в связи с вызывающими его физическими причинами — *силами*.

Основные законы динамики были сформулированы в 80-х годах XVII в. *И. Ньютона*. Они представляют собой обобщение результатов многовекового человеческого опыта. Приведем современные формулировки трех законов Ньютона.

*Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие других тел не выведет его из этого состояния [первый закон Ньютона (закон инерции)].*

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инерцией*. Опыт показывает, что при одинаковом воздействии различные тела по-разному изменяют свою скорость. Иными словами, *одинаковые воздействия вызывают у различных тел различные ускорения*. Следовательно, ускорение, приобретаемое телом, зависит не только от воздействия, но и от не-

которого *собственного свойства* тела. Это свойство тела характеризует физической величиной, называемой *массой*. В этом смысле можно сказать, что *масса есть мера инерции тела*.

Масса является одной из основных физических величин. Отметим, что она характеризует не только инерцию тел, но и их *гравитационные* свойства (тяготение, см. § 12). Кроме того, масса характеризует «энергосодержание» тела (см. § 20).

Масса тел определяется путем сравнения с массой некоторого произвольно выбранного эталонного тела. По международному соглашению, таким эталоном является платино-иридевый цилиндр, хранящийся в Париже и называемый *килограммом* (кг); эта масса принята за единицу массы — 1 кг. Тысячная доля килограмма называется *граммом* (г). С высокой степенью точности масса 1 см<sup>3</sup> дистиллированной воды при 4°C равна 1 г.

Отмеченное в законе инерции «воздействие других тел» (как причина, изменяющая состояние *данного тела*) получило общее название *силы*, действующей на данное тело. Опыт показывает, что различные силы сообщают одному и тому же телу различные ускорения. Кроме того, оказывается, что сила есть *вектор*, направленный так же, как вектор вызванного этой силой ускорения. Обобщение приведенных опытных фактов составляет содержание следующего закона.

*Ускорение  $a$ , приобретаемое телом под действием силы  $F$ , направлено так же, как сила, пропорционально силе и обратно пропорционально массе  $m$  тела [второй закон Ньютона]:*

$$a \sim \frac{F}{m}.$$

Из последнего соотношения следует, что  $F \sim ma$ . Вводя коэффициент пропорциональности  $k$ , получим

$$F = kma. \quad (1)$$

Единицы силы можно выбрать так, чтобы  $k = 1$ . Для этого примем за единицу силы такую силу, которая единичной массе сообщает единичное ускорение. Тогда из соотношения (1) получим  $1$  (силы) =  $= k \cdot 1$  (массы) ·  $1$  (ускорения), откуда следует, что  $k = 1$ . Вообще: *в физической формуле коэффициент пропорциональности можно принимать равным единице, если по этой формуле устанавливается единица одной из величин, входящих в формулу.*

Этим приемом мы будем очень часто пользоваться в дальнейшем. Если же все физические величины, входящие в формулу, имеют уже единицы (установленные по другим физическим соотношениям), то коэффициент пропорциональности нельзя выбирать произвольно. В этом случае числовое значение коэффициента определяется из опыта.

Итак, полагая в формуле (1)  $k = 1$ , получим

$$F = ma. \quad (2)$$

В таком математическом виде принято выражать второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения).

Отметим, что под  $F$  подразумевается результирующая всех сил, действующих на тело.

Если одно тело действует на второе, то в свою очередь второе тело действует на первое. Например, груз, давящий на опору, испытывает давление со стороны этой опоры. Соотношение между силами, приложенными к взаимодействующим телам, описывается следующим законом.

*Два взаимодействующих тела действуют друг на друга с силами, равными по значению и противоположными по направлению [третий закон Ньютона (закон действия и противодействия)]:*

$$F_{12} = -F_{21}, \quad (3)$$

где  $F_{12}$  — сила действия первого тела на второе,  $F_{21}$  — сила действия второго тела на первое.

Из формулы (3) следует, что только одно взаимодействие двух тел друг с другом не может вызвать движения обоих тел в одном и том же направлении. Для того чтобы два взаимодействующих тела пришли в движение в одном направлении, должно иметь место взаимодействие их (или одного из них) с некоторым третьим телом. Например, тепловоз тянет вагоны не за счет своего взаимодействия с вагонами, а за счет своего взаимодействия с опорой (рельсами), обусловленного трением (см. § 11).

На основании законов Ньютона можно уточнить формулировку понятия силы.

*Сила — физическая величина, характеризующая взаимодействие тел, в результате которого они приобретают ускорение.*

Следует, однако, отметить, что действие силы проявляется не только в ускорении движения тел. Сила вызывает также деформацию (изменение формы) тела (см. § 10). Например, груз, висящий на проволоке, растягивает ее. По деформации можно определить силу. На этом, как известно, основано измерение силы пружинным динамометром.

Установим теперь единицу силы. В соответствии с формулой (2) за единицу силы следует принять ньютон (Н).

1 Н — сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение 1 м/с<sup>2</sup> в направлении действия силы:

$$H = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2.$$

## § 8. Закон изменения импульса

Пользуясь математическим выражением второго закона Ньютона (2), можно определять значения движущей силы, массы и ускорения тела для *данного момента времени*. Однако зачастую бывает необходимо определять эти характеристики для *любого наперед заданного момента времени* (будущего или прошедшего). Для такого рода расчетов применяется закон изменения импульса, являющийся одним из выражений второго закона Ньютона.

Пусть в течение некоторого промежутка времени  $t$  на тело массой  $m$ , двигавшееся ранее со скоростью  $v_0$ , подействовала постоян-

ная сила  $F$ . Она сообщает телу постоянное ускорение  $a$ , в связи с чем к концу промежутка времени тело приобретет скорость  $v$ . Тогда, согласно второму закону Ньютона,

$$F = ma = m \frac{v - v_0}{t},$$

или

$$Ft = mv - mv_0, \quad (4)$$

где

*произведение массы тела на его скорость называется импульсом (количеством движения) тела, а произведение движущей силы на время ее действия — импульсом силы.*

*Импульс постоянной силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела [закон изменения импульса].*

Если на тело действует не одна, а несколько сил, то под  $F$  следует понимать их *результатирующую*.

Так как сила, действующая в течение малого промежутка времени  $\Delta t$ , практически является постоянной, то закону изменения импульса можно дать еще такую формулировку.

*Импульс силы, действующей на тело в течение малого промежутка времени, равен изменению импульса тела за этот промежуток времени.*

Этот закон позволяет определять конечную скорость движения тела по его начальной скорости и импульсу движущей силы.

Чтобы применять закон изменения импульса к случаям действия переменной силы, надо обобщить понятие импульса силы на любой промежуток времени. С этой целью разобьем промежуток времени  $t$  на  $n$  столь малых промежутков ( $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots, \Delta t_n$ ), что силу, действующую в течение каждого из них, можно считать постоянной и соответственно равной  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ . Тогда [см. (4)] для каждого из этих промежутков времени

$$F_1 \cdot \Delta t_1 = mv_1 - mv_0,$$

$$F_2 \cdot \Delta t_2 = mv_2 - mv_1,$$

$$F_3 \cdot \Delta t_3 = mv_3 - mv_2,$$

· · · · · · · · · ·

$$F_n \cdot \Delta t_n = mv_n - mv_{n-1},$$

поскольку скорость в начале каждого последующего промежутка времени равна скорости в конце предыдущего промежутка времени. Складывая равенства, получим

$$\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot \Delta t_i = mv_n - mv_0. \quad (5)$$

Сумма, стоящая в левой части равенства, называется полным импульсом переменной силы. Следовательно,

полный импульс переменной силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела.

### § 9. Закон сохранения импульса в изолированной системе

Изолированной системой называется группа тел, взаимодействующих друг с другом и не взаимодействующих ни с какими иными телами\*.

Понятие изолированной системы будет рассмотрено подробнее в связи с термодинамическими процессами и энтропией (см. § 69 и 72). Здесь мы только отметим, что абсолютно изолированных систем не существует. Невозможно полностью изолировать систему от внешней (окружающей) среды хотя бы потому, что нет абсолютных теплоизоляторов и средств, экранирующих действие гравитационных полей. Однако во многих случаях взаимодействие системы с внешней средой может оказаться несущественным для тех протекающих в системе процессов, которые рассматриваются в данной задаче. Поэтому в целом ряде конкретных задач реальные системы можно считать изолированными.

Представим себе механическую изолированную систему, состоящую из  $n$  тел. Пусть для наглядности это будут упругие шары, беспорядочно движущиеся в некоторой части пространства (благодаря взаимным столкновениям). Столкнувшись друг с другом, тела изменяют свой импульс. Рассматривая взаимодействие тел в течение небольшого промежутка времени  $\Delta t$  и применяя к каждому из тел закон изменения импульса (4), напишем:

$$\mathbf{F}_1 \cdot \Delta t = m_1 \mathbf{v}'_1 - m_1 \mathbf{v}_1,$$

$$\mathbf{F}_2 \cdot \Delta t = m_2 \mathbf{v}'_2 - m_2 \mathbf{v}_2,$$

.....

$$\mathbf{F}_i \cdot \Delta t = m_i \mathbf{v}'_i - m_i \mathbf{v}_i,$$

.....

$$\mathbf{F}_n \cdot \Delta t = m_n \mathbf{v}'_n - m_n \mathbf{v}_n,$$

где  $\mathbf{F}_i$  — результирующая всех сил, действующих на  $i$ -е тело,  $m_i$  — масса  $i$ -го тела,  $\mathbf{v}_i$  и  $\mathbf{v}'_i$  — его скорости в начале и в конце промежутка времени  $\Delta t$ . Складывая эти равенства почленно, получим

$$\sum_{i=1}^{i=n} \mathbf{F}_i \cdot \Delta t = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \mathbf{v}'_i - \sum_{i=1}^{i=n} m_i \mathbf{v}_i.$$

Левая часть равенства представляет собой произведение  $\Delta t$  на геометрическую сумму всех сил, действующих на тела изолированной системы. Силы эти — *внутренние*; внешние силы на изолиро-

\* Если даже и имеет место действие внешних сил, то их результирующая должна быть равна нулю.

ванную систему не действуют. Так как, по третьему закону Ньютона, каждой силе соответствует равная по модулю противодействующая сила, то при сложении все эти силы взаимно уничтожаются, и левая, следовательно, и правая части последнего равенства обратятся в нуль. Тогда

$$\sum_{i=1}^{t=n} m_i \mathbf{v}'_i = \sum_{i=1}^{t=n} m_i \mathbf{v}_i.$$

Это означает, что сумма импульсов всех тел не изменяется со временем:

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + m_3 \mathbf{v}_3 + \cdots + m_n \mathbf{v}_n = \text{const.} \quad (6)$$

*В изолированной системе сумма импульсов всех тел есть величина постоянная [закон сохранения количества движения (импульса)].*

Этот закон справедлив и для любого промежутка времени  $t$ , в чем легко убедиться, применяя в данном выводе к каждому из тел обобщенный закон изменения импульса (5). Закон сохранения импульса применим не только к механическим, но и ко всяkim изолированным системам. Он находит широкое отражение в природе и технике.

© Рассмотрим явление отдачи (откатка) орудия при выстреле. Определяющую роль в этом явлении играет сила взаимодействия снаряда и орудия. Она значительно превосходит силы трения (см. § 11) и тяготения (см. § 12), действующие на снаряд и орудие при выстреле. Поэтому можно считать систему снаряд — орудие изолированной и применить к ней закон сохранения импульса

$$m\mathbf{v} + M\mathbf{v}_0 = \text{const}, \quad (7)$$

где  $m$  и  $\mathbf{v}$  — масса и скорость снаряда,  $M$  и  $\mathbf{v}_0$  — масса и скорость орудия. Так как в начале промежутка времени  $\Delta t$  (до выстрела) система покоялась ( $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 = 0$ ), то константа в формуле (7) равна нулю. При выстреле система разделяется на две части (снаряд и орудие), которые могут разлетаться только вдоль общей прямой. Поэтому равенство (7) справедливо как для векторов скоростей, так и для их числовых значений. Тогда

$$m\mathbf{v} + M\mathbf{v}_0 = 0,$$

откуда

$$\mathbf{v}_0 = -m\mathbf{v}/M. \quad (8)$$

Так как  $m \ll M$ , то  $v_0 \ll v$ ; знак минус указывает на противоположность направления скоростей орудия и снаряда. Оба эти следствия, как известно, согласуются с опытом.

Особый интерес представляет приложение закона сохранения импульса к явлению «непрерывной отдачи», происходящему в реактивном двигателе (ракете). В этом случае изолированная система состоит из тела ракеты и вытекающего из ее сопла газообразного продукта горения. Приближенно ракете можно рассматривать как орудие, непрерывно стреляющее струей газа и потому непрерывно движущееся в сторону, противоположную направлению этой струи. Однако пользоваться формулой (8) для расчета скорости ракеты уже нельзя хотя бы потому, что (в отличие от массы орудия) масса ракеты непрерывно изменяется — уменьшается по мере расхода горючего материала.

Ракета — единственный аппарат, способный приходить в движение и изменять его без опоры (без посредства внешней среды). Поэтому реактивный двигатель является единственным возможным двигателем космических снарядов и кораблей.

Приоритет в области теории и практики реактивного движения принадлежит нашей стране. Первый проект реактивного летательного аппарата был составлен в 1881 г. студентом Института инженеров путей сообщения, революционером *Н. И. Кабальчиком* (казненным за участие в покушении на Александра II). К сожалению, этот проект был обнаружен только после Великой Октябрьской революции. В 1897 г. профессор Петербургского университета *И. В. Мещерский* вывел уравнение движения тела *переменной массы*. Исключительно большую роль в развитии теории реактивного движения и космических полетов сыграли работы *К. Э. Циолковского*, выполненные в начале текущего столетия. Обширные исследования советских ученых завершились в последнее время успешными запусками первых в мире искусственных спутников Земли, искусственной планеты, межконтинентальных баллистических снарядов и автоматической станции «Венера-4», совершившей посадку на поверхность Венеры.

Триумфом советской науки и техники явились первый в мире космический полет человека на корабле-спутнике «Восток», осуществленный 12 апреля 1961 г. *Ю. А. Гагарином*, первый выход человека в космическое пространство из корабля-спутника «Восход-2», выполненный 19 марта 1965 г. *А. А. Леоновым*.

Яркая страница в летопись мировой космонавтики вписана в 1977 г. запуском на околоземную орбиту космической станции «Салют-6». На борту этой станции космонавты *М. И. Попов* и *В. В. Рюмин* совершили в 1980 г. самый продолжительный — 185-суточный — полет. Эти и другие события открыли новую эру в истории человечества — *космическую эру*.

В природе реактивное движение используется некоторыми живыми организмами. Например, кальмары, спруты, медузы и некоторые двусторчатые моллюски передвигаются посредством отдачи воды, выбрасываемой ими из особых полостей тела. При этом кальмары развивают весьма большую скорость движения, достигающую 70 км/ч.

Своеобразным реактивным снарядом является «бешеный огурец» — растение южного Крыма. Внутри созревшего плода этого растения находится жидкость под повышенным давлением. Будучи оторванным от стебля, «бешеный огурец» вырывается из рук и отлетает в сторону за счет отдачи струи жидкости, выбрасываемой из отверстия, образующегося в месте крепления к плодоножке.

Хорошей иллюстрацией закона сохранения импульса является *центральный удар двух абсолютно неупругих шаров*. Речь идет о соударении шаров, которые первоначально двигались по линии, соединяющей их центры, а после соударения двигались как единое целое, так как произошедшая при столкновении деформация шаров полностью сохраняется (абсолютно неупругие шары).

Пусть шары движутся слева направо и первый (левый) шар имеет массу  $m_1$  и скорость  $v_1$ , а второй — массу  $m_2$  и скорость  $v_2 < v_1$ . Считая данную систему изолированной, можно применить к ней закон сохранения импульса

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v,$$

где  $v$  — скорость объединившихся шаров после столкновения. Тогда

$$v = (m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2)^*.$$

Если массы шаров одинаковы, то  $v = (v_1 + v_2)/2$ , т. е. после соударения шары будут двигаться со скоростью, равной среднему арифметическому из начальных скоростей.  $\odot$

### Примеры решения задач

**Задача 4.** Две гири весом  $P_1 = 19,6$  Н и  $P_2 = 9,8$  Н соединены нитью и перекинуты через невесомый блок (рис. 13). Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силу натяжения  $T$  нити.

\* Если шары движутся навстречу друг другу, то скорость второго шара надо брать со знаком минус.

**Решение.** Ускоряющая сила  $F = P_1 - P_2$ , или, по второму закону Ньютона,  $F = (m_1 + m_2)a$ , где  $m_1 = P_1/g$  и  $m_2 = P_2/g$  — массы гири. Тогда из равенства  $(m_1 + m_2)a = P_1 - P_2$  получим

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{9,8 \text{ Н}}{3 \text{ кг}} = 3,27 \text{ м/с}^2.$$

Сила натяжения нити со стороны первой (падающей) гири

$$T_1 = P_1 - m_1 a = 19,6 - 2 \cdot 3,27 = 13,1 \text{ (Н).}$$

Сила натяжения нити со стороны второй (поднимающейся) гири

$$T_2 = P_2 + m_2 a = 9,8 + 1 \cdot 3,27 = 13,1 \text{ (Н).}$$

Таким образом,  $T_1 = T_2$ , чего и следовало ожидать, учитывая невесомость (безинерционность) блока. Общее доказательство этого нетрудно получить, подставив выражение ускорения  $a$  в формулы для  $T_1$  и  $T_2$ , что предоставляем читателям.

**Задача 5.** Граната, летящая со скоростью  $v = 10 \text{ м/с}$ , при разрыве разлетелась на два осколка. Большой осколок, масса  $m_1$  которого составляла 60% массы  $m$  всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью  $v_1 = 25 \text{ м/с}$ . Найти скорость  $v_2$  меньшего осколка.

**Решение.** Рассматривая гранату как изолированную систему, можно написать по закону сохранения импульса (6)

$$mv = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

где  $m_2$  — масса меньшего осколка.

Очевидно, что  $m_1 = 0,6 m$  и  $m_2 = m - 0,6 m = 0,4 m$ . Поэтому  $mv = 0,6 mv_1 + 0,4 mv_2$ , откуда

$$v_2 = \frac{v - 0,6v_1}{0,4} = \frac{10 - 15}{0,4} = -12,5 \text{ (м/с).}$$

Знак минус показывает, что меньший осколок летит в направлении, противоположном первоначальному направлению движения гранаты.

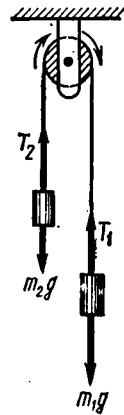


Рис. 13

### Контрольные вопросы

29. Чему равен угол между силами, возникающими при взаимодействии двух тел? 30. Два человека тянут веревку в противоположные стороны с силой 40 Н каждый. Разорвется ли веревка, если она выдерживает силу натяжения только до 48 Н? 31. Чему равно отношение силы, действующей на тело, к ускорению, которое она сообщает телу? 32. Что называется импульсом силы и импульсом тела? 33. Что называется изолированной системой? 34. В каких единицах выражается импульс тела? 35. Сформулируйте закон сохранения импульса. 36. Какое свойство тела называется инер-

- цией? 37. В каких единицах выражается вес тела? 38. Какой величиной является импульс: скалярной или векторной? 39. Какой закон лежит в основе реактивного движения? 40. Какое условие необходимо для движения тела по инерции? 41. Что называется центральным ударом абсолютно неупругих шаров? 42. Два абсолютно неупругих шара двигались навстречу друг другу. Чему равна их скорость после центрального соударения, если масса первого шара втрое меньше, а скорость втрое больше, чем второго шара?

## § 10. Силы упругости

До сих пор мы говорили о силе вообще, не интересуясь ее происхождением. Теперь перейдем к изучению некоторых конкретных разновидностей сил, широко представленных в природе и технике и играющих важную роль в *механических процессах*. К ним относятся силы упругости, трения, тяготения и некоторые другие. Начнем с рассмотрения сил упругости.

Как уже отмечалось, сила может деформировать тело — смещать составляющие его частицы относительно друг друга. При этом (в соответствии с третьим законом Ньютона) внутри деформированного тела возникает противодействующая сила, равная по модулю деформирующей силе и называемая *силой упругости*. Например, груз, растягивающий пружину, подвергается действию силы упругости пружины. Силы упругости обусловлены взаимодействием между частицами (*молекулами и атомами*) тела и имеют в конечном счете электрическую природу (см. ч. I, § 37 и 53).

Существует несколько видов деформации тел: одностороннее растяжение или сжатие, всестороннее растяжение или сжатие, кручение, сдвиг, изгиб. Каждый вид деформации вызывает появление соответствующей силы упругости. Опыт показывает, что

*сила упругости  $F$ , возникающая при малых деформациях любого вида, пропорциональна деформации (смещению)  $\Delta x$  [закон Гука]:*

$$F = -k \cdot \Delta x, \quad (9)$$

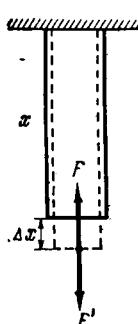


Рис. 14

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. Знак минус указывает на противоположность направлений силы упругости и смещения.

Деформация называется *упругой*, если после устранения деформирующей силы силы упругости полностью восстанавливают первоначальные форму и размер тела. При малых смещениях  $\Delta x$  деформацию реальных тел можно считать упругой. При больших смещениях  $\Delta x$  возникает *остаточная деформация* — тело не восстанавливает полностью свою форму и размер (см. § 54). При значительных деформациях может даже произойти разрушение тела (разрыв — при растяжении, излом — при изгибе и т. п.).

Пусть к нижнему концу закрепленного стержня длиной  $x$  и площадью поперечного сечения  $S$  приложена деформирующая сила  $F'$ . Стержень удлинится на  $\Delta x$ , и в нем возникнет сила упругости  $F = -F'$ . Следовательно, стержень испытывает упругую деформацию одностороннего растяжения (рис. 14). Опыт показывает, что удлинение пропорционально деформирующей силе и первоначальной длине стержня и обратно пропорционально площади его поперечного сечения:

$$\Delta x = \frac{F'x}{ES} = -\frac{Fx}{ES}, \quad (10)$$

откуда

$$F = -\frac{ES \cdot \Delta x}{x}, \quad (11)$$

где  $E$  — коэффициент, характеризующий упругие свойства вещества стержня и называемый *модулем упругости* или *модулем Юнга*. Согласно формуле (10),

$$E = \frac{F'x}{S \cdot \Delta x}. \quad (12)$$

Полагая  $\Delta x = x$  и  $S = 1$ , получим  $E = F'$ , т. е.

*модуль упругости вещества равен отношению силы, растягивающей вдвое стержень из этого вещества, к площади поперечного сечения стержня\**.

Модуль упругости выражается в *паскалях* (Па).

Очевидно, что все изложенное ранее остается справедливым и для деформации одностороннего сжатия, если считать  $\Delta x$  не удлинением, а укорочением стержня.

Не останавливаясь на других видах деформации, отметим только, что все они в конечном счете могут быть сведены к соответствующим комбинациям деформаций одностороннего растяжения и сжатия. Например, деформация изгиба стержня сводится к деформации одностороннего растяжения верхней части стержня при одновременной деформации одностороннего сжатия нижней его части (рис. 15;  $F'$  и  $F$  — деформирующие силы). Поэтому при изгибе верхняя часть стержня как бы работает на растяжение, а нижняя — на сжатие. Очевидно, что средняя часть стержня почти не оказывает сопротивления изгибу. Это обстоятельство учитывается в технике и находит отражение в природе.

© Например, стержни, работающие на изгиб, обычно делают полыми (трубчатыми), чем достигается экономия материала и облегчение конструкций без ущерба для прочности. Стебли злаковых растений и кости птиц имеют трубчатое строение, молодые неокрепшие листья бывают свернуты трубкой и т. п. ©

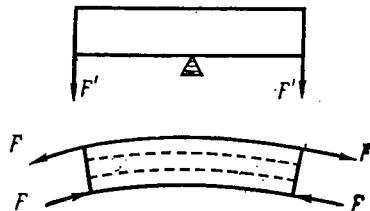


Рис. 15

## § 11. Силы трения

Весьма распространенным взаимодействием тел является трение. Сила, препятствующая скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга, называется *силой трения*. Она направлена по касательной к поверхности соприкосновения тел противоположно скорости скольжения данного тела (*трение скольжения*). Трение существует и в случае неподвижных относительно друг друга тел (*трение*

\* Следует отметить, что практически измерять модуль упругости таким методом нельзя, так как подавляющее большинство реальных тел разрушается при растяжениях, значительно меньших двухкратного.

покоя). Максимальная сила трения покоя равна той наименьшей, внешней силе, которая вызывает скольжение тел. С момента начала скольжения сила трения несколько уменьшается (сила трения скольжения всегда меньше максимальной силы трения покоя).

Благодаря трению *равномерное прямолинейное движение тела возможно только тогда, когда сила трения скольжения уравновешена внешней (движущей) силой*.

Трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей — взаимным зацеплением выступов на них. При достаточно гладких поверхностях главной причиной трения становятся силы сцепления между молекулами трущихся поверхностей (см. § 38). Опыт показывает, что

*сила трения  $F_{tr}$  пропорциональна силе  $N$ , прижимающей соприкасающиеся тела друг к другу (т. е. силе нормального давления\*)*:

$$F_{tr} = kN. \quad (13)$$

Множитель  $k$  называется *коэффициентом трения*. Он зависит от рода вещества и качества обработки трущихся поверхностей. В некоторой мере он зависит также от относительной скорости скольжения и от внешних условий (температуры, влажности и т. п.). Следует отметить, что коэффициент трения является довольно грубой характеристикой сил трения. Определяется он экспериментально по формуле (13). В технических таблицах обычно даются средние значения коэффициента трения. Например, для стали по стали  $k = 0,17$ , для стали по дереву  $k = 0,48$ .

Трение играет большую роль в природе и технике. Посредством трения осуществляется необратимый переход всех видов энергии в теплоту. Благодаря трению приходит в движение и останавливается транспорт. Действие органов передвижения и хватательных органов живых существ основано на трении скольжения. Трение удерживает корни растений в почве, песок — в железнодорожной насыпи и т. п.

В сельскохозяйственной практике на различии значений коэффициента трения у семян разных зерновых культур основано разделение смеси этих семян на составные части. Смесь зерен, например, овса и проса, медленно высыпается из бункера на движущуюся бесконечную ленту, расположенную под углом к горизонту. Угол наклона ленты подбирается так, чтобы зерна овса удерживались на ней силой трения и увлекались вверх, а зерна проса, у которых коэффициент трения с материалом ленты меньше, чем у зерен овса, скользили по ленте вниз. В результате зерна сея и проса ссыпаются с разных сторон «ленточного сепаратора». ◎

В тех случаях, когда трение играет вредную роль, его уменьшают, помещая между трущимися поверхностями вязкую жидкость (смазку). Тем самым внешнее трение твердых тел заменяют значительно меньшим *внутренним трением* жидкости (см. § 60).

\* В случае скольжения тела по горизонтальной поверхности сила нормального давления равна весу тела.

Другой способ уменьшения трения — замена скольжения *качением*: применение колес, катков, шариковых и роликовых подшипников. Коеффициент трения качения в десятки раз меньше коэффициента трения скольжения. Существенно, что сила трения качения обратно пропорциональна радиусу катящегося тела. В связи с этим у транспорта, предназначенного для движения по плохим дорогам (у телег, например), колеса имеют большой радиус. Сила трения качения выражается формулой

$$F_{\text{тр.к}} = \eta N / R,$$

где  $N$  — сила нормального давления;  $R$  — радиус катящегося тела;  $\eta$  — коэффициент трения, зависящий от свойств материала со-прикасающихся поверхностей; как видно из формулы,  $\eta$  имеет раз мерность длины.

В природе трение качения встречается редко. Можно только указать на шарообразность семян некоторых растений (горох, каштан, орех), способствующую откатыванию этих семян на более далекие расстояния от материнского растения.

## § 12. Силы тяготения

Изучая движение небесных тел и падение тел в земных условиях, Ньютон установил, что

*материальные точки притягиваются друг к другу с силой  $F$ , пропорциональной их массам  $m_1$  и  $m_2$  и обратно пропорциональной квадрату расстояния  $r$  между ними [закон всемирного тяготения]!*

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (14)$$

Закон справедлив также для взаимодействия шаров и взаимодействия большого шара с малым телом. При этом под  $r$  следует понимать расстояние между центрами шаров. Коэффициент  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  был определен экспериментально и назван *гравитационной постоянной*\*. Согласно формуле (14), физический смысл гравитационной постоянной заключается в том, что она равна выраженной в ньютонах силе тяготения между двумя точечными массами по 1 кг каждая, находящимися на расстоянии 1 м друг от друга.

○ Из формулы (14) следует, что силы тяготения (гравитационные силы) огромны для небесных тел и ничтожны для микрочастиц. Так, сила тяготения между Землей и Луной имеет порядок  $10^{20}$  Н, а между двумя почти соприкасающимися ( $r = 3 \cdot 10^{-8}$  см) молекулами кислорода —  $10^{-32}$  Н. ○

Притяжение между телами осуществляется через пространство, которое, *казалось бы*, не заполнено никакой материальной средой. Однако такое представление привело бы к идеализму — к необхо-

\* Впервые гравитационная постоянная измерена Г. Кавендишем (1798) с помощью крутых весов.

димости приписать осуществление взаимодействия между телами некоему духовному началу. Согласно материалистической философии, взаимодействие между материальными телами может осуществляться только *материальным посредником*. В данном случае таким посредником является *гравитационное поле* (поле силы тяготения).

*Гравитационное поле — это особый вид материи, посредством которого осуществляется взаимное притяжение тел.*

Формально гравитационное поле можно определить как пространство, в котором действуют гравитационные силы. Однако при этом надо отчетливо представлять, что поле *материально*.

Все сказанное полностью относится и к другому виду взаимодействия через пространство — к электромагнитному взаимодействию, которое будет рассмотрено позднее (см. ч. II). Вообще современная физика считает, что существует *два вида материи: вещество и поле*. Свойства поля существенно отличаются от свойств вещества. Если вещество подвержено действию некоторого поля, то и само оно способно создавать такое поле. Поэтому всякое взаимодействие тел через пространство можно схематически представить следующим образом: первое тело создает поле, которое действует на второе тело; в свою очередь второе тело действует своим полем на первое тело. Взаимоотношения поля с веществом (частицами) исследованы еще не достаточно. Изучение этих взаимоотношений составляет одну из важнейших проблем современной физики.

Возвращаясь к закону всемирного тяготения и применяя его к случаю взаимодействия земного шара с телами, расположенными вблизи земной поверхности, получим

$$F = G \frac{Mm}{(R+h)^2},$$

где  $M$  — масса Земли,  $R$  — ее радиус,  $m$  — масса тела,  $h$  — его высота над земной поверхностью. Так как  $R \gg h$ , то выражение силы тяготения тел к Земле можно представить в виде

$$F = G \frac{Mm}{R^2}. \quad (15)$$

С другой стороны,

$$F = mg, \quad (16)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения тел вблизи земной поверхности. Из формул (15) и (16) следует, что

$$g = G \frac{M}{R^2} = \text{const}, \quad (17)$$

так как  $G$ ,  $M$  и  $R$  — постоянные величины. Таким образом, из закона всемирного тяготения следует, что вблизи Земли все тела падают с одинаковым ускорением  $g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ .

Строго говоря, благодаря вращению Земли вокруг своей оси ускорение  $g$  не является постоянным, а несколько изменяется в за-

в зависимости от широты и высоты места (приведенное значение  $g$  соответствует широте  $45^\circ$  на уровне моря). В этой связи оказывается переменной величиной и сила тяжести (см. § 15).

### § 13. Силы, возникающие при криволинейном движении

Равномерное движение тела по окружности характеризуется, как мы видели, центростремительным ускорением (см. § 6). Сила любой природы, вызывающая это ускорение, называется *центростремительной*. Она приложена к телу, направлена к центру окружности и, согласно второму закону Ньютона, равна

$$F_{\text{цс}} = ma_{\text{цс}} = mv^2/R = m\omega^2R, \quad (18)$$

где  $m$  — масса тела,  $a_{\text{цс}}$  — центростремительное ускорение,  $v$  и  $\omega$  — линейная и угловая скорости,  $R$  — радиус окружности.

Центростремительная сила создается *связью*, удерживающей тело на окружности; она обусловлена *реакцией связи* на стремление тела удаляться от центра окружности.

Рассмотрим в качестве примера движение шарика по окружности на резиновом шнуре (рис. 16). Сообщим шарику  $A$  скорость  $v$  перпендикулярно шннуру (связи)  $OA$ , закрепленному в точке  $O$ . Шарик начнет двигаться по инерции прямолинейно, удаляясь от точки  $O$ . При этом шнур растягивается и возникающая в нем сила упругости, препятствуя прямолинейному движению шарика, заставит шарик двигаться по раскручивающейся спирали. Когда возрастающая по мере растяжения шнура сила упругости станет достаточной для того, чтобы воспрепятствовать удалению шарика от точки  $O$ , он начнет двигаться по окружности радиусом  $R$ . Очевидно, что при этом сила упругости связи равна центростремительной силе:  $F_{\text{цс}} = mv^2/R$ . Таким образом, в данном случае роль центростремительной силы играет сила упругости шнура.

Согласно третьему закону Ньютона, вместе с центростремительной силой, приложенной к телу, возникает равная ей по величине, но противоположно направленная сила, приложенная к связи: она называется *центробежной силой*.

Если по какой-либо причине скорость шарика возрастет до значения  $v_1 > v$ , то он опять начнет удаляться от центра  $O$  по спирали до тех пор, пока сила упругости дополнительно растянувшегося шнуря не заставит его двигаться по окружности радиусом  $R_1 > R$ . При этом опять сила упругости связи станет равна центростремительной силе:  $F_{\text{цс}} = mv_1^2/R_1$ .

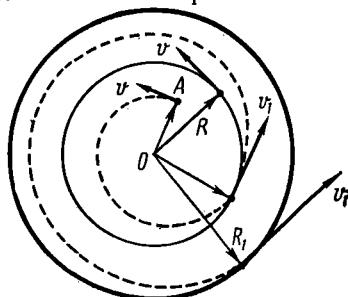


Рис. 16

На этом принципе основано, например, действие регулятора Уатта, в котором связью грузов с осью вращения служит шарниро-рычажная система.

При некоторой достаточно большой скорости вращения шнур не выдержит растяжения и разорвется, а шарик полетит прямолинейно по касательной к окружности. Именно так летят раскаленные частицы — искры, открывающиеся от точильного круга.

Разрыв связи может произойти у махового колеса при слишком большой скорости вращения.

На разрыве связи основано действие таких механизмов, как, например, сушильная машина, медогонка, молочный сепаратор, центробежный насос (в частности, воздушный насос веялки), зерноочистительная установка «Змейка». В сушильной машине связью является сцепление воды с тканью, в медогонке — сцепление меда с сотами, в сепараторе — вязкость молока\*, в центробежном насосе — трение воды (или воздуха) о вращающиеся лопасти насоса, в «Змейке» — трение зерен о винтовые желоба.

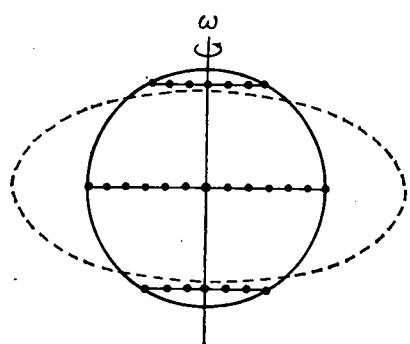


Рис. 17

Примером природного центробежного механизма может служить мак-самосейка. Верхушка раскачиваемого ветром растения быстро описывает круговые дуги. При этом спелые семена, связанные с коробочкой только трением, разбрасываются через верхние ее отверстия по касательным к этим дугам.

Рассмотрим еще один пример — вращение эластичного резинового шара

с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, проходящей через его центр (рис. 17). Мысленно разобьем шар на маленькие частицы — шарики одинаковой массы и представим, что сцепление между ними обеспечивается резиновыми шнурками (связями), к которым шарики прикреплены. Так как массы и угловые скорости у всех шариков одинаковы, то [см. (18)] наибольшая центростремительная сила будет действовать на шарики, наиболее удаленные от оси вращения. Таких шариков больше всего в «экваториальном» слое шара и меньше всего в «приполярных» слоях. Поэтому связи сильнее растянутся в «экваториальном» слое. В результате шар примет форму эллипсоида вращения. Аналогично деформируется земной шар: он растянут у экватора и приплоснут у полюсов так, что экваториальный радиус на  $1/300$  больше полярного\*\*. ◎

\* Отделение сливок в сепараторе обусловлено тем, что частицы жира и обрата имеют различные массы и потому на эти частицы действуют различные центростремительные силы [см. (18)]. Расслоение молока в сепараторе под действием центростремительной силы подобно отставанию его в неподвижном сосуде под действием силы тяжести. Только в сепараторе молоко «отстает» вертикальными слоями и очень быстро (так как центростремительная сила значительно превышает силу тяжести).

\*\* В связи с неоднородностью состава Земли она имеет форму геоида, близкую к эллипсоиду вращения.

## § 14. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Силы инерции

*Система отсчета, движущаяся (относительно звезд) равномерно и прямолинейно (т. е. по инерции), называется инерциальной.*

Очевидно, что таких систем отсчета — неисчислимое множество, поскольку любая система, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы отсчета равномерно и прямолинейно, тоже инерциальна. Системы отсчета, движущиеся (относительно инерциальной системы) с ускорением, называются *неинерциальными*. Опыт показывает, что

*во всех инерциальных системах отсчета все механические процессы протекают совершенно одинаково (при одинаковых условиях) [механический принцип относительности (или принцип относительности Галилея)].*

Этот принцип назван по имени *Г. Галилея*, сформулировавшего его в 1636 г. на примере механических процессов, совершающихся в каюте корабля, плывущего равномерно и прямолинейно по спокойному морю. Для наблюдателя, находящегося в каюте, колебание маятника, падение тел и другие механические процессы протекают точно так же, как и на неподвижном корабле. Поэтому, наблюдая эти процессы, невозможно установить ни скорость, ни даже сам факт движения корабля. Чтобы судить о движении корабля относительно какой-либо системы отсчета (например, поверхности воды), необходимо вести наблюдения и за этой системой (видеть, как удаляются предметы, лежащие на воде, и т. п.).

К началу XX в. выяснилось, что не только механические, но и тепловые, электрические, оптические и все другие процессы и явления природы протекают совершенно одинаково во всех инерциальных системах отсчета. На этом основании *А. Эйнштейн* в 1905 г. сформулировал *обобщенный принцип относительности*:

*во всех инерциальных системах отсчета все физические процессы протекают совершенно одинаково при одинаковых условиях [принцип относительности Эйнштейна].*

Этот принцип наряду с положением о независимости скорости распространения света в вакууме от движения источника света (см. § 20 и ч. II, § 52) положен в основу *специальной теории относительности*, разработанной Эйнштейном.

*Законы Ньютона и другие рассмотренные нами законы динамики выполняются только в инерциальных системах отсчета.* В неинерциальных системах отсчета эти законы, вообще говоря, уже несправедливы. Рассмотрим простой пример, поясняющий последнее утверждение.

На совершенно гладкой платформе, движущейся равномерно и прямолинейно, лежит шар массой  $m$ ; на этой же платформе находится наблюдатель. Другой наблюдатель стоит на Земле недалеко от места, мимо которого вскоре должна пройти платформа. Очевидно, что оба наблюдателя связаны с инерциальными системами отсчета.

Пусть теперь, в момент прохождения мимо наблюдателя, связанного с Землей, платформа начнет двигаться с ускорением  $a$ , т. е. сделается *неинерциальной* системой отсчета. При этом шар, ранее покончившийся относительно платформы, придет (относительно нее же) в движение с ускорением  $a$ , противоположным по направлению и равным по значению ускорению, приобретенному платформой. Выясним, как выглядит поведение шара с точек зрения каждого из наблюдателей\*.

Для наблюдателя, связанного с инерциальной системой отсчета — Землей\*\*, шар продолжает двигаться равномерно и прямолинейно в полном соответствии с законом инерции (поскольку на него не действуют никакие силы, кроме силы тяжести, уравновешиваемой реакцией опоры).

Наблюдателю, связанному с *неинерциальной* системой отсчета — платформой, представляется иная картина: шар приходит в движение и приобретает ускорение *без воздействия силы* (поскольку наблюдатель не обнаруживает воздействия на шар каких-либо других тел, сообщающих шару ускорение). Это явно противоречит закону инерции. Не выполняется и второй закон Ньютона: применив его, наблюдатель получил бы, что  $O$  (сила) =  $-ma$ , а это невозможно, так как ни  $m$ , ни  $a$  не равны нулю.

Можно, однако, сделать законы динамики применимыми и для описания движений в *неинерциальных* системах отсчета, если ввести в рассмотрение силы особого рода — *силы инерции*. Тогда в нашем примере наблюдатель, связанный с платформой, может считать, что шар пришел в движение под действием силы инерции

$$F_i = -ma.$$

Введение силы инерции позволяет записывать второй закон Ньютона (и его следствия) в обычной форме (см. § 7); только под действующей силой надо теперь понимать *результатирующую* «обычных»  $F$  и инерциальных  $F_i$  сил:

$$F + F_i = ma, \quad (19)$$

где  $m$  — масса тела,  $a$  — его ускорение.

Силы инерции мы назвали силами «особого рода», во-первых, потому, что они действуют только в неинерциальных системах отсчета, и, во-вторых, потому, что для них в отличие от «обычных» сил невозможно указать, действием каких именно других тел (на

\* Наблюдатели введены только для большей наглядности объяснения. Поведение шара можно было бы фиксировать и объективными средствами (скажем, киноаппаратом и соответствующими измерительными приборами).

\*\* Хотя Земля движется не прямолинейно и не равномерно, ее допустимо считать инерциальной системой отсчета, поскольку ее ускорения весьма малы (центростремительное ускорение суточного вращения экваториальных областей земной поверхности составляет около  $0,03 \text{ м/с}^2$ , а центростремительное ускорение годового вращения Земли вокруг Солнца не превышает  $0,001 \text{ м/с}^2$ ).

рассматриваемое тело) они обусловлены. Очевидно, по этой причине к силам инерции невозможно применить третий закон Ньютона (и его следствия); это является третьей особенностью сил инерции.

Невозможность указать отдельные тела, действием которых (на рассматриваемое тело) обусловлены силы инерции, не означает, конечно, что возникновение этих сил вообще не связано с действием каких-либо материальных тел. Имеются серьезные основания предполагать, что силы инерции обусловлены действием всей совокупности тел Вселенной (массой Вселенной в целом).

Дело в том, что между силами инерции и силами тяготения существует большое сходство: и те и другие пропорциональны массе тела, на которое они действуют, и потому ускорение, сообщаемое телу каждой из этих сил, не зависит от массы тела. При определенных условиях эти силы вообще невозможно различить. Пусть, например, где-то в космическом пространстве движется с ускорением (обусловленным работой двигателей) космический корабль. Находящийся в нем космонавт при этом испытывает силу, прижимающую его к «полу» (задней по отношению к направлению движения стенке) корабля. Эта сила создаст точно такой же эффект и вызовет у космонавта такие же ощущения, какие вызвала бы соответствующая сила тяготения.

Если космонавт считает, что его корабль движется с ускорением относительно Вселенной, то он назовет действующую на него силу *силой инерции*. Если же космонавт считает свой корабль неподвижным, а Вселенную — несущейся мимо корабля с таким же ускорением  $a$ , то он назовет эту силу *силой тяготения*. И обе точки зрения будут совершенно равноправными. Никакой эксперимент, выполненный внутри корабля, не сможет доказать правильность одной и ошибочность другой точек зрения. ☺

Из рассмотренного и других аналогичных примеров следует, что *ускоренное движение системы отсчета эквивалентно (по своему действию на тела) возникновению соответствующих сил тяготения [принцип эквивалентности сил тяготения и инерции (принцип эквивалентности Эйнштейна)]*.

Данный принципложен в основу *общей теории относительности*.

Силы инерции возникают не только в прямолинейно движущихся, но и во вращающихся неинерциальных системах отсчета. Пусть, например, на горизонтальной платформе, которая может вращаться вокруг вертикальной оси, лежит тело массой  $m$ , связанное с центром вращения  $O$  резиновым шнуром (рис. 18). Если платформа начнет вращаться с угловой скоростью  $\omega$  (и, следовательно, превратится в неинерциальную систему), то благодаря трению тело тоже будет вовлечено во вращение. Вместе с тем оно будет перемещаться в радиальном направлении от центра платформы до тех пор, пока возрастающая сила упругости растягивающегося шнура не остановит это перемещение. Тогда тело начнет вращаться на расстоянии  $r$  от центра  $O$ .

С точки зрения наблюдателя, связанного с платформой, перемещение шара относительно нее обусловлено некоторой силой  $F_{\text{ин}}$ . Это есть *сила инерции*, поскольку она не вызвана действием на шар

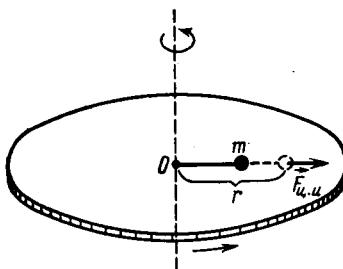


Рис. 18

других определенных тел; ее называют *центробежной силой инерции*. Очевидно, что центробежная сила инерции равна по модулю и противоположна по направлению силе упругости растянутого шнуря, играющей роль *центростремительной силы*, которая действует на тело, вращающееся по отношению к инерциальной системе (см. § 13). Поэтому

$$F_{\text{ц.и}} = m\omega^2 r, \quad (20)$$

следовательно, центробежная сила инерции пропорциональна расстоянию тела от оси вращения.

Отметим, что центробежную силу инерции не следует смешивать с «обычной» центробежной силой, упомянутой в конце § 13. Это силы различной природы, приложенные к разным объектам: центробежная сила инерции приложена к телу, а центробежная сила — к связи.

В заключение отметим, что с позиции принципа эквивалентности сил тяготения и инерции простое объяснение получает действие всех *центробежных механизмов*: насосов, сепараторов и т. п. (см. § 13).

Любой центробежный механизм можно рассматривать как вращающуюся неинерциальную систему, вызывающую появление поля тяготения радиальной конфигурации, которое в ограниченной области значительно превосходит поле земного тяготения. В этом поле более плотные частицы вращающейся среды или частицы, слабо связанные с ней, отходят к ее периферии (как бы идут «ко дну»).

### § 15. Вес тел. Ускорение свободного падения.

#### Невесомость

Введение сил инерции упрощает и делает более наглядным решение целого ряда вопросов и задач о движении тел в *неинерциальных системах*. Получим сейчас уточненные выражения веса тела и ускорения свободного падения (см. § 12).

*Сила, с которой тело притягивается к Земле, называется силой тяжести.*

*Вес тела равен силе, с которой неподвижное относительно Земли и находящееся в пустоте тело давит на горизонтальную опору или растягивает пружину вследствие притяжения к Земле.*

Таким образом, вес тела *равен* силе тяжести; поэтому мы зачастую будем пользоваться этими терминами как равнозначными\*.

Если бы Земля не имела суточного вращения, то вес тела был бы равен силе тяготения тела к Земле, определяемой по формуле (15). Благодаря суточному вращению Земли (в котором участвуют и все земные тела) на тело  $M$ , лежащее на земной поверхности, кроме силы тяготения  $F$ , направленной по радиусу  $R$  к центру  $O$  Земли, действует центробежная сила инерции  $F_{\text{ц.и}}$ , направленная по линии

\* Строго говоря, сила тяжести и вес не тождественные понятия: сила тяжести приложена к телу, а вес — к опоре (подставке, подвесу и т. п.). По этому вес проявляется только при соприкосновении тела с опорой.

продолжения радиуса  $r$  от оси вращения Земли (рис. 19)\* . Разложим  $F_{ц.и}$  на две составляющие:  $F'_{ц.и}$  — в направлении радиуса  $R$  и  $F''_{ц.и}$  — в направлении, перпендикулярном  $R$ . Составляющая  $F''_{ц.и}$  уравновешивается силой трения о земную поверхность; составляющая  $F'_{ц.и}$  противодействует силе тяготения тела к Земле. Поэтому сила притяжения тела к Земле, т. е. вес  $P$  тела выразится разностью силы тяготения  $F$  и составляющей центробежной силы инерции  $F'_{ц.и}$ :

$$P = F - F'_{ц.и} = F - F_{ц.и} \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  — географическая широта места нахождения тела. Учитывая формулы (15) и (20), получим

$$P = GmM/R^2 - m\omega^2 r \cos \varphi,$$

где  $m$  — масса тела,  $M$  — масса Земли,  $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$  рад/с — угловая скорость суточного вращения Земли. Но  $r = R \cos \varphi$ , поэтому

$$P = GmM/R^2 - m\omega^2 R \cos^2 \varphi. \quad (21)$$

Из формулы (21) следует, что вес тела зависит от широты места: уменьшается от полюса к экватору благодаря увеличению в этом направлении  $\cos \varphi$  и  $R$  (см. § 13). На полюсе

$$P = GmM/R^2,$$

на экваторе  $P = GMm/R^2 - m\omega^2 R$ .

Так как ускорение свободного падения  $g = P/m$ , то

$$g = GM/R^2 - \omega^2 R \cos^2 \varphi. \quad (22)$$

Следовательно, ускорение свободного падения также уменьшается от полюса к экватору. Правда, это уменьшение столь мало (не превышает 0,5%), что во многих практических расчетах его не учитывают.

С помощью сил инерции можно объяснить *состояние невесомости*. Тело, подверженное этому состоянию, не оказывает давления на опоры, даже находясь в соприкосновении с ними; при этом тело не испытывает деформации.

Состояние невесомости наступает в случае, когда на тело действует *только* сила тяготения, т. е. когда тело *свободно* движется в поле тяготения\*\* .

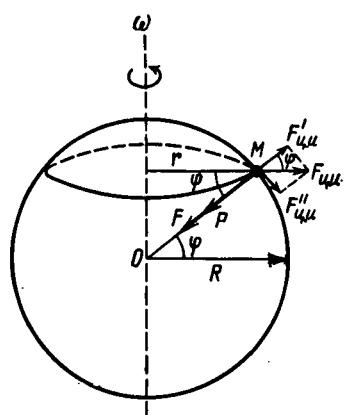


Рис. 19

\* В данном случае мы уже учитываем неинерциальность Земли как системы отсчета.

\*\* Само собой разумеется, что тело невесомо и в случае, когда на него вообще не действуют никакие внешние силы.

Θ Это происходит, например, в искусственном спутнике Земли, выведенном на орбиту и свободно движущемся в поле земного тяготения, т. е. вращающемся вокруг Земли (см. § 19).

При вращательном движении возникает, как мы уже знаем, центробежная сила инерции. Так как центробежная сила инерции, действующая на *каждую* частицу тела, находящегося в спутнике (и самого спутника), равна по модулю и противоположна по направлению силе тяготения, действующей на соответствующую частицу, то эти силы взаимно уравновешиваются. В результате тело не подвергается деформации и не оказывает давления на стекла спутника (и другие возможные опоры), т. е. оно оказывается невесомым.

Невесомыми становятся и тела, находящиеся в космическом корабле, свободно (с выключенными двигателями) перемещающимся по любой траектории в безвоздушном пространстве в поле тяготения\*. Разумеется, что вместе со всеми телами, находящимися в корабле, становится невесомым и космонавт.

Физиологическое ощущение невесомости у космонавта выражается в отсутствии привычных напряжений и нагрузок, которые обусловлены силой тяжести. Прекращается деформация внутренних органов, исчезает постоянное напряжение ряда скелетных мышц, нарушается деятельность вестибулярного аппарата (обеспечивающего чувство равновесия человека), пропадает чувство «вверх» и «вниз», осложняется осуществление некоторых естественных функций организма. Столь привычные действия, как, например, выливание воды из сосуда, тоже вызывают затруднения: воду приходится буквально вытряхивать из сосуда.

Для устранения перечисленных и других трудностей при длительном пребывании человека в космосе на космической станции предполагается создавать искусственную «весомость». С этой целью станцию будут конструировать в виде большого вращающегося диска с рабочими помещениями, расположенными на его периферии. Возникающая при этом центробежная сила инерции будет выполнять роль недостававшей силы тяготения.

Интересно отметить влияние невесомости на развитие растений. Если в земных условиях растения вытягиваются вдоль силовых линий гравитационного поля, то, согласно экспериментам космонавтов П. И. Климук и В. И. Севастьянова, проведенным на космическом корабле, в условиях невесомости растение (орох) прорастает в том направлении, откуда его освещают.

С вращением Земли вокруг своей оси связано еще одно немаловажное явление: отклонение тел, движущихся по земной поверхности, от первоначального направления. Пусть тело массой  $m$ , двигаясь прямолинейно в северном полушарии, например вдоль меридиана, переместилось с широты  $\Phi_1$ , которой соответствует линейная скорость  $v_1$ , на широту  $\Phi_2$ , которой соответствует скорость  $v_2$  (рис. 20). Сохраняя по инерции свою первоначальную скорость  $v_1$ , тело имеет на широте  $\Phi_2$  большую скорость, чем находящаяся под ним земная поверхность. Иначе говоря, на широте  $\Phi_2$  тело приобретает ускорение  $a_K$  относительно земной поверхности, направленное вправо перпендикулярно перемещению  $s$  тела. В результате тело отклонится вправо от первоначального (меридионального) направления движения и его траектория (относительно земной поверхности) окажется *криволинейной*.

Наблюдатель, связанный с вращающейся Землей (и потому не замечающий ее вращения), объяснит данное явление действием на тело некоторой силы

\* Вид траектории зависит от конфигурации поля тяготения и от величины и направления скорости, заданной кораблю в момент выключения двигателей.

инерции, направленной вправо перпендикулярно скорости перемещения тела и равной  $F_K = m a_K$ . Эта сила получила название *кориолисовой силы* или *силы Кориолиса*\*.

Сила Кориолиса действует только на движущиеся (относительно Земли) тела. Будучи перпендикулярной скорости движения тела, она изменяет только направление, но не модуль этой скорости; в северном полушарии кориолисова сила направлена вправо, в южном — влево. Во избежание недоразумений отметим, что сила Кориолиса возникает при любом (а не только при меридиональном) направлении движения тел.

Сила Кориолиса пропорциональна скорости движения тела, его массе и угловой скорости суточного вращения Земли. Поскольку угловая скорость вращения Земли невелика, сила Кориолиса может принимать большие значения и вызывать существенные отклонения только у тел, движущихся с большой скоростью (например, у находящихся в полете межконтинентальных баллистических ракет).

Если движение тел на земной поверхности ограничено (в боковом направлении) какой-либо связью, то тело давит на эту связь с силой, равной кориолисовой. При длительном воздействии сила Кориолиса, несмотря на ее сравнительно малое значение, вызывает заметный эффект. Благодаря ей реки северного полушария подмывают правые берега (закон Бера), а воздушные течения приобретают правое вращение (по часовой стрелке). Действием силы Кориолиса обусловлен и повышенный износ правого рельса железнодорожных путей в северном полушарии. ◎

### Примеры решения задач

**Задача 6.** К сухожилию длиной  $l = 12$  см и диаметром  $d = 1,6$  мм подвесили груз  $F = 68,6$  Н. При этом оно удлинилось до  $l_1 = 12,3$  см. Определить модуль упругости  $E$  сухожилия.

**Решение.** Сухожилие подвергается деформации одностороннего растяжения, поэтому [см. (12)]

$$E = F l / (S \Delta l),$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения,  $\Delta l$  — удлинение сухожилия.

Так как  $S = \pi d^2/4 = 3,14 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/4 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ , а  $\Delta l = l_1 - l = 0,123 \text{ м} - 0,120 \text{ м} = 0,003 \text{ м}$ , то

$$E = \frac{68,6 \text{ Н} \cdot 0,12 \text{ м}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 1,4 \cdot 10^9 \text{ Па.}$$

**Задача 7.** Найти силу тяги  $F$ , разываемую двигателем автомобиля, поднимающегося гору с ускорением  $a = 1 \text{ м}/\text{с}^2$  (рис. 21). Уклон горы равен 1 м на каждые 25 м пути, масса автомобиля  $m = 1000$  кг, коэффициент трения  $k = 0,1$ .

**Решение.** Определим силу тяжести автомобиля:

$$F = mg.$$

Разложим ее на две составляющие: силу  $F_1$ , скатывающую автомобиль с горы (параллельно поверхности горы), и силу  $F_2$ , прижимающую его к поверхности горы, т. е. силу нормального давления (перпендикулярна поверхности горы).

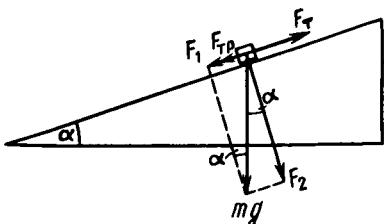


Рис. 21

\* Исследована впервые французским механиком Г. Кориолисом.

Двигатель автомобиля должен преодолевать скатывающую силу  $F_1$  и силу трения  $F_{\text{тр}}$ ; кроме того, он должен обеспечить автомобилю ускорение  $a$ . Поэтому сила тяги

$$F_t = F_1 + F_{\text{тр}} + F_{\text{уск}},$$

где  $F_{\text{уск}}$  — сила, сообщающая автомобилю ускорение  $a$ .

Угол  $\alpha$  наклона горы равен углу между силами  $F_2$  и  $mg$  (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами), а по условию задачи  $\sin \alpha = 1/25 = 0,04$ . По второму закону Ньютона,

$$F_{\text{уск}} = ma$$

Согласно формуле (13),  $F_{\text{тр}} = kF_2 = kmg \cos \alpha$ . Тогда

$$F_t = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha + mga/g = mg (\sin \alpha + k \cos \alpha + a/g) =$$

$$= 9,8 \cdot 10^3 \text{ Н} \left( 0,04 + 0,1 \cdot \sqrt{1 - 0,04^2} + \frac{1 \text{ м/с}^2}{9,8 \text{ м/с}^2} \right) = 2352 \text{ Н.}$$

**Задача 8.** Определить линейную скорость  $v$  движения Земли вокруг Солнца, принимая массу Солнца  $M = 2 \cdot 10^{30}$  кг и расстояние от Земли до Солнца  $R = 1,5 \cdot 10^8$  км. Орбиту Земли считать круговой.

**Решение.** На орбите Землю удерживает центростремительная сила  $F_{\text{цс}}$ , роль которой играет сила притяжения Солнца  $F$ . Поэтому  $F_{\text{цс}} = F$ . Но, согласно формулам (15) и (18),

$$F = GmM/R^2 \text{ и } F_{\text{цс}} = mv^2/R,$$

где  $m$  — масса Земли,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  — гравитационная постоянная. Тогда

$$mv^2/R = GmM/R^2,$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}}} = 29,8 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 29,8 \text{ км/с.}$$

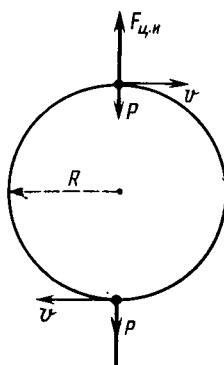


Рис. 22

**Задача 9.** Летчик массой  $m = 70$  кг описывает в самолете, летящем со скоростью  $v = 360$  км/ч, вертикальную петлю Нестерова радиусом  $R = 400$  м. Определить силу, прижимающую летчика к сиденью в верхней и нижней точках этой петли (рис. 22).

**Решение.** Воспользуемся представлением о силах инерции (см. § 14). В неинерциальной системе отсчета — самолете, делающем вертикальную петлю Нестерова, на летчика действуют две силы: сила тяжести  $P$  и сила нормального давления  $N$ . Поэтому сила  $F$ , прижимающая летчика к сиденью в любой точке петли, равна геометрической сумме сил  $P$  и  $F_{\text{ц.и.}}$

В верхней точке петли эта сила равна  $F_1 = F_{\text{ц.и.}} - P$ , а в нижней точке  $F_2 = F_{\text{ц.и.}} + P$ , где  $P = mg$ .

Так как центробежная сила инерции выражается той же формулой (18), что и центростремительная сила, то  $F_{\text{ц.и.}} = mv^2/R$ , тогда

$$F_1 = \frac{mv^2}{R} - mg = \frac{70 \text{ кг} \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^2}{400 \text{ м}} - 686 \text{ Н} = 1064 \text{ Н,}$$

$$F_2 = \frac{mv^2}{R} + mg = 2436 \text{ Н.}$$

## Контрольные вопросы

43. Сформулируйте закон Гука.  
 44. Перечислите виды деформации тела.  
 45. В каких единицах выражается модуль Юнга?  
 46. Объясните, почему стержни, работающие на изгиб, обычно делают полыми (трубчатыми).  
 47. Почему нагруженный автомобиль буксует на скользкой дороге меньше, чем ненагруженный?  
 48. Какая деформация называется упругой?  
 49. какие размерности имеют коэффициент трения скольжения, коэффициент трения качения?  
 50. Почему у телег делают колеса большого радиуса?  
 51. Сформулируйте закон всемирного тяготения.  
 52. Каков физический смысл гравитационной постоянной?  
 53. В каких ме-

- стах земного шара ускорение свободного падения равно  $9,81 \text{ м/с}^2$ ?  
 54. Сформулируйте принцип относительности Галилея и общий принцип относительности.  
 55. В каких системах отсчета действуют силы инерции?  
 56. Применим ли третий закон Ньютона к силам инерции?  
 57. Почему отделение слива в сепараторе происходит быстрее, чем при естественном отставании молока?  
 58. Почему в северном полушарии реки подмывают правый берег, а правые рельсы железной дороги изнашиваются сильнее левых?  
 59. В чем заключается принцип эквивалентности Эйнштейна?

## Глава III. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

### § 16. Работа и мощность

Пусть под действием постоянной силы  $F$  тело  $B$  совершило перемещение  $s$ . Очевидно, что перемещение тела обусловлено только касательной (к траектории) составляющей силы  $F \cos \alpha$ , которую мы будем называть движущей силой; нормальная составляющая силы не вызывает перемещения тела по пути  $s$  (рис. 23). Для характеристики перемещающего действия силы вводится понятие *работы*.

*Работа равна произведению движущей силы на перемещение:*

$$A = (F \cos \alpha) s = Fs \cos \alpha. \quad (1)$$

При  $0 < \alpha < 90^\circ$  работа положительна — сила вызывает перемещение тела; при  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  работа отрицательна — сила препятствует движению тела; при  $\alpha = 90^\circ$  сила не совершает работы по перемещению тела. Если направления силы и перемещения совпадают ( $\alpha = 0$ ), то

$$A = Fs. \quad (2)$$

Если тело перемещается под действием нескольких сил, то совершаемая ими работа равна сумме работ всех этих сил (т. е. равна работе результирующей этих сил). Отметим, что работа, определяемая произведением векторов силы и перемещения на косинус угла

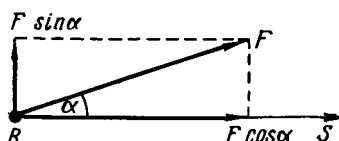


Рис. 23

между ними, является скалярной величиной. Физический смысл работы будет выяснен позже (см. § 17 и 18) в связи с понятием энергии.

Единицей работы является джоуль (Дж).

1 Дж — работа, совершенная силой 1 Н при перемещении тела на расстояние 1 м в направлении действия силы:

$$\text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

В случае переменной силы и криволинейного пути надо разбить весь путь  $s$  на столь малые (практически прямолинейные) отрезки  $\Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \dots, \Delta s_n$ , чтобы силы, действующие на каждом из них, можно было считать постоянными и соответственно равными  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ . Тогда полная работа на всем пути

$$A = \sum_{i=1}^{l=n} F_i \Delta s_i \cos \alpha_i.$$

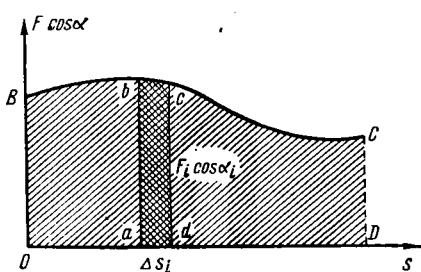


Рис. 24

Если график переменной силы изображается кривой  $BC$ , то работа на  $i$ -м отрезке пути графически представляется площадью узкого прямоугольника  $abcd$ , а полная работа на всем пути — площадью фигуры  $OBCD$  (рис. 24).

Если путь  $[OD]$  разбит на бесконечно малые отрезки  $ds$ , то сумма, стоящая в правой части последней формулы, переходит в интеграл и выражение работы представляется в виде

$$A = \int_0^{[OD]} F \cos \alpha ds.$$

Для оценки эффективности механизма важно знать, как быстро совершает он данную работу. С этой целью вводится понятие мощности.

Мощность  $N$  измеряется отношением работы  $\Delta A$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который она совершена:

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (3)$$

В случае движения тела с постоянной скоростью  $v$  под действием силы  $F$  (преодолевающей сопротивление движению) мощность может быть выражена формулой

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = Fv.$$

Единицей мощности в СИ служит ватт (Вт).

1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж:

$$\text{Вт} = \text{Дж}/\text{с}.$$

В случае переменной мощности вводятся понятия *средней мощности*

$$N_{cp} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

и *мгновенной мощности*

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt},$$

подобно тому, как вводились понятия средней и мгновенной скоростей (см. § 4).

## § 17. Энергия

Энергия является важнейшей физической величиной, характеризующей способность тела или системы тел совершать работу; она измеряется максимальной работой, которую *при определенных (заданных) условиях* может совершить эта система. Например, катящийся шар, сталкиваясь с некоторым телом, перемещает его, т. е. совершает работу. Следовательно, катящийся шар обладает энергией. Растворенная пружина, сокращаясь после устранения деформирующей силы, совершает работу по перемещению своих частей (витков) или какого-либо другого тела. Следовательно, растворенная пружина обладает энергией. Система, состоящая из земного шара и расположенного на некоторой высоте над ним тела, обладает энергией, так как при устранении связи, удерживающей тело на высоте, оно начнет двигаться (падать) и может совершать работу. Отметим, что катящийся шар, деформированная пружина и поднятое над Землей тело обладают энергией *независимо* от того, совершают они в данный момент работу или нет:

*энергия характеризует состояние системы, способность (возможность) системы к совершению работы при переходе из одного состояния в другое.*

Обычно за *другое* (конечное) состояние системы принимают такое состояние ее, называемое *нормальным*, в котором она уже не может совершать работу при *даных* условиях за счет энергии *данного* вида. Так, например, для растворенной пружины нормальным состоянием является такое, при котором полностью ликвидирована ее деформация, для приподнятого над Землей тела — такое, при котором оно пришло в соприкосновение с земной поверхностью, и т. п.

Из этих примеров видно, что энергия связана либо с движением системы или ее частей — в этом случае она называется *кинетической*, либо с взаимным расположением взаимодействующих частей системы — в этом случае она называется *потенциальной*. Потенциальная энергия тесно связана с существованием полей (гравитационных, электрических, магнитных и т. д.).

*Изменение энергии выражается работой, которую может совершить система, переходя из одного состояния в другое.*

*Иными словами,*

*работа  $A$ , совершаемая системой при переходе из одного состояния в другое, равна разности энергий, присущих системе в этих состояниях:*

$$A = W_0 - W_n, \quad (4)$$

где  $W_0$  и  $W_n$  — энергии системы в исходном и конечном состояниях. В соответствии с этим определением получим конкретные выражения энергии для некоторых простейших (механических) систем.

### ▲ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА

Пусть под действием постоянной тормозящей силы  $F$  (например, силы трения), тело массой  $m$ , совершив перемещение  $s$  при прямолинейном движении, изменило свою скорость от  $v_0$  до  $v_n$ . Тогда работа, совершенная телом против силы торможения,

$$A = Fs = mas. \quad (5)$$

Так как движение тела в этом случае равнозамедленное, то

$$a = (v_0 - v_n)/t, \quad s = (v_0 + v_n)t/2,$$

где  $a$  — ускорение,  $t$  — время прохождения телом пути  $s$  (см. § 5). Подставляя выражения  $a$  и  $s$  в формулу (5), после простых преобразований получим

$$A = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_n^2}{2}. \quad (6)$$

Из сопоставления формул (4) и (6) следует, что величина

$$W_k = mv^2/2 \quad (6')$$

представляет собой кинетическую энергию тела. Таким образом, *работа, совершаемая движущимся телом, равна изменению (убыли) его кинетической энергии.*

Если в конце рассматриваемого перемещения тело останавливается ( $v_n = 0$ ), то совершенная максимальная работа равна кинетической энергии тела в начале перемещения.

Пользуясь уже применявшимся нами приемом разбивки траектории тела на малые отрезки, было бы несложно доказать, что формула (6) справедлива и в общем случае криволинейного пути и переменной силы.

### ▲ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ УПРУГОДЕФОРМИРОВАННОГО ТЕЛА

Определим, например, потенциальную энергию  $W_p$  упругорастянутого стержня. Она равна максимальной работе  $A$ , совершаемой силами упругости, восстанавливающими первоначальный размер и форму стержня:

$$W_p = A.$$

Сила упругости равна

$$F = \frac{ES \cdot \Delta x}{x},$$

где  $x$  и  $S$  — длина и площадь поперечного сечения недеформированного стержня,  $\Delta x$  — его удлинение при деформации,  $E$  — модуль упругости (см. § 10, рис. 14). При вычислении работы  $A$  надо иметь в виду, что сила упругости является переменной величиной: она линейно зависит от удлинения  $\Delta x$ , изменяясь от нуля (при  $\Delta x = 0$ ) до  $F$ . Поэтому можно считать, что при перемещении  $\Delta x$  действует средняя сила упругости

$$\langle F \rangle = (0 + F)/2 = F/2.$$

Тогда

$$A = \langle F \rangle \cdot \Delta x = \frac{1}{2} F \cdot \Delta x = \frac{ES \cdot \Delta x^2}{2x}.$$

Следовательно,

$$W_{\text{п}} = k \frac{\Delta x^2}{2}, \quad (7).$$

где  $k = ES/x$  сохраняет смысл и размерность коэффициента пропорциональности в законе Гука (см. § 10). Итак, потенциальная энергия упругорастянутого стержня пропорциональна квадрату его удлинения. Отметим, что и при всех других видах деформации (см. § 10) потенциальная энергия тоже пропорциональна квадрату деформации (смещения).

### ▲ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Определим потенциальную энергию тела массой  $m$ , находящегося в гравитационном поле другого тела массой  $M$  на расстоянии  $r_0$  от

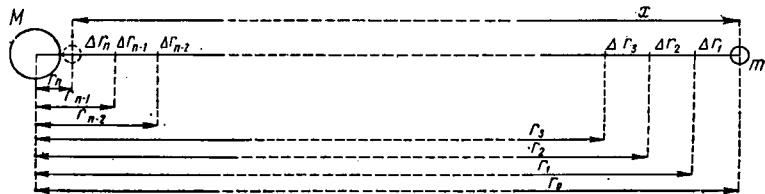


Рис. 25

него (рис. 25). Для этого рассчитаем работу  $A$  перемещения первого тела на пути  $x$ , соответствующем максимальному сближению тел.

Учитывая переменный характер силы тяготения, разобьем путь на достаточно малые отрезки  $\Delta r$ , на каждом из которых можно считать силу тяготения постоянной. Сила тяготения на первом отрезке  $\Delta r_1$  изменяется от  $GMr/r^2_0$  до  $GMr/r^2_1$ . Предположим, что на от-

резке  $\Delta r_1$  действует постоянная сила  $F_1$ , равная среднему геометрическому (см. § 3) этих сил:

$$F_1 = \sqrt{G^2 M^2 m^2 / (r_0^2 r_1^2)} = GMm / (r_0 r_1),$$

Тогда для работы перемещения тела на отрезке  $\Delta r_1 = r_0 - r_1$  получим

$$\Delta A_1 = F_1 \cdot \Delta r_1 = GMm (r_0 - r_1) / (r_0 r_1),$$

или

$$\Delta A_1 = GMm \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0} \right).$$

Путем аналогичных рассуждений найдем выражения работы на других отрезках  $\Delta r_2$ ,  $\Delta r_3$ , ...,  $\Delta r_{n-1}$ ,  $\Delta r_n$ :

$$\Delta A_2 = GMm (1/r_2 - 1/r_1),$$

$$\Delta A_3 = GMm (1/r_3 - 1/r_2),$$

... . . . . .

$$\Delta A_{n-1} = GMm (1/r_{n-1} - 1/r_{n-2}),$$

$$\Delta A_n = GMm (1/r_n - 1/r_{n-1}).$$

Складывая эти равенства, получим после несложных преобразований искомую работу  $A$ :

$$A = G \frac{Mm}{r_n} - G \frac{Mm}{r_0}. \quad (8)$$

Отметим, что формулу (8) было бы проще вывести посредством интегрирования:

$$A = - \int_{r_0}^{r_n} F dr = - GMm \int_{r_0}^{r_n} \frac{dr}{r^2} = G \frac{Mm}{r_n} - G \frac{Mm}{r_0},$$

где  $r$  — переменное расстояние между центрами тяготеющих масс. Знак минус перед интегралом поставлен в связи с тем, что для сближающихся масс  $dr$  отрицателен, тогда как работа  $dA = F dr$  должна быть положительной, поскольку перемещение массы происходит в направлении действия силы.

Из сопоставления формул (4) и (8) следует, что величина

$$W_n = - G \frac{Mm}{r} \quad (9)$$

представляет собой *потенциальную энергию тяготения*. Знак минус обусловлен тем, что по мере самопроизвольного сближения тяготеющих тел их потенциальная энергия должна уменьшаться, переходя в кинетическую. В этой связи уместно отметить, что всякая предоставленная самой себе система стремится перейти в состояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии. Из формулы (9) следует, что максимальное значение потенциальной энергии ( $W_n = 0$ )

тяготеющие тела будут иметь в случае, когда они бесконечно удалены ( $r = \infty$ ) друг от друга\*.

Итак, формулы (8) и (9) показывают, что работа перемещения тела между двумя точками гравитационного поля равна разности потенциальных энергий тела в этих точках:

$$A = (W_n)_0 - (W_n)_n .$$

Работа по перемещению в гравитационном поле единицы массы ( $m = 1$ ) из рассматриваемой точки в бесконечность ( $r_n = \infty$ ) называется *потенциалом гравитационного поля* ( $U$ ) этой точки. Согласно формуле (8),

$$U = \frac{A}{m} = -G \frac{M}{r_0} ,$$

или

$$U = -G \frac{M}{r} , \quad (10)$$

где  $r$  — расстояние точки от массы  $M$ , создающей поле.

Из формул (9) и (10) найдем связь между потенциальной энергией тяготения тела массой  $m$  и потенциалом гравитационного поля:

$$U = W_n/m , \quad (11)$$

из нее следует, что гравитационный потенциал точки поля численно равен потенциальной энергии единичной массы, находящейся в этой точке. Поэтому единицей потенциала является *дюоуль на килограмм* (Дж/кг).

Сопоставляя формулы (8) и (10), получим

$$A = m(U_0 - U_n) = -m(U_n - U_0) , \quad (12)$$

где  $U_0$  и  $U_n$  — гравитационные потенциалы двух точек поля. Таким образом,

*работа по перемещению тела между двумя точками в гравитационном поле равна произведению массы тела на разность потенциалов этих точек, взятому с обратным знаком.*

В гравитационном поле неподвижной массы  $M$  переместим тело массой  $m$ , причем совершим это перемещение по нескольким различным траекториям — 1, 2 и 3 (рис. 26). Согласно формуле (8), работа, совершенная при каждом из этих перемещений, одинакова. Следовательно,

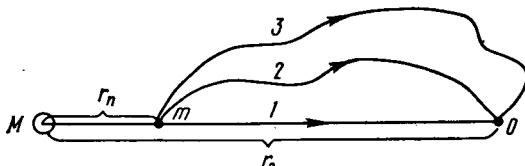


Рис. 26

\* Так как потенциальная энергия *отрицательна*, то  $W_n = 0$  (при  $r = \infty$ ) является ее *максимальным* значением.

работа по перемещению тела в гравитационном поле не зависит от формы пути, а зависит только от разности гравитационных потенциалов начала и конца пути.

Отметим, что

силы, работа которых (или против которых) не зависит от формы пути, называются потенциальными, а поле этих сил — потенциальным.

Определим теперь потенциальную энергию тела массой  $m$ , находящегося на небольшой высоте  $h$  над земной поверхностью. Заменив в формуле (9)  $r$  на  $R + h$ , где  $R$  — радиус Земли, получим

$$W_{\text{п}} = -G \frac{Mm}{R+h} = -G \frac{Mm/R}{1+h/R},$$

где  $M$  — масса Земли. Так как  $h \ll R$ , то  $h/R \ll 1$ , поэтому (пренебрегая  $h^2/R^2$  по сравнению с единицей) можно считать, что

$$\frac{1}{1+h/R} = \frac{1-h/R}{1-h^2/R^2} \approx 1 - \frac{h}{R}.$$

Тогда

$$W_{\text{п}} = -G \frac{Mm}{R} \left(1 - \frac{h}{R}\right) = -G \frac{Mm}{R} + G \frac{M}{R^2} mh,$$

но  $GM/R^2 = g$  [см. § 12, (17)]. Поэтому

$$W_{\text{п}} = -G \frac{Mm}{R} + mgh, \quad (13)$$

где  $-Gm/M$  — потенциальная энергия тела, находящегося на уровне земной поверхности.

В задачах на притяжение Землей тел, лежащих на земной поверхности, их потенциальную энергию обычно принимают равной нулю. Тогда из формулы (13) получим выражение

$$W_{\text{п}} = mgh, \quad (14)$$

известное из школьного курса физики.

### § 18. Закон сохранения и превращения энергии

Механическая энергия (см. § 17) является лишь одним из многих видов энергии. В настоящее время кроме механической энергии известны химическая, электрическая, электромагнитная (в частности, лучистая), ядерная и др., с которыми мы ознакомимся в соответствующих разделах курса. В природе и технике постоянно имеют место переходы (превращения) энергии из одних видов в другие. Приведем примеры процессов, сопровождающихся превращением энергии, объединив их для наглядности в таблицу. Рассматривая таблицу, не следует забывать, что при любых превращениях энергии некоторая ее часть непременно превращается в теплоту (энергию беспорядочного движения молекул); это обстоятельство в таблице не отражено.

Процесс или прибор	из вида	в вид
Электромашинный генератор (§36, 39; ч. II)	Механическая	Электрическая
Гальванический элемент	Химическая	»
Электродвигатель (§ 30, 39; ч. II)	Электрическая	Механическая
Зарядка аккумулятора	»	Химическая
Фотосинтез (§ 50; ч. II)	Электромагнитная	»
Фотоэффект (§ 68; ч. II)	»	Электрическая
Ядерный реактор (§ 75; ч. II)	Ядерная	Механическая, электромагнитная и др.

Полная энергия системы  $W$  складывается из всех присущих системе видов энергии. Опыт показывает, что какие бы превращения энергии ни происходили в изолированной системе,

полная энергия изолированной системы остается постоянной:

$$W = \text{const.}$$

При этом,

*будучи несоздаемой и неуничтожаемой, энергия может превращаться из одних видов в другие [закон сохранения и превращения энергии].*

В этой формулировке отражены основные свойства энергии — количественная неизменность и качественная изменчивость.

Применительно к неизолированным системам этот закон формулируется так:

*изменение энергии неизолированной системы равно работе, совершаемой системой [закон сохранения и превращения энергии]:*

$$\Delta W = -A.$$

Если работа совершается внутренними силами самой системы, то  $A > 0$  и энергия системы убывает. Если же работа совершается внешними силами над системой, то  $A < 0$  и энергия системы возрастает. К более углубленному рассмотрению закона сохранения и превращения энергии мы еще вернемся в связи с изучением термодинамических процессов (см. ч. I, гл. XI).

Следует отметить, что закон сохранения и превращения энергии является результатом обобщения многовекового опыта и имеет большую историю. Идея этого закона была выражена еще в 1748 г. М. В. Ломоносовым в законе сохранения материи и движения, изложенном им впервые в письме к Эйлеру: «Все перемены, в натуре случающиеся, такого суть состояния, что сколько чего у одного тела отнимается, столько присовокупится к другому. Так, ежели где убудет несколько материи, то умножится в другом месте; сколько кто часов положит на бдение, столько же от сна отнимет. Сей всеобщий естественный закон простирается и в самые правила движения, ибо тело, движущее своей силой другое, столько же ону у себя теряет, сколько сообщает другому, которое у него движение получает».

Последующие работы по изучению взаимосвязи процессов: механических и тепловых (Деви, 1800; Карно, 1824; Якоби, 1834), химических и электрических (Вольта, 1799), механических и электрических (Фарадей, 1831; Ленц, 1833), химических и тепловых (Гесс, 1840), тепловых и электрических (Пельтье, 1834; Джоуль, 1841; Ленц, 1842) и обобщающие исследования Майера (1842—1845) и Гельмгольца (1847) — привели к установлению всеобщего закона сохранения и превращения энергии. Датой его окончательной формулировки можно считать 1860 г., когда Кельвин ввёл термин «энергия» вместо термина «сила природы».

Закон сохранения и превращения энергии является *всеобщим законом природы*, не имеющим исключений; вновь открываемые процессы и явления лишь подтверждают его. Однако именно ввиду всеобщности закона он не имеет общего теоретического доказательства и может быть теоретически выведен только для частных случаев (конкретных процессов).

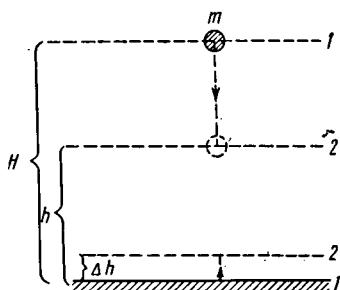


Рис. 27

◎ Рассмотрим в качестве примера частного доказательства закона сохранения и превращения энергии падение тела на Землю с высоты  $H$ , на которой оно первоначально поконилось (рис. 27). Систему тело — Земля в данной задаче можно считать изолированной. Ее полная энергия  $W$  в любом состоянии равна сумме потенциальной энергии  $W_p$  тяготения, кинетической энергии  $W_{k.t}$  тела и кинетической энергии  $W_{k.3}$  Земли. Имеется

в виду кинетическая энергия «падения» Земли: Земля смещается навстречу телу, но это смещение столь мало, что в обычных расчетах никогда не принимается во внимание.

В начальном состоянии 1  $W_p = mgH$ , а  $W_{k.t} = W_{k.3} = 0$ , поэтому

$$W_1 = W_p + W_{k.t} + W_{k.3} = mgH.$$

В процессе падения тела потенциальная энергия системы, уменьшаясь, переходит в кинетические энергии тела и Земли. Поэтому для некоторого состояния 2 системы можно написать:

$$W_p = mg(h - \Delta h),$$

$$W_{k.t} = mv_t^2/2 = (m/2) 2g(H - h) = mg(H - h),$$

$$W_{k.3} = Mv_3^2/2 = M \cdot 2a \cdot \Delta h / 2,$$

где  $\Delta h$  — смещение Земли,  $a$  — ускорение на этом смещении,  $M$  — масса Земли,  $v_t$  и  $v_3$  — скорости движения (падения) тела и Земли\*. Так как

$$a/g = m/M, \text{ то } a = mg/M.$$

Тогда  $W_{k.3} = \frac{M}{2} \cdot 2 \frac{mg}{M} \cdot \Delta h = mg \cdot \Delta h$ . Поэтому

$$W_2 = W_p + W_{k.t} + W_{k.3} = mg(h - \Delta h) + mg(H - h) + mg \cdot \Delta h = mgH.$$

\* Все отсчеты ведутся относительно первоначального положения земной поверхности.

Следовательно,  $W_1 = W_2$ , т. е. полная энергия системы в состояниях 1 и 2 одинакова. Поскольку состояние 2 выбрано произвольно, можно утверждать, что вообще полная энергия этой системы остается постоянной. А это утверждение соответствует закону сохранения и превращения энергии.  $\Theta$

Закон сохранения и превращения энергии раскрывает физический смысл понятий энергии и работы. Рассматривая движение материи в широком смысле этого слова как *всякий процесс, всякое изменение материи* (а не только ее механическое перемещение), можно сказать, что

*энергия есть количественная и качественная характеристика движения материи, а работа — количественная характеристика превращения одних форм движения материи в другие.*

Именно так определял понятие работы Ф. Энгельс: «Работа — это изменение формы движения материи, рассматриваемое с его количественной стороны»\*. Таким образом, работа и энергия — различные физические величины, хотя они выражаются в одинаковых единицах.

В заключение рассмотрим на основе законов сохранения энергии и импульса *центральный удар* двух абсолютно упругих шаров, т. е. таких шаров, у которых деформация, возникающая при соударении, затем полностью ликвидируется и переход механической энергии в теплоту отсутствует. Такие шары после соударения отделяются друг от друга и движутся самостоятельно.

Пусть шары движутся слева направо и первый (левый) шар имеет массу  $m_1$  и скорость  $v_1$ , а второй — массу  $m_2$  и скорость  $v_2 < v_1$ . Необходимо определить, с какими скоростями  $u_1$  и  $u_2$  будут двигаться эти шары после соударения. Считая, что данная система изолированная и обладает только кинетической энергией, применим к ней законы сохранения энергии и импульса:

$$m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 = m_1 u_1^2 / 2 + m_2 u_2^2 / 2$$

и

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2.$$

Эта система уравнений легко преобразуется к виду

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2), \quad m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2),$$

а затем, после деления первого уравнения на второе, — в систему

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2, \quad m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2),$$

решая которую получим выражения искомых скоростей\*\* :

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

\* Энгельс Ф. Диалектика природы, 1955, с. 70.

\*\* Если шары движутся навстречу друг другу, то скорость  $v_2$  второго шара надо взять со знаком минус (что соответствует движению справа налево).

◎ Рассмотрим два частных случая, на которые мы будем ссылаться в дальнейшем при изучении некоторых вопросов молекулярной и атомной физики.

1. Соударяются одинаковые шары. Так как  $m_1 = m_2$ , то

$$u_1 = v_2 \quad \text{и} \quad u_2 = v_1,$$

т. е. шары обмениваются скоростями.

2. Удар малого шара об очень большой неподвижный шар. Так как  $m_1 \ll m_2$  и  $v_2 = 0$ , то

$$u_1 = \frac{(m_1/m_2 - 1) v_1}{m_1/m_2 + 1}, \quad u_2 = \frac{2m_1 v_1 / m_2}{m_1/m_2 + 1}.$$

Поскольку  $m_1/m_2 \ll 1$ , то  $u_1 \approx -v_1$  и  $u_2 \approx 0$ , т. е. большой шар остается неподвижным, а малый отскакивает от него в обратном направлении с первоначальной по значению скоростью. Этот случай соответствует, например, удару молекулы газа о стенку сосуда. ◎

## § 19. Космические скорости

Как известно, для запуска искусственных космических тел — спутников, планет и звезд — им необходимо сообщать определенные (довольно большие) начальные скорости, называемые *космическими*. Так, для запуска искусственного спутника Земли (вблизи Земли) ему должна быть сообщена скорость в горизонтальном направлении не менее  $v_1 = 8 \text{ км/с}$  (*круговая, или первая, космическая скорость*). Для запуска искусственной планеты ей необходимо сообщить начальную скорость удаления от Земли не менее  $v_2 = 11,2 \text{ км/с}$  (*парabolическая, или вторая, космическая скорость*). Для запуска искусственной звезды в пределы Галактики она должна получить начальную скорость удаления от Земли не менее  $v_3 = 16,7 \text{ км/с}$  (*третья космическая скорость*), а для запуска искусственной звезды за пределы Галактики —  $v_4 = 290 \text{ км/с}$  (*четвертая космическая скорость*).

Впервые в мире космические скорости ( $v_1$  и  $v_2$ ) были достигнуты в СССР при запуске искусственного спутника (4 октября 1957 г.) и искусственной планеты (2 января 1959 г.).

На основании рассмотренных ранее законов механики можно вычислить указанные значения космических скоростей.

### ▲ ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Для того чтобы тело двигалось вблизи Земли по круговой орбите 1 (рис. 28), т. е. стало искусственным спутником, необходимо, чтобы действующая на него центростремительная сила была равна силе тяготения:

$$mv_1^2/R = GmM/R^2,$$

где  $m$  — масса тела,  $v_1$  — касательная к орбите скорость его движения,  $R$  — радиус орбиты,  $M$  — масса Земли,  $G$  — гравитационная постоянная (см. § 12 и 13). При небольшой высоте тела над Землей (порядка нескольких сотен километров) можно считать  $R \approx R_0 = 6400 \text{ км}$ , где  $R_0$  — радиус Земли. Тогда

$$v_1^2/R_0 = GM/R_0^2.$$

Но  $GM/R_0^2 = g$  [см. § 12, (17)]. Поэтому

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = \sqrt{0,00981 \cdot 6400} = 8 \text{ (км/с)},$$

что соответствует первой космической скорости.

При скорости, большей  $v_1$ , тело будет двигаться по эллиптической орбите 2, а при скорости, равной  $v_2$  (вторая космическая), начнет двигаться по парabolической орбите 3 и уйдет из сферы земного притяжения.

### ▲ ВТОРАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Для того чтобы тело вышло из сферы земного притяжения и стало обращаться вокруг Солнца, т. е. превратилось в искусственную планету, необходимо сообщить ему такую кинетическую энергию, которая была бы равна работе перемещения тела с земной поверхности на бесконечность (практически — за пределы заметного влияния земного тяготения). Тогда, полагая в формуле (8) § 12  $r_0 = R_0$  и  $r = \infty$  и учитывая, что работа внешних сил *отрицательна* (см. § 18), получим

$$mv_2^2/2 = GmM/R_0, \quad (15)$$

где  $v_2$  — начальная скорость отлета тела с Земли. Таким образом, искомая кинетическая энергия равна потенциальной энергии тела, находящегося на земной поверхности. Отметим, что направление скорости  $v_2$  может быть *каким угодно*: тело станет искусственной планетой при любом направлении скорости  $v_2$ .

Из формулы (15) найдем

$$v_2^2 = 2GM/R_0. \quad (16)$$

Умножая и деля правую часть (16) на  $R_0$  и учитывая, что  $GM/R_0^2 = g$ , получим

$$v_2 = \sqrt{2R_0g} = \sqrt{2} v_1 = 1,4 \cdot 8 = 11,2 \text{ (км/с)},$$

что соответствует второй космической скорости.

### ▲ ТРЕТЬЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Для того чтобы тело вышло из сферы притяжения Солнца и удалилось в Галактику, превратившись в искусственную звезду, необходимо сообщить ему кинетическую энергию, равную работе перемещения тела с земной орбиты на бесконечность. Очевидно, что эта работа равна потенциальной энергии тела, находящегося в поле солнечного тяготения на расстоянии радиуса земной орбиты от Солнца (рис. 29):

$$mv^2/2 = GmM_C/R,$$

где  $M_C$  — масса Солнца,  $R = 1,5 \cdot 10^8$  км — радиус земной орбиты,  $v$  — скорость тела *относительно Солнца*. Тогда

$$v = \sqrt{2GM_C/R}.$$

Умножая и деля подкоренное выражение на  $R_0^2$  и учитывая, что масса Солнца в 332 400 раз больше массы Земли, получим

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2R_0G \frac{M}{R_0^2} \frac{332400R_0}{R}} = v_2 \sqrt{\frac{332400 \cdot 6400}{15 \cdot 10^7}} = \\ &= 11,2 \cdot 3,77 = 42,2 \text{ (км/с)}. \end{aligned}$$

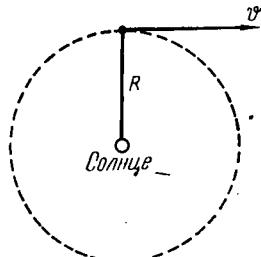


Рис. 29

Скорость  $v$  можно сообщить телу в *любом направлении*. Очевидно, что выгоднее всего сообщить ее в направлении касательной к земной орбите (рис. 29),

так как в этом направлении тело уже имеет относительно Солнца орбитальную скорость Земли  $v = 29,8$  км/с. Поэтому относительно Земли достаточно сообщить телу скорость

$$v^* = v - u = 42,2 - 29,8 = 12,4 \text{ (км/с).}$$

Следует, однако, учесть, что скорость  $v^*$  тела должно иметь *после выхода из поля тяготения Земли*. Поэтому начальная скорость  $v_3$  отлета тела с земной поверхности должна быть несколько больше  $v^*$ . Для определения  $v_3$  будем исходить из следующих соображений. Чтобы отлетающее с Земли тело могло уйти из сферы земного тяготения, сохранив после этого скорость  $v^*$ , его кинетическая энергия в момент отлета должна быть равной сумме потенциальной энергии тела на земной поверхности и кинетической энергии тела, движущегося со скоростью  $v^*$ :

$$\frac{mv_3^2}{2} = G \frac{Mm}{R_0} + \frac{mv^{*2}}{2},$$

откуда

$$v_3^2 = 2G \frac{M}{R_0} + v^{*2},$$

или, согласно формуле (16),

$$v_3 = \sqrt{v_2^2 + v^{*2}} = \sqrt{11,2^2 + 12,4^2} = 16,7 \text{ (км/с),}$$

что соответствует третьей космической скорости.

#### ▲ ЧЕТВЕРТАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

При этой скорости земное тело смогло бы преодолеть тяготение Галактики и уйти во Вселенную. Расчет четвертой космической скорости довольно сложен, поэтому мы ограничимся приближенной сценкой ее значения, исходя из следующих соображений.

Астрофизические наблюдения показывают, что среди звезд, движущихся вокруг центра Галактики на том же расстоянии, что и Солнце, не существует ни одной звезды, скорость которой превышала бы 285 км/с\*. Это обусловлено, вероятно, тем, что 285 км/с есть та наибольшая скорость при которой, звезды (находящиеся в указанной области Галактики) еще могут оставаться в пределах Галактики; при большей скорости они уже недерживаются нашей звездной системой. Следовательно, четвертая космическая скорость должна быть несколько больше 285 км/с, т. е.  $v_4 \approx 290$  км/с.

### § 20. Границы применимости классической механики

Рассмотренные нами законы механики получены на основе наблюдений над *макроскопическими* телами (т. е. телами, состоящими из огромного числа атомов), движущимися с небольшими скоростями (по сравнению со скоростью света). Механика макроскопических не быстро движущихся тел получила название *классической*; ее законы вполне точны для таких тел. Однако в текущем столетии обнаружился целый ряд явлений, не согласующихся с законами и представлениями классической механики.

\* Само Солнце имеет скорость 220 км/с.

Было, например, открыто явление дифракции электронов, совершенно не присущее «классическим частицам» (телам). Здесь электрон проявляет свойства, присущие волне (см. ч. II, § 57). Таким образом, электрон не является частицей в обычном (классическом) смысле слова. Поэтому применение законов классической механики к электрону (и вообще ко всем микрочастицам) оказывается не всегда возможным\*.

В классической механике для движущегося тела *всегда* можно одновременно и точно (т. е. с точностью, допускаемой измерительными приборами) определить его координату  $x$  и скорость  $v$  (или импульс  $mv$ ) и, следовательно, найти его траекторию. Между тем оказалось, что для микрочастиц это можно сделать лишь *приближенно*. Причем

*произведение неточностей* («неопределенностей»)  $\Delta x$  и  $\Delta v$  в одновременном определении координаты и скорости не может быть меньше  $h/(2\pi m)$  [соотношение неопределенностей (принцип Гейзенberга\*\*):]

$$\Delta x \Delta v \geq h/(2\pi m), \quad (17)$$

где  $m$  — масса частицы,  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — постоянная Планка (см. ч. II, § 62).

Из соотношения неопределенностей следует, что чем больше точность определения координаты частицы, тем меньше точность одновременного определения ее скорости, и наоборот.

Существенно, что невозможность одновременного точного определения координаты и скорости частицы не есть следствие несовершенства измерительных приборов и методов измерения (не есть обычная погрешность измерения). Это *принципиальная* невозможность, отражающая объективные свойства микрочастиц, их *двойственную корпускулярно-волновую природу* (см. ч. II, § 57, 69).

Так как постоянная Планка весьма мала, то для тел *большой* массы  $h/(2\pi m) \rightarrow 0$ , поэтому  $\Delta x$  и  $\Delta v$  могут быть одновременно ничтожно малыми. А это значит, что одновременное измерение координаты и скорости *макроскопического* тела производится практически точно, как и полагает классическая механика.

Соотношение неопределенностей проявляется только для микрочастиц, поскольку ввиду малости их массы  $h/(2\pi m)$  существенно отличается от нуля и потому  $\Delta x$  и  $\Delta v$  не могут одновременно иметь малые значения.

Вообще говоря, соотношение неопределенностей и для микрочастиц проявляется не во всех случаях их движения.

Рассчитаем, например, неопределенность  $\Delta x$  в координате электрона, движущегося в «луче» электронного осциллографа (см. ч. II, § 32)

\* Микрочастицами, т. е. частицами малой массы, являются *элементарные частицы*, (электроны, протоны, нейтроны, мезоны и др.) и совокупности небольшого числа элементарных частиц (молекулы, атомы, ядра атомов).

\*\* Сформулирован в 1927 г. немецким физиком-теоретиком *В. Гейзенбергом*.

со скоростью порядка  $10^7$  м/с. Пусть скорость электрона определена с достаточно большой точностью — 0,01%, т. е. неопределенность в скорости  $\Delta v = 10^7 \cdot 10^{-4} = 10^3$  (м/с). Тогда, учитывая, что масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, получим из соотношения (17) для неопределенности в координате электрона тоже малую величину:

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi m \Delta v} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^3} \approx 10^{-7} \text{ (м)} = 0,1 \text{ (мкм)}.$$

Следовательно, в данном случае координата и скорость электрона определяются практически точно и его движение можно еще описывать законами классической механики.

Если же рассматривать движение электрона внутри атома, то принцип Гейзенберга даст большую неопределенность в координате или в скорости (см. ч. II, § 64). Это означает, что электрон в атоме уже нельзя считать обычной «классической частицей».

В начале XX в. было установлено (на опытах с электронами), что вопреки представлениям классической механики масса тела не является постоянной величиной, а зависит от скорости его движения — возрастает с увеличением скорости по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (18)$$

где  $m_0$  — масса тела, покоящегося относительно наблюдателя (масса покоя);  $m$  — масса этого же тела, движущегося со скоростью  $v$  относительно наблюдателя;  $c = 299\,793$  км/с — скорость распространения света в вакууме.

Из таблицы, составленной на основании формулы (18), видно, что при не очень больших скоростях движения (до 3000 км/с) масса

тела почти не изменяется и практически равна массе покоя. При больших скоростях она заметно возрастает и, например, при скорости  $v = 270\,000$  км/с уже более чем вдвое превышает массу покоя.

Из формулы (18) следует, что тело с массой покоя, отличной от нуля, не может двигаться со скоростью света: при  $v \rightarrow c$  будет  $m \rightarrow \infty$ , следовательно, для сообщения телу скорости, равной скорости света, необходимо совершение бесконечно большой работы, что невозможно.

При  $v \ll c$  будет  $(v/c)^2 \ll 1$ ; тогда с помощью бинома Ньютона формулу (18) можно представить в виде

$$m = m_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v}{c} \right)^2 + \frac{3}{8} \left( \frac{v}{c} \right)^4 + \dots \right],$$

или, пренебрегая членами выше второго порядка малости,

$$m = m_0 + \frac{m_0 v^2 / 2}{c^2} = m_0 + \frac{\Delta W_k}{c^2},$$

откуда

$$\Delta W_k = c^2 (m - m_0) = \Delta mc^2, \quad (19)$$

где  $\Delta W_k$  — изменение кинетической энергии,  $\Delta m$  — изменение массы тела при изменении скорости его движения от 0 до  $v$ .

Соотношение (19) оказывается *универсальным*: оно точно выполняется в *любых* системах и процессах, для *любых* видов энергии и *любых* значений скорости. Поэтому можно написать

$$\Delta W = \Delta mc^2, \quad (20)$$

или

$$W - U_0 = mc^2 - m_0 c^2, \quad (20')$$

откуда

$$W = mc^2, \quad (20'')$$

$$U_0 = m_0 c^2. \quad (20''')$$

Здесь  $U_0$  — внутренняя энергия, присущая телу или системе («энергия покоя»); это может быть, например, ядерная энергия, «скрытая» в покоящемся атоме (см. ч. II, § 74);  $W$  — полная энергия системы.

Каждое из соотношений (20) — (20'') выражает универсальный закон, теоретически открытый А. Эйнштейном в 1905 г.

*Изменение массы тела (или системы) сопровождается пропорциональным изменением его энергии [закон взаимосвязи массы и энергии].*

В результате закона обнаруживается, что масса, которая в классической механике характеризует инертные (см. § 7) и гравитационные (см. § 12) свойства тел, является еще и характеристикой *энергосодержания* тела. Поскольку вместе с тем масса есть мера *количества материи*, а энергия — мера *движения материи*, то закон пропорциональности массы и энергии служит ярким подтверждением фундаментального положения диалектического материализма о неразрывности материи и движения.

Огромное словесное значение коэффициента  $c^2$  в выражении (20) закона взаимосвязи массы и энергии ведет к тому, что даже очень большие, технически достижимые изменения энергии тела сопровождаются ничтожно малым, практически не обнаруживаемым изменением его массы:  $\Delta m = \Delta W / c^2$ . Например, у космической ракеты с массой покоя  $m_0 = 1500$  кг, посланной в сторону Луны со второй космической скоростью  $v_2 = 11,2$  км/с, энергия возрастает на

$$\Delta W = m_0 v_2^2 / 2 = 1500 \cdot 11200^2 / 2 = 9,4 \cdot 10^{10} \text{ (Дж)},$$

а масса — всего лишь на

$$\Delta m = 9,4 \cdot 10^{10} / (3 \cdot 10^8)^2 \approx 10^{-8} \text{ (кг)} = 1 \text{ (мг)} (!)$$

Таким образом, относительное изменение массы ракеты

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{10^{-6}}{1500} < 10^{-9} = 10^{-7} \%,$$

что, конечно, не может быть обнаружено экспериментально.

Поэтому экспериментальная проверка закона взаимосвязи массы и энергии возможна только на явлениях микромира (ядерных процессах или процессах превращения элементарных частиц), сопровождающихся большими изменениями энергии, сравнимыми по порядку величины с произведением  $m_0 c^2$ \*. В области микромира взаимосвязь массы и энергии проявляется весьма ощутимо. На законе взаимосвязи массы и энергии основаны ядерная физика и атомная энергетика (см. ч. II, гл. IX).

В связи с тем что законы классической механики оказались применимыми лишь в области, охватывающей не очень быстро движущиеся макроскопические тела, возникли (в начале текущего столетия) два новых раздела физики: *квантовая механика, и релятивистская механика (теория относительности)*. Квантовая механика изучает движение с учетом взаимодействия микрочастиц. Теория относительности изучает движения тел, происходящие со скоростями, сравнимыми со скоростью света.

Законы квантовой и релятивистской механики более универсальны, чем законы классической механики: они применимы к любым телам и любым скоростям движения. Надо, однако, отметить, во избежание недоразумений, что ограниченность области применения классической механики не означает, что основные ее законы не точны *по существу* и что, например, закон сохранения и превращения энергии теряет силу в областях микромира и больших скоростей. Закон сохранения и превращения энергии справедлив для всех без исключения систем и процессов. Неточными являются лишь выражения (формулы) физических величин, даваемые классической механикой; причем эти неточности сказываются только в областях микромира и больших скоростей движения. Например, если тело движется со скоростью  $v_1$  относительно системы отсчета  $O_1$ , которая сама движется относительно другой системы отсчета  $O_2$  со скоростью  $v_2$ , совпадающей по направлению с  $v_1$ , то скорость  $v$  тела относительно системы  $O_2$  определится, согласно классической механике, по формуле

$$v = v_1 + v_2, \quad (21)$$

а согласно теории относительности — по формуле

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2 / c^2}, \quad (22)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

\* Так как [см. (20)] относительное изменение массы

$$\Delta m/m_0 = \Delta W/(m_0 c^2).$$

Формула (21) является приближенной и представляет собой частный случай формулы (22) при небольших значениях скоростей  $v_1$  и  $v_2$  (по сравнению с  $c$ ). Релятивистская же формула (22) верна для любых значений скоростей. В частности, при сложении двух скоростей, каждая из которых сколь угодно близка к скорости света, релятивистская формула даст результирующую скорость  $v = c$ , а не  $2c$ , как это получается по классической механике.

Таким образом, формула (22) согласуется с основным положением *специальной теории относительности* о том, что скорость света в вакууме — максимальная из возможных в природе скоростей и движение источника света не изменяет ее. Действительно, если источник света движется со скоростью  $v_n$  по направлению или противоположно направлению посыпаемого им света, то, полагая в формуле (22)  $v_1 = c$  и  $v_2 = \pm v_n$ , получим

$$v = \frac{c \pm v_n}{1 \pm cv_n/c^2} = c.$$

Итак, теория относительности и квантовая механика не отвергают, а уточняют представления и законы классической механики и *устанавливают границы ее применимости*.

### Примеры решения задач

**Задача 10.** Животноводческая ферма, имеющая  $n_1 = 200$  голов крупного и  $n_2 = 1000$  голов мелкого скота, снабжается водой из водонапорной башни высотой  $H = 15$  м. Какую работу совершают в сутки насос, подающий воду в башню, если суточный расход воды составляет  $V_1 = 60$  л на голову крупного скота и  $V_2 = 10$  л на голову мелкого? Коэффициент полезного действия двигателя насоса  $\eta = 80\%$ .

**Решение.** Суточный расход воды  $V = V_1n_1 + V_2n_2$ . Работа, необходимая для подъема этого объема воды (полезная работа),  $A_p = PH = mgH = V\rho gH$ , где  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воды,  $m$  — масса воды,  $P$  — ее вес.

Тогда работа, совершаемая насосом,

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{A_p}{\eta} = \frac{(V_1n_1 + V_2n_2)\rho gH}{\eta} = \\ &= \frac{(60 \cdot 200 + 10 \cdot 1000) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 15 \text{ м}}{0,8} = \\ &= 4,04 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 4,04 \text{ МДж}. \end{aligned}$$

**Задача 11.** Трактор за время  $t = 8$  ч всапывает поле площадью  $S = 2$  га при захвате лемехов  $l = 1,2$  м и сопротивлении почвы  $F_{tp} = 17640$  Н. Определить мощность  $N$  двигателя трактора, если его коэффициент полезного действия  $\eta = 80\%$ .

**Решение.** Работа, совершаемая трактором против силы сопротивления почвы (с учетом коэффициента полезного действия),

$$A = F_{tp}S/(l\eta),$$

где  $S/l$  — путь, пройденный трактором. Тогда мощность двигателя трактора

$$N = \frac{A}{t} = \frac{F_{tp}S}{tl\eta} = \frac{17640 \text{ Н} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ м}^2}{8 \cdot 3600 \text{ с} \cdot 1,2 \text{ м} \cdot 0,8} = 1,28 \cdot 10^4 \text{ Вт}.$$

**Задача 12.** Баба копра массой  $m_1 = 500$  кг падает на сваю массой  $m_2 = 100$  кг со скоростью  $v_1 = 4$  м/с. Определить: 1) кинетическую энергию  $W_1$  копра в момент удара; 2) энергию  $W_2$ , затрачиваемую на углубление сваи в грунт; 3) энергию  $W_3$ , затрачиваемую на деформацию сваи; 4) коэффициент  $\eta$  полезного действия удара копра о сваю.

**Решение 1.** Согласно формуле (6'),

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{500 \text{ кг} \cdot 16 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 4000 \text{ Дж.}$$

2. Энергия, затрачиваемая на углубление сваи в грунт, должна быть равна кинетической энергии, которой обладает система баба копра — свая в момент удара. Поэтому

$$W_2 = (m_1 + m_2) u^2 / 2,$$

где  $u$  — скорость системы в момент удара. Этую скорость найдем по закону сохранения импульса:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$$

где  $v_2 = 0$  — скорость сваи перед ударом. Тогда  $u = m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$  и

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{m_1 + m_2}{2} \frac{m_1^2 v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2} \frac{m_1}{m_1 + m_2} = W_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \\ &= 4000 \text{ Дж} \cdot \frac{500 \text{ кг}}{600 \text{ кг}} = 3333 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

3. Кинетическая энергия  $W_1$  бабы копра расходуется на углубление сваи в грунт и на деформацию сваи. Поэтому  $W_1 = W_2 + W_3$ , откуда  $W_3 = W_1 - W_2 = 4000 \text{ Дж} - 3333 \text{ Дж} = 667 \text{ Дж.}$

4. Так как копер предназначен для забивания (углубления в грунт) свай, то

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{500 \text{ кг}}{600 \text{ кг}} = 0,833 = 83,3\%.$$

### Контрольные вопросы

60. Назовите виды механической энергии. 61. Дайте определение работы и ее единицы. 62. Дайте определение единице мощности. Какова ее размерность? 63. Совершая работу  $A$ , система переходит из состояния с энергией  $W_0$  в состояние с энергией  $W_n$ . Каким соотношением связаны эти три величины? 64. Чему равно максимальное значение потенциальной энергии системы, состоящей из двух тяготеющих тел? Когда оно имеет место? 65. Какие силы называются потенциальными? 66. Какие два основных свойства энергии изолированной системы отражает закон сохранения и превращения энергии? 67. Потенциальная энергия свободно падающего тела в средней точ-

- ке пути равна 16 Дж. Чему равна кинетическая энергия тела в момент падения на Землю? 68. Что называется центральным ударом абсолютно упругих шаров? 69. Можно ли применять к соударению абсолютно неупругих шаров закон сохранения и превращения энергии, учитывая только их кинетическую энергию? Дайте объяснение. 70. Столкиваются (центрально) два одинаковых абсолютно упругих шара, из которых второй неподвижен. Какова скорость первого шара после столкновения? 71. Совершает ли работу результирующая всех сил, приложенных к телу, равномерно движущемуся по окружности? 72. Какую по значению и направлению скорость надо сообщить земному

телеу, чтобы оно стало искусственной планетой? 73. Сформулируйте и запишите математически принцип Гейзенberга. 74. Почему принцип Гейзенberга практически не обнаруживается для макроскопических тел? 75. К какому значению стремится масса тела, когда скорость его движения стремится к скорости света? 76. Сформулируйте и запишите математически

закон взаимосвязи массы и энергии. 77. Нейтрон, летящий со скоростью  $v_1 = 100\ 000$  км/с относительно наблюдателя  $A$ , испускает в направлении своего полета электрон, движущийся со скоростью  $v_2 = 280\ 000$  км/с относительно этого нейтрона. Чему равна скорость  $v$  электрона относительно наблюдателя  $A$ ?

## Глава IV. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### § 21. Основной закон динамики вращения

В этой главе твердое тело рассматривается как совокупность материальных точек, не смещающихся друг относительно друга. Такое не поддающееся деформации тело называется *абсолютно твердым*.

Пусть твердое тело произвольной формы вращается под действием силы  $F^*$  вокруг неподвижной оси  $OO'$  (рис. 30). Тогда все его точки описывают окружности с центрами на этой оси. Понятно, что все точки тела имеют одинаковую угловую скорость и одинаковое угловое ускорение (в данный момент времени).

Разложим действующую силу  $F^*$  на три взаимно перпендикулярные составляющие:  $F'$  (параллельную оси),  $F''$  (перпендикулярную оси и лежащую на линии, проходящей через ось) и  $F$  (перпендикулярную  $F'$  и  $F''$ ). Очевидно, что вращение тела вызывает только составляющая  $F$ , являющаяся касательной к окружности, описываемой точкой приложения силы. Составляющие  $F'$  и  $F''$  вращения не вызывают. Назовем  $F$  *вращающей силой*. Как известно из школьного курса физики, действие силы  $F$  зависит не только от ее значения, но и от расстояния точки ее приложения  $A$  до оси вращения, т. е. зависит от момента силы.

*Моментом  $M$  вращающей силы (вращающим моментом) называется произведение вращающей силы  $F$  на радиус окружности  $r$ , описываемой точкой приложения силы:*

$$M = Fr. \quad (1)$$

Мысленно разобьем все тело на очень малые частицы — элементарные массы. Хотя сила  $F$  приложена к одной точке  $A$  тела, ее вра-

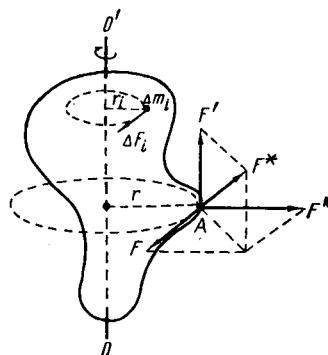


Рис. 30

щающее действие передается всем частицам: к каждой элементарной массе  $\Delta m_i$ , будет приложена элементарная вращающая сила  $\Delta F_i$  (рис. 30). Согласно второму закону Ньютона,

$$\Delta F_i = \Delta m_i a_i,$$

где  $a_i$  — линейное ускорение, сообщаемое элементарной массе. Умножая обе части этого равенства на радиус  $r_i$  окружности, описываемой элементарной массой, и вводя вместо линейного угловое ускорение  $\beta$  (см. § 7), получим

$$\Delta F_i r_i = \Delta m_i r_i^2 \beta.$$

Учитывая, что  $\Delta F_i r_i = \Delta M_i$  — вращающий момент, приложенный к элементарной массе, и обозначая

$$\Delta m_i r_i^2 = \Delta J_i, \quad (2)$$

получим

$$\Delta M_i = \Delta J_i \beta,$$

где  $\Delta J_i$  — момент инерции элементарной массы (материальной точки). Следовательно,

*моментом инерции материальной точки относительно некоторой оси вращения называется произведение массы материальной точки на квадрат ее расстояния до этой оси.*

Суммируя вращающие моменты  $\Delta M_i$ , приложенные ко всем элементарным массам, составляющим тело, получим

$$\Sigma \Delta M_i = \beta \Sigma \Delta J_i, \quad (3)$$

где  $\Sigma \Delta M_i = M$  — вращающий момент, приложенный к телу, т. е. момент вращающей силы  $F$ ;  $\Sigma \Delta J_i = J$  — момент инерции тела. Следовательно,

*моментом инерции тела называется сумма моментов инерции всех материальных точек, составляющих тело.*

Теперь можно переписать формулу (3) в виде

$$M = J\beta. \quad (4)$$

*Момент вращающей силы, приложенной к телу, равен произведению момента инерции тела на угловое ускорение [основной закон динамики вращения, или второй закон Ньютона для вращательного движения].*

Из формулы (4) видно, что угловое ускорение, сообщаемое телу вращающим моментом, зависит от момента инерции тела: чем больше момент инерции, тем меньше угловое ускорение. Следовательно, момент инерции характеризует инерционные свойства тела при вращательном движении подобно тому, как масса характеризует инерционные свойства тела при поступательном движении. Однако в отличие от массы момент инерции данного тела может иметь множество значений в соответствии с множеством возможных осей вращения. Поэтому, говоря о моменте инерции твердого тела, необходимо указывать, относительно какой оси он рассчитывается. На практике

обычно приходится иметь дело с моментами инерции относительно осей симметрии тела.

Из формулы (2) следует, что единицей момента инерции является **килограмм-квадратный метр** ( $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ).

Если вращающий момент  $M = \text{const}$  и момент инерции тела  $J = \text{const}$ , то формулу (4) можно представить в виде

$$M = J(\omega_0 - \omega)/t \text{ или } Mt = J\omega_0 - J\omega, \quad (5)$$

где  $t$  — промежуток времени, в течение которого угловая скорость вращения тела изменяется от  $\omega_0$  до  $\omega$ . Произведение  $Mt$  (аналогичное импульсу силы  $Ft$ ) называется **импульсом момента силы**, произведение  $J\omega$  (аналогичное импульсу тела  $mv$ ) называется **моментом импульса тела**.

*Изменение момента импульса тела за некоторый промежуток времени равно импульсу момента силы за тот же промежуток времени [закон изменения момента импульса].*

Закон (5) аналогичен закону изменения импульса. Отметим, что закон изменения момента импульса остается справедливым и в общем случае переменного вращающего момента  $M \neq \text{const}$ . Обобщение этого закона проводится посредством рассуждений, аналогичных тем, к которым мы уже обращались при выводе закона изменения импульса (см. § 8).

Вращающий момент, импульс момента и момент импульса являются **векторными** величинами; они направлены по оси вращения в соответствии с правилом буравчика, т. е. так же, как вектор угловой скорости (см. § 6).

## § 22. Моменты инерции некоторых тел

Для неоднородных тел и тел неправильной формы момент инерции определяют экспериментально, а для однородных тел геометрически правильной формы — посредством интегрирования. Правда, для **тонкого стержня** момент инерции можно рассчитать и элементарным путем.

Пусть тонкий однородный стержень массой  $m$ , длиной  $l$ , площадью поперечного сечения  $S$  и плотностью  $\rho$  вращается относительно перпендикулярной оси  $OO'$ , проходящей через его конец (рис. 31). Разобьем стержень на большое число  $n$  малых элементов длиной  $\Delta r$  и массой  $\Delta m = \rho S \cdot \Delta r$ .

Момент инерции каждого такого элемента [см. (2)] равен

$$\Delta J = \Delta m \cdot r^2 = \rho S \cdot \Delta r (r_{i-1} r_i),$$

где  $r = \sqrt{r_{i-1} r_i}$  — среднее геометрическое (см. § 3) расстояние эле-

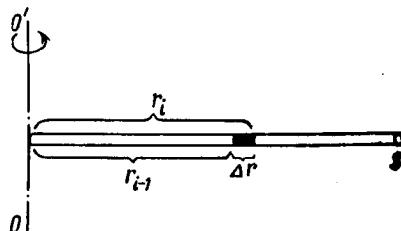


Рис. 31

мента от оси вращения,  $r_{i-1}$  и  $r_i$  — соответственно расстояния от начала и от конца элемента до этой оси. Но  $r_{i-1} = (i-1) \cdot \Delta r$ , а  $r_i = i \cdot \Delta r$ , поэтому

$$\Delta J = \rho S \cdot \Delta r^3 (i-1)i.$$

Умножая и деля правую часть последнего равенства на  $n^3$  и учитывая, что  $n \cdot \Delta r = l$ ,  $\rho Sl = m$ , получим

$$\Delta J = \rho S (n \cdot \Delta r)^3 (i-1)i/n^3 = ml^2 (i-1)i/n^3.$$

Будем теперь бесконечно увеличивать число  $n$  элементов, делая тем самым длину  $\Delta r$  каждого из них бесконечно малой. Тогда момент инерции  $J$  всего стержня равен пределу (при  $n \rightarrow \infty$ ) суммы моментов инерции всех элементов:

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{ml^2}{n^3} (i-1)i = ml^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n (i-1)i}{n^3}.$$

Легко убедиться в том, что

$$\sum_{i=1}^n (i-1)i = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1)n = (n-1)n(n+1)/3.$$

В самом деле, как показывают непосредственные вычисления, последнее равенство верно для  $n = 1, 2, 3, \dots$ , следовательно, оно верно и для  $n = k$ . Покажем, что оно остается справедливым и для  $n = k + 1$ :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k+1} (i-1)i &= \sum_{i=1}^k (i-1)i + k(k+1) = (k-1)k(k+1)/3 + \\ &+ k(k+1) = k(k+1)(k+2)/3. \end{aligned}$$

Таким образом, рассматриваемое равенство оказывается справедливым для любого целого значения  $n$ , в том числе и для  $n = \infty$ . Тогда

$$J = ml^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)n(n+1)}{3n^3} = \frac{ml^2}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{3} ml^2.$$

Аналогично выводится формула и для момента инерции тонкого стержня относительно перпендикулярной оси, проходящей через его середину. Этот расчет читатели могут сделать самостоятельно.

Выведенное выражение момента инерции тонкого стержня проще всего получить посредством интегрирования. Для этого стержень, который мы разбивали раньше на  $n$  элементов длиной  $\Delta r$  и массой  $\Delta m$  (рис. 31), разобьем теперь на бесконечно большое число бесконечно малых элементов длиной  $dr$  и массой  $dm$ . Обозначив расстояние от оси  $O'$  до одного из таких элементов через  $r$ , напишем, что момент инерции элемента стержня

$$dJ = r^2 dm = r^2 \rho S dr.$$

Тогда момент инерции всего стержня

$$J = \int_0^l dJ = \rho S \int_0^l r^2 dr = \frac{1}{3} \rho S l^3.$$

Но масса стержня  $m = \rho S l$ , поэтому

$$J = ml^2/3.$$

Приведем (без вывода) формулы для расчета момента инерции некоторых однородных тел геометрически правильной формы массой  $m$  относительно оси симметрии  $OO'$ .

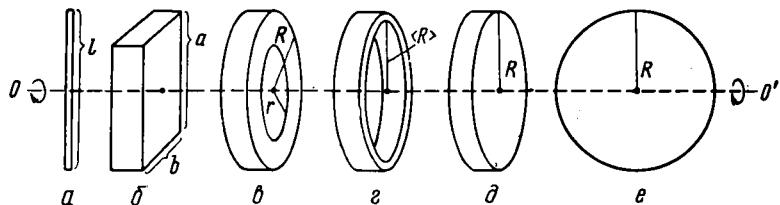


Рис. 32

1. Момент инерции тонкого стержня длиной  $l$  (рис. 32, а)

$$J = ml^2/12. \quad (6)$$

2. Момент инерции бруска длиной  $a$  и шириной  $b$  (рис. 32, б)

$$J = m(a^2 + b^2)/12. \quad (7)$$

3. Момент инерции кольца, внешний радиус которого  $R$ , а внутренний —  $r$  (рис. 32, в),

$$J = m(R^2 + r^2)/2. \quad (8)$$

4. Момент инерции тонкостенного кольца (обруча) радиусом  $\langle R \rangle$  (рис. 32, г)

$$J = n\langle R^2 \rangle. \quad (9)$$

Формулу (9) легко получить, полагая в формуле (8)  $r = R = \langle R \rangle$ .

5. Момент инерции диска (цилиндра) радиусом  $R$  (рис. 32, д)

$$J = mR^2/2. \quad (10)$$

Формулу (10) легко получить, полагая в формуле (8)  $r = 0$ .

6. Момент инерции шара радиусом  $R$  (рис. 32, е)

$$J = 2mR^2/5. \quad (11)$$

Если ось вращения тела параллельна оси симметрии  $OO'$ , но смещена от нее на расстояние  $d$ , то момент инерции  $J'$  относительно параллельно смещенной оси выражается соотношением, называемым теоремой Штейнера:

$$J' = J + md^2, \quad (12)$$

где  $J$  — момент инерции тела относительно оси симметрии. Например, момент инерции тонкого стержня относительно оси, проходящей перпендику-

лярно стержню через его конец, равен

$$J' = ml^2/12 + m(l/2)^2 = ml^2/3,$$

что совпадает с результатом расчетов, проведенных в начале данного параграфа.

### § 23. Закон сохранения момента импульса.

#### Кинетическая энергия вращающегося тела

Сравним попарно между собой следующие законы (формулы) механики поступательного движения и механики вращательного движения: второй закон Ньютона [см. § 7, (2)] — с основным законом динамики вращения (4), закон изменения импульса [§ 8, (4)] — с законом изменения момента импульса (5), выражение линейной скорости [§ 4, (1)] — с выражением угловой скорости [§ 6, (10)]. Бросается в глаза большое сходство в формулировках сравниваемых законов и в структуре сравниваемых формул. Каждой физической величине, характеризующей поступательное движение, соответствует определенная физическая величина, характеризующая вращательное движение. Например, линейной скорости аналогична угловая скорость, силе — момент силы, массе — момент инерции и т. п. Эти аналогичные физические величины выписаны для наглядности в таблицу:

Поступательное движение		Вращательное движение	
Время . . . . .	<i>t</i>	Время . . . . .	<i>t</i>
Линейный путь . . . . .	<i>s</i>	Угловой путь . . . . .	$\varphi$
Линейная скорость . . . . .	<i>v</i>	Угловая скорость . . . . .	$\omega$
Линейное ускорение . . . . .	<i>a</i>	Угловое ускорение . . . . .	$\beta$
Сила . . . . .	<i>F</i>	Момент силы . . . . .	<i>M</i>
Масса . . . . .	<i>m</i>	Момент инерции . . . . .	<i>J</i>
Импульс силы . . . . .	<i>Ft</i>	Импульс момента силы . . . . .	<i>Mt</i>
Импульс тела . . . . .	<i>mv</i>	Момент импульса тела . . . . .	$J\omega$

Обнаруженное сходство с законами поступательного движения имеет место вообще для всех законов вращательного движения. Пользуясь этим, напишем по аналогии (с помощью таблицы) закон вращательного движения, аналогичный закону сохранения импульса [§ 9, (6)]:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 + J_3\omega_3 + \cdots + J_n\omega_n = \text{const}, \quad (13)$$

где  $J_i$  и  $\omega_i$  — моменты инерции и угловые скорости тел, составляющих изолированную систему:

*В изолированной системе сумма моментов импульса всех тел — величина постоянная [закон сохранения момента импульса].*

Этот закон, как и закон сохранения импульса, обнаруживается во многих явлениях природы и техники.

Для изолированной системы, состоящей из одного тела, закон сохранения (13) запишется в виде

$$J\omega = \text{const.} \quad (14)$$

Из формулы (14) следует, что изменение момента инерции тела должно сопровождаться изменением угловой скорости вращения тела: увеличение (уменьшение)  $J$  вызывает соответствующее уменьшение (увеличение)  $\omega$ . Это следствие рассматриваемого закона обычно демонстрируют с помощью вращающейся скамьи («скамья Жуковского»). Человек с расставленными в стороны руками вращается, стоя на скамье Жуковского (рис. 33). Затем он быстро опускает руки. При этом его момент инерции уменьшается, а угловая скорость вращения увеличивается. На законе сохранения момента импульса основаны известный акробатический прием «салто-мортале», балетный прием «пируэт» и т. п. Все свободные *гироскопы* действуют на основе этого закона: вращающаяся с большой скоростью масса сохраняет *вектор* момента импульса, т. е. сохраняет неизменной ось своего вращения. Этим объясняется устойчивость положения земной оси, продольной оси летящего артиллерийского снаряда, ружейной пули, вертикальная устойчивость движущегося велосипеда и т. п.

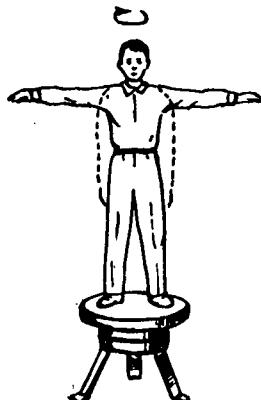


Рис. 33

Пользуясь ранее приведенной таблицей, напишем выражение кинетической энергии вращающегося тела ( $W_{\text{к.вр}}$ ) по аналогии с выражением кинетической энергии поступательно движущегося тела (см. § 17):

$$W_{\text{к.вр}} = J\omega^2/2, \quad (15)$$

где  $J$  — момент инерции,  $\omega$  — угловая скорость вращения тела.

Для того чтобы еще раз убедиться в правомерности применения «метода аналогии» к законам вращательного движения, получим формулу (15) путем вывода. Кинетическая энергия одной частицы вращающегося тела (см. рис. 30) массой  $\Delta m_i$ , движущаяся со скоростью  $v_i$  по окружности радиусом  $r_i$ , равна

$$\Delta W_i = \Delta m_i v_i^2/2 = \Delta m_i r_i^2 \omega^2/2 = \Delta J_i \omega^2/2,$$

где  $\Delta J_i$  — момент инерции частицы,  $\omega$  — угловая скорость вращения тела. Тогда, суммируя энергии  $\Delta W_i$  всех частиц, составляющих тело, получим выражение кинетической энергии вращающегося тела:

$$W_{\text{к.вр}} = \sum_1^N \Delta W_i = \frac{\omega^2}{2} \sum_1^N \Delta J_i = \frac{J\omega^2}{2}.$$

За счет кинетической энергии вращения тело может совершать работу. Очевидно, что эта работа равна изменению (убыли) кинетической энергии вращения:

$$A = J\omega_0^2/2 - J\omega^2/2, \quad (16)$$

где  $\omega_0$  и  $\omega$  — начальная и конечная угловые скорости вращения.

В технике для обеспечения равномерного хода машин (тракторов, кораблей, прокатных станов и т. п.) широко используется кинетическая энергия махового колеса: при внезапном увеличении нагрузки машина не останавливается, а совершает работу за счет запаса кинетической энергии вращения маховика.

Если тело одновременно участвует в поступательном и вращательном движении, то его кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного движения и вращения:

$$W_k = mv^2/2 + J\omega^2/2. \quad (17)$$

Это положение надо учитывать при решении многих практических задач.

Определим, например, кинетическую энергию обруча радиусом  $R$  и массой  $m$ , катящегося со скоростью  $v$ . Кинетическая энергия поступательного движения обруча

$$W_{k,\text{пост}} = mv^2/2.$$

Для определения  $W_{k,\text{вр}}$  найдем угловую скорость вращения обруча и его момент инерции:  $\omega = v/R$ ,  $J = mR^2$ . Тогда

$$W_{k,\text{вр}} = mR^2v^2/(2R^2) = mv^2/2.$$

Следовательно,

$$W_k = W_{k,\text{пост}} + W_{k,\text{вр}} = mv^2.$$

Таким образом, для катящегося обруча  $W_{k,\text{пост}}$  и  $W_{k,\text{вр}}$  оказываются одинаковыми. Для тел другой формы соотношение этих энергий будет иным.

### Примеры решения задач

**Задача 13.** Колесо, вращаясь при торможении равнозамедленно, уменьшило в течение времени  $t = 1$  мин частоту своего вращения с  $\nu_0 = 300$  об/мин до  $\nu = 180$  об/мин. Момент инерции колеса  $J = 2$  кг·м<sup>2</sup>. Определить: 1) угловое ускорение  $\beta$  колеса; 2) тормозящий момент  $M$ ; 3) работу торможения  $A$ .

**Решение.** 1. Угловое ускорение колеса определим как отношение изменения его угловой скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\beta = \frac{\omega_0 - \omega}{t} = \frac{2\pi(\nu_0 - \nu)}{t} = \frac{2\pi(5 - 3) \text{ об/с}}{60 \text{ с}} = 0,21 \text{ (рад/с}^2\text{)},$$

где  $\omega_0$  и  $\omega$  — угловые скорости вращения колеса в начале и в конце промежутка времени  $t$  (напомним, что наименования «оборот» и «радиан» безразмерны).

2. По основному закону динамики вращения (4), тормозящий момент силы

$$M = J\beta = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2 \cdot 0,21 \text{ рад/с}^2 = 0,42 \text{ Дж.}$$

3. При торможении колеса кинетическая энергия его вращения расходуется на совершение работы против тормозящих сил. Поэтому [см. (16)]

$$A = J\omega_0^2/2 - J\omega^2/2 = J4\pi^2(v_0^2 - v^2)/2 = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2 \cdot 2\pi \cdot 16 \text{ (об}/\text{с}^2) = 640 \text{ Дж.}$$

**Задача 14.** На сплошной цилиндрический вал радиусом  $R = 0,5 \text{ м}$  намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 10 \text{ кг}$  (рис. 34). Найти момент инерции  $J$  вала и его массу  $m_1$ , если груз, разматывая шнур, опускается с ускорением  $a = 2,04 \text{ м}/\text{с}^2$ .

**Решение.** Согласно основному закону динамики вращения (4),

$$J = M/\beta,$$

где  $M$  — вращающий момент силы натяжения  $T$  нити,  $\beta = a/R$  — угловое ускорение вала. По определению момента силы,

$$M = TR.$$

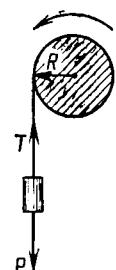


Рис. 34

Так как сила натяжения нити и ускорение груза обусловлены его силой тяжести  $mg = 10 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м}/\text{с}^2 = 98 \text{ Н}$ , то  $mg = T + ma$ , откуда  $T = mg - ma$ . Тогда  $M = (mg - ma)R$  и

$$J = \frac{(mg - ma)R^2}{a} = \frac{(98 \text{ Н} - 10 \text{ кг} \cdot 2,04 \text{ м}/\text{с}^2) \cdot 0,25 \text{ м}^2}{2,04 \text{ м}/\text{с}^2} = 9,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

Момент инерции сплошного цилиндрического вала, согласно формуле (10), равен

$$J = m_1R^2/2,$$

откуда

$$m_1 = \frac{2J}{R^2} = \frac{2 \cdot 9,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2}{0,25 \text{ м}^2} = 76 \text{ кг.}$$

### Контрольные вопросы

78. Что называется абсолютно твердым телом? 79. Что называется моментом инерции материальной точки и моментом инерции тела? 80. В каких единицах выражается момент инерции? 81. Сколько значений момента инерции может иметь данное тело? 82. Сформулируйте и запишите математически основной закон динамики вращения. 83. На тело с моментом инерции  $2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  действует вращающий момент  $8 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . С каким угловым ускорением вращается тело? 84. Во сколько раз момент инерции  $J$  диска относительно оси симметрии, перпендикулярной основанию, меньше его момента инерции  $J'$  относительно оси, проходящей через край диска перпендикулярно основанию? 85. Какие характеристики вра-

- щательного движения аналогичны массе и силе, характеризующим поступательное движение? 86. Как направлен вектор момента импульса вращающегося тела? 87. Чем объясняется вертикальная устойчивость катящегося велосипеда? 88. Человек, равномерно вращающийся на скамье Жуковского, держит в вытянутых руках две одинаковые гири. Не меняя положения рук, он выпускает из них гири. Скажется ли это как-нибудь на его вращении? 89. Какую роль играет маховое колесо, насаженное на вал двигателя трактора? 90. На какую высоту вкатится по наклонной плоскости шар, если у основания этой плоскости скорость его поступательного движения  $4 \text{ м}/\text{с}$ ? Трением пренебречь.

**§ 24. Основные определения.  
Уравнение неразрывности**

В отличие от твердого тела в жидкости возможны значительные смещения составляющих ее частиц относительно друг друга. Поэтому движущаяся жидкость может изменять свою форму в соответствии с формой русла.

Реальная жидкость *сжимаема*: ее объем уменьшается, а плотность увеличивается с повышением давления. Однако сжимаемость

жидкости мала. Например, при повышении давления от  $10^5$  до  $10^7$  Па плотность воды увеличивается всего лишь на 0,5 %. В движущейся жидкости обычно не бывает столь больших перепадов давления. Поэтому сжимаемостью движущейся жидкости можно пренебречь.

Реальная жидкость *вязка*: в движущейся жидкости всегда возникают силы внутреннего трения (см. § 60). Если условия движения жидкости таковы, что силы внутреннего трения малы по сравнению с другими действующими в ней силами (давления, тяжести и т. п.), то жидкость можно считать практически невязкой. Воображаемая жидкость, *совершенно* не обладающая вязкостью, называется *идеальной*\*.

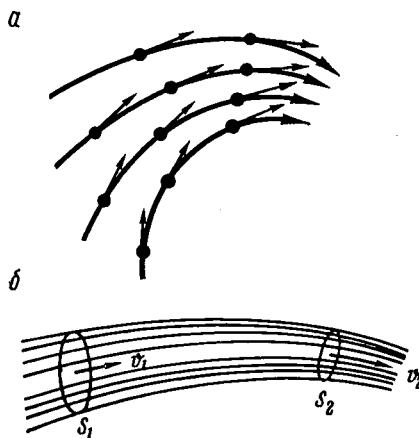


Рис. 35

Рассмотрим некоторый объем внутри движущейся идеальной несжимаемой жидкости. Мысленно отметим в нем ряд точек и изобразим векторами скорость движения частиц жидкости, находящихся в данный момент времени в этих точках (рис. 35, a). Приведем линии, в каждой точке которых касательная совпадает с вектором скорости движения частиц жидкости. Такие линии называются *линиями тока*.

Движение жидкости называется *установившимся* (*стационарным*), если скорость жидкости в каждой точке объема не изменяется с течением времени. В этом случае линии тока также остаются неизменными и частица жидкости, находящаяся в данный момент на

\* При температуре выше 0°C многие реальные жидкости (эфир, ацетон, спирт, вода, ртуть) обладают малой вязкостью и потому их можно рассматривать как идеальные жидкости.

некоторой линии тока, все время остается на этой линии. Иными словами, при установившемся движении траектории частиц жидкости совпадают с линиями тока. Установившееся движение жидкости имеет место в случаях, когда силы, вызывающие движение, не изменяются со временем.

В этой главе рассматривается только установившееся движение идеальной несжимаемой жидкости.

Прежде всего покажем (прибегая к доказательству «от противного»), что линии тока не пересекаются между собой. Предположим, что две линии тока пересеклись. Тогда частица жидкости, находящаяся в точке пересечения, должна двигаться одновременно по двум траекториям, что невозможно. Следовательно, линии тока не пересекаются.

Выделим теперь в движущейся жидкости объем, ограниченный линиями тока (рис. 35, б). Из положения о непересекаемости линий тока следует, что жидкость не может проходить через боковую поверхность этого объема (ни внутрь объема, ни из него). Таким образом, рассматриваемый объем подобен трубке с непроницаемыми для жидкости стенками. Поэтому объем жидкости, ограниченный линиями тока, называется *трубкой тока*.

Выберем в трубке тока два поперечных сечения:  $S_1$  (где скорость течения жидкости  $v_1$ ) и  $S_2$  (где скорость течения жидкости  $v_2$ ). Так как жидкость не сжимается, не *разрывается* и не переходит через боковую поверхность трубы, то за время  $\Delta t$  через эти сечения пройдут одинаковые объемы, а следовательно, и одинаковые массы  $\Delta m$  жидкости. Объем жидкости, протекающей через широкое сечение, имеет форму цилиндра с основанием  $S_1$  и высотой  $v_1 \cdot \Delta t$ ; он равен  $S_1 v_1 \cdot \Delta t$ . Точно так же объем жидкости, протекающей через узкое сечение, равен  $S_2 v_2 \cdot \Delta t$ . Тогда  $S_1 v_1 = S_2 v_2$ . Так как сечения были выбраны произвольно, то

$$Sv = \text{const.} \quad (1)$$

*Для данной трубы тока произведение площади поперечного сечения трубы на скорость течения жидкости есть величина постоянная [уравнение неразрывности струи].*

Оно справедливо не только для трубы тока, но и для всякой реальной трубы, для русла реки и т. п. В соответствии с уравнением неразрывности скорость течения на узких и мелких участках речного русла больше, чем на широких и глубоких; скорость воды в струе, вырывающейся из брандспойта, больше, чем в шланге, и т. п.

На рис. 36 изображено с помощью линий тока движение жидкости в трубе переменного сечения. В узкой части трубы, где скорость течения наибольшая, линии тока оказываются сгущенными. Таким образом, картина линий тока дает представление не только о направлении, но и о значении скорости течения жидкости.

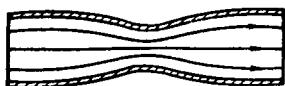


Рис. 36

## § 25. Уравнение Бернулли

Пусть по наклонной трубке (или реальной трубе) переменного сечения движется жидкость в направлении слева направо. Мысленно выделим область трубы, ограниченную сечениями  $S_1$  и  $S_2$ , в которых скорости течения равны соответственно  $v_1$  и  $v_2$  (рис. 37).

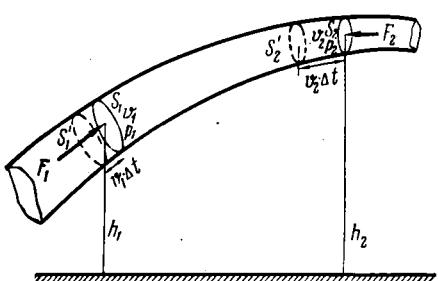


Рис. 37.

Определим изменение полной энергии, происходящее в этой области за малый промежуток времени  $\Delta t$ . За это время масса жидкости, заключенная между сечениями  $S'_1$  и  $S_1$ , втекает в рассматриваемую область, а масса, заключенная между сечениями  $S'_2$  и  $S_2$ , вытекает из нее. Иных изменений в данной области не происходит. Поэтому изменение полной энергии  $\Delta W$  равно разности полных энергий вытекающей и втекающей массы. Учитывая, что полная

энергия идеальной несжимаемой жидкости слагается из ее кинетической  $W_k$  и потенциальной  $W_n$  энергий, получим

$$\Delta W = (W_k + W_n)_2 - (W_k + W_n)_1, \quad (2)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к сечениям  $S_1$  и  $S_2$ .

Как мы уже видели (см. § 24) вытекающая и втекающая массы оказываются одинаковыми ( $\Delta m$ ). Вводя в формулу (2) выражения кинетической и потенциальной энергий, напишем

$$\Delta W = \Delta m v_2^2 / 2 + \Delta m g h_2 - \Delta m v_1^2 / 2 - \Delta m g h_1. \quad (3)$$

В соответствии с законом сохранения энергии найденное изменение энергии равно работе  $\Delta A$  внешних сил (давления) по перемещению массы  $\Delta m$ :

$$\Delta W = \Delta A. \quad (4)$$

Определим эту работу. Внешняя сила давления  $F_1$  совершает работу  $\Delta A_1$  по перемещению втекающей массы на пути  $v_1 \cdot \Delta t$ ; в то же время вытекающая масса совершает работу  $\Delta A_2$  против внешней силы давления  $F_2$  на пути  $v_2 \cdot \Delta t$ . Поэтому

$$\Delta A_1 = F_1 v_1 \cdot \Delta t, \quad \Delta A_2 = -F_2 v_2 \cdot \Delta t,$$

а искомая работа

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = F_1 v_1 \cdot \Delta t - F_2 v_2 \cdot \Delta t.$$

Учитывая, что  $F_1 = p_1 S_1$  и  $F_2 = p_2 S_2$  ( $p_1$  и  $p_2$  — давления на сечениях  $S_1$  и  $S_2$ ), получим

$$\Delta A = p_1 S_1 v_1 \cdot \Delta t - p_2 S_2 v_2 \cdot \Delta t.$$

Но  $S_1v_1 \cdot \Delta t = S_2v_2 \cdot \Delta t = \Delta V$ , где  $\Delta V$  — объем каждой из рассматриваемых масс (см. § 24). Поэтому

$$\Delta A = p_1 \cdot \Delta V - p_2 \cdot \Delta V. \quad (5)$$

Объединяя формулы (3) — (5), получим после перегруппировки слагаемых

$$\Delta mv_2^2/2 + \Delta mgh_2 + p_2 \cdot \Delta V = \Delta mv_1^2/2 + \Delta mgh_1 + p_1 \cdot \Delta V.$$

Поделив обе части последнего равенства на  $\Delta V$  и учитывая, что  $\Delta m/\Delta V = \rho$  — плотность жидкости, получим

$$\rho v_2^2/2 + \rho gh_2 + p_2 = \rho v_1^2/2 + \rho gh_1 + p_1.$$

Поскольку сечения  $S_1$  и  $S_2$  выбраны произвольно, можно окончательно написать

$$\rho v^2/2 + \rho gh + p = \text{const}. \quad (6)$$

Это соотношение, выведенное в 1738 г. Д. Бернулли, называется *уравнением Бернулли*. Первое слагаемое левой части этого уравнения представляет собой удельную кинетическую энергию жидкости; второе — удельную потенциальную энергию жидкости в поле силы тяжести; третье — удельную энергию жидкости, обусловленную силами давления (удельная энергия — энергия, отнесенная к объему жидкости).

*При установившемся движении идеальной несжимаемой жидкости сумма удельной энергии давления и кинетической и потенциальной удельных энергий остается постоянной на любом поперечном сечении потока [уравнение Бернулли].*

Единицей давления является *паскаль* (Па.)

1 Па — давление, вызываемое силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup>:

$$\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м}/\text{м}^3 = \text{Дж}/\text{м}^3.$$

Следовательно, уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии (удельной).

Из приведенного преобразования единиц давления в единицы удельной энергии следует, что все члены левой части уравнения (6) можно еще рассматривать как давления, причем  $p$  называют *статическим*,  $\rho v^2/2$  — *динамическим*,  $\rho gh$  — *гидравлическим давлением*. Следовательно,

*в установившемся потоке идеальной несжимаемой жидкости полное давление, слагающееся из динамического, гидравлического и статического давлений, постоянно на любом поперечном сечении потока [уравнение Бернулли].*

Для горизонтальной трубки тока (или реальной трубы) уравнение Бернулли принимает вид

$$\rho v^2/2 + p = \text{const} \quad (7)$$

(так как  $\rho gh = \text{const}$ ).

Из уравнений Бернулли и неразрывности следует, что в местах сужения трубопровода скорость течения жидкости возрастает, а давление понижается.

В заключение остановимся на следующем важном положении. Уравнения (1) и (6) применимы не только к жидкостям, но и к газам в случаях, когда сжимаемостью и вязкостью газа можно пренебречь. Оказывается, что это можно делать при небольших скоростях движения газа, когда в газовом потоке обычно не возникает больших градиентов скорости, а следовательно, и больших сил вязкости (см. § 52). Что касается сжимаемости газа, то, как показывают теория и опыт, ее можно пренебречь при скоростях движения газа, меньших скорости распространения звука в нем. Скорость звука в воздухе составляет около  $340 \text{ м/с} = 1224 \text{ км/ч}$ . Поэтому воздух, движущийся со скоростью, не превышающей  $150\text{--}200 \text{ м/с}$ , допустимо считать идеальной несжимаемой жидкостью и применять к нему уравнение неразрывности и уравнение Бернулли.

## § 26. Некоторые приложения уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли является одним из основных законов механики движения жидкостей и газов (гидро- и аэродинамики), имеющим большое прикладное значение. Приведем несколько примеров.

### ▲ ГИДРОТУРБИНА

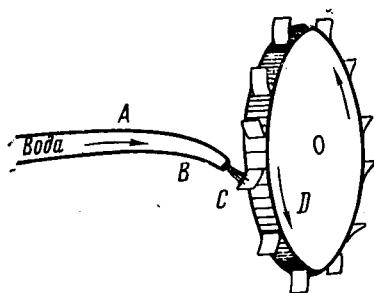


Рис. 38

© Вода, находящаяся под большим давлением, но имеющая малую скорость, поступает по суживающемуся трубопроводу *A* через сопло *B* на лопатки *C* рабочего колеса *D* (рис. 38). Согласно уравнению Бернулли, потенциальная энергия давления воды переходит в узком трубопроводе и сопле в кинетическую энергию, за счет которой рабочее колесо приводится во вращение.

Аналогично поток газа приводит в действие газотурбину. ©

### ▲ ГИДРОТАРАН

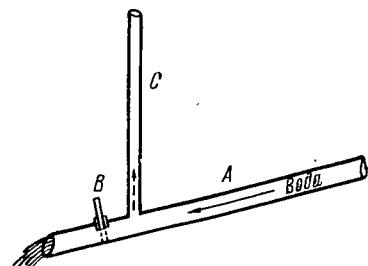


Рис. 39

© Вода движется от плотины по наклонному трубопроводу *A* (рис. 39). В конце трубопровода имеется подвижная заслонка *B*, которая может периодически быстро перекрывать трубопровод. При каждом перекрытии потока динамическое давление в нем внезапно падает до нуля, а ста-

тическое резко возрастаеет, перегоняя часть воды по вертикальной трубе  $C$  в водонапорный бак.

Простота устройства и эксплуатации гидротарана позволяет применять его везде, где есть хотя бы небольшая речка. Вода из водонапорного бака может быть использована для орошения земель, водоснабжения животноводческих ферм и т. д. ☺

### ▲ ВОДОСТРУЙНЫЙ НАСОС

☺ Вода течет по трубе, имеющей в узкой части неплотное сочленение (рис. 40). На выходе из трубы давление в струе воды равно атмосферному. Тогда, согласно уравнению Бернулли, давление в суженной части трубы ниже атмосферного. Поэтому воздух из резервуара  $A$ , окружающего сужение, засасывается в трубу через сочленение и выходит из нее вместе с водой. Трубка  $B$  присоединяется к сосуду, из которого надо откачивать воздух (или какой-нибудь другой газ).

Будучи крайне простым по устройству и эксплуатации, водоструйный насос может создавать разрежения до 90 Па. Водоструйные насосы широко используются в лабораториях, в конденсаторных установках паровых турбин и т. п.

Аналогично водоструйному насосу действует пароструйный насос (*инжектор*), служащий для питания водой паровых котлов. ☺

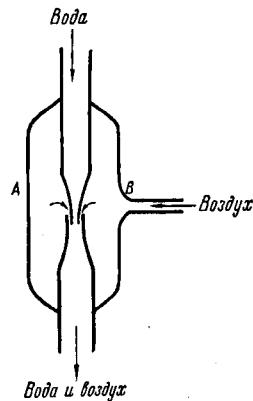


Рис. 40

### ▲ ПОДЪЕМНАЯ СИЛЫ КРЫЛА САМОЛЕТА

☺ На рис. 41 представлена форма поперечного сечения крыла самолета («профиль Жуковского»), разработанная в 1904 г. основа-

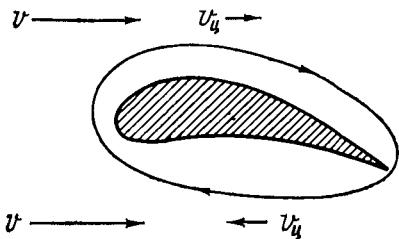


Рис. 41

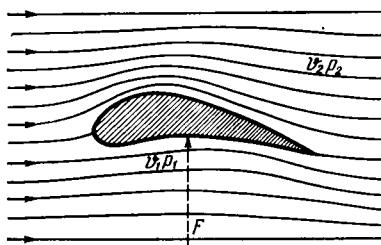


Рис. 42

телем аэродинамики *H. E. Жуковским*. Благодаря этой форме вокруг движущегося крыла возникает циркуляция (круговое течение) воздуха, направленная по часовой стрелке. Над крылом скорости цир-

куляции  $v_u$  и встречного воздушного потока  $v$  складываются, под крылом — вычитаются. Поэтому относительная скорость движения воздуха над крылом ( $v_2 = v + v_u$ ) превышает относительную скорость под крылом ( $v_1 = v - v_u$ ), т. е.  $v_1 < v_2$ , что отражено густотой линий тока (рис. 42). Тогда, согласно уравнению Бернулли, давление под крылом  $p_1$  будет больше, чем над крылом  $p_2$  ( $p_2 < p_1$ ). За счет разности давлений  $p_1 - p_2$  возникает подъемная сила  $F$  крыла самолета. Отметим, что отчасти подъемная сила обусловлена еще и небольшим наклоном плоскости крыла к направлению движения самолета (угол атаки). ⊕

### ▲ АЭРАЦИЯ ПОЧВЫ

⊕ Представим себе участок неровной земной поверхности, например вспаханное поле, где валы чередуются с бороздами (рис. 43).

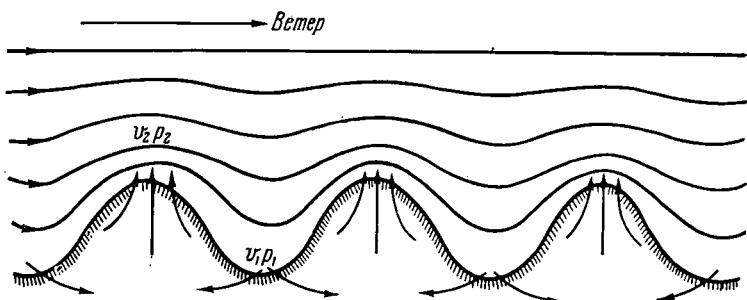


Рис. 43

Пусть ветер дует перпендикулярно направлению борозд. Очевидно, что наличие этих неровностей скажется на характере воздушного потока: вблизи земли линии тока будут искривлены и выровняются лишь на некоторой высоте над землей. Поэтому приземный слой воздуха является своеобразной трубкой тока (точнее говоря, «слоем тока») переменного сечения, ограниченной снизу поверхностью земли, а сверху — ближайшей горизонтальной поверхностью, обра зованной невозмущенными линиями тока. Сечение трубы наибольшее над бороздами и наименьшее над валами. Тогда в соответствии с уравнением неразрывности и уравнением Бернулли давление  $p_1$  воздуха над бороздами больше, чем над валами ( $v_1 < v_2$ ;  $p_1 > p_2$ ). Благодаря этому в поверхностном слое почвы возникает движение почвенного воздуха, направленное от оснований борозд к вершинам валов, обеспечивающее газообмен между почвой и атмосферой. Это явление называется *аэрацией почвы*. Аэрация обогащает почвенный воздух кислородом, а приземный воздух — углекислотой, создавая тем самым благоприятные условия для развития растений.

При достаточно большой скорости ветра движение воздуха в почве может стать столь интенсивным, что вызовет разрушение (размель-

чение) почвенных частиц. Таким образом, ветровая аэрация способствует созданию мелкокомковатой структуры почвы.

В заключение отметим, что на основе уравнения Бернулли действуют карбюратор двигателя внутреннего сгорания, пульверизатор, опрыскиватель сельскохозяйственных растений, ингалятор и другие распылители жидкости. ◎

### Примеры решения задач

**Задача 15.** Из опрыскивателя плодовых деревьев выбрасывается струя жидкости со скоростью  $v_2 = 25 \text{ м/с}$ ; плотность жидкости  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ . Какое давление  $p_1$  создает компрессор в баке опрыскивателя?

**Решение.** Исходя из уравнения Бернулли (7), напишем

$$\rho v_1^2/2 + p_1 = \rho v_2^2/2 + p_2,$$

где  $v_1$ ,  $p_1$  — скорость и давление жидкости в баке опрыскивателя,  $p_2$  — давление в струе жидкости на выходе из опрыскивателя. Но  $v_1 = 0$ , так как скорость жидкости в баке (и шланге) ничтожно мала по сравнению с  $v_2$ . Кроме того,  $p_2 = 0$ , поскольку в уравнении Бернулли  $\rho$  представляет собой давление, избыточное над атмосферным. Поэтому

$$p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} = \frac{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 625 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 3,12 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

**Задача 16.** На какую высоту  $h$  поднимается вода в вертикальной трубке, впаянной в узкую часть горизонтальной трубы (рис. 44) диаметром  $d = 2 \text{ см}$ , если в широкой части трубы диаметром  $D = 6 \text{ см}$  скорость воды  $v_1 = 30 \text{ см/с}$  при давлении  $p_1 = 10^5 \text{ Па}$ ?

**Решение.** По уравнению неразрывности,

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \text{ или } \pi D^2 v_1 / 4 = \pi d^2 v_2 / 4,$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — площади поперечных сечений трубы в широкой и в узкой ее частях,  $v_2$  — скорость воды в узкой части трубы. Тогда

$$v_2 = \frac{D^2}{d^2} v_1 = \frac{0,06^2 \text{ м}^2}{0,02^2 \text{ м}^2} \cdot 0,3 \text{ м/с} = 2,7 \text{ м/с.}$$

По уравнению Бернулли (7),

$$\rho v_1^2/2 + p_1 = \rho v_2^2/2 + p_2,$$

где  $p_2$  — давление в узкой части трубы (и в вертикальной трубке),  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды. Следовательно, давление в вертикальной трубке ниже атмосферного на

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{10^3 \text{ кг/м}^3}{2} (2,7^2 - 0,3^2) \text{ м}^2/\text{с}^2 = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

Этот недостаток давления уравновешивается столбиком воды в вертикальной трубке. Но вес такого столбика равен  $\rho h S g$ , где  $S$  — площадь поперечного сечения вертикальной трубы,  $g$  — ускорение свободного падения. Тогда

$$\rho h S g = (p_1 - p_2) S,$$

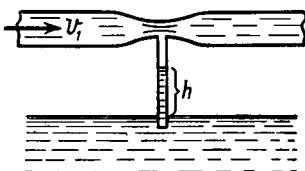


Рис. 44

откуда

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{3,6 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2}{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} \approx 0,37 \text{ м.}$$

### Контрольные вопросы

91. Что называется идеальной жидкостью? 92. В чем состоит существенное отличие движения жидкости от движения твердого тела? 93. Что является характерным для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости? 94. Чем ограничена боковая поверхность трубы тока? 95. Сформулируйте и запишите математически уравнение неразрывности струи. 96. Почему в широких и глубоких местах русла реки скорость течения воды меньше, чем в узких и мелких? 97. Сформулируйте и запишите

- математическое уравнение Бернулли. 98. Что называется удельной энергией жидкости? 99. Дайте определение единицы давления — паскаля. Какова ее размерность? 100.. Известно, что два корабля, идущие параллельным курсом близко один к другому, испытывают взаимное притяжение (точнее говоря, — тенденцию сближению). Объясните это явление. 101. Уравнение неразрывности струи и уравнение Бернулли можно при определенном условии применять и к движению газа. Какое это условие?

---

## Глава VI. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

---

### § 27. Гармоническое колебание и его характеристики

Колебательным движением (колебанием) называется процесс, при котором система, многократно отклоняясь от своего состояния равновесия, каждый раз вновь возвращается к нему.

Если этот возврат совершается через равные промежутки времени, то колебание называется *периодическим*. Наглядным примером колебания может служить движение часовного маятника.

◊ Колебательные движения исключительно широко распространены в природе и технике. Вибрация натянутой струны, движение поршня дизеля и ножей косилки, суточные и годичные изменения температуры воздуха, морские приливы и отливы, волнение водной поверхности, биение сердца, дыхание, тепловое движение ионов кристаллической решетки твердого тела, переменный ток и его электромагнитное поле, движение электронов, в атоме и т. д. — все это в конечном счете колебательные процессы. ◊

Несмотря на большое разнообразие колебательных процессов как по физической природе, так и по степени сложности, все они совершаются по некоторым общим закономерностям и могут быть сведены к совокупности простейших периодических колебаний, называемых *гармоническими*. В этой главе рассматриваются именно гармонические колебания.

С основными закономерностями и характеристиками гармонического колебания проще всего ознакомиться на примере равномерного

движения материальной точки по окружности. Пусть материальная точка  $M$  движется против часовой стрелки по окружности радиусом  $A$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$  (рис. 45). Тогда ее проекция  $N$  на вертикальный диаметр совершает периодические колебания около положения равновесия  $O$ , а смещение этой проекции ( $x = ON$ ) изменяется в пределах от  $+A$  до  $-A$ , также совершая периодические колебания. Смещение в любой момент времени  $t$  определяется очевидным соотношением

$$x = A \sin \varphi. \quad (1)$$

Так как период вращения материальной точки  $T$ , число ее оборотов в секунду  $v$ , угловая скорость  $\omega$  и угол поворота радиуса  $\varphi$  связаны между собой соотношениями (см. § 6)

$$\varphi = \omega t = 2\pi t/T = 2\pi vt,$$

то формулу (1) можно написать еще так:

$$x = A \sin \omega t, \quad x = A \sin 2\pi t/T, \quad x = A \sin 2\pi vt. \quad (2)$$

Соотношения (1) — (2) являются разновидностями *уравнения гармонических колебаний*. Следовательно,

*гармоническим называется колебание, при котором изменение колеблющейся величины со временем происходит по закону синуса (или косинуса, если точка  $M$  проецируется на горизонтальный диаметр).*

Смещение  $x$  положительно, когда направлено вверх от положения равновесия, и отрицательно, когда направлено вниз. Абсолютное значение максимального смещения  $A$  называется *амплитудой колебания*.

При описании колебательных процессов физические величины  $T$ ,  $v$ ,  $\omega$  и  $\varphi$  принято называть иначе, чем мы называли их ранее (см. § 6):  $T$  — *периодом колебания*,  $v$  — *частотой колебания*,  $\omega$  — *круговой или циклической частотой*,  $\varphi$  — *фазой колебания*. Единицы этих величин остаются, конечно, прежними.

Фазой колебания  $\varphi = \omega t$  называется аргумент тригонометрической функции в уравнении гармонического колебания. Физический смысл фазы состоит в том, что она *определяет смещение в любой момент времени*, т. е. определяет состояние колебательной системы. Например, смещение  $x = A/2$  при  $\varphi = \pi/6$ ,  $x = 0$  при  $\varphi = \pi$ ,  $x = -A$  при  $\varphi = 3\pi/2$  и т. п. Из уравнения (1) следует, что фазам, различающимся между собой на величину, кратную  $2\pi$ , соответствуют одинаковые смещения. Изменение фазы на  $2\pi$  рад соответствует промежутку времени в один период  $T$ .

Уравнения (1) — (2) написаны в предположении, что в начальный момент времени ( $t = 0$ ) фаза колебания была равна нулю (т. е. секундомерпущен в момент прохождения точки  $N$  через положение равновесия в положитель-

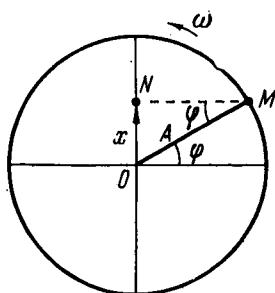


Рис. 45

ном направлении). Если же в начальный момент фаза уже имела некоторое значение  $\varphi_0$  (т. е. в момент пуска секундомера точка  $N$  уже была отклонена от положения равновесия), то упомянутые уравнения следует писать в виде

$$x = A \sin(\varphi + \varphi_0) = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где  $\varphi_0$  — начальная фаза. Поскольку выбор начального момента отсчета времени произволен, будем (при рассмотрении одного-единственного колебания), как правило, полагать  $\varphi_0 = 0$ .

Скорость  $v$  колебания точки  $N$  определим как производную смещения (2) по времени:

$$v = dx/dt = \omega A \cos \omega t,$$

или, учитывая правило приведения тригонометрических функций,

$$v = \omega A \sin(\omega t + \pi/2). \quad (3)$$

Из уравнения (3), видно, что скорость колебания изменяется со временем. Следовательно, колебательное движение совершаются с ускорением  $a$ , которое можно определить, продифференцировав выражение скорости (3) по времени:

$$a = dv/dt = \omega^2 A \cos(\omega t + \pi/2) = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi). \quad (4)$$

Учитывая формулу (2), можно выразить ускорение через смещение:

$$a = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi) = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 x. \quad (5)$$

Сравнение формул (2) — (4) приводит к следующим выводам.

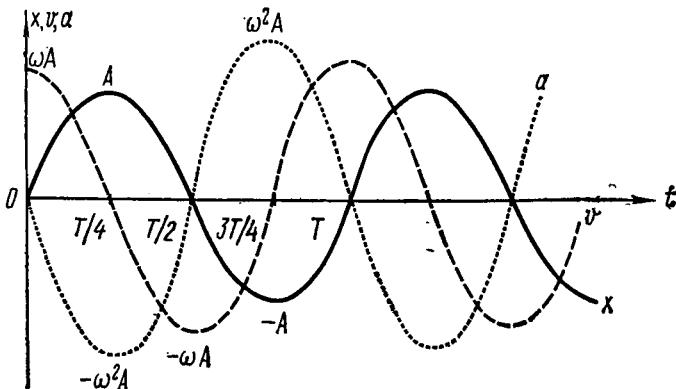


Рис. 46

1. Как и смещение  $x$ , скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки  $N$  совершают гармонические колебания с одинаковыми круговой частотой  $\omega$  и периодом  $T = 2\pi/\omega$ .

2. Амплитуды этих колебаний различны:  $A$  — у смещения,  $\omega A$  — у скорости и  $\omega^2 A$  — у ускорения.

3. Фазы колебаний также различны: колебание скорости опережает колебание смещения по фазе на  $\pi/2$  (по времени — на  $T/4$ ), колебание ускорения опережает колебание смещения по фазе на  $\pi$  (по времени — на  $T/2$ ).

Для наглядности, изменения  $x$ ,  $v$  и  $a$  со временем (при гармоническом колебании), рассчитанные по уравнениям (2), (3) и (4), приведены в таблице и представлены на рис. 46.

Как видно на этом рисунке, в момент прохождения колеблющейся точкой положения равновесия ( $x = 0$ ) ее скорость максимальна ( $\pm \omega A$ ), а ускорение равно нулю. Когда же точка максимально отклонится от положения равновесия ( $x = +A$  или  $x = -A$ ), ее скорость равна нулю, а ускорение становится максимальным ( $-\omega^2 A$  или  $+\omega^2 A$ ). Знак ускорения всегда противоположен знаку смещения. Следовательно, ускорение всегда направлено к положению равновесия  $O$  колеблющейся точки.

Независимые гармонические колебания могут складываться друг с другом. Например, в точке разветвления проводов трехфазной сети переменного тока (соединенных «звездой») складываются различные синусоидальные переменные токи (см. ч. II, § 39). В результате возникает более сложное колебание, характер которого зависит от соотношения фаз, частот, амплитуд и направлений слагаемых колебаний.

## § 28. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний

### ▲ СЛОЖЕНИЕ ДВУХ ОДИНАКОВО НАПРАВЛЕННЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ОДИНАКОВОЙ ЧАСТОТЫ

Пусть тело одновременно участвует в двух одинаково направленных колебаниях одинаковой частоты\*, описываемых уравнениями

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \Phi_{01}), \quad x_2 = A_2 \sin(\omega t + \Phi_{02}).$$

Амплитуды и начальные фазы этих колебаний различны. Требуется определить характеристики результирующего колебания. Очевидно, что его смещение  $x$  равно алгебраической сумме смещений слагаемых колебаний:

$$x = x_1 + x_2.$$

Подставляя вместо  $x_1$  и  $x_2$  их выражения и применяя формулу преобразования синуса суммы двух углов, получим после приведения подобных членов

$$x = (A_1 \cos \Phi_{01} + A_2 \cos \Phi_{02}) \sin \omega t + (A_1 \sin \Phi_{01} + A_2 \sin \Phi_{02}) \cos \omega t.$$

\* Очевидно, что их круговые частоты и периоды тоже одинаковы.

$t$	$x$	$v$	$a$
0	0	$\omega A$	0
$T/4$	$A$	0	$-\omega^2 A$
$T/2$	0	$-\omega A$	0
$3T/4$	$-A$	0	$\omega^2 A$
$T$	0	$\omega A$	0

Введем обозначения

$$A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02} = A \cos \varphi_0, \quad A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02} = A \sin \varphi_0 \quad (6)$$

и подставим их в предыдущее равенство. Тогда

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

— уравнение гармонического колебания. Следовательно, при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты получается гармоническое колебание такой же частоты, совершающееся по тому же направлению.

Начальную фазу  $\varphi_0$  и амплитуду  $A$  результирующего колебания легко найти из уравнений (6). Действительно, поделив почленно второе уравнение на первое, получим

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = (A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}) / (A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}),$$

а возведя оба уравнения (6) в квадрат и сложив их, найдем

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}.$$

Из последнего соотношения следует, что если  $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 2n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), то  $A = A_1 + A_2$ , если же  $\varphi_{02} - \varphi_{01} = (2n + 1)\pi$ , то  $A = A_1 - A_2$ .

Таким образом,

амплитуда результирующего колебания максимальна и равна сумме амплитуд слагаемых колебаний: если разность фаз этих колебаний составляет четное число  $\pi$ ; если же разность фаз составляет нечетное число  $\pi$ , то амплитуда результирующего колебания минимальна и равна разности амплитуд слагаемых колебаний.

Если, в частности, амплитуды слагаемых колебаний одинаковы, то при разности фаз, равной нечетному числу  $\pi$ , амплитуда результирующего колебания равна нулю, т. е. такие колебания взаимно «гасятся».

### ▲ СЛОЖЕНИЕ ДВУХ ОДИНАКОВО НАПРАВЛЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОДИНАКОВОЙ АМПЛИТУДЫ, ЧАСТОТЫ КОТОРЫХ МАЛО ОТЛИЧАЮТСЯ ДРУГ ОТ ДРУГА (БИЕНИЯ)

Пусть тело одновременно участвует в двух одинаково направленных колебаниях с одинаковыми амплитудами  $A$ , но с различными круговыми частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , мало отличающимися друг от друга.

В этом случае разность фаз колебаний оказывается переменной. Поэтому, приняв за начало отсчета тот момент времени, когда эта разность равна нулю ( $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ ), можно написать уравнения слагаемых колебаний без начальных фаз (см. § 27):

$$x_1 = A \sin \omega_1 t, \quad x_2 = A \sin \omega_2 t.$$

Смещение результирующего колебания равно  $x = x_1 + x_2$ . Под-

ставляя в последнее равенство выражения смещений  $x_1$  и  $x_2$  и применив формулу преобразования синуса суммы, получим

$$x = 2A \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t. \quad (7)$$

Результирующее колебание оказывается негармоническим, так как оно не соответствует уравнению (2). Однако, учитывая, что (согласно условию)  $(\omega_1 - \omega_2)/2 \ll (\omega_1 + \omega_2)/2$ , можно считать результирующее колебание почти гармоническим, имеющим круго-

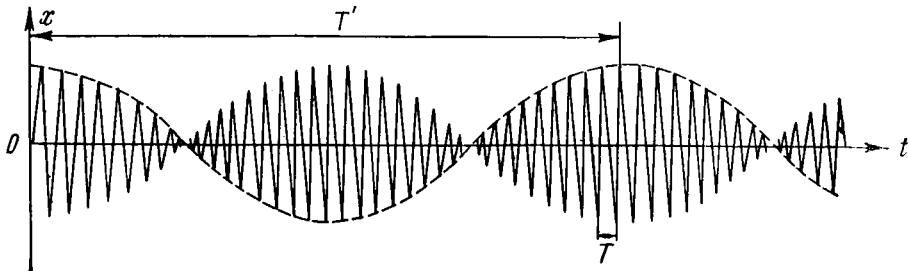


Рис. 47

вую частоту  $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$ , период  $T = 2\pi/\omega = 4\pi/(\omega_1 + \omega_2)$  и амплитуду  $2A\cos[(\omega_1 - \omega_2)/2]t$ , которая очень медленно периодически изменяется со временем [круговая частота колебаний амплитуды  $\omega' = (\omega_1 - \omega_2)/2$  слишком мала, поэтому период колебаний амплитуды  $T' = 2\pi/\omega' = 4\pi/(\omega_1 - \omega_2)$  большой]. Такого рода колебания называются *биениями*. График биений, построенный по уравнению (7), представлен на рис. 47.

Процесс возникновения и характер биений нетрудно представить себе, даже не прибегая к расчетам и рисунку. В самом деле, вначале фазы слагаемых колебаний совпадают, поэтому амплитуда результирующего колебания максимальна. Затем первое колебание постепенно отстает по фазе от второго и амплитуда результирующего колебания делается меньше суммы амплитуд исходных колебаний. По мере нарастания разности фаз результирующая амплитуда уменьшается. Когда разность фаз составит  $\pi$ , исходные колебания взаимно «погасят» и результирующая амплитуда станет равной нулю. При дальнейшем увеличении разности фаз амплитуда начнет возрастать. Когда разность фаз составит  $2\pi$ , амплитуда достигнет максимума, затем опять уменьшится до нуля и т. д.

## § 29. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний

Пусть тело одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты, описываемых уравнениями

$$x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}), \quad y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}),$$

где  $x$  — смещение в первом колебании, совершающемся по горизонтали;  $y$  — смещение во втором колебании, совершающееся по вертикали.

Требуется определить характер результирующего движения тела, т. е. найти уравнение траектории его центра масс. Для этого надо объединить заданные уравнения, исключив из них время  $t$  посредством следующих операций.

Поделим каждое из уравнений почленно на соответствующую амплитуду и применим формулу синуса суммы. Тогда

$$x/A_1 = \sin \omega t \cos \varphi_{01} + \cos \omega t \sin \varphi_{01},$$

$$y/A_2 = \sin \omega t \cos \varphi_{02} + \cos \omega t \sin \varphi_{02}.$$

Умножая первое уравнение на  $\sin \varphi_{02}$ , а второе на  $\sin \varphi_{01}$  и вычитая из первого результат второго, получим

$$(x/A_1) \sin \varphi_{02} - (y/A_2) \sin \varphi_{01} = \sin \omega t \sin (\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

Повторив аналогичную операцию, но с умножением первого уравнения на  $\cos \varphi_{02}$ , а второго на  $\cos \varphi_{01}$ , имеем

$$(x/A_1) \cos \varphi_{02} - (y/A_2) \cos \varphi_{01} = -\cos \omega t \sin (\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

Наконец, возводя оба последних уравнения в квадрат и складывая их, получим искомое уравнение траектории:

$$x^2/A_1^2 + y^2/A_2^2 - 2xy \cos (\varphi_{02} - \varphi_{01})/(A_1 A_2) = \sin^2 (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (8)$$

Рассмотрим два частных случая.

1. Амплитуды колебаний различны, начальные фазы одинаковы ( $A_1 \neq A_2$ ,  $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ ). Тогда из (8) получим

$$y = A_2 x / A_1.$$

Это *уравнение прямой*. Следовательно, результирующее колебание совершается вдоль прямой, проходящей через положение равновесия под углом  $\alpha$  к направлению первого колебания (рис. 48):

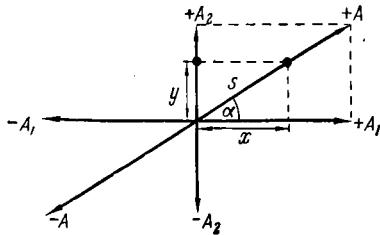


Рис. 48

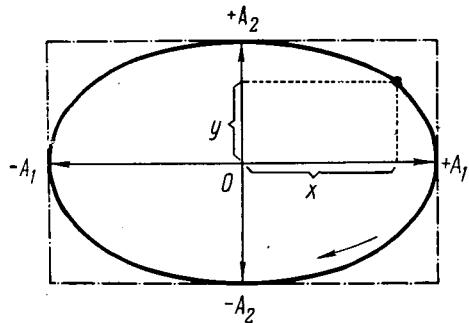


Рис. 49

$$\operatorname{tg} \alpha = A_2/A_1.$$

Результирующее смещение

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \sin \omega t = A \sin \omega t,$$

где  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  — амплитуда результирующего колебания.

2. Амплитуды колебаний различны, начальные фазы различаются на  $\pi/2$  ( $A_1 \neq A_2$ ,  $\Phi_{02} - \Phi_{01} = \pi/2$ ). Тогда из (8) получим

$$x^2/A_1^2 + y^2/A_2^2 = 1.$$

Это *уравнение эллипса*. Следовательно, результирующее движение тела совершается по эллипсу, полуоси которого равны амплитудам слагаемых колебаний (рис. 49).

Выясним, в каком направлении движется по эллипсу тело. Для этого запишем исходные уравнения слагаемых колебаний с учетом условий данного случая:

$$x = A_1 \sin(\omega t + \Phi_{01}), \quad y = A_2 \sin(\omega t + \Phi_{01} + \pi/2).$$

Полагая  $x = 0$ , получим  $\omega t + \Phi_{01} = 0$ , но тогда  $y = A_2 \sin(\pi/2) = A_2$ . Следовательно, в рассматриваемый момент времени тело находится в вершине эллипса. С течением же времени  $x$  возрастает, а  $y$  — уменьшается, что соответствует движению тела по эллипсу в направлении часовой стрелки.

Очевидно, что при разности начальных фаз, равной  $3\pi/2$ , тело будет описывать такой же эллипс *против* часовой стрелки.

Если  $A_1 = A_2 = A$ , то уравнение эллипса переходит в уравнение окружности ( $x^2 + y^2 = A^2$ ) и тело будет описывать окружность

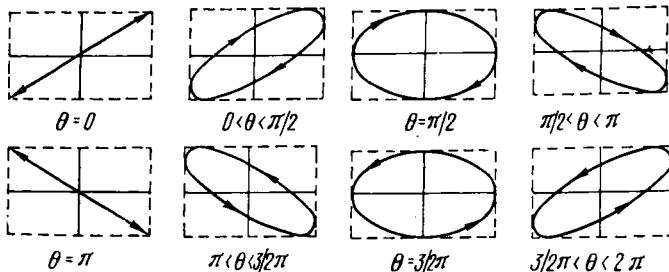


Рис. 50

Не останавливаясь на анализе более сложных случаев сложения колебаний, отметим только, что форма и расположение эллипса зависят от разности фаз  $\theta$ . По мере ее изменения эллипс будет поворачиваться в плоскости слагаемых колебаний вокруг положения равновесия  $O$ . Кроме того, он начнет деформироваться, оставаясь при этом вписанным в прямоугольник со сторонами, равными удвоенным амплитудам слагаемых колебаний (прямоугольник изображен на рис. 49 пунктиром). При  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$  эллипс вырождается в прямую линию. На рис. 50 представлены траектории колеблющегося тела

при некоторых значениях разности фаз. Стрелками указаны направления движения тела по траектории.

Если слагаемые колебания имеют различную частоту, то траектории результирующего движения тела весьма сложны и разнообразны по форме (фигуры *Лиссажу*).

Эти траектории можно непосредственно наблюдать на экране электронного осциллографа (см. ч. II, § 32), если сообщить электронному лучу одновременные колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

### § 30. Динамика колебательного движения. Маятник

При колебательном движении ускорение *переменно* (см. § 27). Следовательно, это движение обусловлено действием *переменной силы*. Пусть под действием переменной силы  $F$  материальная точка массой  $m$  совершает гармоническое колебание с ускорением  $a$ . Тогда, учитывая формулу (5), можно написать

$$F = ma = -m\omega^2x = -kx, \quad (9)$$

где

$$k = m\omega^2. \quad (10)$$

Таким образом, сила, вызывающая гармоническое колебание, пропорциональна смещению и направлена против смещения. В связи с этим можно дать следующее определение гармонического колебания (кроме данного в § 27):

*гармоническим называется колебание, вызываемое силой, пропорциональной смещению и направленной против смещения.*

Эта сила стремится возвратить точку в положение равновесия, поэтому ее называют *возвращающей силой*. Ею может быть, например, сила упругости, так как она тоже пропорциональна смещению и противоположна ему по знаку (см. § 10). Возвращающие силы могут иметь и иную, не упругую природу. В этих случаях они называются *квазиупругими силами*\*.

Если известны масса материальной точки и коэффициент  $k$ , то из формулы (10) можно определить круговую частоту и период колебания:

$$\omega = \sqrt{k/m}, \quad (11)$$

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{m/k}. \quad (12)$$

Рассмотрим теперь механическую колебательную систему, называемую *физическим маятником*; это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси. Обычно физический маятник представляет собой стержень с утяжеленным концом; другой его конец подвижно связан с горизонтальной осью  $B$ , перпендикулярной стержню (рис. 51). Откло-

\* Т. е. «как бы упругими силами» (от латинского слова quasi — как бы, якобы).

ненный от положения равновесия  $OB$  на угол  $\alpha$ , маятник под действием силы тяжести возвращается к этому положению, переходит его по инерции, отклоняется в противоположную сторону, затем опять переходит положение равновесия и т. д. Если трение в подвесе мало, то маятник будет колебаться очень долго. Центр масс маятника  $C$  описывает дугу окружности  $COD$ . Условимся считать угол  $\alpha$  положительным при отклонении маятника вправо от положения равновесия и отрицательным — при отклонении влево.

Возвращающая сила

$$F = -mg \sin \alpha,$$

где  $m$  — масса маятника. Знак минус обусловлен тем, что направления силы и угла отклонения всегда противоположны. При малых отклонениях ( $\alpha < 0,14$  рад =  $= 8^\circ$ )  $\sin \alpha \approx \alpha$ . Тогда

$$F = -mg\alpha = -mgx/l, \quad (13)$$

где  $x = |OC|$  — дуговое смещение центра масс маятника от положения равновесия,  $l = |BC|$  — длина маятника (расстояние от точки подвеса до центра масс). Таким образом, возвращающая сила оказывается пропорциональной смещению и противоположной ему по знаку (т.е. является квазиупругой силой). Следовательно, колебания маятника гармонические.

В соответствии с основным законом динамики вращения (см. § 21) момент  $M$  возвращающей силы  $F$  выразится соотношением

$$M = Fl = J\beta,$$

где  $J$  — момент инерции маятника относительно оси подвеса,  $\beta$  — угловое ускорение. Тогда

$$F = J\beta/l.$$

Так как  $\beta = a/l$  (см. § 6), то, учитывая формулу (5), определим

$$F = Ja/l^2 = -J\omega^2x/l^2, \quad (14)$$

где  $\omega$  — круговая частота колебаний маятника. Сопоставляя формулы (13) и (14), получим

$$mgl = J\omega^2,$$

откуда найдем выражения круговой частоты и периода колебаний физического маятника:

$$\omega = \sqrt{mgl/J}, \quad (15)$$

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{J/(mgl)}. \quad (16)$$

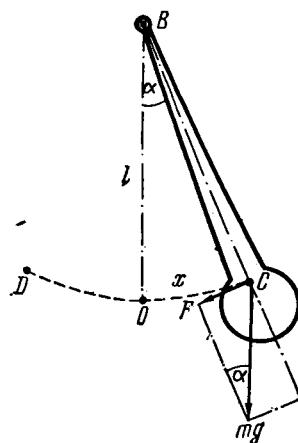


Рис. 51

На практике часто физический маятник можно рассматривать как математический (рис. 52).

*Математическим маятником называется материальная точка, колеблющаяся на невесомой и недеформируемой нити.*

Согласно определению момента инерции материальной точки (см. § 21), момент инерции математического маятника равен

$$J = ml^2,$$

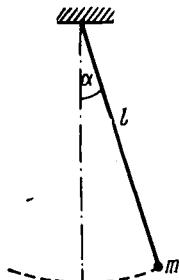


Рис. 52

где  $m$  — масса материальной точки,  $l$  — длина нити. Подставляя это выражение  $J$  в (16), получим окончательную формулу периода колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{l/g}. \quad (17)$$

Из (17) следует, что

*при малых отклонениях  $\alpha$  период колебания математического маятника пропорционален квадратному корню из длины маятника, обратно пропорционален квадратному корню из ускорения свободного падения и не зависит от амплитуды колебаний и массы маятника.*

При гармоническом колебании происходит периодическое взаимное превращение кинетической энергии колеблющегося тела  $W_k$  и потенциальной энергии  $W_n$ , обусловленной действием квазиупругой силы. Из этих энергий слагается полная энергия  $W$  колебательной системы:

$$W = W_k + W_n. \quad (18)$$

Учитывая формулу (3), напишем

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} \omega^2 A^2 \sin^2 \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{m}{2} \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t, \quad (19)$$

где  $v$  — скорость движения тела,  $m$  — его масса.

Потенциальная энергия, обусловленная квазиупругой силой, выражается так же, как потенциальная энергия упругодеформированного тела [см. § 17, (7)], т. е. должна быть пропорциональна квадрату смещения. Тогда, учитывая формулу (2), находим

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \sin^2 \omega t.$$

Но  $k = m\omega^2$ , поэтому

$$W_n = \frac{m}{2} \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t. \quad (20)$$

Сопоставляя формулы (18) — (20), получим

$$W = m\omega^2 A^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)/2 = m\omega^2 A^2/2. \quad (21)$$

Таким образом, полная энергия гармонического колебания постоянна и пропорциональна квадрату амплитуды и квадрату круговой частоты колебания.

### § 31. Затухающие и вынужденные колебания

Колебательное движение реальной механической системы всегда сопровождается трением, на преодоление которого расходуется часть энергии колебательной системы. Поэтому энергия колебания в процессе колебания уменьшается, переходя в теплоту. Так как энергия колебания пропорциональна квадрату амплитуды, то постепенно уменьшается и амплитуда колебаний (рис. 53;  $x$  — смещение,  $t$  — время). Когда вся энергия колебания перейдет в теплоту, колебание прекратится (затухнет). Такого рода колебания называются *затухающими*.

Для того чтобы система совершила незатухающие колебания, необходимо восполнять извне потери энергии колебания на трение. Для этого надо воздействовать на систему периодически изменяющейся силой

$$f = f_0 \sin \omega_b t,$$

где  $f_0$  — амплитудное (максимальное) значение силы,  $\omega_b$  — круговая частота колебаний силы,  $t$  — время. Внешняя сила, обеспечивающая незатухающие колебания системы, называется *вынуждающей*, а колебания системы — *вынужденными*. Очевидно, что вынужденные колебания происходят с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Определим амплитуду вынужденных колебаний. Для упрощения расчета пренебрежем силой трения, полагая, что на колеблющееся тело действуют только две силы: вынуждающая  $f$  и возвращающая  $F$ . Тогда, согласно второму закону Ньютона,

$$F + f = ma,$$

где  $m$  и  $a$  — масса и ускорение колеблющегося тела. Но (см. § 27)  $a = -\omega_b^2 x$ . Тогда

$$F + f = -m\omega_b^2 x,$$

где  $x$  — смещение колеблющегося тела. Согласно (9),

$$F = -m\omega^2 x,$$

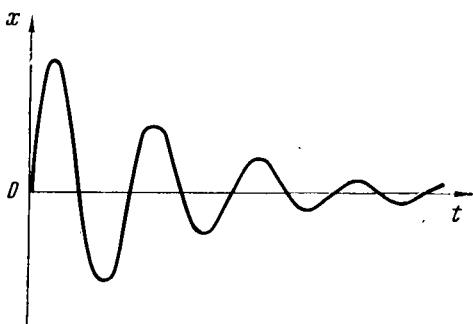


Рис. 53

где  $\omega$  — круговая частота собственных колебаний тела (т. е. колебаний, обусловленных только действием возвращающей силы). Поэтому

$$-m\omega^2x + f_0 \sin \omega_b t = -m\omega_b^2 x,$$

откуда

$$x = f_0 \sin \omega_b t / [m(\omega^2 - \omega_b^2)]. \quad (22)$$

Из уравнения (22) следует, что амплитуда вынужденного колебания

$$A = f_0 / [m(\omega^2 - \omega_b^2)]$$

зависит от соотношения круговых частот вынужденного и собственного колебаний: при  $\omega_b \rightarrow \omega$  будет  $(\omega^2 - \omega_b^2) \rightarrow 0$  и  $A \rightarrow \infty$ . В

действительности благодаря трению амплитуда вынужденных колебаний остается конечной. Она достигает максимального значения в случае, когда частота вынужденных колебаний близка к частоте собственных колебаний системы. Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при  $\omega_b \approx \omega$  называется *резонансом*.

Используя резонанс, можно посредством небольшой вынуждающей силы вызвать колебание с большой амплитудой. Подвесим, например, карманные или ручные часы на нити такой длины, чтобы частота собственных колебаний полученного физического маятника (рис. 54) совпала с частотой колебаний

балансира часового механизма. В результате часы сами начнут колебаться, отклоняясь от положения равновесия на угол  $\alpha \approx 30^\circ$ .

Явление резонанса наблюдается при колебаниях любой природы (механических, звуковых, электрических и др.). Оно широко используется в акустике для усиления звука, в радиотехнике для усиления электрических колебаний и т. п.

В некоторых случаях резонанс играет вредную роль. Он может вызвать сильную вибрацию конструкций (зданий, опор, мостов и т. п.) при работе установленных на этих конструкциях механизмов (станков, моторов и т. п.). Поэтому при расчете сооружений необходимо обеспечивать значительное различие между частотами колебаний механизмов и собственных колебаний конструкций.

В технике распространен еще один вид незатухающих колебаний — *автоколебания*, отличающиеся от вынужденных тем, что у них потери энергии колебания восполняются за счет *постоянного источника энергии*, вводимого в действие на очень короткие промежутки времени (по сравнению с периодом колебаний). Причем этот источник «включается» в нужные моменты времени\* автоматически самой колебательной системой. Примером автоколебательной

\* Обычно в начале каждого периода колебаний.

системы может служить часовой маятник. Здесь потенциальная энергия приподнятого груза (или деформированной пружины) вводится в действие посредством анкерного механизма. Другим примером может служить замкнутый колебательный контур с электронной лампой; с действием этой автоколебательной системы мы ознакомимся позже (см. ч. II, § 42).<sup>1)</sup>

## § 32. Волновой процесс

Если в упругую среду поместить колеблющееся тело (источник колебаний), то соседние с ним частицы среды тоже придут в колебательное движение. Колебание этих частиц передается (силами упругости) соседним частицам среды и т. д. Через некоторое время колебание охватит всю среду. Однако оно будет совершаясь с различными фазами: чем дальше расположена частица от источника колебаний, тем позднее начнет она колебаться и тем больше будет запаздывать по фазе ее колебание. Распространение колебаний в среде называется *волновым процессом* или *волной*. Примером волнового процесса могут служить волны на поверхности воды, расходящиеся от места падения камня. Направление распространения волны (колебания) называется *лучом*.

Волна называется *поперечной*, если частицы среды колеблются *перпендикулярно* лучу. Если же они колеблются *вдоль* луча, то волна называется *продольной*.

В свободно подвешенной длинной пружине возникает поперечная волна, если по нижнему концу пружины нанесен удар в горизонтальном направлении (рис. 55, а). В этой же пружине возникает продольная волна, если удар нанесен в вертикальном направлении (рис. 55, б). Отметим, что частицы среды не перемещаются вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия; перемещается только колебательный процесс, точнее говоря, фаза колебаний (гребни и впадины пружины — в случае поперечной волны или сгущения и разрежения витков пружины — в случае продольной волны).

Продольные волны могут возникать в среде, обладающей упругостью объема, т. е. в твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны возникают только в среде, обладающей упругостью формы (деформацией сдвига), т. е. только в твердых телах\*.

\* Исключение составляют волны на поверхности воды (и вообще на поверхности раздела жидких или газообразных сред, имеющих различную плотность), где упругость формы обеспечивается силами тяжести и поверхностного натяжения.

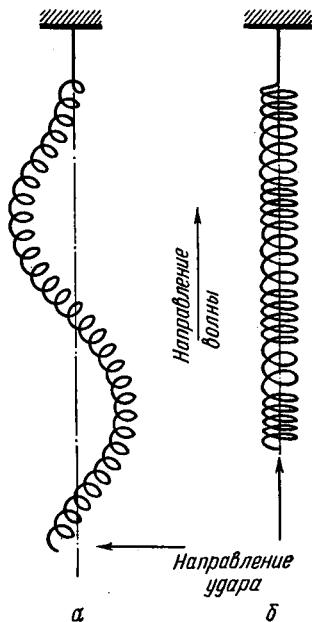


Рис. 55

Чтобы получить наглядное представление о волновом процессе, рассмотрим схемы распространения поперечной и продольной волн.

В покоящейся среде, обладающей упругостью формы, отметим и пронумеруем ряд частиц, расположенных вдоль горизонтальной линии (рис. 56). Пусть в начальный момент ( $t = 0$ ) частица 1 приходит в гармоническое колебание с периодом  $T$  под действием толчка, направленного вертикально вверх. С некоторым запаздыванием при-

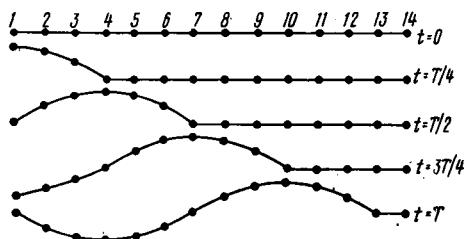


Рис. 56

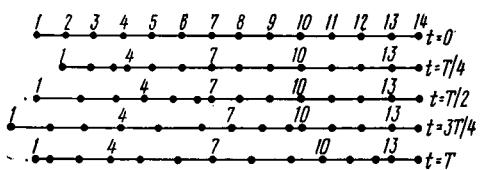


Рис. 57

пример, в металлическом стержне (или натянутой струне) при ударе, нанесённом перпендикулярно его длине.

Предположим теперь, что в начальный момент ( $t = 0$ ) частица 1 пришла в гармоническое колебание вдоль линии расположения частиц (рис. 57). С некоторым запаздыванием придёт в такое колебание и остальные частицы среды. Рассуждения, аналогичные предыдущим, покажут, что в этом случае образуется продольная волна уплотнений и разрежений среды. Такие волны возникают, например, в металлическом стержне при ударе, нанесенном перпендикулярно его торцу. Между прочим, очень наглядную модель продольной волны можно получить с помощью двух не совсем одинаковых гребенок, наложенных одна на другую (гребенки должны немного различаться частотой зубцов). Глядя на свет через зубцы этих гребенок и передвигая одну гребенку вдоль другой, увидим бегущую продольную волну сгущений и разрежений зубцов.

Скорость распространения упругих колебаний, т. е. скорость волны  $v$ , зависит от упругих свойств и плотности  $\rho$  среды:

$$v = \sqrt{\chi/\rho},$$

где  $\chi$  — коэффициент, характеризующий упругие свойства среды. В част-

дут в колебание и соседние частицы. Через четверть периода частица 1 максимально сместится вверх, частицы 2 и 3 также получат некоторое смещение, а до частицы 4 колебание еще только дойдет. Через половину периода частица максимально сместится вверх, частицы 5 и 6 также получат некоторое смещение, а до частицы 7 колебание еще только дойдет. В это время частицы 3 и 2 будут уже смещаться вниз, а частица 1 придет в положение равновесия. Очевидно, что к концу периода колебание дойдет до частицы 13 и начнет распространяться далее. Так образуется поперечная волна. Подобные волны возникают, на-

ности, для продольных волн в твердом теле  $\chi = E$ ; для поперечных волн  $\chi = 0,4 E$  ( $E$  — модуль упругости).

Отметим, что основные закономерности волнового процесса справедливы не только для механических волн упругой среды (волн давления, звуковых и т. п.), но и для волн любой природы, в частности для волн электромагнитного поля (электромагнитных волн).

### § 33. Уравнение волны. Интенсивность волны

Установим зависимость между смещением  $x$  частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием  $y$  этих частиц от источника  $O$  колебаний для любого момента времени  $t$ . Для большей наглядности рассмотрим поперечную волну, хотя все последующие рассуждения верны и для продольной волны. Пусть колебания источника являются гармоническими (см. § 27):  $x = A \sin \omega t$ , где  $A$  — амплитуда,  $\omega$  — круговая частота колебаний. Тогда все частицы среды тоже придут в гармоническое колебание с той же частотой и амплитудой, но с различными фазами. В среде возникает синусоидальная волна (рис. 58).

График волны (рис. 58) внешне похож на график гармонического колебания (см. рис. 46), но по существу они различны. График колебания представляет зависимость *смещения данной частицы от времени*, график волны — *смещение всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный момент времени*. Он является как бы моментальной фотографией волны.

Рассмотрим некоторую частицу  $C$ , находящуюся на расстоянии  $y$  от источника колебаний (частицы  $O$ ). Очевидно, что если частица  $O$  колебается уже  $t$  секунд, то частица  $C$  колеблется еще только  $(t - \tau)$  секунд, где  $\tau$  — время распространения колебаний от  $O$  до  $C$ , т. е. время, за которое волна переместилась на  $y$ . Тогда уравнение колебания частицы  $C$  следует написать так:

$$x = A \sin \omega(t - \tau).$$

Но  $\tau = y/v$ , где  $v$  — скорость распространения волны. Тогда

$$x = A \sin \omega(t - y/v). \quad (23)$$

Соотношение (23), позволяющее определить смещение любой точки волны в любой момент времени, называется *уравнением волны*. Вводя в рассмотрение *длину волны*  $\lambda$  как расстояние между двумя ближайшими точками волны, находящимися в одинаковой фазе\*, например между двумя соседними гребнями волны, можно

\* Следует помнить, что одинаковыми являются все фазы, различающиеся между собой на  $2\pi n$ , где  $n$  — любое целое число.

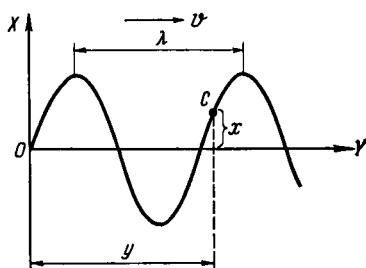


Рис. 58

придать уравнению волны другой вид. Очевидно, что длина волны равна расстоянию, на которое распространяется колебание за период  $T$  со скоростью  $v$ :

$$\lambda = vT = v/\nu, \quad (24)$$

где  $\nu$  — частота волны. Тогда, подставляя в уравнение (23)  $v = \lambda/T$  и учитывая, что  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ , получим другие формы уравнения волны:

$$x = A \sin 2\pi(t/T - y/\lambda) = A \sin 2\pi(\nu t - y/\lambda) = A \sin(\omega t - 2\pi y/\lambda). \quad (25)$$

Так как прохождение волны сопровождается колебанием частиц среды, то вместе с волной перемещается в пространстве и энергия колебаний.

*Интенсивностью волны или плотностью потока энергии называется отношение энергии, переносимой волной сквозь площадь, перпендикулярную лучу, к продолжительности времени переноса и размеру площади.*

Получим выражение для интенсивности волны  $I$ . Пусть в  $1 \text{ см}^3$  среды содержится  $n_0$  частиц массой  $m$ . Тогда в соответствии с (21)

энергия колебания среды в единице объема равна

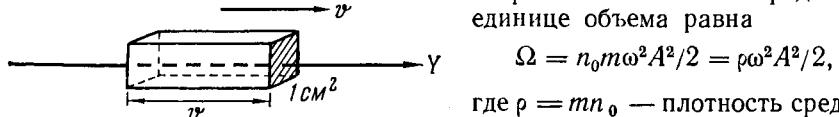


Рис. 59

$\Omega = n_0 m \omega^2 A^2 / 2 = \rho \omega^2 A^2 / 2$ ,  
где  $\rho = mn_0$  — плотность среды.

Очевидно, что за  $1 \text{ с}$  сквозь площадку  $1 \text{ см}^2$  переносится энергия, содержащаяся в объе-

ме прямоугольного параллелепипеда с основанием  $1 \text{ см}^2$  и высотой, равной  $v$  (рис. 59); следовательно,

$$I = \Omega v = 1/2 \rho v \omega^2 A^2. \quad (26)$$

Таким образом,

*интенсивность волны пропорциональна плотности среды и скорости, квадрату круговой частоты и квадрату амплитуды волны.*

### § 34. Интерференция волн. Стоячие волны

Если в среде несколько источников колебаний, то исходящие от них волны распространяются независимо друг от друга и после взаимного пересечения расходятся, не имея никаких следов произошедшей встречи\*. Это положение называется *принципом суперпозиции*. Его иллюстрацией может служить распространение водяных волн, вызванных двумя брошенными на поверхность воды камнями (рис. 60).

В местах встречи волн колебания среды, вызванные каждой из

\* Отметим, что это положение хорошо выполняется только при небольших амплитудах волн.

волн, складываются друг с другом (можно сказать: волны складываются) по правилам, рассмотренным в § 28. Результат сложения (результатирующая волна) зависит от соотношения фаз, периодов и амплитуд встречающихся волн. Большой практический интерес представляет случай сложения двух (или нескольких) волн, имеющих *постоянную разность фаз* и одинаковые частоты\*. Такие вол-

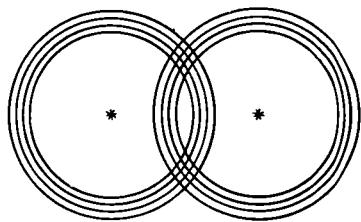


Рис. 60

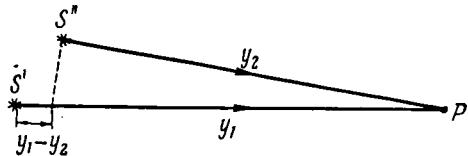


Рис. 61

ны и создающие их источники колебаний называются *когерентными*. Сложение когерентных волн называется *интерференцией*.

Рассмотрим интерференцию двух волн одинаковой амплитуды, исходящих из когерентных источников  $S'$  и  $S''$  и встречающихся в точке  $P$  (рис. 61). Согласно уравнению волны (25), смещения, вызванные в точке  $P$  первой и второй волнами, равны соответственно:

$$x_1 = A \sin(\omega t - 2\pi y_1/\lambda) \text{ и } x_2 = A \sin(\omega t - 2\pi y_2/\lambda).$$

Тогда результат сложения определится разностью фаз  $\Theta = 2\pi(y_1 - y_2)/\lambda$ . Если

$$2\pi(y_1 - y_2)/\lambda = 2\pi n, \quad (27)$$

то в точке  $P$  наблюдается *максимум*: колебания максимально усилият друг друга и результатирующая амплитуда будет равна  $2A$ . Если же

$$2\pi(y_1 - y_2)/\lambda = (2n + 1)\pi, \quad (28)$$

где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , то в точке  $P$  будет *минимум*: колебания взаимно погасятся и результатирующая амплитуда в этом случае равна нулю (см. § 28).

Условия максимума (27) и минимума (28) можно еще записать соответственно так:

$$y_1 - y_2 = n\lambda = 2n\lambda/2, \quad (29)$$

$$y_1 - y_2 = (2n + 1)\lambda/2, \quad (30)$$

где  $y_1 - y_2$  — *разность хода волн*, или *разность хода лучей*.

Следовательно, в точке  $P$  будет максимум, если разность хода волн составляет четное число полуволн (целое число волн); если

\* Подразумевается, что направление колебаний у всех волн одинаково.

разность хода составляет нечетное число полуволн, то в точке  $P$  будет минимум.

Так как волны распространяются от источников  $S'$  и  $S''$  по всем направлениям, то в пространстве окажется множество точек, удовлетворяющих как условию (29), так и условию (30), т. е. найдется множество точек, соответствующих максимуму и минимуму колебаний. Поэтому интерференционная картина представит собой чередование областей усиления колебаний (максимумов) и областей, где колебания отсутствуют (минимумов). Более подробно эта интерференционная картина будет рассмотрена для случая электромагнитных волн (см. ч. II, § 51).

Другим важным случаем интерференции волн является сложение двух когерентных волн, движущихся навстречу друг другу вдоль одной прямой. Если уравнение первой волны записать в виде

$$x_1 = A \sin(\omega t - 2\pi y/\lambda),$$

то уравнение второй волны имеет вид

$$x_2 = A \sin(\omega t + 2\pi y/\lambda)$$

(знак плюс указывает на движение этой волны в отрицательном направлении оси  $OY$ ). Тогда уравнение результирующей волны представится согласно (6) выражением

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos(2\pi y/\lambda) \sin \omega t. \quad (31)$$

Уравнение (31) показывает, что в точках среды совершаются колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой  $2A \cos(2\pi y/\lambda)$ , зависящей от координаты  $y$  этих точек. Причем во всех точках, для которых  $y$  удовлетворяет условию

$$\cos(2\pi y/\lambda) = 0,$$

или

$$2\pi y/\lambda = (2n + 1)\pi/2, \quad (32)$$

амплитуда колебаний равна нулю. Из формулы (32) следует, что

$$y = (2n + 1)\lambda/4,$$

т. е. в точках с координатой  $y = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$  колебания всегда отсутствуют. Эти точки называют *узлами* волны. Точки, расположенные в середине между узлами, колеблются с наибольшей амплитудой, равной  $2A$ . Эти точки называются *пучностями* волны. Результат наложения двух встречных волн с одинаковыми амплитудами и периодами называется *стоячей волной*\* (узлы, а следовательно, и пучности все время находятся на одном месте).

На рис. 62, где изображена часть стоячей волны в моменты времени  $t = 0, T/8, T/4, 3T/8, T/2, 5T/8, 3T/4$ , отчетливо видно, что

\* Строго говоря, «стоячая волна» не есть волна, так как неотъемлемым свойством всякой волны является ее перемещение в пространстве.

точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают. Точки, расположенные справа и слева от каждого узла, колеблются в противоположных фазах. Расстояние между соседними узлами или пучностями равно половине длины бегущих волн, образующих стоячую волну.

Будучи неподвижной, стоячая волна не переносит энергии (происходит как бы компенсация переносов энергии двух бегущих в противоположных направлениях волн).

Стоячие волны обычно возникают в ограниченной среде при интерференции бегущей волны и ее отражения от границы среды. Таковы, например, волны натянутой струны, воздушного столба в трубе ограниченной длины, водяные волны вблизи вертикальных преград (плотин) и т. п.

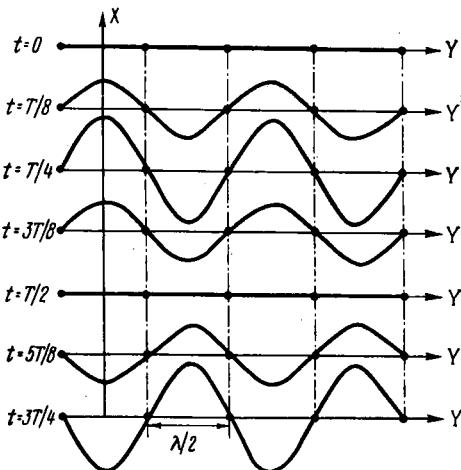


Рис. 62

### § 35. Фронт волны. Принцип Гюйгенса — Френеля

До сих пор мы рассматривали движение волн, происходящее только в некотором определенном направлении (вдоль одной линии). Это имеет место, например, в стержнях, воздушных столбах, волноводах и т. п.

Вообще же от источника колебаний, находящегося в сплошной среде, волны распространяются *во всех направлениях*. Поверхность, до которой одновременно доходят волны от данного источника колебаний, называется *фронтом волны*. Форма волнового фронта зависит от формы источника колебаний и свойств среды. При точечном источнике колебаний *S* волновой фронт в однородной

среде имеет форму сферы; лучи, являющиеся радиусами *R* этой сферы, перпендикулярны волновому фронту (рис. 63, а). Очевидно, что

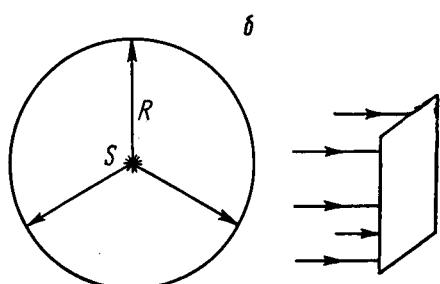


Рис. 63

$$R = vt,$$

где  $v$  — скорость волны,  $t$  — время ее распространения. Волны, образующие сферический фронт, называются *сферическими*. Сферический волновой фронт является (в изотропной среде) вместе с тем *фазовой*, или *волной поверхностью*, т. е. поверхностью, все точки которой колеблются в одинаковой фазе.

Если фронт волны представляет собой плоскость, то волна называется *плоской*. В этом случае лучи параллельны между собой (рис. 63, б). Небольшой участок сферического волнового фронта, находящегося на достаточном удалении от источника колебаний, можно практически считать плоским (пренебрегая кривизной фронта).

В неоднородной среде, где скорость волны неодинакова в различных направлениях, волновой фронт может иметь весьма сложную форму.

Если не учитывать затухания, то интенсивность плоской волны не изменяется по мере удаления волнового фронта от источника колебаний, так как площадь фронта остается в этом случае постоянной.

Иначе обстоит дело с интенсивностью сферической волны. Энергия колебания  $W$ , переносимая в единицу времени сквозь всю площадь  $S$  волнового фронта, остается, согласно закону сохранения энергии, постоянной. Но  $S$  возрастает по мере удаления фронта от источника колебаний пропорционально квадрату расстояния  $y$ , так как  $S = 4\pi y^2$ . Поэтому

$$I = \frac{W}{S} = \frac{W}{4\pi y^2} \sim \frac{1}{y^2},$$

т. е. интенсивность сферической волны изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния фронта от источника колебаний. Так как, согласно формуле (26), интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды ( $I \sim A^2$ ), то  $A \sim 1/y$ , т. е. амплитуда сферической волны обратно пропорциональна расстоянию волнового фронта от источника колебаний. Тогда, заменив в формуле (25)  $A$  на  $A/y$ , получим следующее уравнение сферической волны:

$$x = \frac{A}{y} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right).$$

Часто при решении задач о распространении волн надо строить волновой фронт для некоторого момента времени по волновому фронту, заданному для начального момента времени. Это можно сделать с помощью метода, называемого *принципом Гюйгенса\**, сущность которого состоит в следующем.

Пусть волновой фронт, перемещающийся в однородной среде, занимает в данный момент времени положение 1 (рис. 64). Требуется найти его положение через промежуток времени  $\Delta t$ . Согласно Гюйгенсу, *каждая точка среды, до которой дошла волна*

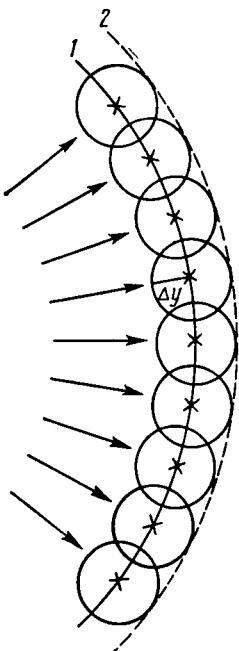


Рис. 64

\* Метод предложен в 1690 г. голландским ученым Х. Гюйгенсом.

сама становится источником вторичных волн [первое положение принципа Гюйгенса].

Это значит, что от нее, как из центра, начинает распространяться новая сферическая волна. Чтобы построить вторичные волны, вокруг каждой точки исходного фронта опишем сферы радиусом

$$\Delta y = v \cdot \Delta t,$$

где  $v$  — скорость волны.

Вторичные волны взаимно гасятся во всех направлениях, кроме направлений исходного фронта [второе положение принципа Гюйгенса].

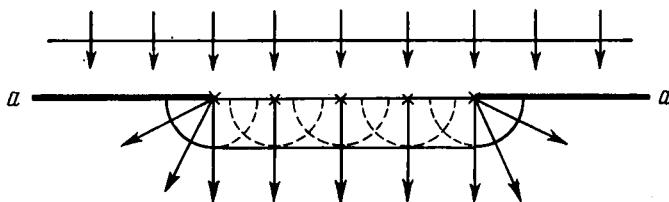


Рис. 65

Иными словами, колебания сохраняются только на внешней огибающей вторичных волн. Построив эту огибающую, получим искомое положение 2 волнового фронта.

Принцип Гюйгенса применим и к неоднородной среде. В этом случае значения  $v$ , а следовательно, и  $\Delta y$  неодинаковы в различных направлениях.

Рассмотрим в качестве примера использования принципа Гюйгенса случай падения плоской волны на преграду с отверстием, размеры которого больше длины волны (рис. 65). Когда волновой фронт дойдет до преграды  $aa$ , каждая точка отверстия станет источником вторичных волн. Построив эти волны\* и проведя их огибающую, получим фронт волны, прошедший через отверстие. Он будет плоским только в своей средней части; у границ отверстия происходит загибание волнового фронта (а следовательно, и лучей) за преграду. Это явление называется дифракцией волн.

Однако объяснение дифракции волн, даваемое принципом Гюйгенса, является неполным, так как он ничего не говорит об амплитудах волн, распро-

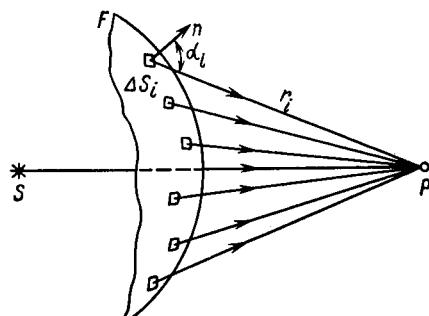


Рис. 66

\* Достаточно построить полусфера в направлении движения фронта

страняющихся в различных направлениях, и, следовательно, оставляет открытый вопрос о распределении интенсивности вдоль волнового фронта. Отмеченный недостаток принципа Гюйгенса устранил в 1815 г. французский физик *О. Ж. Френель*, дополнив этот принцип положением об интерференции вторичных волн (рис. 66).

Согласно Френелю, волну, приходящую в любую точку *P* от первичного источника *S*, можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн, приходящих в эту точку от множества элементарных вторичных источников  $\Delta S_i$ , некоторого волнового фронта *F* [принцип Френеля].

Тогда интенсивность волны в точке *P* определится путем суммирования всех вторичных волн (с учетом размера  $\Delta S_i$  вторичных источников, их расстояния  $r_i$  до *P* и угла  $a_i$  между направлениями  $r_i$  и нормали  $n$  к  $\Delta S_i$ ).

Принцип Гюйгенса с дополнением Френеля получил название *принципа Гюйгенса — Френеля\** и оказался весьма плодотворным для решения многих вопросов о распространении волн (см. ч. II, гл. VI и VII).

### § 36 Звук и его восприятие. Ультразвук

Звуковыми (акустическими) волнами называются волны в упругой среде, воспринимаемые слуховым органом человека.

Они представляют собой распространение колебаний плотности и давления среды (сгущений и разрежений среды). Скорость распространения звуковых волн (звука) зависит от свойств среды (ее упругости и плотности). В газах она имеет значения от 0,2 до 1,2 км/с, в жидкостях — от 1,2 до 2 км/с, в твердых телах — от 2 до 5 км/с. С повышением температуры среды скорость звука возрастает приблизительно пропорционально корню из термодинамической температуры.

Поскольку слуховой орган человека (ухо) способен воспринимать волны только вполне определенного диапазона частот, можно сказать, что *звук есть продольная\*\* волна в упругой среде с частотой в диапазоне от 20 до 20 000 Гц*.

Ухо является довольно сложным звукопринимающим аппаратом. На рис. 67, *a* оно изображено схематически в частичном разрезе. Через ушную раковину *1* и слуховой проход *2* звуковая волна доходит до барабанной перепонки *3*, приводя ее в колебания. Эти колебания через систему сочлененных косточек *4* (молоточка, наковальни и стремечка) передаются упругой перепонке *5*, затягивающей овальное окно, которое ведет во внутреннее ухо, называемое вследствие сложного его строения лабиринтом. Лабиринт состоит из полуциркульных каналов *6*, являющихся органом равновесия, и улитки *7*. Улитка — спиралеобразная костяная трубка, заполненная почти несжимаемой жидкостью — эндолимфой. В улитке находится главная часть слухового аппарата — основная мембрана, состоящая примерно из 10 000 волокон различной длины и степени натяжения, каждое волокно настроено (резонирует) на определенную частоту в диапазоне от 0,02 до 20 кГц.

Колебания перепонки овального окна передаются эндолимфе, а от нее тем волокнам основной мембранны, которые настроены на частоты, содержа-

\* Принцип Гюйгенса — Френеля получен на основании опытных данных и лишь во второй половине XIX в. был доказан теоретически немецким физиком *Г. Р. Кирхгофом*.

\*\* В твердых телах звуковая волна может быть и поперечной (см. § 32). Однако в ухе она всегда поступает по воздуху в виде продольной волны.

щиеся в воспринимаемой звуковой волне. Колебания этих волокон раздражают соответствующие участки слухового нерва, вызывая слуховое ощущение.

Для того чтобы звуковая волна создала слуховое ощущение, необходимо, чтобы она не только имела частоту звукового диапазона, но еще обладала бы интенсивностью (см. § 33), превышающей некоторое минимальное значение, называемое *порогом слышимости*. Звук, интенсивность которого ниже порога слышимости, ухом не воспринимается. Звук очень большой интенсивности тоже не вызывает слухового ощущения, а создает лишь ощущение боли и давления в ухе. Максимальное значение интенсивности, превышение которого вызывает болевое ощущение, называется *болевым порогом*.

Значения обоих порогов различны для различных частот. На рис. 67, б представлен график зависимости порога слышимости и болевого порога от частоты. График построен в логарифмическом масштабе, т. е. по оси ординат отложены десятичные логарифмы интенсивности ( $I_{lg}$ ), а по оси абсцисс — логарифмы частоты ( $\nu_{lg}$ ). Однако против соответствующих делений написаны значения самих величин, а не их логарифмов.

Область, заключенная между кривыми, определяет диапазон частот и интенсивностей всех звуков, которые может воспринимать ухо; она называется *областью слышимости*.

Из графика следует, что ухо наиболее чувствительно к звукам в интервале частот 1—3 кГц. Для них порог слышимости составляет около  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>, а болевой порог превышает порог слышимости приблизительно в  $10^{14}$  раз.

Субъективными характеристиками восприятия (ощущения) звука является его *высота*, *тембр* и *уровень громкости*.

Источники музыкальных звуков обычно создают звуковые волны нескольких кратных частот. Частота волны, на которую приходится наибольшая энергия, называется *основной частотой*. Высота звука определяется его основной частотой: чем больше эта частота, тем выше звук. Волны остальных частот придают звуку специфический оттенок, называемый *тембром звука*\*

Уровень громкости звука определяется его интенсивностью. Количествоенная (объективная) оценка уровня громкости основана на *психофизическом законе*, утверждающем, что

*прирост ощущения пропорционален логарифму отношения энергий двух сравниваемых раздражителей* [закон Вебера — Фехнера].

В данном случае ощущением является уровень громкости *L*, а раздражителем — интенсивность звука *I*. Пусть при изменении интенсивности звука

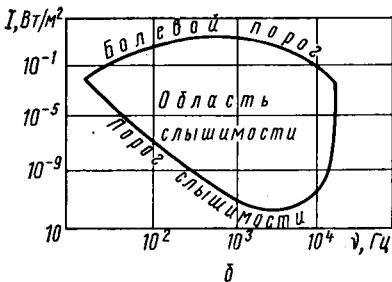
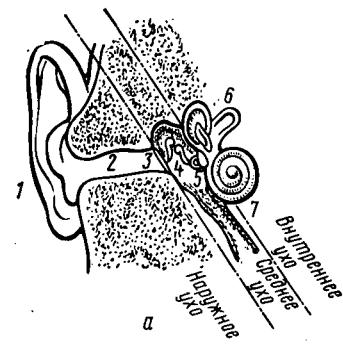


Рис. 67

\* Более точного (количественного) определения субъективные характеристики — «высота» и «темпер» — не имеют.

от исходного значения  $I_0$  до данного значения  $I$  уровень громкости изменяется от  $L_0$  до  $L$ . Тогда по закону Вебера — Фехнера\* можем написать

$$L - L_0 = k \lg (I/I_0),$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности. Если принять  $I_0 = 10^{-12}$  В/м<sup>2</sup>, что соответствует порогу слышимости в области максимальной чувствительности уха, то  $L_0 = 0$ . Если к тому же положить  $k = 10$ , то уровень громкости будет определяться формулой

$$L = 10 \lg (I/I_0)$$

и выражаться в децибелах (дБ).

Чтобы дать конкретное представление о децибеле, укажем, что минимальный уровень громкости, воспринимаемый ухом, приблизительно равен 1 дБ. Шепоту соответствует уровень громкости 10 дБ, речь — 60 дБ, шуму самолетного мотора — 120 дБ.

Волны в упругой среде, частота которых больше 20 кГц, называются *ультразвуком*. Человеческое ухо не воспринимает ультразвука. Однако многие животные могут воспринимать этот звук. Например, дельфины слышат ультразвуки частотой до 30 кГц, летучие мыши — до 100 кГц.

Для получения ультразвука применяют пьезокварцевые генераторы, основанные на обратном пьезоэлектрическом эффекте (см. ч. II, § 8). Благодаря тому что ультразвуковая волна имеет малую длину волны, можно получать узкие пучки ультразвуковых лучей, хорошо отражающихся даже от небольших объектов и обладающих значительной интенсивностью. На этих особенностях ультразвука основаны многие его технические применения.

С помощью ультразвука можно выявлять внутренние дефекты в изделиях из металла и других материалов, которые не «просвечиваются» рентгеновским излучением. Для этого сквозь исследуемое изделие пропускают пучок ультразвуковых лучей. Если внутри изделия есть дефект (раковина, трещина и т. п.), то лучи будут рассеиваться на нем. Поэтому интенсивность прошедшего сквозь изделие ультразвукового пучка будет в соответствующем месте ослаблена, что и обнаружит регистрирующий прибор. Этот метод называется *ультразвуковой дефектоскопией*.

Другое важное применение ультразвука — *ультразвуковая гидролокация*. С корабля в воду периодически посыпают ультразвуковые сигналы. Встретив на своем пути какое-либо препятствие (например, подводный риф), сигналы отразятся от него и, вернувшись к кораблю, будут зарегистрированы соответствующим приемником. Очевидно, что расстояние  $s$  до обнаруженного препятствия равно половине произведения скорости  $v$  ультразвука на промежуток времени  $t$  между посылкой сигнала и приемом его отражения:

$$s = vt/2.$$

Таким образом, можно обнаруживать подводные лодки, айсберги, косяки рыб и т. п. и определять их местоположение. Можно также измерять глубину водоема и исследовать рельеф его дна. Прибор, предназначенный для этой цели, называется *ультразвуковым эхолотом*.

В природе ультразвуковой локацией пользуются летучие мыши. Имея, как известно, очень слабое зрение, они тем не менее быстро летают в темноте, не наталкиваясь на препятствия. Причина заключается в том, что во время полета летучая мышь периодически испускает ультразвуковые сигналы. Прослушивая отражения этих сигналов от препятствий, она с большой точностью определяет (чувствует) местоположение препятствий и ловко лавирует между ними.

Обладая большой интенсивностью, звуковая волна создает на своем пути значительные пульсации давления. Поэтому ультразвук может оказывать силь-

\* Этот закон, установленный немецкими учеными Э. Вебером и Г. Фехнером, является приближенным, а при малой и при большой энергии раздражителя он становится весьма неточным.

ное воздействие (механическое, биологическое, химическое) на среду, через которую он проходит.

В этой связи ультразвук используется для очистки от накипи котлов паросиловых установок, измельчения взвешенных в жидкости частиц, поражения бактерий, активизации химических реакций, ускорения процесса старения виноградных вин и т. п. Отметим, в частности, что облучение ультразвуком молока, убивая молочнокислых бактерий, задерживает процесс свертывания молока на несколько суток.①

### Примеры решения задач

**Задача 17.** Уравнение колебания материальной точки массой  $m = 0,016 \text{ кг}$  имеет вид  $x = 0,1 \sin(\pi t/8 + \pi/4)$ . Найти: 1) максимальные значения скорости  $v_{\max}$  и ускорения  $a_{\max}$  движения точки; 2) значение максимальной силы  $F_{\max}$ , действующей на точку; 3) полную энергию  $W$  колеблющейся точки.

**Решение.** Сравнивая уравнение колебаний данной точки с уравнением гармонического колебания, видим, что амплитуда колебания точки  $A = 0,1 \text{ м}$ , начальная фаза  $\varphi_0 = \pi/4$  и круговая частота  $\omega = 2\pi/T = \pi/8 \text{ рад/с}$ , где  $T = 16 \text{ с}$  — период колебания точки.

1. Из формул (3) и (4) следует, что скорость и ускорение гармонического колебания точки имеют максимальные значения соответственно при

$$\sin(\omega t + \pi/2) = 1 \text{ и } \sin(\omega t + \pi) = 1.$$

Поэтому

$$v_{\max} = \omega A = (3,14/8) 0,1 \text{ м/с} \approx 0,04 \text{ м/с},$$

$$a_{\max} = \omega^2 A = (3,14^2/64) 0,1 \text{ м/с}^2 \approx 0,0154 \text{ м/с}^2.$$

2. Очевидно, что при максимальном значении ускорения максимальна и сила, действующая на точку. Поэтому, согласно второму закону Ньютона,

$$F_{\max} = ma_{\max} = 0,016 \text{ кг} \cdot 0,0154 \text{ м/с}^2 = 2,46 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

3. Полную энергию колеблющейся точки найдем по формуле (21):

$$W = \frac{m\omega^2}{2} A^2 = \frac{0,016 \text{ кг} \cdot 3,14^2 \cdot 0,01 \text{ м}^2}{2 \cdot 64 \text{ с}^2} = 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

**Задача 18.** Найти амплитуду  $B$  и начальную фазу  $\varphi_0$  гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, заданных уравнениями

$$x_1 = 2 \sin(5\pi t + \pi/2) \text{ и } x_2 = 2 \sin(5\pi t + \pi/4).$$

**Решение.** Амплитуды и начальные фазы слагаемых колебаний соответственно равны:  $A_1 = A_2 = A = 2 \text{ м}$ ,  $\varphi_{01} = \pi/2$  и  $\varphi_{02} = \pi/4$ .

Условия задачи соответствуют случаю сложения колебаний одного направления, имеющих одинаковые круговые частоты и амплитуды, но различные фазы (см. § 28). Поэтому начальная фаза результирующего колебания должна отличаться от начальных фаз слагаемых колебаний на половину разности последних, т. е.

$$\varphi_0 = \varphi_{02} + \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi/2 - \pi/4}{2} = \frac{3\pi}{8} \text{ рад} = 67^\circ 30'.$$

Тогда амплитуда результирующего колебания

$$B = 2A \cos \frac{\varphi_{01} - \varphi_{02}}{2} = 2 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\pi}{8} \approx 3,7 \text{ (м).}$$

**Задача 19.** Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, заданных уравнениями

$$x = 2 \sin \omega t \text{ и } y = 4 \cos \omega t.$$

Определить траекторию движения точки.

**Решение.** Уравнение второго колебания перепишем в виде  $y = 4 \sin(\omega t + \pi/2)$ . Тогда очевидно, что условия задачи соответствуют случаю сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, имеющих одинаковые круговые частоты, различные амплитуды ( $A_1 = 2$  м и  $A_2 = 4$  м) и различающиеся на  $\pi/2$  начальные фазы (см. § 29). Поэтому в соответствии с формулой (8) точка движется по эллипсу, определяемому уравнением

$$x^2/A_1^2 + y^2/A_2^2 = 1$$

(см. также рис. 49). Полуоси эллипса равны амплитудам слагаемых колебаний, т. е. 2 и 4 м.

**Задача 20.** Вдоль упругого шнура распространяется поперечная волна со скоростью  $v = 15$  м/с. Период колебаний точек шнура  $T = 1,2$  с, амплитуда колебаний  $A = 0,02$  м. Определить длину волны  $\lambda$ , фазу  $\varphi$  и смещение  $x$  точки отстоящей на расстоянии  $y = 45$  м от источника волн в момент времени  $t = 4$  с.

**Решение.** По формуле (24) находим длину волны:

$$\lambda = vT = 15 \text{ м/с} \cdot 1,2 \text{ с} = 18 \text{ м.}$$

Фазу и смещение заданной точки определим из уравнения волны (25):

$$x = A \sin 2\pi (t/T - y/\lambda).$$

Так как фаза определяется выражением, находящимся под знаком синуса в уравнении волны, то

$$\varphi = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) = 2\pi \left( \frac{4}{1,2} - \frac{45}{18} \right) = 1,67\pi.$$

Тогда

$$\begin{aligned} x &= A \sin \varphi = 0,02 \sin 1,67\pi = 0,02 \sin 301^\circ = -0,02 \sin 59^\circ = \\ &= -0,017 \text{ (м)} = -1,7 \text{ см.} \end{aligned}$$

Знак минус показывает, что в заданный момент времени точка шнура отклонялась книзу от положения равновесия (см. рис. 58).

### Контрольные вопросы

102. Какое движение называется гармоническим колебанием? 103. Назовите физические величины, характеризующие гармоническое колебание. 104. Что называется амплитудой колебания? 105. Какой промежуток времени соответствует изменению фазы гармонического колебания на  $2\pi$ ? 106. Материальная точка совершает гармоническое колебание. Чему равно (по абсолютно му значению) отношение ее ускорения к ее смещению для одного и того же момента времени? 107. Мате-

- риальная точка совершает гармоническое колебание. На какое значение различаются по фазе гармонические колебания ее ускорения и скорости? 108. Тело совершает гармоническое колебание, описываемое уравнением  $x = 4 \sin(8\pi t + \pi/2)$ . Чему равны период и амплитуда колебаний? 109. Два гармонических колебания при сложении взаимно погасились. Охарактеризуйте эти колебания (их направления амплитуды, частоты и фазы). 110. Тело, одновременно участвующее

в двух гармонических колебаниях, движется по окружности. Охарактеризуйте эти колебания. 111. Чему равно ускорение колебания маятника в момент времени, когда его скорость максимальна? При каком положении маятника это наблюдается? 112. Как период колебаний маятника зависит от амплитуды при малых амплитудах? 113. Какая сила называется возвращающей? 114. Что называется математическим маятником? 115. Чему равно отношение полной энергии гармонического колебания к максимальному значению возвращающей силы, вызывающей это колебание? 116. Что называется вынуждающей силой? 117. Как называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденного колебания? При каком условии оно наступает? 118. Что называется автоколебательной системой? Приведите примеры. 119. Часы с маятником имеют в Ленинграде точный ход. Как эти часы будут идти в Киеве: спешить или отставать? 120. Что называется волной? 121. Дайте определение поперечной и продольной волн. 122. Что называется длиной волны? 123. Дайте оп-

ределение интенсивности волны. 124. Какие волны называются когерентными? 125. Что называется разностью хода волн (или хода лучей)? 126. Чему равна длина волны, если точка среды, удаленная от источника колебаний на 5 см, имеет в момент времени  $t = T/4$  (где  $T$  — период волны) смещение, равное половине амплитуды? 127. При интерференции двух встречных одинаковых волн длиной 20 см возникла стоячая волна. Чему равно расстояние между ее соседними узлами? 128. В каких точках пространства в результате интерференции волн возникают максимальные усиления колебаний? 129. Что называется фронтом волны? Какую форму он имеет, если источник колебаний точечный и среда однородная? 130. Каков диапазон частот звуковых волн? 131. Может ли звук распространяться в вакууме? 132. Что называется порогом слышимости? 133. Какова глубина моря, если при ее измерении ультразвуковым эхолотом промежуток времени между послыпкой ультразвукового сигнала и приемом его отражения равен 4 с? Скорость ультразвука в воде 1450 м/с.

---

## Глава VII. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СТРОЕНИИ ВЕЩЕСТВА

---

### § 37. Основные положения молекулярно-кинетической теории

Представление о том, что все тела построены из мельчайших частиц — атомов, возникло еще в глубокой древности и было достаточно отчетливо высказано греческим философом Демокритом (V в. до н. э.). Однако в дальнейшем эти атомистические взгляды были забыты и возрождены лишь во второй половине XVII в. Р. Бойлем, а затем в XVIII—XIX вв. разработаны М. В. Ломоносовым, Д. Дальтоном, А. К. Кренигом, Л. Больцманом, Д. К. Максвеллом и другими в качестве научной теории, получившей название классической молекулярно-кинетической теории. Эта теория основана на следующих положениях.

1. Все вещества состоят из очень маленьких отдельных частиц — молекул.

Молекулы, образующие данное вещество, совершенно одинаковы; различные же вещества состоят из различных молекул. В соответ-

ствии с чрезвычайным многообразием встречающихся в природе веществ существует и чрезвычайно большое количество различных видов молекул.

Молекулы в свою очередь состоят из еще более мелких частиц — атомов. Число различных атомов сравнительно невелико и равно числу химических элементов и их изотопов\*. Различные комбинации из этих немногочисленных атомов и создают все множество видов молекул.

Атомы также не являются пределом делимости вещества, а представляют собой весьма сложные образования, состоящие из электрически положительно заряженного ядра, окруженного отрицательно заряженной электронной оболочкой. Однако классическая молекулярно-кинетическая теория не касается вопроса о строении атомов, рассматривая их упрощенно как твердые частички сферической формы.

Размеры (диаметры) атомов и молекул имеют в среднем порядок  $10^{-8}$  —  $10^{-7}$  см. Это означает, что 10 млн. молекул, уложенные вплотную друг к другу вдоль прямой линии, составят молекулярную цепочку длиной всего лишь в 1—10 мм. Очевидно, что при столь малом размере атомов и молекул число их в физическом теле должно быть колоссальным. Действительно, например, в одной капле воды содержится около  $3 \cdot 10^{21}$  молекул. Молекулярная цепочка, составленная из такого количества молекул, имела бы длину 300 млн. км., что в 800 раз превышает расстояние между Землей и Луной.

2. Между молекулами тела одновременно действуют силы взаимного притяжения (сцепления) и силы взаимного отталкивания.

При этом силы отталкивания должны убывать с увеличением расстояния *быстрее*, чем силы сцепления. Только при этом условии молекулы могут находиться в устойчивом равновесии на некотором определенном расстоянии друг от друга (на котором силы сцепления равны силам отталкивания). Действительно, если под влиянием каких-либо причин молекулы сблизятся на расстояние, меньшее равновесного (т. е. соответствующего устойчивому равновесию), то силы отталкивания начнут преобладать над силами притяжения и восстановят равновесное расстояние между молекулами. Наоборот, если под влиянием каких-либо причин молекулы разойдутся на расстояние, большее равновесного, то начнут преобладать силы сцепления и сблизят молекулы на расстояние, соответствующее равновесному.

Согласно экспериментальным и теоретическим исследованиям, межмолекулярные силы взаимодействия  $f$  обратно пропорциональны  $n$ -й степени расстояния  $r$  между молекулами:

$$f \sim \frac{1}{r^n},$$

\* В настоящее время насчитывается 106 элементов и около 1500 изотопов.

где для сил притяжения  $n = 7$ , а для сил отталкивания  $n$  принимает значения от 9 до 15. Таким образом, действительно, эти силы очень быстро убывают с увеличением расстояния между молекулами, причем особенно быстро убывают силы отталкивания.

На рис. 68, а представлен примерный характер взаимодействия молекул в зависимости от расстояния между ними. По оси абсцисс отложены расстояния  $r$ , по оси ординат — силы отталкивания  $f_0$  и силы притяжения  $f_n$  между молекулами, а также результирующая  $F$  этих сил. Причем силы отталкивания приняты положительными, а силы притяжения — отрицательными. Таким образом, для каждого расстояния  $r$  результирующая  $F = f_0 - f_n$  и положительные ее значения соответствуют отталкиванию, а отрицательные — притяжению между молекулами.

Очевидно, что равновесное расстояние  $r_0$  между молекулами составляет около  $3 \cdot 10^{-8}$  см, так как на этом расстоянии  $F = 0$ . При  $r < 3 \cdot 10^{-8}$  см преобладают силы отталкивания ( $F > 0$ ), а при  $r > 3 \cdot 10^{-8}$  см преобладают силы притяжения ( $F < 0$ ). На расстоянии  $r \approx 1,5 \cdot 10^{-7}$  см межмолекулярные силы практически перестают действовать ( $F \rightarrow 0$ ). Таким образом, силы межмолекулярного взаимодействия проявляются на расстояниях такого же порядка, как размер самих молекул.

Установим теперь примерный характер зависимости потенциальной энергии  $W_n$  взаимодействия молекул от расстояния между ними. Потенциальную энергию тяготеющих тел, находящихся на бесконечном расстоянии друг от друга, мы условились считать равной нулю (см. § 17). Поэтому при  $r = \infty$  будет  $W_n = 0$ . Если молекулы окажутся на расстоянии  $r \approx 1,5 \cdot 10^{-7}$  см друг от друга, то они начнут сближаться за счет работы силы притяжения, а потенциальная энергия молекул будет при этом уменьшаться и достигнет минимального значения  $(W_n)_{\min}$  при  $r = r_0$  (при  $F = 0$ ). Дальнейшее сближение молекул возможно только за счет работы, совершаемой против сил отталкивания. При этом потенциальная энергия молекул начнет резко возрастать. В результате кривая потенциальной энергии взаимодействия молекул (рис. 68, б) имеет минимум при  $r = r_0$ . Следовательно, положение устойчивого равновесия молекул соответствует минимуму их потенциальной энергии.

График зависимости потенциальной энергии взаимодействия молекул от расстояния между ними называют *потенциальной кривой*, участок  $ABC$  этой кривой принято называть *потенциальной ямой*,

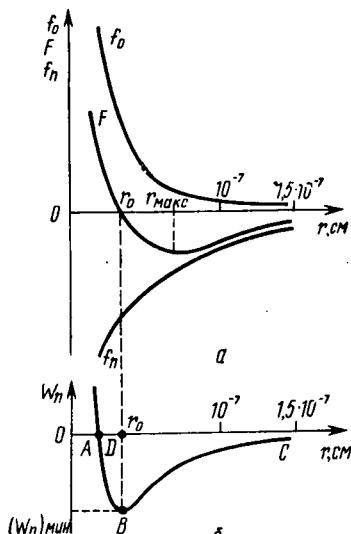


Рис. 68

точку *B* — дном потенциальной ямы, а ординату *DB* — глубиной потенциальной ямы.

Силы межмолекулярного взаимодействия имеют электрическую природу, обусловленную тем, что молекулы состоят из электрически заряженных частиц (положительных — атомных ядер и отрицательных — электронов), которым, как известно, свойственно взаимодействие (притяжение — для разноименно заряженных и отталкивание — для одноименно заряженных частиц).

Правда, в целом молекула электрически нейтральна. Однако заряды в молекуле расположены (или располагаются в процессе ее сближения с другой молекулой) не вполне симметрично. Благодаря этому молекулы оказываются *полярными*, подобными электрическим диполям; однако между их разноименно заряженными «полюсами» возникают силы притяжения, преобладающие над силами отталкивания одноименно заряженных «полюсов». Если же молекулы очень близко подойдут друг к другу, то решающую роль в их взаимодействии начинают уже играть силы отталкивания между сблизившимися электронными оболочками атомов, составляющих эти молекулы.

### *3. Молекулы, образующие тело, находятся в состоянии непрерывного беспорядочного движения.*

При этом они сталкиваются друг с другом и изменяют свою скорость как по направлению, так и по значению. Правда, столкновения в обычном смысле этого слова не происходит, так как соприкосновению молекул препятствуют резко возрастающие при их сближении силы отталкивания. Однако действие этих сил приводит к тому же результату, что и при обычном столкновении, т. е. к отскакиванию сблизившихся молекул друг от друга.

Скорость движения молекул, в теле связана с его температурой: чем больше эта скорость, тем выше температура тела. Таким образом, скорость движения молекул определяет *тепловое* состояние тела — его *внутреннюю энергию*, поэтому хаотическое движение молекул также называют *тепловым движением*. Под внутренней энергией тела подразумевают совокупность кинетической энергии молекул и атомов, образующих это тело, и потенциальной энергии их взаимодействия\*.

По мере увеличения интенсивности теплового движения среднее расстояние между молекулами возрастает, а силы сцепления уменьшаются. Этому процессу соответствует переход тела из твердого состояния в жидкое. При достаточно интенсивном тепловом движении среднее расстояние между молекулами может стать настолько большим ( $> 1,5 \cdot 10^{-7}$  см), что силы сцепления между ними практически перестанут действовать. При этом тело перейдет в газообразное состояние. Таким образом, от интенсивности теплового движения молекул и от внешних условий зависит, в каком из возможных агрегатных состояний находится вещество.

---

\* Вообще говоря, во внутреннюю энергию тела входит еще и энергия частиц, составляющих атомы (электронов и ядер). Однако в молекулярной физике эта часть внутренней энергии не учитывается.

## § 38. Некоторые явления, подтверждающие основные положения молекулярно-кинетической теории

Под электронным микроскопом можно рассмотреть и сфотографировать отдельные крупные молекулы, например молекулы белка, имеющие диаметр около  $4 \cdot 10^{-7}$  см. С помощью созданных в последнее время сверхмикроскопов (электронных проекторов) можно видеть уже и менее крупные молекулы и даже отдельные атомы. Возможность прямого наблюдения индивидуальных молекул и атомов является исключительно наглядным и совершенно неоспоримым доказательством реального существования этих частиц.

Вполне убедительным косвенным подтверждением того, что все физические тела построены из молекул, отделенных друг от друга промежутками, служит изменяемость объема газа, например его сжимаемость. Очевидно, что уменьшение объема возможно только благодаря взаимному сближению составляющих газ молекул за счет сокращения промежутков между ними.

Наличие сил притяжения и отталкивания между молекулами отчетливо обнаруживается в свойстве твердых тел сохранять свою форму. Даже для небольшой деформации твердого тела необходимо приложить значительное усилие. Понятно, что растяжению препятствуют силы притяжения, а сжатию — силы отталкивания между молекулами.

Еще большее усилие потребуется для того, чтобы разрушить тело, например, разломать его на части. Очевидно, что это усилие необходимо для преодоления сил сцепления между молекулами, для удаления молекул друг от друга на расстояние, при котором силы сцепления становятся исчезающе малыми. Невозможность восстановить разломанное тело путем простого составления его частей по соответствующим поверхностям излома указывает на то, что силы сцепления действуют на очень малых расстояниях. Дело в том, что поверхности излома всегда оказываются более или менее шероховатыми, причем размеры шероховатостей значительно превосходят размер молекул. Поэтому у соединяемых частей тела лишь немногие молекулы сближаются на расстояние, достаточное для действия сил сцепления. Подавляющее же большинство молекул находится слишком далеко друг от друга, так что силы сцепления между ними не действуют.

Если поверхности излома очень гладкие, то при их соединении уже большинство молекул сблизится на расстояние действия сил сцепления, что обеспечит довольно прочное «слипание» частей тела. Опыт показывает, что, например, две тщательно отполированные стеклянные пластинки, приложенные одна к другой, сли-

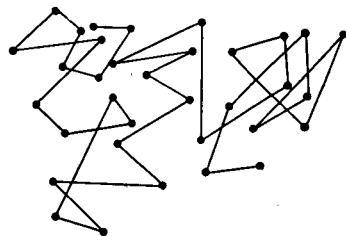


Рис. 69

паются настолькоочно, что для их разъединения требуется усилие около  $6 \cdot 10^5$  Па.

Очевидно, что сварка, спайка и склейка твердых тел также основаны на действии сил сцепления. Жидкий металл (или клей) заполняет все пространство между соединяемыми поверхностями. Поэтому после затвердевания металла (клея) все молекулы в зоне соединения оказываются сближенными между собой на расстояние, достаточное для действия сил сцепления.①

Непрерывное хаотическое движение молекул наиболее наглядно обнаруживается в явлениях диффузии и броуновского движения.

Если поместить капельку брома на дно высокого стеклянного сосуда, то в результате ее испарения через несколько минут около дна сосуда образуется слой пара брома, имеющий темно-бурый цвет. Этот пар довольно быстро распространяется кверху, перемешиваясь с воздухом, так что через час бурый столбик смеси газов в сосуде достигнет 30 см. Очевидно, что перемешивание воздуха с паром брома произошло не под влиянием силы тяжести, а, наоборот, вопреки действию силы тяжести, так как первоначально бром располагался *ниже* воздуха, а плотность пара брома приблизительно в четыре раза *больше*, чем воздуха. В данном случае перемешивание могло быть вызвано только хаотическим движением молекул, в процессе которого молекулы брома распространялись между молекулами воздуха, а молекулы воздуха — между молекулами пара брома. Рассмотренное явление называется *диффузией*.

В 1827 г. английский ботаник Р. Броун, исследуя под микроскопом жидкые препараты, случайно обнаружил следующее интересное явление. Взвешенные в жидкости мельчайшие твердые частички\* совершили быстрые беспорядочные движения, как бы перескакивая с места на место. В результате таких скачков частички описывали зигзагообразные траектории самой причудливой формы. В дальнейшем это явление неоднократно наблюдалось как самим Броуном, так и другими исследователями в различных жидкостях и с различными твердыми частицками. Чем меньше был размер частичек, тем интенсивнее они двигались. Это явление получило название *броуновского движения*.

Броуновское движение можно наблюдать, например, в капле воды слегка подчерненной тушью или подбеленной молоком, пользуясь микроскопом с 500-кратным увеличением. Диаметр броуновской частицы составляет в среднем 0,0001 мм, наибольший же допустимый ее диаметр — 0,005 мм.

На рис. 69 представлена зарисовка траектории одной из броуновских частиц. Местоположение этой частицы отмечалось через каждые 30 с черными точками.

Причина броуновского движения кроется в хаотическом движении молекул. Ввиду того что броуновская частица имеет малый раз-

---

\* Цветочная пыльца, взвешенная в воде.

мер (примерно лишь в сотни раз больший диаметра молекулы), она может заметно перемещаться под действием одновременных одинаково направленных ударов *нескольких* молекул. В результате хаотичности движения молекул их удары о броуновскую частичку оказываются обычно нескомпенсированными: с разных сторон в частичку ударяет различное количество молекул, причем сила удара отдельных молекул также не вполне одинакова. Поэтому частичка получает преимущественный толчок то с одной, то с другой стороны и буквально мечется в разные стороны в поле зрения микроскопа. Таким образом, броуновские частички воспроизводят хаотическое движение самих молекул, только движутся они значительно медленнее молекул благодаря своей сравнительно большой массе.

Броуновское движение является как бы увеличенным по масштабу, но замедленным по темпу воспроизведением теплового движения молекул.

Броуновское движение можно наблюдать и в газе, если в нем взвешены достаточно мелкие твердые или жидкые частички, как это имеет место, например, в задымленном или запыленном воздухе, освещенном солнечными лучами.

Один из методов определения *постоянной Авогадро*  $N_A$ , примененный Ж. Б. Перреном, был основан на наблюдении броуновского движения. Значение  $N_A$  оказалось равны  $6 \cdot 10^{23}$  молекул на моль. Более точные измерения, выполненные впоследствии другим методом, дали для постоянной Авогадро общепринятое сейчас значение  $N_A = 6,02252 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>. Напомним, что под *молем* (*моль*) понимается *количество вещества, масса которого в граммах равна его относительной молекулярной массе*\*. Точное определение моля дано в приложении II. Количество вещества, в 1000 раз большее моля, называется *киломолем* (*кмоль*).

На основе молекулярно-кинетической теории можно объяснить многие свойства тел и понять физическую сущность ряда происходящих в них явлений (теплопроводность, внутреннее трение, диффузию, изменение агрегатного состояния и т. п.). Наиболее плодотворно применяется молекулярно-кинетическая теория к газам. Однако и в области жидкости и твердых тел эта теория позволила установить целый ряд важных закономерностей. Все эти вопросы достаточно подробно рассмотрены в последующих главах курса.

### § 39. Термодинамика и температура

Тепловое состояние тела (вещества) определяется интенсивностью хаотического (теплового) движения его молекул (см. § 37). При изменении интенсивности этого движения изменяются внутренняя

\* Относительной молекулярной массой называется отношение массы данной молекулы в  ${}^{12}\text{C}$  к массе изотопа атома углерода  ${}^{12}\text{C}$ . Очевидно, что относительная молекулярная масса является безразмерной величиной.

энергия тела и его тепловое состояние. Еще около 200 лет тому назад М. В. Ломоносов в «Размышлениях о причине тепла и холода» писал, что *теплота состоит во внутреннем движении материи, которое есть перемена места нечувствительных частиц материи* (т. е., по современной терминологии, молекул).

Возьмем два тела с различным тепловым состоянием. Пусть в первом теле интенсивность хаотического движения молекул больше, чем во втором. Приведем эти тела в соприкосновение друг с другом — в *тепловой контакт*. Тогда молекулы первого тела, столкнувшись на границе соприкосновения тел с молекулами второго тела, повышают интенсивность теплового движения последних. В результате тепловое состояние тел изменится: внутренняя энергия первого тела уменьшится, а второго — возрастет.

*Внутренняя энергия, переданная (при тепловом контакте) первым телом второму телу, называется переданной теплотой\**.

В качестве характеристики теплового состояния тела введем понятие *температуры* как физической величины, количественно описывающей интенсивность хаотического движения его молекул. Чем интенсивнее тепловое движение молекул в теле, тем выше его температура. В нашем примере температура первого тела была выше, чем второго. Если при тепловом контакте тепловые состояния тел не изменяются, то их температура одинакова — тела находятся в *тепловом равновесии*.

При изменении теплового состояния тела кроме температуры изменяются и другие его физические характеристики (например, объем). По количественному изменению этих характеристик (например, объема) можно судить об изменении температуры тела и установить единицы температуры и температурную шкалу. Тело (прибор), по изменению какой-либо физической характеристики которого можно определять его температуру, называется *термометром*.

Для измерения температуры тела его надо привести в тепловой контакт с термометром и дождаться установления теплового равновесия. Температура тела равна температуре термометра, находящегося в тепловом равновесии с этим телом.

Простейшим и наиболее распространенным термометром является жидкостный (ртутный или спиртовой), температура которого определяется по высоте столбика жидкости, находящейся в капиллярной стеклянной трубке с расширением на нижнем конце; с изменением температуры термометра изменяется объем, а следовательно, и высота столбика жидкости. Наиболее распространенной температурной шкалой является *шкала Цельсия*, за основные точки которой приняты положения верхних уровней столбика жидкости, когда термометр находится в тепловом контакте: 1) с тающим льдом; 2) с паром кипящей воды (при нормальном атмосферном давлении). Расстояние

\* Теплота может передаваться не только при тепловом контакте (т. е. посредством молекулярной теплопроводности), но и путем *конвекции* (в жидкой и газообразной средах) и *лучеиспускания* (в прозрачных средах и в пустоте).

между этими уровнями разделено на 100 равных частей; 0,01 этого расстояния принята за один градус температурной шкалы Цельсия ( $1^{\circ}\text{C}$ ), что соответствует одному кельвину ( $1 \text{ K}$ ). Точное определение кельвина дано в приложении II.

⊕ В технике и лабораторных исследованиях для измерения температуры широко применяются электротермометры (термометры сопротивления и термопары). Точное измерение температуры и градуировки термометрических шкал производятся посредством газового термометра (нормальная шкала температур), основанного на законе Гей-Люссака (см. § 41). ⊕

Немного раньше мы назвали количеством переданный телу теплоты изменение внутренней *энергии* тела в результате теплового контакта. Поэтому количество теплоты выражают в единицах энергии (работы), т. е. в *джоулях*.

Опыт показывает, что количество теплоты  $Q$ , необходимое для нагревания массы  $m$  вещества от температуры  $T_1$  до  $T_2$  кельвинов, пропорционально массе вещества и изменению температуры:

$$Q = cm(T_2 - T_1),$$

где  $c$  — коэффициент пропорциональности, называемый *удельной теплоемкостью вещества*. Из последней формулы следует

$$c = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)}.$$

Отсюда видно, что *удельной теплоемкостью вещества называется количество теплоты, необходимое для нагревания его на 1 K, отнесенное к массе этого вещества*.

Единицей *удельной теплоемкости* является *джоуль на килограмм-кельвин* [ $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ ].

Более подробно вопросы о теплоемкости и температуре рассмотрены в последующих главах (см. § 41, 43, 45, 46 и 56).

## § 40. Предмет и методы молекулярной физики

Прежде чем перейти к непосредственному изложению основ молекулярной физики, определим предмет и охарактеризуем (в самых общих чертах) основные методы ее исследований.

Молекулярная физика изучает физические свойства макроскопических тел (газообразных, жидких и твердых), а также совершающиеся в них физические процессы, обусловленные тепловым движением и взаимодействием микрочастиц (атомов, молекул, ионов), составляющих эти тела.

Так как свойства макроскопических тел (систем) обусловлены протекающими в них микроскопическими процессами беспорядочного движения микрочастиц, то объяснить и количественно охарактеризовать свойства макросистем можно на основе рассмотрения этих микропроцессов.

Например, важная макроскопическая характеристика состояния тела — температура — обусловлена, как уже отмечалось, интенсивностью беспорядочного движения молекул этого тела и поэтому может быть количественно выражена через их скорости движения. Но при этом надо иметь в виду, что у молекул, образующих тело, нет единой скорости движения: в любой момент времени каждая молекула имеет свою индивидуальную (случайную) скорость (в этом и заключается беспорядочность теплового движения). Поэтому температуру тела можно выразить только через некоторое среднее значение скорости движения его многочисленных молекул.

Метод описания свойств макроскопических систем на основе усредненных значений характеристик движения микрочастиц, составляющих эти системы, называется *молекулярно-кинетическим (статистическим) методом*.

Можно, однако, изучать свойства макросистемы (тела), не касаясь ее микроструктуры и совершающихся в ней микропроцессов. Дело в том, что многие свойства системы связаны еще и с происходящими в ней процессами превращения энергии из одних видов в другие. Основные законы самих энергетических превращений, называемые *началами термодинамики* (см. § 71, 73), были установлены на материале огромного количества наблюдений и являются вполне достоверными. Следовательно, с помощью этих законов тоже можно изучать многие свойства макроскопических систем.

Метод описания свойств макроскопических систем на основе законов превращения энергии, совершающегося в этих системах, называется *термодинамическим*.

Как статистический, так и термодинамический методы широко используются в исследованиях по молекулярной физике, зачастую дополняя друг друга. Примером такого дополнения может служить рассмотрение вопроса об энтропии в § 74 (термодинамическим методом) и в § 75 (статистическим методом).

### Контрольные вопросы

134. Что называется равновесным расстоянием между молекулами? 135. Какое значение имеет потенциальная энергия взаимодействия молекул, находящихся на равновесном расстоянии друг от друга? 136. Чем обусловлены межмолекулярные силы отталкивания? 137. Какое из основных положений молекулярно-кинетической теории подтверждается явлением диффузии? 138. Хорошо отполированные стеклянные пластиинки, будучи приложены друг к другу, прочно слипаются. Чем это объясняется? 139. Каков характер зависимости сил межмолекулярного взаимодействия от расстояния между

- молекулами? 140. Чем обусловлено броуновское движение? 141. Что называется удельной теплоемкостью вещества? 142. В каких единицах выражается удельная теплоемкость? 143. Как влияют скорости хаотического движения молекул, составляющих тело, на его температуру? 144. Что является признаком теплового равновесия тел, находящихся в тепловом контакте? 145. Какие методы исследования свойств макроскопических систем применяются в молекулярной физике? В чем состоит различие этих методов?

## § 41. Экспериментальные газовые законы. Термодинамическая температура

Состояние данной массы газа принято характеризовать следующими физическими величинами (параметрами состояния): давлением  $p$ , объемом  $V$  и температурой  $T$ . Изменение состояния газа, сопровождающееся изменением всех или некоторых из этих величин, называется *газовым процессом*. Процесс изменения давления газа в зависимости от объема, протекающий при неизменной температуре, называется *изотермическим*. Процесс изменения объема газа в зависимости от температуры, протекающий при неизменном давлении, называется *изобарическим*. Процесс изменения давления газа в зависимости от температуры, протекающий при неизменном объеме, называется *изохорическим*.

Соотношение, связывающее между собой параметры состояния газа, называется *уравнением состояния газа*; в общем виде это уравнение можно записать так:  $f(p, V, T) = 0$ .

Прежде чем перейти к изучению свойств газа на основе молекулярно-кинетической теории строения вещества, следует кратко остановиться на газовых законах (Бойля — Мариотта, Гей-Люссака, Дальтона, Авогадро), которые были открыты опытным путем задолго до появления молекулярно-кинетической теории. Эти законы были установлены на опытах с газами, находящимися в условиях, мало отличающихся от нормальных атмосферных условий, т. е. при небольшой температуре и невысоком давлении.

### ▲ ЗАКОН БОЙЛЯ — МАРИОТТА

Изучая изотермические газовые процессы, английский ученый Р. Бойль (в 1662 г.) и французский ученый Э. Мариотт (в 1667 г.) независимо друг от друга установили следующий закон.

Для данной массы газа при постоянной температуре ( $t = \text{const}$ ) давление газа изменяется обратно пропорционально объему [закон Бойля — Мариотта]:

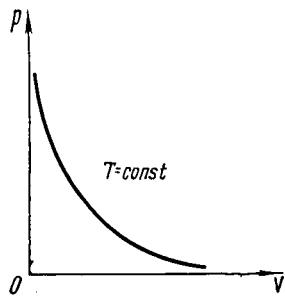


Рис. 70

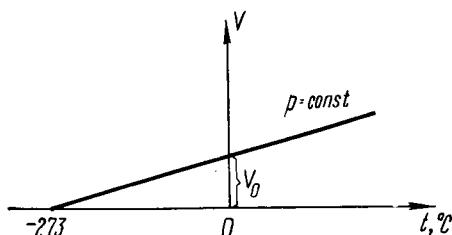


Рис. 71

$$pV = \text{const.} \quad (1)$$

В соответствии с формулой (1) изотермический процесс представляется на графике равнобочкой гиперболой — *изотермой* (рис. 70).

### ▲ ЗАКОНЫ ГЕЙ-ЛЮССАКА

Изучая изобарические и изохорические газовые процессы, французский физик Ж. Л. Гей-Люссак в 1802 г. установил следующие два закона, названные его именем\*.

1. Для данной массы газа при постоянном давлении ( $p = \text{const}$ ) объем газа изменяется линейно с температурой [закон Гей-Люссака]:

$$V = V_0(1 + \alpha t), \quad (2)$$

где  $V_0$  — объем газа при  $0^\circ\text{C}$ ,  $V$  — объем газа при температуре  $t^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  — коэффициент объемного расширения газа.

2. Для данной массы газа при постоянном объеме ( $V = \text{const}$ ) давление газа изменяется линейно с температурой [закон Гей-Люссака]:

$$p = p_0(1 + \gamma t), \quad (3)$$

где  $p_0$  — давление газа при  $0^\circ\text{C}$ ,  $p$  — давление газа при температуре  $t^\circ\text{C}$ ,  $\gamma$  — термический коэффициент давления газа.

Оказалось, что для всех газов

$$\alpha = \gamma = \frac{1}{273,16\text{K}} \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}.$$

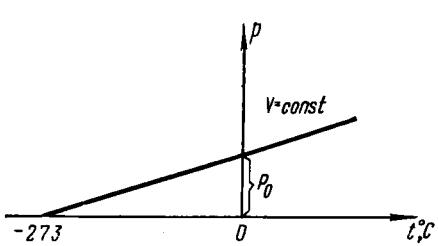


Рис. 72

Согласно формулам (2) и (3), изобарический и изохорический процессы представляются на графиках прямыми линиями (*изобарами* и *изохорами*), проходящими наклонно к оси температур и пересекающими ее в точке  $t = -273,16^\circ\text{C} \approx -273^\circ\text{C}$  (рис. 71,72).

Точка  $t = -273^\circ\text{C}$  принята за начало отсчета (нуль) новой шкалы температур, называемой *термодинамической шкалой* или *шкалой Кельвина*, или *абсолютной шкалой*. Температура, отсчитываемая по этой шкале, называется *термодинамической*; нуль этой шкалы называется *нулем Кельвина*.

\* Закон для изохорического процесса был несколько раньше высказан в предположительной форме французским ученым и воздухоплавателем Ж. А. С. Шарлем и потому иногда называется законом Шарля.

Если цену деления термодинамической шкалы сохранить той же, что и на шкале Цельсия, то температура  $T$  будет связана с температурой  $t$ , измеряемой по шкале Цельсия, формулой

$$T = t + 273,16^\circ\text{C}, \quad (4)$$

при этом  $0\text{ K} = -273,16^\circ\text{C}$ .

Из формулы (2) следует, что при температуре, равной  $0\text{ K}$ ,

$$V = V_0 \left(1 + \frac{-273}{273}\right) = 0,$$

т. е. при температуре  $0\text{ K}$  вещество исчезает. Этот явно неверный вывод подтверждает уже упоминавшееся положение о том, что экспериментальные газовые законы неприменимы в области низких температур. Действительно, при низкой температуре вещество не может существовать в газообразном состоянии: оно переходит в жидкое или даже в твердое состояние.

Таким образом, воспользовавшись для установления термодинамической шкалы температуры и нуля Кельвина законами Гей-Люссака, мы поступили сугубо формально. Однако *B. Кельвин* в 1852 г., исходя из иных физических явлений, теоретически установил ту же самую термодинамическую шкалу температур с тем же значением нуля, какое формально было получено ранее из законов Гей-Люссака. Поэтому термодинамическую температуру и  $0\text{ K}$  не следует рассматривать как формальные понятия, не имеющие физического смысла. Нуль этой шкалы, как показал Кельвин, самая низкая из возможных температур вещества. Как мы увидим дальше (см. § 45), при  $0\text{ K}$  полностью прекращается хаотическое движение молекул в веществе. Однако это не значит, что в нем прекращается всякое движение. Сохраняется, например, движение электронов в атоме. В настоящее время удается охлаждать малые объемы вещества до температуры, близкой к  $0\text{ K}$ , не достигая последнего лишь на несколько тысячных долей кельвина.

С помощью термодинамической температуры можно придать формуле (2) более простой вид:

$$V = V_0 (1 + \alpha t) = V_0 \left(1 + \frac{1}{273}\right) = V_0 \frac{273 + t}{273} = V_0 \frac{T}{T_0},$$

где  $T_0 = 273\text{ K}$  соответствует  $0^\circ\text{C}$ . Следовательно,

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}. \quad (5)$$

*При постоянном давлении объем газа пропорционален термодинамической температуре.*

Аналогично преобразуя формулу (3), получим

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}. \quad (6)$$

При постоянном объеме давление газа пропорционально термодинамической температуре.

Формулы (5) и (6) представляют собой математические выражения законов Гей-Люссака.

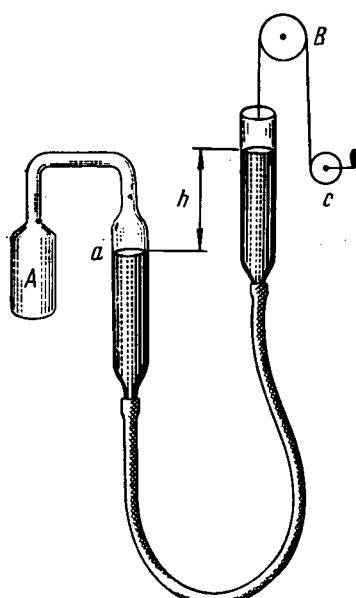


Рис. 73

На формуле (6) основан упоминавшийся уже ранее метод измерения температуры с помощью газового (водородного) термометра (рис. 73). Водородный термометр состоит из баллона *A*, наполненного водородом и сообщающегося с левым коленом ртутного манометра. Открытое правое колено манометра соединено с левым коленом посредством гибкого резинового шланга. Баллон приводится в тепловой контакт со средой, температура которой подлежит измерению. Чтобы изменение температуры водорода происходило изохорически, ртуть в левом колене манометра во время всего измерения поддерживается на уровне метки *a*, для чего приходится поднимать или опускать правое колено на блоке *B* рукояткой *C*. Тогда, применяя формулу (6), получим

$$T = (T_0 / p_0) \cdot p. \quad (6')$$

Зная начальное (атмосферное) давление  $p_0$  и начальную температуру  $T_0$  водорода и определив конечное давление  $p$  водорода по формуле  $p = p_0 + h$ , где  $h$  — разность уровней ртути в коленах манометра, определяют конечную температуру  $T$  водорода по формуле (6').

### ▲ ЗАКОН ДАЛЬТОНА

Пусть в некотором объеме находится смесь газов (например, воздух), имеющая давление  $p$ . Удалим из объема все газы, кроме одного (например, азота). Тогда он займет весь объем (смеси) и будет иметь давление  $p_1$ , называемое *парциальным давлением* первого газа.

*Парциальным давлением газа, входящего в газовую смесь, называется давление, которое имел бы этот газ, если бы он один занимал весь объем, предоставленный смеси.*

Вновь заполнив объем смесью газов, удалим затем из объема все газы, кроме второго (например, кислорода). Тогда второй газ, заняв весь объем, приобретет давление  $p_2$ , являющееся его парциальным давлением. Проведя аналогичные операции со всеми остальными газами смеси, определим парциальные давления третьего, четвертого газа и т. д.

В 1801 г. английский физик и химик Д. Дальтон установил соотношение между давлением газовой смеси и парциальными давлениями входящих в нее газов.

*Давление газовой смеси равно сумме парциальных давлений входящих в нее газов [закон Дальтона]:*

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots \quad (7)$$

### ▲ ЗАКОН АВОГАДРО

На основании опытов с различными газами итальянский ученый А. Авогадро установил в 1811 г. следующий закон.

При одинаковых температуре и давлении моли любых газов занимают одинаковые объемы [закон Авогадро].

При нормальных условиях, т. е. при давлении  $1,0133 \cdot 10^5$  Па и температуре 273,16 К, этот объем составляет  $0,022414 \text{ м}^3/\text{моль}$ .

### ▲ ЗАКОН КЛАПЕЙРОНА \*

В 1834 г. В. П. Э. Клапейрон путем объединения законов Бойля — Мариотта и Гей-Люссака установил следующее соотношение, описывающее процессы, при которых одновременно изменяются все три параметра ( $p$ ,  $V$ ,  $T$ ) состояния газа:

$$\frac{pV}{T} = B = \text{const.} \quad (8)$$

Это соотношение получило название закона Клапейрона. Числовое значение постоянной  $B$  зависит от массы газа и его природы.

### ▲ УРАВНЕНИЕ КЛАПЕЙРОНА — МЕНДЕЛЕЕВА

В 1875 г. Д. И. Менделеев, исходя из законов Клапейрона и Авогадро, получил наиболее общее выражение уравнения состояния газа, связывающее между собой объем  $V$ , давление  $p$ , температуру  $T$ , массу  $m$  и молярную массу  $M$  газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (9)$$

— уравнение Клапейрона — Менделеева, где постоянная  $R = 8,32$ , Дж/(К·моль) одинакова для всех газов и называется молярной газовой постоянной.

Поскольку уравнение Клапейрона — Менделеева получено посредством обобщения экспериментальных газовых законов, то и само оно является экспериментальным законом.

В заключение отметим, что все рассмотренные выше экспериментальные газовые законы можно вывести теоретически, на основе кинетической теории идеального газа, к ознакомлению с которой мы теперь переходим.

### § 42. Основное уравнение кинетической теории идеального газа [уравнение Клаузиуса]

Согласно молекулярно-кинетической теории, находящийся в сосуде газ представляет собой совокупность множества хаотически движущихся молекул. В процессе этого движения молекулы газа

\* Французский физик; с 1830 г. работал в Петербургском институте путей сообщения.

ударяют о стенки сосуда. При каждом ударе молекула действует на стенку с некоторой, сравнительно небольшой силой, нормальной (перпендикулярной) к поверхности стенки. Ввиду крайней многочисленности молекул стенки сосуда испытывают как бы непрерывное действие некоторой, уже сравнительно большой, нормально направленной силы.

Рассчитанная на единицу площади стенки, эта сила, очевидно, представит собой давление газа. Таким образом, давление газа обусловлено тепловым движением его молекул и проявляется благодаря ударам молекул о стенки сосуда.

Сила удара молекул зависит от скорости их движения, а следовательно, и от кинетической энергии поступательного движения молекул. Поэтому

*давление газа должно являться функцией средней кинетической энергии поступательного движения его молекул:*

$$p = \Phi(\langle W \rangle). \quad (10)$$

Основное уравнение кинетической теории идеального газа как раз и устанавливает зависимость между давлением газа и средней кинетической энергией поступательного движения его молекул, т. е. устанавливает конкретный вид функции  $\Phi$ . Основное уравнение было выведено (в современной форме) немецким физиком Р. Ю. Клаузиусом в середине XIX в.

Прежде чем приступить к выводу этого уравнения, сделаем несколько упрощающих предположений относительно самого газа. Будем считать, что молекулы газа находятся в среднем настолько далеко друг от друга, что их размерами можно пренебречь по сравнению с расстоянием между ними, т. е. рассматривать молекулы как материальные точки. В таком случае можно пренебречь также и силами взаимодействия (сцепления и отталкивания) между молекулами. Исключение составляют моменты сближения молекул, соответствующие столкновениям между ними. При этом предположим, что молекулы сталкиваются друг с другом и со стенками сосуда, в котором заключен газ, как *абсолютно упругие шарики*, изменяя только направление, но не значение скорости (см. § 18). Таким образом, наши упрощающие предположения о газе можно кратко сформулировать так:

1. Молекулы — упругие шарики пренебрежимо малого размера (материальные точки).

2. Силы сцепления между молекулами пренебрежимо малы.

3. Силы отталкивания между молекулами проявляются только в моменты взаимостолкновений последних.

Следовательно,

*идеальным газом называется такой воображаемый газ, молекулы которого представляют собой упругие шарики крайне малого размера (материальные точки), не связанные друг с другом межмолекулярными силами.*

Здесь уместно поставить вопрос: не увелили ли нас эти упрощающие предположения слишком далеко от действительности? Иными

словами, не будет ли беспредметным изучение идеального газа? Оказывается, что реальный газ в условиях, близких к нормальным, а также при низком давлении и при высокой температуре близок по своим свойствам к идеальному газу. Таким образом, экспериментальные газовые законы (см. § 41) справедливы, по существу, для идеального газа.

Выведем основное уравнение для случая, когда газ находится в сосуде кубической формы. (Это делается только ради упрощения расчета. Вообще же основное уравнение можно вывести для газа, находящегося в сосуде любой формы и даже при отсутствии всякого сосуда.)

Пусть в кубическом сосуде с ребром  $a$  находится идеальный газ, состоящий из  $N$  молекул; масса каждой молекулы  $m$ . Ввиду полной хаотичности движения молекул результат их действия на стенки сосуда будет таким же, как в случае, если бы  $\frac{1}{3}$  всех молекул двигалась прямолинейно между передней и задней стенками сосуда,  $\frac{1}{3}$  — между правой и левой и  $\frac{1}{3}$  — между верхней и нижней (рис. 74). Поэтому допустим, что число молекул, движущихся в каждом из трех взаимно перпендикулярных (и перпендикулярных соответствующим стенкам) направлений, равно  $N' = N/3^*$ .

Проследим мысленно за одной из молекул, летящей со скоростью  $v$  в направлении правой стенки сосуда (см. рис. 74). Долетев до стенки, молекула ударит в нее, отскочит назад, полетит к левой стенке, ударит в нее и т. д. Пусть сила удара молекулы о стенку  $\Delta f$ , а продолжительность времени удара —  $\Delta t$ . Тогда импульс силы, сообщенный молекулой стенке при ударе, равен  $\Delta f \cdot \Delta t$ .

Согласно закону изменения импульса (см. § 8), импульс силы равен изменению импульса тела:

$$\Delta f \cdot \Delta t = mv - (-mv) = 2mv.$$

Знак минус показывает, что скорость при ударе изменяет направление на противоположное.

Молекула действует на правую стенку с силой  $\Delta f$  кратковременно, только в моменты ударов; остальную и притом большую часть времени между ударами она не действует на эту стенку. Поэтому средняя сила  $\langle \Delta f \rangle$  действия молекулы на правую стенку за 1 с значительно меньше фактической силы  $\Delta f$ . Очевидно, что импульс средней силы равен сумме импульсов всех сил  $\Delta f$ , действующих на стенку в течение 1 с:

$$\langle \Delta f \rangle \cdot 1 = \Delta f \cdot \Delta t \cdot k,$$

\* Допустимость такой замены полностью беспорядочного движения частично упорядоченным подтверждается строгим расчетом, который здесь не приведен.

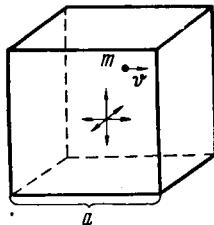


Рис. 74

где  $k$  — число ударов молекулы в правую стенку за 1 с. Число  $k$  равно перемещению молекулы за 1 с, деленному на перемещение  $2a$ , совершающееся ею между двумя последовательными ударами в правую стенку (рис. 74). Так как перемещение молекулы за 1 с *численно* равно скорости  $v$ , то  $k = v/(2a)$ . Тогда средняя сила

$$\langle \Delta f \rangle = \Delta f \cdot \Delta t \cdot v/2a = 2mvv/(2a) = mv^2/a.$$

До сих пор молчаливо предполагалось, что рассматриваемая нами молекула (см. рис. 74) движется без столкновений с другими молекулами. В действительности же молекулы газа очень часто сталкиваются друг с другом. Поэтому «наша» молекула не могла беспрепятственно совершать свой путь между боковыми стенками сосуда.

Однако при расчете давления газа можно все же не учитывать взаимных столкновений молекул, исходя из следующих соображений. Нам важно вычислить средний импульс, передаваемый *одной* молекулой за 1 с правой стенке, но совершенно безразлично, какая именно молекула передает этот импульс (поскольку все молекулы одинаковы). При соударениях молекулы обмениваются своими скоростями (см. § 18), а значит, и своими импульсами. Поэтому импульс, который начала переносить молекула, она затем передаст другой молекуле при столкновении с ней. Другая молекула передаст этот же импульс третьей молекуле и т. д. Таким эстафетным образом этот импульс будет переноситься от правой стенки к левой и обратно. В результате правая стенка получит за 1 с точно такой же средний импульс, какой получила бы при отсутствии соударений между молекулами. Поэтому в проводимом расчете столкновения между молекулами можно не принимать во внимание.

Учтем теперь, что правая стенка сосуда получает удары от  $N'$  молекул. Тогда найдем полную силу  $f$ , с которой газ действует на эту стенку:

$$f = \sum_1^{N'} \langle \Delta f_i \rangle = \sum_1^{N'} \frac{mv_i^2}{a} = \frac{m}{a} \sum_1^{N'} v_i^2,$$

где  $v_i = v_1, v_2, v_3, \dots, v_{N'}$  — скорости молекул.

Разделим и умножим правую часть равенства на  $N'$ :

$$f = \frac{mN'}{a} \frac{1}{N'} \sum_1^{N'} v_i^2.$$

Нетрудно установить, что выражение  $\frac{1}{N'} \sum_1^N v_i^2$  представляет собой квадрат *средней квадратичной скорости* молекул (см. § 3), которую мы обозначим  $u$ . Тогда

$$f = \frac{mN'u^2}{a}.$$

Разделим обе части последнего равенства на  $a^2$  и заменим  $N'$  на  $N/3$ :  $f/a^2 = mNu^2/(3a^3)$ . Но  $a^2 = S$  — площадь правой стенки сосуда, а  $a^3 = V$  — объем сосуда. Тогда  $f/S = mNu^2/(3V)$ . Очевидно, что  $f/S = p$  — давление газа на правую стенку, а  $N/V = n_0$  — число молекул в объеме  $V$  газа. Поэтому

$$p = mn_0u^2/3. \quad (11)$$

Разделив и умножив правую часть этого равенства на 2, получим

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{mu^2}{2},$$

где  $mu^2/2 = \langle W \rangle$  — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Следовательно,

$$p = \frac{2}{3} n_0 \langle W \rangle. \quad (12)$$

Очевидно, что совершенно такие же выражения (11) и (12) получаются и для давления газа на каждую из остальных стенок сосуда. Следовательно, формулы (11) и (12) дают искомое [см. (10)] выражение давления газа. Они представляют собой разновидности основного уравнения кинетической теории идеального газа (уравнения Клаузиуса). Основное уравнение показывает, что

*давление газа прямо пропорционально средней кинетической энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объема газа [уравнение Клаузиуса].*

Отметим, что вывод этого уравнения выполнен посредством статистического метода (см. § 40): рассматривая макроскопическую систему (газ) как совокупность огромного числа беспорядочно движущихся молекул, мы выразили макроскопическую характеристику системы — давление газа — через *усредненное* значение характеристики микропроцесса — *среднюю* квадратичную скорость или среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа.

### § 43. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа [уравнение Больцмана]

Макроскопическая характеристика состояния идеального газа — давление, как было показано в § 42, зависит от средней кинетической энергии поступательного движения его молекул. Есть основания полагать, что и другая макроскопическая характеристика состояния газа — температура — тоже зависит от этой энергии. Для того чтобы установить конкретное выражение этой зависимости, проведем следующие рассуждения, основанные на представлениях молекулярно-кинетической теории строения вещества (газа).

Пусть два газа различаются значениями средней кинетической энергии поступательного движения молекул: у первого газа оно больше, чем у второго. Приведем эти газы в соприкосновение. Тогда

их молекулы, сталкиваясь друг с другом, будут обмениваться своими кинетическими энергиями, причем энергия молекул первого газа начнет уменьшаться, а второго — увеличиваться. Благодаря этому через некоторое время кинетическая энергия молекул обоих газов станет одинаковой (выравнивается). Газы придут в состояние *энергетического равновесия*, при котором переход энергии от первого газа ко второму прекратится (хотя соударения молекул будут продолжаться).

Приведем теперь в соприкосновение два газа, различающихся значениями температуры: у первого газа температура выше, чем у второго. Тогда, как известно, начнется теплообмен (т. е. энергообмен) между газами: первый газ будет охлаждаться, второй — нагреваться. Через некоторое время температура обоих газов станет одинаковой (выравнивается). Газы придут в состояние *теплового* (т. е. *энергетического*) равновесия, при котором переход теплоты (т. е. энергии) от первого газа ко второму прекратится.

Итак, температура газа ведет себя так же, как средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул: при соприкосновении газов обе эти величины начинают одинаково изменяться и, наконец, принимают постоянные значения, что соответствует установлению теплового (энергетического) равновесия.

Значит, средняя кинетическая энергия молекул идеального газа связана с его температурой, определяет эту температуру и, следовательно, может служить *мерой* температуры.

Поэтому можно было бы вообще измерять температуру  $T$  средней кинетической энергией  $\langle W \rangle$  молекул газа, положив, например, что температура просто равна этой энергии. Но это неудобно уже потому, что тогда температуру пришлось бы выражать в джоулях вместо привычных и давно установленных единиц — градусов Цельсия (кельвинов). Чтобы сохранить эту традиционную единицу температуры, удобнее всего положить

$$T = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k} \langle W \rangle. \quad (13)$$

Здесь размерный множитель  $k$  обеспечивает выражение температуры в кельвинах, а множитель  $\frac{2}{3}$  введен для того, чтобы упростить (избавить от безразмерного коэффициента  $\frac{3}{2}$ ) соотношение между давлением и температурой газа, которое будет получено в конце параграфа [см. (15)].

Из формулы (13) следует выражение средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа через термодинамическую температуру:

$$\langle W \rangle = \frac{3}{2} k T, \quad (14)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — *постоянная Больцмана*\*. Ее числовое значение определяется экспериментальными методами.

\* Впервые введена в кинетическую теорию газа австрийским физиком Л. Больцманом.

*Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа пропорциональна термодинамической температуре и зависит только от нее\** [уравнение Больцмана (основное уравнение кинетической теории идеального газа для энергии)].

По уравнению Больцмана легко определить среднюю кинетическую энергию молекул газа, поскольку измерение его температуры выполняется весьма просто.

Подсчитаем, например, среднюю кинетическую энергию молекул идеального газа при нормальных условиях:

$$\langle W \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 273\text{K} = 5,7 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Подставим теперь в уравнение Клаузиуса (12) выражение  $\langle W \rangle$  из уравнения Больцмана (14). Тогда получим упомянутое ранее соотношение между давлением и температурой газа:

$$p = n_0 kT. \quad (15)$$

Оно также является важным уравнением кинетической теории идеального газа. Из него следует, что

$$n_0 = p/(kT). \quad (16)$$

Из формулы (16) видно, что

*при одинаковых температуре и давлении все газы содержат в равных объемах одинаковое число молекул.*

Число  $N_L$  молекул в 1 м<sup>3</sup> газа при нормальных условиях называется *постоянной Лошмидта*\*\*. Определим  $N_L$  по формуле (16):

$$N_L = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 273\text{K}} = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

#### § 44. Получение экспериментальных газовых законов из уравнений кинетической теории идеального газа

Всякая теория становится достоверной только после того, как она будет подтверждена соответствующими экспериментами (см. § 1). Это, конечно, относится и к кинетической теории идеального газа. Уравнения Клаузиуса (12) и Больцмана (14) были получены *теоретически* при целом ряде упрощающих предположений и допущений. Тем в большей мере они нуждаются в *экспериментальной* проверке.

У нас есть полная возможность провести такую проверку. В самом деле: если из уравнений (12) и (14) или объединяющего их уравнения (15) удастся получить в качестве следствий экспериментальные

\* Хотя уравнение Больцмана получено для идеального газа, оно оказывается применимым и к реальным газам, а также к жидкостям и твердым телам.

\*\* По имени австрийского физика *Й. Лошмидта*, впервые вычислившего эту постоянную.

газовые законы (см. § 41), то это будет надежным подтверждением правильности данных уравнений и достоверности основ кинетической теории идеального газа.

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА БОЙЛЯ—МАРИОТТА

Подставим в уравнение (15) выражение  $n_0 = N/V$ , где  $V$  — объем газа,  $N$  — число молекул в этом объеме. Тогда

$$pV = NkT. \quad (17)$$

Для данной массы газа ( $N = \text{const}$ ) при постоянной температуре ( $T = \text{const}$ ) правая, а следовательно, и левая части последнего равенства будут постоянны, т. е.

$$pV = \text{const}.$$

Это соотношение и выражает закон Бойля—Мариотта (1).

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА ГЕЙ-ЛЮССАКА ДЛЯ ИЗОБАРИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Пусть состояние данной массы газа при нормальных условиях характеризуется параметрами  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $T_0$ . Изменяя температуру газа, переведем его изобарически в состояние с параметрами  $p_0$ ,  $V$ ,  $T$ . Применим уравнение (17) ко второму и первому состояниям газа:

$$p_0V = NkT, \quad p_0V_0 = NkT_0.$$

Поделив почленно первое равенство на второе, получим

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0},$$

а это и есть соотношение, выражающее закон Гей-Люссака (5) для изобарического процесса.

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА ГЕЙ-ЛЮССАКА ДЛЯ ИЗОХОРИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Пусть состояние данной массы газа при нормальных условиях характеризуется параметрами  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $T_0$ . Изменяя температуру газа, переведем его изохорически в состояние с параметрами  $p$ ,  $V_0$ ,  $T$ . Применяя уравнение (17) ко второму и первому состояниям газа и деля почленно первое из получающихся равенств на второе, найдем

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0},$$

а это и есть соотношение, выражающее закон Гей-Люссака (6) для изохорического процесса.

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА ДАЛЬТОНА

Пусть в объеме  $V$  содержится смесь нескольких газов, химически не реагирующих между собой и находящихся в состоянии теплового равновесия при температуре  $T$ . Согласно (17) можно написать, что

$$pV = NkT = (N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + \dots)kT,$$

где  $p$  — давление газовой смеси,  $N_i$  — число молекул в соответствующих компонентах смеси,  $N$  — общее число молекул в смеси. Из последнего равенства получим

$$pV = N_1kT + N_2kT + N_3kT + N_4kT + \dots$$

Но [см. (17)] произведение  $N_i kT = p_i V$ , где  $p_i$  — давление, которое имел бы компонент смеси, если бы он один занимал весь объем  $V$ . Короче говоря,  $p_i$  — парциальное давление соответствующего компонента смеси. Заменяя в последнем равенстве произведения, стоящие в правой части, на  $p_i V$ , получим после сокращения на  $V$  равенство, выражающее закон Дальтона (7):

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots$$

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА АВОГАДРО

Запишем уравнение (17) для одного моля газа ( $V = V_M$ ), учитывая, что в этом случае  $N = N_A$  ( $N_A$  — постоянная Авогадро):  $pV_M = N_A kT$ . Тогда

$$V_M = N_A kT/p.$$

Так как  $N_A$  и  $k$  — постоянные величины, то из последнего равенства и следует закон Авогадро.

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА КЛАПЕЙРОНА

Перепишем уравнение (17) в виде  $pV/T = Nk$ . Для данной массы газа произведение  $Nk = \text{const}$ . Следовательно,

$$\frac{pV}{T} = \text{const},$$

а это есть выражение закона Клапейрона (8).

### ▲ ВЫВОД УРАВНЕНИЯ КЛАПЕЙРОНА — МЕНДЕЛЕЕВА

Применив уравнение (17) к одному молю газа, получим  $pV_M = N_A kT$ , где  $V_M$  — молярный объем (объем моля). Произведение постоянной Авогадро на постоянную Больцмана есть тоже постоянная величина; она одинакова для всех газов, т. е. является молярной газовой постоянной. Обозначив ее  $R$ , можем написать

$$N_A k = R, \quad (18)$$

$$pV_M = RT. \quad (18')$$

Соотношение (18') есть *уравнение Клапейрона—Менделеева для моля газа.*

В любой массе  $m$  газа, имеющего объем  $V$ , содержится  $m/M$  молей, где  $M$  — молярная масса газа. Тогда, умножив обе части уравнения (18') на  $m/M$  и учитывая, что  $V_{Mm}/M = V$ , получим

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

— *уравнение Клапейрона—Менделеева (9) для любой массы газа.*

Заметим, что из этого уравнения можно выразить плотность  $\rho$  газа. Действительно, разделив обе части уравнения на  $V$  и учитывая что  $m/V = \rho$ , найдем

$$\rho = \frac{\rho}{M} RT,$$

откуда

$$\rho = \frac{\rho M}{RT}. \quad (18'')$$

Итак, все экспериментальные газовые законы удалось вывести (как следствия) из уравнений кинетической теории идеального газа. Это подтверждает правильность данных уравнений и позволяет уверенно пользоваться ими при дальнейшем изучении свойств газа.

В заключение определим числовые значения молярной газовой постоянной и постоянной Больцмана.

Из уравнения (18') следует, что  $R = pV_M/T$ . Полагая, что газ находится при нормальных условиях, имеем:  $p = 1,0133 \cdot 10^5$  Па,  $T = 273,16$  К и  $V_M = 0,022414$  м<sup>3</sup>/моль. Тогда

$$R = \frac{1,0133 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 22,414 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}}{273,16 \text{ K}} = 8,315 \text{ Дж/(К·моль)}.$$

Из уравнения (18) следует, что

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,315 \text{ Дж/(К·моль)}}{6,023 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}} = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

В дальнейшем при всех расчетах будем пользоваться приближенными значениями этих констант, принимая

$$R = 8,32 \text{ Дж/(К·моль)} \text{ и } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

#### Примеры решения задач

**Задача 21.** *Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре  $t_1 = 7^\circ\text{C}$  равно  $p_1 = 10^5$  Па. При нагревании бутылки пробка выплыла. До какой температуры  $t_2$  нагрели бутыль, если пробка выдерживает давление до  $p_2 = 1,3 \cdot 10^5$  Па?*

**Решение.** Поскольку нагревание воздуха в бутыли есть изохорический процесс, применим к нему закон Гей-Люссака (6):

$$p_1/p_2 = T_1/T_2,$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — начальная и конечная термодинамические температуры воздуха в бутыли. Тогда

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{1,3 \cdot 10^5 \text{ Па}}{10^5 \text{ Па}} \cdot 280 \text{ К} = 364 \text{ К}; \quad t_2 = 91^\circ\text{C}.$$

**Задача 22.** Кислород массой  $m = 10 \text{ г}$  находится при температуре  $t_1 = 10^\circ\text{C}$  и давлении  $p = 3,04 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем  $V_2 = 10 \text{ л}$ . Определить: 1) объем  $V_1$  газа до расширения; 2) температуру  $t_2$  газа после расширения; 3) плотности  $\rho_1$  и  $\rho_2$  газа до и после расширения.

**Решение.** 1. К исходному состоянию кислорода применим уравнение Клапейрона — Менделеева (9):

$$pV_1 = mRT_1/M,$$

где  $T_1 = 283 \text{ К}$  — термодинамическая температура кислорода до нагревания;  $M = 0,032 \text{ кг/моль}$  — молярная масса кислорода;  $R = 8,32 \text{ Дж/(К}\cdot\text{моль)}$  — молярная газовая постоянная. Тогда

$$V_1 = \frac{mRT_1}{Mp} = \frac{0,01 \text{ кг} \cdot 8,32 \cdot \text{Дж/(К}\cdot\text{моль)} \cdot 283 \text{ К}}{0,032 \text{ кг/моль} \cdot 3,04 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 2,4 \text{ л.}$$

2. Поскольку кислород нагревался изобарически, применим закон Гей-Люссака (5):

$$V_2/V_1 = T_2/T_1,$$

где  $T_2$  — термодинамическая температура кислорода после нагревания. Тогда

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{10 \text{ л}}{2,4 \text{ л}} \cdot 283 \text{ К} = 1180 \text{ К}; \quad t_2 = 907^\circ\text{C}.$$

3. По формуле (18''),

$$\rho = pM/(RT).$$

Поэтому

$$\rho_1 = \frac{3,04 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,032 \text{ кг/моль}}{8,32 \text{ Дж/(К}\cdot\text{моль)} \cdot 283 \text{ К}} = 4,13 \text{ кг/м}^3,$$

$$\rho_2 = \frac{3,04 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,032 \text{ кг/моль}}{8,32 \text{ Дж/(К}\cdot\text{моль)} \cdot 1180 \text{ К}} = 0,99 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 23.** Найти число  $n_0$  молекул водорода в  $1 \text{ см}^3$ , если давление  $p = 2,66 \cdot 10^4 \text{ Па}$ , а средняя квадратичная скорость молекул  $u = 2400 \text{ м/с}$ .

**Решение.** Согласно основному уравнению кинетической теории (11),

$$p = n_0 m u^2 / 3,$$

где  $m$  — масса молекулы водорода, связанная с молярной массой водорода  $M = 0,002 \text{ кг/моль}$  и постоянной Авогадро  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  очевидным соотношением  $m = M/N_A$ . Поэтому

$$n_0 = \frac{3pN_A}{Mu^2} = \frac{3 \cdot 2,66 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 6,032 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}}{0,002 \text{ кг/моль} \cdot 2400^2 \text{ м}^2/\text{с}^2} = \\ = 4,15 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3} = 4,15 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}.$$

## Контрольные вопросы

146. Какими величинами (параметрами) характеризуется состояние газа? 147. Что называется парциальным давлением смеси газов? 148. Какими законами описываются изотермические и изобарические процессы? 149. При некоторых значениях температуры и давления моль кислорода занимает объем 16 л. Какой объем занимает при этих же условиях моль водорода? 150. Каким соотношением связаны между собой молярная газовая постоянная  $R$ , постоянная Больцмана  $k$  и постоянная Авогадро  $N_A$ ? 151. Что называется идеальным газом? 152. Что означает постоянная Авогадро?

ро? Каково ее числовое значение? В каких единицах она выражается? 153. При каких условиях реальный газ близок по своим свойствам к идеальному газу? 154. Термодинамическая температура газа 265 К. Чему равна его температура по шкале Цельсия? 155. На каком законе основан метод измерения температуры газовых термометров? 156. Чем (по представлению кинетической теории идеального газа) обусловлено давление, оказываемое газом на помещенное в нем тело? 157. Каков физический смысл постоянной Планка? 158. Сколько молей содержится в 88 г углекислого газа?

### § 45. Число степеней свободы.

#### Внутренняя энергия газа

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом и, следовательно, не обладают потенциальной энергией. Поэтому вся энергия молекул идеального газа состоит только из кинетической

энергии поступательного и вращательного движений. Среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы мы определили ранее [см. § 43, (14)].

Для учета средней кинетической энергии вращательного движения молекулы необходимо ввести в рассмотрение понятие числа степеней свободы тела.

*Числом степеней свободы тела называется число независимых координат, определяющих положение тела в пространстве.*

Поясним данное определение. Если тело перемещается в пространстве совершенно произвольно, то это перемещение всегда можно составить из шести одновременных независимых движений: трех поступательных

(вдоль трех осей прямоугольной системы координат) и трех вращательных (вокруг трех взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр масс тела) (рис. 75). Иными словами, положение тела в пространстве определяется в этом случае шестью независимыми координатами: тремя линейными ( $x, y, z$ ) и тремя угловыми ( $\alpha, \beta, \gamma$ ). Следовательно, число степеней свободы произ-

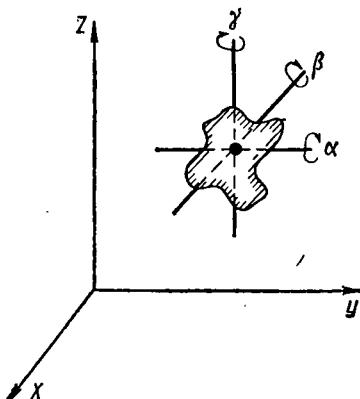


Рис. 75

вольно движущегося в пространстве тела равно шести (три поступательных и три вращательных степени свободы). Если свобода движения тела ограничена, то его число степеней свободы меньше шести. Например, тело движется только по плоскости, имея при этом возможность произвольного вращения (катящийся мяч). Тогда число его степеней свободы равно пяти (две поступательных и три вращательных). Железнодорожный вагон имеет одну степень свободы (поступательную), так как он движется только по линии. Колесо вагона имеет две степени свободы: одну поступательную (вместе с вагоном) и одну вращательную (вокруг горизонтальной оси).

Вернемся теперь к вопросу о кинетической энергии молекулы газа. Ввиду полной хаотичности движения молекул все виды их движений (и поступательные, и вращательные) одинаково возможны (равновероятны). Поэтому

*на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая энергия [теорема Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы].*

Поскольку молекулы движутся совершенно произвольно, они должны были бы иметь по шесть степеней свободы. Однако здесь надо принять во внимание следующее обстоятельство.

Молекулу одноатомного газа (например,  $\text{He}$ ) можно представить как материальную точку, вращение которой вокруг собственных осей не изменяет ее положения в пространстве. Значит, для определения положения одноатомной молекулы достаточно задать только ее линейные координаты. Поэтому одноатомной молекуле следует присвоить число степеней свободы, равное трем (поступательным). Это обстоятельство можно пояснить еще и так. Кинетическая энергия вращательного движения тела (см. § 23) равна

$$W_{\text{к.вр}} = J\omega^2/2,$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения,  $J$  — момент инерции тела. Для материальной точки

$$J = mr^2,$$

где  $m$  — масса материальной точки,  $r$  — ее расстояние от оси вращения. Если материальная точка вращается вокруг своей оси, то  $r = 0$ . Но тогда и  $J = 0$  и  $W_{\text{к.вр}} = 0$ . Следовательно, у одноатомной молекулы на вращательное движение (на вращательные степени свободы) приходится бесконечно малая энергия, которой можно пренебречь. Строгое доказательство этого положения возможно только на основе квантовой механики. Молекулу двухатомного газа (например,  $\text{O}_2$ ) можно представить

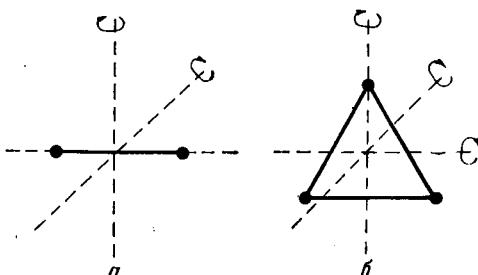


Рис. 76

как совокупность двух материальных точек — атомов, жестко связанных между собой химическими связями (рис. 76, а). Вращение такой молекулы вокруг оси, проходящей через оба атома, не меняет положения молекулы в пространстве. Это следует из тех соображений, что энергия, приходящаяся на вращение молекулы вокруг оси, проходящей через атомы, близка к нулю. Поэтому двухатомной молекуле следует приписать пять степеней свободы (три поступательных и две вращательных).

Что касается трехатомной молекулы (рис. 76, б), то она, очевидно, имеет все шесть степеней свободы (три поступательных и три вращательных). Столько же степеней свободы имеют и другие многоатомные молекулы (четырехатомные, пятиатомные и т. д.).

Для подсчета средней кинетической энергии, приходящейся на одну степень свободы молекулы, воспользуемся формулой (14):

$$\langle W \rangle = \frac{5}{2} kT.$$

Так как эта энергия получена для одноатомной молекулы (как материальной точки), имеющей три степени свободы, то на одну степень свободы молекулы приходится энергия

$$W_0 = \langle W \rangle / 3 = kT/2.$$

Тогда, согласно упомянутой теореме Больцмана, молекула, имеющая  $i$  степеней свободы, будет обладать полной кинетической энергией

$$W = W_0 i,$$

или

$$W = ikT/2. \quad (19)$$

*Полная кинетическая энергия молекулы газа пропорциональна его термодинамической температуре и числу степеней свободы молекулы.*

Из формулы (19) вытекает физический смысл нуля Кельвина: при  $T = 0$  будет и  $W = 0$ , т. е. при 0 К прекращается движение молекул газа.

Согласно формуле (19), одноатомная молекула ( $i = 3$ ) имеет полную энергию

$$W_1 = \frac{5}{2} kT,$$

двуатомная молекула ( $i = 5$ ) имеет полную энергию

$$W_2 = \frac{5}{2} kT,$$

трехатомная и многоатомная молекулы ( $i = 6$ ) имеют полную энергию

$$W_3 = \frac{6}{2} kT = 3kT.$$

Тогда внутренняя энергия  $U$  некоторой массы газа равна произведению числа  $N$  молекул, содержащихся в этой массе, на полную кинетическую энергию одной молекулы:

$$U = NW = NkT/2.$$

Так как для моля газа  $N = N_A$ , то для внутренней энергии моля получим (учитывая, что  $k = R/N_A$ )

$$U_M = N_A ikT/2 = N_A iRT/(2N_A),$$

т. е.

$$U_M = iRT/2. \quad (19')$$

Из формулы (19') легко получить удобное для практических расчетов выражение внутренней энергии  $U$  любой массы  $m$  газа, учитывая, что число молей этого газа равно  $m/M$ , где  $M$  — молярная масса:

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT. \quad (19'')$$

*Внутренняя энергия любой массы газа пропорциональна числу степеней свободы молекулы, термодинамической температуре и массе газа.*

Несмотря на то что здесь рассматривался идеальный газ, мы уже отказались от одного упрощающего предположения, приписанного ему. Молекулы многоатомных газов обсуждались здесь не как материальные точки, а как тела — системы материальных точек. Тем самым учитывалась индивидуальность газа, допускалось некоторое разнообразие газов.

Подсчитаем в качестве примера внутреннюю энергию 1 кг кислорода при температуре 27°C.

Для кислорода ( $O_2$ )  $i = 5$ ;  $M = 0,032$  кг/моль. Тогда, применяя формулу (19''), получим

$$U = \frac{1 \text{ кг}}{0,032 \text{ кг/моль}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К · моль)} \cdot 300 \text{ К} = 195000 \text{ Дж.}$$

Оказывается, что энергия теплового движения, заключенная в 1 кг газа, весьма значительна. Однако извлечь ее для практического использования невозможно. Реализовать можно лишь ничтожно малую долю этой энергии (в процессе теплообмена с холодильником, т. е. с телом большой массы, температура которого ниже температуры данного газа).  $\Theta$

#### § 46. Теплоемкости газа. Физический смысл молярной газовой постоянной

Помимо удельной теплоемкости *с* вещества введем понятие молярной теплоемкости  $C_m$ .

*Молярной теплоемкостью называется количество теплоты, необходимое для нагревания моля вещества на 1 К.*

Из определения удельной теплоемкости (см. § 39) следует, что она связана с молярной соотношением

$$C_m = M \cdot c,$$

где  $M$  — молярная масса вещества. Единицей  $C_m$  является джоуль на кельвин-моль [Дж/(К·моль)].

Теплоемкость газа существенно зависит от того, при каких условиях он нагревается: при постоянном объеме или при постоянном давлении. В первом случае все сообщенное газу количество теплоты идет только на увеличение внутренней энергии газа (так как объем газа не изменяется). Во втором случае требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа (так как неизменность давления обеспечивается увеличением объема газа). Поэтому у газа различают две молярные (и удельные) теплоемкости: *теплоемкость при постоянном объеме*  $C_V$  и *теплоемкость при постоянном давлении*  $C_p$ . Очевидно, что  $C_p > C_V$ . Ознакомимся более подробно с этими теплоемкостями.

*Молярной теплоемкостью при постоянном объеме называется количество теплоты, необходимое для нагревания моля газа на 1 К при постоянном объеме.*

Так как в данном случае вся теплота идет на увеличение внутренней энергии газа, то молярную теплоемкость при постоянном объеме можно определить как отношение приращения внутренней энергии  $\Delta U_M$  моля газа к изменению температуры  $\Delta T$ , вызвавшему это приращение:

$$C_V = \Delta U_M / \Delta T. \quad (20)$$

Но согласно формуле (19'),

$$\Delta U_M = iR \cdot \Delta T / 2.$$

Поэтому

$$C_V = iR / 2. \quad (20')$$

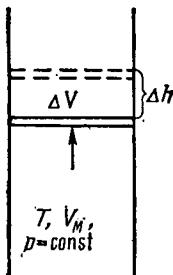


Рис. 77

*Молярной теплоемкостью при постоянном давлении называется количество теплоты, необходимое для нагревания моля газа на 1 К при постоянном давлении.*

Как уже отмечалось, на нагревание моля газа расходуется дополнительное количество теплоты, равное работе  $A$  по расширению газа. Поэтому  $C_p > C_V$ , причем

$$C_p = C_V + A. \quad (21)$$

Для подсчета этой работы заключим моль газа, имеющего температуру  $T$ , объем  $V_M$  и давление  $p$ , в цилиндр под поршень площадью  $S$ , а затем нагреем его на 1 К при  $p = \text{const}$  (рис. 77). Расширяясь, газ поднимет поршень на высоту  $\Delta h$  и займет объем  $V'_M$ , совершив при этом работу

$$A = pS \cdot \Delta h,$$

где  $pS$  — сила, поднимающая поршень;  $S \cdot \Delta h = \Delta V$  — увеличение объема газа. Но  $\Delta V = V'_M - V_M$ , поэтому

$$A = p \cdot \Delta V = p(V'_M - V_M) = pV'_M - pV_M. \quad (21')$$

Согласно, уравнению Клапейрона—Менделеева,  $pV' M = R(T + 1)$ ,  $pV_M = RT$ , тогда  $A = R(T + 1) - RT = RT + R - RT = R$ . Итак,

$$A = R. \quad (22)$$

Формула (22) позволяет установить физический смысл молярной газовой постоянной:

*молярная газовая постоянная численно равна работе по расширению моля идеального газа при нагревании его на 1 К (при постоянном давлении).*

Сопоставляя формулы (21) и (22), получим соотношение

$$C_p = C_V + R, \quad (23)$$

называемое *уравнением Майера\**. Подставляя в это уравнение  $C_V$  из формулы (20'), найдем

$$C_p = iR/2 + R = (i + 2)R/2. \quad (24)$$

Обозначим отношение теплоемкостей буквой  $\gamma$ ; тогда из формул (20') и (24) получим

$$\gamma = C_p/C_V = (i + 2)/i. \quad (25)$$

Очевидно, что  $\gamma > 1$  и зависит только от сорта газа (числа степеней свободы). Наряду с теплоемкостями  $\gamma$  является важной тепловой характеристикой газа.

Из формул (20') и (24) следует, что по значениям теплоемкостей все газы можно разделить на три сорта: одноатомные, двухатомные и многоатомные газы. Поэтому нетрудно подсчитать все возможные значения молярных теплоемкостей и их отношения по формулам (20'), (24) и (25). Результаты подсчетов представлены в таблице. Для молярной газовой постоянной взято значение  $R = 8,32$  Дж/(К·моль):

Газ	$i$	$C_V$ , Дж/(К·моль)	$C_p$ , Дж/(К·моль)	$\gamma$
Одноатомный . . . . .	3	12,48	20,80	1,67
Двухатомный . . . . .	5	20,80	29,12	1,40
Трехатомный (и более) . . . . .	6	24,96	33,28	1,33

Опыты показали, что при не очень низкой и не очень высокой температуре большинство газов имеет значения теплоемкостей, весьма близкие к теоретически вычисленным; особенно хорошее совпадение получено для одноатомных газов.

Из формул (20') и (24) следует, что молярные теплоемкости  $C_V$  и  $C_p$  постоянны и не зависят от температуры. Однако непосредственные измерения показали, что это справедливо лишь для одноатомных

\* Впервые получено немецким ученым Ю. Р. Майером.

газов. Теплоемкости многоатомных газов остаются приблизительно постоянными только при температуре, мало отличающейся от нормальной. При высоких температурах теплоемкости оказываются большими, а при низких — меньшими теоретически вычисленных значений, причем при низкой температуре теплоемкости многоатомных газов приближаются к таковым одноатомных газов [ $C_V = 12,48$  и  $C_p = 20,8$  Дж/(К·моль)]. Таким образом, при низкой температуре происходит как бы «вымерзание» вращательных степеней свободы, а при высокой температуре, наоборот, «возбуждение» каких-то новых степеней свободы.

Несоответствие теории опыту обусловлено тем, что, как уже отмечалось (см. § 20), законы классической механики применимы к микрочастицам лишь в определенных границах. Области низких и высоких температур лежат вне этих границ. Явления «вымерзания» и «возбуждения» степеней свободы молекул объясняются на основе законов квантовой механики. Здесь дано краткое и при том только качественное объяснение этим явлениям.

В отличие от классической квантовая механика утверждает, что вращательная энергия молекул изменяется не непрерывно, а скачкообразно — определенными порциями (квантами). Обозначим  $\Delta W_{\text{вр}}$  квант энергии, который молекула может воспринять на одну вращательную степень свободы. В § 45 было установлено, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы молекулы, равна

$$W_0 = kT/2.$$

При температуре, близкой к нормальной, квант  $\Delta W_{\text{вр}}$  мал по сравнению с  $W_0$ , т. е.  $1/2 kT \gg \Delta W_{\text{вр}}$ . По мере понижения температуры  $W_0$  приближается к  $\Delta W_{\text{вр}}$  и при достаточно низкой температуре окажется, что

$$W_0 < \Delta W_{\text{вр}}.$$

Теперь молекула уже не сможет воспринять при столкновении столь малую энергию  $W_0$  на свою вращательную степень свободы и не придет во вращательное движение. Поэтому при низкой температуре многоатомные молекулы практически перестают вращаться и движутся только поступательно, как однодиатомные молекулы. Таким образом, благодаря «вымерзанию» вращательных степеней свободы у многоатомных молекул остаются только три (поступательные) степени свободы и теплоемкости многоатомных газов становятся такими же, как у одноатомных, т. е.  $C_V = 12,48$  Дж/(К·моль) и  $C_p = 20,8$  Дж/(К·моль).

Многоатомные молекулы рассмотрены здесь как системы жестко связанных атомов. В действительности жесткой связи, конечно, нет: атомы находятся на некотором равновесном расстоянии друг от друга и могут колебаться относительно друг друга. Энергия колебаний атомов в молекуле также изменяется лишь квантами  $\Delta W_{\text{кол}}$ , а не непрерывно. При низких и близких к нормальной температурах  $W_0 \ll \Delta W_{\text{кол}}$ , поэтому при столкновении молекул их атомы не приходят в колебательное движение, иначе говоря, колебательные степени свободы не «возбуждаются». По мере повышения температуры  $W_0$  тоже возрастает и при достаточно высокой температуре

$$W_0 \gg \Delta W_{\text{кол}}.$$

Теперь при столкновениях молекул «возбудятся» колебательные степени свободы и атомы придут в колебательное движение. В связи с увеличением числа степеней свободы молекул возрастут и теплоемкости газа.

Итак, квантовый характер поглощения энергии молекулами приводит к «вымерзанию» вращательных степеней свободы (и уменьшению теплоемкостей многоатомных газов) при низкой температуре и к «возбуждению» колебательных степеней свободы (и увеличению теплоемкостей многоатомных газов) при высокой температуре.

## § 47. Скорость поступательного движения молекул газа. Распределение числа молекул по скорости

Для нахождения средней квадратичной скорости поступательного движения газовых молекул напишем полученные ранее выражения средней кинетической энергии поступательного движения молекул:

$$\langle W \rangle = mu^2/2 \text{ и } \langle W \rangle = 3kT/2$$

Приравняв правые части этих выражений, получим

$$mu^2/2 = 3kT/2,$$

откуда

$$u = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/(N_A m)},$$

но  $N_A m = M$ , поэтому

$$u = \sqrt{3RT/M}. \quad (26)$$

Для данного газа средняя квадратичная скорость молекул пропорциональна корню квадратному из термодинамической температуры и зависит только от нее.

Формула (26) выражает среднюю квадратичную скорость молекул через легко измеряемую макроскопическую характеристику газа — температуру. Подсчитаем, например, среднюю квадратичную скорость молекул кислорода при 0°C. Так как  $T = 273$  К, а  $M = 0,032$  кг/моль, то

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,32 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль}) \cdot 273 \text{ К}}{0,032 \text{ кг/моль}}} \approx 460 \text{ м/с.}$$

Таким образом, при комнатной температуре молекулы газа движутся со скоростями, близкими к скорости полета снаряда.

Средняя квадратичная скорость — лишь статистическая характеристика движения молекул, полученная путем усреднения различных значений скорости множества молекул. В действительности же молекулы движутся с различными скоростями  $v$  даже при некоторой заданной температуре  $T$ . Разобьем весь диапазон этих скоростей на малые интервалы, равные  $\Delta v$ . Тогда на каждый интервал скорости будет приходиться некоторое число  $\Delta N$  молекул (имеющих скорость, заключенную в этом интервале). Очевидно, что отношение  $\Delta N/\Delta v$  показывает, сколько молекул приходится на каждый единичный интервал скорости, иными словами, каково распределение числа молекул по скоростям;  $\Delta N/\Delta v$  зависит от скорости и называется функцией распределения числа молекул по скоростям. Эту функцию распределения впервые определил английский физик Д. К. Максвелл теоретическим путем — на основе теории вероятностей. Максвелловская функция распределения выражается следующей формулой, называемой законом Максвелла:

$$\frac{\Delta N}{\Delta v} = N \frac{4}{V\pi} \left( \frac{M}{2RT} \right)^{3/2} e^{-Mv^2/(2RT)} v^2, \quad (27)$$

где  $N$  — общее число молекул газа,  $M$  — молярная масса газа,  $R$  — молярная газовая постоянная,  $e$  — основание натуральных логарифмов.

Введем обозначения:

$$M/(2RT) = B \text{ и } N4B^{3/2}/V\pi = A, \quad (27')$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные величины для данного газа. Тогда закон Максвелла запишется в более простом виде:

$$\frac{\Delta N}{\Delta v} = Av^2 e^{-Bv^2}. \quad (27'')$$

Проведем некоторый его анализ. Из (27'') следует, что функция распределения стремится к нулю при  $v \rightarrow 0$  и при  $v \rightarrow \infty^*$ . Это означает, что данная функция имеет *максимум* (поскольку число молекул не может быть отрицательным). Найдем значение скорости  $v_b$ , соответствующее максимуму функции распределения, приравняв производную этой функции к нулю:

$$(\Delta N/\Delta v)' = 2Av e^{-Bv^2} (1 - Bv^2) = 0.$$

Последнее равенство может иметь место в трех случаях: при  $v = 0$ , при  $e^{-Bv^2} = 0$  (т. е.  $v = \infty$ ) и при  $(1 - Bv^2) = 0$ .

Но, как уже было показано, первые два случая соответствуют *минимуму* (нулю) функции распределения и потому отпадают. Остается последний случай, из которого следует, что  $v_b = B^{-1/2}$ , или, учитывая (27'),

$$v_b = \sqrt{2RT/M}, \quad (28)$$

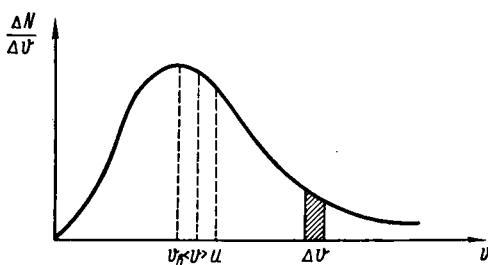


Рис. 78

где  $v_b$  — наиболее вероятная скорость.

*Наиболее вероятной называется скорость, вблизи которой на единичный интервал скорости приходится наибольшее число молекул.*

Таким образом, оказывается, что графически закон Максвелла представляется кривой линией, исходящей из начала координат, достигающей максимума при  $v = v_b$  и затем асимптотически приближающейся к оси абсцисс (рис. 78). График наглядно показывает,

\* Первое видно из (27'') непосредственно, второе обнаруживается после раскрытия неопределенности по правилу Лопитала.

что молекул с малыми и большими скоростями мало и что большинство молекул имеет скорости, близкие к наиболее вероятной скорости.

Чтобы яснее представить смысл наиболее вероятной скорости и распределения молекул по скоростям, рассмотрим конкретный пример. В некотором объеме кислорода при 0°C содержится  $N = 10^6$  молекул, движущихся с различными скоростями  $v$ . Распределение числа  $\Delta N$  молекул по скоростям представлено в таблице, где весь диапазон скоростей разбит на интервалы  $\Delta v = 100$  м/с (интервалы взяты немалыми во избежание перегрузки таблицы большим количеством чисел).

Из таблицы видно, что подавляющее большинство молекул имеет скорость в пределах от 200 до 600 м/с. Больше всего молекул приходится на интервал скоростей от 300 до 400 м/с. В этом интервале и заключена наиболее вероятная скорость, равная, согласно формуле (28),

$$v_b = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,32 \cdot 273}{0,032}} \approx 377 \text{ (м/с).}$$

Из закона Максвелла можно получить выражение для средней арифметической скорости  $\langle v \rangle$ :

$$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)} . \quad (29)$$

Формулы (26), (28) и (29) показывают, что скорости  $u$ ,  $v_b$  и  $v$  различаются между собой только числовыми коэффициентами и  $u > v > v_b$ . Количественное соотношение между ними таково:

$$\langle v \rangle \approx 0,92u, \quad v_b \approx 0,82u. \quad (30)$$

В нашем примере с кислородом при температуре 0°C оказалось, что  $u = 460$  м/с. Тогда по формулам (30) получим  $\langle v \rangle = 423$  м/с и  $v_b = 377$  м/с.

Отметив в соответствии с формулами (30) значения  $v_b$ ,  $v$  и  $u$  на рис. 78, увидим, что средней арифметической скоростью обладает несколько меньшее число молекул, чем наиболее вероятной скоростью, а средней квадратичной скоростью обладает еще меньшее число молекул.

Отметим на оси абсцисс (рис. 78) один интервал скоростей  $\Delta v$  и проведем ординаты его границ. Площадь очень узкого (заштрихованного) прямоугольника равна  $\Delta v \Delta N / \Delta v = \Delta N$ , т. е. числу молекул, имеющих скорость в интервале  $\Delta v$ . Следовательно, площадь, заключенная между всей кривой распределения и осью абсцисс, равна общему числу  $N$  молекул газа.

При изменении температуры газа изменяются скорости движения всех молекул, а следовательно, и наиболее вероятная скорость. Поэтому максимум кривой будет смещаться вправо (при повышении температуры) или влево (при понижении температуры). Однако площадь, ограниченная кривой, останется неизменной, так как общее

$\Delta v$ , м/с	$\Delta N$	$\Delta N/N, \%$
0—100	14 000	1,4
100—200	81 000	8,1
200—300	165 000	16,5
300—400	214 000	21,4
400—500	206 000	20,6
500—600	151 000	15,1
600—700	92 000	9,2
700—800	48 000	4,8
800—900	20 000	2,0
900—1000	6 000	0,6
> 1000	3 000	0,3
Всего	$10^6$	100

число молекул газа не зависит от температуры. В связи с этим при повышении температуры кривая распределения будет растягиваться и понижаться, а при понижении температуры, наоборот, сужаться и повышаться (рис. 79).

Для экспериментальной проверки закона Максвелла немецкий физик *O. Штерн* в 1920 г. поставил специальный опыт. Прибор Штерн-

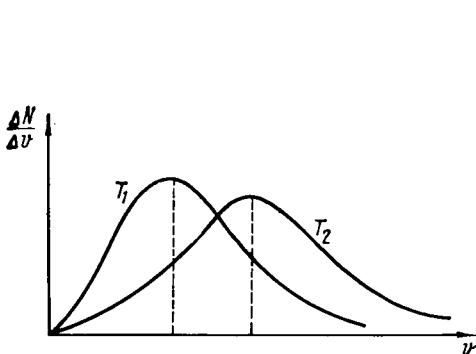


Рис. 79

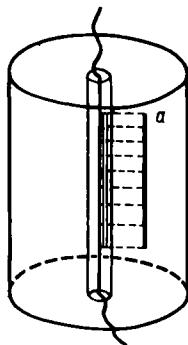


Рис. 80

на состоял из двух жестко скрепленных друг с другом цилиндрических сосудов, вдоль общей оси которых была натянута платиновая посеребренная проволочка (рис. 80). Основания обоих цилиндров были герметично закрыты и воздух из цилиндров откачен. В узком

внутреннем цилиндре имелась очень узенькая вертикальная щель. При нагревании проволочки током до температуры порядка  $1000^{\circ}\text{C}$  серебро начинало испаряться и внутренний цилиндр наполнялся атомами серебра. Таким образом, Штерн экспериментировал с одноатомным серебряным газом. Те атомы, которые летели от проволочки по радиусу к щели, вылетали во внешний цилиндр (радиусом  $r$ ) и оседали на его стенке, образуя узенькую серебряную полоску  $a$  — проекцию щели (рис. 80 и 81).

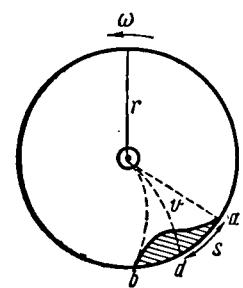


Рис. 81

Такая картина получилась бы при неподвижном приборе. Но Штерн приводил прибор во вращение с угловой скоростью  $\omega$  вокруг общей оси цилиндров (рис. 81). Поэтому атомы серебра оседали не против щели, а смешались на некоторое расстояние. В итоге на поверхности внешнего цилиндра образовалась не узенькая серебряная полоска, а широкая полоса  $ab$  неодинаковой толщины, показанная в разрезе на рис. 81. Полоса получилась широкой потому, что разные атомы имели различные скорости: более быстрые оседали ближе к началу полосы  $a$ , более медленные — ближе к ее концу  $b$ . Неодинаковость толщины полосы обусловлена тем, что на разные

скорости движения атомов приходится различное число атомов: тем местам полосы, где она тоньше, соответствуют, очевидно, скорости, которыми обладает меньшее число атомов.

Таким образом, каждое место (например,  $d$ ) на разрезе полосы соответствует определенной скорости и определенному числу осевших атомов, а вид поперечного разреза полосы характеризует распределение числа атомов по скоростям. В этой связи следует обратить внимание на большое сходство видов максвелловского графика (см. рис. 78) и разреза серебряной полосы (см. рис. 81), что уже является качественным подтверждением правильности закона Максвелла.

Для того чтобы количественно оценить это распределение, надо найти скорости  $v$  для ряда мест поперечного разреза полосы и число атомов  $\Delta N/\Delta v$ , осевших на каждом из этих мест. Число атомов  $\Delta N/\Delta v$  в любом месте  $d$  полосы Штерн определял по толщине полосы, а соответствующую скорость  $v$  — по расстоянию  $s$  от начала полосы  $a$  до  $d^*$ .

Формула для подсчета  $v$  выводится из следующих соображений. За время  $t$  точки поверхности внешнего цилиндра пройдут путь  $s$  с линейной скоростью  $\omega r$ , а атомы серебра пролетят путь  $r$  со скоростью  $v$ . Поэтому

$$s = \omega r t, \quad r = vt.$$

Поделив второе равенство на первое, получим  $r/s = v/(\omega r)$ , откуда

$$v = \omega r^2/s.$$

Значения  $\omega$  и  $r$  известны как характеристики прибора Штерна, значения  $s$  определяются непосредственными измерениями на серебряной полосе.

Наиболее точные эксперименты, выполненные впоследствии с помощью усовершенствованного прибора Штерна, показали, что распределение числа атомов по скоростям, даваемое опытом, находится в соответствии с теоретическим законом Максвелла.

#### Примеры решения задач

**Задача 24.** Чему равна энергия  $U$  теплового движения молекул, содержащихся в  $m = 20$  г кислорода при  $t = 10^\circ\text{C}$ ? Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая часть — на долю их вращательного движения?

**Решение.** Согласно формуле (19")

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT,$$

где  $M = 0,032$  кг/моль — молярная масса кислорода,  $i = 5$  — число степеней свободы его молекул. Поэтому

$$U = \frac{0,02 \text{ кг}}{0,032 \text{ кг/моль}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К·моль)} \cdot 283 \text{ К} = 3,68 \cdot 10^2 \text{ Дж.}$$

---

\* Толщина полосы определялась оптическим методом — по интенсивности проходящего через нее света.

Так как у двухатомной молекулы на поступательное движение приходится три степени свободы, а на вращательное — две (см. § 45), то искомые части энергии  $U$  находятся в отношении 3 : 2. Следовательно, на долю поступательного движения приходится энергия

$$U_{\text{пост}} = \frac{3}{5} U = 2,21 \cdot 10^3 \text{ Дж},$$

а на долю вращательного движения приходится энергия

$$U_{\text{вр}} = \frac{2}{5} U = 1,47 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

**Задача 25.** Для нагревания некоторого количества газа на  $\Delta T_1 = 50$  К при постоянном давлении необходимо затратить  $\Delta Q_1 = 160$  Дж. Если же количество газа охладить на  $\Delta T_2 = 100$  К при постоянном объеме, то выделятся  $\Delta Q_2 = 250$  Дж. Какое число  $i$  степеней свободы имеют молекулы этого газа?

**Решение.** Энергия, затрачиваемая на нагревание газа при постоянном давлении,

$$\Delta Q_1 = mC_p \Delta T_1 / M,$$

а энергия, выделяемая при охлаждении этого газа при постоянном объеме,

$$\Delta Q_2 = mC_V \Delta T_2 / M,$$

где  $m$  — масса газа,  $M$  — молярная масса газа,  $C_p$  и  $C_V$  — молярные теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме.

Поделив почленно первое равенство на второе, получим

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{C_p}{C_V} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2},$$

или, учитывая (20) и (20'),

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{i+2}{i} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}.$$

$$\text{Тогда } \frac{160}{240} = \frac{i+2}{i} \frac{50}{100},$$

откуда  $i = 6$ .

**Задача 26.** В момент взрыва водородной бомбы развивается температура, равная примерно  $T = 7 \cdot 10^7$  К. Считая, что при такой температуре все молекулы полностью диссоциированы, а все атомы ионизированы, найти среднюю квадратичную скорость и ионов водорода.

**Решение.** Согласно формуле (26),

$$u = \sqrt{3RT/M},$$

где  $M = 0,001$  кг/моль — молярная масса водорода. Поэтому

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,32 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль}) \cdot 7 \cdot 10^7 \text{ К}}{0,001 \text{ кг/моль}}} \approx 10^8 \text{ м/с.}$$

### Контрольные вопросы

159. Что называется числом степеней свободы тела? 160. Сколько степеней свободы имеют молекулы: аргона Ar, азота N<sub>2</sub>, метана CH<sub>4</sub>?

161. Чему равно отношение внутренней энергии моля газа к полной кинетической энергии его молекулы? 162. В чем заключается и откуда

следует физический смысл нуля Кельвина? 163. Чему равно отношение молярной теплоемкости газа к его удельной теплоемкости? 164. От чего и как зависит внутренняя энергия моля газа? 165. Чему равна работа при расширению моля газа при нагревании на 1 К (при постоянном давлении)? 166. В каких единицах выражается молярная теплоемкость? 167. Чему равно отношение  $C_p/C_v$  для воздуха? 168. В каком случае экспериментально полученные значения теплоемкостей газа оказываются большие вычисленных по формулам (21') и (24)? Объясните причину этого отклонения. 169. В каком случае экспериментально полученные значения теплоемкостей газа оказываются меньше вычисленных по формулам (21') и (24)? Объясните причину этого отклонения? 170. Кислород и водород имеют одинаковую температуру.

У которого из этих газов и во сколько раз средняя скорость движения молекул больше? 171. Как зависит от температуры средняя квадратичная скорость движения молекул газа? 172. Что называется наиболее вероятной скоростью молекул газа? 173. С какой целью был поставлен опыт Штерна? 174. Изменился ли площадь, ограниченная максвелловской кривой распределения числа молекул по скорости и осью абсцисс при изменении температуры газа? 175. Какой вид имел бы налет серебра на стенке цилиндра в опыте Штерна, если бы: 1) скорость всех молекул газа была почти одинаковой; 2) распределение числа молекул по скорости было равномерным? 176. Не снижается ли доказательность опыта Штерна тем, что в нем использовался столь необычный — серебряный — газ? Объясните ответ.

### § 48. Средняя длина свободного пробега молекул

Ввиду хаотичности теплового движения траектория молекул представляет собой ломаную линию, похожую на траекторию броуновской частицы. Изломы траектории соответствуют столкновениям молекул друг с другом. Изобразим путь, пройденный некоторой молекулой за 1 с (рис. 82).

*Длиной свободного пробега молекулы называется путь, проходимый ею между двумя последовательными столкновениями.*

Длина свободного пробега все время меняется. Поэтому следует говорить о средней длине свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  как о среднем пути, проходимом молекулой между двумя последовательными столкновениями. Очевидно, что для определения  $\langle \lambda \rangle$  достаточно разделить весь путь, пройденный молекулой за 1 с и численно равный ее средней скорости  $\langle v \rangle$  на среднее число столкновений  $\langle z \rangle$ , испытываемых молекулой за секунду:

$$\langle \lambda \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle. \quad (31)$$

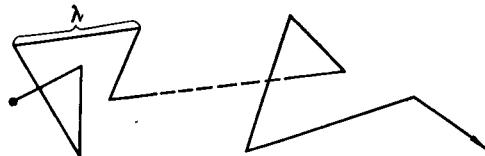


Рис. 82

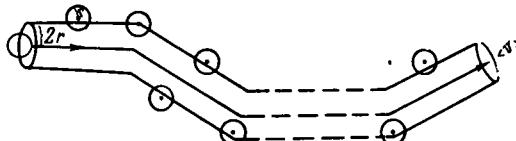


Рис. 83

Для определения  $\langle z \rangle$  учтем размер молекул, рассматривая их как шарики радиусом  $r$  (рис. 83). Возьмем мысленно под наблюдение одну из молекул (крайнюю слева на рисунке) и изобразим путь, пройденный ею за секунду. Остальные молекулы пока считаем неподвижными. Очевидно, что движущаяся молекула столкнется только с теми молекулами, центры которых лежат внутри ломаного цилиндра радиусом  $2r$  (осью цилиндра является траектория молекулы). Следовательно, среднее число столкновений  $\langle z \rangle$  за секунду равно числу молекул  $N$  в объеме  $V$  ломаного цилиндра:

$$\langle z \rangle = N, \text{ или } \langle z \rangle = n_0 V,$$

где  $n_0$  — число молекул в единице объема. Объем ломаного цилиндра можно с пренебрежимо малой ошибкой приравнять к объему спрямленного цилиндра высотой  $\langle v \rangle$  и площадью основания  $\pi(2r)^2$ . Поэтому

$$\langle z \rangle = 4\pi r^2 n_0 \langle v \rangle. \quad (32)$$

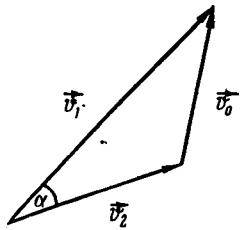


Рис. 84

В этом выводе мы полагали, что все молекулы, кроме взятой под наблюдение, неподвижны. В действительности они тоже движутся. Поэтому, как показывает более строгий расчет, число столкновений оказывается в  $\sqrt{2}$  раз больше выведенного нами:

$$\langle z \rangle = 4\sqrt{2} \pi r^2 n_0 \langle v \rangle. \quad (32')$$

При более строгом расчете числа столкновений надо исходить не из средней абсолютной скорости  $\langle v \rangle$ , а из средней относительной скорости  $\langle v_0 \rangle$  движения молекул. Если две молекулы движутся со скоростями  $v_1$  и  $v_2$ , то относительная скорость  $v_0$  первой молекулы относительно второй равна векторной разности этих скоростей (рис. 84):

$$v_0 = v_1 - v_2.$$

Согласно теореме косинусов, напишем для этих скоростей следующее соотношение:

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между направлениями абсолютных скоростей. Очевидно, что такое же соотношение имеет место и между средними значениями членов последней формулы, так как среднее арифметическое суммы равно сумме средних арифметических значений слагаемых. Поэтому

$$\langle v_0 \rangle^2 = \langle v_1 \rangle^2 + \langle v_2 \rangle^2 - 2\langle v_1 v_2 \cos \alpha \rangle, \quad (33)$$

где  $\langle v_1 \rangle^2$  и  $\langle v_2 \rangle^2$  — квадраты средних квадратичных скоростей. Так как средняя квадратичная скорость одна для всех молекул ( $\langle v_1 \rangle^2 = \langle v_2 \rangle^2$ ) и обозначается буквой  $u$ , то

$$\langle v_1 \rangle^2 + \langle v_2 \rangle^2 = 2u^2. \quad (34)$$

Ввиду хаотичности движения угол  $\alpha$  с одинаковой вероятностью может иметь все возможные значения от 0 до  $360^\circ$ , а  $\cos \alpha$  — все возможные значения от +1 до -1. Поэтому среднее значение из многих произведений, содержащих  $\alpha$ , близко к нулю. Тогда, полагая  $\langle v_1 v_2 \cos \alpha \rangle \approx 0$  и принимая во внимание формулу (34), получим из формулы (33)  $\langle v_0^2 \rangle = 2u^2$ , откуда

$$\sqrt{\langle v_0^2 \rangle} = u\sqrt{2}. \quad (35)$$

Поскольку средняя арифметическая скорость отличается от средней квадратичной только постоянным множителем [см. § 47, (30)], соотношение (35) имеет место и для средних арифметических скоростей:

$$\langle v_0 \rangle = \langle v \rangle \sqrt{2}.$$

Подставив в формулу (32) вместо средней абсолютной скорости среднюю относительную скорость  $\langle v_0 \rangle$ , получим уточненную формулу для  $\langle z \rangle$ :

$$\langle z \rangle = 4\sqrt{2}\pi r^2 n_0 \langle v \rangle,$$

совпадающую с формулой (32').

Подставляя выражение  $\langle z \rangle$  в формулу (31), найдем среднюю длину свободного пробега молекул:

$$\langle \lambda \rangle = 1/(4\sqrt{2}\pi r^2 n_0). \quad (36)$$

Здесь  $\langle \lambda \rangle$  не зависит от температуры. Опыт же показывает, что  $\langle \lambda \rangle$  несколько возрастает с повышением температуры. Это объясняется тем, что с повышением температуры увеличивается скорость молекул, благодаря чему сталкивающиеся молекулы могут ближе подходить друг к другу (преодолевая силы межмолекулярного отталкивания). Таким образом, с повышением температуры уменьшается радиус шарообразной модели молекулы\*, а вместе с ним уменьшаются объем ломаного цилиндра (см. рис. 83) и число столкновений  $\langle z \rangle$ . При этом [см. (31)]  $\langle \lambda \rangle$  возрастает.

Зависимость средней длины свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  от температуры  $T$  выражается формулой Сезерлэнда

$$\langle \lambda \rangle = \langle \lambda_0 \rangle T / (C + T),$$

где  $\langle \lambda_0 \rangle$  — средняя длина свободного пробега [см. (36)];  $C$  — постоянная величина, определяемая опытным путем.

Так как  $n_0$  пропорционально давлению  $p$  газа [см. § 43, (16)], а давление в свою очередь пропорционально плотности  $\rho$  газа [см. § 44, (18")], то, согласно формуле (36), средняя длина свободного пробега обратно пропорциональна давлению газа или его плотности. Поэтому

$$\frac{\langle \lambda_1 \rangle}{\langle \lambda_2 \rangle} = \frac{n_{02}}{n_{01}} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (37)$$

Подсчитаем, значения  $\langle z \rangle$  и  $\langle \lambda \rangle$  для газа, находящегося при нормальных условиях. Полагая  $r = 0,2 \cdot 10^{-9}$  м;  $n_0 = 2,7 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>,

\* Эффективный радиус молекулы.

$\langle v \rangle = 5 \cdot 10^2$  м/с, найдем по формуле (32')

$$\langle z \rangle = 4\sqrt{2} \pi (0,2 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 2,7 \cdot 10^{25} \cdot 5 \cdot 10^2 \approx 10^{10} (\text{с}^{-1}).$$

Тогда по формуле (31) получим

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{5 \cdot 10^2}{10^{10}} \approx 5 \cdot 10^{-8} (\text{м}).$$

По мере понижения давления газа средняя длина свободного пробега его молекул возрастает и при сильном разрежении, например при  $p = 1,33 \cdot 10^{-3}$  Па, достигнет нескольких метров. В самом деле, применяя формулу (37), получим  $5 \cdot 10^{-8} / \langle \lambda_2 \rangle = 1,33 \cdot 10^{-3} / (1,013 \cdot 10^5)$ , откуда  $\langle \lambda_2 \rangle = 3,8$  м.

### § 49. Явления переноса в газах. Уравнение переноса

Хаотическое движение газовых молекул ведет к непрерывному перемешиванию газа. С этим связан ряд следующих важных явлений, происходящих в газах.

Если в различных частях объема газа плотность была первоначально неодинаковой, то с течением времени она выравнивается. Точно так же два различных газа, находящихся в соприкосновении, равномерно перемешиваются между собой.

Это явление называется *диффузией* (см. § 38).

В объеме газа, части которого имели первоначально различную температуру, происходит постепенное выравнивание температуры за счет переноса молекулами своей энергии (см. § 45):

$$W = \frac{l}{2} kT.$$

Это явление называется *теплопроводностью* (молекулярной).

Пусть газ течет вдоль твердой горизонтальной поверхности  $AB$  (рис. 85). Если на достаточно большом расстоянии от поверхности его скорость равна

$w$ , то прилегающий к ней слой 1 газа будет двигаться очень медленно благодаря трению о поверхность. Второй слой 2 будет двигаться уже быстрее, но все же не со скоростью  $w$ , так как он испытывает трение о первый слой. Слой 3, испытывая трение о слой 2, будет двигаться еще быстрее, и т. д. На достаточно большом расстоянии от горизонтальной поверхности скорость течения газа станет, наконец, равной  $w$ . Трение между слоями газа обусловлено переносом молекулами из слоя в слой своего импульса  $k = mw$  (см. § 8). Это явление называется *внутренним трением* или *вязкостью*. Таким образом, благодаря внутреннему трению газ движется вблизи поверхности параллельными слоями, скорость которых убывает в на-

Рис. 85



правлении  $OX$ , перпендикулярном поверхности. Такое движение называется *ламинарным*.

Все названные ранее явления обусловлены одной причиной — *переносом молекулами газа* (в процессе хаотического движения) своих физических характеристик: массы (диффузия), или энергии (теплопроводность), или импульса (внутреннее трение). Поэтому механизм всех этих явлений одинаков и все они объединены общим названием *явление переноса*.

Исходя из представлений молекулярно-кинетической теории, выведем общее для явлений переноса *уравнение переноса*. С этой целью определим прежде всего количество молекул, переходящее за промежуток времени  $\Delta t$  через некоторую воображаемую площадку  $\Delta S$ , помещенную в газе (рис. 86).

Ориентируем ось  $OX$  перпендикулярно площадке  $\Delta S$ . Ввиду хаотичности движения молекул допустим (как это уже делалось в § 42 при выводе основного уравнения кинетической теории газа), что вдоль этой оси движения  $1/3$  всех молекул:  $1/6$  — слева направо и  $1/6$  — справа налево. Тогда за 1 с через площадку  $\Delta S$  перейдет слева направо  $1/6$  всех молекул, находящихся в объеме прямоугольного параллелепипеда с основанием  $\Delta S$  и высотой, равной средней скорости движения молекул  $\langle v \rangle$ , т. е.  $1/6 n_0 \Delta S \langle v \rangle$ , где  $n_0$  — число молекул в единице объема газа (концентрация молекул). В таком случае число молекул  $N$ , переходящих через площадку  $\Delta S$  за время  $\Delta t$  в одном направлении, равно

$$N = 1/6 n_0 \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Эти молекулы переносят через площадку  $\Delta S$  и значения своих физических характеристик (массу, энергию, импульс и т. п.). Рассматривая общий механизм переноса, не будем пока конкретизировать, какую именно физическую характеристику переносят молекулы, и обозначим ее буквой  $\varphi$ . Тогда количество физической характеристики, перенесенное молекулами в одном направлении через площадку  $\Delta S$  за время  $\Delta t$ ,

$$N\varphi = 1/6 (n_0\varphi) \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (38)$$

Очевидно, что такое же количество будет перенесено и в обратном направлении.

Предположим теперь, что рассматриваемый газ неоднороден по своим свойствам, т. е. концентрация  $n_0$  его молекул различна в разных местах объема газа и сами молекулы имеют неодинаковые значения физической величины  $\varphi$ . Тогда количество физической величины  $n_0\varphi$ , содержащееся в единице объема газа, также будет различным в разных местах объема газа. Пусть количество  $n_0\varphi$  убывает в положительном направлении  $OX$ , будучи равным  $(n_0\varphi)_1$  слева от пло-

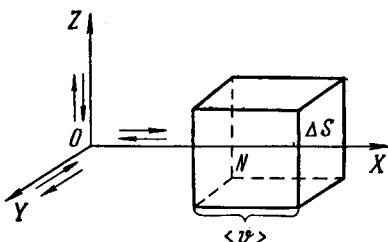


Рис. 86

щадки  $\Delta S$  и  $(n_0\varphi)_2$  — справа от нее. В этом случае имеет место *преимущественный* перенос физической величины  $N\varphi$  через площадку  $\Delta S$  слева направо; он равен [см. (38)]

$$\Delta(N\varphi) = (N\varphi)_1 - (N\varphi)_2 = 1/6 [(n_0\varphi)_1 - (n_0\varphi)_2] \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (39)$$

Теперь остается выяснить исходя из физических соображений, на каком расстоянии от площадки  $\Delta S$  следует взять значения  $n_0\varphi$ . Об-

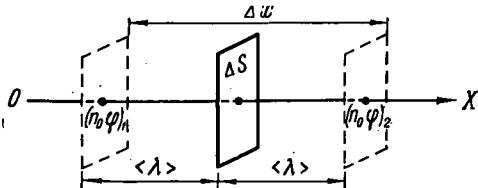


Рис. 87

мен значениями  $\varphi$  и изменение концентрации  $n_0$  происходят только при взаимостолкновениях молекул, т. е. на расстоянии  $\langle\lambda\rangle$ , равном средней длине свободного пробега молекул. Поэтому можно положить, что значения  $n_0\varphi$  сохраняются неизменными на расстоянии  $\langle\lambda\rangle$  влево и вправо от  $\Delta S$ . На этих расстояниях и будем брать значения  $n_0\varphi$  (рис. 87). Умножив и разделив на  $2\langle\lambda\rangle$  правую часть формулы (39), получим

$$\Delta(N\varphi) = \frac{1}{3} \frac{(n_0\varphi)_1 - (n_0\varphi)_2}{2\langle\lambda\rangle} \langle\lambda\rangle \langle v \rangle \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (40)$$

Как видно на рис. 87, отношение  $[(n_0\varphi)_1 - (n_0\varphi)_2]/(2\langle\lambda\rangle)$  представляет собой градиент  $n_0\varphi$ , который мы условились обозначать символом  $\Delta(n_0\varphi)/\Delta x$  (см. § 3). Тогда формула (40) примет вид

$$\Delta(N\varphi) = -\frac{1}{3} \langle\lambda\rangle \langle v \rangle \frac{\Delta(n_0\varphi)}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t. \quad (41)$$

Знак минус обусловлен тем, что перенос физической величины происходит в направлении, противоположном градиенту ( $\text{grad}\varphi$  направлен справа налево, а перенос  $\varphi$  — слева направо).

Формула (41) называется *уравнением переноса*. На его основе рассмотрим теперь конкретные явления переноса: диффузию, теплопроводность и внутреннее трение.

## § 50. Диффузия

Пусть в некотором объеме газа имеет место неоднородность в отношении плотности: плотность  $\rho$  убывает в направлениях  $OX$  (рис. 88). Это может быть, например, в случае, когда в левой части объема находится источник  $O$  газа (испаряющаяся жидкость).

Обозначим через  $\rho_1$  и  $\rho_2$  плотности на расстояниях  $\langle \lambda \rangle$  влево и вправо от  $\Delta S$ . Тогда  $\rho_1 > \rho_2$ . Так как  $\rho = n_0 m$ , где  $m$  — масса молекулы, одинаковая для всех молекул газа, то  $n_{01} > n_{02}$ , т. е. концентрация молекул убывает в направлении  $OX$  вместе с плотностью.

Применяя уравнение переноса (41), заметим, что в нашем случае

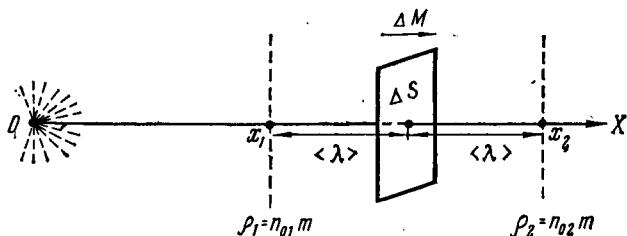


Рис. 88

переносимой физической характеристикой является масса молекулы, т. е.  $\varphi = m$ . Поэтому

$$n_0 \varphi = n_0 m = \rho, \quad \Delta(N\varphi) = \Delta(Nm) = \Delta M, \quad (42)$$

где  $\Delta M$  — масса газа, переносимая путем диффузии за время  $\Delta t$  сквозь площадку  $\Delta S$ , перпендикулярную направлению убывания плотности. Подставляя выражения (42) в уравнение переноса (41), получим

$$\Delta M = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (43)$$

Обозначив

$$\langle \lambda \rangle \langle v \rangle = D, \quad (44)$$

напишем

$$\Delta M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t, \quad (45)$$

откуда следует, что

*масса газа  $\Delta M$ , переносимая благодаря диффузии через площадку  $\Delta S$ , перпендикулярную направлению  $OX$ , в котором убывает плотность, пропорциональна площади этой площадки, промежутку времени  $\Delta t$  переноса и градиенту плотности  $\Delta \rho / \Delta x$  [уравнение диффузии (закон Фика)]\**.

Коэффициент пропорциональности  $D$  называется *коэффициентом диффузии*. Полагая в формуле (45)  $\Delta S = 1 \text{ м}^2$ ,  $\Delta t = 1 \text{ с}$  и  $\Delta \rho / \Delta x = -1 \text{ кг}/\text{м}^4$ , получим  $\Delta M = D$ , т. е.

\* По имени немецкого ученого Фика, получившего такое же уравнение из опыта с жидкостями.

коэффициент диффузии численно равен массе газа, переносимой сквозь площадку 1 м<sup>2</sup> за 1 с при градиенте плотности —1 кг/м<sup>4</sup>.

Из формул (44) и (45) следует, что коэффициент диффузии выражается в квадратных метрах на секунду (м<sup>2</sup>/с).

Поскольку (см. § 47, 48).

$$\langle \lambda \rangle \sim \frac{1}{p}, \quad \langle v \rangle \sim \sqrt{\frac{T}{M}},$$

формула (44) показывает, что коэффициент диффузии зависит от сорта газа ( $M$ ) и его состояния ( $p$  и  $T$ ); он пропорционален квадратному корню из термодинамической температуры газа и обратно пропорционален давлению газа и квадратному корню из молярной массы. Чтобы получить представление о порядке величины коэффициента диффузии, подсчитаем его по формуле (44) для кислорода при нормальных условиях, принимая  $\langle \lambda \rangle = 5 \cdot 10^{-8}$  м,  $\langle v \rangle = 5 \cdot 10^2$  м/с. Тогда

$$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle = \frac{5}{3} \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^2 \approx 8 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^2/\text{с}),$$

что соответствует опытным данным по определению коэффициента диффузии.

Строго говоря, мы рассмотрели явление самодиффузии газа, т. е. распространение молекул газа между молекулами того же самого газа. В этом смысле коэффициент  $D$  можно назвать коэффициентом самодиффузии. Однако и в случае взаимодиффузии двух соприкасающихся газов уравнение диффузии (45) остается справедливым, а коэффициент взаимодиффузии  $D_B$  этих газов выражается через их коэффициенты самодиффузии  $D_1$  и  $D_2$  следующим соотношением:

$$D_B = \frac{D_1 n_{01} + D_2 n_{02}}{n_{01} + n_{02}},$$

где  $n_{01}$  и  $n_{02}$  — концентрация молекул первого и второго газов.

Диффузионные процессы играют весьма важную роль в природе. Достаточно указать на то, что дыхание осуществляется путем диффузии кислорода из внешней среды внутрь организма, сквозь его покров.

Из формулы (43) следует, что диффузионный приток кислорода в организм тем интенсивнее, чем больше поверхность  $\Delta S$  соприкосновения организма с внешней средой (т. е. чем больше площадь покрова) и чем меньше толщина  $\Delta x$  покрова. Поэтому мелкие организмы могут обходиться без специальных органов дыхания, довольствуясь притоком кислорода через покров. У более крупных организмов диффузия кислорода через покров оказывается достаточной только в случае очень тонкого покрова (как, например, у земноводных). Крупные организмы с грубым кожным покровом нуждаются в специальных дыхательных органах, имеющих большую площадь соприкосновения с окружающей средой: легкие — у животных, листья — у растений и т. п. Путем диффузионного обмена через листья осуществляется частично и питание растений.

Отметим, наконец, что диффузия является основным механизмом, обеспечивающим газообмен между почвенным и атмосферным воздухом, т. е. вынос углекислого газа из почвы в атмосферу и перенос кислорода в обратном направлении.  $\Phi$

## § 51. Теплопроводность

Пусть в некотором объеме газа температура  $T$  убывает в направлении  $OX$  (рис. 89). Это может иметь место, например, в случае, когда в левой части  $O$  объема находится нагреватель.

Обозначим через  $T_1$  и  $T_2$  температуры на расстояниях  $\langle \lambda \rangle$  от

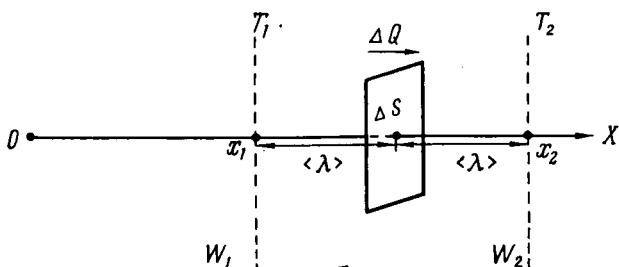


Рис. 89

площадки  $\Delta S$ . Тогда  $T_1 > T_2$ . Так как кинетическая энергия молекулы газа (см. § 45)

$$W = \frac{i}{2} kT,$$

то  $W_1 > W_2$ , т. е. энергия молекул, находящихся слева от  $\Delta S$ , больше энергии молекул, находящихся справа от  $\Delta S$ . Поэтому в направлении убывания температуры будет происходить преимущественный перенос энергии, а следовательно, и количества теплоты  $\Delta Q$ , поскольку внутренняя энергия газа слагается из кинетической энергии его молекул.

Применяя уравнение переноса (41), заметим, что в данном случае переносимой физической характеристикой является энергия молекулы, т. е.  $\varphi = W$ . Тогда, поскольку концентрацию молекул  $n_0$  можно считать одинаковой во всем объеме газа,

$$\Delta(n_0\varphi) = \Delta(n_0W) = \Delta\left(n_0 \frac{i}{2} kT\right) = n_0 \frac{i}{2} k \cdot \Delta T, \quad (46)$$

где  $\Delta T = T_1 - T_2$ . Кроме того, очевидно, что

$$\Delta(N\varphi) = \Delta(NW) = \Delta Q, \quad (47)$$

где  $\Delta Q$  — количество теплоты (внутренней энергии), переносимое за время  $\Delta t$  сквозь площадку  $\Delta S$ , перпендикулярную направлению убывания температуры\*.

Подставляя выражения (46) и (47) в уравнение переноса (41), получим

\* Предполагается, что  $W$  и  $Q$  выражены в одинаковых единицах.

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle n_0 \frac{i}{2} k \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Умножая и деля правую часть этого равенства на массу молекулы  $m$  и учитывая, что  $k = R/N_A$ , напишем

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{n_0 m}{N_A m} \frac{i}{2} R \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Так как

$$n_0 m = \rho, \quad N_A m = M, \quad iR/2 = C_V,$$

где  $\rho$  — плотность газа,  $M$  — молярная масса,  $C_V$  — молярная теплоемкость при постоянном объеме, то последнее равенство примет вид

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho \frac{C_V}{M} \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Но  $C_V/M = c_V$ , где  $c_V$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Поэтому

$$\Delta Q = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_V \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (48)$$

Обозначив

$$\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_V = \kappa, \quad (49)$$

найдем

$$\Delta Q = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (50)$$

Отсюда следует, что количество теплоты  $\Delta Q$ , переносимое сквозь площадку  $\Delta S$ , перпендикулярную направлению  $OX$ , в котором убывает температура, пропорционально площади этой площадки, промежутку времени  $\Delta t$  переноса и градиенту температуры  $\Delta T/\Delta x$  [уравнение теплопроводности (закон Фурье)\*].

Коэффициент пропорциональности  $\kappa$  называется теплопроводностью. Полагая в формуле (50)  $\Delta S = 1 \text{ м}^2$ ,  $\Delta t = 1 \text{ с}$  и  $\Delta T/\Delta x = -1 \text{ К/м}$ , получим

$$\Delta Q = \kappa.$$

Теплопроводность численно равна количеству теплоты, переносимому сквозь площадку  $1 \text{ м}^2$  за  $1 \text{ с}$  при градиенте температуры  $-1 \text{ К/м}$ .

Из формул (49) и (50) следует, что теплопроводность выражается в джоулях на метр-секунду-kelвин [Дж/(м·с·К)].

\* По имени французского математика Ж. Б. Ж. Фурье, впервые получившего это уравнение.

Чтобы получить представление о порядке величины теплопроводности, подсчитаем ее по формуле (49) для кислорода при нормальных условиях, принимая  $\langle \lambda \rangle = 5 \cdot 10^{-8}$  м,  $\langle v \rangle = 5 \cdot 10^2$  м/с,  $\rho = 143 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_v = \frac{i}{2M} R \approx 650$  Дж/(кг·К). Тогда

$$x = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_v = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 143 \cdot 10^{-2} \cdot 650 \approx \\ \approx 8 \cdot 10^{-3} [\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К})],$$

что соответствует опытным данным по определению теплопроводности.

Поскольку  $\langle \lambda \rangle \sim 1/p$ , а  $\rho \sim p$ , то  $\langle \lambda \rangle \rho$  не зависит от давления. Поэтому [см. (49)] теплопроводность не зависит от давления. Опыт подтвердил этот кажущийся странным вывод.

Следует, однако, иметь в виду, что у сильно разреженных газов, заключенных в сосуд, теплопроводность может оказаться зависящей от давления. Будем разрежать газ, находящийся, например, в кубическом сосуде с ребром  $a$  (рис. 90). При этом  $\langle \lambda \rangle$  увеличивается, а  $\rho$  — уменьшается. Поэтому произведение  $\langle \lambda \rangle \rho$ , а следовательно, и  $x$  останутся постоянными. Понизим давление до такой степени, что  $\langle \lambda \rangle$  станет равной  $a$ . Тогда при дальнейшем разрежении  $\rho$  будет уменьшаться, а  $\langle \lambda \rangle$  уже не сможет увеличиваться — не позволят стенки сосуда. Поэтому произведение  $\langle \lambda \rangle \rho$ , а следовательно, и  $x$  теперь уменьшаются вместе с уменьшением давления. Следовательно,

*теплопроводность пропорциональна давлению, если средняя длина свободного пробега молекул газа превышает размер сосуда.*

Итак,  $x$  не зависит от  $p$  при  $\langle \lambda \rangle < a$ ,  $x \sim p$  при  $\langle \lambda \rangle > a$ .

Очевидно, что степень разрежения, при которой  $x$  начинает зависеть от давления, определяется размером сосуда: чем больше размер сосуда, тем меньше давление. Подсчитаем, например, это давление  $p_x$  для кислорода, находящегося в сосуде кубической формы с ребром  $a = 1$  см. При давлении  $p_x$  средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda_x \rangle > 1$  см; при нормальном давлении  $p_0$  средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda \rangle = 5 \cdot 10^{-6}$  см (см. § 48). Так как  $\langle \lambda \rangle / \langle \lambda_x \rangle = p_x / p_0$ , то  $p_x = p_0 \langle \lambda \rangle / \langle \lambda_x \rangle$ , откуда, подставляя соответствующие значения, получим

$$p_x < 1.013 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{1} = 0,507 \text{ (Па)}.$$

Следовательно, в сосуде с ребром  $a = 1$  см  $x$  зависит от давления при  $p_x < 0,507$  Па.

Зависимость теплопроводности от давления в разреженном газе используется в устройстве термоса (сосуда Дьюара\*). Термос пред-

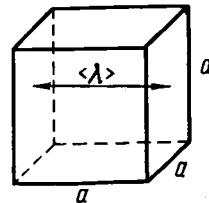


Рис. 90

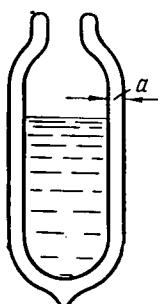


Рис. 91

ставляет собой сосуд с двойными стенками (рис. 91), между которыми находится сильно разреженный ( $\langle \lambda \rangle \gg a$ ) газ, имеющий поэтому малую теплопроводность  $\kappa$ . Теплообмен между внутренним объемом термоса и внешней средой происходит практически только через узкую горловину, закрытую пробкой. Поэтому налитая в термос жидкость долгое время сохраняет свою первоначальную температуру. ◉

## § 52. Внутреннее трение

Пусть в ламинарном потоке газа скорость течения убывает в направлении  $OX$  (рис. 92). Это может иметь место, например, когда газ течет вблизи твердой стенки (см. § 49).

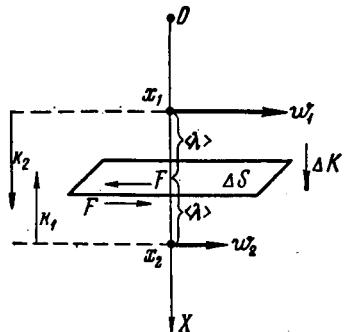


Рис. 92

Вообразим площадку  $\Delta S$ , по которой соприкасаются два соседних слоя газа, и обозначим через  $w_1$  и  $w_2$  скорости течения на расстояниях  $\langle \lambda \rangle$  от этой площадки ( $w_1 > w_2$ ). Очевидно, что на хаотическое движение молекул наложится скорость  $w$  потока, ввиду чего молекулы верхнего слоя будут обладать большим импульсом, чем молекулы нижнего слоя:  $m w_1 > m w_2$ , где  $m$  — масса молекулы. В процессе хаотического движения молекулы верхнего слоя переносят свой импульс в нижний слой, увеличивая тем самым его скорость; в свою очередь молекулы нижнего слоя переносят свой импульс в верхний слой,

уменьшая тем самым его скорость. В результате между слоями возникает внутреннее трение, сила которого будет действовать вдоль площадки  $\Delta S$  параллельно скорости потока.

Применяя уравнение переноса (41), заметим, что в этом случае переносимой физической характеристикой является импульс молекулы:

$$\varphi = k = m w.$$

Тогда, поскольку концентрацию  $n_0$  молекул можно считать одинаковой во всем объеме газа,

$$\Delta(n_0\varphi) = \Delta(n_0k) = \Delta(n_0m w) = n_0m \cdot \Delta w, \quad (51)$$

где  $\Delta w = w_1 - w_2$ . Кроме того, очевидно, что

$$\Delta(N\varphi) = \Delta(Nk) = \Delta K, \quad (52)$$

где  $\Delta K$  — изменение импульса одного слоя относительно другого, происходящее за время  $\Delta t$  на пограничной площадке  $\Delta S$ . Так как

\* Изобретен в 1898 г. английским физиком Д. Дьюаром.

изменение импульса равно импульсу действующей силы, то

$$\Delta K = F \cdot \Delta t,$$

где  $F$  — сила взаимодействия между слоями газа, действующая в плоскости их соприкосновения, т. е. *сила внутреннего трения*. Поэтому формулу (52) можно представить в виде

$$\Delta(N\varphi) = \Delta K = F \cdot \Delta t. \quad (53)$$

Подставляя выражения (51) и (53) в (41), получим

$$F \cdot \Delta t = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle n_0 m \frac{\Delta \omega}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Сокращая это равенство на  $\Delta t$  и учитывая, что  $n_0 m = \rho$ , найдем

$$F = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho \frac{\Delta \omega}{\Delta x} \cdot \Delta S. \quad (54)$$

Обозначив

$$\langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho / 3 = \eta, \quad (55)$$

напишем

$$F = -\eta \frac{\Delta \omega}{\Delta x} \cdot \Delta S, \quad (56)$$

где  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения (вязкость). Следовательно,

*сила внутреннего трения, возникающая в плоскости соприкосновения двух скользящих относительно друг друга слоев газа, пропорциональна площади их соприкосновения  $\Delta S$  и градиенту скорости  $\Delta \omega / \Delta x$  [уравнение внутреннего трения (закон Ньютона)]*\*. Полагая в формуле (56)  $\Delta S = 1 \text{ м}^2$  и  $\Delta \omega / \Delta x = -1 \text{ с}^{-1}$ , получим

$$F = \eta.$$

*Вязкость численно равна силе внутреннего трения, действующей на  $1 \text{ м}^2$  площади соприкосновения параллельно движущихся слоев газа при градиенте скорости  $-1 \text{ с}^{-1}$ .*

Из формул (55) и (56) следует, что коэффициент внутреннего трения выражается в килограммах на метр-секунду [ $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$ ].

Из пропорциональности  $\eta$  произведению  $\langle \lambda \rangle \rho$  [см. (55)] следует, что, как и \*, коэффициент внутреннего трения не зависит от давления, за исключением случаев сильного разрежения газа, когда средняя длина свободного пробега молекул больше размера сосуда. Чтобы получить представление о порядке коэффициента внутреннего трения, подсчитаем его для кислорода при нормальных условиях, принимая  $\langle \lambda \rangle = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ ,  $\langle v \rangle = 5 \cdot 10^2 \text{ м/с}$  и  $\rho = 143 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ :

\* По имени И. Ньютона, получившего такое же уравнение из опыта с жидкостью.

$$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 143 \cdot 10^{-2} \approx \\ \approx 1,2 \cdot 10^{-5} [\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})],$$

что соответствует опытным данным по определению коэффициента внутреннего трения.

В заключение отметим, что вытекающие из сопоставления формул (44), (49) и (55) соотношения между коэффициентами переноса  $D$ ,  $\chi$  и  $\eta$

$$\frac{\eta}{D} = \rho \quad \text{и} \quad \frac{\chi}{\eta} = c_v$$

также находятся в соответствии с опытными данными. Это является дополнительным подтверждением правильности рассмотренной нами молекулярно-кинетической теории газа.

### Примеры решения задач

**Задача 27.** Найти коэффициент внутреннего трения  $\eta$  азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него при этих условиях  $D = 1,42 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ .

**Решение.** Согласно формулам (55) и (44),

$$\eta = \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho / 3 = D \rho,$$

где  $\langle \lambda \rangle$  — средняя длина свободного пробега,  $\langle v \rangle$  — средняя скорость молекул азота,  $\rho$  — плотность азота. Но [см. (12)]  $\rho = pM/(RT)$ , где  $p$  и  $T$  — давление и термодинамическая температура газа;  $M = 0,028 \text{ кг}/\text{моль}$  — молярная масса азота. Тогда при нормальных условиях ( $p = 10^5 \text{ Па}$  и  $T = 273 \text{ К}$ ) получим

$$\eta = D \frac{pM}{RT} = \frac{1,42 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,028 \text{ кг}/\text{моль}}{8,32 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \cdot 273 \text{ К}} = \\ = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}).$$

**Задача 28.** Найти массу  $\Delta M$  азота, прошедшего вследствие диффузии сквозь площадку  $\Delta S = 100 \text{ см}^2$  за время  $\Delta t = 10 \text{ с}$ , если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен  $\Delta \rho / \Delta x = -1,26 \text{ кг}/\text{м}^4$ . Температура азота  $T = 300 \text{ К}$ ; средняя длина свободного пробега молекул азота  $\langle \lambda \rangle = 10^{-5} \text{ см}$ .

**Решение.** Согласно формуле (43),

$$\Delta M = - \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t,$$

где  $\langle v \rangle$  — средняя скорость молекул. Так как [см. (29)]

$$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)},$$

где  $M = 0,028 \text{ кг}/\text{моль}$  — молярная масса азота, то

$$\Delta M = - \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} \text{ м} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,32 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \cdot 300 \text{ К}}{3,14 \cdot 0,028 \text{ кг}/\text{моль}}} \cdot 1,26 \text{ кг}/\text{м}^4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \cdot 10 \text{ с} = \\ = 2 \cdot 10^{-8} \text{ кг.}$$

**Задача 29.** Какое количество теплоты  $\Delta Q$  теряется ежечасно сквозь двойную парниковую раму за счет теплопроводности воздуха, заключенного между ее полиамидными пленками? Площадь каждой пленки  $\Delta S = 4 \text{ м}^2$ , расстояние между ними  $\Delta x = 30 \text{ см}$ . Температура в парнике  $t_1 = 18^\circ\text{C}$ , температура наружного пространства  $t_2 = -20^\circ\text{C}$ . Температуру  $t$  воздуха между пленками считать равной среднему арифметическому температур в парнике и в окружающем пространстве. Радиус молекулы воздуха  $r = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ . Молярная масса воздуха  $M = 0,029 \text{ кг}/\text{моль}$ .

**Решение.** Согласно уравнению теплопроводности газа (48),

$$\Delta Q = - \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_V \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t,$$

где  $\langle \lambda \rangle$  и  $\langle v \rangle$  — средняя длина свободного пробега и средняя скорость молекул воздуха,  $\rho$  — плотность воздуха,  $c_V$  — его удельная теплоемкость при постоянном объеме,  $\Delta T/\Delta x$  — градиент температуры.

В соответствии с формулами (36) и (18)

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{4 \sqrt{2} \pi r^2 n_0} = \frac{kT}{4 \sqrt{2} \pi r^2 p},$$

где  $n_0$  — концентрация молекул;  $p$  — давление воздуха;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$  — постоянная Больцмана.

По определению градиента (см. § 3),

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{t_2 - t_1}{\Delta x} = \frac{-20 - 18}{0,3} = -127 \text{ (К/м)}.$$

По условию задачи,

$$t = (t_2 + t_1)/2 = (-20 + 18)/2 = -1^\circ \text{ C},$$

откуда термодинамическая температура воздуха между пленками  $T = 272 \text{ K}$ . Как известно,

$$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{i}{2M} R,$$

где  $C_V$  — молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме,  $i = 5$  — число степеней свободы молекул воздуха (считаем молекулы воздуха двухатомными).

Теперь, учитывая использованные в задачах 27, 28 выражения для  $\rho$  и  $\langle v \rangle$ , можем написать:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= - \frac{1}{3} \frac{kT}{4 \sqrt{2} \pi r^2 p} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{\rho M}{RT} \frac{i}{2M} R \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t = \\ &= - \frac{ki \Delta S \Delta t}{24 \sqrt{2} \pi r^2} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К} \cdot 5 \cdot 4 \text{ м}^2 \cdot 3600 \text{ с}}{24 \sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 1,5^2 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2} \times \\ &\quad \times \sqrt{\frac{8 \cdot 8,32 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \cdot 272 \text{ K}}{3,14 \cdot 0,029 \text{ кг}/\text{моль}}} \frac{127 \text{ K}}{0,3 \text{ м}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

## Контрольные вопросы

177. Что называется длиной свободного пробега молекул газа? 178. Чему равно произведение средней длины свободного пробега молекул газа на среднее число столкновений молекулы за секунду? 179. Как средняя длина свободного пробега молекул зависит от давления газа? 180. Сколько в среднем столкновений за секунду испытывает молекула газа, находящегося при нормальных условиях (назовите порядок величины)? 181. Экспериментально установлено, что средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  молекул несколько возрастает с повышением температуры  $T$  газа. Объясните это явление. 182. Перечислите явления переноса. 183. Переносом какой физической характеристики молекулы газа обусловлено явление теплопроводности? 184. Чем обусловлен ламинарный характер движения газа вблизи поверхности твердого тела? 185. Чем обусловлен знак минус в правой части уравнения переноса? 186. Какую единицу имеет коэффициент диффузии? 187. Что называется теплопроводностью? 188. Какую единицу имеет коэффициент внутреннего трения? 189. Зависит ли теплопроводность от давления газа? Объясните ответ. 190. Чем обусловлено внутреннее трение в газе? 191. Как зависит от времени масса газа, переносимая в процессе диффузии в направлении убывания плотности газа? 192. Как зависит от времени сила внутреннего трения в газе? 193. Чему равно отношение теплопроводности к коэффициенту внутреннего трения в газе? 194. Плотность газа  $\rho = 1,4 \text{ кг}/\text{м}^3$ , коэффициент диффузии  $D = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Определите вязкость этого газа.

---

## Глава IX. ЖИДКОСТИ И ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

---

### § 53. Особенности строения жидкостей и твердых тел

Прежде всего следует еще отметить, что газ, жидкость и твердое тело представляют собой агрегатные состояния вещества и в этом смысле между ними нет непреодолимого различия: всякое вещество в зависимости от температуры и давления может находиться в любом из агрегатных состояний. Вместе с тем между газообразным, жидким и твердым телами имеются существенные различия. Поскольку у твердых и жидких тел есть много общих свойств, имеет смысл рассматривать в нашем курсе эти два агрегатных состояния совместно.

Существенное различие между газом, с одной стороны, и твердым и жидким телами — с другой, состоит в том, что газ занимает весь предоставленный ему объем сосуда, тогда как жидкость или твердое тело, помещенные в сосуд, занимают в нем лишь вполне определенный объем. Это обусловлено различием в характере теплового движения молекул в газах и в твердых и жидких телах.

Молекулы газа практически не связаны между собой межмолекулярными силами (см. § 37). Во всяком случае средняя кинетическая энергия  $\langle W_k \rangle$  теплового движения молекул газа гораздо больше средней потенциальной энергии  $\langle W_p \rangle$ , обусловленной силами сцепления между ними ( $\langle W_p \rangle \ll \langle W_k \rangle$ ). Поэтому молекулы газа совершают сравнительно большие свободные пробеги, «разлетаясь»

друг от друга так далеко, как позволяет размер сосуда, и занимая весь его объем. В соответствии с этим диффузия в газах протекает достаточно быстро.

В твердых и жидкких телах силы сцепления между молекулами (атомами, ионами) играют уже существенную роль, удерживая их на определенных расстояниях друг от друга (см. рис. 68, а). В этих телах средняя потенциальная энергия, обусловленная силами сцепления между молекулами, больше средней кинетической энергии теплового движения молекул ( $\langle W_n \rangle > \langle W_k \rangle$ ). Иначе говоря, в среднем кинетическая энергия молекул недостаточна для преодоления сил притяжения между ними.

Благодаря плотной «упаковке» молекул в жидкости они уже не совершают свободных пробегов, а как бы «толкуются» на месте (колеблются около некоторого положения равновесия). Лишь время от времени молекула вследствие благоприятной комбинации столкновений может перейти на новое место на расстояние, сравнимое с размером самой молекулы. Естественно, что диффузия в жидкостях протекает значительно медленнее, чем в газах.

В твердом теле частицы (молекулы, атомы, ионы) расположены в геометрически строго определенном порядке, образуя *кристаллическую решетку*. Частицы совершают колебательные движения около своих положений равновесия. Переходы частиц с места на место в твердом теле возможны, но весьма редки. Поэтому, хотя диффузия существует и в твердых телах, она протекает здесь еще медленнее, чем в жидкостях.

Физическую сущность различия между твердым, жидким и газообразным состояниями вещества можно еще нагляднее объяснить с помощью потенциальной кривой взаимодействия молекул, с которой мы уже ознакомились в § 37 (см. рис. 68, б). Воспроизведем эту кривую с некоторыми дополнениями (рис. 93).

По оси ординат отложены значения потенциальной энергии взаимодействия молекул, по оси абсцисс — расстояния  $r$  между молекулами. Значения средней кинетической энергии  $\langle W_k \rangle$  теплового движения молекул будем для удобства сравнения откладывать от уровня дна  $B$  потенциальной ямы.

Если средняя кинетическая энергия теплового движения молекул значительно меньше глубины потенциальной ямы ( $\langle W_{k.t} \rangle \ll DB$ ), то молекулы совершают небольшие колебания, оставаясь в нижней части потенциальной ямы (ниже уровня  $\langle W_{k.t} \rangle$ ). Этот случай соответствует твердому состоянию вещества.

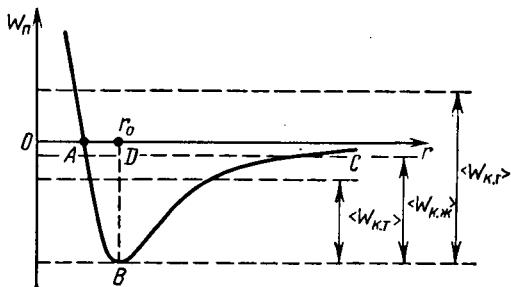


Рис. 93

Если средняя кинетическая энергия теплового движения молекул немного меньше глубины потенциальной ямы ( $\langle W_{\text{к.ж}} \rangle < DB$ ), то молекулы совершают значительные колебательные движения, но все же останутся в пределах потенциальной ямы. Этот случай соответствует жидкому состоянию вещества.

Если же средняя кинетическая энергия теплового движения молекул значительно больше глубины потенциальной ямы ( $\langle W_{\text{к.ж}} \rangle \gg DB$ ), то молекулы вырвутся из нее и, утеряв взаимосвязь, будут

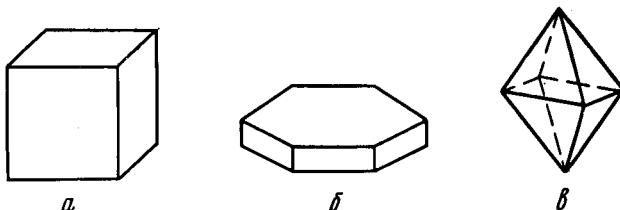


Рис. 94

двигаться свободно (совершать свободные пробеги). Этот случай соответствует газообразному состоянию вещества.

Таким образом, существенное различие между газом, с одной стороны, и твердым и жидким телами — с другой, обусловлено тем, что у молекул газа средняя кинетическая энергия теплового движения *больше* глубины потенциальной ямы, а у молекул твердого и жидкого тел — *меньше* глубины потенциальной ямы.

Благодаря тому что молекулы твердого тела связаны между собой прочнее, чем молекулы жидкости, для твердого тела в отличие от жидкости характерно постоянство не только объема, но и формы. Рассмотрим несколько подробнее вопрос о кристаллическом строении твердого тела.

Характерным внешним признаком кристалла является его геометрически правильная форма. Так, например, (рис. 94) кристалл поваренной соли имеет форму куба (a), кристалл льда — форму шестиугранной призмы (b), кристалл алмаза — форму октаэдра (восьмигранника — в) и т. д. У каждого кристаллического вещества угол между ограничивающими его поверхностями (гранями) имеет строго определенное значение (у поваренной соли —  $90^\circ$ , у льда —  $120^\circ$  и т. п.) Кристаллы легко раскалываются по определенным плоскостям, называемым *плоскостями спайности*. При этом получаются кристаллики меньшего размера, но той же формы. Так, при дроблении кристалла поваренной соли образуются мелкие кубики и прямоугольные параллелепипеды. Отмеченные факты навели в свое время на мысль о том, что кристаллическое тело построено из *элементарных ячеек* (кубиков, или шестигранных призм, или октаэдров и т. п.), *плотно приложенных друг к другу*. А это означает, что в кристаллическом теле частицы (молекулы, атомы, ионы) расположены в строго симметричном порядке относительно друг друга, образуя *простран-*

ственную, или кристаллическую, решетку; места расположения частиц называются узлами решетки. Эта гипотеза была высказана в 1848 г. французским кристаллографом *О. Браве*.

Примером простейшей пространственной решетки может служить кристаллическая решетка поваренной соли  $\text{NaCl}$  (рис. 95, а). Ее элементарная ячейка с ребром  $a$  (выделена на рисунке полужирными

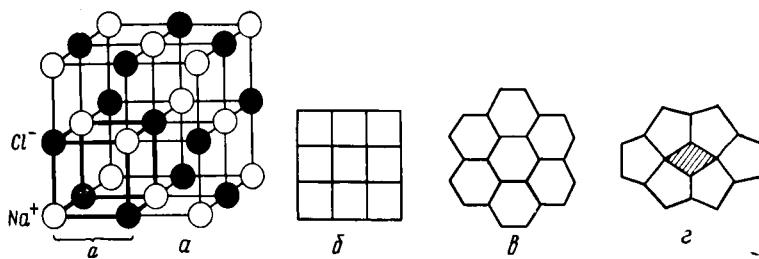


Рис. 95

линиями) образована положительными ионами натрия и отрицательными ионами хлора, расположенными в вершинах куба.

Формы пространственных решеток могут быть разнообразными, но не любыми: необходимо, чтобы элементарные ячейки, составляющие решетку, вплотную, без зазоров прикладывались друг к другу, что соответствует минимуму потенциальной энергии решетки. Можно, например, уложить кубические ячейки и ячейки в виде шестиугольных призм (рис. 95, б, в), но нельзя уложить ячейки в виде пятиугольных призм (рис. 95, г).

В 1890 г. Е. С. Федоров теоретически рассчитал все возможные формы кристаллических решеток, ячейки которых допускают плотную упаковку, и установил, что в природе может существовать только 230 различных видов кристаллических решеток, образующих 32 класса симметрии. Проведенные в текущем столетии исследования кристаллов с помощью рентгеновского излучения (см. ч. II, § 56) подтвердили, что кристаллы состоят из симметрично расположенных частиц (атомов, молекул, ионов), образующих кристаллическую решетку. Причем рентгеноструктурным анализом большого количества естественных и искусственных кристаллов было обнаружено только 230 различных видов кристаллических решеток — полное соответствие с теоретическими расчетами Е. С. Федорова.

Симметричность расположения частиц в кристаллической решетке обусловлена тем, что в этом случае силы взаимодействия (притяжения и отталкивания) между частицами *уравновешиваются* (см. § 37). При этом потенциальная энергия частиц минимальна.

Расстояния между частицами в кристалле малы — порядка размера самих частиц ( $10^{-8}$  см). Такого же порядка и расстояние между молекулами в жидкости, поскольку, как известно, при плавлении кристалла не происходит существенного увеличения его объема.

Замечательной особенностью кристалла является *анизотропия*. Анизотропия — это способность кристалла обладать в различных направлениях различными физическими свойствами.

Так, например, всем без исключения кристаллам присуща анизотропия прочности; подавляющее большинство кристаллов анизотропно в отношении теплопроводности, электропроводности, лучепреломления и т. п. Анизотропия кристаллов объясняется в основном тем, что в пространственной решетке оказывается различным число частиц, приходящихся на одинаковые по длине, но различные по направлению отрезки (рис. 96; на горизонтальном отрезке решетки 8 частиц, на одном наклонном — 6 частиц, на другом наклонном — 3 частицы). Понятно, что различие в плотности расположения частиц кристаллической решетки по различным направлениям должно приводить и к разнице во многих других свойствах по этим направлениям кристалла.

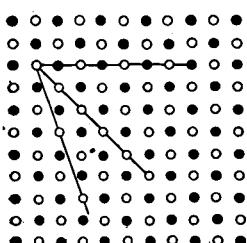


Рис. 96

Кристаллическое состояние весьма распространено в природе: большинство твердых тел (минералы, металлы, растительные волокна, белковые вещества, сажа, резина и т. д.) являются кристаллами. Однако не у всех этих тел одинаково отчетливо выражены рассмотренные ранее кристаллические свойства. В этом отношении тела подразделяют на две группы: *моноцисталлы* и *поликристаллы*. Моноцисталл — тело, все частицы которого укладываются в одну общую пространственную решетку. Моноцисталл анизотропен. Моноцисталлами являются большинство минералов. Поликристалл — тело, состоящее из множества мелких моноцисталлников, беспорядочно расположенных друг относительно друга. Поэтому поликристаллы изотропны.

*Изотропией называется способность кристалла обладать одинаковыми физическими свойствами по всем направлениям.*

Примером поликристаллов могут служить металлы. Однако металл можно получить и в виде моноцисталла, если обеспечить медленное охлаждение расплава, предварительно введя в него один кристаллик данного металла (*зародыш*). Вокруг этого зародыша и будет расти металлический моноцисталл.

В зависимости от того, из каких именно частиц образована кристаллическая решетка, различают четыре основные группы решеток: ионную, атомную, молекулярную и металлическую.

*Ионная решетка* образована разноименно заряженными ионами, удерживающимися в узлах решетки электрическими силами. Ионную решетку имеет подавляющее большинство кристаллов.

*Атомная решетка* образована нейтральными атомами, удерживающимися в узлах решетки химическими (валентными) связями: у соседних атомов обобществлены внешние (валентные) электроны. Атомную решетку имеют полупроводники, например графит.

*Молекулярная решетка* образована полярными (дипольными) молекулами (см. ч. II, § 8), удерживающимися в узлах решетки также электрическими силами. Однако для полярных молекул действие этих сил слабее, чем для ионов. Поэтому вещества с молекулярной решеткой сравнительно легко деформируются. Молекулярную кристаллическую решетку имеет большинство органических соединений (целлюлоза, резина, парафин и т. п.).

*Металлическая решетка* образована положительными ионами металла, окруженными свободными электронами. Эти электроны и связывают между собой ионы металлической решетки. Такая решетка свойственна металлам.

В современной физике твердыми телами считаются именно кристаллические тела. Жидкостям, как уже отмечалось, свойственно беспорядочное расположение частиц, поэтому жидкости изотропны. Некоторые жидкости могут быть сильно переохлаждены, не переходя при этом в твердое (кристаллическое) состояние. Однако вязкость таких жидкостей столь огромна, что они практически теряют текучесть, сохраняя, как и твердые тела, свою форму. Подобные тела называются *аморфными*. Таким образом, в современной физике аморфными телами считаются переохлажденные жидкости, обладающие огромной вязкостью. К аморфным телам относятся, например, вар, стекло, смола, канифоль и т. п. Понятно, что аморфные тела изотропны. Следует, однако, иметь в виду, что аморфные тела могут с течением времени (длительного) переходить в кристаллическое состояние. В стекле, например, с течением времени появляются кристаллики: оно начинает мутнеть, превращаться в поликристаллическое тело.

В последние десятилетия широкое распространение получили *высокомолекулярные химические соединения*, называемые *полимерами*. Типичными их представителями являются пласти массы.

Молекула полимера (макромолекула) состоит из очень большого числа (в некоторых случаях из многих тысяч) повторяющихся групп (мономеров). Мономеры соединяются друг с другом (полимеризуются) посредством химических (валентных) связей в длинные изогнутые цепочки. Например, молекула простейшего по структуре полимера — *полиэтилена* — образована повторением этиленовой группы  $\text{CH}_2$ . Химическая формула этой молекулы имеет вид



Полимеризация мономеров может происходить под влиянием высокой температуры, повышенного давления, облучения и других факторов.

В соответствии со своей структурой полимеры характеризуются необычно большими значениями относительной молекулярной массы — от нескольких тысяч до десятков миллионов. Так, например, у полистирола молекулярная масса имеет порядок  $10^4$ , у полихлорвинала —  $10^6$ , у полистирола —  $10^6$ .

Одно из ценных качеством полимеров является их высокая эластичность и прочность. Некоторые полимеры, например, выдерживают упругое растяжение, в 2—5 раз превышающее их первоначальную длину. Это объясняется тем, что длинные молекулярные цепочки полимеров могут при деформации сворачиваться в плотные клубки или, наоборот, вытягиваться в почти прямые линии.

В настоящее время из естественных и искусственных органических соединений создают полимеры с самыми разнообразными наперед заданными свойствами (легкие, прочные, эластичные, химически стойкие, электроизолирующие, жаропрочные, селективно прозрачные и т. д.).

Природные полимеры, являющиеся структурной основой всех живых организмов и определяющие процессы жизнедеятельности, составляют группу биополимеров. К ним относятся белки, нуклеиновые кислоты (рибонуклеиновая — РНК и дезоксирибонуклеиновая — ДНК) и полисахариды.

Нуклеиновые кислоты присутствуют в каждой живой клетке. ДНК находится главным образом в ядре клетки и играет очень важную биологическую роль, сохраняя и передавая по наследству генетическую информацию о строении, развитии и индивидуальных признаках соответствующего живого организма. ☺

### § 54. Деформация твердого тела

В § 10 и 17 мы касались вопроса о деформации твердого тела. Теперь на основе представлений о строении твердого тела следует рассмотреть этот вопрос подробнее. Опишем процесс деформации тела с помощью графика, основанного на опытных данных.

Для определенности рассмотрим, например, деформацию одностороннего растяжения. По оси абсцисс графика будем откладывать смещение (удлинение)  $\Delta x$ , по оси ординат — напряжение

$$p = F/S,$$

т. е. деформирующую силу  $F$ , отнесенную к площади поперечного сечения  $S$  деформируемого тела (рис. 97).

При небольших напряжениях удлинение практически пропорционально напряжению (закон Гука, см. § 10). Эта область деформаций называется *упругой деформацией*.

На графике ей соответствует почти прямолинейный участок  $Oa$ . Напряжение  $p_y$ , соответствующее границе участка  $a$ , называется *пределом упругости*.

При дальнейшем увеличении напряжения наступает *пластиическая деформация* (участок  $ab$ ): небольшие увеличения напряжения вызывают значительные удлинения, приводящие в конечном счете к разрушению (разрыву) тела (точка  $b$ ). Разрыву обычно предшествует состояние, при котором сопротивляемость тела растяжению вновь несколько возрастает (участок  $cb$ ). Напряжение  $p_n$ , соответствующее разрушению тела, называется *пределом прочности*.

Если при деформации тела предел его упругости не был превзойден, то после устранения деформирующей силы тело полностью восстанавливает первоначальную форму; на графике процесс восстановления идет по линии  $aO$ . Если же деформирующее напряжение превысило предел упругости (что соответствует точке  $k$ ), то после его устранения тело не восстанавливает первоначальную форму, сохранив *навсегда* некоторую деформацию  $\Delta x_0$ , называемую *остаточной*. Процесс частичного восстановления формы тела представляется на графике линией  $kO'$ .

Отметим, что и в случае упругой деформации первоначальная форма тела восстанавливается не мгновенно, а через некоторое время (измеряемое иногда часами и даже днями). Это явление называется *упругим последействием*.

◎ Интересное и практически важное явление наблюдается при повторных пластических деформациях материала (т. е. при деформациях, сопровождающихся переходами предела упругости). Оказывается, что при каждой такой деформации предел упругости немножко повышается, а в процессе многократной деформации может быть повышен значительно. Это явление (и сам процесс) называется *наклепом*. Таким образом, наклеп, повышая предел упругости материала, ведет к его упрочнению. В связи с этим наклеп широко используется в технологической практике для упрочнения металлов и сплавов.

Упрочнение материала при наклее обусловлено тем, что вследствие неоднородности деформации различных кристалликов в поликристалле возникают структурные искажения, вызывающие дополнительные *упругие* напряжения.

Тела, обнаруживающие большие пластические деформации (т. е. тела, которым на графике деформации соответствуют большие участки *ab*), называются *пластичными*. К ним относятся, например, свинец, цинк, железо. Тела, имеющие небольшую пластическую деформацию или совсем не обладающие ею ( $p_p < p_y$ ), называются *хрупкими*. К ним относятся, например, чугун, закаленная сталь, фарфор. Следует, однако, отметить, что подразделение тел на пластичные и хрупкие имеет относительный характер; одно и то же тело при повышенной температуре и медленно проводимой деформации оказывается пластичным, а при пониженной температуре и быстро проводимой деформации — хрупким. ◎

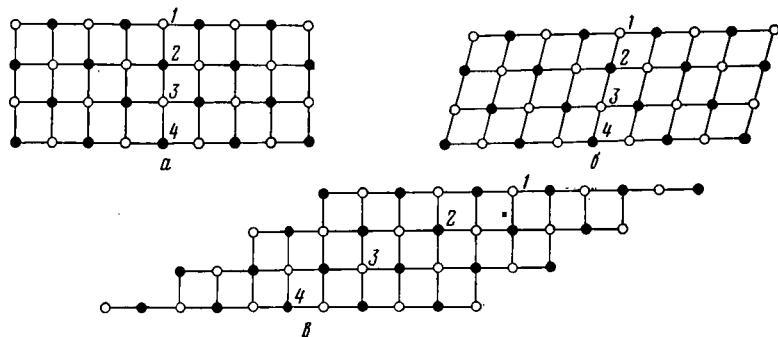


Рис. 98

В свете представлений об атомно-молекулярном строении вещества физическая сущность процесса деформации твердого (кристаллического) тела объясняется следующим образом.

При *упругой* деформации *монокристалла* (рис. 98, *a*), например при деформации сдвига, происходит только небольшое искажение его пространственной решетки (рис. 98, *b*). Сопутствующее этому искажению изменение межионных (межатомных, межмолекулярных) расстояний ведет к нарушению равновесия между силами взаимопритяжения и взаимоотталкивания ионов, в связи с чем в кристалле

возникают упругие силы, восстанавливающие первоначальную форму (рис. 98, а) кристалла после устранения деформирующей силы. При упругой деформации не нарушаются межионные связи: каждый ион остается в окружении своих прежних соседей, как это видно на рис. 98, а, б (для четырех пронумерованных ионов).

При пластической деформации монокристалла происходит значительное искажение его решетки благодаря скольжению одних ионных плоскостей вдоль других. В результате нарушаются прежние и устанавливаются новые межионные связи: ионы меняют своих соседей, как это видно на рис. 98, в (для тех же четырех пронумерованных ионов). При смещении двух соседних слоев друг относительно друга на расстояние, равное удвоенному размеру элементарной ячейки, силы взаимопритяжения и взаимоотталкивания ионов вновь оказываются уравновешенными (решетка вновь принимает соответствующую данному кристаллу форму, на нашем рисунке — кубическую). В связи с этим исчезают упругие силы, способные сместить ионы в исходное положение (рис. 98, а). В результате появляется остаточная деформация (рис. 98, в).

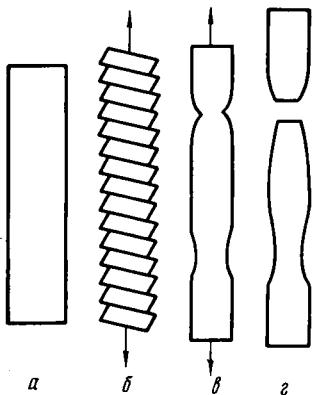


Рис. 99

Пластическая деформация одностороннего растяжения также обусловлена скольжением ионных плоскостей друг относительно друга. На рис. 99 схематически изображена деформация монокристаллического стержня (рис. 99, а), подвергнутого одностороннему растяжению. Скольжение слоев начинается в наиболее слабых местах стержня (где решетка ослаблена трещинами и другими дефектами) и постепенно распространяется на весь стержень. В результате в стержне образуются скошенные слои, называемые *пачками скольжения* (рис. 99, б). Толщина пачек скольжения разнообразна, но имеет порядок  $10^{-5}$  см. Первоначально гладкая поверхность стержня (рис. 99, а) становится в процессе пластической деформации шершавой (рис. 99, б), что подтверждается опытными данными.

Одновременно с удлинением стержня происходит его утоньшение. При этом у стержня появляются местные сужения — шейки (рис. 99, в), в которых и сосредоточивается дальнейшая деформация, приводящая к разрыву стержня (рис. 99, г)..

Такова же в общих чертах (но более сложная в деталях) картина деформации *поликристаллических тел*. Кристаллические зерна расположены внутри поликристалла беспорядочно, в связи с чем беспорядочно расположены и плоскости наиболее легкого скольжения ионных слоев. Благодаря этому пластическая деформация поликристаллических тел требует большего напряжения, чем пластическая деформация монокристаллов.

## § 55. Тепловое расширение твердых и жидкокристаллических тел

При повышении температуры твердого тела усиливается тепловое движение его частиц и среднее расстояние между ними возрастает. Поэтому при нагревании твердое тело расширяется. Опыт показывает, что удлинение  $\Delta l$  тела (линейное расширение) пропорционально изменению его температуры:

$$\Delta l = \alpha l_0 \cdot \Delta t, \quad (1)$$

где  $l_0$  — длина тела при температуре  $t_0$ ,  $l = l_0 + \Delta l$  — длина тела при температуре  $t$ ,  $\Delta t = t - t_0$ ,  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения. Полагая  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , из формулы (1) получим

$$l = l_0(1 + \alpha t), \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{l - l_0}{l_0 t}, \quad (3)$$

откуда следует, что

коэффициент линейного расширения равен относительному удлинению тела при нагревании на 1 К.

Для твердых тел  $\alpha$  имеет порядок  $10^{-5} - 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

В результате линейного расширения увеличивается и объем тела. Возьмем тело кубической формы с ребром  $l_0$  при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Его объем  $V_0 = l_0^3$ . После нагревания до температуры  $t$  ребро станет равным  $l_0(1 + \alpha t)$ , а объем

$$V = [l_0(1 + \alpha t)]^3 = l_0^3(1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

В связи с малостью  $\alpha$  можно пренебречь членами, содержащими  $\alpha^2$  и  $\alpha^3$ , написав

$$V = V_0(1 + 3\alpha t).$$

Обозначив

$$3\alpha = \beta,$$

получим

$$V = V_0(1 + \beta t), \quad (4)$$

где  $\beta$  — коэффициент объемного расширения\*. Очевидно, что порядок величины у  $\beta$  такой же, как и у  $\alpha$ .

Поскольку плотность тела  $\rho = m/V$ , то [см. (4)] получим

$$\rho = \rho_0/(1 + \beta t), \quad (5)$$

где  $\rho_0 = m/V_0$  — плотность тела при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ . Таким образом, плотность тела уменьшается с повышением его температуры.

\* Монокристаллические тела, будучи анизотропными, расширяются в различных направлениях неодинаково и потому при нагревании изменяют свою форму. В общем случае кристалл имеет три значения коэффициента линейного расширения:  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ . Приближенно  $\beta = a_1 + a_2 + a_3$ .

Формулы (2), (4) и (5) остаются справедливыми и для жидкокомпресивных тел, только коэффициент объемного расширения у жидкостей больше, чем у твердых тел; он имеет порядок  $10^{-3}$  —  $10^{-4}$  К<sup>-1</sup>.

Благодаря уменьшению плотности с повышением температуры в нагреваемом снизу объеме жидкости (и газа) возникает конвекция: нижние слои жидкости (газа), как менее плотные, начинают подниматься вверх, а верхние слои опускаются вниз; этим значительно ускоряется нагревание объема. Конвекция играет важную роль в процессах теплообмена в атмосфере и водных бассейнах.

## § 56. Теплоемкость твердых и жидкокомпресивных тел

Поскольку частица твердого тела колеблется около положения равновесия (узла пространственной решетки), ее энергия слагается из кинетической энергии  $W_k$  теплового движения и потенциальной энергии  $W_n$  смещения от положения равновесия. В среднем при достаточно высокой температуре эти энергии можно считать одинаковыми. Поэтому в среднем полная энергия одной частицы

$$W = W_k + W_n = 2W_k.$$

Так как  $W_k = ikT/2$  (см. § 45), то

$$W = ikT,$$

где  $i$  — число степеней свободы частицы,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — термодинамическая температура. Частица может колебаться в любом направлении, поэтому число ее степеней свободы равно трем. Тогда

$$W = 3kT.$$

В моле химически простого вещества содержится  $N_A$  частиц (атомов), где  $N_A$  — постоянная Авогадро. Поэтому внутренняя энергия моля

$$U_M = WN_A = 3kTN_A = 3RN_A T/N_A = 3RT,$$

а молярная теплоемкость  $C$  равна внутренней энергии моля, отнесенной к его температуре, т. е.

$$C = U_M/T = 3R.$$

Полагая  $R = 8,32$  Дж/(К·моль), получим

$$C = 25 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль}). \quad (6)$$

*Атомная теплоемкость всех химически простых кристаллических твердых тел при достаточно высокой температуре равна 25 Дж/(К·моль) [закон Дюлонга—Пти]\*.*

\* По имени П. Л. Дюлонга и А. Т. Пти, впервые в 1819 г. получивших этот закон экспериментально.

В случае твердых химических соединений число частиц в моле будет уже не  $N_A$ , а  $nN_A$ , где  $n$  — число атомов в молекуле. Например, в моле поваренной соли  $\text{NaCl}$  содержится  $2N_A$  атомов (ионов  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$ ). Поэтому молярная теплоемкость химического соединения

$$C = 25n. \quad (7)$$

*Молярная теплоемкость твердого химического соединения при достаточно высокой температуре равна сумме атомных теплоемкостей входящих в него элементов [закон Джоуля —Коппа].\**

Из формул (6) и (7) следует, например, что теплоемкость цинка равна  $25 \text{ Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})$ , а теплоемкость хлористого кальция  $\text{CaCl}_2$  —  $75 \text{ Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})$ .

В таблице приведены значения молярных теплоемкостей некоторых твердых тел, полученные экспериментально, а также вычисленные по формулам (6) и (7). Для большинства веществ теоретические значения теплоемкостей оказываются близкими к опытным значениям:

<i>Вещество</i>	<i>C, Дж/(К·моль)</i>	
	<i>опытное</i>	<i>теоретическое</i>
Алюминий Al . . . . .	25,54	25
Алмаз C . . . . .	5,86	25
Железо Fe . . . . .	26,80	25
Кадмий Cd . . . . .	25,54	25
Медь Cu . . . . .	24,70	25
Оксись меди $\text{CuO}$ . . . . .	47,31	50
Поваренная соль $\text{NaCl}$ . . . . .	50,66	50
Серебро Ag . . . . .	25,54	25
Хлористый кальций $\text{CaCl}_2$ . . . . .	76,20	75

Следует учитывать, что вытекающая из формул (6) и (7) зависимость теплоемкости от температуры наблюдается только при *достаточно высокой температуре*, называемой *дебаевской*\*\*.

*При низкой температуре теплоемкость зависит от температуры, убывая с уменьшением температуры и приближаясь к нулю при термодинамической температуре, стремящейся к нулю Кельвина.*

Характер зависимости теплоемкости от температуры представлен графически на рис. 100. Что касается числового значения «достаточно высокой температуры», то оно различно для различных веществ. Для подавляющего большинства веществ комнатная температура уже является «достаточно высокой». Но некоторые вещества состав-

\* По имени Д. П. Джоуля и Г. Ф. М. Коппа, впервые получивших этот закон экспериментально.

\*\* По имени голландского физика П. И. В. Дебая, разработавшего квантовую теорию теплоемкости твердых тел.

ляют исключение (см. табл. на с. 179). Алмаз, например, имеет теплоемкость, близкую к 25 Дж/(К·моль), только при температуре около 1800 К\*. Зависимость теплоемкости твердых кристаллических тел от температуры (при низких температурах) связана с «вымерзанием» колебательных степеней свободы частиц пространственной решетки и может быть объяснена только на основе квантовой механики (см. § 46).

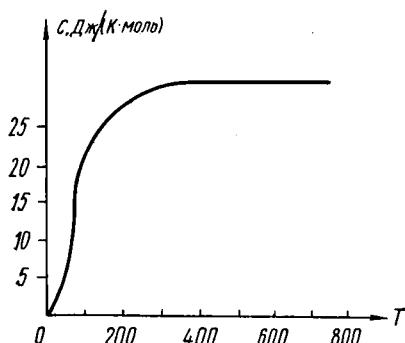


Рис. 100

Как уже отмечалось (см. § 53), тепловое движение твердых и жидких тел имеет общий характер — колебание частиц около некоторого положения равновесия. Поэтому законы Дюлонга—Пти, Джоуля—Коппа применимы и для расчета молярной теплоемкости жидкостей. Например, молярная теплоемкость воды  $H_2O$ , согласно формуле (7), равна 75 Дж/(К·моль), что соответствует опытным данным.

В таблице приведены для сравнения молярные теплоемкости некоторых веществ в твердом и жидкоком состояниях (опытные данные):

Вещество	<i>C, Дж/(К·моль)</i>	
	твердое состояние	жидкое состояние
Алюминий Al	25,54	25,96
Натрий Na	31,82	33,40
Ртуть Hg	28,05	27,63
Соляная кислота HCl	51,50	61,55

В связи с тем что коэффициент объемного расширения твердых и жидкоком тел очень мал, различие между теплоемкостями при постоянных объеме и давлении оказывается пренебрежимо малым и не принимается во внимание.

### § 57. Диффузия в жидкоком и твердых телах

Две соприкасающиеся жидкости диффундируют друг в друга до полного перемешивания\*\*. Если, например, на дно сосуда с водой

\* Кроме алмаза такое исключение составляют еще три химических элемента: бериллий, бор и кремний.

\*\* Исключение составляют случаи, когда жидкости плохо растворимы друг в друге (например, вода и масло). Тогда диффузия охватывает лишь небольшой пограничный слой между ними.

налить при помощи воронки с длинной трубкой раствор медного купороса, то первоначально резкая граница раздела между этими жидкостями начнет постепенно размываться. Полное перемешивание произойдет через несколько месяцев.

Процесс диффузии жидкостей описывается законом Фика, который был выведен нами ранее для газов [см. § 50, (45)]:

$$\Delta M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t, \quad (8)$$

где  $\Delta M$  — масса жидкости, переносимой путем диффузии за время  $\Delta t$  сквозь площадку  $\Delta S$ , перпендикулярную направлению изменения плотности;  $\Delta \rho / \Delta x$  — градиент плотности;  $D$  — коэффициент диффузии жидкости.

Учтем, что

$$\Delta M = m \cdot \Delta N \text{ и } \Delta \rho = m \cdot \Delta n_0,$$

где  $m$  — масса частицы жидкости (молекулы или атома),  $\Delta N$  — число продиффундировавших частиц,  $\Delta n_0$  — разность числа частиц в единице объема первой и второй жидкостей (разность концентраций молекул). Тогда, поделив обе частицы равенства (8) на  $m$ , получим выражение, связывающее число продиффундировавших частиц с градиентом концентрации молекул:

$$\Delta N = -D \frac{\Delta n_0}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (9)$$

Следует иметь в виду, что коэффициент диффузии жидкостей нельзя рассчитывать по формуле (44), выведенной для газов (см. § 50), так как характер теплового движения в жидкости существенно отличен от такового в газах: частицы жидкости не совершают свободных пробегов. Поэтому коэффициент диффузии у жидкостей в сотни тысяч раз меньше, чем у газов, т. е. имеет порядок  $10^{-10}$  —  $10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с. В соответствии с этим диффузия в жидкостях протекает гораздо медленнее, чем в газах. Однако в случае больших градиентов концентрации, которые часто имеют место в жидкостях, диффузия может проходить довольно интенсивно и в жидкостях, несмотря на малое значение коэффициента диффузии [см. (9)].

Диффузия наблюдается и в твердых телах, при этом к ней также применим закон Фика [см. (8) и (9)]. Однако протекает она еще медленнее, чем в жидкостях; коэффициент диффузии твердых тел гораздо меньше, чем жидкостей. Процесс диффузии в твердых телах можно значительно ускорить повышением температуры. Так, например, при температуре 220° С между плотно приложенными пластинами меди и цинка образуется через 12 ч пограничный слой толщиной 0,3 мм, состоящий из частиц меди и цинка. Пластины прочно спаиваются между собой, хотя температуры плавления меди и цинка значительно выше 220° С (1083° С — у меди и 419° С — у цинка).

В твердом кристаллическом теле частицы расположены очень близко друг к другу и имеют возможность лишь колебаться около узлов пространственной решетки (см. § 53). Поэтому для объяснения

диффузии в кристаллах приходится предположить, что в кристаллической решетке существуют «дырки» — узлы, не занятые частицами. Тогда колеблющаяся частица может перескочить в соседний «вакантный» узел; на ее место может перескочить другая частица, и т. д.

⊕ Явление диффузии играет важную роль в природе и технике. Благодаря диффузии осуществляется, например, питание растений. Находящаяся внутри корней растения почвенная вода содержит в себе различные растворенные вещества. Вещества, являющиеся питательными для растения, быстро усваиваются им. Поэтому концентрация этих веществ, оказывается внутри корней все время меньшей, чем вне корней. Наличие градиента концентраций у поверхности корней поддерживает [см. (9)] непрерывный диффузионный поток питательных веществ из окружающей почвенной воды в корневую систему. Вместе с тем растворенные вещества, не нужные растению и, следовательно, не усваиваемые им, имеют одинаковую концентрацию как внутри, так и вне корней. Отсутствие градиента концентрации приостанавливает диффузионный поток не нужных растению растворенных веществ в его корневую систему.

Аналогичную роль играет диффузия в питании животных и человека. Через стенки желудка и кишечника организм «всасывает» только те растворенные в пище вещества, которые нужны для построения его клеток. Поэтому у стенок пищеварительного тракта создаются градиенты концентрации питательных веществ, поддерживающие диффузию этих веществ в организм.

В свеклосахарном производстве диффузию используют для извлечения сахара из свекольной массы.

Очень важную роль играет процесс диффузии в технологии металлов. На диффузии основана цементация железных и стальных изделий. При прокаливании железа с углем углерод, диффундируя в железо, образует поверхностный слой карбида железа (цемент  $\text{Fe}_3\text{C}$ ). После закалки цементированное железное изделие (ось, приводной вал и т. п.) обладает твердым наружным слоем при мягкой, вязкой сердцевине. Аналогично производится цементация железа другими металлами, например хромом, вольфрамом и т. п. ⊕

## § 58. Осмос

При растворении в жидкости твердого вещества его молекулы равномерно распределяются во всем объеме жидкости, образуя среду, называемую *раствором*; жидкость называется *растворителем*, твердое вещество — *растворенным веществом*.

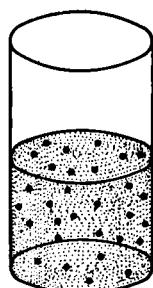
*Концентрацией раствора называется отношение массы растворенного вещества к объему раствора:*

$$C = m/V. \quad (10)$$

Растворы малой концентрации называются *слабыми* или *разбавленными*.

Представим себе слабый раствор, налитый в сосуд (рис. 101; молекулы растворенного вещества изображены точками). Размеры молекул растворенного вещества малы по сравнению с расстояниями между ними, поэтому взаимодействия между этими молекулами практически не будет. Таким образом, в слабом растворе растворенное вещество напоминает идеальный газ с той лишь разницей, что в растворе свобода движения молекул растворенного ве-

Рис. 101



щества ограничена присутствием молекул растворителя. Тем не менее отмеченная аналогия между идеальным газом и растворенным веществом в слабом растворе наводит на мысль о возможности применения к растворенному веществу законов идеального газа. В частности, можно предположить, что растворенное вещество обладает парциальным давлением, которое по основному уравнению кинетической теории газа (см. § 42) и по закону Клапейрона—Менделеева (см. § 39) выражается формулами:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \langle W \rangle, \quad (11)$$

$$p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V}, \quad (12)$$

где  $n_0$  — концентрация молекул растворенного вещества,  $\langle W \rangle$  — средняя кинетическая энергия молекулы растворенного вещества,  $m$  и  $M$  — масса растворенного вещества и его молярная масса,  $V$  и  $T$  — объем и температура раствора,  $R$  — молярная газовая постоянная.

Для того чтобы обнаружить это давление, необходимо отделить раствор от чистого растворителя *полупроницаемой перегородкой*, пропускающей молекулы растворителя, но не пропускающей молекулы растворенного вещества. Для водного раствора сахара такой полупроницаемой перегородкой являются, например, бычий пузырь, кишечная ткань и некоторые искусственные пластмассовые пленки. Поры в этих перегородках столь малы, что через них могут пройти молекулы воды, но не пройдут более крупные молекулы сахара.

Проделаем такой опыт. В воронку, рас труб которой затянут бычьим пузырем, нальем слабый водный раствор сахара и установим ее в сосуде с чистой водой (рис. 102) так, чтобы уровни жидкостей в воронке и в сосуде совпали. Через некоторое время уровень раствора в воронке, как покажет наблюдение, начнет медленно повышаться и, наконец, установится над уровнем воды в сосуде на высоте  $h$ . Происходит это по следующей причине. Концентрация молекул воды в сосуде больше концентрации молекул воды в воронке на значение концентрации молекул сахара. Поэтому через полупроницаемую перегородку диффундирует большее молекул воды из сосуда в воронку, чем в обратном направлении, что вызывает подъем уровня жидкости в воронке. Молекулы же сахара не могут перейти через полупроницаемую перегородку из воронки в сосуд. В результате концентрации молекул воды в воронке и в сосуде уравняются, а концентрации молекул сахара останутся различными:  $n_0$  — в воронке и нуль — в сосуде.

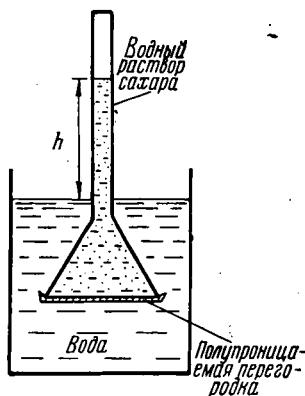


Рис. 102

Избыточная концентрация  $n_0$  молекул сахара создаст парциальное давление [см. (11)] растворенного вещества, уравновешиваемое гидростатическим давлением столбика раствора высотой  $h$ .

Явление диффузии растворителя через полупроницаемую перегородку, отделяющую раствор от чистого растворителя, называется осмосом, а возникающее при этом в растворе избыточное давление (равное парциальному давлению растворенного вещества) — осмотическим давлением.

Поскольку давление столбика  $h$  раствора равно  $\rho gh$ , то легко определить осмотическое давление по формуле

$$p = \rho gh,$$

где  $\rho$  — плотность раствора,  $g$  — ускорение свободного падения. С другой стороны, можно рассчитать осмотическое давление по формуле (11) или (12). Оба расчета дают хорошо совпадающие значения осмотического давления, что подтверждает допустимость аналогии, проведенной между идеальным газом и растворенным веществом в слабом растворе.

Чтобы получить представление о величине осмотического давления, подсчитаем его по формуле (12) для водного раствора тростникового сахара  $C_{12}H_{22}O_{11}$  при температуре 27° С, если концентрация раствора соответствует 0,034 кг сахара на 1 л воды. Согласно химической формуле сахара, его молярная масса равна 0,342 кг/моль. Тогда

$$p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{0,034 \cdot 8,32 \cdot 300}{0,342 \cdot 10^{-3}} \approx 25 \cdot 10^4 \text{ (Па)}.$$

Оsmотическое давление наглядно обнаруживается в следующем общеизвестном явлении. Если сушеную ягоду с неповрежденной оболочкой погрузить в воду, то вскоре ягода набухнет, приняв сферическую форму, что свидетельствует об избыточном давлении внутри ягоды. Это избыточное давление есть осмотическое давление. Оболочка ягоды проницаема для молекул воды, но непроницаема для молекул сахара, содержащегося внутри ягоды. Вода, диффундируя внутрь ягоды, образует там сахарный раствор. В этом растворе, как и в опыте с сахарным раствором, создается осмотическое давление, распирающее оболочку ягоды.

Пользуясь формулой (10), введем в формулу (12) концентрацию  $C$  раствора. Тогда

$$p = CRT/M, \quad (13)$$

откуда следует, что

осмотическое давление пропорционально концентрации и температуре раствора и обратно пропорционально молярной массе растворенного вещества [закон Вант-Гоффа]\*.

\* По имени Я. Г. Вант-Гоффа, впервые установившего этот закон в 1887 г.

Следует отметить, что согласно закону Вант-Гоффа осмотическое давление не зависит от свойств растворителя.

Закон Вант-Гоффа хорошо оправдывается только для таких слабых растворов, в которых не происходит диссоциации растворенного вещества. Для диссоциированных растворов (электролитов) осмотическое давление оказывается значительно большим, чем следует по закону Вант-Гоффа. Это объясняется тем, что при диссоциации увеличивается число частиц растворенного вещества (из одной молекулы могут образоваться два иона) и, следовательно, увеличивается осмотическое давление.

Явление осмоса играет исключительно важную роль в жизни растительных и животных организмов. Оболочки живых клеток представляют собой полупроницаемые перегородки; они проникаемы для молекул воды и непроницаемы для молекул сложных органических соединений, создающихся внутри клетки в процессе ее жизнедеятельности. Благодаря этому внутри клетки образуется раствор и возникает осмотическое давление, делающее клетку упругой, как надутый резиновый мяч. Понятно, что построенные из таких клеток растительные и животные ткани будут обладать большой упругостью и приобретут способность сохранять свою форму. В биологии это обусловленное осмосом явление названо *тургором клеток*.

Осмотическое давление в растительных клетках, окруженных водой, может быть весьма значительным. Например, у моркови оно достигает нескольких атмосфер ( $2 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^6$  Па).

Если клетка организма граничит с концентрированным водным раствором вещества, для которого оболочка клетки непроницаема, то вода переходит из клетки в этот раствор. Происходит осмотическое высасывание воды из клетки. Им, между прочим, обусловлено чувство жажды, возникающее после приема сладкой пищи.

Посредством таких физиологических процессов, как питание, выделение, дыхание и т. п., поддерживается постоянное осмотическое давление в клетках животных организмов (осморегулирование). ☺

## § 59. Теплопроводность жидких и твердых тел

Процесс теплопроводности в твердых и жидких телах описывается тем же законом Фурье, который был выведен для газов (см. § 51):

$$\Delta Q = -x \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t, \quad (14)$$

где  $x$  — теплопроводность;  $\Delta T/\Delta x$  — градиент температуры;  $\Delta S$  — площадь, через которую переносится теплота;  $\Delta t$  — продолжительность времени переноса. Однако теплопроводность твердых и жидких тел значительно больше, чем у газов. Особенно большими значениями  $x$  отличаются металлы. Теплопроводность имеет порядок: у газов —  $10^{-3}$  Дж/(м·с·К), у жидкостей и неметаллических твердых тел —  $10^{-1}$  Дж/(м·с·К), у металлов —  $10^1$  Дж/(м·с·К). Максимальное значение  $x$  [423 Дж/(м·с·К)] имеет серебро.

Процесс теплопроводности в твердых и жидких телах осуществляется путем взаимодействия колеблющихся частиц (молекул, атомов, ионов), составляющих тело. Наиболее интенсивное колебание частиц, происходящее в области повышенной температуры, передается соседним частицам, постепенно распространяясь на все тело. В металлах, кроме того, теплопроводность значительно увеличи-

вается благодаря свободным электронам, которые могут перемещаться внутри металла, непосредственно перенося свою кинетическую энергию из области повышенной температуры в область более низкой температуры. Важная роль свободных электронов в процессе теплопроводности подтверждается тем фактом, что теплопроводность металлов приблизительно пропорциональна их электропроводности. В жидкостях (как и в газах) процесс передачи теплоты может усиливаться конвекцией, если нагретые части жидкости расположены ниже холодных.

Теплопроводность твердого тела в большой мере зависит от его структуры: наименьшей теплопроводностью характеризуются пустые тела.

По мере распространения теплоты в теле его температура повышается — тело, как говорят, прогревается. Через некоторое время после начала нагревания область повышенной температуры распространится от места нагрева на все тело. Этот процесс (*распространение температуры*) называется *температуропроводностью*. Скорость его зависит не только от теплопроводности  $\kappa$  тела, но и от удельной теплоемкости  $c$  и плотности  $\rho$  тела. Как показывают опыт и теория, эта скорость пропорциональна отношению

$$K = \kappa / (c\rho). \quad (15)$$

*Величина  $K$ , характеризующая скорость прогревания (или остывания) тела, называется температуропроводностью.*

Из формулы (15) следует, что  $K$  выражается в *квадратных метрах на секунду* ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) (как и коэффициент диффузии). Проиллюстрируем явление температуропроводности следующим примером. Опыт показывает, что свинец прогревается (и остывает) *быстрее*, чем железо, несмотря на то что теплопроводность железа [ $\kappa = 67,2 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$ ] приблизительно вдвое больше, чем свинца [ $\kappa = 35,3 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$ ]. Дело, по-видимому, в том, что свинец имеет большую температуропроводность, чем железо.

Проверим это, рассчитав  $K$  по формуле (15). Примем для железа  $c = 499,8 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,  $\rho = 7,85 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ , а для свинца  $c = 126 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,  $\rho = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Тогда получим  $K_{\text{ж}} \approx 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$  и  $K_{\text{св}} = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , т. е. действительно  $K_{\text{св}} > K_{\text{ж}}$ .

Если поверхность тела подвержена попеременным нагреваниям и охлаждениям, т. е. испытывает колебания температуры, то эти колебания передаются и в глубь тела. Глубина проникновения температурных колебаний зависит от температуропроводности тела: чем больше температуропроводность, тем глубже проникают эти колебания.

⊕ В этой связи температуропроводность имеет существенное агрофизическое значение: от температуропроводности почвы зависит глубина, на которую проникают суточные и сезонные (периодические) колебания температуры земной поверхности.

Температуропроводность почвы имеет порядок  $10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  для сухих почв и  $10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$  для влажных. ⊕

## § 60. Вязкость жидкости. Турбулентное движение жидкости

Реальная жидкость, в отличие от идеальной, обладает вязкостью (внутренним трением), обусловленной сцеплением между ее молекулами. Благодаря вязкости движение жидкости, как и движение газа, имеет ламинарный характер. Сила внутреннего трения  $F$  выражается законом Ньютона (см. § 52):

$$F = -\eta \frac{\Delta \omega}{\Delta x} \Delta S, \quad (16)$$

где  $\Delta \omega / \Delta x$  — градиент скорости течения жидкости,  $\Delta S$  — площадь соприкосновения слоев жидкости,  $\eta$  — вязкость жидкости.

Вязкость жидкости в  $\delta$  много раз превосходит вязкость газа. Вязкость жидкости находится в пределах  $10^{-3}$  —  $1$  кг/(м·с). Вместе с тем вязкость жидкости сильно зависит от температуры — уменьшается с повышением температуры\*, так как при этом увеличивается среднее расстояние между молекулами и, следовательно, уменьшается сцепление между ними. У воды, например,  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-3}$  кг/(м·с) при  $0^\circ\text{C}$  и  $\eta = 3,2 \cdot 10^{-4}$  кг/(м·с) при  $90^\circ\text{C}$ .

Вязкость затрудняет течение жидкости по трубе (или иному руслу), уменьшая его скорость.

Французский физик и физиолог Ж. Л. М. Пуазейль в 1841 г. установил, что

средняя скорость ламинарного течения жидкости по трубе пропорциональна градиенту давления жидкости, квадрату радиуса трубы и обратно пропорциональна вязкости жидкости [закон Пуазейля]:

$$w = -\frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{r^2}{8\eta} \quad (17)$$

(рис. 103; ламинарное течение вязкой жидкости в трубе при постоянной разности давлений  $p_1 - p_2 = \Delta p$  на ее концах).

Знак минус показывает, что скорость течения направлена противоположно градиенту давления. Так как объем жидкости, протекающей за время  $\Delta t$  через трубу, выражается формулой

$$\Delta V = Sw \cdot \Delta t = \pi r^2 w \cdot \Delta t, \quad (18)$$

где  $S = \pi r^2$  — площадь поперечного сечения трубы, то, подставив выражение скорости из формулы (17) в (18), получим

$$\Delta V = -\frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \Delta t. \quad (19)$$

Объем жидкости, протекающей по трубе, пропорционален четвертой степени радиуса трубы, времени и градиенту давления жидкости и обратно пропорционален вязкости жидкости.

По формуле (19) можно опытным путем определить вязкость жидкости, что и было сделано Пуазейлем.

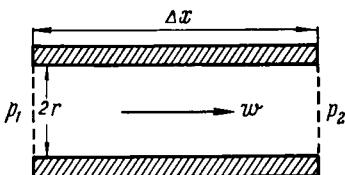


Рис. 103

\* Исключение составляет жидкий гелий, который, как обнаружил в 1938 г. П. Л. Капица, совершенно теряет вязкость ( $\eta = 0$ ) при температуре около  $0$  К ( $T < 2,17$  К). Сверхтекучесть гелия может быть объяснена только на основе квантовой теории.

Благодаря вязкости тело, движущееся в жидкости, увлекает прилегающие к нему слои жидкости и потому испытывает сопротивление (трение) со стороны жидкости. Сила сопротивления зависит от скорости движения тела, его размеров и формы. Как установил английский физик и математик Д. Г. Стокс,

для тел шарообразной формы, движущихся с небольшой скоростью, сила сопротивления жидкости пропорциональна вязкости жидкости, радиусу шара и скорости движения [закон Стокса]:

$$F = 6\pi\eta rw. \quad (20)$$

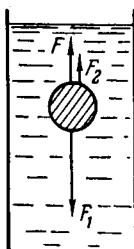


Рис. 104

Закон Стокса применим также к движению шарообразных тел в газе, например, к случаю падения дождевых капель в атмосфере.

На шар массой  $m$  и радиусом  $r$ , падающий со скоростью  $w$  в жидкости с вязкостью  $\eta$ , действуют три силы: сила тяжести  $F_1$ , выталкивающая сила  $F_2$  жидкости и сила сопротивления  $F$  жидкости (рис. 104). Так как силы  $F_1$  и  $F_2$  постоянны, а сила  $F$  возрастает с увеличением скорости движения шара, то с некоторого момента времени эти силы уравновесят друг друга:

$$F_1 = F_2 + F.$$

Тогда шар будет двигаться равномерно. Учитывая, что по закону Ньютона

$$F_1 = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g,$$

а по закону Архимеда

$$F_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g$$

( $\rho_1$  — плотность шара,  $\rho_2$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения), напишем

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_1 g = 6\pi\eta rw + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_2 g,$$

откуда после соответствующих преобразований получим

$$\eta = \frac{2r^2 g (\rho_1 - \rho_2)}{9w}.$$

Из выражения вязкости найдем, что скорость падения шара

$$w = \frac{2r^2 g (\rho_1 - \rho_2)}{9\eta}.$$

По этой формуле определяется, например, скорость падения дождевых капель в воздухе.

Ламинарный характер течения жидкости (или газа) наблюдается только при небольших скоростях. При больших скоростях в потоке появляются вихри, перемешивающие между собой все слои жидкости. Такое движение называется *турбулентным*. В этом

случае скорость течения почти одинакова по всему сечению трубы (или иного русла) и лишь вблизи ее стенок возникают очень большие градиенты скорости (рис. 105;  $w$  — скорость потока,  $a$  — вихрь в потоке).

Сила трения, действующая на тело, находящееся в турбулентном потоке, резко возрастает, становясь пропорциональной уже не первой степени, а квадрату и даже кубу скорости.

Турбулентное движение можно, например, наблюдать в водном потоке на узких и мелких участках русла реки. Здесь появляются характерные водяные вихри — водовороты. В воздушном потоке это движение наблюдается, например, вблизи строений: возникающие при сильном ветре воздушные вихри поднимают с земли и «крутият» пыль, обрывки бумаги и другие легкие предметы.

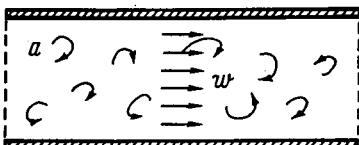


Рис. 105

#### Примеры решения задач

**Задача 30.** При температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  цинковый стержень имеет длину  $l_{01} = 200$  мм, а медный  $l_{02} = 201$  мм. При какой температуре  $t$  стержни будут иметь одинаковую длину? Коэффициенты линейного расширения цинкового и медного стержней соответственно равны  $\alpha_1 = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  и  $\alpha_2 = 1,7 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

**Решение.** Исходя из формулы (2), можем написать, что при температуре  $t$

$$l_{01}(1 + \alpha_1 t) = l_{02}(1 + \alpha_2 t).$$

Тогда

$$t = \frac{l_{02} - l_{01}}{\alpha_1 l_{01} - \alpha_2 l_{02}} = \frac{(201 - 200) \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{C}}{(2,9 \cdot 200 - 1,7 \cdot 201) \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 420 \text{ }^\circ\text{C}.$$

**Задача 31.** В объеме  $V = 0,5$  л воды растворено  $m = 2$  г поваренной соли. Найти осмотическое давление  $p$  для этого раствора при температуре  $t = 17^\circ\text{C}$ , если степень диссоциации молекул соли 75%.

**Решение.** Согласно закону Вант-Гоффа (13), для недиссоциированного раствора

$$p = CRT/M,$$

где  $C = m/V$  — концентрация раствора,  $T$  — его термодинамическая температура,  $M$  — молярная масса растворенного вещества (для  $\text{NaCl}$   $M = 0,023 \text{ кг/моль} + 0,035 \text{ кг/моль} = 0,058 \text{ кг/моль}$ ),  $R$  — молярная газовая постоянная.

Диссоциация молекул ведет к увеличению числа частиц в растворе и, следовательно, к пропорциональному росту осмотического давления (см. § 58). Поэтому с учетом диссоциации

$$p = \frac{mRT}{VM} \cdot 1,75 = \frac{0,002 \text{ кг} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль}) \cdot 290 \text{ К} \cdot 1,75}{5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot 0,058 \text{ кг/моль}} = \\ = 2,9 \cdot 10^6 \text{ Па} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

**Задача 32.** Определить скорость  $v$  движения жировых шариков в молоке: 1) при естественном отстаивании сливок; 2) при отделении сливок посредством молочного сепаратора, где молоко вращается на расстоянии  $R = 5$  см от оси сепаратора с частотой  $\nu = 6000$  об/мин. Радиус жировых шариков считать равным  $r = 1$  мкм, плотность жира  $\rho_1 = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, плотность обрата  $\rho_2 = 1$  г/см<sup>3</sup>, коэффициент внутреннего трения обрата  $\eta = 0,0011$  г/(см·с).

**Решение.** 1. На жировой шарик, всплывающий в молоке при естественном отстаивании сливок, действуют три силы: направленная вверх архимедова сила  $F_2$  и направленные вниз сила тяжести  $F_1$  и сила внутреннего трения  $F$ . Шарик будет двигаться равномерно при условии  $F + F_1 = F_2$  или

$$F = F_2 - F_1.$$

Тогда, учитывая закон Стокса (20), второй закон Ньютона и архимедову силу, можно записать (см. § 60) так:

$$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) g.$$

Поэтому

$$v = \frac{2r^2 (\rho_2 - \rho_1) g}{9\eta} = \frac{2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 (1 - 0,9) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3}{9 \cdot 0,0011 \text{ кг/(м·с)}} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ м/с.}$$

2. При отделении сливок посредством сепаратора роль силы тяжести играет центробежная сила инерции  $F_{ц.и.}$  (см. § 14) и жировые шарики будут теперь всплывать в горизонтальном направлении к оси сепаратора (а более плотные частицы обрата пойдут к периферии сепаратора). Поэтому условие равновесия сил, действующих на жировые шарики, запишется так:

$$F = F_{ц.и.} - F_1.$$

Тогда

$$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) 4\pi^2 v^2 R,$$

где  $4\pi^2 v^2 R$  — центробежное ускорение.

Из последнего равенства получим

$$v = \frac{8\pi^2 r^2 (\rho_2 - \rho_1) v^2 R}{9\eta} = \\ = \frac{8 \cdot 3,14^2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 (1 - 0,9) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-2} \cdot 0,05 \text{ м}}{9 \cdot 0,0011 \text{ кг/(м·с)}} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

Таким образом, скорость движения жировых шариков в молоке при его сепарировании приблизительно в 2000 раз больше, чем при естественном отстаивании сливок. Понятно, что время сепарирования во столько же раз меньше времени отстаивания.

### Контрольные вопросы

195. Чем (по представлениям молекулярно-кинетической теории строения вещества) объясняется различие между газом и жидкостью? 196. Каков характер теплового движения частиц (молекул, атомов, ионов) в газе и твердом теле? 197. Молекулы газа, практически не

связанные между собой силами сцепления, разлетаются в процессе теплового движения так далеко друг от друга, как позволяет объем сосуда. Атмосферный воздух не заключен в сосуд. Что же удерживает атмосферу от рассеивания в мировое пространство? 198. Что называется

ется узлами кристаллической решетки? 199. В чем состоит различие между монокристаллом и поликристаллом? 200. Какому обязательному условию должна удовлетворять форма кристаллической решетки? 201. В чем заключается основная причина анизотропии кристаллов? 202. Перечислите и охарактеризуйте основные группы кристаллических решеток. 203. Что называется упругим последствием? 204. Какие стадии деформации тела разграничены пределом упругости? 205. Объясните (на примере ионного монокристалла), в чем состоит различие между упругой и пластической деформациями. 206. Что можно сказать о твердом теле, у которого предел прочности меньше предела упругости? 207. Каким соотношением связаны между собой коэффициенты линейного и объемного расширений твердого тела? 208. В каких единицах выражаются коэффициенты линейного и объемного расширений? 209. Чему равны молярные теплоемкости алюминия и поваренной соли? 210. Сформулируйте законы Дюлонга — Пти и Джоуля — Коппа. 211. У газов различают два значения теплопроводности — при постоянном объеме  $C_V$  и при постоянном давлении  $C_p$ , а у жидкостей и твердых тел такого различия не делают. Чем это объясняется? 212. Применимы ли уравнения переноса (45) (50) и (56), полученные для газа (см. § 50—52), к жидкостям и твердым телам? 213. Какова роль диффузии в процессе питания животных и растительных организмов? 214. Что называется полупроницаемой перегородкой? 215. Что называется осмосом? 216. Сформулируйте закон Вант-Гоффа. 217. Чем обусловлена большая упругость клеток, образующих ткани живого организма (тургор клетки)? 218. Жидкость нагревают посредством электронагревателя, который: а) погружен на дно сосуда; б) помещен в жидкость у ее поверхности. В каком случае жидкость нагреется быстрее? Объясните ответ. 219. Сформулируйте законы Пуазеля и Стокса. 220. Когда движение тела, падающего в жидкости, становится равномерным? 221. В чем состоит характерная особенность турбулентного движения жидкости (отличающая его от ламинарного движения)?

## § 61. Внутреннее давление в жидкости. Поверхностное напряжение и свободная энергия поверхности жидкости

На каждую молекулу жидкости действуют силы притяжения со стороны окружающих молекул, удаленных от нее на расстояние, не превышающее  $1,5 \cdot 10^{-7}$  см (см. рис. 68, а), т. е. находящихся (центрами) внутри сферы радиусом  $R = 1,5 \cdot 10^{-7}$  см (рис. 106), называемой сферой молекулярного действия. Поскольку радиус самих молекул составляет приблизительно  $r = 5 \cdot 10^{-8}$  см, то  $R \approx 3r$ , т. е. радиус сферы молекулярного действия приблизительно равен полутора диаметрам молекулы. Следовательно, каждая молекула жидкости взаимодействует только с непосредственно прилегающими к ней соседними молекулами.

Рассмотрим молекулу (рис. 107, а, б), расположенную внутри жидкости, налитой в сосуд. Со всех сторон ее окружает в среднем одинаковое число молекул, поэтому результирующая сила притяжения, действующая на молекулу, в среднем равна нулю. Иначе об-

ратилось бы — при постоянном объеме  $C_V$  и при постоянном давлении  $C_p$ , а у жидкостей и твердых тел такого различия не делают. Чем это объясняется?

212. Применимы ли уравнения переноса (45) (50) и (56), полученные для газа (см. § 50—52), к жидкостям и твердым телам?

213. Какова роль диффузии в процессе питания животных и растительных организмов?

214. Что называется полупроницаемой перегородкой?

215. Что называется осмосом?

216. Сформулируйте закон Вант-Гоффа.

217. Чем обусловлена большая упругость клеток, образующих ткани живого организма (тургор клетки)?

218. Жидкость нагревают посредством электронагревателя, который: а) погружен на дно сосуда; б) помещен в жидкость у ее поверхности. В каком случае жидкость нагреется быстрее? Объясните ответ.

219. Сформулируйте законы Пуазеля и Стокса.

220. Когда движение тела, падающего в жидкости, становится равномерным?

221. В чем состоит характерная особенность турбулентного движения жидкости (отличающая его от ламинарного движения)?

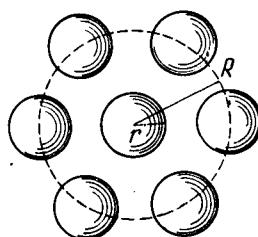


Рис. 106

стоит дело с молекулами, лежащими на поверхности жидкости (рис. 107, *в*, *г*). Так как концентрация молекул в расположеннном над жидкостью газе мала по сравнению с концентрацией молекул в жидкости, то результирующая сила, действующая на молекулу, не равна нулю и направлена внутрь жидкости перпендикулярно ее

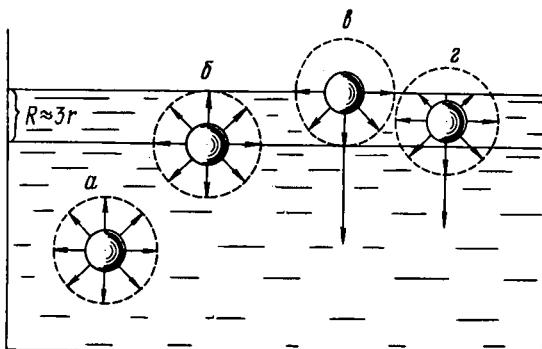


Рис. 107

поверхности. В таком же положении будут находиться все молекулы, лежащие в поверхностном слое жидкости толщиной, приблизительно равной радиусу сферы молекулярного действия. Таким образом,

поверхностный мономолекулярный слой жидкости толщиной  $1,5 \cdot 10^{-7}$  см оказывает на всю жидкость давление, равное сумме результирующих сил, действующих на все молекулы, лежащие в  $1 \text{ м}^2$  этого слоя. Это давление называется внутренним или молекулярным.

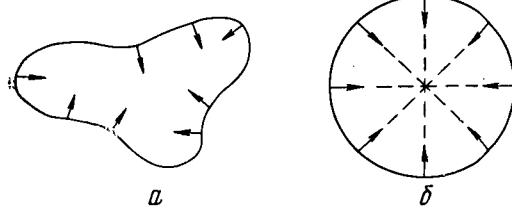


Рис. 108

молекулы жидкости находятся близко друг от друга, жидкость оказывается трудносжимаемой: вступающие в действие на очень малых расстояниях силы отталкивания между молекулами препятствуют сжатию жидкости.

Так как внутреннее давление направлено перпендикулярно поверхности жидкости, то масса жидкости, не подверженная действию внешних сил (рис. 108, *а*), должна принять форму шара (рис. 108, *б*), ибо только в этом случае силы внутреннего давления взаимно уравновесятся. Такое явление можно наблюдать на маленьких массах жидкости, для которых действие силы тяжести пренебрежимо мало по сравнению с действием сил внутреннего давления. Сферическую форму принимают, например, мелкие дождевые капли, масло, на-

литое в смесь воды со спиртом, имеющую плотность, равную плотности масла (опыт Плато). В этом случае сила тяжести, действующая на масло, компенсируется, по закону Архимеда, выталкивающей силой воды, делая масло как бы невесомым.

Форме шара соответствует, как известно, наименьшая поверхность при данном объеме. Следовательно, под влиянием молекулярных сил поверхность жидкости сокращается до минимально возможных размеров. Это означает, что *поверхностный слой жидкости подобен эластичной растянутой пленке*, например оболочке резинового мяча\*.

Напряженное состояние поверхностного слоя жидкости называется *поверхностным натяжением*; оно вызвано силами сцепления между молекулами этого слоя. Выделим мысленно в поверхностном слое жидкости круговой контур длиной  $l$  (рис. 109).

Молекулы жидкости, составляющие контур, притягиваются молекулами, расположенными внутри контура; *силы притяжения касательны к поверхности жидкости и перпендикулярны контуру*. Сумма сил притяжения, действующих на контур, ограничивающий поверхность жидкости, называется *силой поверхностного натяжения*. Эта сила пропорциональна числу молекул, прилегающих к контуру, которое в свою очередь пропорционально длине контура. Следовательно,

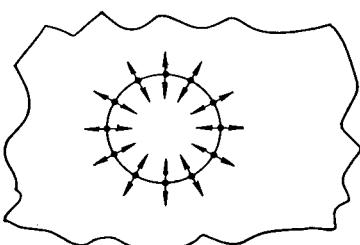
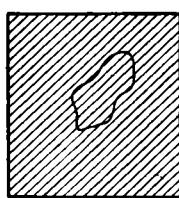
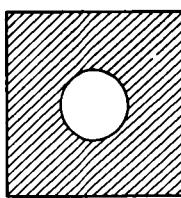


Рис. 109



*a*



*б*

Рис. 110

ходится в равновесии. Для того чтобы обнаружить действие силы поверхностного натяжения, надо устраниТЬ ограниченную им

$$F = \alpha l, \quad (21)$$

где  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом поверхностного натяжения*.

Очевидно, что с такой же силой поверхностного натяжения действуют на контур и молекулы, расположенные вне его. Поэтому контур на-

\* Следует однако, иметь в виду, что аналогия между резиновой пленкой и поверхностью пленкой жидкости неполная. При растяжении резиновой пленки число молекул на ее поверхности остается неизменным, а расстояние между ними увеличивается. При растяжении поверхности пленки жидкости на ее поверхность выходят из глубины новые молекулы и расстояние между ними на поверхности жидкости не изменяется. Поэтому сила, растягивающая пленку жидкости, остается постоянной и закон Гука к этой пленке неприменим.

внутреннюю или внешнюю часть поверхности жидкости. Это можно сделать, например, следующим образом. ««Натянув» на проволочную раму пленку мыльной воды, надо положить на нее петлю (контур) из тонкой нитки (рис. 110, а) и затем проткнуть пленку внутри петли (рис. 110, б). Под действием силы поверхностного натяжения со стороны сохранившейся (внешней) части пленки контур немедленно растянется, приняв форму окружности.

Из формулы (21) следует, что

$$\alpha = F/l. \quad (22)$$

*Коэффициент поверхностного натяжения жидкости равен отношению силы поверхностного натяжения, действующей на контур, ограничивающий поверхность жидкости, к длине этого контура.*

Выражается  $\alpha$  в ньютонах на метр (Н/м). Коэффициент поверхностного натяжения жидкости имеет порядок  $10^{-2} - 10^{-1}$  Н/м; для воды, например, он равен 0,073 Н/м, для ртути — 0,54 Н/м. С повышением температуры коэффициент поверхностного натяжения уменьшается в связи с увеличением среднего расстояния между молекулами жидкости.

Для растяжения (увеличения) поверхности жидкости необходимо совершить работу против молекулярных сил. Действительно, растяжение поверхностного слоя сопровождается извлечением из глубинных слоев на поверхность новых молекул жидкости, чему препятствуют направленные внутрь жидкости результирующие силы притяжения «глубинных» молекул. Наоборот, при сокращении поверхности молекулярные силы сами совершают работу по затягиванию «лишних» молекул с поверхности в глубь жидкости. Таким образом, при растяжении поверхности жидкости ее потенциальная энергия увеличивается, при сокращении — уменьшается.

Определим работу, совершаемую при сокращении поверхности жидкости. С этой целью «натянем» жидкую пленку на проволочную рамку, правая сторона которой, имеющая длину  $l$ , может

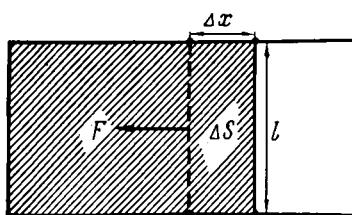


Рис. 111

бодно перемещаться влево от некоторого зафиксированного положения (рис. 111). Тогда под действием постоянной силы поверхностного натяжения эта сторона будет перемещаться влево, а поверхность пленки — сокращаться. Работа  $\Delta A$ , совершенная при сокращении пленки в связи с перемещением стороны рамки на расстояние  $\Delta x$ , выразится формулой

$$\Delta A = F \cdot \Delta x = 2\alpha l \cdot \Delta x = \alpha \cdot \Delta S, \quad (23)$$

где  $\Delta S = 2l \cdot \Delta x$  — изменение площади поверхности пленки. Множитель 2 обусловлен тем, что пленка имеет две поверхности\*.

\* В данном опыте удобно брать мыльную воду, так как, обладая значительной вязкостью, она не стекает с ограничивающих ее жидким поверхностей.

Работа  $\Delta A$  совершается за счет уменьшения потенциальной энергии поверхности пленки. Следует отметить, что при растяжении пленки потенциальная энергия молекул, извлекаемых на поверхность, увеличивается, а их кинетическая энергия (теплового движения) соответственно уменьшается. В результате при растяжении пленка несколько охлаждается. Очевидно, что при сокращении пленка будет нагреваться. Изменение температуры пленки вызовет изменение коэффициента поверхностного натяжения. Чтобы обеспечить неизменность  $\alpha$ , необходимо вести процесс растяжения или сокращения пленки *изотермически*. Для этого надо растягивать или сокращать пленку *медленно*, так чтобы изменение ее температуры успевало компенсироваться путем теплообмена с окружающей средой.

Та часть потенциальной энергии поверхности жидкости, которая может перейти в работу по *изотермическому* сокращению поверхности жидкости, называется *свободной энергией* поверхности жидкости  $\Delta W$ . Из формулы (23) следует, что

$$\Delta W = \Delta A = \alpha \cdot \Delta S.$$

Очевидно, что

*свободная энергия всей поверхности жидкости равна произведению коэффициента поверхностного натяжения на площадь этой поверхности:*

$$W = \alpha S. \quad (24)$$

Из формулы (24) следует другое определение  $\alpha$ :

$$\alpha = W/S. \quad (25)$$

*Коэффициент поверхностного натяжения равен отношению свободной энергии поверхности жидкости к площади этой поверхности.*

Поэтому  $\alpha$  можно еще выражать и в *дюймах на квадратный метр* ( $\text{Дж}/\text{м}^2$ ).

Существование поверхностной пленки можно легко обнаружить, если, например, аккуратно положить на воду лезвие безопасной бритвы: слегка прогнув поверхностную пленку, лезвие останется лежать на ней. В водоемах по поверхностной пленке воды свободно бегают и прыгают насекомые водомерки. Улитка прудовик, имеющая массу до 50 г, ползает по нижней стороне поверхностной пленки воды, как муха по потолку. Наличием поверхностной пленки обусловлено образование пены на воде, представляющей собой скопление множества мелких пузырьков воздуха под этой пленкой: пузырьки приподнимают пленку, не прорывая ее. Слипание мокрых волос, мокрых песчинок и т. п. также связано с жидкими пленками, с их стремлением приобрести *минимальную поверхность*. При соприкосновении

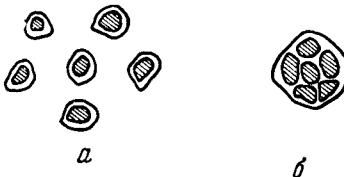


Рис. 112

друг с другом нескольких мокрых песчинок (рис. 112, а) окружающие их тонкие водяные оболочки сливаются в одну (рис. 112, б), поверхность которой меньше суммы поверхностей оболочек на отдельных песчинках. В результате этого комплекс песчинок оказывается прочно стянутым поверхностной пленкой воды.

На поверхностное натяжение жидкости большое влияние оказывают находящиеся в ней примеси. Например, мыло, растворенное в воде, уменьшает ее коэффициент поверхностного натяжения от 0,073 до 0,045 Н/м. Вещество, ослабляющее поверхностное натяжение жидкости, называется *поверхностно-активным*. По отношению к воде поверхностно-активными являются нефть, спирт, эфир, мыло и многие другие жидкые и твердые вещества.

Согласно молекулярной теории, влияние поверхностно-активных веществ объясняется следующим образом. Силы притяжения между молекулами самой жидкости больше сил притяжения между молекулами жидкости и поверхностно-активной примеси. Поэтому расположенные в поверхностном слое молекулы жидкости притягиваются внутрь жидкости сильнее, чем молекулы примеси. В результате молекулы уходят из поверхностного слоя внутрь жидкости, а молекулы поверхностно-активного вещества вытесняются на поверхность.

Некоторые вещества увеличивают поверхностное натяжение жидкости в связи с тем, что их молекулы взаимодействуют с молекулами жидкости сильнее, чем молекулы жидкости между собой. Очевидно, что молекулы таких примесей будут втянуты внутрь жидкости и в поверхностном слое останутся преимущественно молекулы жидкости. По отношению к воде примером такого рода примесей могут служить сахар и соль.

Таким образом, поверхность мыльной воды будет состоять преимущественно из молекул мыла, поверхность водного раствора спирта — из молекул спирта, а поверхность водного раствора сахара — преимущественно из молекул воды.

⊗ Между прочим, на действии поверхностно-активных веществ основан общезвестный способ борьбы с малярийными комарами, состоящий в поливе зараженных водоемов нефтью. Личинка комара живет в воде, но дышит воздухом из атмосферы. Поэтому она подвешивается к поверхностной пленке воды, выставляя наружу свой дыхательный орган. Добавленная в небольшом количестве к воде нефть, будучи поверхностно-активным веществом, значительно ослабляет поверхностную пленку воды\*. Пленка уже не выдерживает тяжести личинки. Личинка погружается на глубину и, лишенная воздуха, погибает. ⊗

Возвращаясь теперь к формуле (24), можно сказать, что уменьшение свободной энергии поверхности жидкости может осуществляться двумя путями: во-первых, сокращением поверхности жидкости и, во-вторых, ослаблением поверхностного натяжения с помощью поверхностно-активных веществ.

\* У нефти  $a = 0,026$  Н/м.

## § 62. Дополнительное давление под искривленной поверхностью жидкости. Формула Лапласа

Под искривленной поверхностью жидкости помимо внутреннего давления создается еще дополнительное давление, обусловленное кривизной поверхности. Представим себе жидкость в трех сосудах, в одном из которых ее свободная поверхность имеет выпуклую форму, в другом — вогнутую и в третьем — плоскую\*. Поскольку поверхностный слой жидкости подобен напряженной пленке, выпуклая поверхность, стремясь сократиться и принять плоскую форму, будет, очевидно, оказывать на жидкость дополнительное давление  $\Delta p$ , направленное так же, как внутреннее давление  $p$  (рис. 113, а). По той же причине под вогнутой поверхностью возникает дополнительное давление, направленное противоположно внутреннему давлению (рис. 113, б). Под плоской поверхностью дополнительного давления не будет (рис. 113, в).

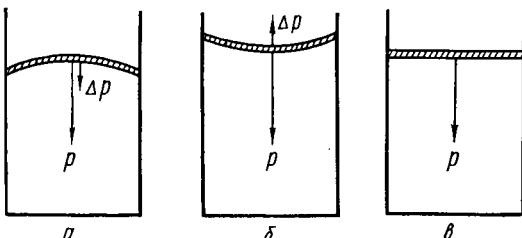


Рис. 113

Естественно предположить, что дополнительное давление должно зависеть от силы поверхностного натяжения жидкости и степени искривленности ее поверхности, иначе говоря, от коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$  и радиуса  $R$  кривизны поверхности. Характер зависимости тоже очевиден:

*дополнительное давление пропорционально коэффициенту поверхностного натяжения и обратно пропорционально радиусу кривизны поверхности жидкости:*

$$\Delta p \sim \frac{\alpha}{R}.$$

Точное выражение для дополнительного давления под жидкой искривленной поверхностью любой формы теоретически вывел в 1805 г. французский математик и физик *П. С. Лаплас*:

$$\Delta p = \pm \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (26)$$

Это выражение называется *формулой Лапласа*. Знак плюс соответствует выпуклой поверхности, знак минус — вогнутой поверх-

\* Условия, при которых возникают такие формы поверхности, рассмотрены в § 63.

ности;  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны двух нормальных сечений поверхности (рис. 114). Если искривленную поверхность пересечь двумя плоскостями ( $A_1O_1B_1$  и  $A_2O_2B_2$ ) так, чтобы они были взаимно перпендикулярны и содержали в себе нормаль  $n$  к поверхности в точке  $M$ , то на поверхности получатся две дуги  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  радиусами  $R_1$  и  $R_2$ ; это и есть радиусы кривизны нормальных взаимно перпендикулярных сечений.

Полусумма  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$  называется средней кривизной поверхности в точке  $M$ . Для всех форм поверхности, которые могут образоваться у жидкости, средняя кривизна остается постоянной для любой пары нормальных взаимно перпендикулярных сечений поверхности в данной точке.

В случае сферической поверхности  $R_1 = R_2 = R$ , поэтому, согласно формуле Лапласа, дополнительное давление

$$\Delta p = \pm \frac{2\alpha}{R}. \quad (27)$$

В случае цилиндрической поверхности следует взять одно сечение поперек цилиндра, другое — вдоль его образующей. Тогда, очевидно,  $R_1 = R$  и  $R_2 = \infty$  (рис. 115). Поэтому дополнительное давление

$$\Delta p = \pm \frac{\alpha}{R}. \quad (28)$$

Наконец, в случае плоской поверхности

$$R_1 = R_2 = \infty \text{ и } \Delta p = \pm \alpha \left( \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} \right) = 0. \quad (29)$$

При большой кривизне поверхности, которая имеет место, например, у очень маленьких капелек, дополнительное давление может быть довольно значительным. Подсчитаем  $\Delta p$  для капельки воды радиусом 0,001 мм:

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R} = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}}{10^{-6} \text{ м}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Отметим, что из капелек данного размера образуются туманы и дымки.

### § 63. Капиллярные явления. Формула Борелли — Жюрена

Рассмотрим некоторые молекулярные явления, обнаруживающиеся на границе соприкосновения жидкости с твердым телом. Если силы сцепления между молекулами жидкости больше, чем между молекулами жидкости и твердого тела, то жидкость стремится уменьшить границу (площадь) своего соприкосновения с твердым телом,

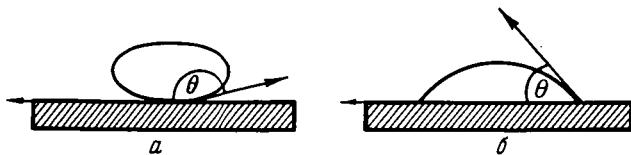


Рис. 116

по возможности отступая от него. Капля такой жидкости на горизонтальной поверхности твердого тела примет форму сплюснутого шара (рис. 116, а)\*. В этом случае жидкость называется *несмачивающей* твердое тело. Угол  $\theta$ , образованный поверхностью твердого тела и касательной к поверхности жидкости, называется *краевым*. Для несмачивающей жидкости  $\theta > 90^\circ$ . Если  $\theta = 180^\circ$ , то наблюдается *полное несмачивание*. Если силы сцепления между молекулами жидкости меньше, чем между молекулами жидкости и твердого тела, то жидкость стремится увеличить границу соприкосновения с твердым телом. Капля такой жидкости примет форму, изображенную на рис. 116, б. При этом жидкость называется *смачивающей* твердое тело; краевой угол  $\theta < 90^\circ$ . При  $\theta = 0$  наблюдается *полное смачивание*; жидкость растекается по всей поверхности твердого тела.

Очевидно, что смачиваемость и несмачиваемость — понятия относительные: жидкость, смачивающая одно твердое тело, может не смачивать другое тело. Например, вода смачивает стекло, но не смачивает парафин; ртуть не смачивает стекло, но смачивает медь.

На смачивании и несмачивании основан широко распространенный в технике метод *флотационного обогащения* руды, т. е. отделения руды от пустой породы. Естественную смесь руды с породой измельчают в порошок и взвешивают в такой жидкости, которая не смачивает руду, но смачивает пустую породу. Одновременно через жидкость продувают воздух. Затем жидкости дают отстояться. При этом смоченные жидкостью частицы породы опускаются на дно. Иначе обстоит дело с частицами руды: жидкость, сокращая границу соприкосновения с поверхностью несмачиваемой частицы руды, «прижимает» к этой частице пузырьки воздуха. В результате частицы руды, «облепленные» пузырьками воздуха, всплывают, как на поплавках, на поверхность жидкости.

Отметим также, что листья и стебли растений не смачиваются водой благодаря покрывающему их тонкому воскообразному налету — *кутикуле*. Именно поэтому не размокают под дождем листья деревьев, стога сена, скирды соломы и т. п.

\* Сплющивание обусловлено действием силы тяжести.

Смачиванием объясняются так называемые *сорбционные явления*: поглощение молекул жидкости или газа поверхностью (*адсорбция*) или всем объемом (*абсорбция*) твердого или жидкого тела. Заметная *абсорбция* обычно имеет место лишь при высоких температуре и давлении, тогда как интенсивная *адсорбция* происходит и при нормальных атмосферных условиях. Как уже отмечалось, смачивающая жидкость растекается тонким, практически мономолекулярным слоем по поверхности твердого тела. Подобным же образом, адсорбируя окружающий газ, твердое тело покрывается мономолекулярной пленкой газа; второй слой газовых молекул уже не удерживается на этой пленке ввиду малости сил сцепления между молекулами газа.

Адсорбирующая способность тела возрастает с увеличением его поверхности. Поэтому особенно хорошо адсорбируют пористые тела, например применявшийся в противогазах *активированный уголь* (уголь, очищенный путем прокаливания от смолистых веществ и измельченный в порошок).

Благодаря адсорбции почва удерживает образующиеся в ней нужные для растений газы — аммиак, сероводород и др. Уничтожение запаха навоза на скотных дворах путем засыпки сухого торфяного порошка также основано на адсорбции.

Небезынтересно отметить, что в условиях невесомости эффект смачиваемости приводит к тому, что вода в закрытом стеклянном сосуде распределя-

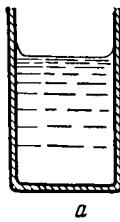


Рис. 117

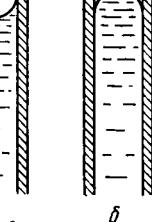
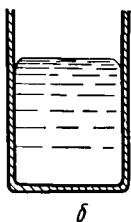


Рис. 118

ется по всем его стенкам, а воздух сосредоточивается в средней части сосуда. Описанный эффект был впервые экспериментально установлен в августе 1962 г. при групповом полете А. Г. Николаева и П. Р. Поповича на космических кораблях «Восток-3» и «Восток-4». ◎

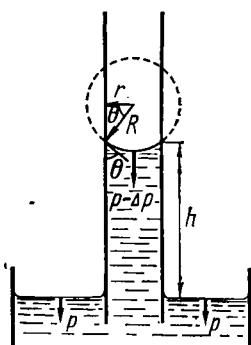


Рис. 119

Согласно изложенному в начале параграфа, поверхность жидкости, налитой в сосуд, должна искривиться вблизи его стенок: приподняться — в случае смачивающей жидкости (рис. 117, а) и опуститься — в случае несмачивающей (рис. 117, б). В узком сосуде краевые искривления охватывают всю поверхность жидкости, делая ее целиком изогнутой: вогнутой — для смачивающей жидкости (рис. 118, а), выпуклой — для несмачивающей (рис. 118, б). Такая изогнутая поверхность называется *мениском*. Узкие сосуды — трубы, щели и т. п. — называются *капиллярами*.

Благодаря большой кривизне мениска под

ним создается значительное избыточное давление, что ведет к поднятию (в случае смачивания) или опусканию (в случае несмачивания) жидкости в капилляре. В самом деле, пусть конец цилиндрического капилляра радиусом  $r$  погружен в смачивающую жидкость (рис. 119). Поверхность жидкости в капилляре примет вогнутую сферическую форму. Внутреннее давление  $\rho$  жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на значение избыточного давления под сферической поверхностью:

$$\Delta p = 2\alpha/R,$$

где  $R$  — радиус кривизны мениска,  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту  $h$ , при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному:

$$h\rho g = 2\alpha/R,$$

откуда

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g R},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение свободного падения. Так как угол между радиусами  $r$  и  $R$  (рис. 119) и краевой угол  $\theta$  равны между собой (как углы со взаимно перпендикулярными сторонами), то  $R = r/\cos\theta$ . Подставляя это выражение в формулу высоты, получим

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g r}. \quad (30)$$

Таким образом,

*высота поднятия смачивающей жидкости в капилляре обратно пропорциональна его радиусу [формула Борелли—Жюрене]\*.*

Очевидно, что формула (29) применима и к случаю опускания несмачивающей жидкости в капилляре.

Величина  $2\alpha/(\rho g)$ , входящая в правую часть формулы Борелли—Жюрене, называется *капиллярной постоянной*; она является важной физико-химической характеристикой жидкости.

В очень тонких капиллярах подъем жидкости может достигать большой высоты. Например, в капилляре диаметром 1 мкм вода ( $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha = 0,073$  Н/м) при условии полного смачивания ( $\theta = 0$ ) поднимется на высоту

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g r} = \frac{2 \cdot 0,073 \cdot 1}{10^3 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} \approx 30 \text{ (м).}$$

⊕ Капиллярные явления играют большую роль в природе и технике. Если, как мы видели ранее, поступление питательных веществ в корневую систему растения регулируется процессом диффузии, то подъем питательного раствора по стеблю или стволу растения в значительной мере обусловлен явлением капиллярности: раствор поднимается по тонким капиллярным трубкам,

\* Формула получена итальянским ученым Д. А. Борелли в 1670 г. и независимо от него английским ученым Жюреном в 1718 г.

образованным стенками растительных клеток. По капиллярам почвы поднимается вода из глубинных в поверхностные слои почвы. Уменьшая диаметр почвенных капилляров путем уплотнения почвы, можно усилить приток воды к поверхности почвы, т. е. к зоне испарения, и этим ускорить высыхивание почвы. Наоборот, разрыхляя поверхность почвы и создавая тем самым прерывистость в системе почвенных капилляров, можно задержать приток воды к зоне испарения и замедлить высыхивание почвы. Именно на этом основаны известные агротехнические приемы регулирования водного режима почвы — *прикатка и боронование*\*. По капиллярам кладки зданий происходит подъем грунтовой воды (при отсутствии гидроизоляции); по капиллярам фитиля поднимаются горючие и смазочные вещества (фитильная смазка); на капиллярности основано использование промокательной бумаги и т. п.

Отметим, наконец, что пчелы извлекают нектар из глубин цветка посредством очень тонкой капиллярной трубы, находящейся внутри пчелиного хоботка. ⊖

### Примеры решения задач

**Задача 33.** Определить вес  $P$  насекомого водомерки, бегающего по поверхности водоема, если известно, что под каждой из шести ножек насекомого образуется полусферическое углубление радиусом  $R = 0,1$  мм.

**Решение.** Поверхностная пленка воды прогибается под ножками водомерки до тех пор, пока сумма силы дополнительного давления искривленной поверхности шести полусферических углублений и выталкивающей силы, равной весу воды в объеме этих углублений, не станет равна весу водомерки. Поэтому, учитывая формулу Лапласа (27) и закон Архимеда, можем написать

$$P = 6S \cdot \Delta p + 6V\rho g = 6\pi R^2 \frac{2\alpha}{R} + 6 \frac{2}{3} \pi R^3 \rho g,$$

где  $\Delta p$  — дополнительное давление, обусловленное полусферическим углублением,  $S$  — площадь диаметрального сечения углубления,  $V$  — объем углубления,  $\rho$  — плотность воды,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\alpha = 0,073$  Н/м — коэффициент поверхностного натяжения воды. Тогда

$$P = 4\pi R(3\alpha + R^2\rho g) = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ м} (3 \cdot 0,073 \text{ Н/м} + \\ + 10^{-8} \text{ м}^2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2) \approx 2,75 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

**Задача 34.** В почвенном монолите за счет его пористости (капиллярности) вода поднялась на высоту  $h = 40$  см. Считая, что поры имеют цилиндрическую форму, а вода полностью смачивает почву, определить диаметр  $d$  почвенных капилляров (пор).

**Решение.** Из формулы Борелли—Жюрена (30) следует, что

$$d = 2r = 4\alpha \cos \theta / (\rho gh),$$

где  $r$  — радиус почвенного капилляра,  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения воды,  $\rho$  — плотность воды,  $\theta = 0$  — краевой угол. Тогда

$$d = \frac{4 \cdot 0,073 \text{ Н/м}}{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 0,4 \text{ м}} = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 74 \text{ мкм.}$$

\* Необходимо, однако, отметить, что рыхление задерживает, а уплотнение ускоряет высыхивание только в почвах с высоким влагосодержанием. При малой влажности высыхание почвы происходит путем испарения воды во всем объеме почвенного слоя и диффузии водяного пара через почвенные поры. В этом случае для предотвращения высыхания почвы надо уменьшить ее пористость (общий объем пор), что достигается путем уплотнения почвы. Наиболее точная оценка влагообеспечения полей производится теперь посредством прогнозатора Саноянца.

## Контрольные вопросы

222. Каков порядок радиуса сферы молекулярного действия?
223. Чем обусловлено внутреннее давление в жидкости? 224. Почему жидкость трудно сжимается?
225. Какую форму примет некоторая масса жидкости в условиях невесомости? 226. Что называется коэффициентом поверхностного натяжения жидкости? В каких единицах он выражается? 227. Как зависит коэффициент поверхностного натяжения жидкости от температуры? Объясните ответ.
228. Почему поверхностно-активные вещества ослабляют поверхностное натяжение жидкости? 229. Что в формуле Лапласа обозначено через  $R_1$  и  $R_2$ ? 230. Два мыльных пузыря различного размера соединены между собой трубкой. Сохраняется ли после этого их размеры? 231. Какие значения имеет краевой угол при полном смачивании и при пол-
- ном несмачивании? 232. При каком условии жидкость смачивает твердое тело? 233. Почему из стеклянного флачона воду можно отмерять каплями, а ртуть — невозможно? 234. Закрытую стеклянную колбу, до половины заполненную водой, помещают в условия невесомости. Как распределится вода в колбе? 235. Как зависит высота поднятия (опускания) смачивающей (несмачивающей) жидкости в капилляре от его радиуса? 236. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения бензина, если высота его поднятия по вертикальной трубке диаметром 0,4 мм составляет 3 см? Плотность бензина  $700 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Смачивание считать полным. 237. Дайте физическое обоснование агротехническим приемам прикатки и боронования почвы, применяемым для регулирования ее влагосодержания.

---

## Глава X. ИЗМЕНЕНИЕ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА [ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ]

---

### § 64. Понятие о фазовых превращениях и диаграмме состояний вещества

Как уже отмечалось ранее (см. § 37), всякое вещество может находиться в трех агрегатных состояниях: твердом, жидком и газообразном. Эти состояния называются также *фазами* вещества\*. От соотношения между средней кинетической и средней потенциальной энергиейми частиц вещества (молекул, атомов, ионов) зависит, в какой именно фазе оно будет находиться (см. § 53), а это соотношение в свою очередь зависит от внешних условий: температуры и давления. При высокой температуре и низком давлении вещество находится

\* Точнее говоря, понятие «фаза» шире, чем понятие «агрегатное состояние». В пределах одного агрегатного состояния вещество может находиться в нескольких фазах (разновидностях), существенно отличающихся друг от друга по своим свойствам, составу и строению. Например, твердое вещество — лед — встречается в пяти различных кристаллических видах (фазах). Газ может находиться в атомно-молекулярном и в ионизованном (плазменном) видах. Плазма в свою очередь имеет несколько разновидностей (газоразрядная, изотермическая и высокотемпературная плазма). В разделе молекулярной физики мы будем употреблять слово «фаза» в смысле агрегатного состояния.

в газообразной фазе, при низкой температуре и высоком давлении — в твердой фазе, промежуточные значения температуры и давления соответствуют жидкой фазе вещества. Таким образом, в конечном счете *фазовые превращения вещества обусловлены изменениями температуры и давления*.

Вместо того чтобы описывать условия (температуру и давление) существования фаз данного вещества посредством числовой таблицы, общепринято пользоваться графиком с координатными осями  $T$  (температура) и  $p$  (давление).

Такой график называется *диаграммой состояний* или *диаграммой равновесия фаз*.

На рис. 120 изображена примерная диаграмма состояний некоторого вещества. Линиями  $AD$ ,  $BD$  и  $CD$  поле диаграммы разделяется на три области, соответствующие условиям существования твердой  $I$ , жидкой  $II$  и газообразной  $III$  фаз. Линии диаграммы называются *кривыми фазового равновесия*. Они соответствуют условиям сколь угодно

долгого сосуществования (равновесия) двух смежных фаз: кривая  $AD$  — сосуществованию твердого тела и жидкости, кривая  $CD$  — жидкости и газа, кривая  $BD$  — твердого тела и газа. Точка  $D$  называется *тройной*; она соответствует условиям сосуществования всех трех фаз вещества. Например, тройная точка воды соответствует одновременному сосуществованию льда, воды и водяного пара, соприкасающихся между собой. Тройная точка воды характеризуется температурой  $T = 273,16$  К и давлением  $p = 610,514$  Па.

Диаграмма равновесия фаз удобна для выяснения вопроса о том, в каком состоянии находится данное вещество при заданных условиях ( $p$  и  $T$ ). Ответ получается сразу же после построения на диаграмме точки по заданным координатам ( $p$ ,  $T$ ). Например, при условиях, соответствующих точке 1, вещество находится в газообразном состоянии, при условиях, соответствующих точке 2, — в твердом состоянии, а при условиях, соответствующих точке 3, — одновременно в твердом и жидком состояниях (равновесие фаз).

На диаграмме удобно изображать также процессы изменения состояния вещества. Например, изобарическое ( $p = \text{const}$ ) нагревание вещества, находящегося в твердом состоянии (точка 4), изображается прерывистой прямой, параллельной оси абсцисс. Эта прямая показывает, что при температуре, соответствующей точке 5, тело начинает плавиться, при более высокой температуре превращается в жидкость, при температуре, соответствующей точке 6, начинает превращаться в газ и при дальнейшем повышении температуры целиком переходит в газообразное состояние.

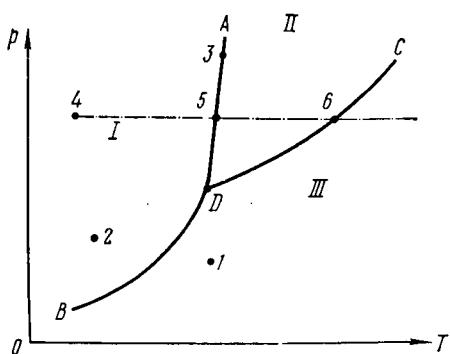


Рис. 120

Фазовые превращения вещества служат ярким примером проявления общего закона диалектического материализма — закона перехода количественных изменений в качественные. Например, постепенное повышение температуры твердого тела ведет к накапливанию в нем количества — к увеличению кинетической энергии молекул тела — с сохранением качества: тело продолжает оставаться в твердом состоянии. На определенной стадии нагревания совершается скачкообразный переход количества в качество: при определенной температуре тело плавится, переходя в качественно новое (жидкое) состояние.

### § 65. Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса

Уравнение Клапейрона — Менделеева (см. § 41) описывает поведение идеального газа, молекулы которого можно рассматривать как материальные точки, не взаимодействующие друг с другом (см. § 42). Молекулы реального газа имеют, как мы знаем, некоторый, хотя и очень малый, размер и связаны между собой силами сцепления, правда, тоже малыми. Однако при низкой температуре или высоком давлении, когда молекулы газа находятся близко друг от друга, пренебрегать их размерами и силами сцепления уже недопустимо. В этих случаях уравнение Клапейрона — Менделеева, т. е. *уравнение состояния идеального газа*, оказывается уже весьма неточным. Чтобы получить *уравнение состояния реального газа*, голландский физик Я. Д. Ван-дер-Ваальс в 1873 г. ввел в уравнение Клапейрона — Менделеева поправки на размер молекул и на действие сил сцепления между ними. Это было сделано следующим образом. В уравнении Клапейрона — Менделеева для моля газа

$$pV_M = RT, \quad (1)$$

где  $V_M$  — объем газа, или, что то же, объем сосуда, предоставленный для движения молекул. У реального газа часть  $b$  этого объема занимают сами молекулы. Поэтому фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газа, меньше  $V_M$  и равен  $V_M - b$ . Подставляя это выражение вместо  $V_M$  в формулу (1), получим

$$p(V_M - b) = RT. \quad (2)$$

Объем  $b$ , занимаемый самими молекулами, больше суммы собственных объемов этих молекул, так как даже при самой плотной упаковке между молекулами остались бы «бесполезные» зазоры, недоступные для движения молекул (рис. 121). В действительности же эти зазоры будут еще большими, так как силы отталкивания не допускают такой плотной упаковки молекул. Расчеты показывают, что объем, занимаемый самими молекулами моля газа, приблизительно равен учтенному собственному объему этих молекул:

$$b = 4\gamma N_A,$$

где  $\gamma$  — собственный объем молекулы,  $N_A$  — постоянная Авогадро.

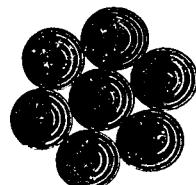
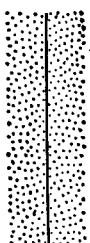


Рис. 121

Давление  $p$  в формуле (1), производимое на идеальный газ стенками сосуда, является внешним. Действие сил притяжения между молекулами реального газа вызывает добавочное сжатие газа, сдавая тем самым добавочное *внутреннее давление*  $p'$ , аналогичное внутреннему давлению жидкости (см. § 61). Поэтому фактическое давление реального газа больше  $p$  и равно  $p + p'$ . Подставляя это выражение вместо  $p$  в формулу (2), получим

$$(p + p')(V_M - b) = RT. \quad (3)$$

  
Нетрудно установить, что внутреннее давление  $p'$  должно быть приблизительно пропорционально квадрату плотности газа. Действительно, разделим газ воображаемой плоскостью на две части (рис. 122) и рассмотрим слои газа, прилежащие к этой плоскости. Очевидно, что сила взаимного притяжения этих слоев пропорциональна числом молекул в каждом из них, т. е. пропорциональна *квадрату* числа молекул газа. Но число молекул пропорционально плотности  $\rho$  газа. Поэтому сила притяжения слоев, а следовательно, и внутреннее давление  $p'$  пропорциональны квадрату плотности:  $p' \sim \rho^2$ . Так как плотность обратно пропорциональна объему, то внутреннее давление обратно пропорционально квадрату объема:

$$p' = a/V_M^2,$$

где  $a$  — коэффициент пропорциональности. Подставляя выражение  $p'$  в формулу (3), получим

$$(p + a/V_M^2)(V_M - b) = RT. \quad (4)$$

Это и есть *уравнение состояния реального газа*, или *уравнение Ван-дер-Ваальса* для моля газа. Преобразуя его так, как это было сделано с уравнением Клапейрона — Менделеева (см. § 44), получим уравнение Ван-дер-Ваальса для любой массы  $m$  газа:

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right) = \frac{m}{M} RT, \quad (5)$$

где  $V$  — объем массы газа,  $M$  — молярная масса газа.

При малых давлениях и высоких температурах объем  $V_M$  становится большим, поэтому  $b \ll V_M$  и  $\frac{a}{V_M^2} \ll p$ , т. е. поправки в уравнении Ван-дер-Ваальса становятся пренебрежимо малыми и оно превращается в уравнение Клапейрона — Менделеева.

Величины  $a$  и  $b$  являются почти постоянными для каждого газа. Например, для азота  $a = 1,35 \cdot 10^{-1}$  Н·м<sup>4</sup>/моль<sup>2</sup>;  $b = 3,85 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/моль. Определяются они экспериментально; надо написать уравнение Ван-дер-Ваальса для двух известных из опыта состояний газа ( $p_1, V_1, T_1$  и  $p_2, V_2, T_2$ ) и решить систему двух уравнений относительно неизвестных  $a$  и  $b$ .

Проведем некоторый анализ уравнения Ван-дер-Ваальса. С этой целью прежде всего составим таблицы зависимости давления от объема газа при постоянной температуре для нескольких значений температуры ( $T_1 > T_2 > T_k > T_3 > T_4$ ). Результаты таких расчетов представлены графически на рис. 123. Полученные кривые — изотермы Ван-дер-Ваальса — оказываются своеобразными: при низкой температуре они имеют волнообразные участки (максимумы и минимумы), при некоторой температуре  $T_k$  на изотерме имеется только точка перегиба  $K$ , при высокой температуре изотермы Ван-дер-Ваальса похожи на изотермы идеального газа (Бойля — Мариотта или Клапейрона — Менделеева).

Математически такой характер изотерм объясняется очень просто. Если привести уравнение Ван-дер-Ваальса к нормальному виду, то оно окажется кубическим уравнением относительно объема  $V_M$ :

$$pV_M^3 - (pb + RT) V_M^2 + aV_M - ab = 0.$$

Кубическое уравнение может иметь либо три вещественных корня, либо один вещественный корень и два мнимых. Очевидно, что первому случаю соответствуют изотермы при низкой температуре (три значения объема газа  $V'_M$ ,  $V''_M$  и  $V'''_M$  отвечают одному значению давления  $p_1$ ), а второму случаю — изотермы при высокой температуре (одно значение объема  $V^*_M$  отвечает одному значению давления  $p^*$ ).

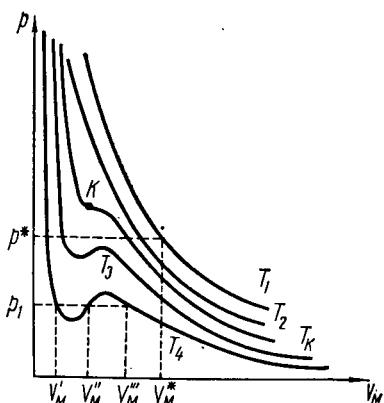


Рис. 123

### § 66. Опыт Эндрюса. Критическая температура

Для практической проверки уравнения состояния реального газа и выяснения физического смысла своеобразного характера изотерм Ван-дер-Ваальса удобно воспользоваться результатами опыта, поставленного в 1869 г. незадолго до теоретических \* исследований Я. Д. Ван-дер-Ваальса английским химиком Т. Эндрюсом.

Эндрюс экспериментировал с углекислым газом  $\text{CO}_2$ . Схема опыта изображена на рис. 124. Под поршнем цилиндра помещался моль углекислого газа. Давление и объем газа при любом положении поршня определялись по манометру  $M$  и шкале объемов  $N$ . Через герметически застекленное окошко  $O$  можно было видеть пространство, занятое газом. Весь цилиндр помещался в термостат, позволяв-

\* Точнее говоря, уравнение Ван-дер-Ваальса получено путем качественно-теоретического обоснования.

ший устанавливать и поддерживать необходимую температуру газа. С помощью этой установки Эндрюс провел с углекислым газом ряд изотермических процессов при различной температуре. Полученные им результаты представлены на рис. 125.

В опыте Эндрюса надо отметить, следующее весьма важное обстоятельство. До тех пор пока газ сжимался при высокой темпера-

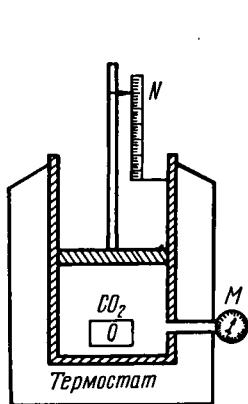


Рис. 124

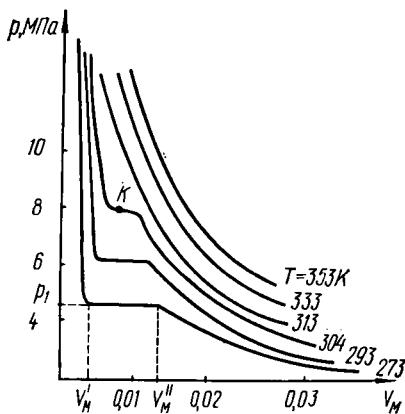


Рис. 125

туре ( $> 304$  К), в пространстве под поршнем не происходило никаких видимых процессов, когда же сжатие производилось при низкой температуре ( $< 304$  К), Эндрюс увидел, что на некоторой стадии сжатия под поршнем появлялись капельки жидкости (туман), оседающие на стенки и стекающие на дно цилиндра. В конце концов весь цилиндр заполнился жидкостью углекислотой. Давление на всей этой стадии, которой соответствуют горизонтальные участки изотерм, оставалось неизменным. Таким образом,

*горизонтальные участки («плато») экспериментальных изотерм соответствуют стадии сжижения газа, совершающегося при постоянном давлении. Иначе говоря, плато соответствует существованию жидкой и газообразной фаз.*

Давление, при котором начинается сжижение газа, зависит от температуры: уменьшается с уменьшением температуры. Это давление называется *упругостью насыщенного пара*\*. Сжижение газа начинается при объеме  $V''$ , соответствующем началу плато. По мере сокращения объема от  $V'_M$  до  $V''_M$  все большее и большее количество газа (точнее, насыщенного пара) переходит в жидкость. При объеме, равном и меньшем  $V'_M$ , вся углекислота находится в жидком состоянии. Жидкость, как мы уже знаем, трудно сжимаема. Поэтому левая ветвь изотермы, соответствующая жидкой фазе, круто поднимается вверх.

\* Несколько позже мы уточним смысл понятий «пар», «насыщенный пар».

Из сравнения экспериментальных (рис. 125) и теоретических (рис. 123) изотерм следует, что они имеют одинаковый вид с той лишь разницей, что превращению газа в жидкость соответствуют: на изотермах Эндрюса — участки плато, а на изотермах Ван-дер-Ваальса — волнообразные участки.

Это в общем несущественное различие объясняется следующим образом. Гребень  $abc$  волн на изотерме Ван-дер-Ваальса соответствует *пересыщенному пару*, упругость которого *больше* упругости насыщенного пара при данной температуре (рис. 126). Впадина  $cdf$  волн соответствует *растянутой жидкости*, давление над которой *меньше* упругости насыщенного пара при данной температуре. Оба эти состояния неустойчивы. Однако при тщательном проведении опыта (газ очищен от посторонних частиц — пылинок, установка не подвергается сотрясениям и колебаниям температуры, жидкость свободна от пузырьков газа и т. д.) удалось получить участки  $ab$  пересыщенного пара и  $df$  растянутой жидкости. При несоблюдении упомянутых предосторожностей пересыщенный пар и растянутая жидкость переходят в насыщенный пар и нормальную жидкость, а волна изотермы превращается в плато.

Состояния, соответствующие участкам  $bc$  и  $cd$ , являются столь неустойчивыми, что их не удается получить экспериментально.

Таким образом, опыт Эндрюса показывает, что уравнение Ван-дер-Ваальса хорошо отражает действительность и что его можно рассматривать как уравнение состояния реального газа, описывающее также состояние жидкости и процесс перехода газа в жидкость.

Вместе с тем необходимо отметить, что уравнение Ван-дер-Ваальса, будучи одним из лучших приближений к уравнению состояния, является все же *приближенным*.

Из опыта Эндрюса и аналогичных опытов с другими газами выяснилось, что газ может быть переведен в жидкое состояние только при температуре, меньшей некоторой *определенной для данного газа температуры*  $T_{kp}$ ; при температуре, большей  $T_{kp}$ , газ нельзя перевести в жидкое состояние никаким давлением. Температура  $T_{kp}$  называется *критической*. Для углекислого газа  $T_{kp} = 304$  К (см. рис. 125). Итак,

*критической называется такая температура, выше которой газ нельзя превратить в жидкость никаким давлением, а ниже которой газ можно превратить в жидкость при некотором давлении, тем меньшем, чем ниже температура.*

Следовательно, газ, находящийся при температуре, большей критической, отличается от газа, находящегося при температуре, меньшей критической. В этой связи

*газ, находящийся при температуре, меньшей критической, называется паром.*

Изучая поверхностное натяжение на границе жидкости и ее пара, Д. И. Менделеев в 1860 г., т. е. еще до исследований Эндрюса

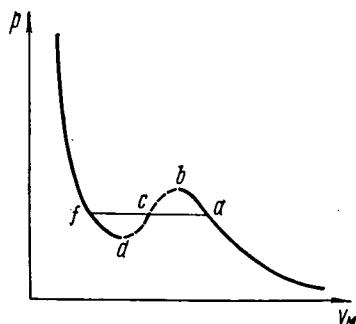


Рис. 126

и Ван-дер-Ваальса, пришел к выводу о существовании критической температуры (названной им *температурой абсолютного кипения*), при которой *различие в свойствах между жидкостью и газом исчезает и коэффициент поверхностного натяжения обращается в нуль*.

Изотерма реального газа, соответствующая критической температуре, точка перегиба  $K$  и соответствующее ей состояние вещества, объем и давление, соответствующие критическому состоянию (координаты точки  $K$ ), называются *критическими* (см. рис. 123).

Исследуя в конце прошлого века критическое состояние вещества, *М. П. Авенариус*, *А. И. Надеждин* и другие определили критические температуры и давления многих газов и газовых смесей:

Вещество	$T_{\text{кр}}, \text{К}$	$p_{\text{кр}}, 10^6 \text{Па}$	Вещество	$T_{\text{кр}}, \text{К}$	$p_{\text{кр}}, 10^6 \text{Па}$
Вода	647	218	Воздух (без $\text{CO}_2$ )	132	38,5
Аммиак	405	112,3	Азот	126	33,4
Углекислота	304	72,7	Водород	33	13,2
Кислород	154	49,7	Гелий	5	2,3

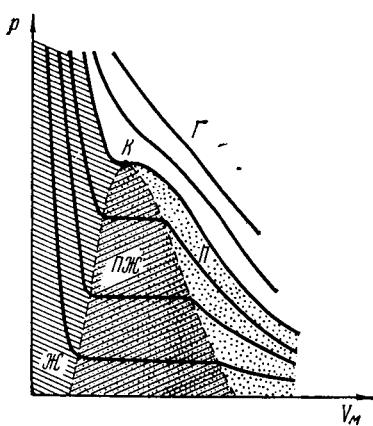


Рис. 127

Из таблицы, где приведены критические температура и давление некоторых веществ, видно, что, например, вода и углекислый газ в нормальных атмосферных условиях находятся при температуре, меньшей критической, и потому могут существовать как в жидком, так и в газообразном (парообразном) состояниях. Воздух и водород в нормальных атмосферных условиях могут существовать только в газообразном состоянии.

На графике изотерм реального газа выделены области, соответствующие газообразной  $\Gamma$ , парообразной  $\Pi$  и жидкой  $\mathcal{J}$  фазам, и область  $\text{ПЖ}$  сосуществования жидкости и насыщенного пара (рис. 127).

### § 67. Сжижение газов. Эффект Джоуля — Томсона

Понятие критической температуры сыграло большую роль в физике низких температур и технике сжижения газов. Благодаря ему стало очевидным, что любой газ можно превратить в жидкость путем сжатия с предварительным охлаждением до температуры, *меньшей* критической.

Сжижать газы начали задолго до исследований Д. И. Менделеева, Т. Эндрюса и Я. Д. Ван-дер-Ваальса. Однако далеко не все газы (азот, кислород, водород, гелий и многие другие) удавалось тогда превращать в жидкость. В связи с этим в середине XIX в. возникло представление, что существует два сорта газов: сжижаемые и несжижаемые («постоянные») газы. Это представление не находило никакого физического объяснения и противоречило общему закону диалектического материализма о переходе количества в качество. С введением понятия критической температуры стали очевидными ошибочность представления о «постоянных газах» и причина неудач с их переводом в жидкое состояние: попытки перевода в жидкое состояние предпринимались при температуре, большей критической, и потому были обречены на неудачу.

Но уже в конце прошлого века швейцарский физик Р. П. Пикте получил жидкое кислород и азот путем их сжатия, предварительно охладив газы до температуры, меньшей критической, посредством жидкой углекислоты, испаряющейся под пониженным давлением (и потому интенсивно охлаждающейся). В 1884 г. польские физики З. Ф. Вроблеский и К. Ольшевский получили жидкий водород, используя в качестве предварительного охладителя кипящий жидкий кислород. Наконец, в 1908 г. голландским физиком Г. Камерлинг-Оннесом был получен жидкий гелий.

В настоящее время все известные газы удалось перевести не только в жидкое, но и в твердое состояние (твёрдый гелий был получен в 1926 г.).

В технике для сжижения газов широко применяется машина Линде\*, основанная на положительном эффекте Джоуля — Томсона. Английские физики Д. П. Джоуль и В. Томсон экспериментально обнаружили, что

*при расширении реального газа в пустоту (т. е. без совершения внешней работы) его температура изменяется [эффект Джоуля — Томсона].*

При этом может быть два случая.

1. При низкой начальной температуре все газы, расширяясь, охлаждаются [положительный эффект Джоуля — Томсона].

2. При высокой начальной температуре все газы, расширяясь, нагреваются [отрицательный эффект Джоуля — Томсона].

Не приводя строгого теоретического доказательства эффекта Джоуля — Томсона, ограничимся некоторым качественным его обоснованием, исходя из характера зависимости результирующей силы взаимодействия молекул от расстояния между ними (см. рис. 68). Внутренняя энергия  $U$  реального газа слагается из кинетической  $W_k$  и потенциальной  $W_p$  энергий его молекул. Если газ расширяется без совершения внешней работы и без теплообмена с окружающей средой, то его внутренняя энергия, согласно закону сохранения энергии, остается неизменной:

$$U = W_k + W_p = \text{const.} \quad (6)$$

1. При низкой начальной температуре среднее расстояние  $r$  между молекулами газа значительно меньше расстояния  $r_{\max}$ , соответствующего максимуму силы притяжения между ними. Поэтому расширение газа, т. е. увеличение расстояния  $r$  между его молекулами, сопровождается увеличением результирующей силы взаимодействия между ними и, следовательно, увеличением потенциальной энергии  $W_p$ . Тогда, согласно формуле (6), кинетическая энергия  $W_k$  должна уменьшаться. Но кинетическая энергия пропорциональна термодинамической температуре  $T$ . Следовательно, уменьшение  $W_k$  будет сопровождаться уменьшением  $T$ . Итак, расширение газа сопровождается его охлаждением.

\* Изобретена в 1895 г. немецким инженером-физиком К. Линде.

2. При высокой начальной температуре  $r > r_{\max}$ . Поэтому расширение газа сопровождается уменьшением результирующей сил взаимодействия между его молекулами и уменьшением потенциальной энергии (по абсолютному значению). При этом, согласно формуле (6), возрастает кинетическая энергия, а следовательно, и температура газа. В этом случае расширение газа сопровождается его нагреванием.

Температурой инверсии называется такое промежуточное значение температуры, при котором любой газ, расширяясь, не будет ни охлаждаться, ни нагреваться\*.

Для подавляющего большинства газов температура инверсии выше нормальной температуры. Поэтому, расширяясь при нормальной температуре, газы охлаждаются.

Исключение составляют водород ( $T_i < 193$  К) и гелий ( $T_i < 15$  К), которые нагреваются, расширяясь при нормальной температуре.

Схема машины Линде представлена на рис. 128. Газ, например воздух, сжимается в компрессоре  $K$  до давления порядка  $2 \cdot 10^7$  Па и охлаждается в холодильнике  $X$  проточной водой (это необходимо в связи с тем, что благодаря положительному эффекту Джоуля — Томсона при сжатии газ нагревается). Затем сжатый воздух проходит по внутренней трубке  $1$  змеевика  $3$  и расширяется на ее конце  $B$  в конденсаторе  $C$  до давления  $10^5$  Па. При этом он охлаждается примерно на 20 К. Расширившийся воздух вновь засасывается в компрессор по внешней трубке  $2$  змеевика, охлаждая вторую порцию сжатого воздуха, текущего по трубке  $1$ . Таким образом, вторая порция газа предварительно охлаждается уже в змеевике на 20 К и затем при расширении в конденсаторе еще на 20 К.

Этот процесс повторяется многократно. Каждая последующая порция расширяющегося воздуха будет, очевидно, охлаждаться сильнее предыдущей на 20 К. В результате воздух охладится до температуры, меньшей критической.

При дальнейшей работе машины часть расширяющегося воздуха будет переводиться в жидкость и стекать на дно конденсатора. Через кран  $a$  жидкий воздух сливается в дьюаровские сосуды для хранения.

Машиной Линде можно переводить в жидкость все газы, у которых температура инверсии выше нормальной (точнее, комнатной).

\* От латинского слова *inversio* — переворачивание. Здесь — в смысле перехода от положительного к отрицательному эффекту Джоуля — Томсона.

Водород и гелий следует предварительно охлаждать до температуры  $T < T_c$ : первый — жидким кислородом, второй — жидким водородом.

Более эффективными установками для сжижения газа являются *демандеры*\* — поршневые машины, в которых газ охлаждается не только за счет расширения, но и за счет совершения внешней работы по передвижению поршня. На этом же принципе работает сконструированный *П. Л. Капицей* турбодетандер, в котором газ, сжатый *всего лишь* до  $5 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5$  Па, охлаждается, совершая работу по вращению турбины.

⊖ Жидкий воздух имеет широкое практическое применение. В технике из него получают чистый кислород. Дело в том, что азот, имеющий более низкую критическую температуру, чем кислород (см. табл. на с. 210), улетучивается из жидкого воздуха раньше кислорода. Поэтому через несколько дней в дьюаровском сосуде с жидким воздухом остается один кислород. Путем фракционного испарения жидкого воздуха получают также инертные газы, входящие в его состав: гелий, неон, аргон, криpton, ксенон и радон.

Занимая сравнительно малый объем\*\*, жидкий воздух удобен для зарядки дыхательной аппаратуры, используемой при высотных и космических полетах; кроме того, жидкий воздух применяется в реактивных двигателях в качестве компонента топливной смеси.

Как источник низкой температуры жидким воздухом используется при производстве вакуумной аппаратуры и при изучении свойств тел при низких температурах.

В смеси с органическим горючим материалом (нефтью, керосином, толченым углем и т. д.) жидким воздухом образует взрывчатое вещество — *оксиликвит*, по силе взрыва не уступающий динамиту и применяемый при подрывных работах (в горном деле, в дорожном строительстве и т. п.).

Интересно отметить, что простейшие организмы, замороженные жидким воздухом, не утрачивают своей жизнеспособности. ⊖

### § 68. Испарение и конденсация. Кипение

Средняя кинетическая энергия молекул жидкости зависит от температуры — возрастает с ее повышением. Однако в связи с хаотичностью теплового движения даже при невысокой температуре всегда имеются отдельные молекулы с повышенной скоростью, а следовательно, и с повышенной кинетической энергией. Они могут преодолеть силы притяжения со стороны других молекул и, «прорвав» поверхностную пленку жидкости, вылететь наружу — перейти в пар. Этот процесс называется *испарением*. Потеря молекул, обладающих большой кинетической энергией, ведет к уменьшению внутренней энергии жидкости. Поэтому испарение сопровождается охлаждением жидкости. Чтобы испарение происходило при постоянной температуре, необходимо подводить к жидкости теплоту извне.

\* От французского слова *défendre* — уменьшить давление. Первый детандер был создан в 1902 г. французским физико-химиком *Клодом*.

\*\* При нормальном давлении жидкий воздух занимает примерно в 1000 раз меньший объем, чем такая же масса газообразного воздуха при нормальных условиях.

*Удельной теплотой испарения называется величина, равная отношению количества теплоты, необходимого для превращения жидкости в пар при данной температуре, к массе этой жидкости.*

Например, для воды  $\lambda = 2,5 \cdot 10^6$  Дж/кг = 2,5 МДж/кг при 0°C.

Испарение жидкости происходит при любой температуре. Очевидно, однако, что с повышением температуры интенсивность испарения должна возрастать, так как при этом повышается кинетическая энергия молекул, что облегчает им «прорыв» поверхностной пленки жидкости.

По этой же причине удельная теплота испарения должна уменьшаться с повышением температуры. Действительно, для воды  $\lambda = 2,26 \cdot 10^6$  Дж/кг = 2,26 МДж/кг при 100°C.

Хаотически движущиеся молекулы пара, подлетая к поверхности жидкости, могут попасть в сферу действия сил притяжения ее молекул и перейти в жидкость (как бы утонуть в ней). Этот процесс называется *конденсацией*. При конденсации жидкость нагревается, так как влетающие в нее молекулы пара возвращают ей повышенную кинетическую энергию, унесенную при испарении. Удельная теплота конденсации равна удельной теплоте испарения.

Процессы испарения и конденсации идут одновременно. Если преобладает первый из них, то количество жидкости уменьшается, а количество пара над ней увеличивается. Если же преобладает второй процесс, то имеет место обратная картина. Если число молекул, покидающих жидкость за 1 с, равно числу молекул, возвращающихся в нее за то же время из пара, то наступает *динамическое равновесие*: количество жидкости и пара остается неизменным.

*Пар, находящийся в равновесии с жидкостью, называется насыщенным.*

На диаграмме состояний (см. рис. 120) этому состоянию соответствует кривая CD. Давление (упругость) насыщенного пара возрастает с повышением температуры, так как при этом возрастают число вылетающих молекул (т. е. плотность пара) и их кинетическая энергия. Это также отражено на упомянутой диаграмме состояний (наклоном кривой CD).

Если упругость насыщенного пара станет равной внешнему (атмосферному) давлению, то характер испарения существенно изменится: испарение будет происходить не только с поверхности жидкости, но и во всем ее объеме. Внутри жидкости начинают возникать пузырьки пара, всплывающие на поверхность и разрывающиеся над ней. Этот очень интенсивный процесс испарения называется *кипением*. Соответствующая ему температура называется *температурой кипения*. Таким образом,

*температура кипения жидкости зависит от внешнего давления: возрастает с повышением давления.*

Это свойство широко используется в технике для повышения температуры кипения жидкости (паровые машины высокого давления, автоклавы и т. п.). С уменьшением внешнего давления температура кипения понижается. Известно, например, что в высокогорной

местности вода закипает при температуре, меньшей  $100^{\circ}\text{C}$  (на высоте 5 км — при  $82^{\circ}\text{C}$ ).

Закипанию жидкости способствуют пузырьки воздуха, обычно находящиеся в ней. Эти пузырьки выполняют роль свободного пространства внутри жидкости, в котором происходит испарение. Пока упругость пара остается меньшей внешнего давления, пузырьки воздуха находятся в сжатом состоянии. Когда же упругость насыщенного пара станет равной внешнему давлению, пузырьки начинают быстро расширяться за счет суммарного давления пара и воздуха, устремляются вверх и прорывают поверхность жидкости. Жидкость, не содержащая пузырьков воздуха, закипает при некотором перегреве, причем кипение начинается у стенок сосуда, поскольку на них всегда имеется адсорбированный воздух.

Если нагревать жидкость в герметически закрытом сосуде, то по мере повышения температуры плотность жидкости будет уменьшаться (за счет расширения), а плотность пара — увеличиваться (за счет повышения упругости насыщения). При этом коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha$  и удельная теплота испарения  $\lambda$  будут, как мы уже знаем, уменьшаться (за счет уменьшения сил сцепления между молекулами). Наконец, при температуре, равной критической, плотность жидкости будет равна плотности насыщенного пара, а  $\alpha$  и  $\lambda$  станут равными нулю. Различие между жидкостью и паром исчезает; вещество превратится в газ (см. § 66).

В таком случае понятию критической температуры можно дать еще одно определение.

*Критической называется такая температура, при которой плотность жидкости и ее насыщенного пара становятся одинаковыми.*

До сих пор мы предполагали, что образующийся при испарении насыщенный пар остается над жидкостью. Если же этот пар будет уноситься в окружающее пространство (путем диффузии или благодаря воздушным потокам), то насыщения и динамического равновесия не наступит: жидкость будет все время испаряться, причем тем интенсивнее, чем быстрее уносится прочь ее пар. Такое явление имеет место, например, при испарении с открытых водных бассейнов (рек, озер и т. п.). Особенно интенсивно идет испарение в жаркое время при сильном ветре.

⊕ Испарение и конденсация играют исключительно важную роль в процессах влагооборота и теплообмена на земном шаре. Благодаря испарению воды с поверхности водных бассейнов и с поверхности Земли воздух всегда содержит некоторое (переменное) количество водяного пара. Воздух, как говорят, всегда влажен. ⊕

Влажность воздуха описывается следующими основными характеристиками.

*Абсолютная влажность — это масса водяного пара, отнесенная к объему воздуха, в котором она содержится.*

*Абсолютная влажность  $a$  обычно выражается в граммах на кубический сантиметр ( $\text{г}/\text{см}^3$ ).*

*Максимальная влажность — это масса водяного пара, которая соответствовала бы насыщению при данной температуре, отнесенная к объему воздуха, в котором она содержится.*

Максимальная влажность  $E$  зависит только от температуры. Относительная влажность — это выраженное в процентах отношение абсолютной влажности к максимальной:

$$f = \frac{a}{E} \cdot 100\%.$$

Точка росы — это точка, соответствующая температуре, при которой пар, находящийся в воздухе, становится насыщенным.

Точка росы характеризует начало конденсации водяного пара.

⊕ При конденсации водяного пара в атмосфере образуются: на поверхности Земли и наземных предметах — роса, в приземном слое воздуха — туман, в свободной атмосфере — облака. Дождь, выпадающий из облаков, вновь возвращается на Землю испарившуюся с нее воду. Этот кругооборот воды сопровождается кругооборотом теплоты, поскольку в районах, где происходит испарение воды, поглощается огромное количество теплоты, а в районах, где происходит конденсация пара, эта теплота выделяется. Испарением, например, объясняется умеренность климата приморских районов.

Испарение и конденсация регулируют теплообмен и влагообмен животных и растительных организмов. Человеческий организм, например, испаряет за сутки от 1 до 2 кг воды. Излишний нагрев организма сопровождается, как известно, обильным потовыделением. Испарение пота с поверхности кожи и сопутствующее ему поглощение теплоты предотвращают перегрев организма. Растения испаряют воду поверхностью листьев. В связи с этим растения засушливых районов имеют обычно маленькие и немногочисленные листья или даже совсем лишены их. Кроме того, листья этих растений зачастую бывают покрыты тончайшими серебристыми волосками («пушком»), которые затрудняют «пропитывание» поверхности листа и, следовательно, замедляют процесс испарения. ⊕

### § 69. Упругость насыщенного пара над искривленной поверхностью жидкости и над раствором

Представим себе вогнутую ( $a$ ), выпуклую ( $b$ ) и плоскую ( $c$ ) поверхности жидкости, вблизи которых находится молекула пара (рис. 129). Очевидно, что молекула, находящаяся над вогнутой поверхностью, притягивается жидкостью сильнее, а молекула, находя-

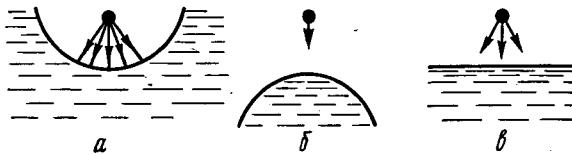


Рис. 129

щаяся над выпуклой поверхностью, — слабее, чем молекула, находящаяся на том же расстоянии над плоской поверхностью жидкости. Это обстоятельство затрудняет испарение с вогнутой поверхности и облегчает испарение с выпуклой поверхности по сравнению с испарением с плоской поверхности. Поэтому в случае ( $a$ ) динамическое

равновесие жидкости с паром должно наступить при меньшей упругости пара, чем в (б). Следовательно,

*упругость насыщенного пара над вогнутой поверхностью жидкости меньше, а над выпуклой — больше, чем над плоской поверхностью.*

Изменение упругости  $\Delta p$  насыщенного пара над сферической поверхностью (по сравнению с плоской) можно определить исходя из следующих соображений. Пусть в жидкость, налитую в закрытый сосуд, погружен конец *полностью* смачиваемой капиллярной трубы радиусом  $r$  (рис. 130). Тогда в трубке на высоте  $h$  создается вогнутый мениск; радиус кривизны которого также равен  $r$ . В сосуде находится насыщенный пар жидкости. Давление этого пара на уровне плоской поверхности обозначим  $p$ , а на уровне  $h$ , т. е. над мениском, —  $p_1$ . В связи с тем что в поле силы тяжести давление газа (и пара) уменьшается с высотой,  $p_1$  меньше  $p$  на величину веса столбика пара высотой  $h$  и площадью поперечного сечения 1 см<sup>2</sup>:

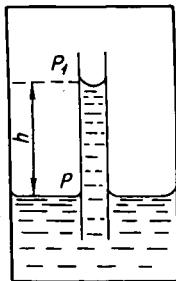


Рис. 130

$$\Delta p = p - p_1 = \rho_n g h,$$

где  $\rho_n$  — плотность пара.

Согласно формуле Борелли — Жюрена (см. § 63), в случае полного смачивания

$$h = \frac{2\alpha}{r\rho g},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $\alpha$  — коэффициент поверхностного напряжения. Тогда

$$\Delta p = \rho_n g \frac{2\alpha}{r\rho g} = \frac{2\alpha}{r} \frac{\rho_n}{\rho}.$$

Аналогичный расчет для несмачиваемого капилляра покажет, что упругость насыщенного пара над выпуклой поверхностью на такое же значение больше, чем над плоской поверхностью. Поэтому

$$\Delta p = \pm \frac{2\alpha}{r} \frac{\rho_n}{\rho} \quad (7)$$

(знак плюс соответствует случаю выпуклой поверхности, знак минус — случаю вогнутой поверхности).

⊕ Зависимость упругости насыщенного пара от кривизны поверхности жидкости обусловливает целый ряд важных метеорологических явлений. Прежде всего следует отметить, что в свободной атмосфере нет тех *плоских поверхностей*, на которых мог бы конденсироваться водяной пар, насыщенный относительно плоской водной поверхности. Конденсация же пара на отдельных молекулах газов, входящих в состав воздуха, невозможна: крайне малому размеру (радиусу) этих молекул соответствует очень большая упругость на-

сыщеннного пара, не встречающаяся в реальной атмосфере\*. Между тем возникновение облаков свидетельствует о том, что конденсация водяного пара в атмосфере происходит. Дело в том, что пар конденсируется на *атмосферных ядрах конденсации*: пылинках, частицах дыма, кристалликах морской соли и других мелких «посторонних» частицах, всегда взвешенных в воздухе в достаточном количестве. Адсорбируя молекулы водяного пара, эти ядра покрываются мономолекулярной пленкой воды, уподобляясь, таким образом, *водяным капелькам достаточно крупного размера*. Для дальнейшей конденсации пара на таких капельках уже не требуется больших пересыщений ( $\Delta p$ ). Особенно активно действуют в этом отношении электрически заряженные ядра конденсации (атмосферные ионы) и гигроскопические растворимые в воде ядра.

Между прочим, сущность известного агротехнического приема защиты растений от заморозков путем «задымления» полей, огородов и садов состоит не только в том, что излучение теплоты с почвы задерживается пеленой *самого дыма*. Немаловажную роль здесь может играть конденсация пара на частицах дыма (как на активных ядрах конденсации), приводящая к образованию плотного приземного тумана и сопровождающаяся выделением *теплоты конденсации*.

Если в водяном паре находятся две капельки воды различного размера, причем пар является насыщенным относительно более крупной капельки, то наблюдается следующее интересное явление. Относительно меньшей капельки пар, согласно формуле (7), оказывается *ненасыщенным* и капелька начинает испаряться. Благодаря этому упругость пара увеличивается, он становится *пересыщенным* относительно крупной капельки и конденсируется на ней. Таким образом, крупная *капелька растет за счет мелкой*. Такая «перекачка» воды с мелких капелек на более крупные происходит в облаках и является одним из способов укрупнения облачных капелек до размера дождевых капель.

«Перекачку» влаги с мелких капель на крупные можно наблюдать под микроскопом, если подышать на слегка охлажденное предметное стекло, чтобы на нем образовались капли воды.

Дополнительная упругость насыщенного пара над искривленной поверхностью жидкости обусловливает *капиллярную конденсацию* на почве. Почвенные капилляры, как правило, смачиваются водой, поэтому почвенная вода образует в них вогнутые мениски. Пар, не насыщенный относительно плоской поверхности, может оказаться пересыщенным относительно менисков воды в почвенных капиллярах и начнет конденсироваться на них.

Если в жидкости растворено какое-нибудь нелетучее вещество (например, сахар в воде), то упругость ее насыщенного пара *понижается*. Это можно объяснить тем, что число молекул жидкости на единице поверхности раствора меньше, чем на единице поверхности чистой жидкости (часть поверхности занята молекулами растворенного вещества). Поэтому уменьшается число испаряющихся молекул и, следовательно, понижается упругость насыщенного пара.  $\Theta$

В 1886 г. французский химик Ф. М. Рауль установил, что *понижение упругости насыщенного пара над раствором пропорционально числу молекул растворенного вещества, отнесенного к объему раствора, и не зависит от их химического состава [закон Рауля]*:

\* Рассматривая молекулу газа как сферическую частицу радиусом  $r = 10^{-9}$  м и полагая  $\alpha = 73 \cdot 10^{-3}$  Н/м;  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_n = 0,8$  кг/м<sup>3</sup>, получим для дополнительной упругости насыщенного водяного пара над такой сферой

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{r} \frac{\rho_n}{\rho} = \frac{2 \cdot 73 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}}{10^{-9} \cdot 10^3} \approx 1,2 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Упругость же водяного пара в атмосфере не превышает  $10^3$  Па.

$$\Delta p_1 = p \frac{n_1}{n + n_1},$$

где  $p$  — упругость насыщенного пара над чистым растворителем,  $n_1$  — число молей вещества, растворенного в  $n$  молях растворителя.

Закон Рауля хорошо выполняется для слабых (идеальных) растворов.

Из закона Рауля следует, что температура кипения у раствора выше, чем у чистого растворителя, так как раствор надо нагреть сильнее растворителя, чтобы упругость насыщенного пара над ним стала равной внешнему давлению (см. § 68).

## § 70. Плавление и затвердевание [криSTALLизация].

### Возгонка

Опыт показывает, что всякое кристаллическое твердое вещество переходит в жидкое состояние при вполне определенной температуре. Этот процесс называется

*плавлением*, а соответствующая ему температура — *температурой плавления*. Ход плавления во времени  $t$  представлен на рис. 131. По мере сообщения теплоты кристаллу его температура  $T$  сначала повышается, а затем, когда он нагреется до температуры плавления  $T_{\text{пл}}$ , начнется его превращение в жидкость. При этом, несмотря на продолжающееся нагревание,

*температура вещества остается постоянной*, равной  $T_{\text{пл}}$ . Когда весь кристалл расплавится, температура расплава (т. е. жидкости) опять начнет повышаться. При охлаждении жидкости наблюдается обратная картина (нисходящая ветвь кривой 1). Сначала температура жидкости понижается; затем начинается кристаллизация, происходящая при *неизменной температуре*. Когда вся жидкость полностью кристаллизуется, температура кристалла опять начнет понижаться. Горизонтальные участки кривой 1 соответствуют сосуществованию жидкой и кристаллической фаз вещества. Температура кристаллизации равна температуре плавления.

Подобный характер процессов плавления и кристаллизации объясняется следующим образом. По мере нагревания вещества кинетическая энергия его молекул возрастает, но остается недостаточной для того, чтобы преодолеть прочные связи, упорядочивающие расположение молекул, и разрушить кристаллическую решетку. Поэтому температура вещества повышается, но оно продолжает оставаться в кристаллическом состоянии. Когда кристалл нагрева-

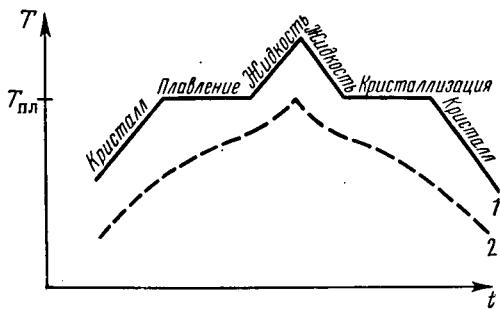


Рис. 131

ется до температуры плавления, кинетическая энергия его молекул станет достаточной для разрушения кристаллической решетки. Начнется плавление. Вся теплота, сообщаемая веществу, пойдет теперь на совершение работы по разрушению решетки. Поэтому температура остается постоянной до тех пор, пока не расплавится весь кристалл. После этого сообщаемое количество теплоты пойдет опять на увеличение кинетической энергии молекул вещества и его температура опять начнет повышаться. Если во время плавления прекратить подачу теплоты извне, то процесс плавления приостановится: наступит динамическое равновесие между кристаллической и жидкой фазами.

Аналогично объясняется и характер процесса кристаллизации. Совершая работу по застройке кристаллической решетки, молекулярные силы возвращают в виде теплоты ту энергию, которая была затрачена на разрушение решетки при плавлении. Поэтому, несмотря на продолжающееся охлаждение кристаллизуемого вещества, его температура остается постоянной.

*Количество теплоты, необходимое для расплавления единицы массы кристаллического вещества при температуре плавления, называется удельной теплотой плавления.*

Для льда, например,  $r = 3,35 \cdot 10^5$  Дж/кг.

Аморфные твердые тела не имеют определенной температуры плавления, они переходят в жидкое состояние постепенно при непрерывном повышении температуры (рис. 131; кривая 2). Это вполне согласуется с представлением об аморфном теле как об очень вязкой (переохлажденной) жидкости (см. § 53). Между аморфным твердым телом и жидкостью *нет качественного различия*.

Для упорядоченного расположения молекул вещества (его кристаллизации) требуется некоторое время. Если жидкость охлаждается быстро, то возрастающая при этом вязкость может воспрепятствовать размещению молекул в необходимом порядке и тогда вместо кристалла образуется аморфное твердое тело. Наличие в жидкости готовых кристалликов (*ядер кристаллизации*) облегчает и ускоряет процесс кристаллизации жидкости (подобно тому, как наличие ядер конденсации облегчает и ускоряет конденсацию водяного пара в атмосфере). Поэтому, например, в сахарном производстве в сироп засыпают сахарную пудру.

Температура плавления зависит от внешнего давления: для большинства веществ она несколько *увеличивается с повышением давления*, как это видно на диаграмме состояний вещества (см. рис. 120), где кривая равновесия фаз *AD* имеет небольшой наклон вправо. Однако некоторые (немногие) вещества, в том числе лед, чугун, висмут, сурьма, составляют исключение: у них температура плавления уменьшается с повышением давления. Дело в том, что у этих веществ объем при плавлении *уменьшается* (а не увеличивается, как у всех остальных). Повышение внешнего давления способствует уменьшению объема этих веществ, помогает плавлению, в результате чего температура плавления уменьшается. У льда, например, это уменьшение равно приблизительно 1 К на 13 МПа.

Почему же названные вещества сжимаются при плавлении и, следовательно, расширяются при кристаллизации? Причина лежит в особенностях структуры этих веществ: их кристаллические решетки имеют большие пустоты. Например, в кристаллической решетке льда имеются широкие шестиугольные каналы (рис. 132), которые при плавлении льда заполняются молекулами воды и объем вещества уменьшается. Поэтому вода плотнее льда. При  $0^{\circ}\text{C}$  плотность льда  $920 \text{ кг}/\text{м}^3$ , а плотность воды  $999,9 \text{ кг}/\text{м}^3$ ; максимальную плотность, равную  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ , вода имеет при  $4^{\circ}\text{C}$ .

◎ Рассмотренное свойство воды играет чрезвычайно большую роль в нашей жизни. Поверхностный слой воды, охлаждаясь ниже  $4^{\circ}\text{C}$ , становится менее плотным и остается на поверхности, благодаря чему задерживается осенне «выхолаживание» водоема. Наоборот, при весеннем нагреве воды верхние слои, как более плотные, опускаются на дно, ускоряя прогревание водоема. Лед, плавая на воде, предохраняет водоемы от промерзания их до дна. Отметим также, что расширение воды (льда) при замерзании в трещинах горных пород ведет к их постепенному разрушению. ◎

Испарение происходит не только с поверхности жидкости, но и с поверхности всех твердых тел. Этот процесс называется *возгонкой* или *сублимацией*.

Интенсивно возгоняются такие «пахучие» вещества, как нафталин, камфара и некоторые другие. Наглядным примером возгонки льда может служить высыхание мокрого белья на морозе. Однако большинство твердых тел возгоняется крайне слабо, так как прочные связи между упорядоченно расположеннымными частицами кристалла делают отрыв частиц от его поверхности весьма затруднительным. С увеличением температуры интенсивность возгонки повышается, достигая максимума при температуре тройной точки  $D$  (см. рис. 120). Но для большинства веществ нормальная температура ( $0^{\circ}\text{C}$ ) значительно ниже их тройных точек.

При возгонке, как и при испарении, вещество охлаждается. Удельная теплота возгонки  $S$  равна сумме удельных теплот плавления  $r$  и испарения  $\lambda$ . Например, для воды при  $0^{\circ}\text{C}$

$$S = r + \lambda = 3,35 \cdot 10^5 + 25 \cdot 10^5 = 28,35 \cdot 10^5 \text{ (Дж}/\text{кг}).$$

Процессом, противоположным возгонке, является *непосредственная* (без перехода в жидкость) кристаллизация насыщенного пара. Именно таким путем растут в атмосфере снежинки.

#### Примеры решения задач

**Задача 35.** Какую температуру  $T$  имеет масса кислорода  $m = 3,5 \text{ г}$ , занимающего объем  $V = 90 \text{ см}^3$  при давлении  $p = 2,84 \text{ МПа}$ ? Постоянные величины для кислорода имеют значения:  $a = 1,36 \cdot 10^{-1} \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ ;  $b = 3,16 \times 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

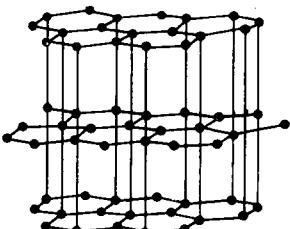


Рис. 132

**Решение.** Газ, находящийся под высоким давлением, необходимо считать реальным (см. § 42, 65) и применять к нему уравнение Ван-дер-Ваальса (5):

$$\left( p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2} \right) \left( V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT,$$

где  $M = 0,032$  кг/моль — молярная масса кислорода. Тогда

$$T = \frac{1}{R} \left( p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2} \right) \left( \frac{M}{m} V - b \right) = \frac{1}{8,32 \text{ Дж/(К·моль)}} \left( 2,84 \cdot 10^6 \text{ Па} + \frac{1,225 \cdot 10^{-6} \text{ кг}^2 \cdot 1,36 \cdot 10^{-1} \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2}{1,024 \cdot 10^{-3} \text{ кг}^2/\text{моль}^2 \cdot 8,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^6} \right) \cdot \left( \frac{0,032 \text{ кг/моль} \cdot 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3}{3,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}} - 3,16 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль} \right) = 289 \text{ К; } t = 16^\circ \text{ С.}$$

Для сравнения определим теперь температуру кислорода по уравнению Клапейрона — Менделеева, рассматривая данный газ как идеальный. Тогда

$$T = \frac{M}{m} = \frac{pV}{R} = \frac{0,032 \text{ кг/моль} \cdot 2,84 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3}{3,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К·моль)}} \approx 281 \text{ К; } t = 8^\circ \text{ С.}$$

Следовательно, применение уравнения Клапейрона — Менделеева к реальному газу ведет к значительной неточности в расчете параметров этого газа.

**Задача 36.** Автомобиль буксовал на заснеженной дороге в течение времени  $t = 4$  мин, расходуя на буксование мощность  $N = 14,7$  кВт. Какое количество снега, имевшего температуру  $0^\circ \text{ С}$ , растаяло за это время? Удельная теплота плавления снега  $r = 3,5 \cdot 10^5$  Дж/кг.

**Решение.** Энергия буксования автомобиля, равная  $Nt$ , перешла посредством трения в теплоту, расплавившую снег при  $0^\circ \text{ С}$  и равную  $rt$ . Поэтому

$$rt = Nt;$$

$$m = \frac{Nt}{r} = \frac{14,7 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot 4 \cdot 60 \text{ с}}{3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}} = 10,53 \text{ кг.}$$

**Задача 37.** Какое количество теплоты  $Q$  потребуется для сушки массы  $m = 10\,000$  кг свежих фруктов, если масса готовой продукции составляет 20% от массы свежих фруктов? Начальная температура фруктов  $t_1 = 20^\circ \text{ С}$ , температура в сушилке  $t_2 = 80^\circ \text{ С}$ . Удельная теплота испарения воды  $\lambda = 2,3 \times 10^6$  Дж/кг при  $80^\circ \text{ С}$ . Удельная теплоемкость воды  $c = 4,19 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К).

**Решение.** Для высыпивания фруктов необходимо, во-первых, нагреть их от  $20$  до  $80^\circ \text{ С}$ , затратив на это количество теплоты  $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$ , и, во-вторых, испарить содержащуюся в них воду массой ( $m - 0,2 m$ ) =  $0,8 m$ , израсходовав энергию  $Q_2 = 0,8 \lambda m$ . Поэтому

$$Q = Q_1 + Q_2 = cm(t_2 - t_1) + 0,8 \lambda m = m [c(t_2 - t_1) + 0,8 \lambda] = \\ = 10^4 \text{ кг} [4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)} \cdot 60 \text{ К} + 0,8 \cdot 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}] = 209 \cdot 10^8 \text{ Дж.}$$

### Контрольные вопросы

238. Чем обусловлены фазовые превращения вещества? 239. Кому агрегатному состоянию вещества соответствует тройная точка на диаграмме равновесия фаз?

240. Какие и чем обусловленные поправки вносят в уравнение Клапейрона — Менделеева при выводе из него уравнения Ван-дер-Ваальса? 241. Почему поправка  $b$  (в урав-

нении Ван-дер-Ваальса) на объем, занимаемый самими молекулами газа, больше суммы собственных объемов молекул? 242. Уравнением какой степени относительно объема является уравнение Ван-дер-Ваальса? 243. Какое условие является необходимым для превращения газа в жидкость (посредством сжатия)? 244. Какому состоянию вещества соответствует участок плато на экспериментальной (или волнобразный участок на теоретической) изотерме реального газа? 245. Почему принято говорить «водяной пар», а не «водяной газ», тогда, как, например, кислород принято называть газом, а не паром? 246. Каков принцип устройства и действия машины Линде для сжижения газов? 247. Почему испарение жидкости сопровождается ее охлаждением? 248. Что называется удельной теплотой испарения? 249. Какой пар называют насыщенным? Как его упругость зависит от давления? 250. Чем кипение жидкости отличается от ее испарения? 251. Мож-

но ли вызвать кипение жидкости, не нагревая ее? 252. Чему равна относительная влажность воздуха, содержащего насыщенный водяной пар? 253. Какую роль играет выделение пота организмом животного при высокой температуре окружающей среды? 254. Дайте физическое объяснение аэрогенетического приема «задымления» полей, городов и садов с целью защиты растений от заморозков. 255. Две водяные капельки различного размера помещены близко друг от друга в водяной пар, насыщенный относительно крупной капельки. Что произойдет с ними? 256. Сформулируйте закон Рауля. 257. Почему температура кристаллического тела в процессе его плавления остается постоянной? 258. Почему при растворении поваренной соли в воде температура раствора понижается? 259. Почему вода при кристаллизации (замерзании) расширяется? Какое практическое значение имеет эта ее особенность?

---

## Глава XI. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

---

### § 71. Некоторые общие понятия термодинамики.

#### Первое начало термодинамики

Термодинамика изучает количественные закономерности превращения энергии в различных процессах (тепловых, механических, электрических, магнитных и др.), обусловленного тепловым (беспорядочным) движением молекул.

При этом она не касается микроструктуры изучаемых объектов и совершающихся в них микропроцессов.

Уже в первой половине XIX в. перед теплотехникой со всей остройностью встал вопрос об увеличении экономической эффективности тепловых машин, решение которого требовало глубокого знания законов энергетических превращений, в первую очередь превращения теплоты в механическую работу. В связи с этим требованием теплотехники возникла и начала быстро развиваться термодинамика.

С некоторыми вопросами термодинамики мы уже встречались в предшествующих главах курса. Темплота и температура (см. § 39), газовые процессы (см. § 41), теплоемкости веществ (см. § 46, 56), испарение и плавление (см. § 68, 70) — все это вопросы, относящиеся к области термодинамики. Следует отметить, что современная термодинамика затрагивает широкий круг вопросов, представляющих

интерес для всех естественных наук и для философии в целом. В этой главе рассмотрены только основные законы термодинамики и некоторые термодинамические процессы.

Термодинамика построена в основном на двух фундаментальных законах, полученных из многовекового опыта человеческой деятельности и называемых *началами термодинамики*. *Первое начало* описывает количественную и качественную стороны процессов превращения энергии; *второе начало* позволяет судить о направлении этих процессов.

Прежде всего ознакомимся с некоторыми из основных понятий термодинамики.

*Термодинамической системой называется макроскопическое тело (или группа тел), которому свойственны процессы, сопровождающиеся переходом теплоты в другие виды энергии и обратные процессы.*

Примером термодинамической системы может служить газ, заключенный в цилиндр под поршнем. В систему могут входить электрическое, магнитное и гравитационное поля. Отвлекаясь от этих полей, мы ограничимся рассмотрением простейших однородных систем — газов, жидкостей и изотропных твердых тел.

Если внешние условия неизменны, то термодинамическая система, оказавшаяся в этих условиях, приходит через некоторое время в состояние, при котором в ней прекращаются всякие *макроскопические изменения*. Такое состояние называется *термодинамическим равновесием*. При термодинамическом равновесии состояние системы в целом может описываться следующими тремя параметрами: *температурой*  $T$ , *давлением*  $p$  и *объемом*  $V$ . Эти параметры связаны между собой зависимостью, которую в общем виде можно выразить уравнением

$$f(T, p, V) = 0,$$

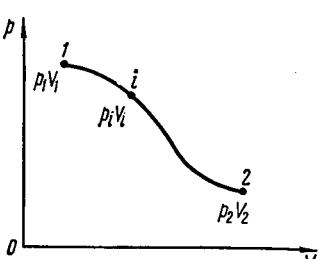


Рис. 133

называемым *уравнением состояния системы*. Для идеального газа таковым является уравнение Клапейрона — Менделеева (см. § 41), для реальных газов и жидкостей — уравнение Ван-дер-Ваальса (см. § 65). Для твердых тел общее уравнение состояния пока не установлено. Если известны любые два параметра состояния системы, например  $p$  и  $V$ , то третий параметр  $T$  можно вычислить по уравнению состояния. Именно на этом основаны (см. § 39, 41) способы определения температуры.

Переход системы из одного состояния  $p_1, V_1, T_1$  в другое  $p_2, V_2, T_2$  называется *термодинамическим процессом*. На диаграмме состояний (с координатными осями, например  $p$  и  $V$ ) состояние системы изображается точкой  $p_i, V_i$ , а процесс — кривой линией 12 (рис. 133). При этом подразумевается, что в каждом данном состоянии системе

мы — начальном 1, промежуточных  $i$  и конечном 2 — значения температуры и давления должны быть *одинаковыми для всех точек (частей) системы*. Иначе говоря, в каждом из этих состояний система должна находиться в *термодинамическом равновесии*. Между тем, например, во время быстрого сжатия газа давление в его части, прилегающей к поршню, будет *несколько больше*, а во время быстрого расширения — *меньше*, чем в остальных его частях. Во избежание этой неоднородности (неравномерности) системы термодинамические процессы должны протекать *медленно* (в принципе — бесконечно медленно)\*.

*Процесс перехода системы из состояния 1 в состояние 2 (см. рис. 133)* называется *обратимым*, если возможен процесс перехода системы из 2 в 1, при котором система, пройдя последовательно, но в обратном порядке, через все состояние  $i$  первого процесса, вернется в начальное состояние 1, после чего ни в системе, ни в окружающей среде не останется никаких изменений; в противном случае процесс называется *необратимым*.

Иначе говоря,

*процесс перехода системы из состояния 1 в 2 обратим, если возможен процесс перехода системы из 2 в 1, в результате которого полностью ликвидируются следы обоих процессов как в окружающей среде, так и в самой системе.*

Примером обратимого процесса могло бы служить колебание маятника, если бы оно происходило без трения: в течение одного периода колебания маятник возвратился бы в начальное положение, причем ни в окружающей среде, ни в системе (маятнике) не осталось бы следов от произошедших за этот период изменений. Все чисто механические процессы, происходящие *без трения*, были бы обратимыми. Однако трение неустранимо. Поэтому часть механической энергии системы всегда переходит в теплоту и *безвозвратно* рассеивается в окружающей среде. Следовательно, механические процессы необратимы.

*Вообще в природе нет обратимых процессов.* Наглядным примером необратимости реальных процессов являются процессы *теплообмена и расширения газа в пустоту*. Теплота самопроизвольно переходит от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой, но обратный самопроизвольный процесс не имеет места. Газ самопроизвольно расширяется в пустоту, но обратный процесс — самопроизвольное сжатие — не имеет места. Здесь дело не в том, что эти процессы *самопроизвольно* необратимы. Их нельзя обратить и посредством внешнего воздействия. Например, при расширении газа в пустоту он не совершает внешней работы и, следовательно, его

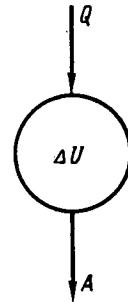


Рис. 134

\* Практически понятие «медленно» означает, что время совершения процесса должно быть *не меньше времени релаксации* (так называется время, в течение которого устанавливается термодинамическое равновесие системы; оно пропорционально размерам системы).

внутренняя энергия не изменяется. Сожмем теперь газ до первоначального объема, совершая внешнюю работу  $A$  против силы давления газа. При этом внутренняя энергия газа возрастает на величину, равную работе  $A$ , и температура газа повысится. Через некоторое время газ отдаст избыток теплоты окружающей среде и примет первоначальную температуру. В результате, хотя газ и вернулся в первоначальное состояние, во внешней среде появилось и сохранилось изменение: часть ее механической энергии превратилась в теплоту. Следовательно, процесс расширения газа впустую является необратимым.

Итак, обратимые процессы — понятие идеализированное. Однако их изучение представляет значительный интерес, поскольку в целом ряде конкретных задач идеальные процессы с большой степенью точности можно рассматривать как обратимые.

*Обратимый процесс есть идеализированная модель реальных процессов, необходимая для успешного изучения последних.*

Перейдем теперь к рассмотрению первого начала термодинамики. Допустим, что некоторая система (например, газ, заключенный в цилиндр под поршнем), обладающая внутренней энергией  $U_1$ , получила количество теплоты  $Q$  и, перейдя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией  $U_2$ , совершила внешнюю работу  $A$  (рис. 134). Условимся в дальнейшем считать количество теплоты положительным, когда оно подводится к системе, а работу — положительной, когда система совершает ее против внешних сил. Опыт неоспоримо доказывает, что при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии системы  $U_2 - U_1$  будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты  $Q$ , полученным системой, и работой  $A$ , совершенной системой:

$$U_2 - U_1 = Q - A, \text{ или } Q = (U_2 - U_1) + A.$$

Введем обозначение:  $U_2 - U_1 = \Delta U$ . Тогда

$$Q = \Delta U + A. \quad (!)$$

Эта формула и есть математическое выражение первого начала термодинамики\*. Следовательно,

*все количество теплоты, переданное системе, идет на изменение внутренней энергии системы и совершающую системой работу [первое начало термодинамики].*

Учитывая, что  $Q$  и  $A$  эквивалентны энергии, можно сформулировать первое начало так:

*будучи несозидающей и неуничтожимой, энергия может видоизменяться.*

В такой формулировке первое начало термодинамики представляет собой общее выражение закона сохранения и превращения энергии (см. § 18).

\* Предполагается, что  $Q$  и  $A$  выражаются в тех же единицах, что и  $\Delta U$ .

Если система *периодически* возвращается в исходное состояние, то изменение ее внутренней энергии  $\Delta U = 0$ . Тогда, согласно первому началу термодинамики (1),

$$A = Q.$$

Это означает, что невозможно создать периодически действующий механизм, который совершил бы работу, превышающую получаемую им энергию.

*Воображаемый механизм, совершающий работу, большую получаемой энергии, называется вечным двигателем первого рода.*

Тогда можно сказать, что

*вечный двигатель первого рода невозможен [первое начало термодинамики].*

В этой связи интересно отметить, что открытие первого начала термодинамики положило конец многочисленным, но бесплодным попыткам построить вечный двигатель.

Если система, получая бесконечно малое количество теплоты  $dQ$ , претерпевает бесконечно малое изменение внутренней энергии  $dU$ , то и совершаемая ею работа будет бесконечно малой —  $dA$ . В этом случае выражение (1) первого начала термодинамики запишется в дифференциальном виде:

$$dQ = dU + dA. \quad (2)$$

## § 72. Работа, совершаемая при изменении объема газа.

### Адиабатические процессы

Представим себе газ, расширяющийся в цилиндре под поршнем от объема  $V_1$  при давлении  $p_1$  до объема  $V_2$  при давлении  $p_2$ .

На графике этот процесс изображается кривой линией 12 (рис. 135). Рассмотрим маленький интервал расширения  $\Delta V$ , для которого давление можно считать приблизительно постоянным и равным  $p$ . Работа, совершаемая газом при малом расширении, равна произведению  $p \cdot \Delta V$  [см. рис. 77 и формулу (21')]. На графике видно, что эта работа графически равна площади узкой полоски ширины  $\Delta V$ . Разбивая полное изменение объема от  $V_1$  до  $V_2$  на  $n$  малых интервалов:  $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3, \dots, \Delta V_n$ , получим, очевидно, что

*полная работа, совершаемая при изменении объема газа, графически равна сумме площадей всех  $n$  полосок, т. е. равна площади, ограниченной кривой 12, ординатами  $p_1$  и  $p_2$  и осью абсцисс:*

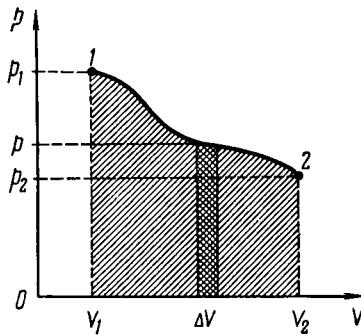


Рис. 135

$$A = \sum_{i=1}^{t=n} p_i \cdot \Delta V_i.$$

Если теперь перейдем от конечных малых интервалов  $\Delta V$  к бесконечно малым интервалам  $dV$ , то работа на каждом из этих интервалов будет бесконечно малой и равной

$$dA = p \cdot dV. \quad (3)$$

Интегрируя последнее равенство в пределах от  $V_1$  до  $V_2$ , получим выражение полной работы, совершающейся при изменении объема газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV. \quad (4)$$

Пользуясь последним выражением, рассчитаем работу, совершающуюся при *изотермическом* изменении объема одного моля идеального газа. Согласно закону Клапейрона — Менделеева,

$$p = RT/V.$$

Подставляя это выражение  $p$  в формулу (4) и учитывая, что при изотермическом процессе  $T = \text{const}$ , получим

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT (\ln V_2 - \ln V_1),$$

или окончательно

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (5)$$

Еще проще рассчитывается работа *изобарического* ( $p = \text{const}$ ) изменения объема газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p (V_2 - V_1).$$

Кроме уже знакомых нам изобарического и изотермического процессов изменения объема газа существует *адиабатический процесс*.

*Адиабатическими называются процессы, происходящие при отсутствии теплообмена между системой и окружающей средой.*

В этом случае  $dQ = 0$  и формула (2) первого начала термодинамики принимает вид

$$dA = -dU. \quad (6)$$

Знак минус показывает, что при адиабатическом расширении внутренняя энергия системы уменьшается: *система совершает работу за счет своей внутренней энергии*. В случае адиабатического сжатия внутренняя энергия системы *увеличивается* за счет работы, совершающейся внешними силами. Поэтому  $dU$  будет *положительно*, но

зато  $dA$  примет *отрицательное* значение (см. § 71) и равенство (6) остается справедливым.

Рассмотрим адиабатический процесс в системе, состоящей из одного моля идеального газа, помещенного в цилиндр, стенки и поршень которого *абсолютно нетеплопроводны*. Как известно [см. § 46, (20)], внутренняя энергия моля идеального газа

$$U = C_V T, \quad (7)$$

где  $C_V$  — молярная теплоемкость при постоянном объеме,  $T$  — температура. Так как  $C_V$  — постоянная величина, то, дифференцируя равенство (7), получим

$$dU = C_V \cdot dT. \quad (8)$$

Подставляя в формулу (6) выражения  $dA$  из формулы (3) и  $dU$  из формулы (8), получим

$$p \cdot dV = -C_V \cdot dT.$$

Используя закон Клапейрона — Менделеева, заменим  $p$  на  $RT/V$ :

$$\frac{RT}{V} dV = -C_V \cdot dT, \text{ или } \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}.$$

Из последнего равенства следует, что *адиабатическое изменение объема газа сопровождается изменением его температуры*.

Интегрируя это равенство в пределах от  $V_1$  до  $V_2$  и соответственно от  $T_1$  до  $T_2$ , получим

$$\frac{R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = - \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T},$$

откуда

$$\frac{R}{C_V} (\ln V_2 - \ln V_1) = \ln T_1 - \ln T_2,$$

или

$$\ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{R/C_V} = \ln \frac{T_1}{T_2}.$$

Потенцируя последнее равенство и учитывая [см. § 44, (23) и (25)], что

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \gamma - 1,$$

получим

$$\left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (9)$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad (10)$$

$$TV^{1-1} = \text{const.} \quad (11)$$

Формула (11) выражает закон *Пуассона*<sup>\*</sup>, описывающий адиабатические процессы в идеальном газе:

при адиабатическом расширении газа его температура понижается, а при сжатии — повышается [закон Пуассона].

Для осуществления адиабатических процессов необходима *абсолютная теплоизоляция* системы от окружающей среды. Наоборот, для осуществления изотермических процессов необходимо обеспечить *абсолютную теплопроводность*<sup>\*\*</sup> между системой и средой. Однако в природе нет ни абсолютных теплоизолятов, ни абсолютных теплопроводников. Поэтому реальные процессы изменения объема газа могут быть только близкими к адиабатическим (если теплообмен между системой и средой незначителен) или к изотермическим (если теплообмен между системой и средой хороший).

Для практического осуществления процессов, близких к адиабатическим, возможны два пути: 1) очень быстрое изменение объема газа и 2) изменение объема очень большой массы газа. В обоих случаях не успевает произойти значительного теплообмена между системой (газом) и окружающей средой, что равносильно наличию хорошей теплоизоляции между ними.

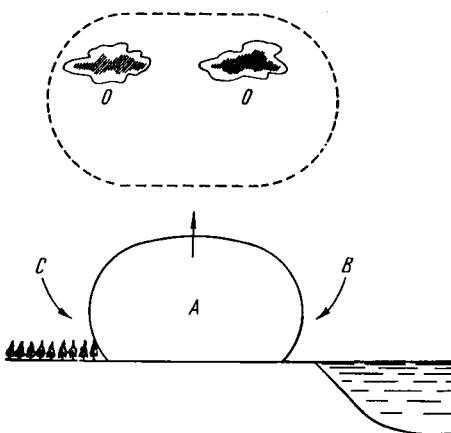


Рис. 136

Примером адиабатического процесса, осуществляемого первым путем, может служить *быстрое* накачивание велокамеры насосом. Значительное количество теплоты, выделяющееся при многократном частом сжатии воздуха, не успевает переходить в окружающую среду, в результате чего насос, как известно, заметно нагревается.

Адиабатическими можно считать такие процессы, как расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания. Особенно отчетливо выражен адиабатический характер процесса сжатия в дизеле. Дизель не имеет зажигания: *адиабатическое* нагревание смеси при сжатии приводит к ее самовоспламенению.

Что касается адиабатических процессов в *больших массах* газа, то они весьма распространены в природе. Если, например, большой участок вспаханного поля *a* граничит с водным участком (рис. 136). Расположенная над этим участком воздушная масса *A* также нагреется сильнее соседних масс *B* и *C* и, сделавшись более легкой, начнет

\* По имени французского физика С. Д. Пуассона.

\*\* Т. е. полный теплообмен между системой и средой, совершающийся *мгновенно*.

подниматься (конвекция). Так как давление в атмосфере убывает с высотой, то по мере подъема воздушная масса будет *расширяться*, и, следовательно, *адиабатически охлаждаться*. Когда ее температура понизится до точки, соответствующей точке росы, водяной пар, находящийся в воздушной массе, начнет конденсироваться на ядрах конденсации. Образуются *кучевые облака* *O*, типичные для полуденного времени жаркого дня и потому называемые также «облаками хорошей погоды». ⊖

Возвратимся к закону Пуассона и прибавим формуле (11) несколько иной вид, выразив температуру через давление. Так как, согласно уравнению Клапейрона — Менделеева,

$$T = pV/R,$$

то, подставляя это выражение температуры в формулу (11), получим  $pVV^{\gamma-1}/R = \text{const}$  или

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (12)$$

(поскольку  $R \cdot \text{const} = \text{const}$ ). Формула (12) представляет собой *закон Пуассона*, связывающий изменения объема и давления газа при адиабатическом процессе.

Установим, наконец, зависимость между давлением и температурой газа при адиабатическом процессе. Для этого запишем уравнения Пуассона для двух состояний газа:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{и} \quad \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \frac{p_1}{p_2}.$$

Возведя второе равенство в степень  $(\gamma - 1)/\gamma$  и сравнивая результат возвведения с первым равенством, получим

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{или} \quad \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = \frac{T_1}{T_2}$$

откуда следует, что

$$Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{const} \quad (12')$$

Пользуясь законами Пуассона (12) и Бойля — Мариотта ( $pV = \text{const}$ ), представим на графике адиабатический и изотермический процессы (рис. 137). Оказывается, что адиабата 1 идет *круче* изотермы 2. Это объясняется тем, что при изотермическом расширении давление газа уменьшается только за счет увеличения объема, тогда как при адиабатическом расширении оно уменьшается и за счет увеличения объема, и за счет понижения температуры.

В заключение выразим работу *A*, совершающую газом при адиабатическом процессе, в результате которого температура газа изменяется от

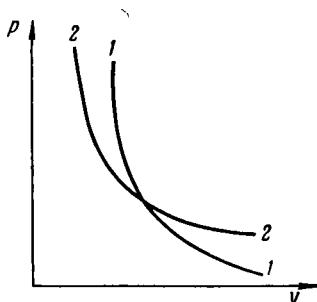


Рис. 137

$T_1$  до  $T_2$ . Объединяя формулы (6) и (8), получим для элементарной работы

$$dA = -C_V \cdot dT.$$

Интегрируя последнее равенство, найдем

$$A = - \int_{T_1}^{T_2} C_V \cdot dT = -C_V (T_2 - T_1),$$

или окончательно

$$A = C_V (T_2 - T_1). \quad (13)$$

*Работа, совершаемая газом при адиабатическом процессе, пропорциональна изменению температуры газа.*

### § 73. Цикл Карно. Второе начало термодинамики

Положение о необратимости процессов в природе (см. § 71), указывающее *направление* этих процессов, представляет собой одно из общих выражений второго начала термодинамики. Более конкретную формулировку и математическое выражение второго начала можно получить из рассмотрения цикла Карно, с которым мы ознакомимся, введя предварительно понятие о *круговом процессе*.

*Круговым процессом или циклом называется процесс, в результате которого система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние.*

Очевидно, что на графике круговой процесс изобразится *замкнутой* кривой линией (рис. 138).

*Работа, совершаемая при круговом процессе, графически равна площади  $a1b2$ , ограниченной этой замкнутой линией.*

Поясним данное утверждение, полагая для определенности, что системой является некоторая масса газа. Цикл состоит из двух последовательных процессов: расширения ( $a \rightarrow 1 \rightarrow b$ ) и сжатия ( $b \rightarrow 2 \rightarrow a$ ) газа. В соответствии с графическим представлением работы, рассмотренным в § 72 (см. рис. 135), работа  $A_1$ , совершаемая газом при расширении, выражается площадью фигуры  $da1bc$ ; эта работа положительна (см. § 71). На тех же основаниях работа  $A_2$ , совершаемая при сжатии газа, выражается площадью фигуры  $da2bc$  и будет отрицательной. Тогда работа, совершенная при круговом процессе,

$$A = A_1 - A_2$$

выразится разностью площадей фигур  $da1bc$  и  $da2bc$ , т. е. площадью фигуры, ограниченной замкнутой линией  $a1b2$ . Если круговой процесс идет по часовой стрелке ( $a \rightarrow 1 \rightarrow b \rightarrow 2 \rightarrow a$ ), то работа будет

положительной (так как  $A_1 - A_2 > 0$ ); если же круговой процесс идет против часовой стрелки ( $a \rightarrow 2 \rightarrow b \rightarrow 1 \rightarrow a$ ), то отрицательной (так как  $A_2 - A_1 < 0$ ).

Если в результате цикла совершается некоторая работа  $A$ , то система, периодически повторяющая такой цикл, называется *машиной*.

В 1824 г. французский инженер *Н. Л. С. Карно* теоретически рассмотрел работу идеальной тепловой машины, состоящей из одного моля идеального газа (рабочее тело), заключенного в цилиндр под поршнем, нагревателя и холодильника. Эта система периодически совершает обратимые циклы, состоящие из двух изотермических ( $1 \rightarrow 2$  и  $3 \rightarrow 4$ ) и двух адиабатических ( $2 \rightarrow 3$  и  $4 \rightarrow 1$ ) процессов (рис. 139). Стенки цилиндра и поршень абсолютно нетеплопроводны, а дно цилиндра абсолютно теплопроводно. Однако с помощью абсолютно нетеплопроводной крышки  $K$ , прикладываемой ко дну цилиндра, можно было сделать весь цилиндр абсолютно нетеплопроводным. Трение и тепловые потери в системе полностью отсутствуют.

Проследим за работой этой идеальной тепловой машины, получившей название *цикла Карно*. Изменения состояния системы будем изображать на диаграмме, а положения поршня в цилиндре — на схеме (рис. 139).

1. Газ находится в сжатом состоянии  $1$  ( $p_1, V_1, T_1$ ), поршень — в положении  $1$ . Чтобы обеспечить изотермическое расширение газа, приведем дно цилиндра в тепловой контакт с нагревателем  $H$ , находящимся при температуре  $T_1$ .

2. Когда газ расширится до состояния  $2$  ( $p_2, V_2, T_1$ ), уберем нагреватель  $H$  и, закрыв дно крышкой  $K$ , предоставим газу возможность закончить расширение адиабатически до состояния  $3$  ( $p_3, V_3, T_2$ ). Совершая работу по расширению, газ охладится, поэтому  $T_2 < T_1$ .

3. Чтобы завершить цикл, т. е. вернуть газ в начальное состояние  $1$ , а поршень — в исходное положение  $1$ , необходимо совершить внешнюю работу сжатия газа. Будем сначала сжимать газ изотермически до состояния  $4$  ( $p_4, V_4, T_2$ ), заменив крышку холодильником  $X$  (при температуре  $T_2$ ). Причем состояние  $4$  надо выбрать заранее с таким расчетом, чтобы из него по адиабате  $4 \rightarrow 1$  можно было перевести газ в начальное состояние  $1^*$ .

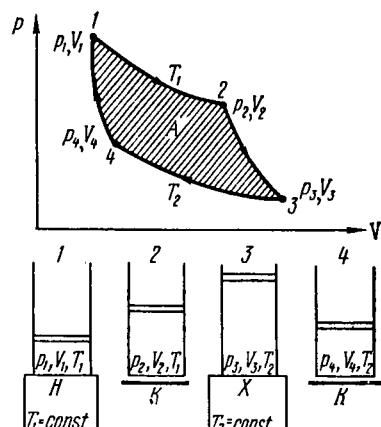


Рис. 139

\* Из графика видно, что на изотерме  $T_2 = \text{const}$  всегда найдется точка  $4$ , соединяемая с точкой  $1$  некоторой адиабатой.

4. Завершим сжатие газа до начального состояния 1 ( $p_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$ ) адиабатически, заменив холодильник крышкой  $K$ .

Цикл закончен и может быть затем многократно повторен. На участке  $1 \rightarrow 2$  газ совершил работу  $A_1$  по изотермическому расширению, получив от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = A_1$ . На участке  $2 \rightarrow 3$  газ совершил работу  $A'$  по адиабатическому расширению за счет своей внутренней энергии. На участке  $3 \rightarrow 4$  внешние силы совершили работу  $A_2$  по изотермическому сжатию газа; при этом он отдал холодильнику количество теплоты  $Q_2 = A_2$ . Наконец, на участке  $4 \rightarrow 1$  внешние силы совершили работу  $A''$  по адиабатическому сжатию газа, повысив его внутреннюю энергию.

Так как газ вернулся в первоначальное состояние, то изменение его внутренней энергии  $\Delta U = 0$ . Тогда [см. (1)] полученное газом в результате всего цикла количество теплоты  $Q_1 - Q_2$  должно быть равно совершенной им за время цикла работе:

$$Q_1 - Q_2 = A_1 + A' - A_2 - A''. \quad (14)$$

Нетрудно, показать, что  $|A'| = |A''|$ . Действительно, оба адиабатических процесса ( $2 \rightarrow 3$  и  $4 \rightarrow 1$ ) осуществлялись в одном и том же интервале температур ( $T_1 \rightarrow T_2$  и  $T_2 \rightarrow T_1$ ). Тогда [см. (13)] будут одинаковыми и совершаемые при этих процессах работы. Поэтому формула (14) примет вид

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2 = A, \quad (15)$$

где  $A$  — суммарная работа, совершаемая за весь цикл и численно равная площади  $1234$ , ограниченной графиком цикла. Так как цикл проводился по часовой стрелке, то эта работа *положительна*. Итак,

*в результате цикла газ, получив количество теплоты  $Q_1$  от нагревателя и передав часть этого количества теплоты  $Q_2$  холодильнику, совершил внешнюю работу, равную*

$$A = Q_1 - Q_2. \quad (16)$$

Зададимся вопросом: может ли рассматриваемая тепловая машина совершать работу только за счет получения количества теплоты  $Q_1$  от нагревателя, не отдавая части количества теплоты  $Q_2$  холодильнику? Иными словами, можно ли теплоту  $Q_1$  целиком превращать в работу? Очевидно, что при отсутствии холодильника процесс  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  можно было бы замкнуть (т. е. получить цикл) только посредством обратного процесса  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Площадь такого цикла, а следовательно, и совершаемая работа будут равны нулю. Таким образом, отдача части теплоты  $Q_2$  холодильнику является *необходимым условием* совершения работы. Но тогда [см. (16)]

$$A < Q_1, \quad (17)$$

т. е. рассматриваемая тепловая машина не может все полученное количество теплоты целиком переводить в работу. Как показывают опыт и выводы из всей термодинамики, это невозможно не только для данной машины, но и *вообще*.

Невозможен периодически действующий механизм, который все получаемое от нагревателя количество теплоты целиком переводил бы в работу; часть этого количества теплоты должна быть отдана холодильнику [второе начало термодинамики].

Формулы (16) и (17) являются его математическими выражениями. Таким образом, тепловая машина должна работать по схеме, представленной на рис. 140.

Воображаемый механизм, превращающий все количество теплоты в работу, называется вечным двигателем второго рода.

Его осуществление дало бы человечеству неисчерпаемый источник энергии, поскольку запасы теплоты на Земле практически неограничены. За счет одного только количества теплоты, содержащегося в воде морей и океанов, можно было бы с помощью вечного двигателя второго рода приводить в движение машины всех фабрик и заводов в течение многих тысячелетий. Причем за первые 1700 лет такой «перекачки» теплоты температура воды в океане понизилась бы в среднем на одну сотую долю кельвина.

Однако, как мы видели, вечный двигатель второго рода противоречит второму началу термодинамики. Поэтому можно сказать, что *вечный двигатель второго рода невозможен* [второе начало термодинамики].

Рассчитаем теперь коэффициент полезного действия  $\eta$  идеальной тепловой машины. Он равен отношению полезной работы к совершенной, т. е. с учетом формулы (15)

$$\eta = \frac{A}{A_1} = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (18)$$

Принимая во внимание формулу (5), можем написать

$$\eta = \frac{RT_1 \ln(V_2/V_1) - RT_2 \ln(V_3/V_4)}{RT_1 \ln(V_2/V_1)}. \quad (19)$$

Но [см. (9)]

$$\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_4}, \quad \text{или} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Поэтому все логарифмы в формуле (19) оказываются одинаковыми и могут быть сокращены. Тогда формула (19) примет вид

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (20)$$

или

$$\eta = 1 - T_2/T_1. \quad (21)$$

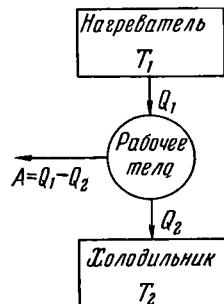


Рис. 140

Следовательно,

$$\eta < 1. \quad (22)$$

Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины меньше единицы\*.

Для его повышения необходимо увеличить разность температур нагревателя и холодильника. Возьмем такие наиболее благоприятные реально возможные условия:  $T_1 = 500$  К (паровой котел высокого давления) и  $T_2 = 250$  К (воздушное охлаждение в зимнее время). В этом случае

$$\eta = (500 - 250)/500 = 0,5 = 50\%.$$

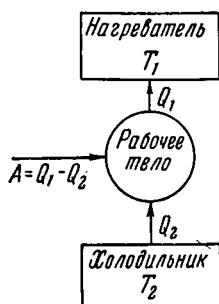


Рис. 141

Понятно, что реальные тепловые машины благодаря трению и неизбежным тепловым потерям имеют значительно меньший коэффициент полезного действия (поршневая паровая машина — до 20%, паровая турбина — до 30% и двигатель внутреннего сгорания — до 45%).

Обратный цикл Карно ( $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ) можно использовать в качестве идеальной холодильной машины, работающей по схеме, представленной на рис. 141 ( $T_1 > T_2$ ). За счет работы  $A$  внешних сил газ (рабочее тело) отнимает от холодильника количество теплоты  $Q_2$  и передает нагревателю количество теплоты  $Q_1$ .

## § 74. Энтропия

Из формул (18) и (20) следует, что

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

или

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Учтем теперь, что  $Q_2$  как количество теплоты, отдаваемое рабочим веществом холодильнику, является отрицательным (см. § 71). Тогда левую часть последней формулы можно записать в виде алгебраической суммы:

\* Из формулы (21) видно, что коэффициент полезного действия мог бы быть равен единице только в двух случаях:  $T_1 = \infty$  и  $T_2 = 0$ . Однако создать нагреватель с бесконечно высокой температурой или холодильник с температурой, равной 0 К, безусловно, невозможно.

$$\frac{Q_2}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (23)$$

Отношение теплоты, переданной рабочему веществу (или рабочим веществом), к термодинамической температуре, при которой происходила эта передача, называется *приведенной теплотой*. Из формулы (23) следует, что

для цикла Карно алгебраическая сумма приведенных теплот равна нулю.

Покажем, что это положение справедливо для любого обратимого кругового процесса  $A \rightarrow a \rightarrow B \rightarrow b \rightarrow A$  (рис. 142). Разобьем этот процесс на большое число  $n$  очень узких (элементарных) циклов Карно с помощью изотерм и адиабат (рис. 142). При осуществлении всех элементарных циклов части каждой из адиабат (изображенные штрихами), проходимые дважды в противоположных направлениях, выпадут. Поэтому замкнутая кривая линия  $AaBbA$ , изображающая процесс, приближенно может быть заменена замкнутой ломаной линией  $AaBbA$ , состоящей из малых отрезков изотерм и адиабат. Для каждого из элементарных циклов Карно справедлива формула (23):

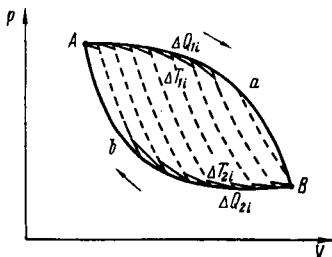


FIG. 142

$$\Delta Q_{11}/T_{11} + \Delta Q_{21}/T_{21} = 0,$$

$$\Delta Q_{12}/T_{12} + \Delta Q_{22}/T_{22} = 0,$$

• • • • • • • • • • • • •

$$\Delta Q_{1i}/T_{1i} + \Delta Q_{2i}/T_{2i} = 0,$$

• • • • • • • • • • • • •

$$\Delta Q_{1n}/T_{1n} + \Delta Q_{2n}/T_{2n} = 0,$$

где  $\Delta Q_{1i}$  — теплота, полученная рабочим телом на  $i$ -м участке расширения при температуре  $T_{1i}$ ;  $\Delta Q_{2i}$  — теплота, отданная им на  $i$ -м участке сжатия при температуре  $T_{2i}$ . Суммируя все эти равенства, получим

$$\left( \sum_{i=1}^{t=n} \frac{\Delta Q_{1i}}{T_{1i}} \right)_{AaB} + \left( \sum_{i=1}^{t=n} \frac{\Delta Q_{2i}}{T_{2i}} \right)_{BbA} = 0. \quad (24)$$

Если перейдем теперь к бесконечно большому числу ( $n \rightarrow \infty$ ) бесконечно узких циклов Карно, то ломаная линия превратится в кривую  $AaBbA$ , а суммы формулы (24) — в интегралы:

$$\int_{(AaB)} \frac{dQ}{T} + \int_{(BbA)} \frac{dQ}{T} = 0, \text{ или } \int_{(AaBbA)} \frac{dQ}{T} = 0. \quad (25)$$

Из равенства нулю интеграла (25), взятого по замкнутому контуру  $AaBbA$ , следует, что подынтегральное выражение  $dQ/T$  представляет собой *полный дифференциал некоторой функции  $S$* , зависящей только от состояния системы и не зависящей от пути, каким система пришла в это состояние.

Таким образом,

$$dQ/T = dS. \quad (26)$$

Функция  $S$  была введена в рассмотрение в 1865 г. Р. Ю. Клаузусом и названа им *энтропией*. Наряду с энергией энтропия является важной *характеристикой состояния системы*. Физический смысл энтропии мы выясним несколько позже.

Если посредством обратимого процесса система переходит из состояния  $A$  в состояние  $B$ , то происходящее при этом изменение энтропии системы определяется путем интегрирования равенства (26):

$$\int_A^B dS = S \Big|_A^B = S_B - S_A = \Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}, \quad (27)$$

где  $S_A$  — энтропия системы в начальном состоянии  $A$ ,  $S_B$  — энтропия системы в конечном состоянии  $B$ ,  $\Delta S = S_B - S_A$  — изменение энтропии.

Определим, например, изменение энтропии 0,1 кг воды, охлаждаемой от 18 до 0°C. Вводя обозначения  $m = 0,1$  кг,  $c = 4,2 \times 10^3$  Дж/(кг·К),  $T_1 = 291$  К и  $T_2 = 273$  К, где  $c$  — удельная теплоемкость, получим

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cmdT}{T} = cm \ln \frac{T_2}{T_1} = 4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \ln \frac{273}{291} = -21 \text{ Дж/К.}$$

Следовательно, в процессе охлаждения воды ее энтропия уменьшилась на 21 Дж/К.

Клаузинусом были получены следующие важные положения, которые мы приведем без доказательств.

*Энтропия системы, состоящей из нескольких тел, равна сумме энтропий этих тел.*

*Если в изолированной системе происходят обратимые процессы, то ее энтропия остается неизменной.*

*Если в изолированной системе происходят необратимые процессы, то ее энтропия возрастает.*

*Энтропия изолированной системы не может уменьшаться ни при каких процессах.*

Математически эти положения можно записать в виде неравенства

$$\Delta S \geq 0, \quad (28)$$

называемого *неравенством Клаузинуса*.

Все реальные процессы являются необратимыми (см. § 71). Поэтому можно утверждать, что

*все процессы в конечной изолированной системе ведут к увеличению ее энтропии [принцип возрастания энтропии].*

Вместе с тем неравенство Клаузиуса указывает направление реальных процессов:

*возможны лишь такие процессы, которые ведут к увеличению энтропии изолированной системы [второе начало термодинамики].*

В качестве примера принципа возрастания энтропии рассмотрим такой важный процесс, как теплообмен, происходящий в изолированной системе между телом с температурой  $T_1$  и телом с температурой  $T_2 < T_1$ . Первое тело отдает количество теплоты  $-\Delta Q$ , а второе — получает количество теплоты  $+\Delta Q$ .

*Изменение энтропии системы равно алгебраической сумме энтропии тел:*

$$S_2 - S_1 = \frac{\Delta Q}{T_2} + \frac{-\Delta Q}{T_1} = \Delta Q \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) > 0,$$

откуда  $S_2 > S_1$ .

Таким образом, хотя в результате теплообмена энергия системы не изменилась (в соответствии с первым началом термодинамики), ее энтропия возросла (в соответствии со вторым началом термодинамики).

Рассмотрим еще один пример. Изолированная система представляет собой сосуд, в котором находятся моль газа и вращающееся по инерции колесо массой  $m$ . Благодаря трению часть кинетической энергии колеса перейдет в теплоту и температура системы повысится от  $T_1$  до  $T_2$ . Количество теплоты, которое получат газ и колесо, обозначим соответственно  $dQ'$  и  $dQ''$ . Тогда

$$dQ' = C_V \cdot dT, \quad dQ'' = cm \cdot dT,$$

где  $C_V$  — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $c$  — удельная теплоемкость материала колеса,  $dT$  — приращение температуры системы. Пользуясь формулой (27), определим изменения энтропии газа  $S'_2 - S'_1$  и колеса  $S''_2 - S''_1$ :

$$S'_2 - S'_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ'}{T} = C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} > 0,$$

$$S''_2 - S''_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ''}{T} = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} > 0,$$

так как  $T_2 > T_1$ . Следовательно,  $S'_2 > S'_1$  и  $S''_2 > S''_1$ , т. е. энтропия обеих частей системы возросла.

Таким образом, и в этом случае энергия системы осталась неизменной, а энтропия возросла. Обратим внимание на то обстоятельство, что энергия, не изменяясь *количественно*, изменилась *качественно*: механическая энергия (упорядоченного движения колеса) перешла

в теплоту (хаотическое движение молекул). Произошло снижение качества энергии, «обесценивание энергии». Под обесцениванием энергии подразумевается потеря ею способности к дальнейшим само-произвольным превращениям в другие виды энергии. Действительно, все виды энергии (механическая, электрическая, световая и т. д.) самопроизвольно и притом полностью переходят в теплоту, тогда как для теплоты такие превращения в другие виды энергии не имеют места.

Итак, возрастание энтропии изолированной системы указывает на то, что в системе происходит обесценивание энергии. В известном смысле энтропию можно считать мерой обесцененности энергии.

Поскольку теплоте присущ наиболее беспорядочный характер движения материи (хаотическое движение молекул), можно сказать, что возрастание энтропии соответствует увеличению беспорядка в состоянии системы. В этом смысле энтропию можно рассматривать как меру беспорядка состояния системы.

### § 75. Статистический смысл энтропии и второго начала термодинамики

Из несколько формального математического определения, посредством которого Клаузиус ввел понятие энтропии ( $dS = dQ/T$ ), трудно уяснить ее физический смысл. Физическая сущность энтропии была выяснена позднее благодаря статистическим исследованиям Больцмана. Для ознакомления с результатами этих исследований необходимо иметь представление о вероятности  $W$  состояния системы.

Рассмотрим сосуд, мысленно разделив его на две равные части (рис. 143, а). Пусть в нем находится только одна молекула. Двигаясь хаотически, она может оказаться как в левой, так и в правой части сосуда, причем оба случая одинаково возможны, или, как говорят, равновероятны.

Вероятность события характеризуется отношением числа случаев, осуществляющих данное событие, к числу всех возможных случаев.

Очевидно, что вероятности случая, когда правая часть сосуда оказывается пустой, и случая, когда в ней находится молекула, одинаковы и равны  $1/2$ .

Поместим теперь в сосуд две молекулы, предварительно пронумеровав их (рис. 143, б). Тогда число возможных случаев размещения молекул по частям сосуда станет равным  $4 = 2^2$ , а вероятность случая  $1/4 = 1/2^2$ .

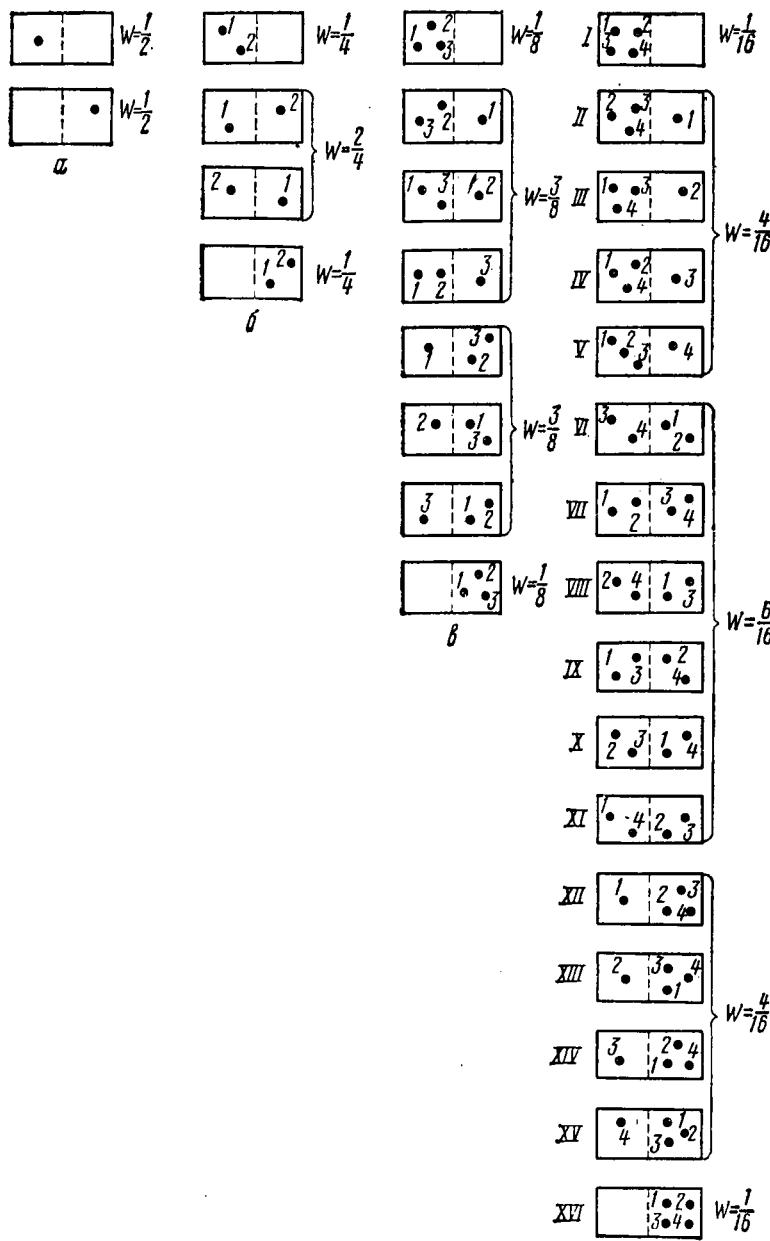
Если в сосуде будут находиться три пронумерованные молекулы (рис. 143, в), то число случаев размещения возрастет до  $8 = 2^3$ , а вероятность каждого случая уменьшится до  $1/8 = 1/2^3$ .

При наличии в сосуде четырех молекул (рис. 143, г) число случаев окажется равным  $16 = 2^4$ , а вероятность каждого случая  $1/16 = 1/2^4$ .

Нетрудно сообразить, что при наличии в сосуде  $N$  молекул число случаев размещения этих молекул станет равным  $2N$ , а вероятность каждого случая —  $1/2^N$ .

Таким образом, по мере увеличения числа молекул вероятность каждого случая индивидуального размещения молекул уменьшается.

Учтем теперь, что молекулы пронумерованы совершенно условно. В действительности же невозможно отличить молекулы друг от друга: макроскопическое состояние системы не изменится от того, что, например молекула 2, находящаяся в левой части сосуда, поменяется местом с молекулой 4, находящейся в правой его части. С этой точки зрения случаи VI—XI (рис. 143, г) совершенно тождественны: все они соответствуют одному состоянию системы (газа) — равномерному распределению молекул по объему сосуда. Вероятность этого состояния  $W = 6/16$ , так как оно может осуществляться только шестью способами. Точно так же случаи II—V являются тождественными и соответст-



2

Рис. 143

вуют другому состоянию системы, вероятность которого  $W = \frac{1}{16}$ , так как оно может осуществляться четырьмя способами. Тождественные случаи XII—XV соответствуют третьему состоянию системы, вероятность которого  $W = \frac{4}{16}$ . Четвертое состояние (случай I) осуществляется только одним единственным способом: его вероятность  $W = \frac{1}{16}$ . Такова же вероятность пятого состояния (случай XVI).

Таким образом, система из четырех молекул может находиться в пяти различных состояниях, причем из всех этих состояний наиболее вероятным является *равномерное распределение молекул по объему сосуда*. Назовем такое состояние *равновесным*.

$$W_1 = \frac{1}{2^N}$$

$$W_2 \approx \frac{0.8}{VN}$$

Рис. 144

С увеличением числа молекул вероятность равновесного состояния будет все более и более возрастать по сравнению с вероятностью любого неравновесного состояния. Например, в двухмолекулярной системе (рис. 143, в) вероятность равновесного состояния в два раза больше, а в четырехмолекулярной системе (рис. 143, г) — в шесть раз больше вероятности состояния, при котором все молекулы собираются в левой части сосуда. Как показывают статистические расчеты, при очень большом числе  $N$  молекул вероятность  $W_2$  равновесного состояния приблизительно в  $2^N / VN$  раз больше вероятности  $W_1$  состояния, при котором все молекулы оказываются в левой части сосуда (рис. 144).

Отметим, что равномерное распределение молекул по объему является *вместе с тем и наиболее беспорядочным их распределением*. Поэтому наиболее вероятное состояние системы является вместе с тем и *наиболее беспорядочным ее состоянием*. В этом смысле можно сказать, что вероятность состояния есть мера беспорядка состояния системы.

Очевидно, что предоставленная самой себе изолированная система должна на перейти в наиболее вероятное, т. е. равновесное, состояние. Всякое отклонение от равновесного состояния влечет за собой уменьшение вероятности состояния; очень неравновесные состояния являются практически неосуществимыми, хотя в принципе они возможны\*.

Вернемся теперь к необратимым процессам и рассмотрим их в связи с вероятностью состояния системы. Почему, например, необратим процесс расширения газа в пустоту? Потому что расширяющийся газ, занимая весь объем сосуда, переходит в наиболее вероятное состояние равномерного распределения молекул по объему. Самопроизвольное сжатие газа означало бы скопление всех молекул в одной части сосуда, т. е. переход системы в наименее вероятное состояние ( $W = 1/2^N$ ), которое практически неосуществимо. Почему необратим процесс теплообмена между двумя соприкасающимися телами различной температуры? Потому что переходу теплоты от горячего тела к холодному соответствует наиболее беспорядочное (равномерное) распределение «быстрых» и «медленных» молекул по всей системе (телам), т. е. наиболее вероятное состояние системы. Передача теплоты от холодного тела к горячему означала бы увеличение порядка в распределении молекул (скопление «быстрых» молекул в одном теле, а «медленных» — в другом), т. е. самопроизвольный переход системы в менее вероятное состояние.

Анализ любого необратимого процесса, происходящего в конечной изолированной системе, привел бы к одному и тому же выводу:

*необратимые процессы необратимы потому, что они сопровождаются возрастанием вероятности состояния системы.*

Вспомним о том, что (см. § 14) *необратимые процессы сопровождаются возрастанием энтропии системы*.

\* *Небольшие отклонения от равновесного состояния системы вполне возможны. Они называются флюктуациями* (от латинского слова fluctuatio — колебание). Флюктуации проявляются в виде кратковременных, происходящих в отдельных малых частях объема системы, отклонений значений параметров (температуры, давления, плотности и т. п.) от их средних значений.

Таким образом, оказывается, что существуют две физические величины — *энтропия*  $S$  и *вероятность состояния*  $W$ , которые возрастают при необратимых процессах в изолированной системе. Поэтому естественно предположить, что между энтропией и вероятностью состояния должна существовать связь. Согласно исследованиям *Л. Больцмана*, эта связь выражается формулой

$$S = k \cdot \ln W, \quad (29)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана (см. § 43). Итак, *энтропия пропорциональна натуральному логарифму вероятности состояния*.

Следовательно, как и вероятность, энтропия является мерой беспорядка состояния системы. К такому же заключению мы пришли ранее (см. § 74) из нескольких иных соображений.

Сопоставляя неравенство Клаузиуса (28) с формулой (29), можно дать еще одну формулировку второго начала, отражающую его статистический характер:

*при необратимых процессах, протекающих в конечной изолированной системе, вероятность состояния системы возрастает, при обратимых процессах — остается неизменной [второе начало термодинамики (принцип возрастания энтропии)].*

Необходимо отметить, что второе начало (принцип возрастания энтропии) не столь универсально, как первое начало (закон сохранения энергии). В самом деле, случаи уменьшения энтропии (и вероятности состояния) не исключены: они принципиально возможны, хотя мало вероятны. Наглядным примером этому служит броуновское движение (см. § 38). Под влиянием нескомпенсированных ударов молекул броуновская частица может, например, переместиться вверх, против действия силы тяжести. В этом случае некоторое количество теплоты системы *самопроизвольно* (без воздействия внешних сил) переходит в механическую энергию, т. е. теплота превращается в работу. Иначе говоря, *беспорядочное движение молекул самопроизвольно переходит в упорядоченное движение броуновской частицы*. При этом энтропия и вероятность состояния системы уменьшаются, что противоречит принципу возрастания энтропии.

Как объяснить это противоречие? Дело в том, что принцип возрастания энтропии применим только к *конечным* изолированным системам, т. е. к системам, состоящим из достаточно большого конечного числа молекул. К бесконечным системам и системам, состоящим из малого числа молекул, этот принцип *неприменим*. Это нетрудно понять. В системе из малого числа молекул вероятность равновесного состояния *незначительно* превосходит вероятность неравновесного состояния. Например, в случае системы из двух молекул (см. рис. 143, б) вероятность равновесного состояния всего лишь вдвое больше вероятности любого из неравновесных состояний. Переход такой системы в неравновесное состояние и уменьшение ее энтропии весьма вероятны и часто имеют место.

Что касается бесконечной системы ( $N \rightarrow \infty$ ), то в этом случае число состояний становится бесконечно большим. Кроме того, становится бесконечно большим число способов, которыми может осуществиться любое из этих состояний, как равновесное, так и неравновесное. Очевидно, что в этих условиях бессмысленно говорить о наиболее вероятном (равновесном) состоянии системы, ибо все ее состояния *равновероятны*. Поэтому вероятность состояния и энтропия бесконечной системы остаются *неизменными*. Следовательно, принцип возрастания энтропии неприменим к бесконечной системе.

В середине XIX в. в связи с открытием второго начала термодинамики возникла *проблема тепловой смерти Вселенной*. Суть ее сводилась к следующему. Энтропия Вселенной как изолированной системы все время возрастает, стремясь к некоторому максимуму. В связи с этим различные виды энергии все в большей и большей степени обесцениваются, превращаясь в теплоту. Теплота переходит от горячих тел к холодным. Наконец, температура всех частей и тел Вселенной уравнивается. Устанавливается полное тепловое равновесие: все процессы во Вселенной прекращаются, наступает тепловая смерть Вселенной.

Этот реакционный вывод ведет к другому, не менее реакционному выводу: раз будет конец Вселенной, значит, было ее начало, когда возникло неравно-

весное состояние, из которого Вселенная переходит постепенно к равновесию. Религия не премирула воспользоваться этим выводом для «научного обоснования» актов сотворения и конца мира.

Ошибочность вывода о тепловой смерти заключается в неправомерном применении принципа возрастания энтропии к бесконечной системе (Вселенной). На несостоительность этого вывода указал в свое время Энгельс, исходя из общефилософских соображений о бесконечности Вселенной во времени. Он отметил также, что тепловая смерть Вселенной, означая потерю энергией способности к превращениям, противоречит закону сохранения энергии. Способность к превращениям является неотъемлемым свойством энергии. Не подлежит сомнению, что наряду с процессами обесценивания энергии, распространены пока мало известные нам процессы саморазвития Вселенной, ведущие к концентрации теплоты и превращению ее в другие виды энергии.

*Вселенная в целом не находится в равновесии и не стремится к какому-либо пределу. Она развивается, и возможности ее развития неисчерпаемы и неограничены.*

В заключение коснемся теоремы, согласно которой энтропия равна нулю при нуле Кельвина [тепловая теорема Нернста (третье начало термодинамики)]:

$$S = 0 \text{ при } T = 0 \text{ К.} \quad (30)$$

Это утверждение следует из соотношения (29). В самом деле, при 0 К состоянию термодинамической системы соответствует минимальный беспорядок (наибольший порядок): все атомы находятся в определенных местах (узлах кристаллической решетки твердого тела), а все электроны располагаются на самых низких энергетических уровнях. Такое состояние, являясь при 0 К единственным возможным (достоверным), обладает вероятностью, равной единице. Следовательно,  $S = k \cdot \ln 1 = 0$ . Отметим, что немецкий физик В. Г. Нернст пришел к соотношению (30) иным путем — изучая изменения теплоемкости тел при низкой температуре.

Рассмотренные в этой главе два начала термодинамики и тепловая теорема Нернста лежат в основе теплотехники, позволяя анализировать всевозможные термодинамические процессы и рассчитывать различные тепловые машины (двигатели внутреннего сгорания, паровые и реактивные двигатели).

### Примеры решения задач

**Задача 38.** Кислород массой  $m = 10 \text{ г}$ , находящийся при нормальных условиях, сжимают до объема  $V_2 = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Найти давление  $p_2$  и температуру  $T_2$  кислорода после сжатия и работу  $A$  сжатия, если кислород сжимают: 1) изотермически; 2) адиабатически.

**Решение.** 1. Применяя уравнения Клапейрона — Менделеева [см. § 41, (9)] к начальному состоянию газа, выразим объем кислорода до сжатия:

$$V_1 = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{p_1},$$

где по условию,  $T_1 = 273 \text{ К}$ ,  $p_1 = 10^5 \text{ Па}$ ,  $M = 0,032 \text{ кг/моль}$ . Тогда

$$V_1 = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль}) \cdot 273 \text{ К}}{0,032 \text{ кг/моль} \cdot 10^5 \text{ Па}} = 7,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

При изотермическом процессе  $T_2 = T_1 = 273 \text{ К} = \text{const}$ . Из закона Бойля — Мариотта [см. § 41, (1)] следует, что

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = \frac{10^5 \text{ Па} \cdot 7,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Работу сжатия определим по формуле (5), учитывая, что сжатию подвергнуто  $m/M$  молей кислорода:

$$A = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль}) \cdot 273 \text{ К} \ln 0,2}{0,032 \text{ кг/моль}} = -1140 \text{ Дж.}$$

2. Применяя законы Пуассона [см. (12), (11)] и учитывая, что для кислорода отношение теплоемкостей  $\gamma = 1,4$  (см. § 46), получим:

$$p_2 = p_1 V_1^\gamma / V_2^\gamma = 10^5 \text{ Па} \cdot 5^{1.4} = 9,5 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

$$T_2 = T_1 V_1^{\gamma-1} / V_2^{\gamma-1} = 273 \text{ К} \cdot 5^{0.4} = 520 \text{ К.}$$

Работу сжатия газа определим по формуле (13), учитывая, что сжатию подвергнуто  $m/M$  молей кислорода и что его молярная теплоемкость при постоянном объеме  $C_V = iR/2$  (число степеней свободы молекулы кислорода  $i = 5$ ):

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2) = \\ = \frac{10^{-2} \text{ кг} \cdot 5 \cdot 8,32 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль}) \cdot 247 \text{ К}}{2 \cdot 0,032 \text{ кг/моль}} = -1600 \text{ Дж.}$$

Итак, работа изотермического сжатия кислорода меньше работы его адиабатического сжатия. В обоих случаях работа сжатия отрицательна, так как ее совершают внешние силы (см. § 71).

**Задача 39.** Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу  $A = 7,35 \cdot 10^4$  Дж. Температура нагревателя  $T_1 = 373$  К, температура холодильника  $T_2 = 273$  К. Найти коэффициент полезного действия  $\eta$  машины, количество теплоты  $Q_1$ , получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты  $Q_2$ , отдываемое за один цикл холодильнику.

**Решение.** По формуле (20) найдем

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{373 - 273}{373} = 0,268 = 26,8\%.$$

Согласно формуле (16), работа, совершаемая идеальной тепловой машиной за один цикл, равна  $A = Q_1 - Q_2$ . Но по формуле (18)

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}.$$

Поэтому

$$Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{7,35 \cdot 10^4 \text{ Дж}}{0,268} = 27,4 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Тогда

$$Q_2 = Q_1 - A = (27,4 - 7,35) \cdot 10^4 \text{ Дж} = 20,05 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

**Задача 40.** Кусок льда массой  $m = 0,1$  кг, имевший температуру  $T_1 = 240$  К, превращен в пар при температуре  $T_2 = 373$  К. Определить изменение энтропии  $\Delta S$ , полагая, что давление  $p = 10^5$  Па оставалось неизменным. Удельная теплоемкость льда  $c_1 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ , удельная теплоемкость воды  $c_2 = 4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ , удельная теплота плавления льда  $r = -3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ , удельная теплота кипения воды  $\lambda = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ .

**Решение.** Согласно формуле (27), изменение энтропии системы

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

где  $dQ$  — количество теплоты, получаемое (или отдаваемое) системой при температуре  $T$ ;  $A$  и  $B$  — характеристики начального и конечного состояний системы (см. § 74).

В данном случае система, переходя из начального состояния (лед) в конечное (пар), подвергается следующим изменениям:

1. Лед нагревается от температуры  $T_1$  до температуры плавления  $T_0 = 273$  К. При этом [см. (27)] его энтропия изменяется:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_0} \frac{dQ_1}{T} = c_1 m \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T} = c_1 m \ln \frac{T_0}{T_1},$$

где  $dQ_1 = c_1 m dT$  — количество теплоты, получаемое льдом при изменении температуры на  $dT$ .

2. Лед плавится, превращаясь в воду, при *постоянной температуре*  $T_0$ . При этом его энтропия изменяется:

$$\Delta S_2 = \int \frac{dQ_2}{T_0} = \frac{rm}{T_0},$$

где  $\int dQ_2 = rm$  — количество теплоты, полученное льдом при плавлении.

3. Вода нагревается от температуры  $T_0$  до температуры кипения  $T_2$ . При этом ее энтропия изменяется:

$$\Delta S_3 = \int_{T_0}^{T_2} \frac{dQ_3}{T} = c_2 m \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T} = c_2 m \ln \frac{T_2}{T_0},$$

где  $dQ_3 = c_2 m dT$  — количество теплоты, получаемое водой при изменении температуры на  $dT$ .

4. Вода выкипает, превращаясь в пар, при *постоянной температуре*  $T_2$ . При этом ее энтропия изменяется:

$$\Delta S_4 = \int \frac{dQ_4}{T_2} = \frac{\lambda m}{T_2},$$

где  $\int dQ_4 = \lambda m$  — количество теплоты, полученное водой при испарении (кипении).

Общее изменение энтропии системы

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4 = m \left[ c_1 \ln \frac{T_0}{T_1} + \frac{r}{T_0} + c_2 \ln \frac{T_2}{T_0} + \frac{\lambda}{T_2} \right] = \\ &= 0,1 \cdot \left[ 1,8 \cdot 10^3 \ln \frac{273}{240} + \frac{3,35 \cdot 10^6}{273} + 4,19 \cdot 10^8 \ln \frac{373}{273} + \frac{2,26 \cdot 10^6}{373} \right] = \\ &= 882,4 \text{ (Дж/К).} \end{aligned}$$

### Контрольные вопросы

260. Сформулируйте первое начало термодинамики. 261. Напишите общее выражение работы  $A$ , совершающей при изменении объ-

ема  $V$  газа (от значения  $V_1$  до значения  $V_2$ ). 262. Какие процессы называются адиабатическими? 263. Запишите в дифференциальной фор-

ме первое начало термодинамики для адиабатического процесса. 264. Как изменяется температура газа при его адиабатическом сжатии (расширении)? 265. Почему на графике с координатными осями  $p$  и  $V$  адиабата идет круче изотермы? 266. Что называется круговым процессом (циклом)? 267. Запишите выражения зависимостей между  $p$  и  $V$ ,  $T$  и  $V$ ,  $T$  и  $p$  при адиабатическом процессе ( $V$  — объем,  $p$  — давление,  $T$  — термодинамическая температура газа). 268. Сформулируйте второе начало термодинамики. 269. Идеальная тепловая машина, действующая по

циклу Карно, получает от нагревателя  $2,64 \cdot 10^5$  Дж за 1 с. Температура нагревателя  $117^\circ\text{C}$ , температура холодильника  $27^\circ\text{C}$ . Определить коэффициент полезного действия машины и количество теплоты, отдаваемое холодильнику за 1 с. 270. Как изменяется энтропия изолированной системы при процессах: 1) обратимых; 2) необратимых? 271. Каким соотношением связаны между собой энтропия  $S$  и вероятность  $W$  состояния системы? 272. Что произойдет с температурой воздуха в комнате, если включить находящийся в ней бытовой холодильник в электросеть?

## Часть II

### ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. ОПТИКА И АТОМНАЯ ФИЗИКА

---

#### Глава I. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

---

##### § 1. Электризация тел. Электрический заряд

Еще в VII в. до н. э. древнегреческий ученый Фалес указал на способность янтаря, натертого шелком, притягивать легкие предметы. Но лишь в конце XVI в. английский врач и физик В. Гильберт заинтересовался явлением, описанным Фалесом. Он провел соответствующие опыты и обнаружил, что свойством притягивать легкие предметы обладает не только натертый шелком янтарь, но и стекло, фарфор и многие другие тела, предварительно натертые кожей, сукном и тому подобными мягкими материалами. Это явление Гильберт назвал *электризацией*.

Оказалось, что электризация бывает *только двух родов: положительная* (которую приобретает, например, стекло, натертное кожей) и *отрицательная* (которую приобретает, например, кожа, натиравшая стекло). Выяснилось также, что разноименно наэлектризованные тела взаимно притягиваются, а одноименно наэлектризованные—отталкиваются.

Электризацию долгое время объясняли существованием особых электрических жидкостей (положительной и отрицательной), перемещающихся внутри тела или перетекающих из одного тела в другое. Только в 1881 г. была высказана (немецким физиком и физиологом Г. Л. Ф. Гельмгольцем) гипотеза, объясняющая электрические явления существованием *электрически заряженных элементарных частиц*. Впоследствии эта гипотеза подтвердилась открытием *электрона* (в 1897 г. английским физиком Дж. Дж. Томсоном) и протона (в 1919 г. английским физиком Э. Резерфордом). Масса электрона  $m = 9,1095 \cdot 10^{-31}$  кг, его заряд  $e = -1,6022 \cdot 10^{-19}$  Кл. Протон имеет положительный заряд, равный заряду электрона; масса протона в 1836 раз больше массы электрона. Существуют и другие элементарные частицы (позитроны, мезоны, нейтроны, нейтрино и т. д.), среди которых имеются как заряженные, так и нейтральные. С ними мы ознакомимся позже (см. гл. IX).

Все заряженные элементарные частицы имеют одинаковый по значению заряд, равный заряду электрона и называемый *элементарным электрическим зарядом*.

Элементарный заряд является наименьшим (из известных) электрическим зарядом: это своего рода «атом электричества».

В наэлектризованном (заряженном) теле числа положительных и отрицательных элементарных частиц различны; в незаряженном теле эти числа равны между собой.

Тела, в которых электрические заряды могут свободно перемещаться, называются *проводниками*. Существует два рода проводников. К проводникам *первого рода* относятся все металлы. Перемещающиеся в них зарядами являются свободные электроны; перемещение не вызывает химических изменений в этих проводниках. К проводникам *второго рода* относятся электролиты (растворы солей, кислот и щелочей), в которых перемещаются положительные и отрицательные ионы, что ведет к химическим изменениям в самих проводниках.

Тела, в которых возможность перемещения зарядов весьма ограничена (мало свободных электронов или почти нет ионов), называются *диэлектриками* или *изоляторами*. К ним относятся, например, янтарь, стекло, дистиллированная вода, спирт. Промежуточное положение занимают *полупроводники* (сelen, германий, кремний, графит и др.). Их *электропроводность* в значительной мере зависит от внешних условий, главным образом от температуры. В последующих параграфах мы более подробно рассмотрим свойства диэлектриков (см. § 8, 9), проводников (см. § 7, 12—18, 21—23) и полупроводников (см. § 19, 20).

Участвуя в каких-либо процессах, электрические заряды могут перемещаться с одного тела на другое или перераспределяться в пределах одного тела, но не могут уничтожаться и создаваться. Иными словами,

*в изолированной системе алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной (закон сохранения электрического заряда).*

Единицей электрического заряда (*количества электричества*) служит, как уже отмечалось, *кулон* (Кл). Эта единица устанавливается из соотношения (известного по школьному курсу физики), связывающего силу постоянного тока  $I$  в проводнике с электрическим зарядом  $q$ , прошедшим через поперечное сечение проводника, и временем  $t$  его прохождения [см. § 11, (1)]:

$$q = It. \quad (1)$$

1 Кл — количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника при токе силой 1 А за время 1 с:

$$\text{Кл} = \text{А} \cdot \text{с.}$$

Единица силы тока — *ампер* — является *основной* в СИ (см. ч. II, § 2). Она устанавливается на основе взаимодействия двух параллельных проводников с током, поэтому точное ее определение будет дано позднее.

## § 2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме. Электрическое поле и его напряженность

Электростатика изучает взаимодействие и условия равновесия *покоящихся* электрически заряженных тел, а также свойства этих тел, обусловленные электрическими зарядами.

Первые количественные исследования по электростатике были выполнены в 1785 г. французским физиком Ш. О. Кулоном, который экспериментально (с помощью крутых весов) установил, что *два точечных заряда\* взаимодействуют в вакууме с силой  $F$ , пропорциональной величинам зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , обратно пропорциональной квадрату расстояния  $r$  между ними и направленной по линии, соединяющей эти заряды (закон Кулона):*

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (2)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

Формула (2) справедлива не только для точечных зарядов, но и для заряженных шаров конечного размера. В этом случае  $r$  — расстояние между центрами шаров. Сила, взаимодействия заряженных тел иной формы вычисляется путем векторного сложения сил взаимодействия всех точечных зарядов, составляющих заряды этих тел.

Коэффициент пропорциональности в формуле (2) целесообразно (рационально) представить в виде

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0), \quad (3)$$

где  $\epsilon_0$  — *электрическая постоянная* (или *диэлектрическая проницаемость вакуума*). Заметим, что коэффициент  $k$  нельзя положить *равным единице* (и, следовательно, значение  $\epsilon_0$  нельзя выбрать произвольно), поскольку единицы всех физических величин, входящих в формулу (2), уже установлены ранее. Поэтому значение  $k$ , а следовательно, и  $\epsilon_0$  необходимо определить опытно (см. § 7, ч. I).

Учитывая формулу (3), запишем закон Кулона (2) для взаимодействия зарядов в *вакууме*:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (4)$$

Опытное определение  $\epsilon_0$  дало для нее значение  $10^{-9}/(36\pi) \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$  единиц СИ. Размерность  $\epsilon_0$  легко определить из закона Кулона (4):

$$[\epsilon_0] = \frac{[q_1][q_2]}{[F][r^2]} = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = \text{м}^{-3} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2.$$

В § 7 будет показано, что такая единица соответствует отношению фарад на метр (где фарад — единица электрической емкости). Поэтому

\* Точечным называется заряд, находящийся на теле пренебрежимо малого размера по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

единица электрической постоянной  $\epsilon_0$  называется *фардом на метр* ( $\Phi/\text{м}$ ). Итак,

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/\text{м}.$$

Введение множителя  $4\pi$  в знаменатель коэффициента пропорциональности в законе Кулона (4) обусловлено следующей причиной. Если бы это не было сделано, то во многие формулы электричества (электростатики и электромагнетизма), в том числе в формулы, часто встречающиеся на практике (в электротехнике и радиотехнике), вошел бы множитель  $4\pi$  или  $1/(4\pi)$ .

Чтобы освободить большинство таких практически важных формул от иррационального множителя  $4\pi$  (и тем самым упростить их), достаточно искусственно ввести в правые части формул закона Кулона (4) и закона Ампера (магнитное взаимодействие токов, см. § 25) множитель  $1/(4\pi)$ , одновременно изменив в  $4\pi$  раз значения электрической постоянной  $\epsilon_0$  и магнитной постоянной  $\mu_0$  (см. § 25), что и было сделано нами. Правда, при этом менее важные в практическом отношении формулы электричества соответственно усложняются.

Указанное преобразование формул электричества называется *их рационализацией*, а преобразованные таким способом формулы — *рационализованными*. Международная система единиц (СИ) построена на рационализованных формулах электричества.

Отметим, что рационализация формул электричества оправдана не только практической целесообразностью, но и определенным физическим смыслом: множитель  $4\pi$  в законе Кулона отражает *сферическую симметрию* электрического поля одиночного заряда.

В применявшимся ранее других системах единиц физических величин (в частности, в системе СГС) использовались только *нерационализованные* формулы электричества. Правило преобразования рационализованных формул в нерационализованные (*правило дерационализации*) сформулировано в приложении V. Там же приведены некоторые формулы электростатики и электромагнетизма, записанные в рационализованном и нерационализованном видах.

Электрические заряды, находясь на расстоянии друг от друга, взаимодействуют между собой *через пространство*. Как мы уже знаем (см. ч. I, § 12), такое взаимодействие может осуществляться только посредством поля, в данном случае — *электрического*.

*Электрическим полем называется вид материи, посредством которого взаимодействуют электрические заряды.*

Каждое заряженное тело окружено электрическим полем. Всякий заряд, помещенный в это поле, подвергается, согласно формуле (4), действию силы.

Пусть в некоторой точке поля заряда  $Q$  находится *малый положительный заряд*  $q_0$  — *пробный заряд*\*. На него будет действовать сила  $\mathbf{F}_0$ . Отношение  $\mathbf{F}_0/q_0$  представляет собой силу, действующую на единичный положительный заряд; оно не зависит от числового значения пробного заряда и потому может служить характеристикой электрического поля. Векторная величина

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}_0/q_0 \tag{5}$$

называется *напряженностью электрического поля*. Она направлена так же, как сила  $\mathbf{F}_0$  (поскольку  $q_0$  — скаляр). Таким образом,

\* Пробный заряд должен быть малым для того, чтобы его собственное поле не искажало поля заряда  $Q$ .

напряженность электрического поля в данной точке равна отношению силы, действующей на точечный положительный заряд, помещенный в эту точку, к этому заряду, а по направлению совпадает с силой.

Из формулы (5) следует, что за единицу напряженности электрического поля принимается напряженность такого поля, которое действует на заряд 1 Кл с силой 1 Н. Размерность ее такова:

$$[E] = [F]/[q] = \text{Н}/\text{Кл} = \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}.$$

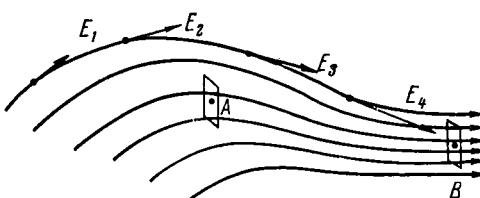


Рис. 1

Как будет показано в § 4  $\text{Н}/\text{Кл} = \text{В}/\text{м}$  (где  $\text{В}$  — вольт — единица потенциала электрического поля). Поэтому единица напряженности электрического поля получила название *вольт на метр* ( $\text{В}/\text{м}$ ).

Электрическое поле весьма наглядно изображается с помощью линий напряженности (силовых линий).

*Линией напряженности* электрического поля называется линия, в каждой точке которой касательная совпадает с вектором напряженности поля (рис. 1).

*Силовые линии* проводятся с такой густотой, чтобы число линий, пронизывающих воображаемую площадку в  $1 \text{ м}^2$ , перпендикулярную полю, было равно напряженности поля в данном месте.

Тогда по изображению электрического поля можно судить не только о направлении, но и о значении напряженности поля. На-

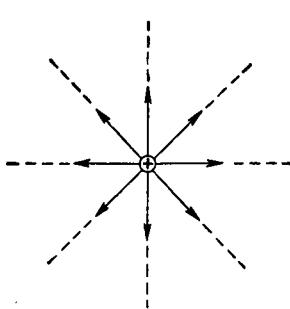


Рис. 2

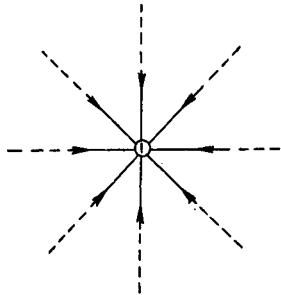


Рис. 3

пример, в окрестностях точки  $A$  (рис. 1)  $E = 2 \text{ В}/\text{м}$ , а в окрестностях точки  $B$   $E = 4 \text{ В}/\text{м}$ .

Электрическое поле называется однородным, если во всех его точках напряженность одинакова. В противном случае поле называется неоднородным.

На рис. 2 и 3 изображены электрические поля положительного и отрицательного точечных зарядов. Исходя из положительного

заряда (или входя в отрицательный заряд), силовые линии теоретически простираются до бесконечности.

Напряженность электрического поля, создаваемая точечным (или шаровым) зарядом  $q$ , определяется по формулам (4) и (5) следующим образом:

$$E = \frac{F_0}{q_0} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2 q_0},$$

откуда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (6)$$

где  $r$  — расстояние от заряда, создающего поле, до точки, в которой определяется напряженность. Таким образом, напряженность поля точечного заряда обратно пропорциональна квадрату расстояния от этого заряда.

Число силовых линий, пронизывающих некоторую поверхность (реальную или воображаемую), расположенную в электрическом поле, называется *потоком напряженности*  $N$  электрического поля сквозь эту поверхность. Если поверхность *перпендикулярна* силовым линиям и напряженность  $E$  поля *одинакова* на всей поверхности, то, очевидно,

$$N = ES, \quad (7)$$

где  $S$  — площадь поверхности.

Согласно формуле (7), единицей потока напряженности электрического поля является *вольт-метр* ( $\text{В}\cdot\text{м}$ ), тогда

$$[N] = [E][S] = (\text{В}/\text{м}) \text{ м}^2 = \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Если поверхность не перпендикулярна силовым линиям и напряженность поля на различных его участках различна, то надо разбить поверхность на малые площадки  $\Delta S$ , на каждой из которых можно считать напряженность  $E$  поля постоянной (рис. 4). Поток напряженности сквозь такую элементарную площадку равен

$$\Delta N = E \cdot \Delta S' = E \Delta S \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между силовой линией и нормалью  $n$  к площадке  $\Delta S$ ,  $\Delta S'$  — проекция площадки  $\Delta S$  на плоскость, перпендикулярную силовым линиям. Тогда поток напряженности поля сквозь всю поверхность представится суммой элементарных потоков:

$$N = \sum_i^k E_i \Delta S_i \cos \alpha_i,$$

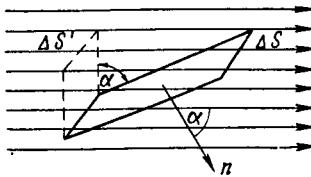


Рис. 4

где  $k$  — число элементарных площадок.

### § 3. Электрический диполь. Поле диполя

Электрическим диполем называется совокупность двух равных по величине разноименных точечных зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга.

Произведение

$$ql = p$$

называется моментом диполя; прямая линия, соединяющая заряды, — осью диполя (рис. 5). Обычно момент диполя считают направленным по оси диполя в сторону положительного заряда.

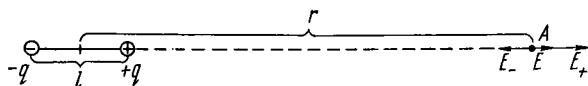


Рис. 5

Определим напряженность поля на продолжении оси диполя и на перпендикуляре к середине его оси.

#### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ НА ПРОДОЛЖЕНИИ ОСИ ДИПОЛЯ

Напряженность  $E$  (рис. 5) поля диполя в точке  $A$  направлена вдоль оси диполя и равна разности напряженностей  $E_+$  и  $E_-$ , создаваемых положительным и отрицательным зарядами:

$$E = E_+ - E_-.$$

Обозначив  $r$  — расстояние от  $A$  до середины оси диполя, можно на основании формулы (6) написать:

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r-l/2)^2} \quad \text{и} \quad E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r+l/2)^2}.$$

Тогда после простых преобразований получим

$$E = \frac{l r q}{2\pi\epsilon_0(r^2 - l^2/4)^2}.$$

Полагая  $r \gg l$ , т. е. рассматривая поле на достаточно большом расстоянии от диполя, пренебрежем  $l^2/4$ . Тогда

$$E = \frac{ql}{2\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (8)$$

#### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ НА ПЕРПЕНДИКУЛЯРЕ К СЕРЕДИНЕ ОСИ ДИПОЛЯ

Согласно рис. 6, напряженность  $E$  поля диполя в точке  $A$  равна векторной сумме напряженностей  $E_+$  и  $E_-$ , создаваемых положительным и отрицательным зарядами:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

Так как заряды одинаковы и  $r_+ = r_-$ , то  $E_+ = E_-$ . Тогда  $\mathbf{E}$  является диагональю ромба, поэтому

$$E = 2E_+ \cos \alpha.$$

Но  $E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_+^2}$  и  $\cos \alpha = \frac{l/2}{r_+}$ . Следовательно,

$$E = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r_+^3}.$$

Полагая, как и раньше,  $r \gg l$ , примем  $r_+ \approx r$ . Тогда

$$E = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (9)$$

Таким образом, на *большом расстоянии* от диполя напряженность электрического поля диполя обратно пропорциональна *кубу* расстояния.

Аналогичные предыдущим построения вектора напряженности, выполненные для других точек пространства, окружающего диполь, покажут, что поле диполя имеет вид, представленный на рис. 7.

В общем случае, когда ось диполя и прямая, соединяющая ее середину с точкой  $A$ , образуют

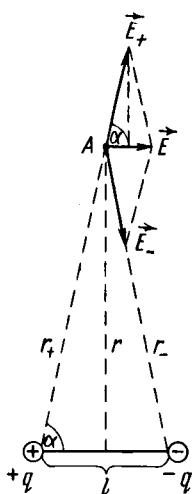


Рис. 6

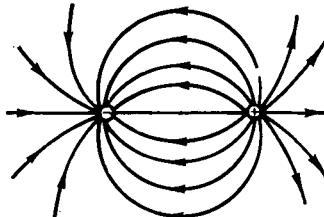


Рис. 7

угол  $\theta$ , напряженность электрического поля выражается формулой

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1},$$

которую мы приводим без вывода. Очевидно, что из нее следуют оба рассмотренных выше частных случая (при  $\theta = 0^\circ$  и  $\theta = 90^\circ$ ).

#### § 4. Теорема Остроградского — Гаусса и ее приложения

Определим поток напряженности поля электрических зарядов  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  сквозь некоторую *замкнутую* поверхность, окружающую

щую эти заряды (рис. 8)\*, причем будем считать поток отрицательным, если он направлен внутрь поверхности; в противном случае будем считать его положительным.

Рассмотрим сначала случай *сферической* поверхности радиусом  $R$ , окружающей один заряд  $q$ , находящийся в ее центре (рис. 9).

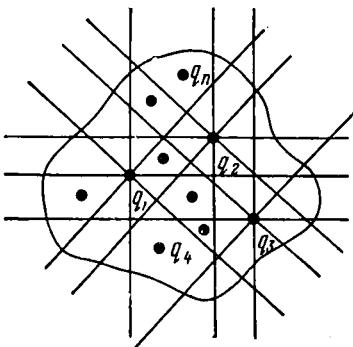


Рис. 8

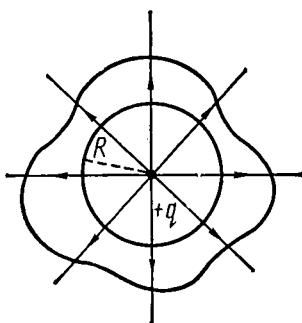


Рис. 9

Согласно формуле (6), напряженность поля на всей сфере одинакова и равна

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Силовые линии направлены по радиусам, т. е. *перпендикулярно* поверхности сферы. Это дает возможность применить для расчета потока напряженности  $N$  формулу (7):

$$N = ES = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (10)$$

где  $S = 4\pi R^2$  — площадь сферической поверхности.

Окружим теперь сферу *произвольной* замкнутой поверхностью. Как видно (рис. 9), каждая силовая линия, пронизывающая сферу, пронижет и эту поверхность. Следовательно, формула (10) справедлива не только для сферы, но и для *любой* замкнутой поверхности\*\*.

Теперь вернемся к общему случаю произвольной поверхности, окружающей  $n$  зарядов (см. рис. 8). Очевидно, что поток напряженности сквозь эту поверхность равен сумме потоков, создаваемых каждым из зарядов:

$$N = \sum_1^n \frac{q_i}{\epsilon_0},$$

\* Чтобы не усложнять рисунка, силовые линии проведены только для трех зарядов.

\*\* Это следует также из выраженной формулой (10) независимости потока от радиуса.

или окончательно

$$N = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_1^n q_i. \quad (11)$$

Таким образом,

поток напряженности, пронизывающий любую замкнутую поверхность, окружающую электрические заряды, пропорционален алгебраической сумме окруженных зарядов [теорема Остроградского — Гаусса\*].

Теорема Остроградского — Гаусса представляет значительный практический интерес: с ее помощью можно очень просто определять напряженность полей, создаваемых заряженными телами различной формы. Рассмотрим несколько примеров.

#### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ НИТИ

Прежде всего выясним, каков вид поля этой нити. Мысленно разобьем заряженную нить на бесконечно большое число точечных зарядов (рис. 10, а). Из некоторой точки  $A$  опустим на нить перпендикуляр  $AO$ . Очевидно, что точечные заряды  $B$  и  $C$ , симметричные относительно  $AO$ , создадут в  $A$  напряженность  $E$ , направленную перпендикулярно нити. Так как вся нить состоит из симметричных (относительно  $AO$ ) пар точечных зарядов, то результирующая напряженность поля в точке  $A$  будет направлена вдоль линии  $OA$ . Иначе говоря, силовая линия, содержащая точку  $A$ , есть прямая, исходящая из нити и перпендикулярная ей.\*\*

Проведя аналогичные рассуждения относительно других точек пространства, окружающего нить, приедем к выводу (рис. 10, б), что электрическое поле равномерно заряженной бесконечной прямолинейной нити изображается радиальными линиями напряженности, перпендикулярными нити.

Такой же вид будет иметь и поле конечной нити; искажения появятся только в окрестностях ее концов.

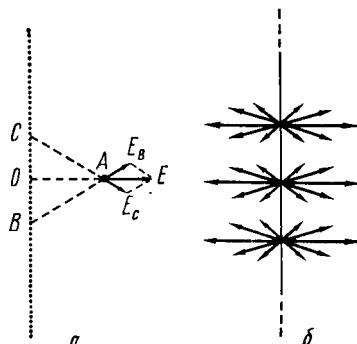


Рис. 10

\* Первоначально выведена русским математиком М. В. Остроградским в качестве общематематической теоремы; позднее установлена немецким математиком и физиком К. Ф. Гауссом применительно к электрическому полю.

\*\* Исходящая линия, если нить заряжена положительно, и входящая, если нить заряжена отрицательно.

Определим теперь напряженность поля нити в некоторой точке  $A$  на расстоянии  $r$  от нити (рис. 11). Пусть линейная плотность заряда нити (т. е. заряд, приходящийся на единицу длины) равна  $\rho$  (Кл/м). Окружим часть  $h$  длины нити воображаемым цилиндром, ось которого совпадает с нитью, а боковая поверхность содержит точку  $A$ . Согласно теореме Остроградского — Гаусса, поток напряженности сквозь поверхность этого цилиндра равен

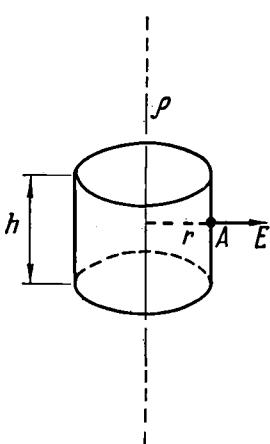


Рис. 11

$$N = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i^n q_i = \frac{\rho h}{\epsilon_0}, \quad (12)$$

где  $\sum_i^n q_i = \rho h$  — заряд части нити, окруженней цилиндром. С другой стороны [см. (7)],

$$N = ES = E \cdot 2\pi rh, \quad (13)$$

где  $S = 2\pi rh$  — площадь боковой поверхности цилиндра\*. Приравнивая друг к другу правые части соотношений (12) и (13), получим

$$E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (14)$$

Следовательно, напряженность поля нити обратно пропорциональна *первой степени* расстояния.

С помощью формулы (14) можно рассчитывать напряженность поля заряженного провода, тонкого стержня и т. п.

### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛОСКОСТИ

Продвигая рассуждения, подобные тем, которые имели место при выяснении вида поля нити, нетрудно убедиться, что линии поля бесконечной заряженной плоскости перпендикулярны ей (рис. 12). Определим напряженность поля плоскости в некоторой точке  $A$ . Пусть *поверхностная плотность заряда плоскости* (т. е. заряд, приходящийся на единицу площади) равна  $\sigma$  (Кл/м<sup>2</sup>). Построим воображаемый цилиндр, ось которого перпендикулярна плоскости, а правое основание содержит точку  $A$ . Плоскость делит цилиндр пополам.

Согласно теореме Остроградского — Гаусса, поток напряженности сквозь поверхность этого цилиндра

\* Поток напряженности сквозь основания цилиндра отсутствует, так как силовые линии параллельны основаниям.

$$N = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i^n q_i = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}, \quad (15)$$

где  $\sum_i^n q_i = \sigma S$  — заряд части плоскости, окруженный цилиндром;  $S$  — площадь основания цилиндра. Весь поток проходит только сквозь основания цилиндра, так как силовые линии параллельны боковой поверхности цилиндра. На обоих основаниях напряженность  $E$  поля однакова, так как точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно плоскости. Тогда, согласно формуле (7),

$$N = E \cdot 2S, \quad (16)$$

где  $2S$  — площадь оснований цилиндра. Приравнивая друг другу правые части соотношений (15) и (16), получим

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (17)$$

Таким образом, напряженность поля бесконечной заряженной плоскости пропорциональна поверхностной плотности заряда и не зависит от расстояния до плоскости. Следовательно, поле плоскости является однородным.

### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ МЕЖДУ ДВУМЯ БЕСКОНЕЧНЫМИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ РАЗНОИМЕННО ЗАРЯЖЕННЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ

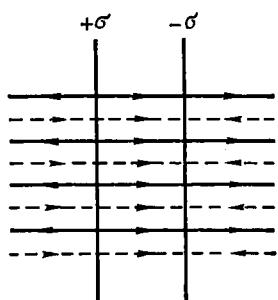


Рис. 13

Пусть поверхностные плотности заряда плоскостей равны  $+\sigma$  и  $-\sigma$ . На рис. 13 дан вертикальный разрез плоскостей; поле положительно заряженной плоскости изображено сплошными силовыми линиями, поле отрицательно заряженной плоскости — прерывистыми. Так как поверхностные плотности заряда плоскостей одинаковы, то, согласно формуле (17), напряженности поля ( $E_+$  и  $E_-$ ), создаваемого каждой из плоскостей, одинаковы:

$$E_+ = E_- = \sigma/(2\epsilon_0).$$

Как видно (рис. 13), поля между плоскостями складываются (линии напряженности направлены в одну сторону). Поэтому напряженность поля между плоскостями  $E = E_+ + E_-$ , или

$$E = \sigma/\epsilon_0. \quad (18)$$

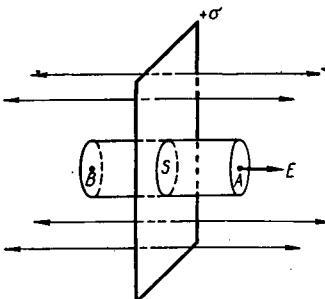


Рис. 12

Слева и справа от плоскостей поля *вычитываются* (силовые линии направлены навстречу друг другу). Поэтому здесь напряженность поля  $E = 0$ .

Таким образом, поле между двумя бесконечными разноименно заряженными параллельными плоскостями *однородно*, а слева и справа от плоскостей оно *отсутствует*. Такой же вид имеет поле *конечных* параллельных плоскостей; искажение появляется только вблизи их границ.

С помощью формулы (18) можно рассчитывать напряженность поля внутри *плоского конденсатора* (см. § 9).

## § 5. Работа при перемещении заряда в электрическом поле.

### Потенциал

На всякий заряд, находящийся в электрическом поле, действует сила, которая может перемещать этот заряд. Определим работу  $A$  по перемещению точечного положительного заряда  $q$  из точки  $O$

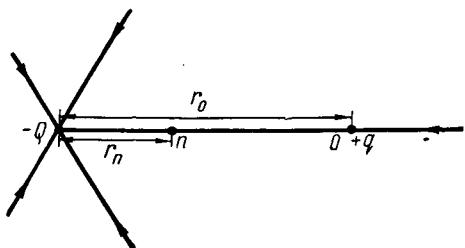


Рис. 14

в точку  $n$ , совершающую силами электрического поля *отрицательного* заряда  $Q$  (рис. 14). По закону Кулона, сила, перемещающая заряд, является *переменной* и равной

$$F = qQ/(4\pi\epsilon_0 r^2),$$

где  $r$  — *переменное* расстояние между зарядами. Заметим, что по такому же закону (обратной пропорциона-

льности квадрату расстояния) изменяется сила, перемещающая массу  $m$  в гравитационном поле массы  $M$  (см. ч. I, § 17). Поэтому работа перемещения заряда в электрическом поле (совершаемая электрическими силами) выразится формулой, аналогичной формуле работы перемещения массы в гравитационном поле (совершаемой гравитационными силами):

$$A = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_0},$$

или

$$A = q \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_0} \right). \quad (19)$$

Формула (19) выводится точно так же, как была выведена формула (8) в ч. I, § 17.

Еще проще можно вывести формулу (19) посредством интегрирования:

$$A = - \int_{r_0}^{r_n} F \cdot dr = - qQ \int_{r_0}^{r_n} \frac{dr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = q \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_0} \right).$$

Знак минус перед интегралом поставлен в связи с тем, что для сближающихся зарядов  $dr$  отрицателен, тогда как работа  $dA = F \cdot dr$  должна быть положительной, поскольку перемещение заряда  $q$  происходит в направлении действия силы.

Сопоставляя формулу (19) с общей формулой (4) из ч. I, § 17, приедем к выводу, что  $-qQ/(4\pi\epsilon_0 r)$  представляет собой потенциальную энергию  $W_n$  заряда в данной точке электрического поля:

$$W_n = - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (20)$$

Знак минус показывает, что по мере перемещения заряда силами поля его потенциальная энергия убывает, переходя в работу перемещения. Величина

$$\Phi = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (21)$$

равная потенциальной энергии единичного положительного заряда ( $q = +1$ ), называется *потенциалом электрического поля* или *электрическим потенциалом*. Электрический потенциал не зависит от перемещаемого заряда и потому может служить характеристикой электрического поля, подобно тому, как гравитационный потенциал служит характеристикой гравитационного поля.

Подставив выражение потенциала (21) в формулу работы (19), получим

$$A = q(\Phi_0 - \Phi_n), \quad (22)$$

или

$$\Phi_0 - \Phi_n = \frac{A}{q}. \quad (23)$$

Полагая  $q = +1$ , получим

$$\Phi_0 - \Phi_n = A.$$

Таким образом, разность потенциалов двух точек поля равна отношению работы сил поля по перемещению точечного положительного заряда из одной точки в другую к этому заряду.

Переместим теперь заряд  $q$  (действуя против сил поля) из некоторой точки на бесконечность ( $r_n = \infty$ ). Тогда, согласно формулам (21) и (23),  $\Phi_n = 0$  и

$$\Phi_0 = \frac{A}{q}. \quad (24)$$

При  $q = +1$  получим  $\Phi_0 = A$ . Следовательно, потенциал точки электрического поля равен отношению работы

по перемещению точечного положительного заряда из данной точки на бесконечность к этому заряду.

Из формулы (24) установим единицу потенциала, называемую вольтам (В):

$$B = \text{Дж}/\text{Кл}, \quad (25)$$

т. е. вольт является потенциалом такой точки поля, при перемещении из которой заряда +1 Кл на бесконечность совершается работа 1 Дж. Размерность потенциала

$$[\Phi] = [A]/[q] = \text{Дж}/\text{Кл} = \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Теперь, учитывая формулу (25), можно показать, что установленная в § 2 единица напряженности электрического поля действительно равна 1 В/м:

$$H/\text{Кл} = H \cdot m / (\text{Кл} \cdot m) = \text{Дж}/(\text{Кл} \cdot m) = B/m.$$

Если заряд  $Q$ , создающий поле, отрицателен, то силы поля препятствуют перемещению единичного положительного заряда на бесконечность, совершая тем самым отрицательную работу. Поэтому потенциал любой точки поля, созданного отрицательным зарядом, является отрицательным (подобно тому, как отрицателен гравитационный потенциал любой точки поля тяготения). Если же заряд, создающий поле, положителен, то силы поля сами перемещают единичный положительный заряд на бесконечность, совершая положительную работу. Поэтому потенциал любой точки поля положительного заряда является положительным. Исходя из этих соображений можно записать выражение (21) в более общем виде:

$$\Phi = \pm \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (26)$$

где знак минус относится к случаю отрицательного заряда, а знак плюс — к случаю положительного заряда  $Q$ .

Если поле создается несколькими зарядами, то его потенциал равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов (потенциал — скалярная величина: отношение работы к заряду). Поэтому потенциал поля любой заряженной системы можно рассчитать на основе приведенных ранее формул, предварительно разбив систему на большое число точечных зарядов.

Работа перемещения заряда в электрическом поле, как и работа перемещения массы в гравитационном поле, не зависит от формы пути, а зависит только от разности потенциалов начальной и конечной точек пути. Следовательно, электрические силы являются потенциальными силами (см. ч. I, § 17).

Поверхность, во всех точках которой потенциал одинаков, называется эквипотенциальной.

Из формулы (22) следует, что работа перемещения заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю (так как  $\varphi_0 = \varphi_n$ ). Это означает, что силы электрического поля направлены перпендикулярно эквипотенциальным поверхностям (рис. 15), т. е.

линии напряженности поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Таким образом, электрическое поле характеризуется двумя физическими величинами: *напряженностью* (силовая характеристика) и *потенциалом* (энергетическая характеристика); выясним, как они связаны между собой. Пусть положительный заряд  $q$  перемещается силой электрического поля с эквипотенциальной поверхности, имеющей потенциал  $\phi_0$ , на близко расположенную эквипотенциальную поверхность, имеющую потенциал  $\phi_n < \phi_0$  (рис. 15). Напряженность  $E$  поля на всем *малом* пути  $\Delta x$  можно считать постоянной. Тогда работа перемещения

$$\Delta A = qE \cdot \Delta x, \quad (27)$$

где  $qE$  — сила, перемещающая заряд на пути  $\Delta x$ . С другой стороны,

$$\Delta A = q(\phi_0 - \phi_n) = q \cdot \Delta\phi, \quad (28)$$

где  $\phi_0 - \phi_n = \Delta\phi$ . Из формул (27) и (28) получим

$$E = -\Delta\phi/\Delta x = -\text{grad } \phi; \quad (29)$$

знак минус обусловлен тем, что напряженность поля направлена в сторону *убывания* потенциала, тогда как градиент потенциала направлен в сторону *возрастания* потенциала (см. ч. I, § 3 и рис. 15).

Итак,

*напряженность поля равна по величине и противоположна по направлению градиенту потенциала.*

Формула (29) также показывает, что единицей напряженности электрического поля является 1 В/м.

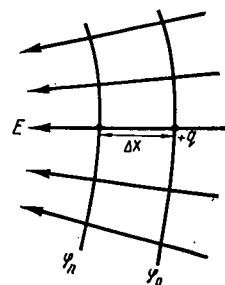


Рис. 15

## § 6. Неустойчивость статических систем электрических зарядов

Из формулы (20) следует, что потенциальная энергия  $W_{\text{п}}$  взаимодействия двух зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , расположенных на расстоянии  $r$  друг от друга, выражается соотношением

$$W_{\text{п}} = \pm \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (30)$$

где знак плюс соответствует взаимодействию одноименных, а знак минус — разноименных зарядов.

На рис. 16 представлен график зависимости взаимной потенциальной энергии этих зарядов от расстояния между ними, построенный по формуле (30) (две гиперболы: 1 — для одноименных зарядов, 2 — для разноименных). График показывает, что *потенциальная энергия системы двух зарядов не имеет минимума и, следовательно, ни при каком их расположении не может находиться в устойчивом*

*равновесии (и вообще в равновесии)*\*. В самом деле, одноименные заряды ( $q_1 q_2 > 0$ ) будут удаляться друг от друга, пока не разойдутся на бесконечно большое расстояние, а разноименные заряды ( $q_1 q_2 < 0$ ) — сближаться вплоть до соприкосновения и взаимной нейтрализации. В обоих случаях система полностью разрушится.

Можно доказать, что не только у системы из двух зарядов, но и у системы из любого числа зарядов при любом их расположении потенциальная энергия взаимодействия не имеет минимума, и поэтому

*устойчивое статическое распределение электрических зарядов, находящихся на конечных расстояниях друг от друга, невозможно (теорема Ирншоу)\*\*.*

Во избежание недоразумений отметим, что устойчивое равновесие заряженных частиц — молекул в жидкостях и твердых телах (см. ч. I, § 37) и ионов в кристаллах (см. ч. I, § 53) — не является статическим. Оно имеет *динамический* (колебательный) характер и обусловлено одновременным действием межмолекулярных сил притяжения и отталкивания, причем зависимость сил притяжения и сил отталкивания от расстояния между заряженными частицами выражается *различными и отличающимися от закона Кулона закономерностями* (см. ч. I, § 37).

Теорема Ирншоу сыграла важную роль в развитии теории строения атома. Именно из нее был сделан вывод о том, что атом не представляет собой *статическую* (неподвижную) систему зарядов и что устойчивость атома может быть обеспечена только *непрерывным движением его частиц* — электронов (см. § 63). Здесь мы опять встречаемся с примером того, как физические закономерности подтверждают фундаментальное положение диалектического материализма о неразрывной связи между материей и движением.

Система из многих разноименных электрических зарядов при *определенном* их взаиморас-

\* При этом предполагается, что, кроме кулоновских сил, на заряды не действуют никакие другие силы.

\*\* Выведена в общем виде английским ученым С. Ирншоу.

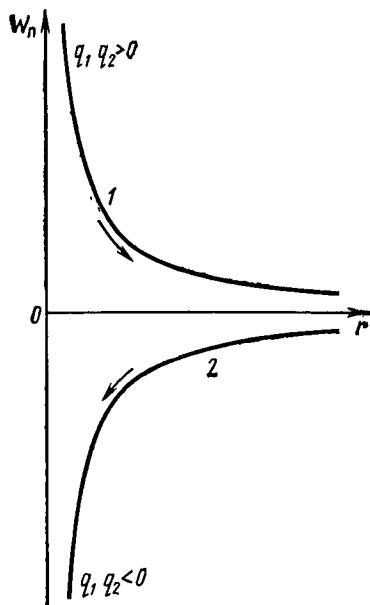


Рис. 16

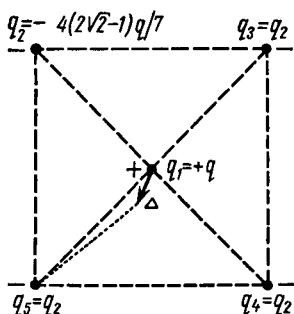


Рис. 17

положении и определенном соотношении между их величинами, вообще говоря, может находиться в равновесии, однако это равновесие не будет устойчивым. Так, например, пять зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_5$  составят равновесную систему, если один из них ( $q_1$ ) помещен в центр квадрата, а остальные — в его вершинах (рис. 17) и если  $q_1 = +q$ , а

$$q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = -4(2\sqrt{2} - 1)a/7 \approx 1,04q^*$$

Однако малейшее случайное смещение  $\Delta$  заряда  $q_1$  немедленно приведет к его дальнейшему перемещению вплоть до объединения с другим зарядом (в данном случае  $q_5$ ), одновременно остальные заряды начнут удаляться друг от друга и разойдутся на бесконечное расстояние. В результате система полностью разрушится.

Анализ любых других частных случаев равновесия многозарядовых систем показывает, что все они соответствуют неустойчивому равновесию.

До сих пор предполагалось, что заряды и их поля находятся в *вакууме*. В последующих параграфах мы рассмотрим, какое влияние на электрическое поле и на взаимодействие электрических зарядов оказывает вещественная *среда* — проводники и диэлектрики.

## § 7. Проводники в электрическом поле. Электроемкость. Энергия заряженного проводника

Поместим в однородное электрическое поле *нейтральный* проводник, например металлический шар. Под влиянием поля свободные электроны проводника начнут перемещаться против поля. В результате левая часть поверхности шара зарядится отрицательно, а правая, на которой окажется недостаток электронов, — положительно (рис. 18). Это явление называется *электростатической индукцией*. Индуцированные заряды создадут внутри проводника свое собственное поле, которое, очевидно, будет направлено противоположно внешнему полю, первоначально пронизывавшему проводник. Перераспределение зарядов в проводнике будет происходить до тех пор, пока внешнее поле внутри проводника не скомпенсируется собственным полем зарядов. При этом результирующее поле внутри проводника отсутствует, напряженность становится равной нулю, перераспределение зарядов прекращается. Отсутствие поля внутри проводника означает, что все его точки имеют одинаковый потенциал, т. е. проводник является *эквипотенциальным телом* и *поверхность проводника служит эквипотенциальной поверхностью*.

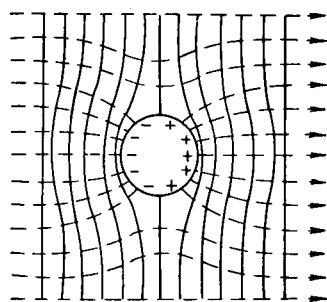


Рис. 18

\* Приведенное соотношение между зарядами рассчитывается по закону Кулона. Читатель может проделать этот расчет самостоятельно.

Но в таком случае силовые линии внешнего поля вблизи проводника должны расположиться перпендикулярно поверхности проводника. Итак, внесенный в электрическое поле проводник, если даже он не заряжен, вызывает искажение этого поля: вблизи проводника оно становится неоднородным. На рис. 18 изображены силовые линии поля (прерывистые) и эквипотенциальные поверхности (сплошные линии) вблизи проводника.

Очевидно, что электрическое поле будет отсутствовать не только внутри сплошного проводника, но и внутри полостей, имеющихся в проводнике, например внутри полого шара. На этом свойстве проводников основана *электростатическая защита*: прибор, который надо защитить от действия внешнего электрического поля, окружают со всех сторон проводником, например густой металлической сеткой.

Если проводник заряжен, то сообщенные ему заряды будут удаляться друг от друга под действием кулоновских сил отталкивания на *возможно большее расстояние*. Поэтому электрические заряды располагаются только на *внешней поверхности проводника*. Внутри проводника свободных зарядов нет. Наибольшая поверхность плотность заряда оказывается на выпуклых частях проводника: ребрах, остриях и т. п. Вблизи этих частей создается наибольшая напряженность поля заряженного проводника.

Так как поверхность проводника является *эквипотенциальной*, то заряженный проводник можно характеризовать потенциалом. Опыт показывает, что по мере увеличения заряда проводника возрастает и его потенциал: при изменении заряда на  $dq$  потенциал изменяется на  $d\varphi$ , но отношения

$$C = \frac{dq}{d\varphi} = \frac{q}{\varphi} \quad (31)$$

( $q$  — заряд,  $\varphi$  — потенциал проводника) остаются постоянными. Величина  $C$  называется *электроемкостью* проводника. Это важная электрическая характеристика проводника, зависящая только от его размера и формы. Следует, однако, отметить, что данное утверждение справедливо лишь для *удиненного проводника*. Если же вблизи проводника находятся другие тела, то поля их зарядов (собственных или индуцированных) изменяют потенциал, а следовательно, и емкость проводника. Таким образом,

*электроемкость уединенного проводника численно равна заряду, изменяющему потенциал проводника на единицу.*

Единицей электроемкости является *фарад* — *емкость такого уединенного проводника, на котором заряд 1 Кл создает потенциал 1 В:*

$$\Phi = \text{Кл}/\text{В}.$$

*Размерность электроемкости*

$$[C] = [q]/[\varphi] = \text{Кл}/\text{В} = \text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2.$$

На рис. 19 изображены с помощью силовых линий электрические поля уединенного точечного заряда  $q$  ( $a$ ) и уединенного проводящего

шара (б) радиусом  $r$ , несущего заряд  $q$ . На расстоянии  $\gg r$  от точечного заряда и от центра шара эти поля оказываются совершенно одинаковыми. Поэтому потенциал поверхности шара радиусом  $r$  и емкостью  $C$  равен потенциальному эквипотенциальной поверхности, находящейся на расстоянии  $r$  от точечного заряда (рис. 19, а, пунктир). Тогда, согласно формулам (31) и (26),

$$\varphi = \frac{q}{C} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r},$$

откуда

$$C = 4\pi\epsilon_0 r, \quad (32)$$

$$\epsilon_0 = \frac{C}{4\pi r}. \quad (33)$$

Из формулы (33) непосредственно следует, что электрическая постоянная  $\epsilon_0$  должна измеряться в фардах на метр ( $\Phi/\text{м}$ ).

Выразим из формулы (32) радиус шара  $r$ :

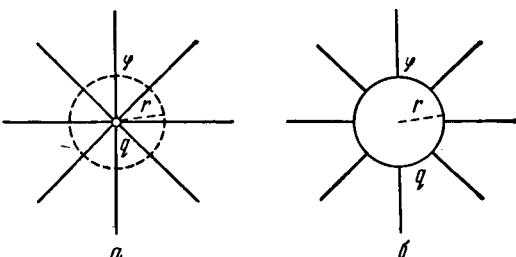


Рис. 19

$$r = C/(4\pi\epsilon_0).$$

Если  $C = 1 \Phi$ , то, учитывая, что  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/\text{м}$ , получим

$$r = \frac{1 \Phi}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/\text{м}} = 9 \cdot 10^9 \text{ м} = 9 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

Следовательно, емкостью 1  $\Phi$  обладает единственный проводящий шар радиусом  $9 \cdot 10^6$  км. Это чрезвычайно большая единица емкости. Поэтому в технике часто пользуются внесистемными единицами — **микрофард** и **пикофард**: 1 мкФ =  $10^{-6} \Phi$ , 1 пФ =  $10^{-6}$  мкФ, что соответствует емкостям единенных проводящих шаров радиусами 9 км и 0,9 см.

Землю в целом можно считать проводящим шаром радиусом  $R = 6400$  км. Тогда электромкость земного шара равна

$$C = \frac{64 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot 1 \Phi}{9 \cdot 10^9 \text{ м}} = 711 \cdot 10^{-6} \Phi = 711 \text{ мкФ.}$$

Для зарядки проводника необходимо совершить определенную работу против кулоновских сил отталкивания между одноименными зарядами. Эта работа идет на увеличение электрической энергии заряженного проводника. Определим энергию заряженного проводника. Пусть первоначально нейтральному проводнику, имеющему емкость  $C$ , сообщается заряд  $q$ , причем зарядка производится постепенно — малыми порциями заряда  $dq$ , переносимыми из бесконеч-

ности, где потенциал  $\varphi_0 = 0$ . По мере зарядки потенциал проводника возрастает. Обозначим этот переменный потенциал  $\varphi$ . Тогда малая работа  $dA$ , совершаемая при переносе очередного заряда  $dq$ , выразится, согласно формуле (22), соотношением

$$dA = (\varphi_0 - \varphi) \cdot dq = -\varphi \cdot dq.$$

Из формулы (31)  $dq = C \cdot d\varphi$ , поэтому

$$dA = -C\varphi \cdot d\varphi.$$

Полная работа по зарядке проводника равна сумме всех малых работ  $dA$ , т. е.

$$A = \int_0^{\varphi} dA = -C \int_0^{\varphi} \varphi \cdot d\varphi = -\frac{1}{2} C\varphi^2.$$

Знак минус показывает, что работа совершается внешними силами *против* поля заряженного проводника. Такую же по значению, но положительную работу может теперь совершить (в процессе разрядки) сам заряженный проводник. Поэтому *энергия заряженного проводника* выражается формулой

$$W = C\varphi^2/2, \quad (34)$$

или, согласно формуле (31),

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (35)$$

## § 8. Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков

Опыт показывает, что помещенный в электрическое поле диэлектрик приобретает полярность: та часть его поверхности, в которую входят силовые линии, заряжается отрицательно, а противоположная часть — положительно. Это явление называется *поляризацией диэлектрика*. По внешнему проявлению процесс поляризации диэлектрика схож с рассмотренным ранее процессом электростатической индукции проводника. Однако по существу эти процессы различны. В диэлектрике нет свободных зарядов, которые могли бы перераспределиться под действием поля. Все разноименные заряды в диэлектрике *попарно связаны* (электронная оболочка атома связана с его ядром, отрицательные ионы кристалла связаны с его положительными ионами и т. п.). Поляризация кристаллических диэлектриков и диэлектриков, состоящих из неполярных молекул, обусловлена небольшими смещениями связанных зарядов друг относительно друга. Поляризация диэлектриков, состоящих из дипольных молекул, обусловлена поворотом связанных зарядов относительно центра связи. Рассмотрим перечисленные виды поляризации более подробно.

## ▲ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ НЕПОЛЯРНЫХ МОЛЕКУЛ

Неполярная молекула (или атом) может быть схематически представлена в виде положительно заряженной центральной области (атомного ядра), симметрично окруженной отрицательно заряженной оболочкой (электронной). Относительно внешнего пространства такая молекула является нейтральной (рис. 20, *a*). Под влиянием электрического поля напряженностью  $E$  положительный заряд сместится в направлении поля, а электронная оболочка вытянется в противоположную сторону (рис. 20, *b*). Молекула станет *полярной* (дипольной), подобной электрическому диполю (рис. 20, *в*). Такого рода поляризация молекул называется *электронной*. Очевидно, что при помещении диэлектрика в электрическое поле все неполярные молекулы превратятся в дипольные, расположенные цепочками вдоль линий поля, как показано на рис. 20, *г* (черными кружками обозначены отрицательные заряды, а белыми — положительные).

В результате торцы диэлектрика приобретут разноименные заряды — диэлектрик поляризуется. Степень электронной поляризации диэлектрика зависит от его свойств и от величины напряженности поля.

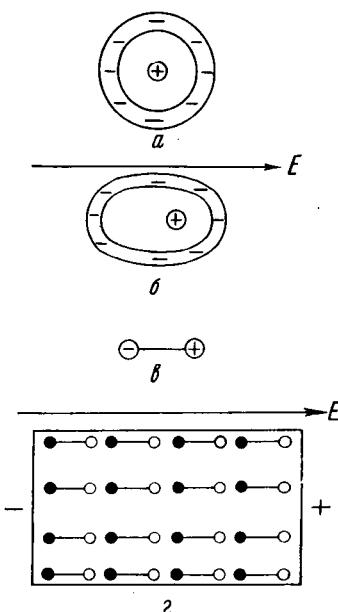


Рис. 20

## ▲ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ПОЛЯРНЫХ МОЛЕКУЛ

У некоторых диэлектриков молекулы всегда (и при отсутствии внешнего поля) несимметричны в электрическом отношении, т. е. являются *дипольными*. К таким диэлектрикам относятся, например, вода, аммиак, эфир, ацетон. Благодаря тепловому движению дипольные молекулы расположены в диэлектрике беспорядочно, т. е. оси дипольных молекул имеют самые разнообразные направления (рис. 21, *а*). Поэтому диэлектрик в целом оказывается неполяризованным. Под влиянием электрического поля все дипольные молекулы диэлектрика повернутся так, что их оси расположатся *приблизительно* вдоль линий напряженности поля\*. В результате диэлектрик

\* Внешнее поле действует на заряды диполя с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению. Создается вращающий момент, поворачивающий диполь до тех пор, пока его ось не установится в направлении поля.

поляризуется (рис. 21, б). Такого рода поляризация называется *ориентационной* или *дипольной поляризацией*. Полной ориентации молекул препятствует тепловое движение. Степень ориентационной поляризации зависит от свойств диэлектрика, напряженности поля и температуры.

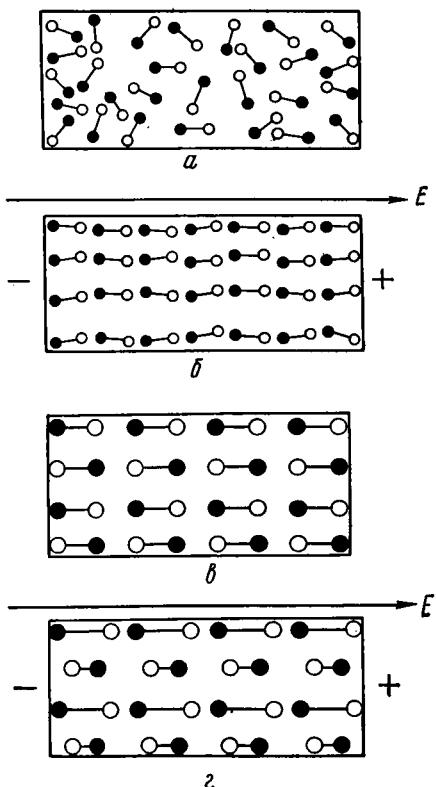


Рис. 21

и после исчезновения поля. Типичными сегнетоэлектриками являются сегнетова соль  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  и титанат бария  $\text{BaTiO}_3$ .

### ▲ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ, ЯВЛЯЮЩИХСЯ ИОННЫМИ КРИСТАЛЛАМИ

У кристаллических диэлектриков с ионной решеткой каждая пара соседних разноименных ионов подобна диполю (рис. 21, в). В электрическом поле эти диполи деформируются: удлиняются, если их оси направлены по полю, и укорачиваются, если оси направлены против поля (рис. 21, г). В результате диэлектрик поляризуется.

\* Эта температура, соответствующая *точке Кюри*, различна у разных сегнетоэлектриков; например, у титаната бария она равна 391 К.

Такого рода поляризация называется *ионной*. Степень ионной поляризации зависит от свойств диэлектрика и от напряженности поля.

Некоторые кристаллы (кварц, турмалин и др.) поляризуются при механической деформации. При сжатии пластинки такого кристалла, вырезанной в определенном направлении, ее плоскости оказываются разноименно заряженными и внутри пластиинки возникает электрическое поле. При растяжении пластиинки ее полярность и направление поля изменяются на противоположные. Это явление называется *пьезоэлектрическим эффектом*, а соответствующие вещества — *пьезоэлектриками*. Пьезоэлектрический эффект обусловлен деформацией структурных группировок молекул пьезоэлектрика, нарушающий симметричность каждой из этих группировок в электрическом отношении.

Существует и обратный пьезоэлектрический эффект (являющийся частным случаем *электрострикции*): во внешнем электрическом поле пластиинка пьезоэлектрика деформируется вдоль поля (сжимается или растягивается в зависимости от направления поля).

⊕ Пьезоэлектрический эффект используется в технике для измерения быстро изменяющихся давлений и для исследования ультразвуковых колебаний. Обратный пьезоэлектрический эффект используется для возбуждения ультразвуковых колебаний. Пьезокварц применяется для стабилизации высокочастотных электрических колебаний, поскольку частота собственных механических колебаний пьезокварца характеризуется очень устойчивым постоянством. ⊕

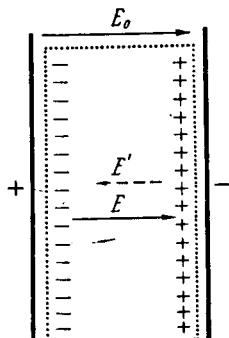
## § 9. Электрическое поле в диэлектрике.

### Диэлектрическая проницаемость.

#### Вектор электрической индукции

Поляризация диэлектрика в электрическом поле ведет к ослаблению этого поля внутри диэлектрика. Действительно, пусть напряженность поля между двумя безграничными параллельными разноименно заряженными пластиинами, находящимиися в вакууме, равна  $E_0$  (рис. 22). Поместим теперь между пластиинами *однородный изотропный диэлектрик*. Поляризаясь, он создаст свое собственное поле напряженностью  $E'$ , направленное против внешнего поля  $E_0$ . Поэтому результирующая напряженность  $E$  поля в диэлектрике *меньше*  $E_0$ :

$$E = E_0 - E'.$$



Отношение напряженности поля в вакууме к напряженности поля в однородной изотропной диэлектрической среде при неизменных зарядах, создающих поле, называется *относительной диэлектрической проницаемостью* в этой среде (или *диэлектрической проницаемостью*):

$$\epsilon = E_0/E. \quad (36)$$

Очевидно, что  $\epsilon$  — величина *безразмерная*. Относительная ди-

Рис. 22

электрическая проницаемость количественно характеризует *свойство диэлектрика* поляризоваться в электрическом поле. Числовые ее значения для различных диэлектриков приводятся в справочных таблицах.

Диэлектрическая проницаемость всех газов близка к единице ( $1,0001 - 1,01$ ). У большинства неполярных диэлектрических жидкостей  $\epsilon$  лежит в пределах от 2 до 2,5, у твердых диэлектриков — от 2,5 до 8, у полярных жидкостей — от 10 до 81. У сегнетоэлектриков  $\epsilon$  достигает очень больших значений — порядка  $10^4$ , и, кроме того, существенно зависит от напряженности внешнего поля. Для вакуума, согласно формуле (36),  $\epsilon = 1$ .

Заметим, что проводник можно рассматривать как неограниченно поляризующийся диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = \infty$ . Тогда напряженность поля внутри проводника

$$E = E_0/\infty = 0,$$

что соответствует выводу, полученному в § 7.

Так как

$$E_0/E = F_0/F,$$

где  $F_0$  — сила взаимодействия зарядов в вакууме,  $F$  — сила взаимодействия тех же зарядов в диэлектрике, то формулу (36) можно переписать в виде

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}. \quad (37)$$

Следовательно,

*диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз уменьшится сила взаимодействия зарядов, находящихся в вакууме, если он заполнится однородным изотропным диэлектриком.*

Сила  $F_0$  взаимодействия точечных зарядов ( $q_1$  и  $q_2$ ) в вакууме равна, согласно закону Кулона (см. § 2),

$$F_0 = q_1 q_2 / (4\pi\epsilon_0 r^2),$$

где  $r$  — расстояние между зарядами. Тогда, учитывая формулу (37) получим для силы  $F$  взаимодействия этих же зарядов в диэлектрике следующее выражение:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2} \quad (38)$$

(закон Кулона для взаимодействия зарядов в диэлектрической среде).

*Произведение электрической постоянной  $\epsilon_0$  на относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  среды называется абсолютной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_a$  среды:*

$$\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon.$$

Поскольку  $\epsilon$  — безразмерная величина,  $\epsilon_a$  выражается в тех же единицах ( $\Phi/m$ ) и имеет такую же размерность ( $m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$ ), что и электрическая постоянная  $\epsilon_0$ .

Отметим еще раз, что значение относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  определяется только свойствами среды, значение электрической постоянной  $\epsilon_0$  — только выбором системы единиц, а значение абсолютной диэлектрической проницаемости зависит как от свойств среды, так и от системы единиц.

Все полученные в предыдущих параграфах данной главы формулы, описывающие электрические поля и взаимодействия электрических зарядов в вакууме, остаются справедливыми и в случае, когда эти явления имеют место в однородном изотропном диэлектрике.

Только в формулы, содержащие электрическую постоянную  $\epsilon_0$ , необходимо вводить относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  в качестве сомножителя при  $\epsilon_0$  (формулы, не содержащие  $\epsilon_0$ , не требуют никаких дополнений). Таким образом, например, выражения закона Кулона (4), напряженности электрического поля точечного заряда (6), потенциала (26) и теоремы Остроградского — Гаусса (11) применительно к условиям однородного изотропного диэлектрика примут соответственно такой вид:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad (39)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad (40)$$

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}, \quad (41)$$

$$N = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon} \sum_1^n q_i. \quad (42)$$

Наиболее сложным оказывается изучение электрических явлений в неоднородной диэлектрической среде. В такой среде  $\epsilon$  имеет различные значения, изменяясь на границах диэлектриков скачкообразно (претерпевая разрыв непрерывности). Это затрудняет применение формул (39) — (41). Что касается теоремы Остроградского — Гаусса, то в этих условиях она вообще теряет смысл. В самом деле, благодаря различной поляризуемости разнородных диэлектриков напряженности поля в них будут различными. Поэтому различно и число силовых линий в каждом диэлектрике. Часть линий, исходящих из зарядов, окруженных замкнутой поверхностью, будет заканчиваться, на границах раздела диэлектриков и не пронизет данную поверхность.

Это затруднение можно устранить, введя в рассмотрение новую физическую характеристику поля — *электрическую индукцию* (или *вектор электрической индукции*). Сделаем это следующим образом. Предположим, что в вакууме создано однородное электрическое поле напряженностью  $E_0$ . Заполним вакуум параллельными слоями различных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  и т. д., располагая их перпендикулярно напряженности поля. Очевидно, что напряженности поля в различных диэлектриках будут

различными, равными соответственно  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  и т. д. Однако согласно формуле (36),

$$\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2 = \epsilon_3 E_3 = \dots = E_0 = \text{const.}$$

Умножая все части этих равенств на электрическую постоянную  $\epsilon_0$ , получим

$$\epsilon_0 \epsilon_1 E_1 = \epsilon_0 \epsilon_2 E_2 = \epsilon_0 \epsilon_3 E_3 = \dots = \epsilon_0 E_0 = \text{const.}$$

Введем обозначение

$$\epsilon_0 \epsilon E = D. \quad (43)$$

Тогда предпоследнее соотношение примет вид

$$D_1 = D_2 = D_3 = \dots = D_0 = \text{const.}$$

*Вектор  $D$ , равный произведению напряженности электрического поля в диэлектрике на его абсолютную диэлектрическую проницаемость, называется электрической индукцией.*

По направлению он совпадает с вектором напряженности  $E^*$ . Электрическая индукция вакуума

$$D_0 = \epsilon_0 E_0.$$

Согласно формуле (43), единицей электрической индукции является *кулон на квадратный метр* ( $\text{Кл}/\text{м}^2$ ), тогда

$$[D] = [\epsilon_0] \cdot [E] = \left[ \frac{\Phi}{m} \right] \cdot \left[ \frac{B}{m} \right] = m^2 \cdot c \cdot A.$$

В отличие от напряженности  $E$  *электрическая индукция  $D$  постоянна во всех диэлектриках*. Поэтому электрическое поле в неоднородной диэлектрической среде удобнее характеризовать не напряженностью  $E$ , а индукцией  $D$ . С этой целью вводятся понятия *линий индукции* и *потока индукции* совершенно так же, как в § 2 вводились понятия силовых линий и потока напряженности.

В выражении (40) для напряженности электрического поля, соединяемого точечным зарядом в диэлектрике, перенесем абсолютную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_0 \epsilon$  в левую часть равенства. Тогда, учитывая формулу (43), получим выражение электрической индукции точечного заряда в диэлектрике:

$$D = q/(4\pi r^2). \quad (44)$$

Следовательно, для преобразования формулы напряженности электрического поля в диэлектрике в соответствующую формулу электрической индукции  $D$  достаточно в левой части этой формулы заменить  $E$  на  $D$  и исключить из правой ее части абсолютную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_0 \epsilon$ .

\* В анизотропных диэлектриках направления  $D$  и  $E$  могут не совпадать.

Ниже приведены полученные по этому *общему* правилу выражения: электрической индукции поля на продолжении оси диполя

$$D = p/(2\pi r^3), \quad (45)$$

на перпендикуляре к середине оси диполя

$$D = p/(4\pi r^3), \quad (46)$$

бесконечной прямолинейной равномерно заряженной нити

$$D = \rho/(2\pi r), \quad (47)$$

бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$D = \sigma/2 \quad (48)$$

и между двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями

$$D = \sigma, \quad (49)$$

где  $p$  — момент диполя,  $\rho$  — линейная плотность заряда нити,  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда плоскости.

Так как электрическая индукция не испытывает разрыва на границах различных диэлектриков, то все линии индукции, исходящие из зарядов, окруженных некоторой замкнутой поверхностью, пронижают ее. Поэтому для потока индукции  $N_D$  теорема Остроградского — Гаусса полностью сохраняет свой смысл и для неоднородной диэлектрической среды. Математическое выражение этой теоремы можно представить формулой

$$N_D = \sum_1^n q_i. \quad (50)$$

## § 10. Конденсатор. Энергия электрического поля

Проводник, обладающий большой электроемкостью, должен иметь очень большие размеры (см. § 7). Например, уединенный металлический шар емкостью 1 мкФ имеет радиус 9 см. Можно, однако, создать такую систему, состоящую из проводников, разделенных диэлектриками, которая будет обладать большой емкостью при малых размерах. Такого рода электрическая система называется *конденсатором*. Простейший конденсатор состоит из двух параллельных металлических пластин — обкладок, разделенных тонким слоем диэлектрика (рис. 23). Обкладкам этого конденсатора, называемого *плоским*, сообщаются разноименные равные заряды.

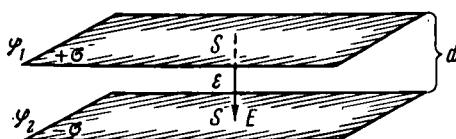


Рис. 23

В соответствии с формулой (31) емкость  $C$  плоского конденсатора равна отношению заряда  $q$  одной из его обкладок к разности потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  этих обкладок:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (51)$$

Введем обозначения:  $d$  — расстояние между обкладками конденсатора;  $S$  — площадь каждой обкладки;  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда обкладки;  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, находящейся между обкладками. При малом значении  $d$  можно считать поле внутри конденсатора однородным. Тогда, учитывая, что напряженность поля равна градиенту потенциала, можно написать

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed, \quad (52)$$

или, учитывая формулу (18) и наличие диэлектрика,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d / \epsilon_0 \epsilon.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (51) и учитывая, что  $q = \sigma S$ , получим формулу емкости плоского конденсатора:

$$C = \epsilon_0 \epsilon S / d. \quad (53)$$

Из этой формулы следует, что емкость плоского конденсатора тем больше, чем большее площадь обкладок и диэлектрическая проницаемость среды, разделяющей их, и чем меньше расстояние между обкладками.

Практически конденсатор обычно изготавливают из двух тонких, узких и длинных лент металлической фольги, проложенных очень тонкой лентой пропарфинированной бумаги. Получающаяся трехслойная полоса свертывается плотным рулоном. Такой конденсатор, имея размеры спичечного коробка, обладает емкостью 10 мкФ (металлический шар такой же емкости имел бы радиус 90 см). В конденсаторах переменной емкости применяются обычно газообразные и жидкие диэлектрики.

В связи с тем что вне конденсатора электрическое поле отсутствует (см. § 4), заряженный конденсатор не может индуцировать заряды на расположенных по соседству с ним проводниках. Поэтому *соседние проводники не влияют на емкость конденсатора*. Конденсаторы находят широкое применение в электротехнике.

Несколько конденсаторов можно объединить в батарею. Определим емкость конденсаторной батареи при *параллельном* и *последовательном* соединениях конденсаторов.

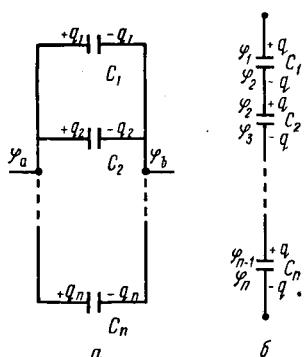


Рис. 24

У всех параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках одинакова и равна  $\varphi_a - \varphi_b$ , так как обкладки соединены проводником (рис. 24, а). Сумма одноименных зарядов на обкладках  $q_1 + q_2 + \dots + q_n = q$ . Емкость такой батареи равна

$$C = \frac{q}{\varphi_a - \varphi_b} = \frac{q_1}{\varphi_a - \varphi_b} + \frac{q_2}{\varphi_a - \varphi_b} + \dots + \frac{q_n}{\varphi_a - \varphi_b},$$

где  $q_1/(\varphi_a - \varphi_b) = C_1$  — емкость первого конденсатора,  $q_2/(\varphi_a - \varphi_b) = C_2$  — емкость второго конденсатора и т. д. Поэтому

$$C = \sum_1^n C_i. \quad (54)$$

У последовательно соединенных конденсаторов (рис. 24, б) заряды всех обкладок одинаковы и равны  $q$ , а разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_n = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + \dots + (\varphi_{n-1} - \varphi_n).$$

Емкость такой батареи

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_n},$$

откуда

$$\frac{1}{C} = \frac{\varphi_1 - \varphi_n}{q} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{q} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{q} + \dots + \frac{\varphi_{n-1} - \varphi_n}{q},$$

где  $(\varphi_1 - \varphi_2)/q = 1/C_1$  — величина, обратная емкости первого конденсатора,  $(\varphi_2 - \varphi_3)/q = 1/C_2$  — величина, обратная емкости второго конденсатора и т. д. Поэтому

$$\frac{1}{C} = \sum_1^n \frac{1}{C_i}. \quad (55)$$

⊕ Небезынтересно отметить, что орган для накапливания электрической энергии, имеющийся у некоторых рыб (электрический скат, электрический угорь и др.), представляет собой батарею конденсаторов значительной емкости, находящуюся под довольно высоким напряжением и развивающую при разряде большую мощность (у электрического угря напряжение достигает 1 кВ, а разрядная мощность — 1 кВт). Эта батарея состоит из тонких чередующихся слоев проводящей (нервной) и непроводящей (соединительной) ткани. Электроэнергия вырабатывается нервной системой спинного мозга. ⊕

С помощью плоского конденсатора американский физик Р. Э. Милликен в 1909 г. впервые осуществил экспериментальное определение заряда электрона  $e$ . Идея опыта Милликена состояла в следующем. Между горизонтально

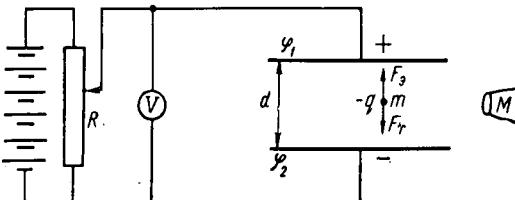


Рис. 25

расположенными пластинами плоского конденсатора приложена разность потенциалов  $\Phi_1 - \Phi_2$ , измеряемая вольтметром  $V$  (рис. 25). Расстояние между пластинами  $d$ ; нижняя пластина заряжена отрицательно. В пространство между пластинами вбрызгиваются посредством пульверизатора мельчайшие капельки жидкого масла, а воздух в этом пространстве ионизируется ультрафиолетовым излучением. Образующиеся ионы могут присоединяться («прилипать») к масляным капелькам. В результате многие из капелек оказываются электрически заряженными.

На отрицательно заряженные капельки действуют две силы: направленная вниз сила тяжести

$$F_t = mg$$

и направленная вверх электрическая сила

$$F_e = qE,$$

где  $m$  — масса капельки,  $q$  — ее заряд,  $E$  — напряженность электрического поля,  $g$  — ускорение свободного падения. Наблюдая за одной из таких капелек с помощью микроскопа  $M$  и изменяя посредством потенциометра  $R$  разность потенциалов, можно подобрать такое значение  $\Phi_1 - \Phi_2$ , при котором капелька неподвижно повиснет в воздухе. Это означает, что

$$F_e = F_t,$$

откуда

$$q = mg/E. \quad (56)$$

Так как очень мелкие капельки практически шарообразны, то массу наблюданной капельки можно определить из очевидного соотношения

$$m = 1/6\pi D^3 \rho, \quad (57)$$

где  $D$  — диаметр капельки, измеряемый с помощью микроскопа  $M$ ;  $\rho$  — плотность масла. Подставив в формулу (56) выражение массы (57) и выражение напряженности поля (52), получим соотношение

$$q = \frac{\pi D^3 \rho g d}{6(\varphi_1 - \varphi_2)}, \quad (58)$$

позволяющее рассчитывать заряд  $q$ .

На основе многочисленных измерений Милликен установил, что заряд  $q$  оказывается всегда или равным, или кратным некоторому *элементарному заряду*  $e$ , т. е. заряду электрона.

Современные измерения заряда электрона усовершенствованным методом Милликена и другими методами показали, что

$$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Как всякий заряженный проводник, конденсатор (см. рис. 23) обладает электрической энергией, которая в соответствии с формулой (34) равна

$$W = C(\varphi_1 - \varphi_2)^2/2,$$

или, учитывая формулы (52) и (53),

$$W = \epsilon \epsilon_0 E^2 S d / 2.$$

Но  $Sd = \Omega$  — объем, заключенный между обкладками конденсатора, поэтому

$$W = \epsilon \epsilon_0 E^2 \Omega / 2. \quad (59)$$

Поскольку все электрическое поле сосредоточено *внутри* конденсатора, можно считать, что формула (59) выражает не только энер-

гию электрического поля конденсатора, но и энергию электрического поля вообще. При этом оказывается, что энергия электрического поля пропорциональна квадрату его напряженности и объему охваченного им пространства.

Этот вывод свидетельствует в пользу представления о материальности (реальности) поля.

Плотностью энергии электрического поля называется отношение энергии электрического поля к занимаемому им объему:

$$w = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2. \quad (60)$$

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Две длинные параллельные одновременно заряженные нити расположены на расстоянии  $r = 0,1$  м друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях одинакова и равна  $\rho = 10^{-6}$  Кл/м. Найти значение и направление напряженности  $E$  результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии  $a = r = 0,1$  м от каждой нити.

**Решение.** Изобразим поперечное сечение  $ABC$  нитей через заданную точку  $C$ , напряженности  $E_1$  и  $E_2$  электрических полей этих нитей и напряженность  $E$  результирующего электрического поля (рис. 26).

Так как  $\triangle ABC$  — равносторонний и заряды нитей одинаковы, то  $E_1 = E_2$ , а  $E$  является диагональю ромба  $CE_1EE_2$ , у которого  $\angle E_1CE = 30^\circ$ . Поскольку диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят друг друга пополам, то

$$E/2 = E_1 \cos 30^\circ.$$

Но, согласно формуле (14),  $E_1 = \rho / (2\pi\epsilon_0 r)$ , где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $\epsilon = 1$  (для вакуума). Тогда

$$E = 2E_1 \cos 30^\circ = \frac{\rho \cos 30^\circ}{\pi \epsilon_0 \epsilon r} = \frac{10^{-6} \text{ Кл/м} \cdot 0,87}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 0,1 \text{ м}} = 3,13 \cdot 10^6 \text{ В/м.}$$

Напряженность  $E$  перпендикулярна расстоянию  $r$  между нитями и лежит в плоскости  $ABC$ .

**Задача 2.** Шарик массой  $m = 1$  г и зарядом  $q = 10^{-8}$  Кл перемещается из точки  $A$ , потенциал которой  $\Phi_A = 600$  В, в точку  $B$  с потенциалом  $\Phi_B = 0$ . Чему равна скорость шарика в точке  $A$ , если в точке  $B$  она стала равной  $v_B = 20$  см/с?

**Решение.** Перемещаясь в электрическом поле от большего потенциала к меньшему (т. е. по полю), положительно заряженный шарик ускоряется силами поля и его кинетическая энергия возрастает. По закону сохранения и превращения энергии (см. ч. 1, § 17), приращение кинетической энергии  $\Delta W$  шарика должно быть равно работе  $A$ , совершаемой силами поля:

$$\Delta W = A.$$

Но  $\Delta W = W_B - W_A = mv_B^2/2 - mv_A^2/2$ , где  $W_B$  и  $W_A$  — кинетические энергии шарика соответственно в точках  $B$  и  $A$ . Вместе с тем, согласно формуле

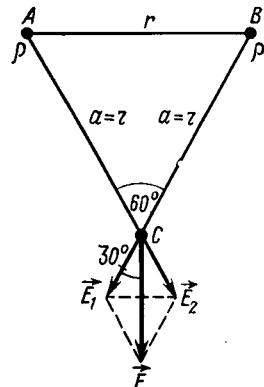


Рис. 26

(22),  $A = q(\varphi_A - \varphi_B)$ . Поэтому

$$mv_B^2/2 - mv_A^2/2 = q(\varphi_A - \varphi_B),$$

откуда

$$v_A = \sqrt{v_B^2 - \frac{2q}{m} (\varphi_A - \varphi_B)} = \sqrt{4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}^2 - \frac{2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{10^{-3} \text{ кг}} \cdot 600 \text{ В}} = \\ = 0,167 \text{ м/с.}$$

**Задача 3.** Между пластинами заряженного плоского конденсатора вставлена слюдянная пластина ( $\epsilon = 6$ ). Какое она испытывает давление при напряженности электрического поля конденсатора  $E = 1000 \text{ кВ/м}$ ?

**Решение.** Давление на слюдянную пластиночку обусловлено силой взаимного притяжения  $F$  разноименно заряженных пластин конденсатора и равно

$$p = F/S,$$

где  $S$  — площадь каждой пластины. Следовательно, необходимо определить силу притяжения двух параллельных разноименно заряженных пластин, *приходящуюся на единицу площади*. Для этого одну из пластин конденсатора будем рассматривать как создающую электрическое поле напряженностью  $E_1$ , а другую — как заряд  $q_2$ , находящийся в этом поле. Тогда, согласно формуле (5), сила действия первой пластины на вторую  $F = q_2 E_1 = \sigma_2 S E_1$ , откуда сила притяжения пластин, приходящаяся на единицу площади (т. е. давление  $p$ ), равна

$$F/S = p = \sigma_2 E_1,$$

где  $\sigma_2$  — поверхностная плотность заряда второй пластины. Но, согласно формуле (17),  $E_1 = \sigma_1/(2\epsilon_0\epsilon)$ , где  $\sigma_1$  — поверхностная плотность заряда первой пластины.

Учитывая, что для конденсатора  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ , можем написать

$$p = \sigma^2/(2\epsilon_0\epsilon).$$

Так как в соответствии с формулой (18)  $E = \sigma/(\epsilon_0\epsilon)$ , то  $\sigma = \epsilon_0\epsilon E$  и, следовательно,

$$p = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/\text{м} \cdot 6 \cdot 10^{12} \text{ В}^2/\text{м}^2}{2} = 26,5 \text{ Па.}$$

**Задача 4.** Шар, погруженный в масло ( $\epsilon = 4$ ), имеет потенциал  $\varphi = 4500 \text{ В}$  и поверхностную плотность заряда  $\sigma = 1,13 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$ . Найти радиус  $r$ , заряд  $q$ , емкость  $C$  и энергию  $W$  шара.

**Решение.** Согласно формуле (31),  $\varphi = q/C$ . Но заряд шара  $q = \sigma S = \sigma \cdot 4\pi r^2$  (где  $S$  — площадь шара), а согласно формуле (32), емкость шара  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$ . Поэтому

$$\varphi = \frac{4\pi\sigma r^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} = \frac{r\sigma}{\epsilon_0\epsilon},$$

откуда

$$r = \frac{\epsilon_0\epsilon\varphi}{\sigma} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \Phi/\text{м} \cdot 4 \cdot 4500 \text{ В}}{1,13 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Тогда  $q = 4\pi r^2\sigma = 4 \cdot 3,14 \cdot 1,4^2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 1,13 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2 = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Кл};$

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{4500 \text{ В}} = 6,2 \cdot 10^{-12} \Phi.$$

Согласно формуле (34),

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{6,2 \cdot 10^{-12} \Phi \cdot 45^2 \cdot 10^4 \text{ В}^2}{2} = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.
2. Почему при поднесении руки к легкому заряженному телу, подвешенному на шелковой нитке, оно притягивается к руке?
3. Каковы числовое значение, единица и размерность электрической постоянной?
4. Что называется напряженностью электрического поля?
5. Поверхность площадью  $80 \text{ см}^2$  расположена параллельно силовым линиям однородного электрического поля напряженностью  $4 \text{ В/см}$ . Чему равен поток напряженности электрического поля сквозь эту поверхность? Чему равен поток, если поверхность перпендикулярна полю, и сколько силовых линий поля проходит сквозь нее в этом случае?
6. Чему равно отношение напряженности электрического поля в точке  $A$ , лежащей на продолжении оси диполя, к напряженности электрического поля в точке  $B$ , лежащей на перпендикуляре, проходящем через середину Оси этого диполя, если  $OA = OB$ ?
7. Чему равна напряженность электрического поля между двумя бесконечными параллельными плоскостями с одинаковыми по числовому значению и знаку поверхностными плотностями заряда?
8. Какое практическое применение имеет теорема Остроградского—Гаусса?
9. Сформулируйте определение потенциала точки электрического поля.
10. Что называется вольтам и какова его размерность?
11. Чему равна работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?
12. Каким соотношением связаны между собой напряженность  $E$  и потенциал  $\varphi$  электрического поля?
13. Что утверждает теорема Ирншоу?
14. Потенциал поверхности проводящего шара, находящегося в электрическом поле, равен  $40 \text{ В}$ . Чему равен потенциал в его центре и на расстоянии полурадиуса от центра? Чему равен электрический заряд в этих же местах?
15. Дайте опре-

- деление фарада.
16. Чему равен радиус единичного проводящего шара емкостью  $100 \text{ пФ}$ ?
17. Четыре одинаковых конденсатора соединяются один раз параллельно, другой — последовательно. В каком случае и во сколько раз емкость блока будет больше?
18. Изолированному проводящему шару сообщили положительный заряд. Изменилась ли при этом масса шара?
19. Какой из единичных проводящих шаров — свинцовый или алюминиевый — имеет большую электромкость, если их размеры одинаковы?
20. В направлении к точечному заряду  $1,34 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$  движется издалека со скоростью  $0,1 \text{ м/с}$  шарик массой  $4 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$ , имеющий заряд  $10^{-9} \text{ Кл}$ . На какое минимальное расстояние может приблизиться шарик к точечному заряду?
21. Шар радиусом  $1 \text{ м}$  заряжен до потенциала  $10^4 \text{ В}$ . Чему равна энергия электрического поля этого шара?
22. Объясните, почему дипольная поляризация диэлектрика ликвидируется при устранении внешнего электрического поля, вызвавшего эту поляризацию?
23. Что характеризует относительная диэлектрическая проницаемость?
24. Каким соотношением связаны между собой напряженность  $E$  электрического поля и его электрическая индукция  $D$ ?
25. От чего и как зависит плотность энергии электрического поля?
26. Почему электрическое поле в неоднородном диэлектрике удобнее характеризовать электрической индукцией, а не напряженностью?
27. Покажите, что проводник можно считать диэлектриком с бесконечно большим значением относительной диэлектрической проницаемости.
28. Электрическое поле индукции  $D$  охватывает объем  $\Omega$  среды с абсолютной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0 \epsilon$ . Напишите выражение энергии электрического поля через данные величины.

**§ 11. Электрический ток. Сила тока.**

**Электродвигущая сила.**

**Напряжение**

Электрическим током называется упорядоченное (т. е. происходящее в определенном направлении) движение электрических зарядов.

За направление тока принято считать направление движения положительных зарядов. Обычно электрический ток возникает под влиянием электрического поля.

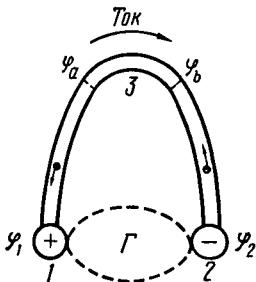


Рис. 27

Зарядим два проводника 1 и 2 разноименным электричеством до потенциалов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и соединим их третьим проводником 3 (рис. 27). Разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , возникающая при этом на концах соединительного проводника, создает внутри него электрическое поле, направленное в сторону падения потенциала. Если соединительный проводник является проводником первого рода, то в нем под действием поля начнется перемещение отрицательных зарядов (электронов) в направлении 231, т. е. по проводнику пойдет ток в направлении 132.

Количество электричества (заряд)  $\Delta q$ , проходящее за 1 с через поперечное сечение проводника, называется силой тока:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \quad (1)$$

где  $\Delta t$  — промежуток времени прохождения заряда  $\Delta q$ .

Ток, сила и направление которого не изменяются со временем, называется постоянным; в противном случае ток называется переменным.

Как уже отмечалось (см. § 1), в СИ единица силы тока — ампер (А) — является основной, установленной на основе взаимодействия двух параллельных проводников с током. По формуле (1) устанавливается единица заряда — кулон (см. § 1).

Возвращаясь к рис. 27, заметим, что движение электронов по соединительному проводнику приведет к разрядке проводников 1 и 2 и к ликвидации разности потенциалов между ними. В результате напряженность поля внутри проводника будет равна нулю и ток прекратится. Для поддержания постоянного тока необходимо иметь специальное устройство  $\Gamma$ , внутри которого все время происходило бы разделение разноименных зарядов и перенос положительных зарядов на проводник 1, а отрицательных — на проводник 2. Такое устройство называется генератором или источником тока.

Очевидно, что силы, разделяющие заряды в генераторе, имеют неэлектрическую природу, так как электрические силы могут только соединять, но не разделять разноименные заряды. Поэтому силы, разделяющие заряды в источнике тока, называются *сторонними электроразделительными силами*. Природа сторонних сил может быть разнообразной. В генераторе постоянного тока эти силы возникают за счет энергии магнитного поля и механической энергии вращения якоря; в аккумуляторе и гальваническом элементе — за счет энергии химических реакций; в полупроводниковом фотоэлементе — за счет электромагнитной энергии (света) и т. п.

Итак, простейшая *электрическая цепь* постоянного тока должна состоять из *соединительного проводника*  $3$  и *источника тока*  $\Gamma$ , непрерывно заряжающего проводники  $1$  и  $2$ , называемые *полюсами* источника тока (рис. 27)\*.

Разделению и переносу зарядов внутри источника тока препятствуют, во-первых, внутреннее электрическое поле, направленное от положительного полюса к отрицательному, и, во-вторых, сопротивление среды источника тока (например, вязкость электролита в аккумуляторе или в гальваническом элементе). Поэтому работа сторонней электроразделительной силы  $A$  слагается из работы  $A_1$ , совершающейся против сил электрического поля внутри источника тока, и работы  $A'$ , совершающейся против сил сопротивления среды этого источника:

$$A = A_1 + A',$$

причем

$$A_1 = q(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где  $q$  — арифметическая сумма зарядов (положительных и отрицательных), переносимых сторонней силой на полюсы источника тока вопреки действию электрического поля. Поэтому можно написать

$$A = q(\Phi_1 - \Phi_2) + A'.$$

Работа, совершаемая сторонней электроразделительной силой внутри источника при перемещении между его полюсами единичного заряда, называется *электродвижущей силой* источника тока (Э. д. с.):

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}, \text{ или } \mathcal{E} = (\Phi_1 - \Phi_2) + \frac{A'}{q}. \quad (2)$$

Если полюсы источника тока разомкнуты (соединительный проводник  $3$  отсутствует), то  $A' = 0$ , так как в этом случае сторонняя сила не перемещает зарядов внутри источника тока, а лишь поддерживает установившееся (на полюсах) разделение зарядов. Тогда, согласно формуле (2),

$$\mathcal{E} = \Phi_1 - \Phi_2.$$

\* В цепь могут входить также электроизмерительные, электронагревательные и другие электрические приборы и аппараты, имеющие общее название *элементов электрической цепи*.

*Электродвижущая сила равна разности потенциалов между разомкнутыми полюсами источника тока.*

*Разность потенциалов на полюсах источника тока, замкнутого внешней электрической цепью, называется напряжением источника тока.*

Напряжение меньше э. д. с. на  $A'/q$ . Таким образом, электродвижущая сила равна той максимально возможной разности потенциалов, которая устанавливается на полюсах данного источника тока, когда они разомкнуты. На любом участке внешней электрической цепи, т. е. между любыми двумя поперечными сечениями соединительного проводника  $3$ , существует некоторая разность потенциалов  $\Phi_a - \Phi_b = U$ ; она называется *напряжением или падением напряжения* на этом участке цепи (рис. 27).

Очевидно, что как электродвижущая сила, так и напряжение выражаются в единицах потенциала (вольт).

Источники постоянного тока можно соединять между собой в батареи. Как правило, батареи составляются из источников, имеющих одинаковые электродвижущие силы. При *последовательном* соединении соседние источники присоединяются друг к другу разноименными полюсами; э. д. с. такой батареи равна сумме э. д. с. всех источников тока. При *параллельном* соединении положительные полюсы всех источников соединяют вместе; так же поступают и с отрицательными полюсами. В этом случае э. д. с. батареи остается равной э. д. с. отдельного источника; однако от такой батареи можно получить большую силу тока (равную сумме сил токов отдельных источников).

## § 12. Ток в металлических проводниках.

**Сопротивление. Закон Ома.**

**Работа и мощность тока**

Как уже отмечалось (см. § 1), ток в металлических проводниках представляет собой упорядоченное движение свободных электронов (электронная проводимость). Однако это движение затруднено их столкновениями с ионами кристаллической решетки металла, поскольку при таких столкновениях электроны теряют свою скорость (упорядоченного движения). Таким образом, металлический проводник оказывает току определенное сопротивление\*. Для того чтобы преодолеть это сопротивление и получить постоянный электрический ток, необходимо поддерживать внутри проводника постоянное электрическое поле, т. е. необходимо поддерживать постоянную разность потенциалов (напряжение) на концах проводника. Очевидно, что сила тока должна зависеть по крайней мере от двух факторов: от напряжения, приложенного к проводнику, и сопротивления проводника.

Ещё в 1826 г. немецкий физик Г. С. Ом экспериментально установил, что сила тока  $I$  в проводнике пропорциональна напряжению  $U$  между концами этого проводника:

$$I = kU, \quad (3)$$

\* Подробнее эти процессы рассмотрены в § 14 и 15.

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, называемый **электропроводностью** или **проводимостью** проводника. Величина

$$R = 1/k,$$

обратная проводимости, называется **электрическим сопротивлением** проводника. Вводя в формулу (3) сопротивление  $R$ , получим

$$I = U/R. \quad (4)$$

Соотношение (4) выражает закон **Ома** для участка цепи (не содержащего источника тока):

*сила тока в проводнике пропорциональна приложеному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника.*

Согласно формуле (4), за единицу сопротивления принял **ом** (**Ом**) — **сопротивление проводника, между концами которого при силе постоянного тока 1А поддерживается напряжение 1В:**

$$\text{Ом} = \text{В/А.}$$

**Размерность сопротивления**

$$[R] = [U]/[I] = \text{В/А} = \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}.$$

Поскольку сопротивление, оказываемое току металлическим проводником, обусловлено столкновением свободных электронов с ионами металла, можно предполагать, что это сопротивление должно зависеть от формы, размеров и вещества проводника. Согласно экспериментальным исследованиям Ома, сопротивление проводника прямо пропорционально его длине  $l$  и обратно пропорционально площади поперечного сечения  $S$ :

$$R = \rho l/S, \quad (5)$$

где коэффициент пропорциональности  $\rho$ , характеризующий материал, из которого изготовлен проводник, называется **удельным сопротивлением** вещества проводника. Из формулы (5) следует соотношение

$$\rho = RS/l; \quad (6)$$

полагая в нем  $S = 1$  и  $l = 1$ , получим  $\rho = R$ . Следовательно, **удельное сопротивление вещества равно выраженному в омах сопротивлению куба с ребром 1 м из данного вещества при токе, параллельном одному из ребер куба.**

**Размерность удельного сопротивления:**

$$[\rho] = [R] \cdot [S/l] = \text{Ом} \cdot \text{м} = \text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}.$$

Согласно формуле (6), единицей удельного сопротивления является **ом-метр** (**Ом·м**): удельное сопротивление такого вещества, куб из которого с ребром 1 м имеет сопротивление 1 Ом.

На практике удельное сопротивление зачастую выражают во **внесистемных единицах**, не имеющих специального названия: **Ом·мм<sup>2</sup>/м** и **Ом·см<sup>2</sup>/см = Ом·см** (последняя единица называется иногда **омосантиметром**). Очевидно, что

$$1 \text{ Ом} \cdot \text{см} = 0,01 \text{ Ом} \cdot \text{м} \text{ и } 1 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} = 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Сопротивление и удельное сопротивление проводников зависят от внешних условий, особенно от температуры. С повышением температуры усиливается хаотическое движение ионов металлической решетки, затрудняя тем самым упорядоченное движение электронов. Поэтому сопротивление металлов увеличивается с повышением температуры. Опыт показывает, что в первом приближении сопротивление всех металлов связано с температурой линейной зависимостью:

$$R = R_0(1 + at), \quad (7)$$

где  $R_0$  — сопротивление проводника при  $0^\circ\text{C}$ ,  $t$  — температура,  $a$  — температурный коэффициент сопротивления. Для большинства металлов (при не очень низкой температуре)  $a \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$ .

Очевидно, что такая же линейная зависимость от температуры наблюдается и для удельного сопротивления металлов:

$$\rho = \rho_0(1 + at), \quad (7')$$

где  $\rho_0$  — удельное сопротивление проводника при  $0^\circ\text{C}$ .

На зависимости сопротивления от температуры основано устройство *электротермометров сопротивления*: по сопротивлению проводника рассчитывается температура, соответствующая этому сопротивлению.

При очень низкой температуре, меньшей  $18 \text{ K}$ , сопротивление некоторых металлов (алюминия, цинка, свинца и др.) и сплавов скачкообразно уменьшается до нуля; металл становится *абсолютным проводником*. Это явление называется *сверхпроводимостью*. Ток, однажды возбужденный в замкнутом сверхпроводнике, не встречает сопротивления и потому существует («циркулирует») очень долгое время (несколько суток). Явление сверхпроводимости было открыто Г. Камерлинг-Оннесом в 1911 г.

Следует отметить, что сверхпроводниками могут быть не только металлы, но и такие типичные диэлектрики, как газы. В 1978 г. в Институте физики высоких давлений АН СССР было обнаружено свойство сверхпроводимости у водорода и ксенона (переведенных в твердое состояние). Так, ксенон становится сверхпроводником при давлении около  $5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$  и температуре  $7 \text{ K}$ .

Введем в формулу (4) выражение сопротивления (5):

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l} = \gamma \frac{U}{l},$$

где  $1/\rho = \gamma$  — *удельная проводимость* вещества проводника. Учитывая, что градиент потенциала (напряжения)  $U/l = E$  — напряженность электрического поля в проводнике, а  $I/S = i$  — *плотность тока* (ток через единицу площади поперечного сечения проводника), получим

$$i = \gamma E. \quad (8)$$

Это соотношение, связывающее плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в данной точке, называется *законом Ома в дифференциальной форме*.

Определим теперь работу, совершающую постоянным током в проводнике, имеющем сопротивление  $R$  и находящемся под напряжением  $\Phi_1 - \Phi_2 = U$ . Так как ток представляет собой перемещение заряда  $q$  под действием электрического поля, то работу тока можно определить по известному соотношению (22), полученному в § 5:

$$A = qU.$$

Учитывая формулу (1) и закон Ома (4) можно написать для работы тока еще следующие выражения:

$$A = IUt, \quad (9)$$

$$A = I^2Rt, \quad (9')$$

$$A = U^2t/R, \quad (9'')$$

где  $t$  — время, за которое рассчитывается работа. Поделив обе части каждого из этих равенств на время  $t$ , получим соответствующие выражения мощности  $N$  постоянного тока:

$$N = IU, \quad (10)$$

$$N = I^2R, \quad (10')$$

$$N = U^2t/R, \quad (10'')$$

Если сила тока выражается в *амперах*, напряжение — в *вольтах*, сопротивление — в *омах* и время — в *секундах*, то работа тока выражается в *джоулях*, а мощность — в *ваттах*.

Помимо системных единиц работы (см. ч. I, § 16) в электротехнике широко применяются такие внесистемные единицы работы тока, как *ватт-час*, *гектоватт-час* и *киловатт-час*; 1 Вт·ч соответствует работе тока мощностью 1 Вт в течение 1 ч:

$$1 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж};$$

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Отметим, между прочим, что при вспашке 1 га земли электротрактор совершает работу приблизительно в 40 кВт·ч.

Опыт показывает, что ток всегда вызывает некоторое нагревание проводника. Если падение напряжения  $U$  в проводнике вызвано одним только сопротивлением проводника, то вся работа тока идет на нагревание проводника (и окружающей среды).

В этом случае количество теплоты  $Q$ , выделяющееся в проводнике, определяется равенствами

$$Q = A = IUt = I^2Rt = U^2t/R. \quad (11)$$

Данные соотношения выражают закон *Джоуля — Ленца*. Впервые этот закон был установлен опытным путем *Д. Джоулем* (1841) и независимо от него *Э. Х. Ленцем* (1842).

На тепловом действии тока основан целый ряд электрических приборов и установок: тепловые электроизмерительные приборы,

лампы накаливания, электропечи, электросварочная аппаратура, установки для обогрева почвы в парниках, бытовые электронагревательные приборы и т. п.

Отметим, что в цепи, состоящей из нескольких электронагревательных приборов, соединенных *последовательно*, сила тока во всех приборах одинакова. Поэтому в соответствии с формулой (11)

наибольшее количество теплоты выделяется в приборе с *наибольшим* сопротивлением. При *параллельном* соединении электронагревательных приборов одинаковым будет напряжение на всех приборах. В этом случае, согласно формуле (11), наибольшее количество теплоты выделяется в приборе с *наименьшим* сопротивлением.

Теперь найдем зависимость между электродвижущей силой  $\mathcal{E}$  источника тока и силой тока  $I$  в замкнутой электрической цепи (рис. 28). Сопротивление  $R$  проводника, соединяющего полюсы источника тока, принято называть *внешним*, а сопротивление  $r$  самого источника тока — *внутренним* сопротивлением. Согласно формуле (2),

$$\mathcal{E} = U + A'/q, \quad (12)$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  — напряжение на внешнем сопротивлении;  $A'$  — работа перемещения заряда  $q$  внутри источника тока, т. е. работа тока на внутреннем сопротивлении  $r$ . Тогда, согласно формуле (9),  $A' = I^2rt$ . Подставляя это выражение работы в формулу (12) и учитывая, что  $q = It$  и  $U = IR$ , можем написать

$$\mathcal{E} = IR + \frac{I^2rt}{It},$$

откуда

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \quad (13)$$

Так как, согласно закону Ома (4), произведения  $IR$  и  $Ir$  представляют собой падения напряжения на внешнем и внутреннем участках цепи, то соотношению (13) можно дать следующее толкование:

*в замкнутой электрической цепи электродвижущая сила источника тока равна сумме падений напряжения на всех участках цепи.*

Тогда

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \quad (14)$$

*Сила тока пропорциональна электродвижущей силе и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи [закон Ома для замкнутой электрической цепи].*

Если в цепь источника тока с электродвижущей силой  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$  последовательно включить несколько проводников сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3$  и т. д., то, согласно соотношению (13), сила тока в такой цепи равна

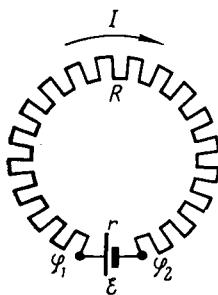


Рис. 28

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + r},$$

где  $R_1 + R_2 + R_3 + \dots + r$  — полное сопротивление цепи. Таким образом,

полное сопротивление цепи, состоящей из нескольких последовательно соединенных проводников, равно сумме сопротивлений отдельных проводников.

В заключение отметим, что в 1853 г. немецкие физики Г. Х. Видеман и Р. Франц экспериментально установили, что

у металлов отношение теплопроводности  $\kappa$  к удельной электропроводности  $\gamma$  пропорционально термодинамической температуре  $T$ , а коэффициент пропорциональности  $a$  приблизительно одинаков для всех металлов [закон Видемана — Франца]:

$$\kappa/\gamma = aT. \quad (15)$$

Из (15) легко установить, что единицей коэффициента  $a$  является  $1 \text{ B}^2/\text{K}^2$ . Числовое значение этого коэффициента, полученное экспериментально, составляет около  $2,5 \text{ B}^2/\text{K}^2$  (точнее говоря, находится в пределах от  $2,1$  до  $3,5 \text{ B}^2/\text{K}^2$  для большинства металлов).

### § 13. Разветвленная электрическая цепь.

#### Правила Кирхгофа

До сих пор мы рассматривали простейшие электрические цепи, состоящие только из одного замкнутого проводящего контура (рис. 29). Такие цепи называются *неразветвленными*.

На всех участках неразветвленной цепи силы тока одинаковы.

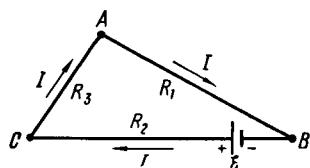


Рис. 29

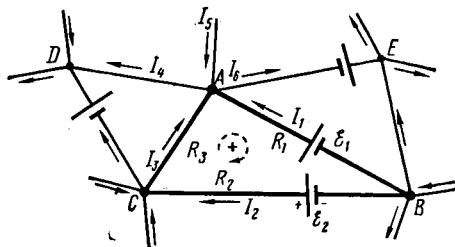


Рис. 30

Расчет неразветвленных цепей (т. е. определение силы тока, э. д. с. и сопротивления) легко выполняется с помощью законов Ома (4) и (14).

Более сложной является разветвленная электрическая цепь. Она состоит из нескольких замкнутых проводящих контуров ( $ABC A$ ,  $ACDA$  и т. д.), имеющих общие участки; в каждом контуре может быть несколько источников тока (рис. 30).

Силы тока на отдельных участках замкнутого контура разветв-

ленной цепи могут быть различными как по значению, так и по направлению (см., например, контур  $ABC\bar{A}$ ).

Непосредственный расчет разветвленной цепи по законам Ома затруднителен, но может быть значительно упрощен применением правил Кирхгофа (сформулированных в 1847 г. Г. Р. Кирхгофом).

Назовем *узлами разветвлений* такие точки цепи, в которых сходится не менее трех проводников (рис. 30; точка  $A$ ). При этом ток, входящий в узел, будем считать положительным, а ток, выходящий из узла, — отрицательным.

*Алгебраическая сумма сил тока в узле разветвления равна нулю [первое правило Кирхгофа]:*

$$\sum I = 0. \quad (16)$$

Соотношение (15) показывает, что при постоянной силе тока не происходит накопления зарядов в узлах (потенциалы узлов остаются неизменными). Следовательно, за единицу времени одинаковое количество электричества входит в узел и выходит из него.

Применимельно к узлу  $A$  первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 + I_3 - I_4 + I_5 - I_6 = 0.$$

Второе правило Кирхгофа относится к замкнутым контурам разветвленной цепи. Условимся считать *положительным* направление обхода контура по *часовой стрелке*\*. Для контура  $ABC\bar{A}$  оно указано прерывистой линией со стрелкой. Токи, идущие в положительном направлении обхода, будем считать положительными, противоположные токи — отрицательными. Точно так же будем приписывать электродвижущим силам знак плюс, если они создают ток в положительном направлении обхода контура; в противном случае будем приписывать электродвижущим силам знак минус\*\*.

*В замкнутом контуре разветвленной цепи алгебраическая сумма электродвижущих сил источников тока равна алгебраической сумме произведений сил тока на сопротивления соответствующих участков этого контура [второе правило Кирхгофа]:*

$$\sum \mathcal{E} = \sum IR. \quad (16')$$

Соотношение (16') является обобщением закона Ома (13) на случай контура разветвленной цепи, содержащей несколько источников тока. Отметим, что, не будучи связанным с постоянством тока, второе правило Кирхгофа применимо также и к цепи переменного тока.

При выводе второго правила Кирхгофа надо учесть, что для участка цепи, к которому приложена разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  и который содержит источник тока с электродвижущей силой  $\mathcal{E}$ , закон Ома имеет вид

$$I = \frac{\mathcal{E} + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R}, \text{ или } \mathcal{E} + (\varphi_1 - \varphi_2) = IR,$$

\* Вообще говоря, выбор этого направления произволен.

\*\* Здесь речь идет о *собственном* токе источника э.д.с., который направлен во внешней цепи от положительного к отрицательному полюсу источника.

где  $I$  — сила тока на участке,  $R$  — полное его сопротивление (включая внутреннее сопротивление источника тока).

Теперь, учитывая принятые правила знаков, применим закон Ома ко всем участкам замкнутого контура разветвленной цепи, например контура  $ABC$  (рис. 30):

$$-\mathcal{E}_1 + (\varphi_A - \varphi_B) = -I_1 R_1,$$

$$\mathcal{E}_2 + (\varphi_B - \varphi_C) = I_2 R_2,$$

$$0 + (\varphi_C - \varphi_A) = I_3 R_3.$$

Складывая эти равенства почленно, получим

$$-\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3,$$

что и приводит к соотношению (16').

При расчете разветвленной цепи надо, пользуясь правилами Кирхгофа, составить *независимые* уравнения для нескольких узлов (16) и контуров (16'); число уравнений должно быть равным числу искомых величин (сил тока, э. д. с. и сопротивлений). Для составления независимых уравнений надо использовать только такие контуры, которые различаются хотя бы одним участком, и только такие узлы, которые различаются хотя бы одной силой тока. Направления искомых сил тока выбираются произвольно. Если направление, принятое для какой-либо из сил тока, не соответствует действительному, то в результате расчета по правилам Кирхгофа эта сила получится отрицательной.

Чтобы лучше освоить применение правил Кирхгофа, рассмотрим конкретный числовой пример.

Разветвленная цепь состоит из трех гальванических элементов и трех вольтметров (рис. 31). Электродвижущие силы элементов:  $\mathcal{E}_1 = 1$  В,  $\mathcal{E}_2 = 2$  В и  $\mathcal{E}_3 = 1.5$  В. Вольтметры обладают сопротивлениями:  $R_1 = 2000$  Ом,  $R_2 = 3000$  Ом,  $R_3 = 4000$  Ом. Необходимо определить силы тока в вольтметрах (пренебрегая сопротивлением гальванических элементов).

В цепи имеются два узла  $A$  и  $B$  и три контура  $A1B2A$ ,  $A2B3A$  и  $A1B3A$ . Очевидно, что для них можно составить только три *независимых* уравнения (для одного узла и двух контуров). Этого достаточно для нахождения трех сил тока ( $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ ). Выбрав произвольно направления сил тока (указаны на рисунке стрелками), напишем уравнения:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ (для узла } A\text{),}$$

$$-\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -I_1 R_1 + I_2 R_2 \text{ (для контура } A1B2A\text{),}$$

$$-\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 = -I_2 R_2 - I_3 R_3 \text{ (для контура } A2B3A\text{).}$$

Выразив из первого уравнения силу тока  $I_2 = I_3 - I_1$  и подставив ее в два других уравнения, напишем:

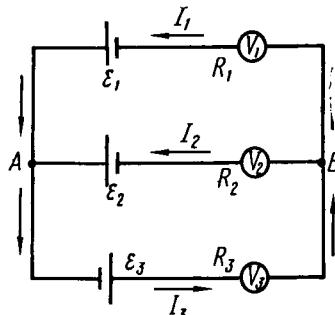


Рис. 31

$$\begin{aligned}-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 &= I_3 R_2 - I_1 (R_1 + R_2), \\ -\varepsilon_2 + \varepsilon_3 &= -I_3 (R_2 + R_3) + I_1 R_2.\end{aligned}$$

Подставив числовые значения э. д. с. и сопротивлений, получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned}3000I_3 - 5000I_1 &= 1, \\ 7000I_3 - 3000I_1 &= 3,5,\end{aligned}\right\}$$

решая которую найдем  $I_3 = 558$  мкА, и  $I_1 = 135$  мкА. Затем из первого уравнения получим  $I_2 = 423$  мкА.

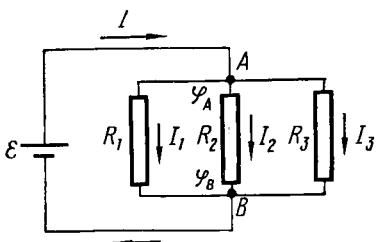


Рис. 32

Пользуясь правилами Кирхгофа, легко рассчитать сопротивление цепи, составленной из нескольких (например, трех) проводников, соединенных параллельно (рис. 32).

Для контура  $AR_2BR_1A$ , не содержащего э. д. с.,

$$I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0,$$

откуда

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (17)$$

*Силы тока в параллельно соединенных проводниках обратно пропорциональны сопротивлениям проводников.*

Для узла  $A$

$$I = I_1 + I_2 + I_3,$$

но, согласно закону Ома (4),  $I = U/R$ ,  $I_1 = U/R_1$ ,  $I_2 = U/R_2$  и  $I_3 = U/R_3$ , где  $U = \varphi_A - \varphi_B$  — напряжение, приложенное к проводникам;  $R$  — полное сопротивление параллельно соединенных проводников.

Тогда

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3},$$

откуда

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Данный вывод справедлив для любого числа проводников. Поэтому

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (18)$$

*Полная проводимость параллельного соединения проводников равна сумме проводимостей отдельных проводников.*

Таким образом, при параллельном соединении нескольких проводников их общая проводимость *больше* проводимости каждого от-

дельного проводника, а общее сопротивление меньше сопротивления каждого отдельного проводника.

На практике часто приходится от тока основной сети ответвлять определенную часть в некоторый участок цепи, пропуская остальную часть тока через параллельно подключенное к этому участку сопротивление, называемое шунтом. Сопротивление шунта рассчитывается на основании формулы (17). Пусть, например, надо пропустить через амперметр  $A$   $n$ -ю часть тока силой  $I$

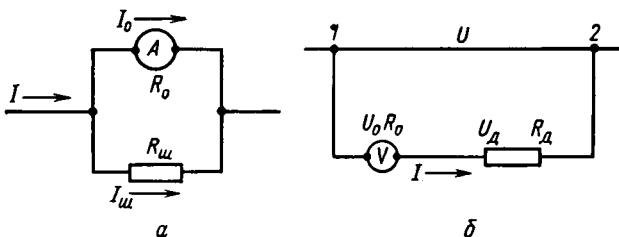


Рис. 33

(рис. 33, а). Введем обозначения:  $R_{ш}$  и  $R_0$  — сопротивления шунта и амперметра,  $I_{ш}$  и  $I_0$  — силы тока через шунт и амперметр. Согласно формуле (17),

$$\frac{R_{ш}}{R_0} = \frac{I_0}{I_{ш}}.$$

Учитывая, что, по условию,  $I_0 = I/n$ , а согласно правилу Кирхгофа  $I_{ш} = I - I_0 = I_0(n - 1)$ , получим выражение для расчета сопротивления шунта:

$$R_{ш} = R_0/(n - 1).$$

Шунтированным амперметром можно измерять силы тока, превышающие те, для которых данный амперметр был предназначен.

Нередко бывает нужно измерять вольтметром напряжения, превышающие те, для которых он предназначен. В этом случае надо увеличить сопротивление вольтметра, последовательно присоединив в нем дополнительное сопротивление  $R_d$ .

Пусть, например, требуется измерить напряжение  $U$  на участке 12 электрической цепи вольтметром  $V$ , который рассчитан на напряжение  $U_0$ , в  $n$  раз меньшее, чем  $U$  (рис. 33, б). Определим необходимое дополнительное сопротивление.

Обозначив напряжение на дополнительном сопротивлении  $U_d$  и силу тока в нем  $I$ , можем написать

$$U_d + U_0 = U.$$

По условию,  $U = nU_0$ , тогда

$$U_d = U_0(n - 1) \text{ или } IR_d = IR_0(n - 1),$$

что после сокращения на  $I$  даст искомое выражение для расчета дополнительного сопротивления:

$$R_d = R_0(n - 1).$$

Само собой разумеется, что результаты измерений, полученные с помощью шунтированного амперметра или вольтметра с дополнительным сопротивлением, надо увеличить в  $n$  раз.

## § 14. Основы электронной теории проводимости металлов

В начале текущего столетия голландским физиком Г. А. Лоренцем и немецким физиком П. Друде была создана классическая электронная теория проводимости металлов, построенная на следующих основных положениях.

Кристаллическая решетка металла (см. ч. I, § 53) образована положительными ионами и свободными электронами (т. е. бывшими

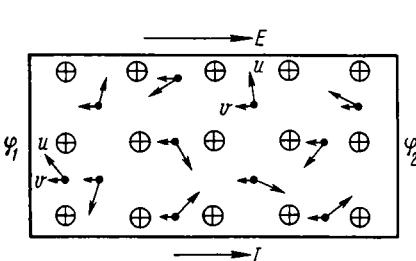


Рис. 34

валентными электронами, потерявшими связь со своими атомами и превратившимися в положительные ионы). Свободные электроны хаотически движутся в металле со средней (квадратичной) скоростью  $u$ , сталкиваясь с ионами (рис. 34; ионы изображены кружками со знаками плюс, а свободные электроны — точками). Таким образом, поведение свободных электронов подобно поведению молекул газа. Поэтому совокупность свободных электронов можно рассматривать как своеобразный *электронный газ*, к которому применимы законы кинетической теории идеального газа (см. ч. I, гл. VIII).

Если приложить к торцам металлического проводника разность потенциалов  $\phi_1 - \phi_2$ , то возникающее в нем электрическое поле направленностью  $E$  вызовет дополнительное (упорядоченное) движение свободных электронов со средней скоростью  $v$ , направленное противоположно электрическому полю, что эквивалентно появлению тока  $I$  в направлении поля (рис. 34). Само собой разумеется, что наряду с появившимся упорядоченным (направленным) движением электронов сохраняется и их хаотическое движение.

В дальнейшем для краткости мы будем зачастую называть скорость  $u$  хаотического движения электронов *тепловой скоростью*, а скорость  $v$  их упорядоченного движения — *скоростью в токе*.

Главное положение электронной теории, согласно которому *ток в металлах обусловлен направленным движением свободных электронов*, подтверждается многочисленными экспериментами, из которых отметим опыты Рикке (1901), Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси (1912), Д. Стюарта и Р. Толмэна (1916).

Рикке пропускал в течение года ток через стопу из трех металлических цилиндров, плотно прижатых друг к другу основаниями; наружные цилиндры были медные, внутренний цилиндр — алюминиевый. За это время через цилиндры прошел электрический заряд 3,5 МКл. Однако в результате оказалось, что взаимопроникновения металлов (меди и алюминия) не произошло\*. Отсюда следует вывод:

\* За исключением тонкого слоя в зоне соприкосновения цилиндров, где это взаимопроникновение обусловлено диффузией.

ток в металлах обусловлен не движением ионов, а движением универсальных (одинаковых у всех металлов) частиц. Именно такими частицами и являются электроны.

Более доказательным был опыт Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси, в котором обнаружилась инерция электронов. Установка опыта схематически изображена на рис. 35. Проволочная обмотка катушки 1 соединена с чувствительным (баллистическим) гальванометром 2 посредством длинных гибких проводов 3. Катушка приводилась во вращение вокруг оси 4, а затем резко затормаживалась. При этом гальванометр регистрировал кратковременный ток. Очевидно, что ток был обусловлен инерционным движением свободных электронов по проволочной обмотке. Тем более, что сопоставление направлений тока и вращения катушки показало, что этот ток соответствует движению отрицательно заряженных частиц.

Впоследствии Стюарт и Толмэн по предложению Лоренца осуществили этот же опыт, но уже с количественными результатами. Они определили отношение заряда к массе для частиц, обусловивших ток в обмотке катушки. Отношение оказалось таким же, какое было получено для электронов другими методами (см. § 31).

Исходя из основных положений электронной теории проводимости металлов, определим прежде всего тепловую скорость и электронов. Средняя кинетическая энергия хаотического движения электрона

$$W = mu^2/2,$$

где  $m$  — масса электрона. Поскольку электронный газ подобен газу, состоящему из одноатомных молекул, можно выразить  $W$  через температуру  $T$  электронного газа (равную температуре металла):

$$W = \frac{3}{2} kT.$$

Приравняв правые части двух последних выражений, найдем

$$u = \sqrt{3kT/m}, \quad (19)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана.

Оценим эту скорость при температуре  $T = 300$  К:

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{Дж/К} \cdot 300 \text{К}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{кг}}} \approx 1,2 \cdot 10^5 \text{ м/с} = 120 \text{ км/с.}$$

Для определения скорости  $u$  электронов в токе рассмотрим металлический проводник цилиндрической формы площадью поперечного сечения  $S$  (рис. 36). Под действием созданного в нем электрического поля напряженностью  $E$  свободные электроны движутся со скоростью  $v$  (против поля), обуславливая ток силой  $I$ .

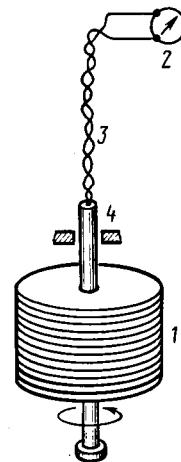


Рис. 35

Мысленно выделим в проводнике участок длиной  $l$ . Очевидно, что за промежуток времени  $t = l/v$  все свободные электроны, содержащиеся в объеме этого участка, пройдут через его левое сечение  $S$ , перенеся суммарный заряд

$$q = en_0Sl = en_0Svl,$$

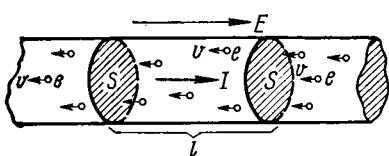


Рис. 36

где  $e$  — заряд электрона,  $n_0$  — концентрация свободных электронов. Тогда, учитывая, что  $I = q/t$ , получим

$$I = en_0vS, \quad (19')$$

откуда

$$v = \frac{I}{en_0S} = \frac{i}{en_0}, \quad (19'')$$

где  $i$  — плотность тока.

Оценим порядок этой скорости при условиях, наиболее распространенных в технике. Принимая  $i = 10^6 \text{ A/m}^2$  и  $n_0 = 10^{29} \text{ м}^{-3}$  (для медного проводника), получим

$$v = \frac{10^6 \text{ A/m}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^{29} \text{ 1/m}^3} \approx 10^{-4} \text{ м/с} = 0,1 \text{ мм/с.}$$

Таким образом,

$$v \ll u. \quad (19''')$$

*Скорость электронов в токе ничтожно мала по сравнению с их тепловой скоростью.*

С позиций электронной теории легко понять природу электрического сопротивления металлов и причину его зависимости от температуры.

*Сопротивление обусловлено тем, что электроны при своем движении в токе испытывают столкновения с ионами кристаллической решетки металла. Эти столкновения тормозят упорядоченное движение электронов, играя роль своеобразной силы трения.*

Поэтому после устранения электрического поля, поддерживающего упорядоченное движение электронов, ток очень скоро прекращается.

С повышением температуры металлического проводника возрастаёт его внутренняя энергия и, следовательно, увеличивается колебательная энергия ионов кристаллической решетки металла (см. ч. I, § 56). При этом возрастают амплитуда и частота колебаний ионов (см. ч. I, § 30), что ведет к увеличению числа столкновений электронов (движущихся в токе) с ионами, т. е. к увеличению сопротивления проводника.

Электронная теория наглядно объясняет и физическую сущность экспериментальных законов, рассмотренных в § 12.

Согласно формуле (19'), сила тока в металлическом проводнике пропорциональна скорости  $v$  упорядоченного движения электронов. Очевидно, что эта скорость будет увеличиваться при увеличении напряженности электрического поля в проводнике, т. е. при увеличении напряжения, приложенного к проводнику. С другой стороны, скорость  $v$  будет увеличиваться с уменьшением числа столкновений электронов с ионами, т. е. с уменьшением сопротивления проводника.

*Сила тока в металлическом проводнике увеличивается при увеличении приложенного напряжения и уменьшении сопротивления проводника.*

Это заключение качественно соответствует закону Ома (4).

Перемещаясь в металлическом проводнике под действием электрического поля со скоростью  $v$ , свободные электроны обладают кинетической энергией *упорядоченного движения* (помимо кинетической энергии хаотического движения). При столкновениях с ионами электроны передают им эту *дополнительную* энергию, в результате чего внутренняя энергия проводника увеличивается, т. е. он *нагревается*. Таким образом, при прохождении тока по металлическому проводнику *все время* совершается превращение энергии упорядоченного движения электронов, т. е. *энергии тока*, в энергию хаотического движения частиц кристаллической решетки проводника, т. е. в *теплоту*; это и есть *джоулема теплота*.

Свободные электроны переносят в металле не только свой электрический заряд, обеспечивая *электропроводность* металла, но и кинетическую энергию своего хаотического движения, обеспечивая *теплопроводность* металла. Поэтому можно предполагать, что чем больше теплопроводность металла, тем больше должна быть его электропроводность. Иначе говоря, следует ожидать, что

*у металлов теплопроводность пропорциональна удельной электропроводности.*

А это заключение качественно соответствует закону Видемана — Франца (15).

Электронная теория не только качественно объясняет экспериментальные законы, рассмотренные в § 12, но и количественно обосновывает их, как это будет показано в следующем параграфе.

## § 15. Вывод законов Ома, Джоуля — Ленца и Видемана — Франца из электронной теории проводимости металлов

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА ОМА

Рассмотрим участок металлического проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$ . По проводнику идет ток, вызванный электрическим полем напряженностью  $E$  (рис. 36). Сила этого тока выражается формулой (19').

Определим среднюю скорость  $v$  электронов в токе через напряжение  $U$ , приложенное к участку  $l$  проводника. Движение электронов

имеет характер *свободных пробегов*  $\lambda$  между последовательными столкновениями с ионами кристаллической решетки металла. В начале этого пробега (после столкновения с ионом) скорость электрона в токе равна нулю. Затем электрон движется под действием электрического поля *равноускоренно* и в конце пробега (перед столкновением со следующим ионом) имеет максимальную скорость  $v_{\max}$ . Поэтому

$$v = (0 + v_{\max})/2 = v_{\max}/2. \quad (20)$$

Максимальная скорость  $v_{\max} = a\tau$ , где  $a$  — ускорение, сообщаемое электрону электрическим полем;  $\tau$  — время свободного пробега. Очевидно, что  $\tau = \lambda/(v + u)$ , так как скорость движения электрона на пути  $\lambda$  складывается (геометрически) из его скорости в токе и тепловой скорости. Однако, учитывая соотношение (19''), значением  $v$  в этой сумме можно пренебречь и считать  $\tau = \lambda/u$ . Приравняем между собой два выражения силы  $F$ , ускоряющей движение электрона:  $F = eE$  и  $F = ma$  (где  $e$  — заряд,  $m$  — масса электрона). Тогда  $a = eE/m$ . Следовательно,  $v_{\max} = eE\lambda/(mu)$  или, учитывая, что  $E = U/l$ ,

$$v_{\max} = eU\lambda/(mul), \quad (20')$$

откуда, согласно формуле (20),

$$v = eU\lambda/(2mul). \quad (20'')$$

Подставив выражение (20'') в формулу (19'), получим следующее выражение для силы тока в проводнике:

$$I = \frac{U}{2mul/(e^2 n_0 \lambda S)}.$$

Оно представляет собой не что иное, как *закон Ома* (4) для участка  $l$  проводника, сопротивление которого

$$R = 2mul/(e^2 n_0 \lambda S). \quad (20''')$$

Сопоставляя последнее равенство с формулой (5), получим, что удельное сопротивление проводника

$$\rho = 2mu/(e^2 n_0 \lambda). \quad (21)$$

Нетрудно показать, что единица правой части равенства (21) есть *ом-метр* ( $\text{Ом}\cdot\text{м}$ ), как это должно быть для удельного сопротивления:

$$\frac{\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}}{\text{К}\cdot\text{м}^2\cdot\text{м}^{-3}\cdot\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{А}^2\cdot\text{с}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{м}}{\text{А}^2\cdot\text{с}} = \frac{\text{А}^2\cdot\text{Ом}\cdot\text{с}\cdot\text{м}}{\text{А}^2\cdot\text{с}} = \text{Ом}\cdot\text{м}.$$

Из (21) видно, что *в соответствии с опытными данными* удельное сопротивление проводника зависит от его материала и температуры — увеличивается с повышением температуры [поскольку значения  $n_0$  и  $\lambda$  у разных металлов различны, а скорость  $u$ , согласно формуле (19), увеличивается с повышением температуры].

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА ДЖОУЛЯ — ЛЕНЦА

Дополнительная (т. е. обусловленная действием электрического поля) кинетическая энергия, передаваемая одним электроном одному иону кристаллической решетки при столкновении с ним, равна  $mv_{\max}^2/2$  ( $m$  — масса,  $v_{\max}$  — максимальная скорость электрона). В течение 1 с один электрон передаст решетке энергию  $mv_{\max}^2 z/2$ , где  $z$  — число столкновений электрона с ионами за 1 с. Очевидно, что  $z = (v + u)/\lambda$ , или, учитывая соотношение (19''),

$$z = u/\lambda.$$

Как уже отмечалось, эта энергия идет на нагревание проводника, т. е. переходит в теплоту. Поэтому количество теплоты, выделяемое в единице объема проводника в течение 1 с, равно  $mv_{\max}^2 z n_0/2$ , где  $n_0$  — концентрация свободных электронов. Следовательно, на участке длиной  $l$  проводника площадью поперечного сечения  $S$  (см. рис. 36) в течение времени  $t$  выделится количество теплоты

$$Q = mv_{\max}^2 u n_0 l S t / (2\lambda).$$

Подставляя в это равенство выражение  $v_{\max}$  из (20''), получим после простых преобразований

$$Q = \frac{U^2 t}{2\mu l / (e^2 n_0 \lambda S)},$$

или, учитывая формулу (20''),

$$Q = \frac{U^2}{R} t,$$

что соответствует закону Джоуля — Ленца (11).

### ▲ ВЫВОД ЗАКОНА ВИДЕМАНА — ФРАНЦА

Полагая, что у металлов теплопроводность осуществляется практически только за счет перемещения свободных электронов, напишем выражение теплопроводности  $\kappa$  электронного газа [см. ч. I, § 51, (49)]:

$$\kappa = \lambda u d c_v / 3,$$

где  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега,  $u$  — тепловая скорость электронов,  $c_v$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме,  $d$  — плотность электронного газа.

Согласно (21), удельная электропроводность металла

$$\gamma = \frac{1}{\rho} = \frac{e^2 n_0 \lambda}{2 m u}.$$

Составим отношение:

$$\frac{\kappa}{\gamma} = \frac{2 m u^2 d c_v}{3 e^2 n_0}.$$

Учтем, что  $d = mn_0$  и следующие соотношения, установленные в кинетической теории идеального газа (см. ч. I, § 44, 46, 47):

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad c_v = \frac{3}{2} \frac{R}{M}, \quad R = N_A k \text{ и } M = N_A m,$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $R$  — молярная газовая постоянная,  $N_A$  — постоянная Авогадро,  $M$  — молярная масса и  $T$  — термодинамическая температура электронного газа. Тогда получим соотношение

$$\frac{\chi}{\gamma} = \frac{3k^2}{e^2} T, \quad (21')$$

выражающее закон Видемана — Франца (15), причем постоянный множитель  $3k^2/e^2$  по единицам совпадает с коэффициентом  $a$  в формуле (15), а по значению близок к нему (см. § 12). Действительно,

$$\frac{3k^2}{e^2} = \frac{3 \cdot (1,38 \cdot 10^{-23})^2 \text{ Дж}^2/\text{К}^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \text{ Кл}^2} = 2,23 \cdot 10^{-8} \text{ В}^2/\text{К}^2.$$

В заключение отметим, что, несмотря на очевидные достоинства классической электронной теории проводимости металлов, она имеет и ряд существенных недостатков.

### § 16. Некоторые недостатки классической электронной теории проводимости металлов.

#### Понятие о квантовой электронной теории проводимости

Некоторые выводы классической электронной теории проводимости металлов оказываются противоречащими опыту. Это прежде всего касается зависимости удельного электрического сопротивления  $\rho$  металлов от температуры. Согласно соотношению (7'), полученному из опыта,

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) = \rho_0 \frac{T}{T_0} \sim T,$$

где  $\rho_0$  — удельное сопротивление при температуре  $T_0 = 273$  К. Из теории же в соответствии с формулами (21) и (19) следует, что

$$\rho = \frac{2mu}{e^2 n_0 \lambda} = \frac{2m}{e^2 n_0 \lambda} \sqrt{\frac{3kT}{m}} \sim T^{1/2},$$

т. е. что удельное сопротивление пропорционально не термодинамической температуре, а корню из нее.

Электронная теория проводимости вступает в противоречие с опытом и по поводу количественной оценки теплоемкости металлов. Согласно теории, теплоемкость металла должна быть больше теплоемкости твердого химически простого диэлектрона на значение теплоемкости электронного газа (отсутствующего в диэлектрике). Так как число свободных электронов в металле приблизительно равно числу ионов его кристаллической решетки, то электронный газ, содержа-

щийся в одном моле металла состоит из  $N_A$  свободных электронов. Атомная теплоемкость такого (одноатомного) газа

$$C = \frac{3}{2} k N_A = \frac{3}{2} R = \frac{3}{2} \cdot 8,32 \text{ Дж/(К·моль)} = 12,5 \text{ Дж/(К·моль)}.$$

Следовательно, у металла атомная теплоемкость должна быть *больше*, чем у диэлектрика на 12,5 Дж/(К·моль).

Между тем, по экспериментальному закону Дюлонга и Пти (см. ч. I, § 56), атомные теплоемкости *всех* химически простых твердых тел, в том числе металлов, одинаковы и равны 25 Дж/(К·моль). По электронной теории, атомная теплоемкость металла должна была бы составлять  $25 + 12,5 = 37,5$  [Дж/(К·моль)].

Таким образом, опыт показывает, что вопреки представлениям электронной теории проводимости металлов *электронный газ практически не обладает теплоемкостью*.

Необъяснимо с позиций электронной теории и состояние сверхпроводимости, возникающее у некоторых металлов и сплавов при температуре, близкой к 0 К (см. § 12). Сверхпроводник совсем не нагревается при прохождении по нему тока. Следовательно, в сверхпроводнике свободные электроны при своем движении в токе совсем не сталкиваются с ионами кристаллической решетки; но это, по представлениям электронной теории, вообще невозможно.

Отметим наконец, что Лоренц пытался уточнить теоретический вывод закона Видемана — Франца (21'), учтя распределение электронов (в электронном газе) по скоростям согласно закону Максвелла [см. ч. I, § 47, (27)]. Однако в результате этого коэффициент пропорциональности в выражении закона Видемана — Франца оказался равным  $2k^2/e^2$  вместо  $3k^2/e^2$ , что только увеличило его расхождение с экспериментальным значением (15).

Рассмотренные и некоторые другие несоответствия классической электронной теории проводимости опытным данным обусловлены, во-первых, тем, что она исходит из представления об электроне как о частице, поведение которой описывается *только* законами классической механики, не учитывая его волновых свойств (см. § 57). Во-вторых, эта теория не учитывает взаимодействия электронов (в электронном газе) друг с другом, а их взаимодействие с кристаллической решеткой рассматривает как *кратковременные соударения* с ионами. Между тем электроны, двигаясь в периодическом электрическом поле решетки, находятся в *непрерывном взаимодействии* с ее ионами. Кроме того, при низкой температуре взаимодействие между самими электронами становится уже весьма существенным. В-третьих, эта теория не учитывает, что энергия электрона в металле, как и его энергия в изолированном атоме (см. § 64, 65), может принимать *не любые*, а только *определенные* (дискретные) значения.

Отмеченные особенности поведения электронов учтены *квантовой электронной теорией проводимости\**, успешно разрешившей про-

\* Построение этой теории было начато работами советского физика Я. И. Френкеля и немецкого физика А. Зоммерфельда.

тиворечия классической теории. Изложение квантовой теории выходит за пределы нашего курса. Поэтому здесь о ней будет дано лишь некоторое качественное представление, в части, касающейся рассмотренных недостатков классической теории.

Свободные электроны в металле не свободны в буквальном смысле этого слова. Правильнее считать их связанными с ионами решетки, но так, что каждый из них является «собственностью» не одного иона (атома), а одновременно принадлежит ряду смежных ионов. Это происходит потому, что при объединении отдельных атомов в металлический кристалл размеры внешних электронных орбит атомов могут оказаться больше расстояния между соседними атомами. И тогда внешние (валентные) электроны будут одновременно связаны со всеми этими атомами, а переходя (в случайных направлениях) от одного из них к другому, окажутся последовательно принадлежащими множеству атомов (ионов) металла, т. е. окажутся коллективизированными.

Существенно, что коллективизированные электроны в металле сохраняют приблизительно ту же скорость своего движения, какую они имели в изолированных атомах, т. е. порядка  $10^6$  м/с. Эта скорость в десятки раз больше тепловой скорости (19) в классическом ее понимании и, что особенно важно, не зависит от температуры; следовательно, кинетическая энергия свободных электронов не зависит от температуры. За это свойство электронный газ назван *вырожденным* в отличие от нормального газа, энергия атомов которого зависит от температуры\*.

Из сказанного следует, что нагревание металла не сопровождается увеличением внутренней энергии его электронного газа (вопреки представлению классической теории).

Поэтому теплоемкость металла определяется только теплоемкостью ионной основы его кристаллической решетки, чем и объясняется одинаковое значение теплоемкости у металлов и неметаллических твердых тел.

Поведение вырожденного газа описывается не классической статистикой Максвелла — Больцмана, а квантовой статистикой Ферми — Дирака\*\*. Поэтому уточненный вывод закона Видемана — Франца с учетом распределения энергии электронов по закону Ферми дал для коэффициента пропорциональности в соотношении (21') значение  $\pi^2 k^2 / (3e^2)$ , которое хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Удовлетворительная (но еще не полная) теория сверхпроводимости была создана в 1957 г. Н. Н. Боголюбовым и независимо от него американскими физиками Д. Бардином, Л. Купером и Д. Р. Шриффером. Сверхпроводимость обусловлена тем, что у некоторых метал-

\* Электронный газ остается вырожденным вплоть до очень высоких температур — порядка  $10^4$  К, т. е. при любой температуре, которую может иметь твердый металл.

\*\* Создана в 1925 г. итальянским физиком Э. Ферми и английским физиком П. А. Дираком.

лов (и сплавов) при очень низкой температуре электроны с противоположными спинами\* могут объединяться в пары. Объединение происходит под действием фононов — квантов колебаний кристаллической решетки, которые вызывают взаимопритяжение таких электронов, способное (при низкой температуре) противостоять кулоновским силам отталкивания. Электронный газ, содержащий спаренные электроны, приобретает свойство сверхтекучести, а металл — сверхпроводимости. Сверхтекучесть электронного газа во многом аналогична сверхтекучести жидкого гелия (см. ч. I, § 60).

Наиболее наглядное представление об электропроводности (и многих других свойствах металлов), а также неметаллических *твердых тел* дает зонная теория, являющаяся одним из основных разделов квантовой механики. Суть этой теории (опять-таки в качественной ее части) состоит в следующем.

Электроны в отдельном атоме распределяются только по дискретным *энергетическим уровням* этого атома. При образовании твердого тела (кристалла) из  $N$  одинаковых атомов на энергетические состояния электронов начинает влиять взаимодействие сближенных атомов. В результате этого *каждый* энергетический уровень атома расщепляется на  $N$  новых близко расположенных уровней и *одинаковые уровни всех атомов обединяются* (коллективизируются).

Таким образом, в твердом теле образуются сравнительно широкие энергетические полосы, состоящие из  $N$  уровней каждой. Они называются *разрешенными зонами*. В пределах разрешенной зоны соседние энергетические уровни расположены очень близко один от другого. Соседние же разрешенные зоны разделены полосами, соответствующими таким значениям энергии, которые электроны не могут иметь. Эти полосы называются *запрещенными зонами*.

На рис. 37 представлены графики возможных значений энергии  $W$  электронов для двух твердых тел. Эти значения, т. е. энергетические уровни, изображены горизонтальными линиями\*\*. Полосы (*A*, *B*, *C* и т. д.) сближенных уровней изображают разрешенные зоны, а промежутки между ними — запрещенные зоны.

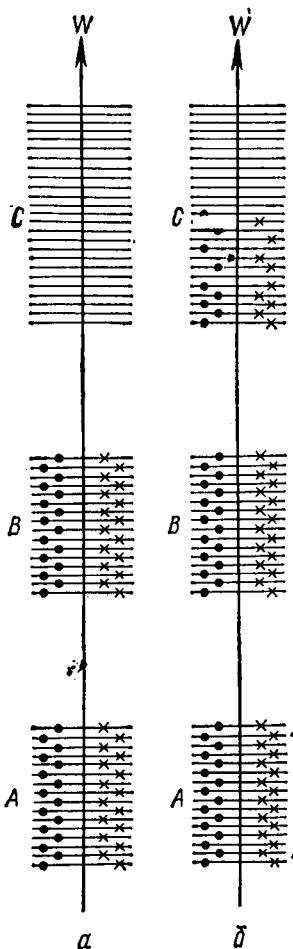


Рис. 37

\* Спин — собственный, внутренне присущий электрону момент импульса, не связанный, как это первоначально предполагалось, с вращением электрона вокруг собственной оси. Спин — характеристика электрона (и некоторых других элементарных частиц), имеющая *квантовую* природу. Поэтому спину нельзя сопоставить какую-либо классическую модель.

\*\* Масштаб на графиках не соблюден; в действительности распределение энергетических уровней и зон неравномерно и различно для тел разной природы.

Электроны твердого тела могут пребывать только на разрешенных энергетических уровнях, т. е. обладать только такими значениями энергии, которые соответствуют данным уровням. При этом особенно важно, что на одном уровне может находиться не более двух электронов, но и у этих электронов состояния не тождественны: такие электроны различаются противоположными направлениями своих спинов [принцип Паули].

Итак, на одном энергетическом уровне могут находиться или один электрон, или два (с противоположными спинами), или не одного электрона. На рис. 37 электроны со спинами (направленными на читателя) изображены точками, а электроны со спинами противоположного направления — крестиками.

Самая верхняя *В* из полностью занятых электронами разрешенных зон называется *основной (валентной) зоной*. Следующая за ней зона *С* называется *зоной проводимости*. Она может быть либо совсем свободной от электронов (рис. 37, *а*), либо частично занятой ими (рис. 37, *б*). Именно характер заполнения электронами зоны проводимости определяет, является ли твердое тело проводником или диэлектриком.

Дело в том, что разность энергий, соответствующих соседним уровням зоны, *невелика* — меньше средней кинетической энергии атома при нормальной температуре, т. е.  $<^3/2kT_0$ . Разность же энергий, соответствующая ширине запрещенной зоны, *велика*  $>>^3/2kT_0$ . Поэтому ни внешнее электрическое поле, ни повышение температуры тела не могут сообщить добавочную энергию электронам основной и других *заполненных* зон, т. е. не могут перевести электроны на более высокие уровни. Действительно, в этих зонах все уровни уже заняты электронными парами, а для перевода электронов основной зоны в зону проводимости энергия внешнего электрического поля и энергия, сообщаемая телу нагревателем, недостаточны\*.

Так как электроны основной и других *заполненных* зон не могут воспринимать добавочной энергии, а следовательно, и приобретать добавочную скорость, то они оказываются как бы скованными (принципом Паули) со своими энергетическими уровнями и лишенными способности принимать участие в процессах электропроводности и теплоемкости.

У тела, представленного энергетическим графиком на рис. 37, *а*, все электроны находятся только в целиком заполненных зонах. Следовательно, это тело совсем не обладает электропроводностью, т. е. является *диэлектриком*. Что касается теплоемкости диэлектрика, то она обусловлена только тепловыми колебаниями самих атомов (молекул) кристаллической решетки.

У тела, представленного энергетическим графиком на рис. 37, *б*, часть электронов находится в зоне проводимости. Очевидно, что электроны верхних энергетических уровней этой зоны могут воспринимать добавочную энергию от внешнего электрического поля и переходить на более высокие уровни зоны (рис. 37, *б*). При этом они приобретают добавочную скорость, обуславливающую электропроводность. Следовательно, данное тело является проводником первого рода, т. е. *металлом*. Эти же и только эти электроны могут влиять на теплоемкость металла. Однако число их (при не слишком высокой температуре) сравнительно мало. Поэтому их вклад в теплоемкость металла ничтожно мал по сравнению с вкладом самих атомов (ионов) кристаллической решетки. Именно этим объясняется одинаковое значение теплоемкости металлов и химически простых диэлектриков, установленное законом Дюлонга и Пти.

Таким образом, причина, определяющая различие электрических свойств диэлектриков и металлов, заключается в том, что у диэлектриков *совсем нет* электронов в зоне проводимости, тогда как у металлов имеется некоторое количество электронов в этой зоне.

Может создаться ошибочное мнение, что классическая электронная теория проводимости устарела и утратила свое значение. Эта теория по-прежнему обладает большими достоинствами: она сравни-

\* Случай полей с очень большой напряженностью и высокой температурой мы не рассматриваем.

тельно проста, исключительно наглядна, качественно, а в большинстве случаев и количественно объясняет важнейшие свойства металлов и закономерности тока в них. К тому же расхождения между классической и квантовой теориями сглаживаются по мере повышения температуры и уменьшения концентрации электронного газа; последнее имеет место, например, в полупроводниках. Поэтому мы будем пользоваться классической электронной теорией проводимости и в дальнейшем.

### § 17. Контактная разность потенциалов. Термоэлектрические явления

В 1797 г. итальянский физик А. Вольта экспериментально установил, что при *тесном соприкосновении* (контакте) двух разнородных металлов между ними возникает разность потенциалов. Она получила название *контактной разности потенциалов*. Вольта выявил так же ряд металлов (*ряд Вольты*), в котором каждый предыдущий металл при контакте с одним из последующих приобретает положительный потенциал. В ряду Вольты (дополненном алюминием) металлы расположены в таком порядке:



В результате этих исследований Вольта установил следующие два закона.

*Контактная разность потенциалов двух металлов зависит только от их химического состава и температуры [первый закон Вольты].*

*Разность потенциалов между концами разомкнутой цепи, составленной из нескольких последовательно соединенных металлических проводников, имеющих одинаковую температуру, не зависит от промежуточных проводников и равна контактной разности потенциалов, возникающей при непосредственном контакте контактных проводников [второй закон Вольты].*

Под *тесным соприкосновением* подразумевается сближение поверхностей металлов на расстояние порядка размера ячейки кристаллической решетки, что может быть обеспечено, например, путем сварки металлов. Рассмотрим причины, вызывающие контактную разность потенциалов.

На рис. 38 схематически изображена часть кристаллической решетки металла. Силы притяжения к положительным ионам решетки, действующие на свободные электроны, находящиеся внутри металла,

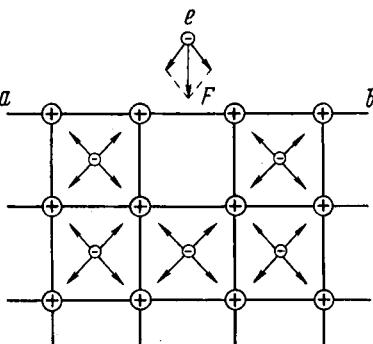


Рис. 38

в среднем взаимно уравновешиваются. Это дает возможность электронам свободно передвигаться внутри металла между узлами решетки. Если же по какой-либо причине (см. § 18) электрон  $e$  выйдет за пределы металла (через поверхность  $ab$ ), то на него начнут действовать неуравновешенные силы притяжения со стороны ионов поверхности металла и со стороны того избыточного положительного заряда, который возник в металле в связи с потерей электрона  $e$ . Результирующая сила  $F$ , направленная в сторону металла, возвратит электрон в металл. Таким образом, для того чтобы покинуть металл и уйти в окружающую среду, электрон должен совершить работу против сил притяжения к металлу, действующих на расстоянии порядка размера кристаллической ячейки ( $10^{-8}$  см).

*Работа  $A$ , которую необходимо совершить электрону, чтобы уйти из металла в окружающую его пустоту, называется работой выхода электрона из металла.*

Работу выхода принято выражать в электронвольтах (эВ).

Электронвольт равен работе перемещения электрона в электрическом поле между точками с разностью потенциалов 1 В.

Так как заряд электрона  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, то

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Работа выхода у различных металлов различна. Для чистых металлов она колеблется в пределах нескольких электронвольт (у цезия

$$A = 1,31 \text{ эВ}, \text{ у платины } A = 5,35 \text{ эВ}).$$

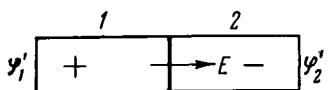


Рис. 39

Отмеченная в первом законе Вольты зависимость контактной разности потенциалов двух металлов от их химического состава, обусловлена двумя причинами: различием работы выхода  $A$  электрона из этих металлов и различием концентрации  $n_0$  свободных электронов в них. Переходя

к выводу общего выражения контактной разности потенциалов, учтем сначала первую причину. Для этого приведем в контакт два металла 1 и 2, имеющих работу выхода соответственно  $A_1$  и  $A_2 > A_1$  (рис. 39).

Очевидно, что свободный электрон, попавший (в процессе теплового движения) на поверхность раздела металлов, будет втянут во второй металл, так как со стороны того металла на электрон действует большая сила притяжения ( $A_2 > A_1$ ). Следовательно, через поверхность соприкосновения металлов происходит «перекачка» свободных электронов из первого металла во второй, в результате чего первый металл зарядится положительно, второй — отрицательно. Возникающая при этом разность потенциалов  $\phi'_1 - \phi'_2$  создает электрическое поле напряженностью  $E$ , которое затрудняет дальнейшую «перекачку» электронов и совсем прекратит ее, когда работа перемещения электрона за счет контактной разности потенциалов станет равна разности работ выхода электрона из металлов:

$$e(\phi'_1 - \phi'_2) = A_2 - A_1,$$

или

$$\varphi'_1 - \varphi'_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e}, \quad (22)$$

где  $e$  — заряд электрона;  $\varphi'_1 - \varphi'_2 \approx 1\text{ В}$ .

Для учета второй причины, обусловливающей контактную разность потенциалов, приведем в контакт два металла 1 и 2 с одинаковыми работами выхода электрона, но с различными концентрациями электронного газа:  $n_{01} < n_{02}$  (рис. 40). Тогда начнется *преимущественный* перенос электронов из первого металла во второй. В результате первый металл зарядится положительно, второй — отрицательно. Возникающая при этом разность потенциалов между металлами создаст электрическое поле, которое затруднит дальнейшую «перекачку» электронов во второй металл и наконец совсем приостановит ее. Выясним, при какой напряженности  $E$  поля это произойдет, и получим выражение соответствующей разности потенциалов  $\varphi''_1 - \varphi''_2$ .

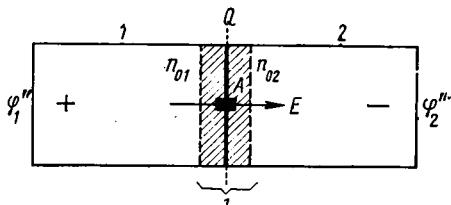


Рис. 40

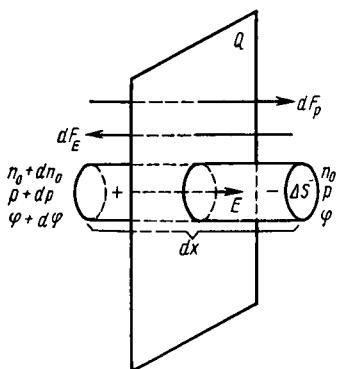


Рис. 41

Концентрация электронного газа изменяется от значения  $n_{01}$  (в металле 1) до значения  $n_{02}$  (в металле 2) *непрерывно* в очень тонком слое толщиной  $l$ , разделенном пополам плоскостью  $Q$  контакта металлов (рис. 40). Выделим в этом слое элементарный цилиндр  $A$ , ось которого перпендикулярна плоскости  $Q$ , делящей цилиндр пополам. Длина цилиндра равна  $dx$ , площадь основания —  $\Delta S$ . Для удобства дальнейшего рассмотрения цилиндр  $A$  изображен крупным планом на рис. 41.

Пусть в районе правого основания цилиндра концентрация электронного

газа равна  $n_0$ , а в районе левого основания —  $n_0 + dn_0$ . Тогда давление газа на правое основание цилиндра будет  $p$ , а на левое основание —  $p + dp$ . Разность  $dp$  этих давлений создаст силу давления  $dF_p$ , действующую на электронный газ в цилиндре  $A$  и направленную вправо. Эта сила вызовет преимущественный перенос («перекачку») электронов слева направо, в результате чего левая половина цилиндра зарядится положительно, а правая — отрицательно. Тогда между основаниями цилиндра появится разность потенциалов и возникнет электрическое поле, затрудняющее дальнейшую перекачку электронов в правую часть цилиндра. Процесс пере-

качки будет замедляться и, наконец, прекратится при таком значении напряженности  $E$  поля, при котором электрическая сила  $dF_E$ , действующая на электронный газ в цилиндре  $A$  и направленная влево (рис. 41), уравновесит силу давления, т. е. при условии

$$dF_E = dF_p. \quad (22')$$

Потенциал в районе правого основания цилиндра равен теперь  $\varphi$ , а в районе левого основания —  $\varphi + d\varphi$ .

Давление газа связано с его температурой  $T$  и концентрацией  $n_0$  молекул соотношением  $p = n_0 kT$  [см. ч. I, § 43, (15)]. Поэтому

$$dF_p = \Delta S \cdot dp = \Delta S \cdot d(n_0 kT) = \Delta S kT dn_0,$$

где  $n_0$  — средняя концентрация электронного газа в цилиндре  $A^*$ .

Электрическая сила, действующая на электронный газ в цилиндре  $A$ ,

$$dF_E = Edq = Ee n_0 \Delta S dx,$$

где  $dq$  — суммарный заряд электронов, находящихся в цилиндре. Тогда, подставляя в (22') выражения  $dF_E$  и  $dF_p$  и учитывая, что  $E \cdot dx = d\varphi$ , получим

$$d\varphi = \frac{kT}{e} \frac{dn_0}{n_0}.$$

Выражение второй составляющей контактной разности потенциалов найдем, проинтегрировав обе части последнего равенства соответственно в пределах от  $\varphi''_2$  до  $\varphi''_1$  и от  $n_{02}$  до  $n_{01}$ :

$$\int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi = \frac{kT}{e} \int_{n_{02}}^{n_{01}} \frac{dn_0}{n_0},$$

откуда

$$\varphi'_1 - \varphi''_2 = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}. \quad (22'')$$

При нормальной температуре значение  $\varphi''_1 - \varphi''_2$  имеет порядок  $10^{-1}$  В.

Полная контактная разность потенциалов двух металлов, различающихся и работой выхода электрона и концентрацией электронного газа, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi'_1 - \varphi'_2) + (\varphi''_1 - \varphi''_2),$$

или, учитывая формулы (22) и (22'),

\* Хотя точное значение средней концентрации равно  $[n_0 + (n_0 + dn_0)]/2 = n_0 + dn_0/2$ , можно считать среднюю концентрацию равной  $n_0$  (ввиду бесконечной малости второго слагаемого).

$$\Phi_1 - \Phi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}. \quad (23)$$

Из формулы (23) непосредственно следует *первый закон Вольты* поскольку контактная разность потенциалов выражается только через характеристики металлов ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $n_{01}$  и  $n_{02}$ ) и температуру ( $T$ ).

Для вывода второго закона Вольты составим цепь из нескольких (например, четырех) металлических проводников, соединенных (контактирующих) последовательно (рис. 42, а) и имеющих одинаковую температуру. Очевидно, что разность потенциалов между концами этой цепи

$$\Phi_1 - \Phi_4 = (\Phi_1 - \Phi_2) + \\ + (\Phi_2 - \Phi_3) + (\Phi_3 - \Phi_4).$$

Тогда, учитывая (23) и выполнив простые преобразования, получим соотношение

$$\Phi_1 - \Phi_4 = -\frac{A_1 - A_4}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{04}},$$

являющееся математическим выражением *второго закона Вольты*.

Если теперь непосредственно соединить между собой концевые проводники (рис. 42, б), то существовавшая между ними разность потенциалов компенсируется равной разностью потенциалов  $\Phi_1 - \Phi_4$ , возникающей в месте контакта проводников 1 и 4. Поэтому

*контактная разность потенциалов не создает тока в замкнутой цепи металлических проводников, имеющих одинаковую температуру.*

Отметим, что *электризация трением* (см. § 1) также обусловлена контактной разностью потенциалов. При контакте двух диэлектриков внешние электроны атомов, расположенные у поверхности соприкосновения диэлектриков, переходят *преимущественно* на диэлектрик с меньшей диэлектрической проницаемостью (т. е. на «лучший» диэлектрик, у которого внешние электроны прочнее связаны со своими атомами)\*. В результате тело с меньшей диэлектрической проницаемостью заряжается (в месте соприкосновения) отрицательно, а тело с большей диэлектрической проницаемостью — положительно. При разделении тел они оказываются разноименно заряженными. Так как в диэлектриках подвижность зарядов очень ограничена, то для ускорения электризации приходится увеличивать площадь контакта, что достигается

\* В § 9 отмечалось, что проводник можно рассматривать как предельный случай диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = \infty$ . Следовательно, диэлектрик можно рассматривать как проводник с очень малым значением  $\epsilon$ ; чем меньше  $\epsilon$ , тем лучше выражены диэлектрические свойства вещества.

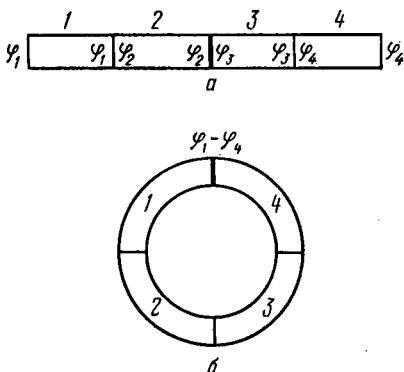


Рис. 42

путем многократного перемещения одного тела по другому. Это перемещение сопровождается трением, которое, следовательно, является лишь *сопутствующим* электризации процессом.

Контактная электризация имеет место и в коллоидных растворах: жидкость и взвешенные в ней твердые частицы (или частицы другой жидкости) заряжаются разноименно. При помещении коллоидного раствора в электрическое поле взвешенные частицы начинают передвигаться вдоль силовых линий поля. Это явление называется *электрофорезом*. Контактной электризацией обусловлено явление *электроосмоса*: перемещение жидкости в неподвижном раствористом теле, помещенном в электрическом поле.

⊕ Электрофорез широко используется в производстве для отделения коллоидных взвесей, выделения эмульсий из нефти, очистки фруктовых соков, улавливания пыли и дыма из воздуха и т. п.

Электроосмос применяется для сушки волокнистых и пористых веществ, например сена (холодная электросушка). ⊚

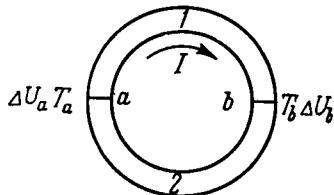


Рис. 43

Зависимостью контактной разности потенциалов от температуры обусловлено явление, называемое *термоэлектрическим эффектом*. Составим замкнутую цепь из двух разнородных металлических проводников 1 и 2. Температуры контактов (спаев) *a* и *b* будем поддерживать различными:  $T_a > T_b$  (рис. 43). Тогда, согласно формуле (23), контактная разность потенциалов в горячем спае больше, чем в холодном:  $\Delta U_a > \Delta U_b$ . В результате между спаями *a* и *b* возникает разность потенциалов

$$\mathcal{E} = \Delta U_a - \Delta U_b = (\varphi_1 - \varphi_2)_a - (\varphi_1 - \varphi_2)_b,$$

называемая *термоэлектродвижущей силой*, а в замкнутой цепи пойдет ток силой *I*. Пользуясь формулой (23), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \left( -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_a}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}} \right) - \left( -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_b}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}} \right) = \\ &= (T_a - T_b) \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}, \end{aligned}$$

или

$$\mathcal{E} = \alpha (T_a - T_b), \quad (24)$$

где коэффициент  $\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}$  является постоянной величиной для данной пары металлов (если пренебречь зависимостью концентраций  $n_{01}$  и  $n_{02}$  электронов от температуры).

Замкнутая цепь проводников, создающая ток за счет различия температуры контактов между проводниками, называется *термоэлементом* или *термопарой*. Формула (24) показывает, что термоэлектродвижущая сила термопары пропорциональна разности температур спаев (контактов).

В 1834 г. французский физик Ж. Ш. А. Пельтье обнаружил явление, обратное термоэлектрическому. Если по замкнутой цепи, составленной из двух разнородных металлических проводников 1 и 2,

пропускать ток  $I'$  от постороннего источника в том же направлении, в котором при термоэлектрическом эффекте шел бы термоток, то спай  $a$  и  $b$  приобретут различную температуру. Спай  $a$ , который при термоэлектрическом эффекте поддерживался бы при более высокой температуре, будет теперь охлаждаться, спай  $b$  — нагреваться (рис. 44). При изменении направления тока  $I'$  спай  $a$  будет нагреваться, спай  $b$  — охлаждаться. Это явление названо *эффектом Пельтье*.

Физическая сущность эффекта Пельтье заключается в следующем. Благодаря контактным разностям потенциалов в спаях  $a$  и  $b$  создаются контактные электрические поля с напряженностями  $E$  (рис. 44; сплошные стрелки). В соответствии с указанным направлением тока  $I'$  электроны в спае  $b$  движутся против контактного поля, а в спае  $a$  — по полю (направления движения электронов показаны прерывистыми стрелками). Следовательно, в спае  $b$  поле ускоряет электроны; кинетическая энергия их *возрастает*. При столкновениях с ионами металла в спае  $b$  такие электроны *передают* ионам энергию, *повышая* внутреннюю энергию спая. Поэтому спай  $b$  будет *нагреваться*. В спае  $a$  поле *тормозит* электроны; кинетическая энергия их *уменьшается*. При столкновениях с ионами металла в спае  $a$  такие электроны *получают* от ионов энергию, *понижая* внутреннюю энергию спая. Поэтому спай  $a$  будет *охлаждаться*.

Очевидно, что при изменении направления тока  $I'$  на противоположное нагреваться будет спай  $a$ , а охлаждаться — спай  $b$ , так как теперь в спае  $a$  электроны ускоряются, а в спае  $b$  — тормозятся контактным полем  $E$ .

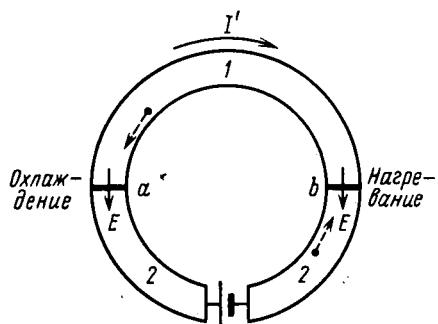


Рис. 44

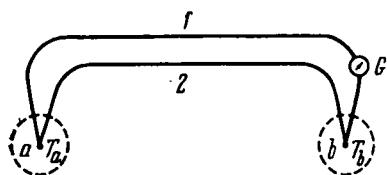


Рис. 45

полезного действия таких термопар составляет примерно 0,1 %. Поэтому практическое использование металлических термопар в качестве генераторов тока (термоэлектрический эффект) и холодильников (эффект Пельтье) экономически невыгодно. В этом отношении значительно большие возможности предоставляют *полупроводниковые* термопары, практическое применение которых рассмотрено позже (см. § 20). Что касается металлических термопар, то их практическое

◎ Следует отметить, что металлические термопары дают малую термоэлектродвижущую силу, не превышающую нескольких милливольт при разности температур спаев, равной 100 К. Коэффициент

использование в основном ограничивается измерением температур.

С этой целью составляется цепь, изображенная на рис. 45. Спай *b* термопары, составленной из проводников *1* и *2*, поддерживается при постоянной известной температуре  $T_b$  (например, при температуре тающего льда). Спай *a* помещается в среду, температура  $T_a$  которой подлежит измерению. Зная коэффициент  $\alpha$  данной термопары и измеряя милливольтметром  $G$  термоэлектродвижущую силу  $\mathcal{E}$ , рассчитывают температуру  $T_a$ :

$$T_a = (\mathcal{E} + \alpha T_b) / \alpha.$$

Обычно шкалу милливольтметра градуируют непосредственно в кельвинах.

Термоэлектрический термометр обладает существенными преимуществами перед ртутным. Он очень чувствителен, имеет малую температурную инерцию, применим в широком диапазоне температур, позволяет измерять температуру малых объемов среды (практически — точек среды). Кроме того, он допускает дистанционные измерения, т. е. определение температуры объекта, расположенного на большом расстоянии от места измерения или недоступного для непосредственного измерения (например, определение температуры зерна в засеках зернохранилища или овощей и клубнеплодов в буртах).<sup>①</sup>

## § 18. Эмиссия электронов. Термоэлектронная эмиссия. Электронные лампы

В металле всегда имеется некоторое количество свободных электронов, обладающих повышенной кинетической энергией и потому способных вылететь за его пределы. Затем вылетевшие электроны будут вновь втянуты в металл (см. § 17), но на их место вырвутся другие свободные электроны. Между электронами, вылетающими из металла и влетающими в него, устанавливается подвижное равновесие, в результате которого над поверхностью металла возникает своеобразное *электронное облако*. Испускание электронов металлом называется *электронной эмиссией*. Это явление отчасти подобно испарению жидкости.

При нормальных внешних условиях электронная эмиссия выражена слабо. Для повышения ее интенсивности следует увеличить кинетическую энергию свободных электронов до значений, равных или больших работы выхода. Этого можно достигнуть различными способами. Во-первых, созданием электрического поля очень большой напряженности (порядка  $10^6$  В/см), способной вырывать электроны из металла (*холодная эмиссия*). Такая эмиссия используется, например, в *электронных микропроекторах* (см. § 32). Во-вторых, бомбардировкой металла электронами, предварительно разогнанными электрическим полем до очень большой скорости. Каждый из бомбардирующих электронов может вырвать из металла несколько новых электронов (*вторичная эмиссия*). Вторичная эмиссия используется, например, в фотоэлектронных умножителях (см. § 72).

В-третьих, интенсивным освещением поверхности отрицательно заряженного металла (*фотоэмиссия*). На фотоэмиссии основано явление *внешнего фотоэфекта* и устройство *вакуумного фотоэлемента* (см. § 68). В-четвертых, нагреванием металла. Эмиссия электронов, обусловленная нагреванием металла, называется *термоэлектронной эмиссией*. Термоэлектронная эмиссия как источник интенсивных электронных потоков (лучей, токов) широко используется во многих электронно-вакуумных приборах: электронных осциллографах (см. § 32), электронных микроскопах (см. § 32), рентгеновских трубках (см. § 56), электронных лампах и т. д.

С основными закономерностями термоэлектронной эмиссии мы ознакомимся при рассмотрении принципа устройства и действия электронной лампы. Простейшими электронными лампами являются трехэлектродная лампа — *триод* (рис. 46) и двухэлектродная лампа — *диод*. Триод состоит из стеклянного баллона 4, внутри которого соосно укреплены три металлических электрода: тонкая нить 1 (*катод* или *накал*), тонкостенный цилиндр 2 (*анод*) и помещенная между ними редкая «спираль» 3 (*сетка*). Воздух из баллона откачен. Диод отличается от триода только отсутствием сетки.

На электротехнических схемах электронные лампы изображаются так, как показано на рис. 47 (а — триод, б — диод). Принцип действия электронной лампы рассмотрим сначала на примере диода. Включим диод в электрическую цепь, схематически

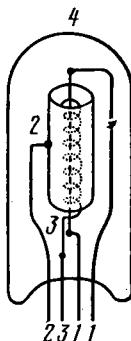


Рис. 46

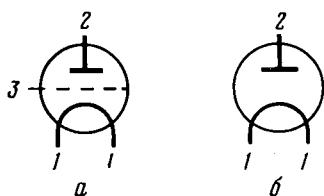


Рис. 47

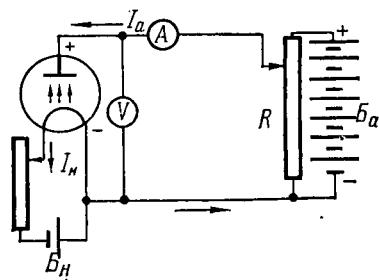


Рис. 48

изображенную на рис. 48 ( $B_n$  — батарея накала,  $B_a$  — анодная батарея). Вокруг катода, разогреваемого током накала  $I_n$ , образуется электронное облако. Под действием электрического поля, создаваемого *анодным напряжением*  $U$  (приложенным между катодом и анодом), электроны из этого облака устремляются к аноду и создадут в цепи *анодный ток*  $I_a$  (анодное напряжение измеряется вольтметром  $V$ , анодный ток — амперметром  $A$ ). Очевидно, что анодный ток можно усиливать, повышая анодное напряжение  $U$  (с помощью потенциометра  $R$ ), так как при этом будет возрастать скорость движения

электронов в лампе. Однако возможности этого способа усиления тока ограничены. При некотором значении напряжения  $U_{\max}$  сила анодного тока достигает максимальной величины и при дальнейшем повышении напряжения остается постоянной, равной  $I_{\max}$ . Это явление называется *насыщением*, а ток  $I_{\max}$  — *током насыщения*. Насыщение обусловлено тем, что все электроны, испускаемые за некоторый промежуток времени катодом, достигают анода за этот же промежуток времени.

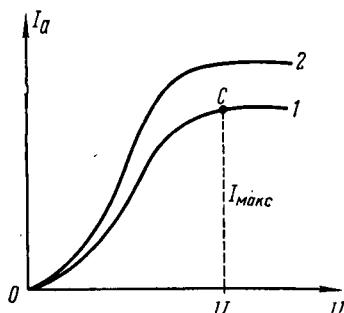


Рис. 49

При токе насыщения электронное облако полностью рассасывается. Зависимость анодного тока от напряжения графически изображена на рис. 49. Аналитически эта зависимость (для участка  $OC$  кривой 1, т. е. при условии  $U < U_{\max}$ ) выражается формулой Лэнгмюра — Богуславского\*

$$I_a = BU^{3/2}, \quad (25)$$

где  $B$  — коэффициент, зависящий от формы, размеров и взаимного расположения электродов.

Чтобы повысить силу тока насыщения, необходимо увеличить число электронов, испускаемых катодом в единицу времени. Для этого следует повысить температуру катода, увеличив силу тока накала. Кривая 2 на рис. 49 относится к более высокой температуре, чем кривая 1.

Зависимость силы тока насыщения от температуры катода выражается теоретической формулой Ричардсона\*\*:

$$I_{\max} = CST^2 e^{-A/(kT)}, \quad (26)$$

где  $S$  — площадь катода,  $T$  — термодинамическая температура ка-

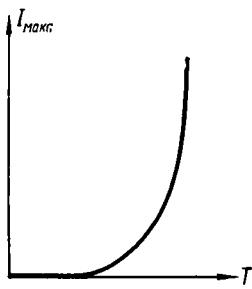


Рис. 50

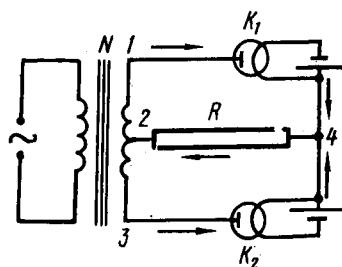


Рис. 51

\* Строгий вывод этой формулы дан в 1923 г. американским физиком И. Лэнгмюром и независимо от него советским физиком С. А. Богуславским. Формулу (25) иногда называют законом трех вторых.

\*\* Выведена английским физиком О. У. Ричардсоном.

тода;  $A$  — работа выхода электронов из катода;  $e$  — основание натуральных логарифмов;  $k$  — постоянная Больцмана;  $C$  — эмиссионная постоянная, теоретическое значение которой одинаково для всех металлов и равно  $C = 6,02 \cdot 10^5 \text{ A}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^2)$ .

График (рис. 50), построенный на основании формулы (26), показывает, что (при высокой температуре) сила тока насыщения резко возрастает с повышением температуры.

Отметим, что ток через электронную лампу может идти только в одном направлении, т. е. только в случае, когда анод соединен с положительным, а катод — с отрицательным полюсом анодной батареи  $B_a$  (см. рис. 48). Если анод соединить с отрицательным полюсом батареи, то испускаемые катодом электроны отталкиваются анодом и возвращаются на катод; тока в цепи не будет — лампа «заперта». Таким образом, электронная лампа обладает односторонней (вентильной) проводимостью. На этом основано применение лампы в качестве выпрямителя переменного тока. Предназначенные для этой цели диоды называются кенотронами.

Одна из возможных схем кенотронного выпрямителя изображена на рис. 51. Являющийся обычно синусоидальным (см. § 36), переменный ток периода  $T$  подается в первичную обмотку трансформатора  $N$ . Во вторичной обмотке возбуждается ток такого же периода.

График этого тока представлен на рис. 52,  $a$  ( $I$  — сила тока,  $t$  — время). Цепь вторичной обмотки трансформатора состоит из двух контуров 1421 и 3423. Крайние точки вторичной обмотки 1 и 3 попеременно, через каждый полупериод, приобретают положительный потенциал. Поэтому лампы  $K_1$  и  $K_2$  будут «запираться» и «открываться» попеременно через каждый полупериод. В результате на участках

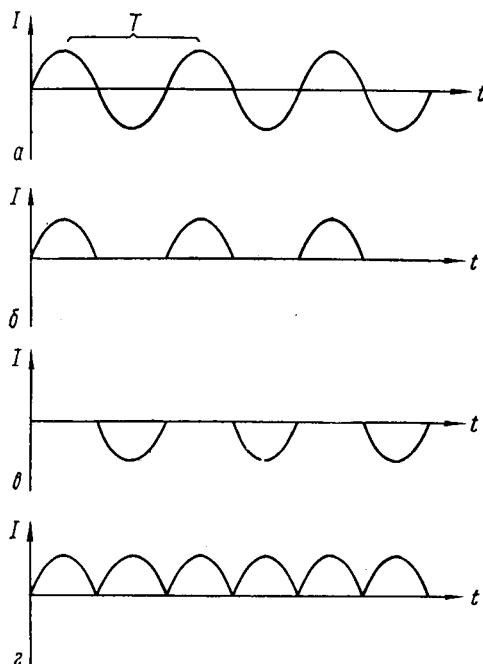


Рис. 52

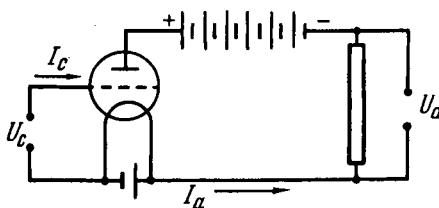


Рис. 53

$1K_14$  и  $3K_24$  возникают токи противоположных направлений. Эти токи являются *пульсирующими*, имеющими полупериодные перерывы (рис. 52, б, в). На участке же  $4R2$  ток идет *все время* и притом в *одном направлении* (используются оба полупериода). График этого выпрямленного тока представлен на рис. 52, г. Описанный выпрямитель называется *двуухполупериодным*. Каждый из контуров  $1K_142$  и  $3K_242$  в отдельности представляет собой *однополупериодный выпрямитель*.

Рассмотрим теперь действие триода. Анодным током триода можно управлять посредством сетки, изменяя напряжение между сеткой и катодом (при неизменных анодном напряжении и силе тока накала). Для этого триод включается в цепь по схеме, изображенной на рис. 53.

*Сеточное напряжение*  $U_c$  создает между катодом и сеткой дополнительное электрическое поле, которое, накладываясь на основное поле (между анодом и катодом), будет ускорять или замедлять (в зависимости от знака заряда на сетке) движение электронов, испускаемых катодом, т. е. увеличивать или уменьшать силу анодного тока  $I_a$ .

В связи с тем что сетка расположена близко к катоду (ближе, чем анод), влияние сеточного напряжения на анодный ток преобладает над влиянием анодного напряжения  $U_a$ . Поэтому *незначительное изменение сеточного напряжения вызывает значительное изменение анодного тока*.

При достаточно большом отрицательном заряде на сетке ее электрическое поле может оказаться сильнее анодного поля. В этом случае электроны, испускаемые катодом, не смогут попасть на анод и анодный ток прекратится (сетка «запирает» лампу).

График зависимости анодного тока от сеточного напряжения, называемый *сеточной характеристикой лампы*, представлен на рис. 54. Ордината  $I_{\max}$  верхнего конца характеристики соответствует току насыщения.

Отрицательная абсцисса ( $-U_0$ ) соответствует сеточному напряжению, запирающему лампу. Средняя часть  $AB$  характеристики относится к диапазону анодных токов, соответствующих нормальной работе лампы (рабочая часть характеристики). В этом диапазоне изменение силы анодного тока связано с изменением сеточного напряжения приблизительно линейно. Чем больше *крутизна* рабочей части характеристики, тем резче возрастает сила анодного тока при повышении сеточного напряжения.

Одним из важных применений триода является использование его в качестве усилителя слабых колебаний силы тока и напряжения. Принципиальная схема такого усилителя была дана на рис. 53.

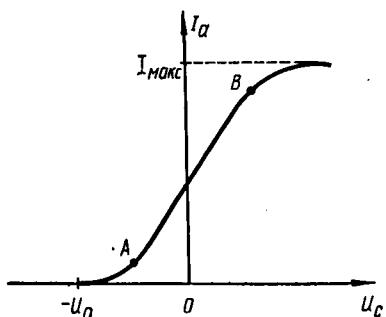


Рис. 54

Если сеточное напряжение  $U_c$  и сеточный ток  $I_c$  претерпевают слабые колебания, то анодный ток  $I_a$  будет совершать синхронные (одновременные) колебания такого же характера, но значительно усиленные (по амплитуде). Эти колебания можно еще раз усилить, подавая их на сетку второй лампы, затем на сетку третьей лампы и т. д. (многоступенчатое усиление). На рис. 55 изображены колебания силы анодного тока  $I_a$ , воспроизводящие слабые колебания силы сеточного тока  $I_c$  (по оси абсцисс отложено время  $t$ ).

Другое важное применение триода — генерирование электромагнитных волн — будет рассмотрено в § 42. ⊖

#### Примеры решения задач

**Задача 5.** Небольшая сельская гидроэлектростанция расходует ежеминутно  $V = 240 \text{ м}^3$  воды. Высота напора воды  $h = 4 \text{ м}$ . Сколько электроламп может обслуживать такая установка, если каждая лампа потребляет ток силой  $I = 1 \text{ А}$  при напряжении  $U = 220 \text{ В}$ ? Коэффициент полезного действия всей гидроустановки  $\eta = 75\%$ .

**Решение.** Электролампы включаются в осветительную сеть параллельно; поэтому в соответствии с первым правилом Кирхгофа (16) сила тока в шинах электростанции равна  $nI$ , где  $n$  — число ламп. Тогда, согласно формуле (10), потребляемая электролампами мощность  $N = nIU$ .

С другой стороны, мощность, даваемая электростанцией, равна

$$N = A\eta/t = mg\eta/t = V\rho gh\eta/t,$$

где  $A$  — работа, совершающаяся падающей водой за время  $t = 60 \text{ с}$ ,  $m$  — масса этой воды,  $\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$  — плотность воды,  $g$  — ускорение свободного падения. Эта мощность и потребляется электролампами. Поэтому можем написать

$$nIU = V\rho gh\eta/t,$$

откуда

$$n = \frac{V\rho gh\eta}{IUt} = \frac{240 \text{ м}^3 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3 \cdot 9,8 \text{ м}/\text{с}^2 \cdot 4 \text{ м} \cdot 0,75}{1 \text{ А} \cdot 220 \text{ В} \cdot 60 \text{ с}} \approx 535.$$

**Задача 6.** Напряжение на шинах электростанции  $U_0 = 6600 \text{ В}$ . Потребитель находится на расстоянии  $l = 10 \text{ км}$ . Какой площади поперечного сечения  $S$  надо взять медный провод для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока в линии  $I = 20 \text{ А}$  и падение напряжения в проводах  $U$  составляет 3%? Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

**Решение.** Согласно формуле (5)

$$S = \rho \frac{2l}{R},$$

где  $R$  — сопротивление провода. В соответствии с законом Ома (4)  $U = IR$ . Но, по условию,  $U = 0,03 U_0$ . Тогда  $R = 0,03 U_0/I$  и

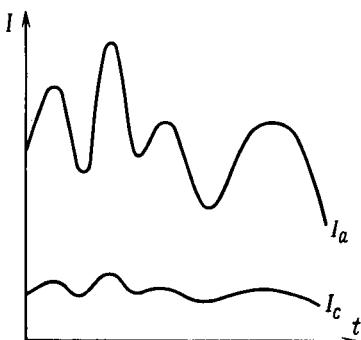


Рис. 55

$$S = \frac{2l_0 I}{0,03 U_0} = \frac{2 \cdot 10^4 \text{ м} \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 20 \text{ А}}{0,03 \cdot 6600 \text{ В}} = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 34 \text{ мм}^2.$$

**Задача 7.** На рис. 56 изображена схема мостика Уитстона\*, широко применяемая для измерения сопротивлений проводников. В схеме имеются источник тока с электродвижущей силой  $\mathcal{E}$ , проводник с известным сопротивлением  $R_0$ , гальванометр  $G$  и однородный провод  $AC$  (реохорд), по которому может перемещаться скользящий контакт. Под реохордом расположена отсчетная линейка, служащая для определения длин  $l_1$  и  $l_2$  участков (плеч) реохорда. Для измерения сопротивления устанавливают контакт  $D$  в такое положение, при котором ток в ветви гальванометра прекращается (стрелка гальванометра не отклоняется). При этом  $R_x = R_0 l_1 / l_2$ , откуда и определяют искомое сопротивление  $R_x$ . Как получить это соотношение?

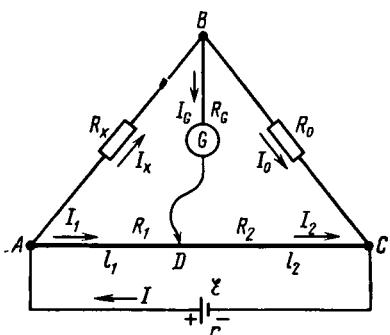


Рис. 56

**Решение.** Введем обозначения сил тока и сопротивлений для всех участков разветвленной цепи мостика, указав также направления токов (см. рис. 56). Теперь, используя правила Кирхгофа (16) и (16'), напишем:

$$I_x - I_0 - I_G = 0 \quad (\text{для узла } B),$$

$$I_1 - I_2 + I_G = 0 \quad (\text{для узла } D),$$

$$I_x R_x + I_G R_G - I_1 R_1 = 0 \quad (\text{для контура } ABDA),$$

$$I_0 R_0 - I_2 R_2 - I_G R_G = 0 \quad (\text{для контура } BCDB).$$

По условию  $I_G = 0$ . Поэтому последние уравнения примут такой вид:

$$I_x = I_0, \quad I_1 = I_2, \quad I_x R_x = I_1 R_1, \quad I_0 R_0 = I_2 R_2.$$

Разделив почленно третье уравнение на четвертое и учитывая первые два уравнения, получим  $R_x/R_0 = R_1/R_2$ , откуда  $R_x = R_0 R_1 / R_2$ .

Согласно формуле (5),  $R_1 = \rho l_1 / S$  и  $R_2 = \rho l_2 / S$ , где  $\rho$  — удельное сопротивление и площадь поперечного сечения провода  $AC$ . Поэтому

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}, \quad R_x = R_0 \frac{l_1}{l_2}.$$

**Задача 8.** Спай железоконстантановой термопары помещен внутри картофельного бурта, второй ее спай находится в тающем льде. Какова температура  $T$  внутри бурта, если стрелка гальванометра термопары отклонена на  $n = 40$  делений? Цена деления гальванометра  $z = 10^{-6} \text{ А}$ , его сопротивление  $r = 10 \text{ Ом}$ . Сопротивление  $R$  проводов термопары пренебрежимо мало. Постоянная термопары  $a = 5 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$ .

**Решение.** Согласно формуле (24), термоэлектродвижущая сила  $\mathcal{E} = a \cdot \Delta T$ , где  $\Delta T = T - T_0$ ;  $T_0 = 273 \text{ К}$  — температура второго спая.

По показанию гальванометра, сила тока в термопаре  $I = nz$ . Согласно закону Ома (14),  $\mathcal{E} = I(R+r)$ , где, по условию,  $R \approx 0$ . Тогда  $\mathcal{E} = Ir = n z r = a \cdot \Delta T$ , откуда

\* Предложена в 1844 г. английским физиком Ч. Уитстоном.

$$\Delta T = \frac{n z r}{a} = \frac{40 \cdot 10^{-6} \text{ А} \cdot 10 \text{ Ом}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}} = 8 \text{ К},$$

тогда  $T = 381$  К.

### Контрольные вопросы

29. Что называется силой тока?  
 30. Что называется электродвижущей силой генератора? 31. К полюсам генератора тока присоединили вольтметр. Показывает ли он точное значение э. д. с. генератора? 32. Сколько электронов проходит в 1 с

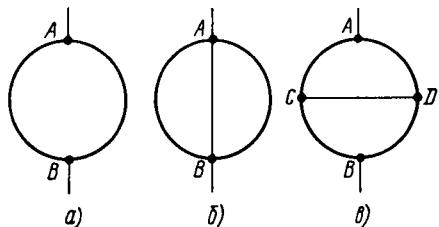


Рис. 57

через поперечное сечение медного провода при силе тока 1 А? 33. Из куска проволоки сопротивлением 4 Ом сделано кольцо. Чему равно сопротивление кольца, если его включить в электрическую цепь диаметрально противоположными точками А и В (рис. 57, а)? Чему будет равно его сопротивление, если эти точки соединить продольной проволочной перемычкой сопротивлением 1 Ом (рис. 57, б)? Каким станет сопротивление кольца, если сделать эту перемычку поперечной (рис. 57, в)? 34. Несколько электронагревательных приборов, имеющих различные сопротивления, соединены между собой и включены в электросеть. В приборе с каким сопротивлением выделится наибольшее количество теплоты: 1) в случае их последовательного соединения; 2) в случае параллельного соединения? 35. Объясните, почему при включении электрической лампочки сила тока в ней в первый момент больше, чем после того, как лампочка начнет светиться? 36. Какой закон устанавливает соотношение между теплопроводностью и удельной электропроводностью металлов? Сформулируйте этот

- закон. 37. На чем основано действие электротермометра сопротивления? 38. Что называется узлом разветвления электрической цепи? 39. Запишите математические выражения первого и второго правил Кирхгофа. Сформулируйте эти правила. 40. При расчете разветвленной цепи по правилам Кирхгофа одна из искомых сил тока получилась отрицательной. Что это означает? 41. Амперметр сопротивлением 0,1 Ом рассчитан на измерение сил тока до 10 А. Какое сопротивление должен иметь шунт к этому амперметру, чтобы им можно было измерять токи силой до 100 А? 42. Вольтметр сопротивлением 12 000 Ом имеет шкалу от 0 до 120 В. Можно ли воспользоваться им для измерения напряжений до 240 В? Что для этого надо сделать? 43. Сформулируйте основные (исходные) положения классической электронной теории проводимости металлов. 44. С какой целью был поставлен опыт Мандельштама и Папалекси? 45. При наличии электрического поля свободные электроны в металле имеют кроме скорости и теплового движения еще скорость  $v$  в токе. Какая скорость больше? Каков порядок их величин (при условиях, близких к нормальным атмосферным и наиболее распространенных в электротехнике)? 46. Если в опыте Мандельштама и Папалекси (см. § 14) катушка вращалась, например, по часовой стрелке, то в каком направлении должен был идти по ее обмотке ток в момент торможения катушки? 47. Скорость свободных электронов в токе очень мала (порядка  $10^{-1}$  мм/с). Почему же электролампы в помещении загораются немедленно после включения в цепь генератора? 48. Составлена цепь из четырех последовательно соединенных (контактирующих) металлических проводников: медного, серебряного, цинкового и снова медного. Чему равна разность потенциалов между кон-

цами этой цепи? 49. От каких характеристик металла зависит контактная разность потенциалов двух металлов? 50. Назовите наиболее существенные достоинства термоэлектрического термометра. 51. Какова зависимость термоэлектродвигущей силы от температур спаев термопары? 52. Назовите и объясните явление, обратное термоэлектрическому эффекту. 53. Перечислите и кратко поясните

разновидности электронной эмиссии. 54. Чем обусловлен ток насыщения в диоде? 55. Сформулируйте «закон трех вторых». 56. Как можно увеличить силу тока насыщения данного диода? 57. Какими способами можно изменять силу анодного тока в данном триоде? 58. Почему катод электронной лампы быстро разрушается, если в нем оставлено небольшое количество газа?

## § 19. Ток в полупроводниках. Собственная и примесная проводимости полупроводников

Проводники имеют удельное сопротивление порядка  $10^{-7}$  Ом·м (и меньше), диэлектрики — порядка  $10^8$  Ом·м (и больше).

Удельное сопротивление большинства веществ лежит между указанными пределами. Эти вещества называются *полупроводниками*. В научном и практическом отношении наибольший интерес представляют твердые полупроводники. Типичными их представителями являются кремний, германий, селен, теллур и некоторые другие.

Как и у металлов, проводимость твердых полупроводников обусловлена перемещением электронов. Однако условия перемещения электронов в металлах и полупроводниках существенно различны, на что, в частности, указывает отмеченное резкое различие значений удельного сопротивления металлов и полупроводников. В отличие от металлов полупроводникам свойственны следующие основные особенности. Во-первых,

*сопротивление полупроводников уменьшается с повышением температуры.*

Причем влияние изменения температуры оказывается на изменении сопротивления больше у полупроводника, чем у металла (при изменении температуры на 1 К сопротивление металла *возрастает* в среднем на 0,004, а сопротивление полупроводника *уменьшается* в среднем на 0,06 сопротивления при 273 К). Во-вторых,

*электрический ток в полупроводниках осуществляется не только перемещением свободных электронов, но и перемещением связанных (с атомами) электронов.*

При некоторых условиях связанные электроны играют решающую роль в проводимости полупроводника. В-третьих,

*небольшое количество примеси может очень сильно изменить сопротивление полупроводника.*

Сотые доли процента примеси могут изменить сопротивление полупроводника в десятки тысяч раз.

Выясним причины этих особенностей полупроводников, прибегая к некоторым упрощенным представлениям и схемам.

При низких и нормальных температурах в полупроводнике имеется небольшое число *свободных* электронов: подавляющее большинство электронов связано с атомами. Этим объясняется плохая

проводимость (большое удельное сопротивление) полупроводников. Немногие из имеющихся в полупроводнике свободных электронов ведут себя приблизительно так же, как свободные электроны в металле. При отсутствии электрического поля они движутся хаотически, а при наличии поля приобретают еще и направленное движение (против поля), создавая тем самым слабый ток в полупроводнике. Проводимость, обусловленная движением свободных электронов, называется *электронной* или *проводимостью n-типа* (от слова negative — отрицательный).

Для того чтобы связанный электрон стал свободным, необходимо увеличить его кинетическую энергию. С этой целью надо сообщить ему извне энергию, равную (или большую) работе освобождения от связи с атомом, что можно сделать, например, путем нагревания полупроводника. Следовательно, с повышением температуры число свободных электронов в полупроводнике возрастает.

Увеличение концентрации свободных электронов повышает проводимость и соответственно снижает сопротивление полупроводника. Правда, с ростом температуры усиливается хаотическое движение атомов полупроводника, тем самым затрудняется упорядоченное движение электронов, что вызывает увеличение сопротивления полупроводника. Однако влияние роста концентрации свободных электронов на сопротивление полупроводника преобладает над влиянием усиления хаотического движения атомов. Поэтому с повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается.

В металле имеется большое число свободных электронов даже при самых низких температурах. В связи с этим повышение температуры металла практически не изменяет концентрацию свободных электронов в нем, а ведет лишь к усилению хаотического движения частиц металла. Поэтому при повышении температуры сопротивление металлов возрастает.

Высокое удельное сопротивление полупроводника и резко выраженная зависимость его сопротивления от температуры позволяют изготавливать полупроводниковые термометры сопротивления, обладающие малыми размерами и большой чувствительностью сравнительно с металлическими электротермометрами сопротивления. Полупроводниковый термометр сопротивления называется *термистором*\*. Приемная часть термистора может иметь размеры в десятые доли миллиметра. Это дает возможность использовать термистор для измерения температуры очень малых объектов, например отдельных малых (практически — точечных) участков растительных и животных организмов. Термистором можно обнаружить изменения температуры в миллионные доли кельвина. Благодаря столь высокой чувствительности термистор реагирует на изменение освещенности.

\* От греческого слова Θερμη (терме) — тепло и английского (res)istor — активное сопротивление. Строго говоря, термистором называется не весь термометр, а лишь его приемная часть, т. е. само полупроводниковое сопротивление.

Помимо рассмотренной электронной проводимости для полупроводников характерен еще один тип проводимости, обусловленный *перемещением связанных электронов*. Чтобы понять это странное, на первый взгляд, явление, следует учесть, что соседние атомы кристаллического полупроводника связаны между собой внешними (валентными) электронами. Наиболее прочной является *двуэлектронная связь*, при которой каждые два соседних атома имеют во внешних электронных слоях по два общих электрона. Рассмотрим, например, *германий*. Он четырехвалентен, т. е. его атом имеет четыре внешних электрона, каждый из которых одновременно принадлежит одному из четырех соседних атомов германия.

Германий имеет *кубическую гранецентрированную кристаллическую решетку*\*. В такой решетке каждый атом германия находится в центре *тетраэдра* (правильного четырехгранника с треугольными гранями), вершинами которого являются четыре ближайших атома германия (рис. 58).

Плоскостная схема электронных связей между атомами германия изображена на рис. 59, а. Кружками обозначены атомы

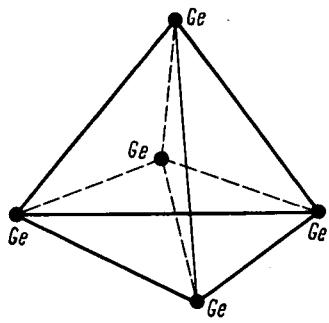


Рис. 58

германия (пронумерованы римскими цифрами), точками — внешние

\* Такого же типа решетку имеют кремний и алмаз.

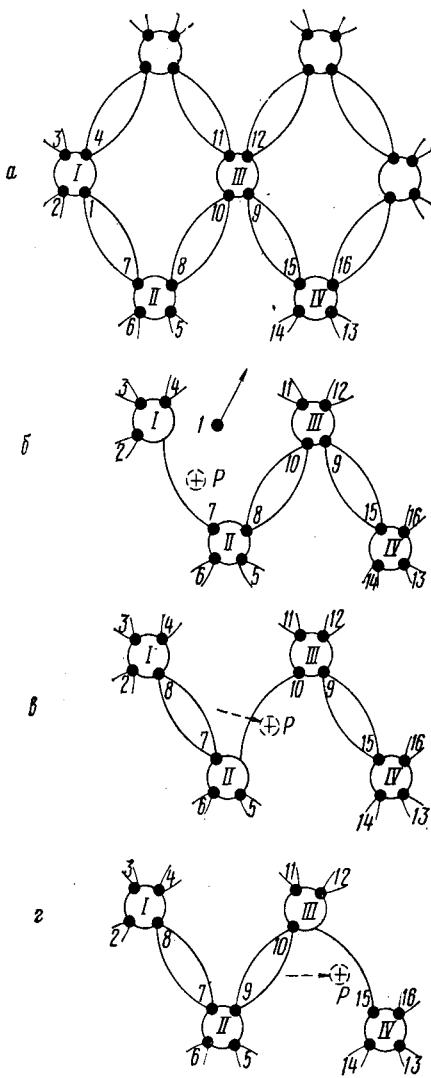


Рис. 59

электроны (пронумерованы арабскими цифрами), линиями — электронные связи атомов (каждая линия соответствует связи, осуществляемой одним электроном).

Пусть под влиянием внешнего воздействия (нагревания, освещения и т. п.) электрон 1 из связи атомов I—II стал свободным (рис. 59, б). Уход электрона равносителен появлению в области бывшей связи, положительного заряда  $p$ , равного по величине заряду электрона. Такой положительный заряд, образующийся при извлечении электрона (при разрыве связи), принято в теории полупроводников называть *дыркой*. Итак, одновременно с возникновением свободного электрона образуется дырка. Разорванная связь может быть легко восстановлена за счет любого связанного электрона из *соседней* связи, например благодаря переходу электрона 8 из связи атомов II—III (рис. 59, в). Перемещение электрона 8 в разрыв связи I—II сопровождается перемещением дырки в связь II—III. Разорванная связь II—III может в свою очередь восстановиться, например, за счет перехода связанного электрона 9, сопровождающегося перемещением дырки в связь III—IV (рис. 59, г), и т. д.

Таким образом, при наличии разорванных связей (дырок) в полупроводнике начинаются переходы (перескоки) связанных электронов из одной *соседней* связи в другую и одновременные переходы дырок в противоположном направлении. При отсутствии внешнего электрического поля эти переходы имеют хаотический характер. При наличии поля на хаотическое движение накладывается упорядоченное: связанные электроны перемещаются против поля, дырки — по полю. Упорядоченное движение дырок создает ток в полупроводнике. Проводимость, обусловленная перемещением дырок, называется *дырочной* или *проводимостью р-типа* (от слова *positive* — положительный).

Прибегая для наглядности к еще большей схематизации, можно представить процессы электронной и дырочной проводимостей посредством рис. 60. Полупроводник находится в электрическом поле напряженностью  $E$ . Электрон, вырвавшийся из атома IV, становится свободным и «безостановочно» движется в направлении, противоположном полю\*. Это электронная проводимость. Атом IV, лишив-

\* В движении свободного электрона возможны и остановки, если на его пути окажется положительный ион — дырка.

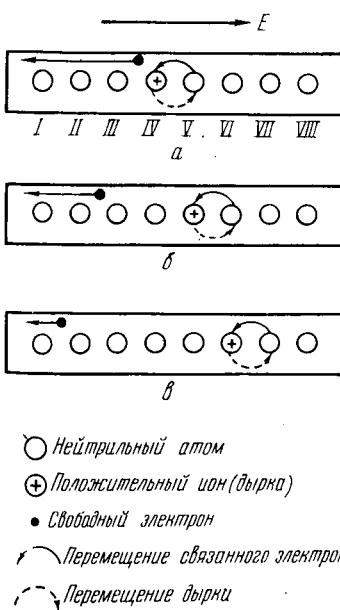


Рис. 60

шийся электрона, становится положительным ионом — дыркой (рис. 60, а). К этому иону присоединяется связанный электрон из соседнего справа нейтрального атома *V*, в результате чего в атоме *V* образуется дырка (рис. 60, б). Затем дырку *V* заполняет связанный электрон из атома *VI*, образуя в этом атоме дырку (рис. 60, в). Потом дырка образуется в атоме *VII* и т. д. Эстафетное движение дырок в направлении поля (или, что то же, движение связанных электронов против поля) соответствует дырочной проводимости.

Суммарное движение свободных электронов и дырок образует ток в полупроводнике. Так как освобождение электрона сопровождается появлением дырки, то число свободных электронов в полупроводнике должно быть равно числу дырок. Опыт и расчеты показывают, что свободные электроны и дырки перемещаются приблизительно с одинаковой скоростью. Поэтому ток в полупроводнике приблизительно в равной мере обусловлен как электронной, так и дырочной проводимостями. Такая *электронно-дырочная* проводимость называется *собственной проводимостью полупроводника*.

Можно привести следующую аналогию электронно-дырочной проводимости. В зале кинотеатра со среднего кресла одного из рядов встает зритель и идет влево вдоль ряда к выходу. На освободившееся кресло пересаживается соседний зритель справа, на его место — следующий сосед справа и т. д.

В результате свободное место перемещается вдоль ряда вправо.

Движение первого зрителя служит аналогом электронной проводимости, пересаживание остальных зрителей — аналогом дырочной проводимости.

В чистых полупроводниках имеет место собственная проводимость. Однако идеально чистых полупроводников в природе нет, а искусственная их очистка от всех примесей крайне сложна (практически невозможна). Между тем наличие даже небольшой примеси в полупроводнике оказывает большое влияние на его проводимость, создавая *примесную проводимость* полупроводника. Некоторые примеси обогащают полупроводник свободными электронами, вызывая в нем *преимущественную* электронную проводимость. Такие примеси называются *донорными* (дающими), а полупроводники — *электронными* или *полупроводниками n-типа*. Другие примеси обогащают полупроводник дырками, создавая в нем *преимущественную* дырочную проводимость. Такие примеси называются *акцепторными* (принимающими), а полупроводники — *дырочными* или *полупроводниками p-типа*. Поясним сказанное опять-таки на примере германия.

Введем в германий небольшое количество *пятвалентного* элемента, например мышьяка. Каждый атом мышьяка войдет в связь *четырьмя* своими внешними электронами с четырьмя соседними атомами германия. *Пятый* внешний электрон мышьяка окажется «лишним», не участвующим в установлении междуатомных связей (рис. 61, а). Под влиянием теплового движения или иных воздействий этот электрон легко может стать *свободным*. Практически каждый атом введенного мышьяка создает в полупроводнике по одному свободному электрону (0,0001% примеси мышьяка увеличи-

вает число свободных электронов в германии примерно в 1000 раз!). Существенно что при этом *число дырок не увеличивается*, так как освобождение «лишних» электронов не разрывает междуатомных связей. В результате германий обогащается свободными электронами; примесная электронная проводимость становится в нем основной. Германий превращается в *примесный электронный полупроводник*.

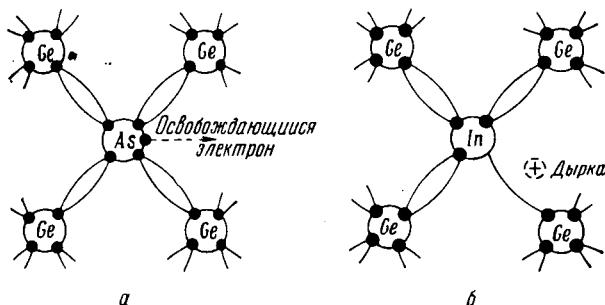


Рис. 61

Введем теперь в германий небольшое количество *трехвалентного* элемента, например индия. Каждый атом индия прочно соединится тремя своими внешними электронами с тремя соседними атомами германия. Связь с четвертым атомом германия окажется *непрочной*, так как у индия нет четвертого внешнего электрона (рис. 61, б). Поэтому каждый атом введенного индия создаст в полупроводнике по одной дырке. Существенно, что при этом *число свободных электронов не увеличится*. В результате германий обогатится дырками, примесная дырочная проводимость станет в нем основной. Германий превратится в *примесный дырочный полупроводник*.

Таким образом, путем введения в полупроводник малых доз соответствующих примесей можно в широких пределах изменять величину и даже тип проводимости полупроводника. Изготовление примесных полупроводников с *наперед заданными* электрическими свойствами является важнейшей отраслью производства полупроводников. ☺

Рассмотрим «механизм» электропроводности полупроводников с позиций зонной теории.

При низких температурах характер распределения электронов по энергетическим уровням в полупроводниках такой же, как в диэлектриках (см. § 16), т. е. зона проводимости полупроводника совсем не содержит электронов (рис. 62, а). Но ширина запрещенной зоны, отделяющей основную зону *B* от зоны проводимости *C*, значительно меньше, чем у диэлектрика. Поэтому энергия, соответствующая нагреванию полупроводника до нормальной температуры, оказывается достаточной для перевода некоторого (небольшого) количества электронов из основной зоны в зону проводимости (рис. 62, б). Таким образом, полупроводник превращается в проводник. С повышением температуры все большее число электронов переходит в зону проводимости, благодаря чему электропроводность полупроводника увеличивается.

Очевидно, что электропроводность полупроводника обусловлена не только электронами, перешедшими в зону проводимости. При их переходе на верхних уровнях основной зоны освобождаются соответствующие места, т. е. появляются дырки (рис. 62, б). Теперь становятся возможными переходы электронов и внутри самой основной зоны. Поэтому внешнее электрическое поле создает в полупроводнике ток, обусловленный перемещением электронов как в зоне проводимости (электронная проводимость), так и в основной зоне (дырочная проводимость).

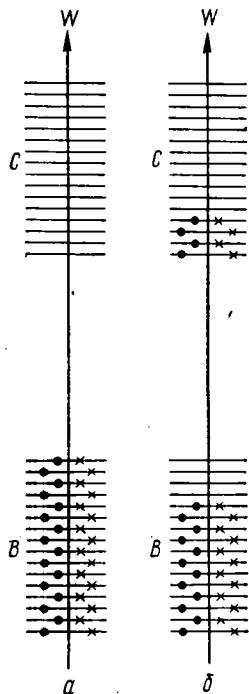


Рис. 62

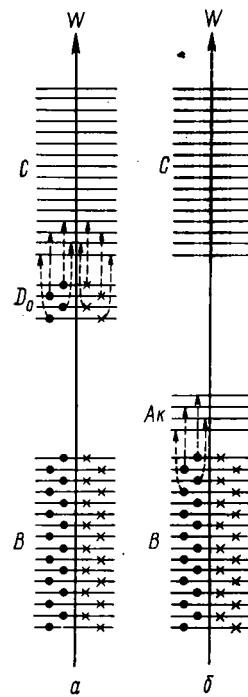


Рис. 63

Таков «механизм» *собственной проводимости* полупроводников.

Введение в полупроводник атомов примеси нарушает периодичность его кристаллической решетки. В результате этого *внутри запрещенных зон* возникают разрешенные энергетические уровни — *примесные уровни*.

Когда вблизи зоны проводимости С возникают примесные уровни донора  $D_0$ , тогда создаются благоприятные условия для перехода электронов донора в эту зону через очень узкую часть ( $D_0 \rightarrow C$ ) запрещенной зоны (рис. 63, а). Зона проводимости даже при низкой температуре обогащается электронами, обеспечивая преимущественную электронную проводимость полупроводника.

Если вблизи основной зоны В возникают примесные уровни акцептора  $Ak$ , то создаются благоприятные условия для перехода электронов верхней части этой зоны на уровни акцептора через очень узкую нижнюю часть ( $B \rightarrow Ak$ ) запрещенной зоны (рис. 63, б). При этом верхняя часть основной зоны даже при низкой температуре обогащается дырками (за счет ухода из нее электронов на акцепторные уровни), обеспечивая преимущественную дырочную проводимость полупроводника.

## § 20. Запирающий слой. Полупроводниковые выпрямители, усилители и термоэлектрические батареи

Весьма важное явление имеет место в зоне контакта двух полупроводников различного типа проводимости — электронного ( $n$ ) и дырочного ( $p$ ). Так как в первом из них велика концентрация свободных электронов, а во втором — дырок, то через поверхность соприкосновения полупроводников происходит диффузия свободных электронов из электронного полупроводника в дырочный ( $n \rightarrow p$ ) и диффузия дырок в противоположном направлении ( $p \rightarrow n$ \*). В результате пограничный слой со стороны  $p$ -полупроводника заряжается отрицательно, а со стороны  $n$ -полупроводника — положительно, т. е. в зоне контакта образуется «двойной электрический слой» (рис. 64). Возникающее в этом слое электрическое поле напряженностью  $E'$  будет, очевидно, препятствовать дальнейшему переходу электронов в направлении  $n \rightarrow p$  и дырок в направлении  $p \rightarrow n$ . В итоге при определенном значении напряженности  $E'$  установится равновесие: прекратятся *преимущественные* перемещения электронов и дырок в указанных направлениях.

Толщина  $l$  слоя порядка  $10^{-5}$  см, контактная разность потенциалов в слое — порядка  $10^{-1}$  В (для обычно применяемых в технике полупроводников). Такую разность потенциалов (*потенциальный барьер*) могут преодолеть только электроны и дырки, обладающие большой кинетической энергией, соответствующей температурам в несколько тысяч кельвинов. При нормальной температуре слой  $l$  является непроницаемым (*имеющим очень большое сопротивление*) для переходов электронов в направлении  $n \rightarrow p$  и дырок в направлении  $p \rightarrow n$ . Поэтому пограничный слой  $l$  называется *запирающим*.

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. В самом деле, присоединим к электронному полупроводнику положительный, а к дырочному — отрицательный полюсы источника тока (рис. 65, а). Тогда напряженность  $E$  внешнего поля, совпадающая по направлению с напряженностью  $E'$ , еще дальше отодвинет свободные электроны и дырки от места контакта полупроводников. Запирающий слой расширится и его сопротивление возрастет. Ток *через контакт не пройдет*. Точнее говоря, пойдет очень слабый ток, обусловленный *собственной* проводимостью полупроводников, так как внешнее поле способствует

\* Еще раз отметим, что перемещение дырок в направлении  $p \rightarrow n$  означает в действительности эстафетное перемещение *связанных* электронов в направлении  $n \rightarrow p$ .

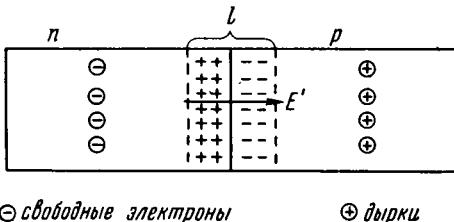


Рис. 64

переходу через запирающий слой *неосновных носителей* тока: свободных электронов из дырочного полупроводника в электронный и дырок из электронного полупроводника в дырочный. Но концентрации свободных электронов в дырочном полупроводнике и дырок в электронном полупроводнике весьма малы. Поэтому в данном слу-

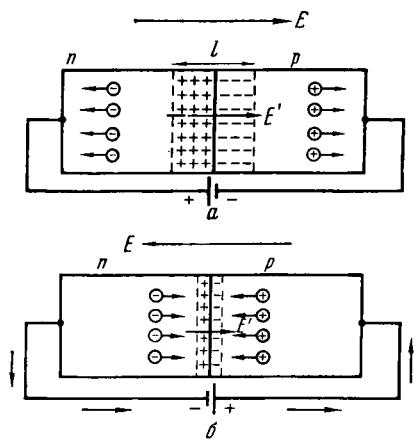


Рис. 65

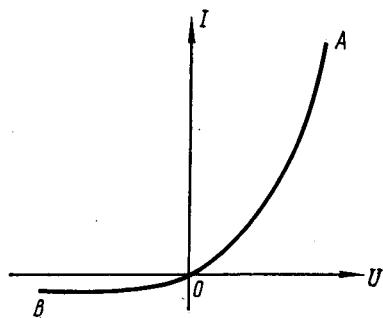


Рис. 66

чае ток будет пренебрежимо малым. Направление  $n \rightarrow p$ , пропускающее ток, называется *запирающим*.

Изменим полярность приложенного внешнего напряжения (рис. 65, б). Тогда напряженность  $E$  внешнего поля, направленная противоположно напряженности  $E'$ , будет перемещать свободные электроны и дырки навстречу друг другу. Запирающий слой сужится и его сопротивление уменьшится. При определенном значении приложенного внешнего напряжения сопротивление запирающего слоя станет равным сопротивлению самих полупроводников (запирающий слой исчезнет). Через полупроводники пойдет сильный ток. Направление  $p \rightarrow n$ , пропускающее ток, называется *пропускным*.

Таким образом, запирающий слой обладает *вентильной* проводимостью, что позволяет использовать его для выпрямления переменного тока, подобно диоду в ламповом выпрямителе (см. § 18). Зависимость силы тока через *полупроводниковый диод* от приложенного напряжения изображена на рис. 66. Ветвь кривой  $OA$  соответствует пропускному току, ветвь  $OB$  — слабому обратному току собственной проводимости полупроводников. В электрорадиотехнике наиболее распространены меднозакисные, селеновые, германиевые и кремниевые диоды.

На рис. 67 представлена принципиальная схема меднозакисного (*куроксного*) выпрямителя. На медную пластинку Си наращен слой закиси меди  $\text{Cu}_2\text{O}$ . Часть меднозакисного слоя, прилежащая к медной пластине, обогащается примесью меди и становится *электронным* полупроводником. Наружная

часть меднозакисного слоя обогащена (в процессе изготовления выпрямителя) кислородом и является *дырочным* полупроводником. Поэтому в толще зажиси меди образуется запирающий слой с пропускным направлением тока от зажиси меди к меди ( $p \rightarrow n$ ).

Из полупроводников изготавляются и триоды, называемые *транзисторами*. Транзистор состоит из трех полупроводниковых пластин (рис. 68). Крайние пластины  $\mathcal{E}$  и  $K$ , называемые соответственно *эмиттером* и *коллектором*, имеют дырочную проводимость; средняя пластина  $O$ , называемая *основанием*, имеет электронную проводимость\*. Очевидно, что в транзисторе образуются два запирающих (во взаимно противоположных направлениях) слоя: один — между эмиттером и основанием, другой — между коллектором и основанием.

На рис. 68 представлена простейшая схема транзисторного усилителя слабых колебаний напряжения. Батарея  $B_K$  включена между основанием и коллектором в *запирающем* направлении (минус на  $p$ -полупроводнике) и потому не должна вызывать тока в коллекторе. Батарея  $B_a$  включена между эмиттером и основанием в *пропускном* направлении (плюс на  $p$ -полупроводнике); под ее влиянием дырки из эмиттера перемещаются в основание. Затем эти дырки свободно проходят через запирающий слой между основанием и коллектором, поскольку, как уже отмечалось, для дырок  $n$ -полупроводника переход  $p \rightarrow p$  является пропускным. В результате в цепи батареи  $B_K$  возникает ток.

Таким образом, эмиттер «впрыскивает» дырки в основание (подобно тому, как катод электронной лампы впрыскивает электроны в пространство между катодом и анодом), а коллектор «отсасывает» эти дырки из основания (подобно тому, как анод лампы отсасывает электроны). Транзистор имеет очень тонкое основание (его толщина порядка  $10^{-3}$  см). Это необходимо для того, чтобы дырки переходили из основания в коллектор, не успев воссоединиться со свободными электронами основания.

Напряжение  $U_c$ , приложенное между эмиттером и основанием, играет роль сеточного напряжения лампового усилителя (см. рис. 58). Оно может увеличивать или уменьшать поток дырок из эмиттера в основание (в зависимости от того, в каком направлении — пропускном или запирающем — оно приложено)\*\*. Поэтому

в случае колеблющегося напряжения  $U_c$  всякое его изменение  $\Delta U_c$  ведет к изменению концентрации дырок в основании, что в свою очередь вызывает соответствующее изменение силы тока в цепи коллектора и изменение  $\Delta U_a$  напряжения  $U_a$  на резисторе  $R$ . Так как  $U_a \gg \gg U_c$  (сопротивление  $R$  велико), то  $\Delta U_a \gg \Delta U_c$ . Таким образом, слабое колебание напряжения в цепи эмиттера вызывает сильное колебание напряжения на выходном сопротивлении цепи коллектора.

\* Возможен и другой вариант: крайние пластины изготовлены из электронного полупроводника, средняя пластина — из дырочного.

\*\* Батарея  $B_a$  подобрана с таким расчетом, чтобы ее напряжение всегда было больше напряжения  $U_c$ . Поэтому дырочный ток в цепи транзистора никогда не прерывается.

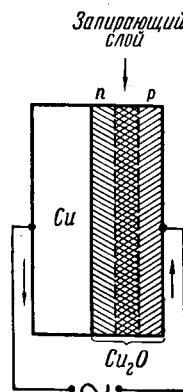


Рис. 67

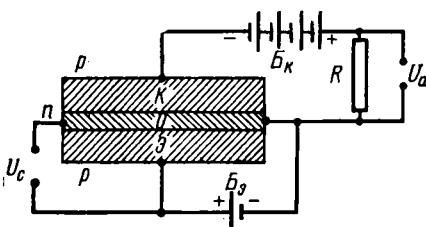


Рис. 68

Полупроводниковые диоды и триоды могут иметь весьма малые размеры (порядка 1 см и менее), не нуждаются в нагреве (накале), просты по устройству, механически прочны, имеют большой срок службы. Поэтому они успешно конкурируют с электронными лампами.

Еще одним важным полупроводниковым прибором, основанным на действии запирающего слоя, является *полупроводниковый фотодиод*. С ним мы ознакомимся при изучении *внутреннего фотоэффекта* (см. § 68).

В § 17 отмечалось, что термоэлектродвижущая сила полупроводниковых термопар значительно больше, чем металлических. Теперь, после ознакомления с основными свойствами полупроводников, это различие нетрудно понять.

Если стержень из электронного полупроводника нагревать с одного конца и охлаждать с другого, то в горячем конце повысится концентрация свободных электронов (см. § 19). К тому же эти электро-

роны будут иметь повышенную кинетическую энергию. Поэтому начнется *преимущественный* перенос электронов в направлении падения температуры, в ходе которого горячий конец стержня будет заряжаться *положительно*, а холодный — *отрицательно* (попутно отметим, что стержень из дырочного полупроводника приобретает за

счет преимущественного переноса дырок на холодный конец противоположную полярность: его горячий конец заряжается отрицательно, а холодный — положительно). Возникающее при этом внутри полупроводника электрическое поле препятствует дальнейшему преимущественному переносу электронов на холодный конец стержня. В результате установится равновесное состояние при определенной для данного полупроводника разности потенциалов (термоэлектродвижущей силе) между концами стержня. Существенно, что у металлического стержня подобного эффекта не будет, так как концентрация свободных электронов в металлах практически не зависит от температуры. Поэтому очевидно, что в замкнутой термопаре, составленной из металла и электронного полупроводника, возникает ток, направленный в металле от горячего (положительно заряженного) спая к холодному (рис. 69).

Можно также составить термопару из двух полупроводниковых стержней — электронного и дырочного. Очевидно, что термоэлектродвижущие силы, возникающие в каждом из этих стержней, суммируются, поскольку, как уже отмечалось, нагреваемые концы электронного и дырочного полупроводников заряжаются разноименно.

Термоэлектродвижущая сила полупроводниковых термопар составляет около 0,1 В на 100 К разности температур (примерно

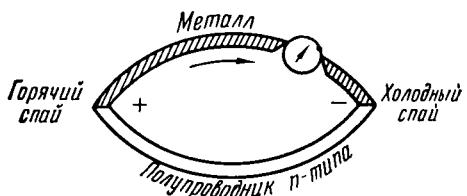


Рис. 69

в 100 раз больше, чем у металлических термопар), а их коэффициент полезного действия доходит до 8% (примерно в 80 раз больше, чем у металлических термопар). Это позволяет использовать полупроводниковые термопары не только для измерения температуры, но и в качестве генераторов тока, непосредственно преобразующих теплоту в электричество.

На рис. 70, а изображен термоэлектрогенератор ТГК-3, представляющий собой надетую на стекло керосиновой лампы кольцеобразную термобатарею, составленную из большого числа полупроводниковых термопар, расположенных радиально. Устройство термобатареи схематически показано на рис. 70, б. Внутренние (обращенные к стеклу) спаи термопар нагреваются до 570К, внешние спаи имеют температуру около 330 К. Термоэлектрогенератор ТГК-3 успешно применяется для питания радиоприемников.

Более мощный термоэлектрогенератор ТГУ-1, нагреваемый керогазом, используется для питания колхозных и совхозных приемопередающих радиостанций «Урожай».

Эффект Пельтье (см. § 17) также выражен у полупроводниковых батарей значительно резче, чем у металлических. Поэтому полупроводниковые холодильники оказываются экономически выгодными.

Устройство такого холодильника очень простое. В стенку теплоизолированного шкафа вмонтирована полупроводниковая термобатарея, у которой все охлаждающиеся (при пропускании тока) спаи находятся внутри шкафа, а все нагревающиеся спаи — снаружи. Внутренние спаи охлаждают воздух в холодильнике, а наружные спаи нагревают окружающую среду. На этом принципе устроен, например, бытовой холодильник «Днепр». Очевидно, что при пропускании тока через термобатарею холодильника в противоположном направлении холодильник превратится в нагревательную установку — сушильный шкаф.

Ограничивааясь пока этими примерами практического использования полупроводников, отметим, что полупроводники позволяют просто и экономично разрешать многие технические и научные проблемы. Этим объясняется большое и быстро возрастающее значение полупроводниковых приборов в народном хозяйстве. ◎

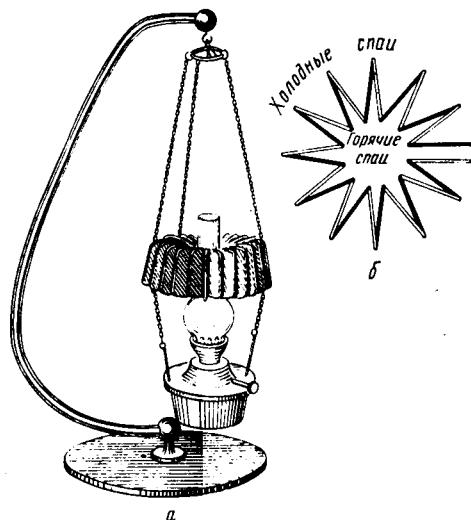


Рис. 70

## § 21. Ток в жидкостях. Электролиз. Закон Фарадея

Вещества, раствор которых в воде и некоторых других диэлектрических жидкостях проводит электрический ток, называются электролитами. К ним относятся главным образом соли, кислоты и щелочи. Молекулы электролита и растворителя являются дипольными (см. § 8). Поэтому в растворе каждую молекулу электролита окружает группа молекул растворителя (рис. 71). Очевидно, что молекулы раст-

ворителя стремятся как бы разорвать молекулу электролита на две части; этому способствует также тепловое движение — колебание атомов в молекуле электролита. В результате большинство молекул электролита распадается на положительные ионы (*катионы*) и отрицательные ионы (*анионы*); например, молекулы  $\text{NaCl}$  распадаются в водном растворе на катионы  $\text{Na}^+$  и анионы  $\text{Cl}^-$ . При этом возможен, конечно, и распад на ионы некоторых молекул самого растворителя.

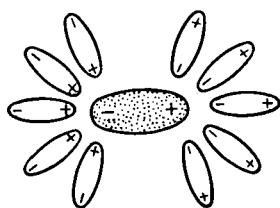


Рис. 71

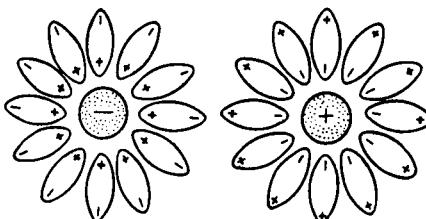


Рис. 72

Описанный процесс называется *электролитической диссоциацией*. Обратному процессу — воссоединению (рекомбинации) ионов электролита в нейтральные молекулы — препятствует образующаяся на ионах *сольватная оболочка*, состоящая из молекул растворителя (рис. 72).

*Степенью или коэффициентом диссоциации называется отношение числа диссоциированных молекул электролита к общему числу его молекул:*

$$\alpha = n/n_0 \quad (27)$$

(числа  $n$  и  $n_0$  относятся к единице объема раствора, т. е. представляют собой соответствующие концентрации). Степень диссоциации зависит от природы электролита и растворителя, концентрации электролита  $n_0$  и температуры. В слабых растворах ( $n_0 \rightarrow 0$ ) почти все молекулы электролита диссоциированы ( $\alpha \approx 1$ ), с повышением концентрации степень диссоциации уменьшается (за счет рекомбинации). При повышении температуры  $\alpha$  увеличивается, так как усиливающееся при этом колебательное движение атомов в молекулах электролита способствует распаду этих молекул на ионы.

При отсутствии электрического поля ионы электролита вместе со своими сольватными оболочками движутся хаотически. При наличии поля их движение упорядочивается: катионы движутся по полю, анионы — против поля. В жидкости возникает электрический ток, обусловленный встречным движением разноименных ионов. Такого рода проводимость называется *ионной*.

Кроме указанных растворов ионной проводимостью обладают *расплавы солей* и окислов металлов: они также относятся к группе электролитов.

Определим плотность тока  $i$  в жидкости, т. е. заряд, переносимый за 1 с через воображаемую площадку в  $1 \text{ см}^2$ , перпендикулярную направлению движения ионов (рис. 73). Так как перенос зарядов осуществляется ионами обоих знаков, то

$$i = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_-,$$

где  $q_+$  и  $q_-$  — заряды катионов и анионов,  $n_+$  и  $n_-$  — концентрации этих ионов,  $v_+$  и  $v_-$  — средние скорости упорядоченного движения этих ионов. Учитывая, что раствор в целом нейтрален, можем написать

$$q_+ n_+ = q_- n_- = qn, \quad (28)$$

где  $q$  — заряд иона *любого* знака,  $n$  — концентрация ионов этого же знака. Заряд иона обусловлен потерей (для катиона) или сохранением (для аниона) валентных электронов при диссоциации молекулы. Поэтому, обозначив валентность иона через  $z$ , найдем

$$q = ez, \quad (28')$$

где  $e$  — абсолютное значение заряда электрона. Тогда, учитывая формулы (28) и (28'), получим

$$i = ezn(v_+ + v_-). \quad (28'')$$

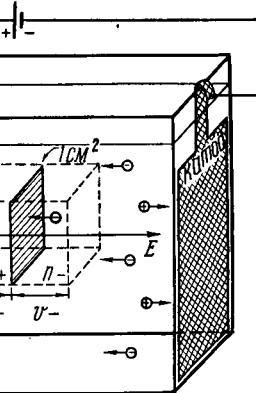


Рис. 73

В электрическом поле на движение иона оказывают влияние две силы: во-первых, ускоряющая электрическая сила

$$F_e = qE,$$

где  $E$  — напряженность поля (см. § 2); во-вторых, тормозящая сила  $F_{tr}$  внутреннего трения жидкости. Если ион с его сольватной оболочкой считать шаром с радиусом  $r$ , то, согласно закону Стокса (см. ч. I, § 60),

$$F_{tr} = 6\pi\eta rv,$$

где  $\eta$  — вязкость жидкости. При установившемся движении (которое наступает практически одновременно с появлением поля)  $F_e = F_{tr}$ , тогда

$$v = qE/(6\pi\eta r) = uE, \quad (29)$$

где

$$u = q/(6\pi\eta r) \quad (30)$$

— подвижность иона. Из формулы (29) следует, что  $u = v$  при  $E = 1$ . Таким образом, подвижность иона равна скорости равномерного движения этого иона под действием электрического поля единичной напряженности. Как видно из формулы (30), подвижность ионов возрастает с повышением температуры (за счет уменьшения вязкости жидкости  $\eta$ ). При комнатной температуре  $u \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ .

Учитывая формулу (29), запишем выражение плотности тока (28'') в виде

$$i = ezn(u_+ + u_-)E, \quad (31)$$

или

$$i = \gamma E, \quad (32)$$

где

$$\gamma = ezn(u_+ + u_-) \quad (33)$$

— удельная электропроводность жидкости. Таким образом, выражения (31) и (32) представляют собой закон Ома в дифференциальной форме (см. § 12) для жидкости. Величина

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{ezn(u_+ + u_-)} \quad (34)$$

является *удельным сопротивлением* жидкости. Так как с повышением температуры подвижность  $u$  и концентрация  $n$  ионов возрастают, то, согласно формуле (34), с повышением температуры сопротивление жидкости уменьшается (в отличие от сопротивления металлических проводников).

Подходя к электродам, ионы электролита нейтрализуются (превращаются в нейтральные атомы) и оседают на электродах (анионы — на аноде, катионы — на катоде) или же выделяются около электродов в виде газа (первичная реакция). Зачастую нейтрализовавшиеся ионы вновь вступают в реакцию с растворителем, образуя новые ионы, которые затем оседают на электродах (вторичная реакция).

Выделение на электродах продуктов разложения раствора (расплава) электролита при прохождении через этот раствор (расплав) тока называется *электролизом*. Отметим, что электролиз является частным случаем *электрофореза* (см. § 17).

Количественные закономерности электролита установил в 1836 г. английский физик *M. Фарадей*. Эти закономерности нетрудно вывести теоретически на основе представления об ионной проводимости.

Если за время  $t$  у электрода нейтрализуется  $n'$  ионов, каждый из которых имеет валентность  $z$  и массу  $m$ , то электрод получит заряд

$$q = ezn',$$

где  $e$  — заряд электрона. При этом на электроде осаждет масса вещества  $\mathcal{M} = mn'$ . Отношение

$$\frac{\mathcal{M}}{q} = \frac{m}{ez} = k \quad (35)$$

есть постоянная для данного вещества величина, называемая *электрохимическим эквивалентом* этого вещества. Очевидно, что электрохимический эквивалент равен количеству вещества, выделяющегося на электроде при прохождении через раствор единицы количества электричества. Для серебра, например,  $k = 1,118 \cdot 10^{-6}$  кг/Кл, для меди  $k = 0,329 \cdot 10^{-6}$  кг/Кл. Из формулы (35) следует, что

$$\mathcal{M} = kq = kIt, \quad (36)$$

где  $I$  — сила тока, протекающего через раствор.

Масса вещества, выделяющегося на электроде, пропорциональна количеству электричества, прошедшего через раствор [первый закон Фарадея].

Умножим и разделим выражение (35) на постоянную Авогадро  $N_A$ :

$$k = N_A m / N_A e z.$$

Учитывая, что  $N_A m = M$  — молярная масса вещества, получим

$$k = \frac{1}{F} \frac{M}{z}, \quad (37)$$

где

$$F = N_A e \quad (38)$$

— универсальная постоянная, называемая *постоянной Фарадея*. Она равна постоянной Авогадро, умноженной на элементарный заряд. Отношение  $M/z$  называется *химическим эквивалентом* вещества.

Электрохимический эквивалент вещества пропорционален его химическому эквиваленту [второй закон Фарадея].

Объединив оба закона Фарадея, получим

$$\mathcal{M} = \frac{1}{F} \frac{M}{z} q = \frac{M It}{Fz}, \quad (39)$$

откуда следует, что  $F = q$  при  $\mathcal{M} = M/z$ , т. е.

*постоянная Фарадея равна количеству электричества, при прохождении которого через раствор на каждом из электродов выделяется количество вещества, равное химическому эквиваленту.*

Согласно опытным данным,

$$F = 9,6484 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль.}$$

Определив так постоянную Фарадея, найдем заряд электрона, пользуясь соотношением (38):

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{9,6484 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}}{6,0225 \text{ моль}^{-1}} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

⊕ Электролиз находит весьма широкое применение в технике. Электролизом получают некоторые металлы (например, алюминий из расплава бокситов, содержащих окисел  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) и очищают от примесей многие металлы, полученные неэлектрическими методами (*электроррафинирование*). Электролизом соответствующих растворов получают некоторые газы (кислород, водород, хлор и др.) и тяжелую воду\*. Посредством электролиза различные изделия покрывают слоем металлов (*гальваностегия*), а также изготавливают рельефные металлические копии нужных изделий, например, типографские клише (*гальванопластика*). На электролизе основана зарядка аккумуляторов.

⊕ Отметим, что все жидкости в организме животных и растений являются растворами электролитов. Поэтому постоянный ток через живой организм со-

\* Небольшое количество тяжелой воды  $\text{D}_2\text{O}$  всегда содержится в обычной воде  $\text{H}_2\text{O}$ . При электролизе подкисленной воды на катоде выделяется преимущественно легкий водород — протий, а остающаяся вода обогащается тяжелым водородом — дейтерием.

проводжаются химическими реакциями и перераспределением электрических зарядов в организме, что вызывает в нем разнообразные раздражения. Такие раздражения заставляют рыбу плыть против электрического поля, созданного в воде. На этом основан **электролов рыбы** (внутри рыболовной снасти помещается электрод, подключенный к положительному полюсу источника тока).

Интенсивность раздражения и других физиологических действий тока определяется главным образом **силой** тока. Токи в несколько сотых долей ампера приводят к серьезным поражениям человеческого организма, а более сильные токи могут оказаться смертельными. Сила тока, проходящего через организм человека, зависит от его электросопротивления, которое в основном определяется сопротивлением кожи (удельное сопротивление кожи имеет порядок  $10^3$  Ом·м). Вообще говоря, сопротивление человеческого тела весьма значительно; так, например, при сухой неповрежденной коже рук сопротивление тела от конца одной руки до конца другой составляет около 15 000 Ом.

Небезынтересно отметить, что среди животных очень чувствительны к действию тока лошади. Так, ток, совершенно безвредный для человека, зачастую оказывается смертельным для лошади. ◎

## § 22. Ток в газах. Несамостоятельный и самостоятельный газовые разряды

В отличие от растворов электролита газ при нормальных условиях состоит из нейтральных молекул (или атомов) и потому является изолятором. Проводником электрического тока газ становится только в том случае, когда хотя бы часть его молекул **ионизируется** (превращается в ионы) под влиянием внешнего воздействия (**ионизатора**). При ионизации из молекулы газа вырывается обычно один электрон, в результате чего молекула становится **положительным ионом**. Вырвавшийся электрон либо остается некоторое время свободным, либо сразу же присоединяется («прилипает») к одной из нейтральных молекул газа, превращая ее в **отрицательный ион**. Таким образом, в ионизированном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны\*.

Для того чтобы выбрать из молекулы (атома) один электрон, ионизатор должен совершить определенную работу, называемую **работой ионизации**; для большинства газов она имеет значения, лежащие в пределах от 5 до 25 эВ. Ионизаторами газа могут служить рентгеновское, ультрафиолетовое (см. § 50, 56), радиоактивное (см. § 71) и космическое (см. § 77) излучения, интенсивное нагревание и некоторые другие факторы.

Наряду с ионизацией в газе идет процесс рекомбинации ионов. В результате устанавливается равновесное состояние, характеризующееся определенной концентрацией ионов, зависящей от мощности ионизатора\*\*.

При наличии внешнего электрического поля в ионизированном газе возникает ток, обусловленный движением разноименных ионов во взаимно противоположных направлениях и движением электронов.

\* Свободные электроны и ионы могут оседать на посторонних частицах, взвешенных в газе (пылинках, частицах дыма, капельках и т. п.), образуя **тяжелые ионы**.

\*\* Мощность ионизатора характеризуется числом пар ионов, создаваемых этим ионизатором в 1 см<sup>3</sup> газа за 1 с.

Благодаря малой вязкости газа подвижность газовых ионов в тысячи раз больше, чем ионов электролита, и составляет примерно  $10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ .

При прекращении действия ионизатора концентрация ионов в газе быстро падает до нуля (в связи с рекомбинацией и выносом ионов к электродам источника тока) и ток прекращается. Ток, для существования которого необходим внешний ионизатор, называется *несамостоятельным газовым разрядом*.

При достаточно сильном электрическом поле в газе начинаются процессы *самоионизации*, благодаря которым ток может существовать и при отсутствии внешнего ионизатора. Такого рода ток называется *самостоятельным газовым разрядом*.

Процессы самоионизации в общих чертах заключаются в следующем. В естественных условиях в газе всегда имеется небольшое количество свободных электронов и ионов, создаваемых такими естественными ионизаторами, как космические лучи и излучения радиоактивных веществ, содержащихся в атмосфере, почве и воде. Достаточно сильное электрическое поле может разогнать эти частицы до таких скоростей, при которых их кинетическая энергия превысит работу ионизации. Тогда электроны и ионы, сталкиваясь (по пути к электродам) с нейтральными молекулами, будут ионизировать их. Образующиеся при соударениях новые (вторичные) электроны и ионы также разгоняются полем и в свою очередь ионизируют новые нейтральные молекулы и т. д. Подобная самоионизация газа называется *ударной ионизацией*.

Свободные электроны вызывают ударную ионизацию уже при напряженности поля порядка  $10^3 \text{ В/м}$ . Что касается ионов, то они могут вызвать ударную ионизацию только при напряженности поля порядка  $10^6 \text{ В/м}$ . Это различие обусловлено рядом причин, в частности тем, что для электронов длина свободного пробега в газе значительно больше, чем для ионов. Поэтому электроны приобретают необходимую для ударной ионизации кинетическую энергию при меньших напряженностях поля, чем ионы. Однако и при не слишком сильных полях *положительные ионы* играют весьма важную роль в самоионизации газа. Дело в том, что энергия этих ионов оказывается достаточной для выбивания электронов из металла\*. Поэтому разогнанные полем положительные ионы, ударяясь о металлический катод источника поля, выбивают из него электроны, которые в свою очередь разгоняются полем и производят ударную ионизацию нейтральных молекул.

Ионы и электроны, энергия которых недостаточна для ударной ионизации, могут тем не менее при столкновении с молекулами приводить их в *возбужденное состояние*, т. е. вызывать некоторые энергетические изменения в их электронных оболочках. Возбужденная молекула (или атом) переходит затем в нормальное состояние, испуская при этом порцию электромагнитной энергии — *фотон* (процессы возбуждения атомов и испускания и поглощения ими фотонов будут рассмотрены в § 63—68). Испускание фотонов проявляется в *свечение газа*.

\* Работа выхода электрона из металла меньше работы ионизации молекул: первая составляет несколько электронвольт (см. § 17), вторая, как отмечалось, составляет несколько десятков электронвольт.

Кроме того, фотон, поглощаемый какой-нибудь из молекул газа, может ионизировать ее; такого рода ионизация называется *фотонной*. Наконец, фотон, попадающий на катод, может выбивать из него электрон (*внешний фотоэффект*), который затем вызовет ударную ионизацию нейтральной молекулы.

В результате ударной и фотонной ионизации и выбивания электронов из катода положительными ионами и фотонами количество ионов

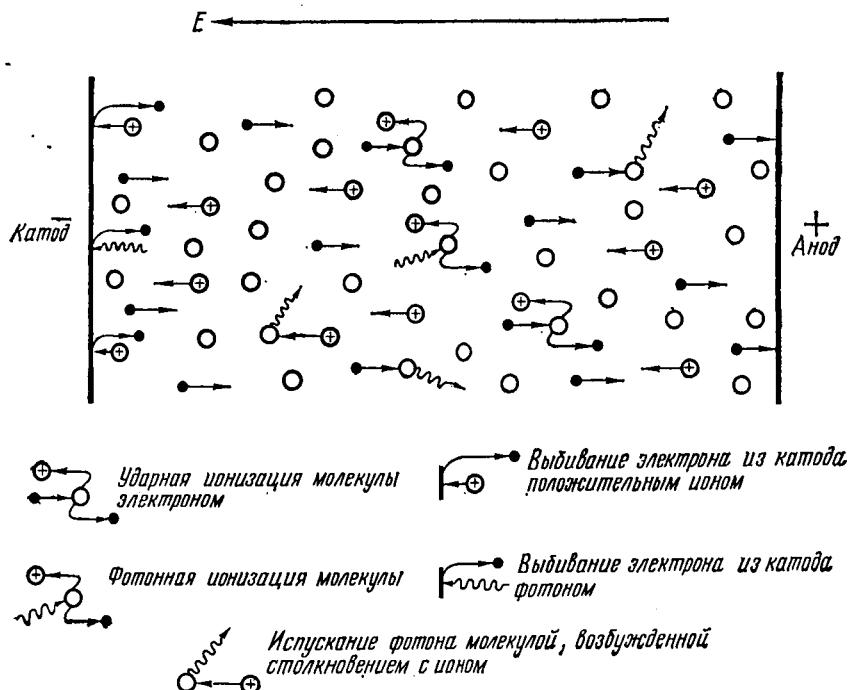


Рис. 74

и электронов во всем объеме газа резко (лавинообразно) возрастает. Для существования тока в газе теперь уже не нужен внешний ионизатор. Газовый разряд становится *самостоятельным*. Процесс самоионизации газа схематически показан на рис. 74 (нейтральные молекулы изображены белыми кружками, положительные ионы — кружками со знаком плюс, электроны — черными кружками, фотоны — волнистыми линиями).

На рис. 75 представлен экспериментальный график зависимости силы тока  $I$  в газе от напряженности  $E$  поля или от напряжения  $U$  между катодом и анодом источника поля, поскольку

$$E = U/L,$$

где  $L$  — расстояние между электродами. На участке кривой  $Oa$  сила

тока возрастает приблизительно пропорционально напряженности поля (т. е. по закону Ома). Это объясняется тем, что с увеличением напряженности возрастает скорость упорядоченного движения ионов и электронов, а следовательно, и количество электричества, проходящее за 1 с к электродам (ток). Очевидно, что возрастание силы тока прекратится тогда, когда напряженность поля достигнет величины, при которой все ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за 1 с, будут за это же время подходить к электродам. Максимальный ток  $I_{\max}$ , соответствующий этой напряженности  $E_b$ , называется *током насыщения* (участок  $bc$ ). Сила тока насыщения пропорциональна мощности ионизатора. При достаточно большой напряженности  $E_c$  поля начинается самоионизация газа, а при дальнейшем увеличении напряженности наступает самостоятельный газовый разряд. Таким образом, участок кривой  $Od$  соответствует несамостоятельному газовому заряду, а ветвь кривой, лежащая правее точки  $d$ , — самостоятельному газовому разряду.

Таковы общие черты газового разряда. Вместе с тем характер (тип) разряда существенно зависит от давления, температуры и химического состава газа, а также от материала, формы, размеров и взаимного расположения электродов. В следующем параграфе рассмотрены основные типы самостоятельного газового разряда.

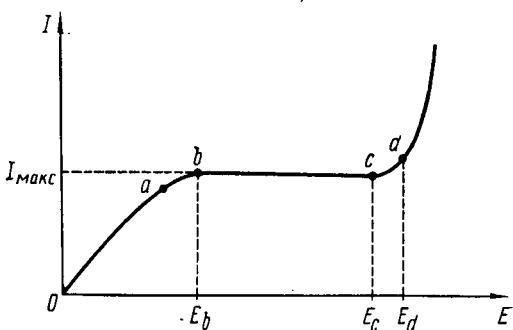


Рис. 75

### § 23. Типы самостоятельного газового разряда

#### ▲ ИСКРОВОЙ РАЗРЯД

При больших напряженностях электрического поля (около 30 000 В/см) в газе, находящемся при нормальном или повышенном давлении, возникает *искровой разряд* (пробой газа). Он имеет вид ярко светящегося извилистого разветвленного канала (*стрипера*), мгновенно возникающего между электродами. Разряд имеет прерывистый во времени характер (канал то вспыхивает, то гаснет) и сопровождается сильным треском.

Искровой разряд обусловлен ионными и электронными лавинами, вызванными ударной и фотонной ионизацией и выбиванием электронов из катода положительными ионами. При этих процессах выделяется большая энергия. Поэтому газ в канале разряда нагревается до очень высокой температуры (порядка  $10^4$  К), чем и вызвано его свечение. Треск искрового разряда обусловлен звуковыми волнами, возникающими при резком расширении нагревающегося в канале газа.

Примером грандиозного искрового разряда в естественных условиях является молния. Она представляет собой электрическую искру, проскакивающую между грозовым облаком и Землей или между двумя грозовыми об-

лаками\*. Длина молнии может достигать нескольких километров, диаметр канала молнии 25 см, сила тока в канале  $10^5$  А. Продолжительность молнии имеет порядок  $10^{-6}$  с. Грозовые явления, в частности молния, были экспериментально исследованы впервые в середине XVIII в. М. В. Ломоносовым, и Г. В. Рихманом и независимо от них американским ученым Б. Франклином.

В лабораторных условиях с помощью искрового разряда получают плазму (газ в состоянии полной ионизации). Искровой разряд используется для предохранения электрических линий передач от перенапряжения (искровой разрядник), а также для воспламенения горючей смеси в двигателе *внутреннего сгорания*; при малой длине газоразрядного промежутка искровой разряд вызывает разрушение (эррозию) поверхности металла. На этом основана *электроискровая обработка металлов* (резание, сверление и т. п.) ⊖

### ▲ КОРОННЫЙ РАЗРЯД

При нормальном и повышенном давлениях газа, находящегося в *неоднородном* электрическом поле, вблизи заостренных частей электродов наблюдается *коронный разряд*, представляющий собой слабое фиолетовое свечение газа, сопровождающееся легким шипением. Разряд обусловлен ударной ионизацией газовых молекул электронами и ионами, разогнанными до больших скоростей сильными электрическими полями, которые, как известно, создаются вблизи заостренных частей электродов (см. § 7). Свет испускается возбужденными молекулами газа при их переходе в нормальное состояние.

⊖ Коронный разряд возникает, например, около проводов высокого напряжения, у вершин мачт и других остроконечных предметов. На коронном разряде основано действие *молниеотвода*. Сильное электрическое поле, возникающее в атмосфере во время грозы, вызывает коронный разряд у вершины молниеотвода. Этот разряд непрерывно отводит в землю атмосферные электрические заряды, не позволяя им накапливаться вблизи здания и тем самым предохраняет здание от удара молнии (или принимает удар на себя). ⊖

### ▲ ДУГОВОЙ РАЗРЯД

Дуговой разряд возникает при сравнительно небольших напряжениях (около 60 В) между двумя близко расположенным друг от друга электродами (угольными или металлическими). При атмосферном давлении он имеет высокую температуру 5000—6000 К и сопровождается ослепительно ярким свечением. Плотность тока в дуговом разряде достигает нескольких тысяч ампер на 1 мм<sup>2</sup>.

Дуговой разряд обусловлен в основном термоэлектронной эмиссией раскаленного катода. Первоначальный нагрев катода происходит за счет теплоты, выделяемой током в месте соприкосновения электродов, имеющем большое сопротивление. Затем электроды раздвигаются и эмиттируемые электроны вызывают ударную ионизацию газа. После этого катод поддерживается в нагретом состоянии за счет бомбардировки положительными ионами. Дуговой разряд был открыт в 1802 г. В. В. Петровым.

⊖ В настоящее время этот тип разряда используется для сварки металлов (*дуговая электросварка*), выплавки специальных сталей (*дуговая печь*), освещения (*дуговой фонарь, прожектор*) и т. п. Отметим, что свет дугового разряда в ртутных парах, находящихся при пониженном давлении, богат ультрафиолетовым излучением. В связи с этим ртутные дуговые лампы используются в качестве источника ультрафиолетового излучения для научных исследований, а также для лечебных целей (*искусственное горное солнце*). Баллон лампы изготавливается из кварцевого стекла, почти не поглощающего ультрафиолетового излучения (поэтому лампа называется *кварцевой*). ⊖

\* Обычно верхняя часть грозового облака бывает заряжена положительно, нижняя — отрицательно. При сближении разноименно заряженных частей облаков между ними проскакивает молния.

## ▲ ТЛЕЮЩИЙ РАЗРЯД

Тлеющий разряд наблюдается в газе при низком давлении (около 13 Па и большой напряженности электрического поля (около 80 В/см)\*. Разряд имеет вид спокойно светящегося столба *A* (рис. 76), заполняющего почти все пространство между электродами газоразрядной трубы (*положительный столб*); не светящейся остается только небольшая область *B* около катода (катодное темное пространство). Свечение создают возбужденные молекулы; цвет свечения зависит от природы газа.

Тлеющий разряд вызван ударной ионизацией, производимой электронами, выбиравшимися из катода положительными ионами. Вблизи катода эти электроны еще только начинают ускоряться полем. Поэтому в области *B* они практически не производят ни ударной ионизации, ни даже возбуждения молекул газа, чем и объясняется отсутствие свечения в этой области. Достигая положительного столба *A*, электроны приобретают уже достаточную кинетическую энергию и потому ионизируют газ в этом столбе. Образующиеся при ударной ионизации положительные ионы устремляются к катоду и выбивают из него новые электроны, которые в свою очередь опять ионизируют газ в области *A*, и т. п. Таким образом, непрерывно поддерживается тлеющий разряд.

Отметим, что в связи с малой ионизацией области *B* (сравнительно с областью *A*) в ней сосредоточено почти все падение напряжения, создаваемого источником тока.

Так как в разреженном газе мала концентрация ионов (и нейтральных молекул), то, во-первых, не происходит пробоя газа и, во-вторых, общая энергия, выделяющаяся в газе, оказывается небольшой, в связи с чем свечение газа остается холодным.

При дальнейшем разрежении газа его свечение ослабевает и при давлении порядка 0,1 Па практически прекращается. Но зато появляется зеленое свечение стекла (стенок) трубы. Свечение стекла вызвано ударами электронов, которые в условиях столба сильного разрежения редко сталкиваются с молекулами газа, а потому и разгоняются до скоростей, сравнимых со скоростью света. Поток этих электронов называется *катодными лучами* или *электронным пучком*. Встречный поток положительных ионов называется *каналовыми лучами* или *ионным пучком*.

При дальнейшем понижении давления зеленое свечение стекла ослабевает и при давлении порядка  $10^{-3}$  Па прекращается.

○ Трубки с тлеющим разрядом применяются в качестве источников света (лампа дневного света). В этом случае они заполняются парами ртути с примесью аргона, а стенки трубы покрываются изнутри флуоресцирующим веществом (*люминофором*). Такие лампы экономичнее ламп накаливания (см. § 66). Газоразрядные трубы, заполненные гелием или неоном, используются для декоративных целей и для рекламных надписей.

В лабораторных исследованиях и в некоторых электронных приборах тлеющий разряд используется в качестве источника ионных и электронных пучков.

Примером тлеющего разряда в естественных условиях является *полярное сияние*. Оно возбуждается в верхних (разреженных) слоях атмосферы потоками заряженных частиц, извергаемых из активных областей Солнца и собираемых магнитным полем Земли в зонах земных (магнитных) полюсов (см. § 24, 31). ○

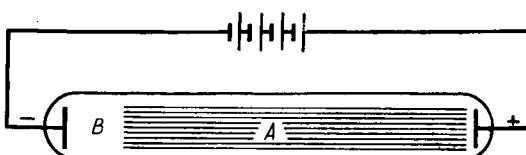


Рис. 76

\* Напряженность 80 В/см соответствует, например, напряжению 4000 В при расстоянии между электродами трубы 0,5 м.

## Примеры решения задач

**Задача 9.** Термистор ММТ-1 при температуре  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  имеет сопротивление  $R_1 = 10 \text{ кОм}$ , а при температуре  $t_2 = 25^\circ\text{C}$  — сопротивление  $R_2 = 8 \text{ кОм}$ . Определить средний температурный коэффициент сопротивления а термиистора в данном интервале температур.

**Решение.** Температурный коэффициент сопротивления равен относительному изменению сопротивления при нагревании на 1 К. Следовательно, для данного интервала температур

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 (t_2 - t_1)} = \frac{-2 \text{ кОм}}{10 \text{ кОм} \cdot 5\text{К}} = -0,04 \text{ К}^{-1}.$$

Знак минус указывает на то, что при повышении температуры сопротивление термиистора уменьшается, как это и должно быть у полупроводника.

**Задача 10.** Какую энергию  $W$  надо израсходовать, чтобы при электролизе раствора азотнокислого серебра  $\text{AgNO}_3$  выделилось  $M = 500 \text{ мг}$  серебра? Разность потенциалов на электродах  $U = 4 \text{ В}$ , молярная масса серебра  $M = 0,108 \text{ кг/моль}$ , валентность серебра  $z = 1$ .

**Решение.** Согласно объединенному закону Фарадея (39),  $M = Mq/(Fz)$ , откуда  $q = MFz/M$ , где  $F = 9,6484 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$  — постоянная Фарадея.

Потребляемая при электролизе энергия выражается соотношением (см. § 12)

$$W = qU.$$

Тогда

$$W = \frac{MFzU}{M} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot 9,6484 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль} \cdot 1 \cdot 4 \text{ В}}{0,108 \text{ кг/моль}} = 1787 \text{ Дж.}$$

**Задача 11.** Найти электрическое сопротивление  $R$  газоразрядной трубы длиной  $l = 84 \text{ см}$  и площадью поперечного сечения  $S = 5 \text{ мм}^2$ . Трубка наполнена воздухом, ионизация которого соответствует концентрации  $n = 10^7 \text{ пар ионов в } 1 \text{ см}^3$ . Подвижности положительных и отрицательных ионов равны соответственно  $u_+ = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и  $u_- = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ . Валентность ионов  $z = 1$ .

**Решение.** Формула (31), выражающая плотность тока  $i$  в жидкости, применима и для тока в ионизированном газе. Поэтому

$$i = I/S = ezn(u_+ + u_-)E,$$

где  $e$  — абсолютное значение заряда электрона,  $I$  — сила тока,  $E$  — напряженность электрического поля в трубке.

Выражая из последнего равенства  $I$  и учитывая, что  $E = U/l$ , получим на основании закона Ома (4)

$$R = \frac{U}{I} = \frac{l}{ezn(u_+ + u_-)S} = \\ = \frac{0,84 \text{ м}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{19} \text{ Кл} \cdot 1 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3} \cdot 3 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})} = 350 \text{ ТОм.}$$

**Задача 12.** Потенциал ионизации атома водорода  $U = 13,5 \text{ В}$ . Какую минимальную скорость  $v_{\min}$  должен иметь электрон, чтобы ионизировать этот атом?

**Решение.** Потенциалом ионизации атома называют ту разность потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы при соударении с атомом ионизировать его. Следовательно, кинетическая энергия электрона должна быть

равна работе его перемещения в электрическом поле между точками с разностью потенциалов  $U$ , т. е.

$$mv_{\min}^2/2 = eU,$$

откуда

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 13,5 \text{ В}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

### Контрольные вопросы

59. Почему сопротивление полупроводников уменьшается при повышении температуры? 60. Что называется термистором? 61. Поясните суть быстроной проводимости полупроводников. 62. Какой проводимостью обладают чистые полупроводники? 63. В чистый полупроводник введена акцепторная примесь. Каким стал теперь этот полупроводник? 64. В чистый кремний введена небольшая примесь галлия. Пользуясь периодической системой элементов, определите тип проводимости примесного кремния. 65. Какие заряженные частицы и в каком направлении не могут проходить через запирающий слой контакта полупроводников  $p$ - и  $p$ -типа проводимости? 66. Какое направление в полупроводниковом диоде является пропускным для тока? 67. Почему через полупроводниковый диод проходит ток, правда очень слабый, даже в запирающем направлении ( $p \rightarrow p$ )? 68. Начертите схему двухполупериодного полупроводникового выпрямителя на четырех полупроводниковых диодах, но без использования трансформатора. 69. Каковы принципы устройства и действия транзистора? Отметьте сходство между транзистором и ламповым триодом. 70. Один конец полупроводникового стержня нагрели, другой — охладили. При этом горячий конец зарядился отрицательно, холодный — положительно. Полупроводником ка-

кого типа является этот стержень? 71. Какие вещества называют электролитами? 72. Что называется степенью диссоциации электролита? 73. Чем обусловлена проводимость растворов электролита? 74. Что называется подвижностью иона электролита и в каких единицах она выражается? 75. Как изменяется электрическое сопротивление раствора электролита при повышении его температуры? Объясните ответ. 76. Сформулируйте два закона Фарадея (для электролиза). 77. Перечислите наиболее важные практические применения электролиза. 78. Что называется постоянной Фарадея? 79. Какой газовый разряд называют несамостоятельным? 80. Почему газ при нормальных условиях является хорошим изолятором? 81. Опишите процессы ударной и фотонной ионизации при самостоятельном газовом разряде. 82. От каких причин зависит характер (тип) самостоятельного газового разряда? 83. Перечислите и кратко охарактеризуйте основные типы самостоятельного газового разряда. 84. Какой тип газового разряда представляет собою молния? 85. Какой тип газового разряда используется: 1) при электросварке; 2) в лампах дневного света? 86. На каком типе газового разряда основано действие молниепровода? Поясните ответ. 87. Что представляют собой катодные лучи?

### § 24. Постоянный магнит и круговой ток. Магнитные поля магнитов и токов

Магнитные явления были известны еще в глубокой древности из наблюдений над свойством природного магнитного железняка (закись окись железа  $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ ) притягивать железные предметы и намагничивать их. Тогда же были замечены магнитные свойства Земли, благодаря которым стержневой магнит, уравновешенный на острие, самопроизвольно устанавливался почти вдоль географического меридиана. Основанный на этом свойстве компас существовал в Китае еще примерно 3000 лет тому назад\*.

Первое подробное исследование и описание свойств постоянных магнитов было выполнено в 1600 г. *В. Гильбертом*. Выяснилось, что постоянный магнит имеет два полюса — концевые области, притягивающие железные предметы с наибольшей силой, и расположенную между ними *нейтральную зону*, которая практически не обнаруживает сил притяжения. Между полюсами магнита существует различие, выражющееся в том, что магнит всегда ориентируется одним определенным полюсом на север, а другим — на юг; первый назван *северным* или *положительным магнитным полюсом*, второй — *южным* или *отрицательным магнитным полюсом*. Оказалось также, что разноименные полюса магнитов взаимно *притягиваются*, а одноименные — *отталкиваются*.\*\*

В результате этих исследований в физике возникло представление об особой магнитной субстанции, сосредоточенной в полюсах магнита и названной соответственно положительной и отрицательной «магнитной массой» («магнитным зарядом»). Однако наряду с этим появилось и серьезное сомнение в реальности такой субстанции, поскольку оказалось, что никаким способом невозможно разделить полюсы магнита, т. е. получить *отдельно* друг от друга положительный и отрицательный «магнитные заряды» (подобно тому, как отделяют положительные и отрицательные электрические заряды, образующиеся, например, при электризации тел). Из разрезанного поперек оси магнита всегда получались два меньших магнита, каждый из которых имел северный и южный полюсы.

Уже в XVIII в. было обращено внимание на намагничивание железных предметов и перемагничивание компаса, если вблизи них происходил грозовой разряд. Это наводило на мысль о связи магнитных явлений с электрическими. Справедливость такого предположения была экспериментально подтверждена в 1820 г. датским физиком

---

\* Результаты археологических раскопок, проводимых в последние годы в Мексике, дают серьезное основание полагать, что еще раньше компас был известен древним индейцам (ольмекам).

\*\* Следовательно, вблизи северного географического полюса Земли расположен ее южный магнитный полюс, а вблизи южного географического полюса — северный магнитный полюс.

*X. К. Эрстедом*, установившим, что, как и постоянный магнит, электрический ток в проводе воздействует на расположенную поблизости магнитную стрелку, ориентируя ее вполне определенным образом (перпендикулярно проводу). Тогда же французский физик *A. M. Ампер* экспериментально обнаружил и подробно исследовал магнитное взаимодействие двух проводников с током.

Последующие опыты, поставленные в XIX в. рядом ученых, показали, что магнитные свойства обнаруживает не только ток в проводах,

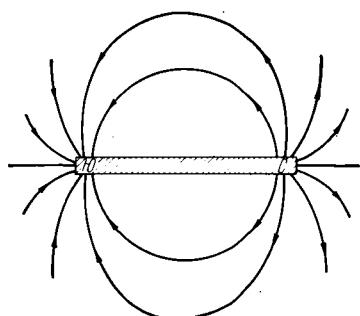


Рис. 77

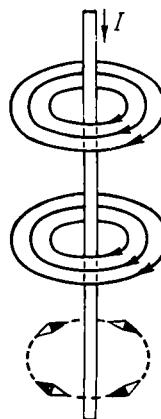


Рис. 78

но и ток в жидкостях и газах и вообще всякий движущийся электрический заряд. Неподвижный электрический заряд воздействует (посредством электрического поля) на электрические же заряды, но не на магнитную стрелку; магнитное воздействие свойственно только движущимся электрическим зарядам (и изменяющимся электрическим полям).

Таким образом, выяснилось, что вокруг движущихся электрических зарядов (токов) возникает еще один вид поля — магнитное поле, посредством которого эти заряды взаимодействуют с магнитными или с другими движущимися электрическими зарядами.

Так как магнитное поле является силовым полем, то его удобно изображать графически посредством силовых линий, подобно тому, как это делалось в отношении электрического поля (см. § 2). Касательная к магнитной силовой линии в любой ее точке должна совпадать по направлению с силой, с которой магнитное поле действует в этой точке, на положительный магнитный полюс. Конфигурацию магнитных силовых линий в каждом конкретном случае можно установить, например, с помощью магнитной стрелки, ориентирующейся вдоль этих линий; за направление линии принято считать направление от южного к северному полюсу стрелки. Как известно из школьного курса физики, весьма наглядное представление о магнитных силовых линиях можно также получить с помощью железных опилок, насыпанных тонким

слоем на стекло. На рис. 77 изображено изученное таким путем магнитное поле длинного стержневого магнита (*магнитной спицы*).

В упомянутом опыте Эрстеда силовые линии магнитного поля, созданного током *I* в прямолинейном проводе, представляют собой концентрические окружности, перпендикулярные проводу, центры которых находятся на этом проводе (рис. 78). Направление силовых линий магнитного поля тока определяется так:

*рукоятка буравчика, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении магнитных силовых линий [правило буравчика].*

В отличие от силовых линий электрического поля *магнитные силовые линии всегда замкнуты* (т. е. не имеют ни начала, ни конца).

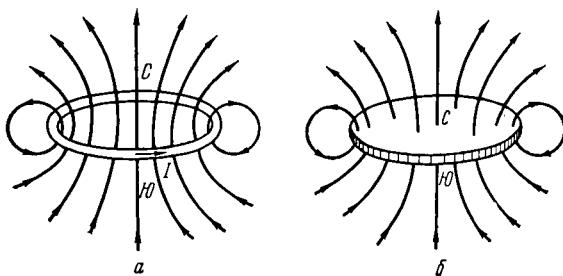


Рис. 79

В соответствии с правилом буравчика магнитное поле кругового тока *I* имеет вид, представленный на рис. 79, *a*; на этом же рисунке изображено магнитное поле очень короткого постоянного магнита — *магнитного листка* (рис. 79, *b*). Сравнение рис. 79, *a*, *b* обнаруживает полное сходство магнитных полей кругового тока и постоянного магнита. Поэтому круговой ток ориентируется во внешнем магнитном поле точно так же, как и постоянный магнит: он устанавливается своей осевой линией (т. е. центральной силовой линией собственного магнитного поля) вдоль внешнего магнитного поля.

В связи с отмеченным сходством магнита с круговым током Ампер в 1820 г. выдвинул гипотезу о том, что магнитное свойство постоянных магнитов обусловлено существующими в них элементарными *круговыми токами*. Однако происхождение этих токов оставалось неясным вплоть до начала текущего столетия, когда благодаря открытиям в области строения атома выяснилось, что круговые токи образованы вращательным движением электронов вокруг собственных осей и вокруг ядер атомов.

Таким образом, было окончательно установлено, что в природе нет особой магнитной субстанции — «магнитных масс» или «магнитных зарядов».

*Магнитные свойства вещества обусловлены элементарными круговыми токами в атомах и молекулах этого вещества.*

Более подробно вопрос о природе магнетизма мы рассмотрим в § 29, а сейчас перейдем к изучению магнитного поля и электромагнитных явлений на основе *магнитного взаимодействия токов*.

Первоначальное изучение электромагнитных явлений и магнитного поля как силового поля можно осуществить несколькими различными способами. Во-первых, на основе воздействия поля на постоянный магнит (магнитную стрелку); именно этот способ исторически и был использован в качестве исходного для изучения электромагнитных явлений. Во-вторых, на основе воздействия поля на замкнутый контур (рамку) с током. В-третьих, на основе взаимодействия токов посредством их магнитных полей. Эти способы являются лишь *методическими вариантами* начала изложения электромагнетизма и приводят, конечно, к одинаковому результату в описании электромагнитных явлений.

Мы воспользуемся третьим способом — магнитным взаимодействием токов, поскольку из выражающего это взаимодействие закона Ампера почти непосредственно следуют (легко выводятся) важнейшие закономерности электромагнетизма: закон Био — Савара — Лапласа и формула Ампера.

### § 25. Магнитное взаимодействие токов в вакууме

Как уже отмечалось (см. § 24), магнитное взаимодействие токов было впервые изучено Ампером. С помощью подвижных проволочных контуров, помещаемых в специальное приспособление («станок Ампера»), Ампер установил, что сила  $\Delta F$  взаимодействия двух малых участков проводников (проводов) 1 и 2 с токами пропорциональна длинам  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  этих участков, силам тока  $I_1$  и  $I_2$  в них и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между участками (рис. 80):

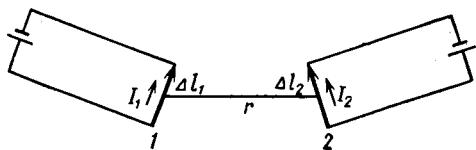


Рис. 80

$$\Delta F \sim \frac{I_1 I_2 \cdot \Delta l_1 \Delta l_2}{r^2}. \quad (1)$$

За направление участков  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  принимаются направления идущих по ним токов.

Дальнейшие экспериментальные исследования и теоретические расчеты Ампера и других ученых показали, что сила  $\Delta F_{12}$  воздействия первого участка  $\Delta l_1$  на второй  $\Delta l_2$  зависит от их взаиморасположения — пропорциональна синусам углов  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\Delta F_{12} \sim \sin \alpha \sin \beta, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — угол между  $\Delta l_1$  и радиус-вектором  $r_{12}$ , соединяющим  $\Delta l_1$  с

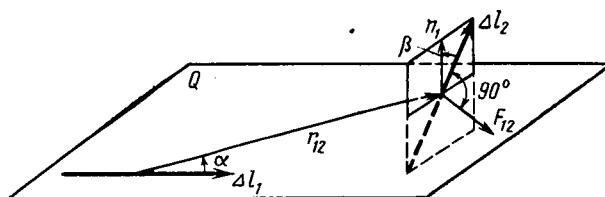


Рис. 81

$\Delta l_2$ , а  $\beta$  — угол между  $\Delta l_2$  и нормалью  $n_1$  к плоскости  $Q$ , содержащей участок  $\Delta l_1$  и радиус-вектор  $r_{12}$  (рис. 81). Причем направление нормали  $n_1$  определяется *правилом буравчика*, оно совпадает с направлением поступательного движения буравчика, рукоятка которого вращается от участка  $\Delta l_1$  к радиус-вектору  $r_{12}$ .

Тогда, объединяя формулы (1) и (2) в одну формулу (3) и вводя коэффициент пропорциональности  $k$ , получим математическое выражение закона Ампера для силы магнитного взаимодействия токов (точнее говоря, действия первого тока на второй):

$$\Delta F_{12} = k \frac{I_1 I_2 \cdot \Delta l_1 \Delta l_2 \sin \alpha \sin \beta}{r_{12}^2}. \quad (3)$$

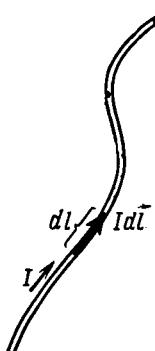


Рис. 82

Эта сила приложена к участку  $\Delta l_2$ , перпендикулярна ему и расположена в плоскости  $Q$ . Направление  $\Delta F_{12}$  также определяется по правилу буравчика: оно совпадает с направлением поступательного движения буравчика, рукоятка которого вращается от  $\Delta l_2$  к нормали  $n_1$  (рис. 81).

Введем теперь понятие элемента тока (рис. 82).

*Элементом тока называется вектор, равный по модулю произведению бесконечно малого участка длины проводника на силу тока в нем и направленный вдоль этого тока.*

Тогда, переходя в формуле (3) от малых участков проводников  $\Delta l$  к бесконечно малым их участкам  $dl$ , можно записать закон Ампера в дифференциальной форме (для элементов тока):

$$dF_{12} = k \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2 \sin \alpha \sin \beta}{r_{12}^2}. \quad (4)$$

Отметим, что *элементы тока* в электромагнитных закономерностях (в частности, в законе Ампера) играют такую же роль, какую играют точечные *электрические заряды* в электростатических закономерностях (в частности, в законе Кулона).

Следует отметить, что закон Ампера в форме (4) находится в *кажущемся* противоречии с третьим законом Ньютона: силы  $dF_{12}$  и  $dF_{21}$ , действующие на первый и второй элементы тока, в общем случае не равны по модулю друг другу и расположены не по одной прямой. Это противоречие объясняется тем, что на оные можно осуществить и исследовать только взаимодействие *замкнутых контуров* конечной длины, а не *отдельных элементов тока*. Поэтому третьему закону Ньютона должно удовлетворять взаимодействие замкнутых контуров в *целом*, а не отдельных его участков. И взаимодействие таких контуров действительно удовлетворяет третьему закону Ньютона.

Коэффициент пропорциональности в формуле (4) целесообразно представить в виде

$$k = \mu_0 / (4\pi), \quad (5)$$

где  $\mu_0$  — *магнитная постоянная* (или *магнитная проницаемость вакуума*); делитель  $4\pi$  введен в связи с рационализацией формул электри-

чества (см. § 2). Заметим далее, что коэффициент  $k$  нельзя положить равным единице (и, следовательно, значение  $\mu_0$  нельзя выбрать произвольно), поскольку единицы всех физических величин, входящих в формулу (4), уже установлены ранее. Поэтому значение  $k$ , а следовательно, и  $\mu_0$  необходимо определить опытно.

Учитывая формулу (5), запишем закон Ампера (4) для взаимодействия элементов тока в вакууме в окончательном виде:

$$dF_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl_1 dl_2 \sin \alpha \sin \beta}{4\pi r_{12}^2}. \quad (6)$$

Опытное определение величины  $\mu_0$  дало для нее значение  $4\pi \times 10^{-7} \approx 1,26 \cdot 10^{-6}$  единиц СИ. Размерность  $\mu_0$  легко определить из закона Ампера (6):

$$[\mu_0] = [F] [r^2] / [I^2] [l^2] = \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}.$$

В § 34 будет показано, что такую же размерность имеет отношение генри на метр (где генри — единица индуктивности). Поэтому единица магнитной постоянной называется *генри на метр* ( $\text{Гн}/\text{м}$ ). Итак,

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн}/\text{м}.$$

### § 26. Напряженность магнитного поля.

#### Формула Ампера. Закон Био — Савара — Лапласа

Поскольку электрические токи взаимодействуют друг с другом посредством своих *магнитных полей*, количественную характеристику

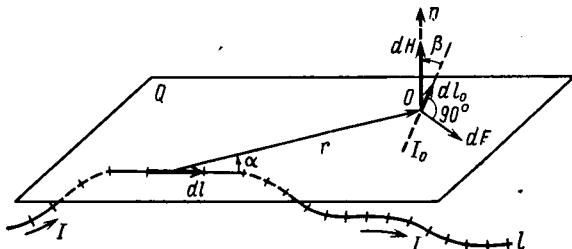


Рис. 83

магнитного поля можно установить на основе закона этого взаимодействия — закона Ампера. С этой целью представим себе проводник  $l$  произвольной формы, по которому идет ток силой  $I$  (рис. 83). Разобьем проводник на множество элементарных участков и рассмотрим один из таких участков  $dl$ . Он создает в пространстве магнитное поле. В точку  $O$  этого поля, находящуюся на расстоянии  $r$  от  $dl$ , поместим элемент тока  $I_0 dl_0$ . Тогда, согласно закону Ампера (6), на этот элемент будет действовать сила

$$dF = \frac{\mu_0 I I_0 dIdl_0 \sin \alpha \sin \beta}{4\pi r^2}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  — угол между направлением тока  $I$  на участке  $dl$  (создающем поле) и направлением радиус-вектора  $r$ , а  $\beta$  — угол между направлением элемента тока  $I_0 dl_0$  и нормалью  $n$  к плоскости  $Q$ , содержащей  $dl$  и  $r$ .

В формуле (7) выделим часть, не зависящую от элемента тока  $I_0 dl_0$ , обозначив ее  $dH$ :

$$dH = Idl \sin \alpha / (4\pi r^2). \quad (8)$$

*Величина  $dH$  зависит только от элемента тока  $Idl$ , создающего магнитное поле, и от положения рассматриваемой точки  $O$  в этом поле.*

Поэтому  $dH$  может служить количественной характеристикой магнитного поля; ее называют *напряженностью магнитного поля*. Напряженность магнитного поля — векторная величина, направленная по касательной к силовым линиям поля.

В § 24 (см. рис. 78) отмечалось, что направление силовых линий магнитного поля определяется по правилу буравчика (рукоятка буравчика, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении силовых линий). Применяя это правило к рассматриваемому случаю, нетрудно установить, что напряженность магнитного поля  $dH$  в точке  $O$  направлена по нормали  $n$  к плоскости  $Q$ , содержащей участок проводника  $dl$  (создающий поле) и точку  $O$  (рис. 83).

Из формулы (8) следует, что размерность напряженности магнитного поля

$$[H] = [I] [l] / [r^2] = A \cdot m^{-1}.$$

Эта же величина — *ампер на метр* — принята за единицу напряженности магнитного поля (ее определение дано в § 27).

При графическом изображении магнитного поля силовые линии (напряженности) принято проводить с такой густотой, чтобы число линий, пронизывающих воображаемую площадку  $1 \text{ m}^2$ , перпендикулярную полю, было равно напряженности поля в данном месте. Таким образом, вид магнитного поля, изображенного посредством силовых линий, позволяет определять как направление, так и значение напряженности этого поля в любой его точке. Поле, напряженность которого везде одинакова, называется *однородным*; в противном случае оно называется *неоднородным*.

Введем выражение напряженности магнитного поля (8) в закон Ампера (7). Тогда получим

$$dF = \mu_0 I_0 dl_0 dH \sin \beta, \quad (9)$$

где  $\beta$  — угол между направлениями тока  $I_0$  и магнитного поля  $dH$ . Формула (9), называемая *формулой Ампера*, выражает зависимость силы, с которой магнитное поле действует на находящийся в нем элемент тока  $I_0 dl_0$ , от напряженности этого поля. Эта сила расположена в плоскости  $Q$  перпендикулярно  $dl_0$  (или направлению тока  $I_0$ ) и  $dH$ .

(см. рис. 83 и 81). Ее направление легко определяется по следующему правилу (рис. 84).

Если ладонь левой руки расположить так, чтобы вектор напряженности магнитного поля входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлялись вдоль тока, то отставленный большой палец покажет направление силы, действующей на этот ток [правило левой руки].

Полагая в формуле (9)  $\beta = 90^\circ$  (элемент тока  $I_0 dl_0$  расположен перпендикулярно магнитному полю), получим

$$dH = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dF}{I_0 dl_0}. \quad (9')$$

Исходя из этого соотношения и из рис. 83 можно дать следующее определение напряженности магнитного поля.

Напряженность магнитного поля направлена по касательной к силовой линии поля, а по модулю равна отношению силы, с которой поле действует на единичный элемент тока (расположенный перпендикулярно полю в вакууме), к магнитной постоянной.

Возвратимся теперь к соотношению (8). Оно названо законом Био — Савара — Лапласа\* и в принципе позволяет рассчитывать полную напряженность магнитного поля, создаваемого током, идущим по проводнику любой формы. Очевидно, что для вычисления полной напряженности  $H$  магнитного поля, создаваемого в точке  $O$  током  $I$ , идущим по проводнику  $l$  (см. рис. 83), надо геометрически суммировать элементарные напряженности  $dH$ , создаваемые всеми элементарными участками  $dl$  проводника (и рассчитываемые по закону Био — Савара — Лапласа).

Если проводник целиком расположен в одной плоскости, то напряженности  $dH$  поля от всех его участков имеют одинаковое направление и потому геометрическое суммирование сводится в этом случае к алгебраическому суммированию, т. е. к интегрированию. Тогда закон Био — Савара — Лапласа примет вид

$$H = \int_{(l)} dH = \frac{1}{4\pi} \int_{(l)} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl. \quad (10)$$

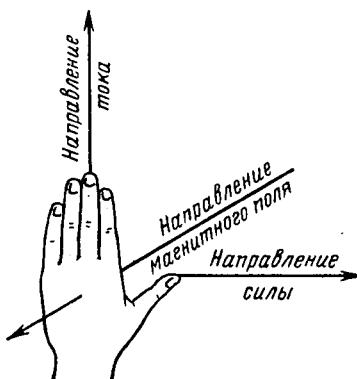


Рис. 84

\* Французские ученые Ж. Б. Био, Ф. Савар и П. С. Лаплас в 1820 г. пришли к соотношению (8) иным путем. Био и Савар провели обширное экспериментальное исследование по определению (измерению) напряженности магнитного поля токов, идущих по проводникам различных форм, а Лаплас теоретически обобщил результаты этих измерений, получив в итоге соотношение (8).

Знак  $(l)$  показывает, что интегрирование производится по всей длине  $l$  проводника (см. § 27).

В § 27 рассмотрено несколько примеров расчета полной напряженности магнитного поля  $H$  по закону Био — Савара — Лапласа для случаев, когда весь проводник с током, создающим поле, расположен в одной плоскости. Напомним, что направление напряженности следует определять по правилу буравчика (ввинчиваемого по направлению тока).

## § 27. Некоторые приложения закона Био — Савара — Лапласа

### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ КОНЕЧНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

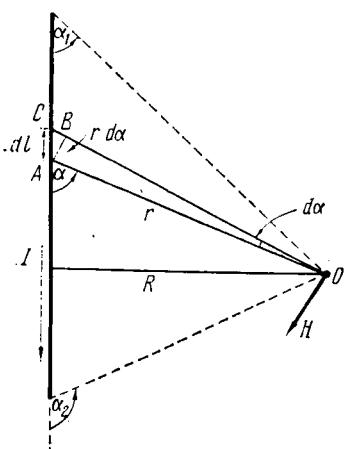


Рис. 85

Обозначим через  $R$  расстояние от проводника с током  $I$  до точки  $O$ , в которой определяется напряженность поля (рис. 85). Выделим в проводнике элементарный участок  $dl$  на расстоянии  $r$  от точки  $O$ . Так как для всех элементарных участков проводника сила тока  $I$  имеет одно значение, то полная напряженность магнитного поля в точке  $O$ , согласно формуле (10), равна

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{(l)} \frac{\sin \alpha}{r^2} dl. \quad (11)$$

Из точки  $O$  проведем радиусом  $r$  отрезок дуги  $AB = r \cdot d\alpha$ . Ввиду малости участка  $dl$ , а следовательно, и угла  $d\alpha$  можно считать, что отрезок  $AB$  прямолинеен,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle BCA = \alpha$ . Тогда из  $\triangle ABC$  получим  $r \cdot d\alpha = dl \sin \alpha$ , откуда

$$dl/r^2 = d\alpha/(r \sin \alpha),$$

или, учитывая, что  $r \sin \alpha = R$ ,

$$dl/r^2 = d\alpha/R.$$

Вводя последнее выражение в формулу (11) и переходя от интегрирования по длине к интегрированию по углу  $\alpha$  в пределах от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$ , получим

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha}{R} d\alpha = \frac{I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = -\frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

или окончательно

$$H = \frac{i}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (12)$$

Направление  $H$  перпендикулярно плоскости листа (обращено к читателю).

### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ БЕСКОНЕЧНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

Этот расчет легко выполнить, пользуясь формулой (12). В самом деле, в случае бесконечного проводника  $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $\alpha_2 = 180^\circ$ . Тогда  $\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 = 1 - (-1) = 2$ . Поэтому напряженность магнитного поля бесконечного прямолинейного тока равна

$$H = I/(2\pi R). \quad (13)$$

Практически по этой формуле можно рассчитывать напряженность поля от конечного, но достаточно длинного проводника, т. е. в случае, когда расстояние  $R$  значительно меньше длины проводника  $l$  ( $R \ll l$ ).

На основании формулы (13) дается определение единицы напряженности магнитного поля — *ампера на метр* (см. § 26). Положим в этой формуле  $I = 1$  А и  $R = 1/(2\pi)$  м; тогда  $H = 1$  А/м. Следовательно, *ампер на метр есть напряженность магнитного поля, создаваемого длинным прямолинейным проводом с током 1 А на расстоянии 1/(2π) м от его оси.*

### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЦЕНТРЕ КРУГОВОГО ТОКА

В этом случае  $\alpha = 90^\circ$ , а  $I$  и  $r = R$  (где  $R$  — радиус кругового контура) имеют постоянные значения для всех участков  $dl$  (рис. 86). Поэтому в соответствии с формулой (10) напряженность магнитного поля в центре кругового тока равна

$$H = \frac{I}{4\pi R^2} \int_{(l)} dl = \frac{I}{4\pi R^2} l, \quad (14)$$

или, поскольку  $l = 2\pi R$ ,

$$H = I/(2R). \quad (14)$$

*Произведение силы кругового тока на обтекаемую им площадь называется магнитным моментом  $p_m$  кругового тока:*

$$p_m = IS = \pi R^2 I*. \quad (15)$$

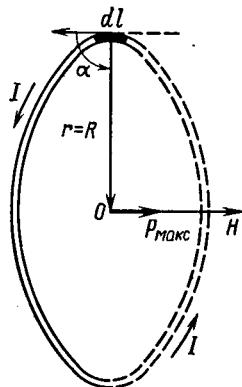


Рис. 86

\* Иногда за магнитный момент кругового тока принимают

$$p_m = \mu_0 / S,$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная. Оба эти определения в одинаковой мере возможны.

Магнитный момент является вектором, расположенным перпендикулярно плоскости кругового тока в его центре  $O$  и совпадающим по направлению с напряженностью магнитного поля в центре кругового тока (рис. 86).

Как уже отмечалось в § 24, круговой ток подобен постоянному магниту; во внешнем магнитном поле он ориентируется так, что его собственное поле совпадает с внешним. Можно, следовательно, сказать, что

*круговой ток поворачивается во внешнем магнитном поле так, что его магнитный момент устанавливается в направлении внешнего поля.*

### ▲ НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОСИ КРУГОВОГО ТОКА

Определим полную напряженность поля, создаваемого круговым током  $I$  в точке  $A$ , лежащей на его оси  $NN'$ ; круговой контур ориентирован перпендикулярно плоскости листа (рис. 87). Выделим в контуре два диаметрально

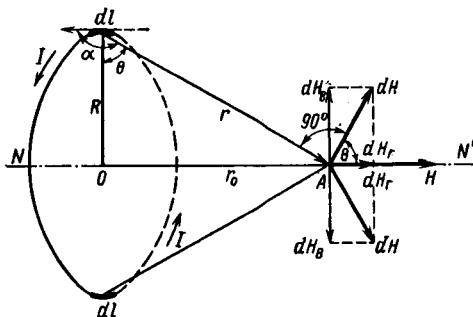


Рис. 87

противоположных элементарных участка  $dl$  и построим векторы элементарной напряженности  $dH$  полей, создаваемых этими участками в точке  $A$ . Разложим  $dH$  на две составляющие:  $dH_r$ , направленную по оси  $NN'$ , и  $dH_B$ , перпендикулярную ей.

Из рис. 87 следует, что для каждой пары диаметрально противоположных участков  $dl$  составляющие  $dH_B$  равны между собой по модулю и противоположны по направлению, а составляющие  $dH_r$  равны по модулю и одинаково направлены. Поэтому при геометрическом сложении элементарных напряженностей  $dH$  от всех участков  $dl$  составляющие  $dH_B$  взаимно уничтожаются и полная напряженность  $H$  в точке  $A$  равна алгебраической сумме всех  $dH_r$ , т. е. интегралу, взятому от  $dH_r$  по всему круговому контуру  $I$ :

$$H = \int_{(I)} dH_r. \quad (16)$$

Согласно рисунку,

$$dH_r = dH \cos \theta = RdH/r.$$

Тогда, учитывая, что, по закону Бю—Савара—Лапласа (8),

$$dH = Idl \sin \alpha / (4\pi r^2)$$

и что  $\alpha = 90^\circ$ , можем написать

$$dH_r = \frac{IRdl}{4\pi r^3}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (16) и учитывая, что  $I$ ,  $R$  и  $r$  для всех участков контура одинаковы, получим

$$H = \frac{IR}{4\pi r^3} \int_{(l)} dl = \frac{IRl}{4\pi r^3}.$$

Так как  $l = 2\pi R$  и  $r = \sqrt{R^2 + r_0^2}$ , то окончательное выражение напряженности поля примет вид

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + r_0^2)^{3/2}}. \quad (17)$$

Эта напряженность направлена вдоль оси кругового тока.

Отметим, что при  $r_0 = 0$ , т. е. для центра кругового тока, выражение (17) даст

$$H = I/(2R),$$

что совпадает с выведенной ранее формулой (14).

## § 28. Магнитные поля соленоида и тороида

Соленоидом называют катушку цилиндрической формы из проволоки, витки которой намотаны в одном направлении (рис. 88).

Магнитное поле соленоида представляет собой результат сложения полей, создаваемых несколькими круговыми токами, расположенными рядом и имеющими общую ось. На рис. 88 показаны четыре витка соленоида с током  $I$ . Для наглядности полувитки, расположенные за плоскостью листа, изображены прерывистыми линиями. На этом рисунке видно, что внутри соленоида линии напряженности поля каждого отдельного витка имеют одинаковое направление, тогда как между соседними витками они имеют противоположные направления\*. Поэтому при достаточно плотной намотке соленоида противоположно направленные участки линий напряженности поля соседних витков взаимно уничтожаются, а одинаково направленные участки сольются в общую замкнутую линию, проходящую внутри всего соленоида и охватывающую его снаружи.

Детальное изучение магнитного поля длинного соленоида, проведенное с помощью железных опилок, показывает, что это поле имеет вид,

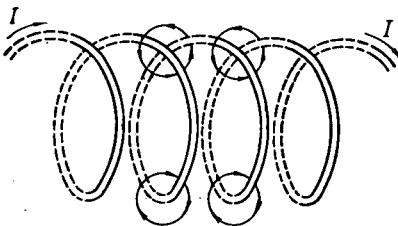


Рис. 88

\* Направление силовых линий установлено по правилу буравчика.

изображенный на рис. 89\*. Внутри соленоида поле оказывается практически однородным, вне соленоида — неоднородным и сравнительно слабым (густота силовых линий здесь весьма мала).

Внешнее поле соленоида подобно полю стержневого магнита (см. рис. 77). Как и магнит, соленоид имеет северный *N* и южный *S* полюсы и нейтральную зону.

Напряженность магнитного поля внутри *длинного* соленоида рассчитывается по формуле

$$H = In/l, \quad (18)$$

где *l* — длина соленоида, *n* — число его витков, *I* — сила тока в нем. Произведение *In* принято называть *числом ампер-витков*.

Формула (18) является частным случаем выражения напряженности поля внутри соленоида конечной длины, которое в свою очередь выводится следующим образом.

На рис. 90 изображен продольный разрез соленоида вертикальной плоскостью, проходящей через его ось. Длина соленоида *l*, радиус его витков *R*, число витков *n*, сила тока, идущего по соленоиду, *I*.

Рис. 89

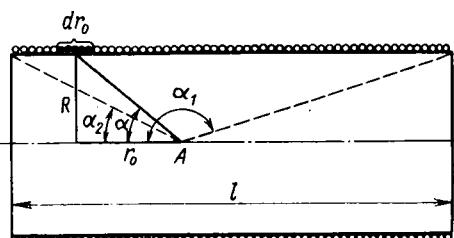


Рис. 90

Рассматривая соленоид как совокупность вплотную приложенных друг к другу витков (круговых токов *I*), имеющих общую ось, определим напряженность магнитного поля в точке *A* на оси соленоида как сумму напряженностей от всех его витков. Для этого выделим малый участок длины *dr\_0* соленоида. В нем содержится *ndr\_0/l* витков. Согласно формуле (17), напряженность поля одного витка  $IR^2/[2(R^2 + r_0^2)^{3/2}]$ . Поэтому напряженность поля от участка *dr\_0* равна

$$dH = \frac{IR^2}{2(R^2 + r_0^2)^{3/2}} \cdot \frac{n}{l} dr_0. \quad (19)$$

Из рис. 90 видно, что  $r_0 = R \operatorname{ctg} \alpha$ . Тогда  $R^2 + r_0^2 = R^2(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = R^2/\sin^2 \alpha$  и  $dr_0 = -R d\alpha / \sin^2 \alpha$ . Подставляя эти выражения  $R^2 + r_0^2$  и  $dr_0$  в формулу (19) и производя сокращения, получим

$$dH = -\frac{In}{2l} \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

\* Соленоид считается длинным, если его длина по крайней мере в 4—5 раз больше диаметра, а витки вплотную прилегают друг к другу.

Интегрируя последнее выражение в пределах от  $\alpha = \alpha_1$  до  $\alpha = \alpha_2$ , найдем полную напряженность поля в точке  $A$ :

$$H = -\frac{In}{2l} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{In}{2l} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (20)$$

У достаточно длинного соленоида  $\alpha_2 \rightarrow 0^\circ$  и  $\alpha_1 \rightarrow 180^\circ$ . В этом случае формула (20) примет вид

$$H = In/l,$$

соответствующий формуле (18).

Таким образом, внутри достаточно длинного соленоида напряженность магнитного поля практически везде одинакова; она направлена вдоль оси соленоида в соответствии с правилом буравчика.

Практически важное значение имеет также магнитное поле *тороида* — катушки из проволоки, навитой на тор (рис. 91)\*. Магнитное поле тороида однородно и замкнуто внутри самого тороида; *вне тороида поле отсутствует*. Тороид можно рассматривать как свернутый кольцом достаточно длинный соленоид; для расчета напряженности магнитного поля тороида можно пользоваться формулой (18):

$$H = \frac{nI}{l} = \frac{nI}{2\pi r}, \quad (21)$$

где  $l = 2\pi r$  — длина оси тороида,  $r$  — радиус тороидального кольца,  $I$  — сила тока,  $n$  — число витков тороида.

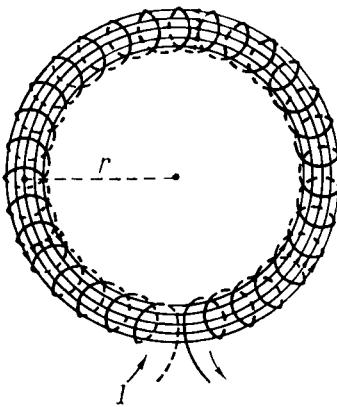


Рис. 91

## § 29. Диа-, пара- и ферромагнитные вещества.

### Магнитная индукция. Поток магнитной индукции

До сих пор мы предполагали, что рассматриваемые магнитные поля существуют в вакууме (или в воздухе, что практически одно и то же). Посмотрим теперь, какое влияние на магнитное поле оказывает среда (вещество).

Опыт и теория показывают, что *все вещества, помещенные в магнитное поле, приобретают магнитные свойства, т. е. намагничиваются*, и потому в некоторой мере изменяют внешнее (первоначальное) поле. При этом оказывается, что одни вещества ослабляют внешнее поле, а другие — усиливают его; первые называются *диамагнитными*, вторые — *парамагнитными* веществами, или, короче, *диамагнетиками*.

\* Тор — геометрическое тело, образованное вращением круга вокруг оси, лежащей в плоскости этого круга, но не пересекающей его. Приблизительно форма тора имеет накачанная велосипедная камера.

и парамагнетиками. Среди парамагнетиков резко выделяется группа веществ, вызывающих очень большое усиление внешнего поля. Эти вещества называются ферромагнетиками.

Подавляющее большинство веществ относится к диамагнетикам. Диамагнетиками являются такие элементы, как фосфор, сера, сурьма, углерод, многие металлы (висмут, ртуть, золото, серебро, медь и др.), большинство химических соединений (в том числе вода и почти все органические соединения). К парамагнетикам относятся некоторые газы (кислород, азот) и металлы (алюминий, вольфрам, платина, щелочные и щелочноземельные металлы). В довольно малочисленную группу ферромагнетиков входят железо, никель, кобальт, гадолиний и диспрозий, а также некоторые сплавы и окислы этих металлов и некоторые сплавы марганца и хрома.

Выясним физические причины диа-, пара- и ферромагнетизма.

В атомах и молекулах любого вещества имеются круговые токи, образованные движением электронов по орбитам вокруг ядер — *орбитальные токи*. Каждому орбитальному току соответствует определенный магнитный момент (см. § 27), называемый *орбитальным магнитным моментом*. Кроме того, электроны обладают *собственным, или спиновым, магнитным моментом*\*. Собственным магнитным моментом обладает также ядро атома.

*Геометрическая сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов и собственного магнитного момента ядра образует магнитный момент атома (молекулы) вещества.*

У диамагнитных веществ суммарный магнитный момент атома (молекулы) равен нулю, так как имеющиеся в атоме орбитальные, спиновые и ядерные магнитные моменты взаимно компенсируются (рис. 92, а; атомы изображены

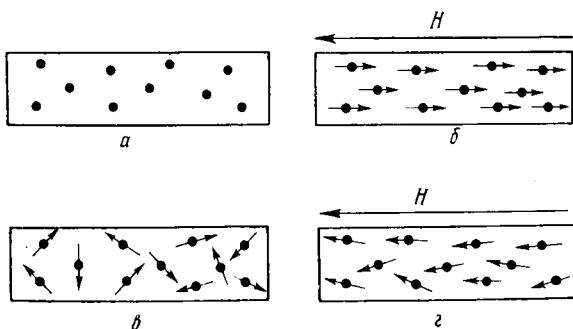


Рис. 92

\* От английского слова *spin* — вращение. Первоначально предполагалось, что собственный магнитный момент электрона обусловлен вращением электрона вокруг своей оси; в этой связи появилось название *спиновой магнитный момент*. Однако в дальнейшем выяснилось, что спиновый магнитный момент является *первой* характеристикой электрона, которую нельзя свести к чему-либо более простому (подобно тому, как нельзя свести к более простым понятиям заряд и массу электрона).

точками). Однако под влиянием внешнего магнитного поля у этих атомов возникает (*индуктируется*) магнитный момент, направленный всегда *противоположно* внешнему полю (рис. 92, б; индуцированные магнитные моменты изображены стрелками;  $H$  — напряженность внешнего магнитного поля). В результате диамагнитная среда *намагничивается* и создает собственное магнитное поле, направленное противоположно внешнему полю и потому *ослабляющее* его.

Под влиянием внешнего магнитного поля плоскости электронных орбит начинают *прецессировать* вокруг силовой линии магнитного поля, проходящей через ядро атома, т. е. начинают совершать движение, подобное тому, которое совершает диск волчка вокруг силовой линии гравитационного поля (вертикали), проходящей через точку опоры волчка.

Прецессионное движение электронных орбит эквивалентно круговому току. Так как этот ток *индуктирован* внешним полем, то, согласно правилу Ленца (см. § 33), его собственное магнитное поле, а следовательно, и его магнитный момент направлены *противоположно* внешнему полю.

Индуктированные магнитные моменты атомов диамагнетика сохраняются до тех пор, пока существует внешнее поле. При ликвидации внешнего поля индуцированные магнитные моменты атомов исчезают и диамагнетик размагничивается.

У атома (молекулы) парамагнитных веществ орбитальные, спиновые и ядерные магнитные моменты не компенсируют друг друга. Поэтому атомы парамагнетика *всегда* обладают магнитным моментом, являясь как бы элементарными магнитами. Однако атомные магнитные моменты расположены беспорядочно и потому парамагнитная среда в целом не обнаруживает магнитных свойств (рис. 92, в). Внешнее поле поворачивает атомы парамагнетика так, что их магнитные моменты устанавливаются *преимущественно* в направлении поля (рис. 92, г); полной ориентации препятствует тепловое движение атомов. В результате парамагнетик намагничивается и создает собственное магнитное поле, всегда совпадающее по направлению с внешним полем и потому *усиливающее* его. При ликвидации внешнего поля тепловое движение сразу же разрушает ориентацию атомных магнитных моментов и парамагнетик размагничивается. В парамагнетике, конечно, имеет место и диамагнитный эффект — появление индуцированных магнитных моментов, *ослабляющих* внешнее поле. Однако диамагнитный эффект остается незаметным на фоне более сильного парамагнитного эффекта.

Таким образом, если в пустом пространстве существует магнитное поле, имеющее напряженность  $H$ , то при заполнении этого пространства однородной средой результирующая напряженность магнитного поля равна

$$H' = H \mp \Delta H, \quad (22)$$

где  $\Delta H$  — напряженность поля, создаваемого самой средой; знак плюс относится к случаю парамагнитной среды, знак минус — к случаю диамагнитной среды. Добавочная напряженность  $\Delta H$  магнитного поля, создаваемого самой средой за счет диамагнитного или парамагнитного эффекта, пропорциональна напряженности внешнего поля. Поэтому формулу (22) можно записать в виде

$$H' = \mu H, \quad (23)$$

где  $\mu$  — безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый *относительной магнитной проницаемостью* среды (или просто *магнитной проницаемостью*). Коэффициент  $\mu$  характеризует магнитные свойства среды, ее способность намагничиваться под влиянием внешнего поля. Очевидно, что у вакуума  $\mu = 1 (H' = H)$ , у диамагнетиков  $\mu < 1 (H' < H)$ , а у парамагнетиков  $\mu > 1 (H' > H)$ . Вообще говоря, у диамагнитных и парамагнитных (исключая ферромагнетики) веществ магнитная проницаемость мало отличается от единицы, как это видно из таблицы, в которой приведены значения магнитной проницаемости некоторых веществ.

<i>Диамагнетики</i>	$\mu$	<i>Парамагнетики</i>	$\mu$	<i>Ферромагнетики</i>	$\mu$
Водород	0,999937	Азот	1,000013	Кобальт	100—180
Вода	0,999991	Кислород	1,000017	Никель	200—300
Медь	0,999912	Алюминий	1,000023	Железо	5000—10 000
Висмут	0,999824	Вольфрам	1,000175	Сталь	10 000—20 000

Магнитное поле в веществе принято характеризовать не результатирующей напряженностью  $H'$ , а величиной  $B$ , равной произведению  $H'$  на магнитную постоянную  $\mu_0$  и называемой *индукцией магнитного поля (магнитной индукцией)*:

$$B = \mu_0 H',$$

или, согласно формуле (23),

$$B = \mu_0 \mu H. \quad (24)$$

Размерность индукции:

$$[B] = [\mu_0] [H] = \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^{-1} = \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Единица магнитной индукции — *тесла (Тл)*\*. Ее определение дано в § 30.

Как и напряженность магнитного поля, магнитная индукция является вектором. В однородной изотропной среде направления  $B$  и  $H$  совпадают друг с другом.

Произведение  $\mu_0 \mu = \mu_a$  называют *абсолютной магнитной проницаемостью среды*. Она имеет такие же размерность и единицу, что и  $\mu_0$ .

Так как у вакуума  $\mu = 1$ , то *магнитная индукция в вакууме*

$$B_0 = \mu_0 H. \quad (25)$$

Тогда формулу (24) можно записать в виде

$$B = \mu B_0, \quad (26)$$

откуда следует определение  $\mu$ .

\* По имени югославского изобретателя в области электрорадиотехники **Н. Тесла**.

*Относительная магнитная проницаемость среды показывает, во сколько раз изменяется индукция магнитного поля, существовавшего в пустоте, если пространство, охваченное этим полем, заполняется данной средой.*

Введение новой характеристики магнитного поля — магнитной индукции — можно в известной мере обосновать тем обстоятельством, что, согласно полученной в § 26 формуле (9), сила действия магнитного поля на проводник с током *непосредственно* определяется не напряженностью  $H$  поля, а произведением  $\mu_0 H$ , т. е. магнитной индукцией  $B_0$  (в вакууме). Физический смысл  $B_0$  следует из формулы (9) того же параграфа:

*магнитная индукция в вакууме равна отношению силы, с которой магнитное поле действует на элемент тока, расположенный перпендикулярно полю, к величине этого элемента.*

Отметим, далее, что напряженность  $H$  поля зависит только от *макроскопических* токов (в проводниках), создающих это поле, и не зависит от среды; она одинакова во всех веществах. Магнитная же индукция  $B$ , характеризующая результатирующее поле в веществе, зависит как от *макроскопических* токов, создающих поле, так и от *микроскопических* (молекулярно-атомных) токов в веществе (ориентирующихся в поле напряженностью  $H$ ); она различна в различных веществах (магнетиках).

В этой связи напряженность  $H$  магнитного поля аналогична электрической индукции  $D$  электрического поля (см. § 9), а индукция  $B$  магнитного поля аналогична напряженности  $E$  электрического поля (см. § 2). Поэтому было бы вернее назвать магнитную индукцию напряженностью, а напряженность магнитного поля — индукцией. Однако по историческим причинам им были даны (и до сих пор сохранены) противоположные названия.

В § 27, 28 были выведены формулы (12)–(14), (17), (18), (20), (21) напряженности магнитных полей, создаваемых в вакууме проводниками различной формы с током. Если поля создаются не в вакууме, а в *среде* с относительной магнитной проницаемостью  $\mu$ , то, умножая обе части каждой из упомянутых формул на  $\mu_0 \mu$  и учитывая формулу (24), получим соответствующие выражения индукции  $B$  магнитных полей этих проводников. Например, индукция магнитного поля в центре кругового тока представится формулой

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2R}.$$

У ферромагнетиков магнитная проницаемость не только велика (см. таблицу), но и *непостоянна*; она зависит от напряженности намагничающего поля. С ее увеличением  $\mu$  сначала быстро возрастает, достигая максимума, а затем уменьшается, приближаясь (при очень сильных полях) к значению  $\mu = 1$  (рис. 93, *a*). Поэтому, хотя формула (24) остается справедливой и для ферромагнитных веществ, магнитная индукция в этих веществах уже не пропорциональна напряженности намагничающего поля: при сравнительно небольшой напряженности  $H_{\text{макс}}$  индукция достигает большого значения  $B_{\text{макс}}$  (насыщения), после чего она изменяется уже медленно — пропорционально изменению  $H$  (рис. 93, *b*), т. е. примерно так, как в парамагнитном веществе.

ве. Зависимость  $\mu$  и  $B$  от  $H$  была исследована впервые в 1872 г. А. Г. Столетовым.

Если в ферромагнетике, намагниченном, например, до состояния насыщения  $B_{\max}$ , начнет уменьшаться напряженность  $H$  поля, то

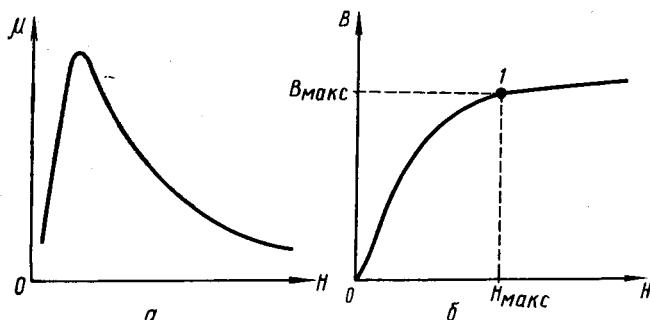


Рис. 93

индукция  $B$  тоже будет уменьшаться; однако ее уменьшение происходит не по линии 10, а по линии 12 графика намагничивания (рис. 94).

При  $H = 0$  ферромагнетик не размагничивается полностью: в нем сохраняется *остаточная магнитная индукция*  $B_0^*$ . Для его полного размагничивания необходимо создать противоположное внешнее поле напряженностью  $H = -H_{kp}$ ; эта напряженность называется *коэрцитивной силой*.

При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик начнет перемагничиваться (линия 34) и при  $H = -H_{\max}$  намагнится до насыщения в противоположном направлении ( $B = -B_{\max}$ ). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (линия 456) и вновь перемагнитить до насыщения  $B_{\max}$  (линия 61). Рассмотренное явление *отставания* изменений магнитной индукции от изменений напряженности намагничивающего поля называется *магнитным гистерезисом*, а замкнутая кривая 12451 — *петлей гистерезиса*.

Площадь, ограниченная петлей гистерезиса, характеризует работу, затрачиваемую внешним полем на однократное перемагничивание ферромагнетика. Эта работа выделяется в виде теплоты. Очевидно, что для уменьшения потерь на перемагничивание ферромагнетика

\* Не следует смешивать *остаточную магнитную индукцию* с *магнитной индукцией в вакууме*, обозначенной также буквой  $B_0$ .

(например, сердечника трансформатора) следует применять ферромагнетики, имеющие малую площадь петли гистерезиса и, следовательно, характеризующиеся малым значением коэрцитивной силы (*магнитно-мягкие материалы*). Для изготовления постоянных магнитов следует применять ферромагнетики, характеризующиеся большим значением коэрцитивной силы (*магнитно-жесткие материалы*).

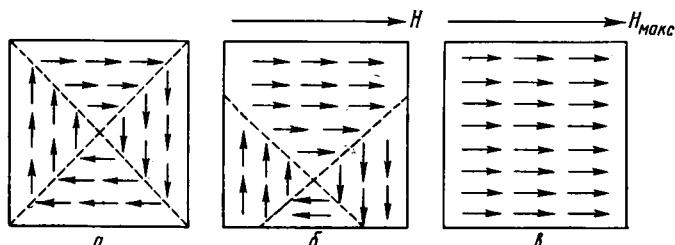


Рис. 95

Ферромагнетики обладают еще одной существенной особенностью: при определенной (для каждого ферромагнетика) температуре  $\Theta$  (*точка Кюри*) они теряют свои магнитные свойства (у железа  $\Theta = 1043$  К, у никеля  $\Theta = 633$  К). При температуре выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик с  $\mu = 1$ .

Рассмотренные особенности ферромагнетика обусловлены тем, что в нем имеется множество сравнительно крупных *самопроизвольно намагниченных до насыщения областей, называемых доменами*\*. Линейные размеры домена имеют порядок  $10^{-2}$  мм. Домен объединяет многие миллиарды атомов; в пределах одного домена магнитные моменты всех атомов ориентированы одинаково\*\*. Однако ориентация самих доменов разнообразна (рис. 95, a). Поэтому при отсутствии внешнего магнитного поля ферромагнетик в целом оказывается ненамагниченным.

Возникновение доменов в ферромагнетике обусловлено силами *обменного взаимодействия* и может быть объяснено только на основе квантовой механики. Но существование доменов надежно подтверждено опытным путем, в частности опытами *Н. С. Акулова* (1928).

На хорошо отшлифованную поверхность размагниченного ферромагнетика Н. С. Акулов наносил пленку жидкости со взвешенным в ней тончайшим железным порошком и затем рассматривал ее под микроскопом. Частицы порошка оседали *преимущественно* на те места поверхности, где магнитное поле (созданное доменами) было неоднородным, т. е. около границ доменов, четко обрисовывая эти границы.

Таким образом, удалось не только обнаружить поверхностные домены ферромагнетика, но и определить их размеры, форму, расположение, а также наблюдать происходящие с ними изменения при наложении и изменении внешнего магнитного поля.

\* В этом отношении ферромагнетик подобен сегнетоэлектрику, имеющему области самопроизвольной поляризации (см. § 8).

\*\* Точнее говоря, одинаково ориентированы спиновые магнитные моменты электронов *всех* атомов.

С появлением внешнего поля напряженностью  $H$  домены, ориентированные своим магнитным моментом в направлении этого поля, начинают увеличиваться в объеме за счет соседних доменов, имеющих иные ориентации магнитного момента; ферромагнетик намагничивается (рис. 95, б). При достаточно сильном поле  $H_{\max}$  все домены целиком поворачиваются в направлении поля и ферромагнетик быстро намагничивается до *насыщения* (рис. 95, в).

При ликвидации внешнего поля ферромагнетики полностью не размагничиваются, а сохраняют остаточную магнитную индукцию, так как тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать столь крупные совокупности атомов, какими являются домены. Этим объясняется магнитный гистерезис. Для размагничивания ферромагнетика необходимо приложить коэрцитивную силу. Размагничиванию способствуют также нагревание и встряхивание ферромагнетика. При температуре, соответствующей точке Кюри, тепловое движение оказывается способным дезориентировать атомы в самих доменах, вследствие чего ферромагнетик превращается в парамагнетик.

Ферромагнитные материалы широко используются в технике. Из них изготавливаются магнитные экраны, ленты для магнитной звукозаписи, постоянные магниты, сердечники электромагнитов для многих приборов и механизмов (телефона, телеграфного аппарата, трансформатора, магнитного крана) и т. п.

На свойствах ферромагнетика основано действие магнитной семеочистительной машины, служащей для очистки семян с гладкой поверхностью (льна, клевера, люцерны и других культур) от семян сорняков с шероховатой поверхностью. Исходный материал смешивают с ферромагнитным порошком, обволакивающим шероховатые семена сорняков, которые благодаря этому притягиваются к электромагнитному барабану машины. Производительность машины ЭМС-1 составляет около 200 кг зерна в час.

За последнее десятилетие большое значение приобрели искусственные полупроводниковые ферромагнетики, названные *ферритами* или *оксиферрами*. Ферриты — сложные металлические окислы (соли железной кислоты) с относительной магнитной проницаемостью, лежащей в пределах от 10 до 2000. Удельное электрическое сопротивление ферритов в миллиарды раз больше, чем металлов. Следовательно, в ферритах очень малы потери на вихревые токи (см. § 33). В связи с этим из ферритов изготавлиают сердечники трансформаторов и других электромагнитных приборов, работающих на переменных токах высокой частоты. ◎

В заключение введем понятия *линий магнитной индукции и потока магнитной индукции (магнитного потока)*.

Магнитное поле в среде удобно изображать графически посредством линий индукции, т. е. линий, в каждой точке которых касательная совпадает с вектором магнитной индукции  $B$ . Число линий индукции, пронизывающих воображаемую площадку в  $1 \text{ м}^2$ , перпендикулярную полю, должно быть равно магнитной индукции на этой площадке.

Поток магнитной индукции сквозь некоторую поверхность  $S$  равен числу линий индукции, пронизывающих эту поверхность. Если поле однородно и поверхность перпендикулярна линиям индукции, то

$$\Phi = BS = \mu_0 \mu H S, \quad (27)$$

где  $H$  — напряженность намагничивающего поля.

В соответствии с формулой (27) за единицу магнитного потока принимают магнитный поток сквозь площадку  $1 \text{ м}^2$ , перпендикулярную магнитному полю, магнитная индукция которого равна  $1 \text{ Тл}$ . Эта единица называется *вебером*\* (Вб); другое определение вебера дано в § 33. Размерность потока магнитной индукции:

$$|\Phi| = |B| |S| = \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}.$$

### § 30. Действие магнитного поля на проводник с током

Сила  $dF$ , с которой магнитное поле действует на элементарный участок  $dl$  проводника с током  $I$ , выражается *формулой Ампера* (9); учитывая соотношение (25), эту формулу можно записать в виде

$$dF = IB_0 dl \sin \beta,$$

где  $B_0$  — магнитная индукция в вакууме,  $\beta$  — угол между  $dl$  и  $B_0$ .

Если проводник находится не в вакууме, а в среде с относительной магнитной проницаемостью  $\mu$ , то индукция магнитного поля изменится в  $\mu$  раз. В этом случае в формулу Ампера вместо  $B_0$  следует подставить произведение  $\mu B_0 = B$ :

$$dF = I B d l \sin \beta,$$

где  $B$  — индукция магнитного поля в среде.

В случае однородного магнитного поля ( $B = \text{const}$ ) и прямолинейного проводника ( $\beta = \text{const}$ ) конечной длины  $l$  (рис. 96) формула Ампера примет вид

$$F = IBl \sin \beta = \mu_0 \mu H l \sin \beta, \quad (28)$$

где  $H$  — напряженность поля. Направление силы  $F$ , действующей на проводник, определяется *правилом левой руки* (см. § 26); на рис. 96 она перпендикулярна плоскости листа и направлена на читателя.

Очевидно, что наибольшая сила действует на проводник, расположенный перпендикулярно полю ( $\beta = 90^\circ$  и  $\beta = 270^\circ$ ):

$$F = IBl = \mu_0 \mu I H l. \quad (29)$$

На проводник, расположенный вдоль поля, поле не действует: при  $\beta = 0^\circ$  и  $\beta = 180^\circ$  будет  $F = 0$ .

Из формулы (29) определяется физический смысл магнитной индукции как силы, с которой однородное магнитное поле действует на перпендикулярный этому полю прямолинейный проводник длиной 1 м с током силой 1 А. По этой же формуле (29) устанавливается единица магнитной индукции — *тесла* (Тл).

1 Тл — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на прямолинейный проводник длиной 1 м с током 1 А, расположенный перпендикулярно полю.

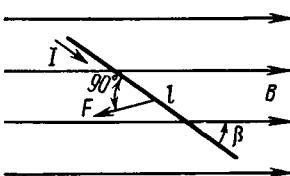


Рис. 96

\* По имени немецкого физика В. Э. Вебера.

$$[\text{Tл}] = \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}.$$

Рассмотрим практически важный случай действия магнитного поля на рамку (замкнутый проводящий контур) с током. Пусть рамка с током  $I$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , причем плоскость рамки параллельна полю. Рамка имеет только одну степень свободы — может поворачиваться вокруг оси  $O O'$  (рис. 97, а). На параллельные полю стороны рамки  $bc$  и  $da$  поле не действует. На стороны  $ab$  и  $cd$ , равные  $l$ , будет в соответствии с правилом левой руки и формулой Ампера действовать пара сил  $F = BIl$ , которая повернет рамку так, что ее плоскость окажется перпендикулярной полю (рис. 97, б).

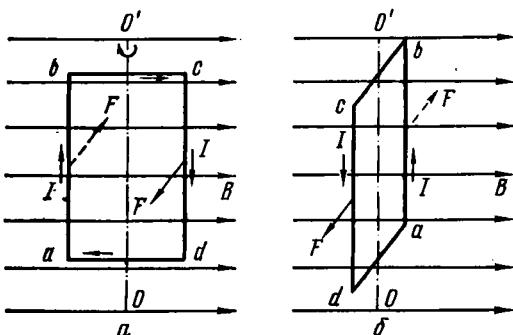


Рис. 97

шний ему момент пары сил равен нулю; силы, действующие теперь на рамку, могут только деформировать, но не поворачивать ее.

Практически благодаря инерции рамка не сразу установится в положение равновесия: сначала она совершил несколько затухающих колебаний около этого положения. Изменим направление тока в рамке в тот момент, когда она немного перейдет через положение равновесия (в направлении первоначального вращения). Тогда силы  $F$  тоже изменият свое направление на противоположное и повернут рамку на  $180^\circ$  (в направлении первоначального вращения) до следующего положения равновесия. Следовательно, если изменять направление тока в рамке в моменты перехода ею положения равновесия, то рамка будет непрерывно вращаться вокруг оси  $O O'$ . На этом явлении основано устройство электродвигателя, преобразующего электрическую энергию в механическую.

Определим работу, совершаемую при перемещении проводника с током в магнитном поле. Рассмотрим случай, когда прямолинейный проводник длиной  $l$  с током  $I$  перемещается по направляющим проводам в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ ; плоскость перемещения проводника перпендикулярна полю (рис. 98). Очевидно, что работа, совершаемая при перемещении проводника на расстояние  $dx$ , равна

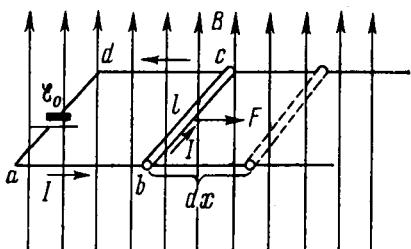


Рис. 98

$$dA = F \cdot dx = BI l \cdot dx = BI \cdot dS,$$

где  $F$  — перемещающая сила;  $dS = l \cdot dx$  — площадь, описанная проводником при перемещении. Так как, согласно формуле (27),  $B \cdot dS = d\Phi$  — поток магнитной индукции сквозь площадь  $dS$ , то

$$dA = I \cdot d\Phi. \quad (30)$$

*Работа перемещения проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на поток магнитной индукции сквозь площадь, описанную проводником при перемещении.*

Рассмотрим замкнутый контур  $abca$ , частью которого является проводник  $l$  (рис. 98). Очевидно, что относительно этого контура (деформирующегося в процессе перемещения проводника  $l$ )  $d\Phi$  представляет собой изменение потока магнитной индукции сквозь площадь, обтекаемую током  $I$ . Тогда соотношению (30) можно сопоставить следующую формулировку:

*работа тока в магнитном поле равна произведению силы тока на изменение потока магнитной индукции сквозь площадь, обтекаемую током.*

Это самое общее определение работы тока в магнитном поле. Оно справедливо для случаев любого движения замкнутого контура с током как в однородном, так и в неоднородном магнитном поле, а также для случаев деформирующегося контура и неподвижного контура, площадь которого пронизывается изменяющимся потоком магнитной индукции.

В заключение определим силу взаимодействия двух длинных параллельных проводников, по которым идут одинаково направленные токи  $I_1$  и  $I_2$  (рис. 99). Пусть длина каждого из проводников  $l$ , а расстояние между ними  $r$  ( $r \ll l$ ). Применяя правило буравчика, установим, что напряженность  $H_2$  поля, создаваемая вторым проводником в том месте, где находится первый проводник, направлена перпендикулярно плоскости листа за эту плоскость. Согласно формуле (13),

$$H_2 = I_2 / (2\pi r).$$

Применяя правило левой руки, найдем, что поле второго проводника действует на первый проводник с силой  $F_1$ , направленной в сторону второго проводника. В соответствии с формулой Ампера (29)

$$F_1 = \mu_0 \mu H_2 I_1 l = \mu_0 \mu I_2 I_1 l / (2\pi r).$$

Аналогичные рассуждения покажут, что первый проводник действует на второй с силой

$$F_2 = \mu_0 \mu H_1 I_2 l = \mu_0 \mu I_1 I_2 l / (2\pi r),$$

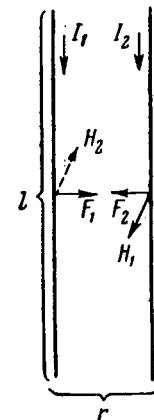


Рис. 99

равной по модулю силе  $F_1$ , но противоположной ей по направлению (в полном соответствии с третьим законом Ньютона).

Таким образом, два проводника с токами одинакового направления взаимно притягиваются с силой

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (31)$$

Противоположно направленные токи взаимно отталкиваются с силой, определяемой по этой же формуле (31).

Как уже отмечалось [см. § 1, (11)], на основе взаимодействия параллельных токов вводится определение единицы силы тока в Международной системе единиц — ампера («стандартного ампера»). Поясним это определение, пользуясь формулой (31).

Пусть два параллельных очень длинных тонких проводника с токами  $I_1 = I_2 = 1\text{A}$  находятся на расстоянии  $r = 1\text{m}$  друг от друга в вакууме ( $\mu = 1$ ). Тогда, согласно формуле (31), два противолежащих участка  $l$  этих проводников, длиной по  $1\text{m}$  каждый, будут взаимодействовать с силой

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2} \cdot 1 \text{ А}^2 \cdot 1 \text{ м}}{2\pi \cdot 1 \text{ м}} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н},$$

где  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$  — значение и размерность магнитной постоянной  $\mu_0$ . Следовательно,

ампер — сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным в вакууме на расстоянии  $1\text{m}$  один от другого, вызвал бы между ними силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$  на каждый метр длины.

Отметим, что хотя стандартный ампер и является основной единицей СИ, его выбор был не совсем произвольным. Стандартный ампер установлен с учетом того, чтобы его величина практически совпадала с величиной применявшегося ранее международного ампера (определенного на основе электролиза водного раствора азотнокислого серебра). Стандартный ампер равен  $1,00015$  международного ампера, т. е. отличается от него на  $0,015\%$ .

### § 31. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Определение удельного заряда и массы электрона

И электрическое и магнитное поля действуют на движущиеся в них заряженные частицы. Поэтому заряженная частица, влетающая в электрическое или магнитное поле, отклоняется от своего первоначального направления движения (изменяет траекторию), если только это направление не совпадает с направлением поля. В последнем случае электрическое поле только ускоряет (или замедляет) движущуюся частицу, а магнитное поле вообще не действует на нее. Рассмотрим практически наиболее важные случаи, когда заряженная частица влетает в однородное поле, созданное в вакууме ( $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ ), имея направление, перпендикулярное полю.

## ▲ ЧАСТИЦА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Пусть частица, имеющая заряд  $e$  и массу  $m$ , влетает со скоростью  $v$  в электрическое поле плоского конденсатора (рис. 100, а). Длина конденсатора равна  $x$ , напряженность поля равна  $E$ . Предположим для определенности, что частица является электроном ( $e < 0$ ). Тогда, смещаясь в электрическом поле вверх, она пролетит через конденсатор по криволинейной траектории и вылетит из него, отклонившись от первоначального направления на отрезок  $y$ . Рассматривая смещение  $y$  как проекцию перемещения на ось  $Y$  равномерно ускоренного движения частицы под действием силы поля

$$F = eE = ma, \quad (32)$$

можем написать

$$y = at^2/2,$$

где  $E$  — напряженность электрического поля,  $a$  — ускорение, сообщаемое частице полем,  $t$  — время, в течение которого совершается смещение  $y$ . Так как, с другой стороны,  $t$  — время равномерного движения частицы вдоль оси конденсатора с постоянной скоростью  $v$ , то  $t = x/v$  и  $y = ax^2/2v^2$ . Тогда  $a = 2v^2y/x^2$ . Подставляя это выражение ускорения в формулу (32), получим соотношение

$$y = \frac{e}{m} \frac{E}{2v^2} x^2, \quad (33)$$

представляющее собой *уравнение параболы*. Таким образом, заряженная частица движется в электрическом поле по параболе. Отклонение частицы от первоначального направления обратно пропорционально квадрату скорости частицы.

Отношение  $e/m$  — заряда частицы к ее массе называется *удельным зарядом частицы*.

## ▲ ЧАСТИЦА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Пусть та же частица, которую мы рассматривали в предыдущем случае, влетает теперь в магнитное поле напряженностью  $H$

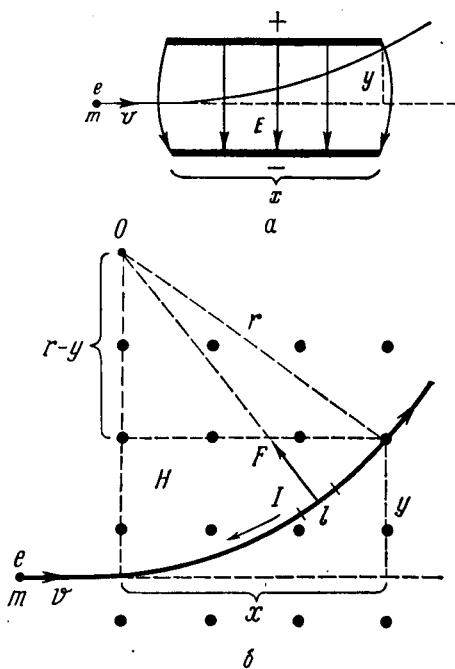


Рис. 100

(рис. 100, б). Линии напряженности поля, изображенные точками, направлены перпендикулярно плоскости рисунка (на читателя). Движущаяся заряженная частица представляет собой электрический ток. Поэтому магнитное поле отклонит частицу вверх от ее первоначального направления движения (следует учесть, что направление движения электрона противоположно направлению тока). Согласно формуле Ампера (29), сила, отклоняющая частицу на любом участке траектории (участке тока)  $l$ , равна  $F = \mu_0 H l l$ . Но сила тока  $I = e/t$ , где  $t$  — время, за которое заряд  $e$  проходит по участку  $l$ . Поэтому

$$F = \mu_0 H e l / t.$$

Учитывая, что  $l/t = v$ , получим

$$F = ev\mu_0 H. \quad (34)$$

Сила  $F$  называется *лоренцевой силой*\*. Направления  $F$ ,  $v$  и  $H$  взаимно перпендикулярны. Направление лоренцевой силы  $F$  можно определять по правилу левой руки, подразумевая при этом под направлением тока  $I$  направление скорости  $v$  и учитывая, что для положительно заряженной частицы направления  $I$  и  $v$  совпадают, а для отрицательно заряженной частицы эти направления противоположны.

Будучи перпендикулярна скорости  $v$ , лоренцева сила изменяет только направление скорости движения частицы, не изменяя модуля этой скорости. Отсюда следуют два важных вывода:

1. Работа лоренцевой силы равна нулю, т. е. постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей (не изменяет кинетической энергии частицы)\*\*.

Напомним, что в отличие от магнитного поля электрическое поле изменяет энергию и модуль скорости движущейся частицы.

2. Траектория частицы является окружностью, на которой частицу удерживает лоренцева сила, играющая роль центростремительной силы. Радиус  $r$  этой окружности определим, приравнивая между собой лоренцеву и центростремительную силы:

$$ev\mu_0 H = mv^2/r,$$

откуда

$$r = mv/(e\mu_0 H). \quad (35)$$

Таким образом, радиус окружности, по которой движется частица, пропорционален скорости частицы и обратно пропорционален напряженности магнитного поля.

Из рис. 100, б видно, что отклонение  $y$  частицы от ее первоначального направления движения уменьшается с ростом радиуса  $r$ . Из этого можно заключить, учитывая формулу (35), что отклонение частицы в магнитном поле уменьшается при увеличении скорости частицы.

\* По имени голландского физика Г. А. Лоренца.

\*\* Следует иметь в виду, что это положение относится только к случаю постоянного поля. Переменное (во времени) магнитное поле изменяет энергию и модуль скорости частицы.

При увеличении напряженности поля отклонение частицы увеличивается. Если бы (рис. 100, б) магнитное поле было более сильным или охватывало более обширную область, то частица не смогла бы вылететь из этого поля, а стала бы все время двигаться по окружности радиусом  $r$ . Период обращения частицы равен отношению длины  $s$  окружности к скорости  $v$  частицы:

$$T = s/v = 2\pi r/v,$$

или, учитывая формулу (35),

$$T = 2\pi m/(e\mu_0 H). \quad (36)$$

Следовательно, период вращения частицы в магнитном поле не зависит от ее скорости.

◎ Если в пространстве, где движется заряженная частица, создать магнитное поле, направленное под углом  $\alpha$  к ее скорости  $v$ , то дальнейшее движение

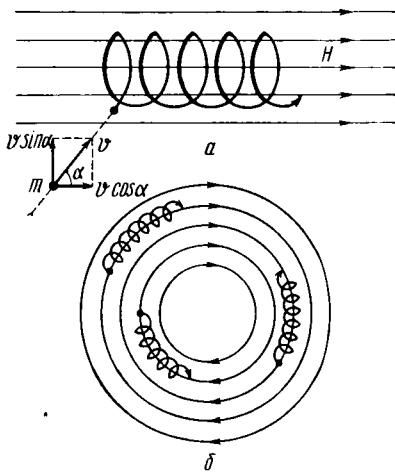


Рис. 101

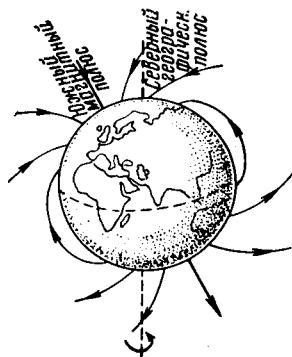


Рис. 102

частицы представит собой геометрическую сумму двух одновременных движений: вращения по окружности со скоростью  $v \sin \alpha$  в плоскости, перпендикулярной линиям напряженности, и перемещения вдоль поля со скоростью  $v \cos \alpha$  (рис. 101, а). Очевидно, что результирующая траектория частицы окажется винтовой линией, навивающейся на линии напряженности поля. Это свойство магнитного поля используется в некоторых приборах для предотвращения рассеивания потока заряженных частиц. Особый интерес в этом отношении представляет магнитное поле торонда (см. § 28, рис. 91). Оно является своеобразной ловушкой для движущихся заряженных частиц: «навиваясь» на линии напряженности, частица будет сколь угодно долго двигаться в таком поле, не покидая его (рис. 101, б). Отметим, что магнитное поле торонда предполагается использовать в качестве «сосуда» для хранения плазмы в термоядерном реакторе будущего (о проблеме управляемой термоядерной реакции будет сказано в § 76).

Влиянием магнитного поля Земли объясняется преимущественное возникновение полярных сияний в высоких широтах. Заряженные частицы, летящие

к Земле из космоса, попадают в магнитное поле Земли и перемещаются вдоль линий индукции поля, «навиваясь» на них. Конфигурация магнитного поля Земли такова (рис. 102)\*, что частицы приближаются к Земле преимущественно в полярных областях, вызывая тлеющий разряд в свободной атмосфере (см. § 23). ⊙

С помощью рассмотренных закономерностей движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях можно экспериментально определять удельный заряд и массу этих частиц. Именно таким путем были впервые определены удельный заряд и масса электрона. Принцип определения состоит в следующем. Поток электронов (например, катодные лучи) направляют в электрическое и магнитное поля, ориентированные так, что они отклоняют этот поток в противоположных направлениях. При этом подбирают такие значения напряженностей  $E$  и  $H$ , чтобы отклонения, вызванные силами электрического и магнитного полей, полностью взаимно компенсировались и электроны летели прямолинейно. Тогда, приравнивая между собой выражения электрической (32) и лоренцевой (34) сил, получим

$$eE = ev\mu_0 H,$$

откуда

$$v = E/(\mu_0 H). \quad (37)$$

По формуле (37) можно рассчитывать скорость электронов, поскольку значения  $\mu_0$ ,  $E$  и  $H$  известны.

После того как достигнута полная компенсация отклонений, электрическое поле выключают. В оставшемся магнитном поле электроны начинают двигаться по окружности, радиус которой, согласно формуле (35), равен

$$r = mv/(e\mu_0 H). \quad (38)$$

Значение  $r$  можно рассчитать по отклонению  $y$  электрона в магнитном поле и по ширине  $x$  области, охваченной этим полем (см. рис. 100, б). В самом деле, из рисунка видно, что  $x^2 + (r - y)^2 = r^2$ . Следовательно,

$$r = (x^2 + y^2)/(2y).$$

Из соотношений (37) и (38) получается после простых преобразований формула для вычисления удельного заряда электрона:

$$e/m = E/(r\mu_0^2 H^2). \quad (39)$$

Измерения дали

$$e/m = 1,7588 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

\* Отметим, что, согласно последним космическим исследованиям, магнитное поле Земли подобно полю намагниченного шара (рис. 102) только до высоты около 6500 км. Выше поле искажено воздействием плазмы, испускаемой Солнцем.

Так как  $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$  Кл, то масса покоя электрона равна

$$m = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг.}$$

Подобным же образом можно определять удельный заряд и массу любых частиц.

Отметим, что приведенное значение массы электрона соответствует *массе покоя*. Точные измерения, полученные этим методом, показали, что при больших скоростях движения (сравниваемых со скоростью света) масса электрона заметно возрастает с увеличением скорости (см. ч. I, § 20).

### § 32. Некоторые приборы и установки, основанные на движении заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

Особенности движения заряженных частиц в электрическом и магнитном полях широко используются в современных физико-технических установках и приборах. Далее кратко описаны принципы устройства и действия некоторых из этих приборов.

#### ▲ ЭЛЕКТРОННЫЙ ОСЦИЛЛОГРАФ

Основной частью электронного осциллографа является *электронно-лучевая трубка*, устроенная следующим образом. В узком конце вакуумного баллона находится цилиндрический катод 2, нагреваемый металлической спиралью 1, через которую пропускается ток (рис. 103). Дно цилиндра 2 покрыто слоем металла, имеющего малую работу выхода электронов. Диафрагма 3 выделяет из эмиттируемых катодом электронов узкий электронный пучок (электронный луч). В электрическом поле, создаваемом между катодом 2 и цилиндрическим анодом 4, электроны разгоняются до скоростей порядка  $10^4$  км/с. Подогреваемый катод, диафрагма и анод составляют *электронную пушку*.

Электронный луч проходит сквозь два отклоняющих конденсатора 5 и 6, пластины которых расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях, и падает на экран 7, покрытый люминесцирующим веществом. В месте падения луча на экране появляется светящаяся точка O.

Если подать на пластины конденсатора 6 постоянное напряжение, то направление электронного луча изменится и светящаяся точка сместится вдоль вертикали. В случае переменного напряжения электронный луч начнет колебаться в вертикальной плоскости, а на экране появится светящаяся вертикальная линия, длина которой зависит от приложенного напряжения. По длине этой линии можно определить очень слабые напряжения и силы тока.

С помощью специальной схемы на пластины конденсатора 5 подается переменное напряжение  $U$  *пилообразной формы* (рис. 104, t — время). Под влиянием такого напряжения светящаяся точка *равномерно* движется по горизонтали, например вправо, а затем скачком возвращается в крайнее левое по-

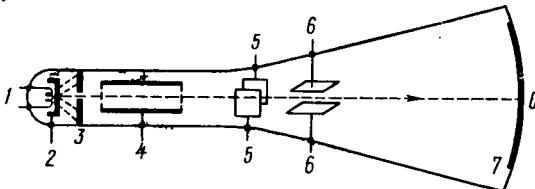


Рис. 103

ложение. Этот периодически повторяющийся процесс, называемый *горизонтальной разверткой* луча, даст на экране горизонтальную светящуюся линию.

Если на вертикальное колебание луча, обусловленное исследуемым напряжением, наложить горизонтальную развертку, то луч будет описывать на экране кривую зависимости исследуемого напряжения от времени. Если это напряжение изменяется *периодически*, то, подбрав соответствующую частоту горизонтальной развертки, можно получить на экране *неподвижный* график исследуемого напряжения и сфотографировать его.

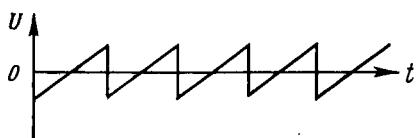


Рис. 104

нний температуры, давления, плотности и т. п.), предварительно преобразованных в электрические процессы с помощью соответствующих электрических датчиков.

Помимо электронного осциллографа электроннолучевая трубка применяется в радиолокаторе, телевизоре, электронном микроскопе, электронно-вычислительной машине и многих других приборах. ◎

### ▲ МАСС-СПЕКТРОГРАФ

○ Масс-спектрометр служит для определения массы ионов (заряд которых известен). Схема этого прибора изображена на рис. 105. Поток *A* ионов

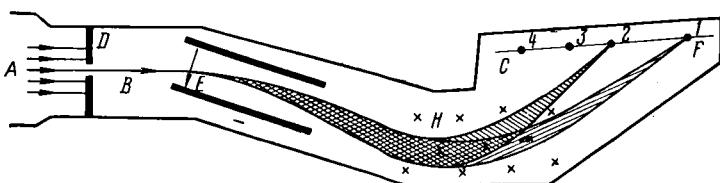


Рис. 105

исследуемого вещества, представляющий собой каналовые лучи тлеющего газового разряда (см. § 23), пропускают сквозь узкую щель диафрагмы *D*, выделяющую из потока узкий «ионный луч» *B*. Этот луч проходит сначала сквозь электрическое поле *E* плоского конденсатора, а затем сквозь магнитное поле *H*. Электрические и магнитное поля взаимно перпендикулярны. Силовые линии магнитного поля, изображенные крестиками, направлены перпендикулярно плоскости рисунка за эту плоскость. При таком расположении полей ионный луч отклонится в электрическом и в магнитном полях в противоположных направлениях.

Предположим, что все ионы имеют одинаковый заряд *e* и массу *m<sub>1</sub>*, но движутся с несколько различными скоростями. Тогда в электрическом поле ионный луч будет расщеплен: быстрые ионы отклонятся от первоначального направления меньше, медленные ионы — больше. Войдя в магнитное поле, эти ионы будут отклоняться в *противоположную* сторону, причем опять же быстрые ионы отклонятся меньше, медленные — больше (см. § 31). В результате траектории всех ионов пересекутся («сфокусируются») в одной точке.

Предположим теперь, что в ионном луче имеются еще ионы массой *m<sub>2</sub>* < *m<sub>1</sub>*. Все ионы сфокусируются в точке 2. Если в луче присутствуют еще ионы

массой  $m_3 < m_2$ ,  $m_4 < m_3$  и т. д., то они сфокусируются соответственно в точках 3, 4 и т. д.

Расчеты показывают, что «фокусы» для всех ионов находятся приблизительно на одной прямой  $CF$ . Если вдоль этой прямой расположить фотографическую пластинку, то на ней получится ряд узких полосок (линий) 1, 2, 3, 4 и т. д. (рис. 106). Каждая из этих линий создана ионами определенной массы  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$  и т. д.\*

Таким образом, **масс-спектрограф разлагает ионный луч по массам ионов, подобно тому, как оптический спектрограф разлагает световой луч по длиnam световых волн** (отсюда название **масс-спектрограф**). Совокупность линий, полученных на фотопластинке (рис. 106), называется **масс-спектограммой**.

Зная параметры прибора и расстояния между линиями масс-спектрограммы, можно вычислить значения масс исследуемых ионов. Относительное количество ионов данной массы определяется по суммарному заряду ионов, образующих соответствующую этой массе линию масс-спектрограммы (заряд измеряется чувствительным гальванометром).

С помощью масс-спектрографа были впервые обнаружены изотопы химических элементов (см. § 70). Первые точные измерения массы изотопов и процентного содержания изотопов в их естественных смесях также были выполнены посредством масс-спектрографа.

Отметим, наконец, что масс-спектрографы были установлены на автоматических станциях «Венера-9» и «Венера-10» для уточнения химического состава атмосферы Венеры. ◉

### ▲ ЭЛЕКТРОННЫЙ МИКРОСКОП

С помощью электрического и магнитного полей можно придать траекториям заряженных частиц весьма разнообразные формы. Можно, в частности, создать поле такой конфигурации, что оно будет собирать (фокусировать) в одну точку параллельные электронные лучи или, наоборот, превращать параллельные лучи в расходящиеся. Электрические и магнитные поля, способные симметрично отклонять и фокусировать электронные лучи, называются **электронными линзами** (электростатическими, или магнитными, или электромагнитными — в зависимости от того, какое именно поле воздействует на эти лучи).

В оптическом микроскопе увеличенное изображение объекта получается, как известно, благодаря соответствующему ходу световых лучей, создаваемому системой стеклянных линз (см. § 47).

В электронном микроскопе создается соответствующий ход **электронных лучей** с помощью системы **электронных линз**\*\*.

Электронный микроскоп состоит из герметично закрывающейся трубы (в которой поддерживается разрежение порядка  $10^{-3}$  Па), электронной пушки, системы электронных линз и люминесцирующего экрана. Создаваемые пушкой электронные лучи проходят сквозь исследуемый объект (помещенный на коллоидиевой пленке толщиной около 0,01 мкм) и систему электронных линз и падают на экран. В результате на экране получается увеличенное изображение (тень) объекта. Так как более плотные места объекта задерживают электронные лучи сильнее, чем менее плотные, то на изображении выявляется струк-

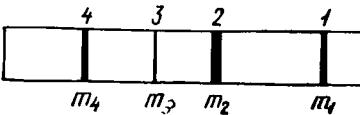


Рис. 106

\* На фотопластинке получаются линии, а не точки, потому что отверстие диафрагмы  $D$  имеет форму щели, а не круга.

\*\* В отличие от оптического микроскопа электронный микроскоп дает **действительное** увеличенное изображение предмета (на люминесцирующем экране).

тура объекта: темные области изображения соответствуют более плотным частям объекта.

Изображение в электронном микроскопе получается настолько четким, что его можно сфотографировать. На рис. 107 приведены электронные микрофотографии вирусов табачной мозаики (а), увеличенные в 150 000 $\times$ , и вирусов гриппа (б), увеличенные в 70 000 $\times$ .

В отличие от оптического микроскопа, у которого максимально возможное увеличение имеет порядок 10<sup>3</sup> раз, электронный микроскоп, может давать,

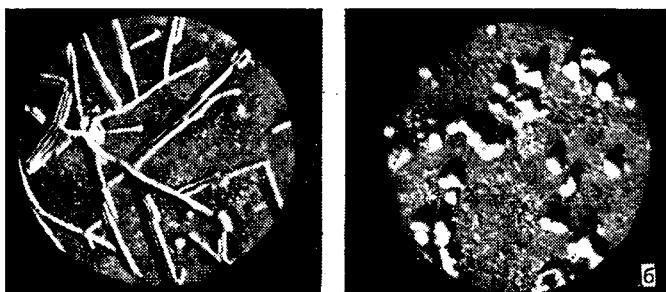


Рис. 107

вообще говоря, сколь угодно большое увеличение. Это связано с очень большой разрешающей способностью электронного микроскопа, т. е. с его способностью давать раздельное изображение очень мелких, близко расположенных друг от друга деталей объекта (см. § 54, 56). Современные электронные микроскопы обладают максимальным увеличением порядка 10<sup>6</sup> раз. ◎

### ▲ ЭЛЕКТРОННЫЙ МИКРОПРОЕКТОР

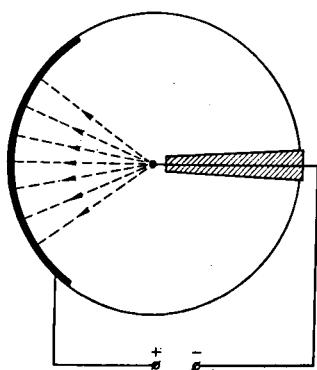


Рис. 108

Электронный микропроектор представляет собой безлинзовый электронно-оптический увеличитель, схематически изображенный на рис. 108. В центре сферического баллона радиусом  $R$  помещен катод — металлический шарик крайне малого радиуса  $r \approx 10^{-6}$  см. На внутренней поверхности баллона нанесен слой люминесцирующего вещества, служащий экраном для электронных лучей и одновременно анодом. В баллоне создано разжение порядка 10<sup>-6</sup> Па. Напряженность электрического поля вблизи катода составляет около 10<sup>7</sup> В/см. Столь сильное поле вызывает холодную эмиссию электронов с поверхности катода (см. § 18). Электроны летят радиально от катода к аноду (экрану). Под ударами этих электронов экран светится.

Если вблизи катода поместить исследуемый объект, то он будет задерживать часть электронных лучей, благодаря чему на экране получится увеличенное теневое изображение (проекция) этого объекта. Максимальное увеличение, равное отношению  $R/r$ , получится, очевидно, в том случае, когда объект нанесен непосредственно на поверхность катода.

Электронный проектор дает увеличение порядка 10<sup>8</sup> раз. С его помощью

удается получать изображения отдельных молекул, адсорбированных поверхностью катода проектора, причем на экране виден не только общий контур молекулы, но и ее структура (сгущения и разрежения электронных оболочек). ◎

### ▲ ЦИКЛОТРОН

◎ Циклотрон служит для ускорения движения заряженных частиц (электронов, протонов, дейтонов, альфа-частиц и т. д.) до очень больших скоростей,

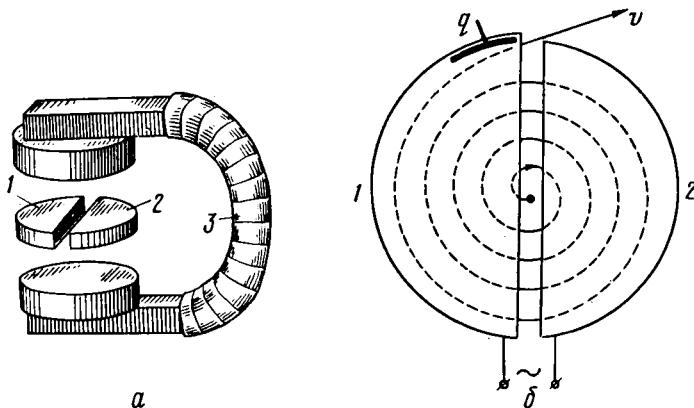


Рис. 109

ближких к скорости света. Такие частицы используются для исследования атомных ядер, для получения радиоактивных изотопов и т. п.

Принципиальная схема циклотрона изображена на рис. 109, а. Между полюсными наконечниками сильного электромагнита 3 помещена вакуумная ускорительная камера (не показана на рисунке), в которой находятся две полу-круглые металлические коробки 1 и 2, называемые *дуантами*\*. К дуантам приложено переменное напряжение периода  $T$ , создающее в промежутке между дуантами *переменное электрическое поле* того же периода. Магнитное поле электромагнита перпендикулярно электрическому полю дуантов.

Заряженную частицу вводят в центр промежутка между дуантами (рис. 109, б). Ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитным полями, частица входит в дуант 1 и описывает там полуокружность. К моменту выхода частицы из первого дуанта полярность напряжения на дуантах изменяется. Поэтому частица вновь ускоряется в электрическом поле и переходит в дуант 2, описывая в нем полуокружность, теперь уже большего радиуса (см. § 31). Так как, согласно формуле (36), период вращения частицы в магнитном поле не зависит от ее скорости, то частица будет ускоряться электрическим полем всякий раз, когда она входит в промежуток между дуантами. Для этого, конечно, необходимо, чтобы приложенное к дуантам напряжение имело период

$$T = 2\pi m / (e\mu_0 H),$$

\* Модель дуанта можно получить, разрезав консервную банку вдоль вертикальной оси и немного раздвинув образовавшиеся половины. Действительные размеры циклотрона весьма значительны: диаметр дуанта, равный диаметру полюсных наконечников магнита, достигает нескольких метров. Масса электромагнита составляет тысячи и даже десятки тысяч тонн.

где  $e$  — заряд частицы,  $m$  — ее масса,  $H$  — напряженность магнитного поля,  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

В результате частица будет двигаться по раскручивающейся спирали, достигнет периферии дуанта и вылетит из них (под влиянием отклоняющего заряда  $q$ ), имея огромную скорость и большую кинетическую энергию. Например, протон может быть разогнан в циклотроне до энергии 22 МэВ.

При очень больших скоростях масса частиц начинает заметно возрастать с увеличением скорости (см. ч. I, § 20). В связи с этим период вращения частицы (как видно из приведенной ранее формулы) тоже возрастает, делясь не равным периоду напряжения, приложенного к дуантам. В результате электрическое поле перестает ускорять частицу и даже начинает тормозить ее. Этот недостаток циклотрона можно устранить, если по мере роста скорости частицы синхронно увеличивать период напряжения, приложенного к дуантам. Ускоритель, в котором увеличивается период электрического напряжения, называется *синхроциклотроном* или *фазотроном*.

Наиболее мощным ускорителем заряженных частиц является *синхрофазotron*. В нем частицы разгоняются не по спирали, а по окружности постоянного радиуса. Для этого необходимо синхронно изменять напряженность магнитного поля и период электрического напряжения. В синхрофазотроне, построенным в г. Дубне, протоны разгоняются до энергии 10 МэВ. Диаметр кольцевого магнита этого синхрофазотрона равен 56 м.

Самым мощным из существующих сейчас в мире ускорителей элементарных частиц является ускоритель протонов, построенный под г. Серпуховом и пущенный в 1967 г. В нем протоны разгоняются до чудовищной энергии, достигающей 76 МэВ. ◎

### ▲ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР

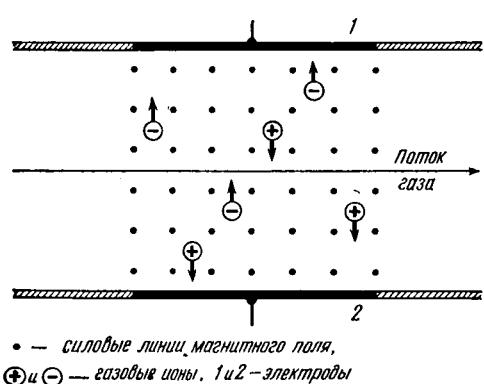


Рис. 110

сообщают им противоположные электрические заряды. Внешнюю цепь отводится электрический ток. МГД-генератор весьма перспективен, так как превращает тепло в электрическую энергию *непосредственно* — без механического преобразования (и, следовательно, не имеет движущихся деталей). Кроме того, благодаря очень высокой температуре рабочего вещества (газа) он обладает повышенным коэффициентом полезного действия.

Первый опытный МГД-генератор начал работать в СССР в апреле 1967 г. В 1976 г. вошла в строй самая мощная в мире МГД-установка У-25, разработанная институтом высоких температур АН СССР.

Сейчас в Рязани сооружается промышленная МГД-генераторная электростанция мощностью 500 МВт, которая должна войти в строй в 1985 г. ◎

◎ На движении заряженных частиц в магнитном поле основан разрабатываемый сейчас, в принципе весьма простой, способ получения электрической энергии — *магнитогидродинамический генератор* (МГД-генератор). Газ, предварительно нагретый до высокой температуры (порядка 2800К) и потому сильно ионизированный, продувают через канал поперек постоянного магнитного поля (рис. 110). Под действием лоренцевой силы положительные и отрицательные газовые ионы движутся в противоположные стороны (поперек газового потока) и, достигая электродов 1 и 2, изготовленных из хромида лантана, сообщают им противоположные электрические заряды. С этих электродов во внешнюю цепь отводится электрический ток. МГД-генератор весьма перспективен, так как превращает тепло в электрическую энергию *непосредственно* — без механического преобразования (и, следовательно, не имеет движущихся деталей). Кроме того, благодаря очень высокой температуре рабочего вещества (газа) он обладает повышенным коэффициентом полезного действия.

## Примеры решения задач

**Задача 13.** На рис. 111 изображено поперечное сечение прямолинейных параллельных бесконечно длинных проводников с током. Расстояния между проводниками  $|AB| = |BC| = 5$  см, силы токов  $I_1 = I_2$  и  $I_3 = 2I_1$ . Найти на прямой  $AC$  точку  $M$ , в которой напряженность магнитного поля токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  равна нулю.

**Решение.** Применение правила буравчика показывает, что искомая точка  $M$  может находиться только на участке  $AB$ , так как только на этом участке напряженности  $H_1$ ,  $H_2$  и  $H_3$  полей всех трех токов направлены не в одну сторону; в этой точке  $H_2 = H_1 + H_3$  (рис. 111).

Введем обозначения:  $|AM| = x$ ,  $|AB| = a$ ,  $I_1 = I$ . Тогда на основании формулы (13) можем написать

$$\frac{I}{2\pi(a-x)} = \frac{I}{2\pi x} + \frac{2I}{2\pi(2a-x)},$$

откуда после несложных алгебраических преобразований получим

$$x = 2a/3 \approx 3,33 \text{ см.}$$

**Задача 14.** Необходимо изготовить соленоид длиной  $l = 20$  см и диаметром  $D = 5$  см, создающий напряженность магнитного поля  $H = 1008$  А/м. Рассчитать: 1) число ампер-витков  $In$  этого соленоида, 2) разность потенциалов  $U$ , которую надо приложить к концам соленоида, если он изготовлен из медной проволоки диаметром  $d = 0,5$  мм. Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,71 \times 10^{-8}$  Ом·м.

**Решение.** 1. Согласно формуле (18),  $H = In/l$ , где  $n$  — число витков соленоида,  $I$  — сила тока в нем. Тогда  $In = Hl = 1008 \text{ A/m} \cdot 0,2 \text{ m} = 201,6 \text{ A} = 201,6$  ампер-витков (см. § 28).

2. По закону Ома,  $U = IR = I\rho L/S$ , где  $R$  — сопротивление провода,  $S = \pi d^2/4$  — площадь поперечного сечения провода,  $L = \pi Dn$  — длина провода. Поэтому

$$U = \frac{4\rho D (In)}{d^2} = \frac{4 \cdot 1,71 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 0,05 \text{ м} \cdot 201,6 \text{ A}}{25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2} = 2,76 \text{ В.}$$

**Задача 15.** Два длинных горизонтальных провода с током расположены параллельно друг другу на расстоянии  $r = 8$  мм один от другого, причем верхний провод закреплен жестко, а нижний свободно висит в воздухе. Какой силы  $I_1$  и какого направления ток должен для этого течь по верхнему проводу, если по нижнему идет ток силой  $I_2 = 1$  А? Вес 1 м длины нижнего провода  $p = 2,5 \cdot 10^{-3}$  Н/м.

**Решение.** Очевидно, что нижний провод будет свободно висеть только в случае, если его вес  $P$  компенсируется силой  $F$  притяжения со стороны верхнего провода, ток в котором должен иметь такое же направление, как и в нижнем проводе (см. § 30). Поэтому, обозначив длину провода через  $l$ , можно написать

$$F = P = pl$$

или, учитывая формулу (31),

$$\mu_0 I_1 I_2 l / (2\pi r) = pl,$$

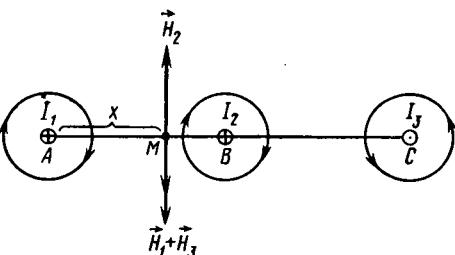


Рис. 111

где магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  м · кг · с<sup>-2</sup> · А<sup>-2</sup>, относительная магнитная проницаемость воздуха  $\mu = 1$ . Тогда

$$I_1 = \frac{2\pi r p}{\mu_0 \mu I_2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{кг}/(\text{с}^2 \cdot \text{А}^2) \cdot 1 \text{ А}} = 100 \text{ А.}$$

**Задача 16.** В однородном магнитном поле, индукция которого  $B = 0,5 \text{ Вб/м}^2$ , движется равномерно проводник длиной  $l = 10 \text{ см}$  (перпендикулярно полю). По проводнику течет ток силой  $I = 2 \text{ А}$ . Скорость движения проводника  $v = 0,2 \text{ м/с}$  и направлена перпендикулярно вектору индукции магнитного поля. Определить работу  $\Delta A$  перемещения проводника за время  $\Delta t = 10 \text{ с}$  и мощность  $N$ , расходуемую на это перемещение.

**Решение.** Воспользуемся рис. 98 (см. § 30), поскольку он подходит к условиям данной задачи. Согласно формулам (30) и (27),

$$\Delta A = I \cdot \Delta \Phi = IB \cdot \Delta S = IBl \cdot \Delta x,$$

где  $\Delta S$  — площадь, описываемая движущимся проводником;  $\Delta \Phi$  — поток магнитной индукции сквозь эту площадь;  $\Delta x = v\Delta t$  — перемещение проводника за время  $\Delta t$ . Тогда

$$\begin{aligned} \Delta A &= IBlv \cdot \Delta t = 2 \text{ А} \cdot 0,5 \text{ Вб/м}^2 \cdot 0,1 \text{ м} \cdot 0,2 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = \\ &= 0,2 \text{ А} \cdot \text{Вб} = 0,2 \text{ А} \cdot \text{В} \cdot \text{с} = 0,2 \text{ Дж}, \end{aligned}$$

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{0,2 \text{ Дж}}{10 \text{ с}} = 0,02 \text{ Вт.}$$

**Задача 17.** Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U = 6 \text{ кВ}$ , влетает в однородное магнитное поле под углом  $\alpha = 30^\circ$  и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля  $B = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ Вб/м}^2$ . Найти радиус  $r$  витка и шаг  $d$  винтовой линии.

**Решение.** Прибегая к помощи рис. 101, а (см. § 31), соответствующего условиям этой задачи, и пользуясь формулой (35), можем написать

$$r = mv \sin \alpha / (eB),$$

где  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$  — масса электрона;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  — его заряд;  $v$  — скорость электрона;  $v \sin \alpha$  — проекция скорости движения электрона на направление, перпендикулярное магнитному полю.

Скорость  $v$  электрон приобретает в электрическом поле (с разностью потенциалов  $U$ ). Поэтому кинетическая энергия электрона должна быть равной работе перемещения электрона в электрическом поле, т. е.

$$mv^2/2 = eU,$$

откуда

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 6 \cdot 10^3 \text{ В}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} = \\ &= 4,6 \cdot 10^7 \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = 4,6 \cdot 10^7 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} r &= \frac{mv \sin \alpha}{eB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 4,6 \cdot 10^7 \text{ м/с} \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ Вб/м}^2} = \\ &= 10^{-2} \cdot \frac{\text{Кг} \cdot \text{м}^3}{\text{Кл} \cdot \text{В} \cdot \text{с}^2} = 10^{-2} \cdot \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{Дж}} = 10^{-2} \text{ м} = 1 \text{ см}. \end{aligned}$$

Шагом винтовой линии называется расстояние между двумя соседними ее витками. Поэтому (см. § 31)

$$d = T v \cos \alpha,$$

где  $T$  — период обращения электрона,  $v \cos \alpha$  — скорость движения электрона вдоль поля. Очевидно, что  $T = 2\pi r / (v \sin \alpha)$ . Тогда

$$d = 2\pi r \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 2 \sqrt{3} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 0,109 \text{ м} = 10,9 \text{ см.}$$

### Контрольные вопросы

88. Что называется магнитным полем? 89. Что подтвердил Эрстед своим опытом в 1820 г.? 90. Какую форму и ориентацию имеют линии магнитной индукции поля, создаваемого током в прямолинейном проводе? 91. Какой магнитный по-

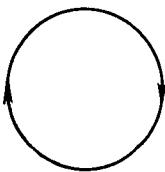


Рис. 112

люс Земли расположен вблизи северного географического полюса? 92. Имеются два стальных бруса, из которых только один намагничен. Как узнать, какой именно бруск намагничен, не пользуясь ничем, кроме этих брусков? 93. Что является первичным источником магнитных полей? 94. Как будет вести себя стрелка компаса, помещенного на магнитном полюсе Земли? 95. Каким полюсом обращено к вам магнитное поле кругового тока, изображенного на рис. 112? 96. Пользуясь законом Ампера, определите разность магнитной постоянной. 97. Какую единицу имеет напряженность магнитного поля? Дайте определение этой единицы. 98. Чему равен и как направлен магнитный момент кругового тока? 99. С какой силой взаимодействуют посредством своих магнитных полей два параллельных тороида радиусами 80 см, расположенные на расстоянии 40 см друг от друга, если сила тока в тороидах  $1,6 \text{ A}$ ? 100. Из каких ма-

гнитных моментов слагается магнитный момент атома? 101. Чему равен магнитный момент атома диамагнетика (при отсутствии внешнего магнитного поля)? 102. Что характеризует относительная магнитная проницаемость среды? Дайте определение этой величины. 103. Каким соотношением связаны между собой индукция  $B$  и напряженность  $H$  магнитного поля? 104. Что называется точкой Юри? 105. Единицей какой физической величины является тесла? Дайте определение этой единицы. 106. Сформулируйте определение единицы силы тока — ампера. 107. В каком случае магнитное поле не отклоняет движущуюся в нем заряженную частицу. 108. При пропускании тока по проволочной спирали ее витки притягиваются друг к другу и спираль укорачивается. Объясните это явление. 109. Электрон движется в магнитном поле по окружности. Как зависит период вращения электрона от его скорости? 110. Как взаимодействуют два прямолинейных параллельных проводника с токами, идущими в противоположных направлениях? 111. Чему равна работа лоренцевой силы при перемещении протона в магнитном поле? Объясните ответ. 112. Можно ли ускорять в циклотроне нейтроны? 113. В области полета электрона создали сильное и обширное магнитное поле тороидальной конфигурации. Как теперь будет двигаться электрон? 114. Дайте физическое объяснение явлению полярного сияния. 115. Для чего служит масс-спектрометр? 116. Что называется электронными линзами? 117. Какие по виду, характеристику и ориентации поля используются в циклотроне?

**§ 33. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея.  
Правило Ленца.  
Токи Фуко**

В § 30 было установлено, что помещенный в однородное магнитное поле замкнутый проводящий контур  $abcd$  с током (см. рис. 98) подвергается деформации: участок  $bc = l$  приходит в движение, и площадь, ограниченная контуром, изменяется. Естественно предположить, что может существовать и обратное явление: возникновение тока в контуре, деформирующемся в магнитном поле. Такое явление было экспериментально обнаружено в 1831 г. М. Фарадеем. Более того, он обнаружил, что электрический ток возбуждается не только при деформации контура, но и в случаях, когда жесткий контур поворачивается в магнитном поле или движется поступательно в *неоднородном* магнитном поле, а также в случаях, когда неподвижный контур находится в изменяющемся со временем (*нестационарном*) магнитном поле (при этом изменение поля может осуществляться любым способом).

Ток, возбуждаемый магнитным полем в замкнутом контуре, называется *индукционным*, а само явление возбуждения тока посредством магнитного поля — *электромагнитной индукцией*. Электродвижущая сила, обуславливающая индукционный ток, называется *электродвигущей силой индукции*.

Рассмотрим несколько опытов, с помощью которых Фарадей изучал явление электромагнитной индукции (рис. 113).

1. К замкнутому контуру (плоскость которого перпендикулярна плоскости рисунка) приближается северный полюс магнита (рис. 113, а)\*. При этом в контуре индуцируется ток  $I_1$ , вызывающий отклонение стрелки гальванометра  $G$ . Магнитные поля магнита и индукционного тока изображены линиями индукции  $B$  и  $B_1$ . Если движение магнита прекращается, то индукционный ток исчезает.

2. Северный полюс магнита удаляется от контура (рис. 113, б). Тогда в контуре индуцируется ток, противоположный тому, индуцированному в предыдущем случае.

3. К контуру приближается южный полюс магнита (рис. 113, в). В этом случае индуцированный ток имеет такое же направление, как в случае удаления северного полюса магнита.

4. Южный полюс магнита удаляется от контура (рис. 113, г). Тогда индуцированный ток направлен так же, как в случае приближения северного полюса магнита.

5. В контуре включается ток  $I$  (ключом  $K$ ) или же в этом контуре увеличивается сила (реостатом  $R$ ) имеющегося уже тока (рис. 113, д).

\* В опытах Фарадея контуром служил соленоид, а не один виток проводника.

Тогда в соседнем контуре индуцируется ток  $I_t$ , направленный противоположно току  $I$ . Если изменение силы тока  $I$  прекращается, то индукционный ток исчезает.

6. В контуре выключается или же уменьшается сила тока  $I$  (рис. 113, e). Тогда в соседнем контуре индуцируется ток  $I_t$ , направленный одинаково с током  $I$ .

Характерная особенность рассмотренных случаев состоит в том, что в каждом из них имеет место *изменение потока магнитной индукции*

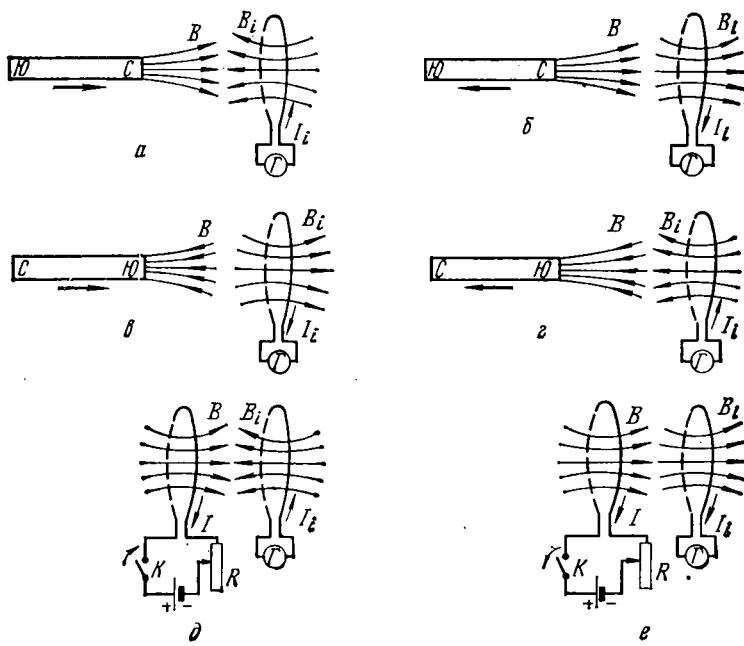


Рис. 113

ции сквозь площадь, ограниченную контуром. Действительно, в случаях  $a$ ,  $b$ ,  $\delta$  этот поток *увеличивается* со временем, а в случаях  $\delta$ ,  $g$ ,  $e$  — *уменьшается* со временем.

Обобщая результаты своих многочисленных опытов по электромагнитной индукции, Фарадей пришел к следующим выводам.

*В замкнутом контуре индуцируется ток во всех случаях, когда происходит изменение потока магнитной индукции сквозь площадь, ограниченную контуром.*

*Электродвигущая сила индукции пропорциональна скорости изменения потока магнитной индукции [закон Фарадея]:*

$$\mathcal{E}_i \sim \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

где  $\Phi$  — поток магнитной индукции,  $t$  — время.

В 1833 г. Э. Х. Ленц установил общее правило для определения направления индукционного тока.

*Индукционный ток имеет такое направление, что его собственное магнитное поле компенсирует изменение потока магнитной индукции, вызывающее этот ток [правило Ленца].*

Иными словами, индукционный ток направлен так, что его собственное магнитное поле препятствует изменению потока магнитной индукции, вызвавшему этот ток. Нетрудно убедиться, что во всех рассмотренных случаях (рис. 113) направление индукционного тока соответствует правилу Ленца. Например, при увеличении силы тока в первом контуре (рис. 113, *д*) увеличивается поток магнитной индукции сквозь второй контур. Для компенсации этого увеличения собственное магнитное поле  $B_i$  тока  $I_i$ , индуцированного во втором контуре, должно быть направлено противоположно вектору индукции  $\mathbf{B}$  поля первого контура. Отсюда следует, что индукционный ток  $I_i$  противоположен току  $I$ . При удалении северного полюса магнита (рис. 113, *б*) поток магнитной индукции сквозь контур уменьшается. Для компенсации этого уменьшения вектор индукции  $\mathbf{B}_i$  собственного поля индукционного тока должен быть направлен так же, как  $\mathbf{B}$ . Тогда, согласно правилу буравчика, индукционный ток будет направлен по часовой стрелке (если смотреть в направлении поля).

В любом случае электромагнитной индукции имеет место превращение энергии из одних видов в другие. Например, при перемещении магнита относительно контура (рис. 113, *а*, *в*) механическая энергия движения магнита превращается посредством магнитного поля в электрическую энергию индукционного тока и, конечно, в теплоту, выделяемую этим током на сопротивлении контура.<sup>4</sup> Так как при любых энергетических превращениях соблюдается закон сохранения энергии, то электродвижущую силу индукции можно определить исходя из этого закона. Для этого вернемся к рис. 98 и посмотрим, какие энергетические превращения происходят в контуре *abcd*, содержащем источник тока с электродвижущей силой  $\mathcal{E}_o$ . В § 30 мы уже выяснили, что подвижный участок *l* этого контура будет перемещаться (вправо). Пусть перемещение участка *l* на расстояние  $dx$  происходит за время  $dt$ . Согласно формуле (30), совершаемая при этом работа равна

$$dA' = I \cdot d\Phi,$$

где  $I$  — сила тока в контуре;  $d\Phi$  — изменение потока магнитной индукции сквозь площадь, обтекаемую током (или, что то же, сквозь площадь, ограниченную контуром).

Одновременно с перемещением участка *l*, т. е. одновременно с деформацией контура, происходит, согласно закону Джоуля — Ленца, нагревание всего контура. Работа нагревания контура равна

$$dA'' = I^2 R \cdot dt,$$

где  $R$  — полное сопротивление контура.

Деформация и нагревание контура производятся в конечном счете источником тока, включенным в контур. Так как работа источника

тока за время  $dt$  равна  $dA = \mathcal{E}_0 I dt$ , то в соответствии с законом сохранения энергии

$$dA = dA' + dA'', \text{ или } \mathcal{E}_0 I \cdot dt = I \cdot d\Phi + I^2 R \cdot dt,$$

откуда

$$I = \frac{\mathcal{E}_0 - d\Phi/dt}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 + (-d\Phi/dt)}{R}.$$

Последнее выражение можно рассматривать как закон Ома для контура, в котором помимо электродвижущей силы  $\mathcal{E}_0$  источника тока имеется добавочная э. д. с., равная  $-d\Phi/dt$  и возникающая в связи с изменением потока магнитной индукции сквозь площадь, ограниченную контуром. Эта э. д. с. представляет собой **электродвижущую силу индукции**

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Таким образом, в соответствии с выводом Фарадея (1) электродвижущая сила индукции оказывается пропорциональной скорости изменения потока магнитной индукции. Выражение (2), называемое **законом Фарадея**, является *универсальным*: оно справедливо для всех возможных случаев электромагнитной индукции. Знак минус показывает, что э. д. с. индукции  $\mathcal{E}_i$  направлена так, что вектор индукции магнитного поля индукционного тока *препятствует* изменению потока магнитной индукции  $d\Phi$ : если поток *увеличивается* ( $d\Phi > 0$ ), то  $\mathcal{E}_i < 0$  и поле индукционного тока направлено навстречу потоку; если же поток *уменьшается* ( $d\Phi < 0$ ), то  $\mathcal{E}_i > 0$  и направления потока и поля индукционного тока *совпадают*. Короче говоря, знак минус в формуле (2) есть математическое выражение правила Ленца.

Исходя из формулы (2) можно дать другое определение единице потока магнитной индукции — *веберу*:

*если поток магнитной индукции сквозь площадь, ограниченную контуром, изменяется на 1 Вб за 1 с, то в контуре индуцируется э. д. с., равная 1 В.*

Следовательно,  $1 \text{ В} = 1 \text{ Вб/с}$ , откуда

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с.}$$

Остановимся теперь на вопросе о природе электродвижущей силы индукции. В случаях движения контура в магнитном поле э. д. с. индукции обусловлена действием лоренцевой силы на заряды, находящиеся в контуре. В самом деле, пусть, например, участок металлического контура (рис. 114, а) движется со скоростью  $v$ , пересекая магнитное поле (линии индукции которого, изображенные точками, перпендикулярны плоскости рисунка). Вместе с этим участком движутся находящиеся в нем электроны. Поэтому на каждый электрон  $e$  будет действовать лоренцева сила  $F$ , направленная вверх (учитывая, что электрон заряжен отрицательно). В результате на участке  $l$  произойдет *разделение зарядов*: свободные электроны переместятся кверху и

между концами участка возникнет разность потенциалов, равная электродвижущей силе индукции.

Выражение этой э. д. с. получим из закона Фарадея, учитывая также формулу (27) (см. § 29):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dS}{dt},$$

где  $d\Phi$  — магнитный поток сквозь площадь  $dS$ , описываемую участком  $l$  при перемещении  $dx$  за время  $dt$ ,  $B$  — индукция магнитного

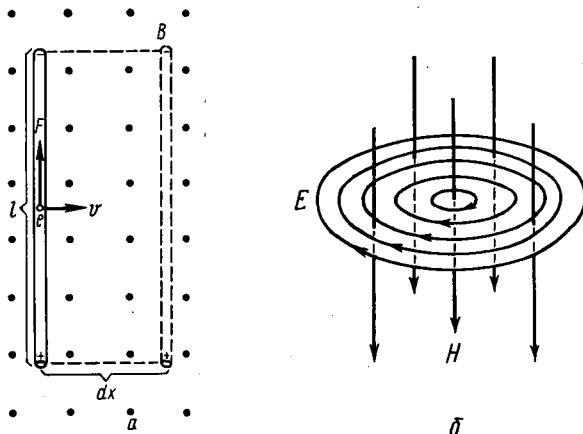


Рис. 114

поля (рис. 114, а). Но  $dS = ldx$ , поэтому  $\mathcal{E}_i = -Blv/dt$ , или

$$\mathcal{E}_i = -Blv. \quad (2')$$

В случае неподвижного контура, находящегося в *переменном* (нестационарном) магнитном поле, возникновение э. д. с. индукции нельзя объяснить лоренцевой силой, так как она не действует на неподвижные заряды. Для объяснения природы электродвижущей силы индукции в этих случаях необходимо предположить, как это сделал Максвелл (см. § 35), что

*переменное магнитное поле Н создает в пространстве переменное электрическое поле Е и линии напряженности магнитного поля концентрически охвачены линиями напряженности электрического поля* (рис. 114, б).

Такое электрическое поле — с замкнутыми силовыми линиями — называется *вихревым*\*. Силы вихревого электрического поля произво-

\* Напомним, что рассматривавшиеся нами ранее электрические (электростатические) поля, создаваемые неподвижными постоянными электрическими зарядами, являлись невихревыми (потенциальными). Силовые линии этих полей были незамкнутыми: они начинались на положительных и оканчивались на отрицательных зарядах.

дят разделение зарядов в проводящем контуре, создавая в нем переменную разность потенциалов, равную *электродвижущей силе индукции*.

Индукционные токи возникают не только в линейных (проводочных) контурах, но и в массивных сплошных проводниках, пронизываемых изменяющимся магнитным полем. Такие токи называются *токами Фуко* по имени французского физика Ж. Б. Л. Фуко, впервые обнаружившего их.

Токи Фуко являются *вихревыми*: они замыкаются в толще самого проводника, проходя в плоскостях, перпендикулярных потоку магнитной индукции. Так как электрическое сопротивление массивного проводника невелико, то токи Фуко могут достигать большой величины, вызывая значительное нагревание проводника. В связи с этим токи Фуко используются для плавки металлов в специальных электропечах.

Для уменьшения потерь электроэнергии на токи Фуко сердечники электромагнитов, трансформаторов, электрогенераторов и электродвигателей собирают из отдельных электрически изолированных пластин или стержней; в последние годы вместо сборных железных сердечников широко применяют сплошные сердечники из феррита (см. § 29).

### § 34. Взаимная индуктивность и индуктивность

Взаимная индукция и самоиндукция являются частными случаями электромагнитной индукции.

*Взаимной индукцией называется возбуждение тока в контуре при изменении тока в другом (соседнем) контуре.*

Предположим, что в контуре 1 идет ток силой  $I_1$  (рис. 115). В магнитном поле этого тока находится соседний контур 2. Магнитный поток  $\Phi_2$ , связанный с контуром 2, пропорционален магнитному потоку, связанному с контуром 1\*. В свою очередь магнитный поток, связанный с контуром 1, пропорционален силе тока  $I_1$  в этом контуре; поэтому можно написать

$$\Phi_2 = MI_1, \quad (3)$$

где коэффициент пропорциональности  $M$  называется *взаимной индуктивностью* обоих контуров. Само собой разумеется, что если бы ток проходил по второму контуру, то магнитный поток  $\Phi_1$ , связанный с первым контуром, зависел бы от силы тока  $I_2$  во втором контуре и выражался соотношением, аналогичным (3), т. е.  $\Phi_1 = MI_2$ .

Предположим теперь, что за время  $dt$  сила тока в контуре 1 изме-

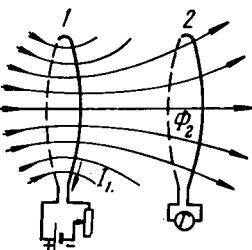


Рис. 115

\* Здесь и далее мы будем для краткости говорить «магнитный поток, связанный с контуром» вместо «поток магнитной индукции сквозь площадь, ограниченную контуром».

няется на  $dI_1$ . Тогда, согласно формуле (3), магнитный поток, связанный с контуром 2, изменится на

$$d\Phi_2 = M \cdot dI_1,$$

в результате чего в этом контуре появится э. д. с. взаимной индукции, равная (по закону Фарадея)

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{d\Phi_2}{dt} = - M \frac{dI_1}{dt}. \quad (4)$$

Формула (4) показывает, что

*электродвижущая сила взаимной индукции, возникающая в контуре, пропорциональна скорости изменения тока в соседнем контуре и зависит от взаимной индуктивности этих контуров.*

Для определения взаимной индуктивности и ее единиц перепишем формулу (3) в виде

$$M = \frac{\Phi_2}{I_1}. \quad (5)$$

Очевидно, что

*взаимная индуктивность двух контуров равна отношению магнитного потока, связанного с одним из контуров, к силе тока, идущего по другому контуру.*

Единицей взаимной индуктивности является *генри* ( $\Gamma_n$ ):

$$\Gamma_n = \text{Вб/А.}$$

Размерность взаимной индуктивности равна

$$[M] = [\Phi]/[I] = \text{Вб/А} = \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}.$$

В § 25 было сказано, что размерность магнитной постоянной  $\mu_0$ , равная  $\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$ , совпадает с отношением размерности генри на метр и потому единица  $\mu_0$  называется *генри на метр*. Теперь можно убедиться в справедливости этого утверждения:

$$\frac{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}}{\text{м}} = \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}.$$

Взаимная индуктивность зависит от формы, размеров, взаимного расположения контуров и *магнитной проницаемости среды*, но не зависит от силы тока в контуре\*\*.

Получим выражение взаимной индуктивности двух однослойных проволочных катушек, намотанных на общий железный сердечник (рис. 116). Пусть катушка 2, имеющая  $n_2$  витков, плотно намотана поверх катушки 1, имеющей  $n_1$  витков (обмотка второй катушки изображена прерывистой линией). Катушки имеют общую длину  $l$  и почти одинаковую площадь поперечного сечения  $S$ ; магнитная проницае-

\* По имени американского физика Д. Генри.

\*\* В ферромагнитной среде  $M$  зависит от силы тока, так как в этом случае магнитная проницаемость зависит от напряженности магнитного поля, а следовательно, и от силы тока в контуре (см. § 29).

мость среды равна  $\mu$ . Ток  $I_1$ , идущий в первой катушке, создает магнитное поле, которое пронизывает как первую, так и вторую катушку. Поэтому *каждый* виток второй катушки связан с магнитным потоком

$$\Phi' = \mu_0 \mu H_1 S,$$

а вся вторая катушка связана с магнитным потоком

$$\Phi_2 = \Phi' n_2 = \mu_0 \mu H_1 S n_2,$$

где  $H_1 = n_1 I_1 / l$  — напряженность магнитного поля, создаваемого первой катушкой (соленоидом). Тогда

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 \mu n_1 n_2 S}{l},$$

откуда, согласно формуле (5),

$$M = \frac{\mu_0 \mu n_1 n_2 S}{l}. \quad (6)$$

Этой же формулой можно пользоваться для приближенного вычисления взаимной индуктивности двух многослойных катушек, если толщина слоев мала по сравнению с диаметром катушек.

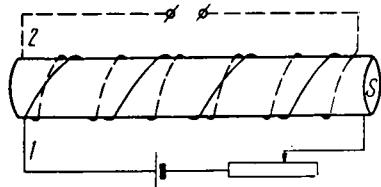


Рис. 116

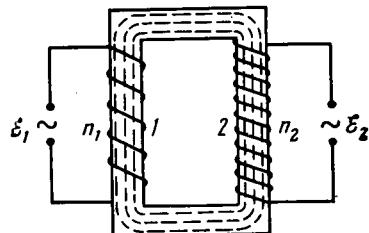


Рис. 117

Если за время  $dt$  сила тока в первой катушке изменяется на  $dI_1$ , то, как следует из формул (4) и (6), во второй катушке возникает электродвижущая сила взаимной индукции

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{\mu_0 \mu n_1 n_2 S}{l} \frac{dI_1}{dt}. \quad (7)$$

◎ Рассмотренный случай взаимной индукции двух катушек практически весьма важен. На нем, например, основано действие *индукционной катушки* (бобины), используемой для зажигания горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания, а также действие трансформатора, широко применяемого в электрорадиотехнике для измерения силы и напряжения переменного тока. ◎

Трансформатор был изобретен в 1876 г. П. Н. Яблочковым. Принципиальная схема трансформатора показана на рис. 117. Первичная 1 и вторичная 2 катушки (обмотки), имеющие соответственно  $n_1$  и  $n_2$  витков, надеты на замкнутый железный сердечник. Магнитное поле

сердечника изображено линиями магнитной индукции (замкнутые прерывистые линии).

Если по какой-либо причине магнитный поток в сердечнике изменяется на  $d\Phi$  за время  $dt$ , то в соответствии с законом Фарадея в обмотках индуцируются электродвижущие силы:

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi}{dt} n_1 \text{ и } \mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi}{dt} n_2.$$

Предположим теперь, что указанное изменение магнитного потока было вызвано подключением к первичной обмотке внешней переменной э. д. с., равной  $\mathcal{E}_1$ . Тогда во вторичной обмотке появится э. д. с. взаимной индукции, равная  $\mathcal{E}_2$ . Отношение этих э. д. с. равно

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{n_2}{n_1} = k. \quad (8)$$

Величина  $k$ , называемая *коэффициентом трансформации*, показывает, во сколько раз э. д. с. во вторичной обмотке больше (или меньше) э. д. с. в первичной обмотке.

Согласно закону сохранения энергии, мощности тока в обеих обмотках должны быть одинаковыми. Поэтому можно написать

$$\mathcal{E}_1 I_1 = \mathcal{E}_2 I_2, \quad (9)$$

или, учитывая формулу (8),

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} = k, \quad (10)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — переменные токи соответственно в первичной и вторичной обмотках. Следовательно, силы токов в обмотках обратно пропорциональны числам витков этих обмоток.

Таким образом, применяя трансформатор с соответствующим коэффициентом трансформации, можно в любом наперед заданном отношении повышать или понижать переменную электродвижущую силу и соответственно понижать или повышать силу тока. Повышающий трансформатор ( $k > 1$ ) применяется, например, при передаче электроэнергии на большое расстояние (для снижения потерь на джоулеву теплоту в линии передачи, пропорциональных квадрату силы тока). Понижающий трансформатор ( $k < 1$ ) используется, например, при электросварке (поскольку для нее требуется ток большой силы при низком напряжении).

Отметим, что при выводе формулы (10) не учитывались потери энергии в самом трансформаторе, хотя в действительности они, конечно, имеют место (нагревание обмотки, токи Фуко в сердечнике, утечка магнитного потока, перемагничивание сердечника). Однако эти потери весьма незначительны: коэффициент полезного действия современных трансформаторов достигает 98%. Поэтому формула (10) вполне пригодна для практических расчетов.

Контур, в котором изменяется сила тока, индуцирует ток не только в других, соседних, контурах, но и в себе самом: это явление называется *самоиндукцией*.

*Магнитный поток, связанный с контуром, пропорционален силе тока в контуре:*

$$\Phi = LI, \quad (11)$$

где множитель  $L$  называется *индуктивностью контура*.

Предположим теперь, что за время  $dt$  сила тока в контуре изменяется на  $dI$ . Тогда, согласно формуле (11), магнитный поток, связанный с контуром, изменится на

$$d\Phi = L \cdot dI,$$

в результате чего в этом контуре появится *электродвижущая сила самоиндукции*

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (12)$$

пропорциональная скорости изменения силы тока и зависящая от индуктивности контура. Знак минус показывает, что э. д. с. самоиндукции (а следовательно, и ток самоиндукции) всегда препятствует изменению силы основного (внешнего) тока. Если сила основного тока увеличивается ( $dI/dt > 0$ ), то  $\mathcal{E} < 0$  и ток самоиндукции направлен навстречу основному току. Если же сила основного тока уменьшается ( $dI/dt < 0$ ), то  $\mathcal{E} > 0$  и ток самоиндукции направлен одинаково с основным током.

Наглядным примером явления самоиндукции служат *экстратоки замыкания и размыкания*, возникающие при включении и выключении тока в контуре, обладающем значительной индуктивностью. При включении тока возникает *экстраток замыкания*, направленный противоположно включенному току и потому задерживающий нарастание силы этого тока; если в контуре имеется электрическая лампочка, то она разгорается не сразу, а с заметным запаздыванием (тем большим, чем больше индуктивность контура). В момент выключения тока возникает *экстраток размыкания*, направленный одинаково с выключающим током и потому увеличивающий силу этого тока (задерживающий его спадение). Вследствие этого на размыкаемом участке цепи (ключе, рубильнике и т. п.) образуется искра.

При быстром выключении тока в цепи, содержащей электромагнит с большой индуктивностью, сила экстратока размыкания может оказаться столь большой, что вызывает перегрев обмотки и даже обгорание ее изоляции. Поэтому выключение электромагнитов производят *постепенно*, уменьшая силу основного тока с помощью реостата.

Из формулы (11) следует, что

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

*Индуктивность контура равна связанныму с ним магнитному потоку, если в контуре идет ток, равный единице.*

Очевидно, что индуктивность  $L$  выражается в тех же единицах, что и взаимная индуктивность  $M$ . Индуктивность зависит от формы, размеров контура и магнитной проницаемости среды.

Получим выражение индуктивности соленоида с железным сердечником (электромагнита). Для этого достаточно положить в формуле

(6)  $n_1 = n_2 = n$ , так как в данном случае соленоид играет роль и первичной и вторичной катушек. Тогда

$$L = \frac{\mu_0 n^2 S}{l}, \quad (13)$$

где  $n$  — число витков соленоида,  $l$  — длина соленоида,  $S$  — площадь его поперечного сечения. По этой же формуле можно рассчитывать и индуктивность тороида (кругового соленоида).

### § 35. Энергия магнитного поля.

#### Понятие об электромагнитной теории Максвелла

Как мы уже знаем, магнитное поле неразрывно связано с током: оно появляется, изменяется и исчезает вместе с появлением, изменением и исчезновением тока. Следовательно, часть энергии тока всегда идет на создание магнитного поля. Поэтому

*магнитное поле должно обладать энергией, равной работе, затрачиваемой током на создание этого поля, или, что то же, на создание потока магнитной индукции, связанного с током.*

Именно наличием энергии у магнитного поля объясняется физическая сущность явления электромагнитной индукции, в частности самоиндукции. Сила тока, включенного в контур, не сразу достигает своего максимального значения (определенного законом Ома), а нарастает в течение некоторого (небольшого) промежутка времени, потому что часть энергии тока расходуется в это время на создание магнитного поля. Это «затормаживание» включаемого тока равносильно возникновению в контуре противотока самоиндукции. Достигнув максимального значения, ток становится постоянным. При этом становится постоянным и его магнитное поле. При выключении тока его магнитное поле исчезает. Однако, согласно закону сохранения энергии, энергия магнитного поля не может исчезнуть. Она переходит в энергию тока самоиндукции, усиливающего силу выключаемого тока.

Таким образом,

*явление электромагнитной индукции основано на взаимных превращениях энергий электрического тока и магнитного поля.*

Исходя из этих представлений, получим выражение энергии магнитного поля.

Пусть в некотором контуре с индуктивностью  $L$  включается ток; возрастая от нуля до максимального значения, равного  $I$ , он создает магнитный поток

$$\Phi = LI.$$

Изменение силы тока на малую величину  $dI$  сопровождается изменением магнитного потока на малую величину

$$d\Phi = L \cdot dI. \quad (14)$$

В § 30 было показано, что для изменения магнитного потока на  $d\Phi$  ток должен совершить работу

$$dA = I \cdot d\Phi,$$

или, учитывая формулу (14),

$$dA = LI \cdot dI.$$

Тогда работа по созданию магнитного потока  $\Phi$  равна

$$A = \int_0^I LI \cdot dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = LI^2/2. \quad (15)$$

Пользуясь формулой (15), рассчитаем энергию магнитного поля тороида. Так как напряженность этого поля

$$H = nI/l,$$

то сила тока в тороиде равна

$$I = Hl/n, \quad (16)$$

где  $n$  — число витков тороида,  $l$  — его длина. Подставим в формулу (15) выражение для  $I$  и  $L$  [см. (16) и (13)]. Тогда

$$W = \mu_0 \mu H^2 Sl/2,$$

или, учитывая, что  $Sl = \Omega$  — объем тороида,

$$W = \mu_0 \mu H^2 \Omega / 2. \quad (17)$$

Все магнитное поле тороида сосредоточено внутри него. Поэтому объем тороида является вместе с тем и объемом, занимаемым магнитным полем. Таким образом,

энергия магнитного поля пропорциональна квадрату его напряженности и объему охваченного им пространства.

Плотностью энергии магнитного поля называется отношение энергии магнитного поля к занимаемому им объему:

$$w_m = \mu_0 \mu H^2 / 2. \quad (18)$$

Отметим, что формула (18), выведенная для однородного поля (тороида), остается справедливой для любого магнитного поля.

В § 10 было получено выражение плотности энергии электрического поля

$$w_e = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2,$$

аналогичное по форме выражению (18) плотности энергии магнитного поля.

Если в пространстве имеются и электрическое и магнитное поля, то плотность энергии электромагнитного поля равна

$$w_{em} = w_e + w_m = (\epsilon_0 \epsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2) / 2, \quad (19)$$

где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные,  $\epsilon$  и  $\mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

В 60-х годах прошедшего столетия *Д. К. Максвелл* разработал теорию единого электромагнитного поля, согласно которой переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, а переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле. Эти

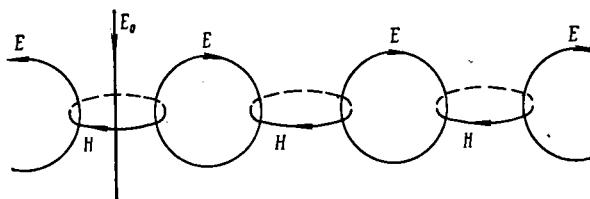


Рис. 118

вторичные переменные поля имеют вихревой характер: силовые линии порождающего поля концентрически охвачены силовыми линиями порождаемого поля. В результате образуется система «переплетенных» между собой электрических и магнитных полей. Некоторое представление о характере переменного электромагнитного поля может дать рис. 118, являющийся как бы мгновенным снимком этого поля. Прямая линия  $E_0$  изображает одну из силовых линий первичного переменного электрического поля, горизонтальные окружности  $H$  изображают силовые линии вторичных переменных магнитных полей, а вертикальные окружности  $E$  — силовые линии вторичных переменных электрических полей. Постоянные электрические и магнитные поля являются лишь частными случаями единого электромагнитного поля.

Будучи первоначально связаны с зарядами и токами, переменные электрические и магнитные поля могут затем существовать независимо от зарядов и токов (отделяться от них) и, порождая друг друга, перемещаться в пространстве со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}, \quad (20)$$

или, если подставить числовые значения и единицы  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$ ,

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\epsilon \mu}}. \quad (20')$$

Такими переменными электромагнитными полями, отделившимися от породивших их токов, являются радиоволны, свет, рентгеновское излучение и гамма-излучение (фотоны).

Согласно формуле (20'), в вакууме ( $\epsilon = \mu = 1$ ) электромагнитные поля распространяются со скоростью  $3 \cdot 10^8$  м/с = 300 000 км/с, что, как известно, соответствует скорости света, определенной экспериментально.

Совпадение размерного коэффициента ( $3 \cdot 10^8$  м/с) в формуле электромагнитной теории Максвелла (20') со скоростью распространения света в вакууме не является случайным. Оно указывает на существование глубокой связи между электромагнитными и оптическими явлениями: как будет выяснено в последнем разделе курса, свет представляет собой распространение **электромагнитных волн**.

Перемещаясь в пространстве, электромагнитное поле переносит присущую ему электромагнитную энергию. Плотность потока **электромагнитной энергии**, т. е. энергия, переносимая за единицу времени сквозь единицу площади, перпендикулярной направлению переноса (см. ч. I, § 33), выражается соотношением

$$k = \omega_{\text{эм}} v, \quad (21)$$

где  $\omega_{\text{эм}}$  и  $v$  определяются по формулам (19) и (20).

Поток электромагнитной энергии оказывает давление  $p$  на преграду, находящуюся на его пути; это давление пропорционально плотности потока:

$$p = (1 + \chi) \omega_{\text{эм}}, \quad (22)$$

где  $\chi$  — коэффициент отражения. Если преграда полностью отражает поток электромагнитной энергии ( $\chi = 1$ ), то  $p = 2\omega_{\text{эм}}$ . Если же преграда полностью поглощает его ( $\chi = 0$ ), то  $p = \omega_{\text{эм}}$ .

Важным понятием, введенным Максвеллом, является *ток смещения*. Предположим, что к обкладкам плоского конденсатора приложена переменная э. д. с. (рис. 119). Тогда в подводящих проводах пойдет переменный *ток проводимости*, обусловленный движением электронов. Между обкладками конденсатора, *разделенным вакуумом*, заряды отсутствуют и потому тока проводимости быть не может. Здесь существуют только переменное электрическое поле напряженностью  $E$  и порождаемое им переменное магнитное поле напряженностью  $H$ .

Максвелл предположил, что ток проводимости, идущий во внешней цепи, замыкается внутри конденсатора особым током — *током смещения*, пропорциональным скорости изменения напряженности электрического поля  $E$  и равным току проводимости во внешней цепи. Этому току смещения Максвелл приписал переменное магнитное поле  $H$ , существующее внутри конденсатора. Так как ток смещения в вакууме не представляет собой перемещения электрических зарядов, то он не выделяет джоулевой теплоты.

Если пространство между пластинами конденсатора заполнено диэлектрической средой, то изменение напряженности электрического поля сопровождается поворачиванием электрических диполей (полярных молекул или атомов), составляющих диэлектрик (см. § 8). Смещение зарядов при поворотах этих диполей образует дополнительный

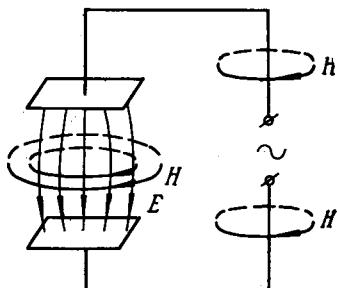


Рис. 119

ток смещения — поляризационный ток (выделяющий джоулево тепло).

Таким образом, согласно теории Максвелла, в пространстве, охваченном переменным электрическим полем, возникает ток смещения, слагающийся из тока смещения в вакууме и поляризационного тока смещения. Переменные токи проводимости, существующие в незамкнутых контурах, всегда замыкаются токами смещения.

Электромагнитная теория Максвелла подтвердилась многочисленными экспериментальными исследованиями; некоторых из них мы коснемся в последующих разделах курса.

### § 36. Контур, вращающийся в магнитном поле.

**Синусоидальный переменный ток.**

**Работа и мощность переменного тока**

Возбуждение электродвижущей силы индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле, используется в технике для получения электрического тока.

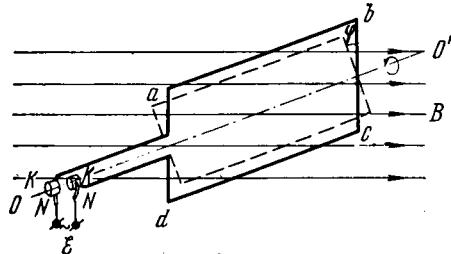


Рис. 120

Рассмотрим плоский прямоугольный контур  $abcd$ , который может вращаться вокруг оси  $OO'$ , перпендикулярной магнитному полю (рис. 120). Пусть магнитное поле является однородным: индукция  $B = \text{const}$  и контур вращается равномерно с угловой скоростью  $\omega = \text{const}$ .

Тогда магнитный поток  $\Phi$ , связанный с контуром в любой момент времени  $t$ , равен

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t,$$

где  $S$  — площадь, ограниченная контуром;  $\varphi = \omega t$  — угол поворота контура, отсчитываемый от начального положения контура, при котором  $S \perp B$ .

При вращении контура поток  $\Phi$  периодически изменяется. В связи с этим в контуре возникает *периодически изменяющаяся э. д. с. индукции*, равная, согласно закону Фарадея,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t.$$

Так как максимальное значение этой э. д. с. (наступающее при  $\sin \omega t = 1$ ) равно

$$\mathcal{E}_{\max} = BS\omega,$$

то

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t. \quad (23)$$

Следовательно,

если в однородном магнитном поле равномерно вращается проводящий контур, то в нем возникает переменная электродвижущая сила, изменяющаяся по закону синуса.

Эта э. д. с. создает в контуре синусоидальный переменный ток силой

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{R_0} \sin \omega t = I_{\max} \sin \omega t, \quad (24)$$

где  $I_{\max} = \mathcal{E}_{\max} / R_0$  — максимальное значение силы тока;  $R_0$  — омическое сопротивление контура и электрической цепи, в которую отводится ток (посредством щеток  $N$ , скользящих по кольцам  $K$ ).

Переменный ток является колебательным процессом (гармоническим колебанием). Поэтому названия характеристик колебательного процесса (см. ч. I, § 27) сохраняются и за характеристиками переменного тока. Именно:  $\mathcal{E}_{\max}$  называется амплитудой электродвижущей силы,  $I_{\max}$  — амплитудой тока,  $\omega$  — круговой частотой тока,  $\omega t$  — фазой тока. Переменный ток характеризуется также периодом тока  $T$  и частотой тока  $v$ , причем

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi v. \quad (25)$$

На рис. 121 представлены графики электродвижущей силы и силы тока. Очевидно, что изменения (колебания) э. д. с. и силы тока совершаются в одинаковых фазах.

Рассмотренный способ получения переменного тока лежит в основе устройства электромашинного генератора переменного тока. В промышленных генераторах магнитное поле создается мощным электромагнитом. Вращающийся

контур состоит из  $n$  последовательно соединенных витков проволоки, намотанной на ферромагнитный сердечник (ротор генератора). Поэтому электродвижущая сила, возбуждаемая в таком генераторе, равна

$$\mathcal{E} = BS\omega n \sin \omega t. \quad (26)$$

Современные генераторы переменного тока могут создавать напряжение в несколько десятков тысяч вольт; их мощность достигает 300 МВт и более.

От контура, вращаемого в магнитном поле, можно получить и постоянный ток. Для этого надо соединить концы контура с полукольцами  $K_1$  и  $K_2$  (рис. 122). При повороте контура на  $180^\circ$  направление тока в нем изменится на противоположное. Но при этом щетки  $N_1$  и  $N_2$  придут в соприкосновение с противоположными полукольцами  $K_1$  и  $K_2$ . Поэтому во внешней цепи ток идет всегда в одном направлении. Правда, этот ток будет пульсирующим (рис. 123). Для сглаживания пульсаций ротор генератора постоянного тока изготавливается из

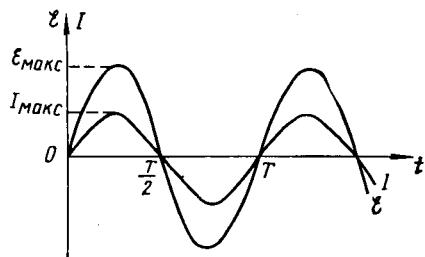


Рис. 121

нескольких многовитковых контуров, расположенных в различных плоскостях.

Если через обмотку ротора генератора пропускать ток, то под действием лоренцевой силы ротор придет во вращение. Таким образом, электромашинный генератор тока может быть превращен в электродвигатель. Отметим, что первый электродвигатель, имевший практи-

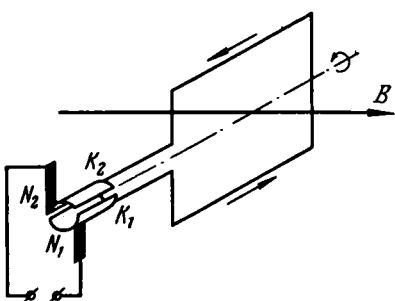


Рис. 122

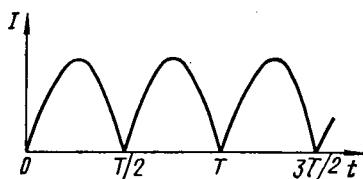


Рис. 123

ческое применение, был сконструирован в 1834 г. Б. С. Якоби. В 1839 г. он построил лодку, приводимую в движение электродвигателем мощностью 735 Вт. Лодка везла против течения 14 пассажиров (по р. Неве). ☺

Получим теперь выражения работы и мощности переменного тока. В § 12 было показано, что работа  $A$ , совершаемая за время  $t$  постоянным током силой  $I$  на резисторе сопротивлением  $R_0$ , равна

$$A = I^2 R_0 t; \quad (27)$$

а мощность  $N$  постоянного тока выражается соотношением

$$N = I^2 R_0. \quad (28)$$

В случае *переменного тока* его сила  $I$  изменяется со временем; однако для очень малого промежутка времени  $dt$  можно считать ее постоянной ( $I = \text{const}$ ). Поэтому для выражения элементарной работы  $dA$ , совершаемой переменным током за время  $dt$ , можно воспользоваться формулой (27) и написать

$$dA = I^2 R_0 dt$$

или, учитывая формулы (24) и (25),

$$dA = I_{\max}^2 R_0 \sin \omega t \cdot dt = I_{\max}^2 R_0 \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt. \quad (29)$$

Работу  $A$ , совершаемую переменным током за один период  $T$ , получим интегрированием выражения (29) по времени в пределах от 0 до  $T$ :

$$A = \int_0^T dA = I_{\max}^2 R_0 \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt = \frac{I_{\max}^2}{2} R_0 T^*. \quad (30)$$

Среднюю мощность переменного тока определим, поделив работу  $A$  на период  $T$ :

$$N = I_{\max}^2 R_0 / 2.$$

Введем обозначение

$$I_{\text{эфф}}^2 / 2 = I_{\text{эфф}}^2$$

и назовем

$$I_{\text{эфф}} = I_{\max} / \sqrt{2} \quad (31)$$

*эффективной силой переменного тока или эффективным (действующим) током.* Тогда

$$N = I_{\text{эфф}}^2 R_0. \quad (32)$$

Из взаимного сравнения соотношений (28) и (32) следует, что мощность переменного тока можно рассчитывать по формуле мощности постоянного тока (28), если вместо силы постоянного тока  $I$  брать эффективную силу переменного тока  $I_{\text{эфф}}$ .

Таким образом,

*эффективная сила переменного тока равна силе такого постоянного тока, который имеет ту же мощность, что и данный переменный ток.*

Эффективный и постоянный токи производят одинаковый внешний эффект, например выделяют в проводнике одинаковое количество джоулевой теплоты (отсюда название *эффективный ток*). Согласно формуле (31), эффективный

\* Это интегрирование выполняется следующим образом. В выражении

$$\int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt = \frac{T}{2\pi} \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} d \frac{2\pi t}{T}$$

обозначим  $2\pi t/T = \varphi$  и перейдем к новым пределам интегрирования (от  $\varphi = 0$  до  $\varphi = 2\pi$ ). Тогда, учитывая, что  $\sin^2 \varphi = (1 - \cos 2\varphi)/2$ , получим

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} d \frac{2\pi t}{T} &= \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi \cdot d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\varphi) \cdot d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi - \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \cos 2\varphi \cdot d2\varphi = \pi + \frac{1}{4} \sin 2\varphi \Big|_0^{2\pi} = \pi. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt = \frac{T}{2}$$

и в соответствии с формулой (30) работа

$$A = I_{\max}^2 R_0 T / 2. \quad -$$

ток приблизительно в 1,41 раза меньше максимального (амплитудного) тока:

$$I_{\text{эфф}} \approx 0,71 I_{\text{макс.}}$$

Аналогично эффективному току, вводится понятие **эффективного (действующего) напряжения**:

$$U_{\text{эфф}} = U_{\text{макс.}} / \sqrt{2} \approx 0,71 U_{\text{макс.}}, \quad (33)$$

где  $U_{\text{макс.}}$  — максимальное (амплитудное) значение переменного напряжения.

Обычно электроизмерительные приборы показывают эффективные значения переменного тока и напряжения. Стандартное напряжение электроосветильной сети, равное 220 В, является именно эффективным напряжением; амплитудное же значение напряжения составляет около 310 В.

Пользуясь понятиями эффективного тока и напряжения, можно написать следующие выражения работы и мощности переменного тока:

$$A = I_{\text{эфф}}^2 R_0 t = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} t = U_{\text{эфф}}^2 t / R_0, \quad (34)$$

$$N = I_{\text{эфф}}^2 R_0 = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} = U_{\text{эфф}}^2 / R_0. \quad (35)$$

Следует отметить, что формулы (34) и (35) выражают работу и мощность переменного тока на **омическом сопротивлении**:

$$R_0 = \rho l / S,$$

где  $l$  — длина,  $S$  — площадь поперечного сечения,  $\rho$  — удельное сопротивление проводника (см. § 12). Именно с этим омическим сопротивлением мы встречались до сих пор при изучении постоянного тока. Иначе обстоит дело в случае переменного тока. Емкость и индуктивность электрической цепи создают для переменного тока дополнительный вид сопротивления — **реактивное сопротивление**, к рассмотрению которого мы теперь переходим.

### § 37. Емкостное и индуктивное сопротивления

В цепи постоянного тока конденсатор представляет собой **бесконечно большое сопротивление**: постоянный ток не проходит через диэлектрик, разделяющий обкладки конденсатора. Цепи переменного тока конденсатор не разрывает: попаременно заряжаясь и разряжаясь, он обеспечивает движение электрических зарядов, т. е. поддерживает переменный ток во внешней цепи. Исходя из электромагнитной теории Максвелла (см. § 35) можно сказать, что переменный ток проводимости замыкается внутри конденсатора током смещения. Таким образом, для переменного тока конденсатор представляет собой **конечное сопротивление**, называемое **емкостным сопротивлением**.

Опыт и теория показывают, что сила переменного тока в проводе существенно зависит от формы, которая придана этому проводу. Сила тока будет наибольшей в случае прямого провода. Если же провод свернут в виде катушки с большим числом витков, то сила тока в нем значительно уменьшится: особенно резкое снижение тока происходит при введении в эту катушку ферромагнитного сердечника. Это означает, что для **переменного тока** проводник помимо омического сопротивления имеет еще дополнительное сопротивление, зависящее от **индуктивности** проводника и потому называемое **индуктивным сопротивлением**.

Физический смысл индуктивного сопротивления состоит в следующем. Под влиянием изменений силы тока в проводнике, обладающем индуктивностью, возникает электродвижущая сила самоиндукции, препятствующая этим изменениям, т. е. уменьшающая амплитуду силы тока  $I_{\text{макс.}}$ , а следовательно, и **эффективный ток**  $I_{\text{эфф.}}$ . Уменьшение силы эффективного тока в проводнике равносильно увеличению сопротивления проводника, т. е. равносильно появлению дополнительного (индуктивного) сопротивления.

Получим теперь выражения для емкостного и индуктивного сопротивлений.

## ▲ ЕМКОСТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Пусть к конденсатору емкостью  $C$  (рис. 124) приложено переменное синусоидальное напряжение (э. д. с.)

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t. \quad (36)$$

Пренебрегая падением напряжения на малом омическом сопротивлении подводящих проводов, будем считать, что напряжение  $U_C$  на обкладках конденсатора равно приложенному напряжению:

$$U_C = \mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t.$$

В любой момент времени заряд  $q$  конденсатора равен произведению ёмкости  $C$  конденсатора на напряжение  $U_C$  (см. § 10):

$$q = CU_C = C\mathcal{E}_{\max} \sin \omega t.$$

Если за малый промежуток времени  $dt$  заряд конденсатора изменяется на  $dq$ , то это означает, что в подводящих проводах идет ток силой

$$I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} = C\mathcal{E}_{\max}\omega \cos \omega t = \mathcal{E}_{\max}C\omega \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Так как амплитуда этого тока

$$I_{\max} = \mathcal{E}_{\max}C\omega, \quad (37)$$

то окончательно получим

$$I = I_{\max} \sin (\omega t + \pi/2). \quad (38)$$

Запишем формулу (37) в виде

$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{1/(\omega C)}.$$

Последнее соотношение выражает закон Ома, величина  $1/(\omega C)$ , играющая роль сопротивления, представляет собой сопротивление конденсатора для переменного тока, т. е. **емкостное сопротивление**

$$R_C = 1/(\omega C). \quad (39)$$

**Емкостное сопротивление обратно пропорционально круговой частоте тока и ёмкости.**

Физический смысл этой зависимости нетрудно понять. Чем больше ёмкость конденсатора и чем чаще изменяется направление тока (т. е. чем больше круговая частота  $\omega$ ), тем больший заряд проходит за единицу времени через поперечное сечение подводящих проводов. Следовательно,  $I \sim C\omega$ . Но сила тока и сопротивление обратно пропорциональны друг другу. Следовательно,  $R_C \sim 1/(\omega C)$ .

Рассчитаем емкостное сопротивление конденсатора ёмкостью  $C = 10 \text{ мкФ} = 10^{-5} \Phi$ , включенного в цепь переменного тока частотой  $v = 50 \text{ Гц}$ :

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi v C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10^{-5}} \Omega = 315 \Omega.$$

При частоте  $v = 5000 \text{ Гц}$  емкостное сопротивление того же самого конденсатора снизится приблизительно до  $3 \Omega$ .

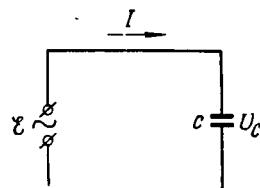


Рис. 124

Из сопоставления формул (36) и (38) видно, что изменения силы тока и напряжения совершаются в различных фазах: фаза тока на  $\pi/2$  больше фазы напряжения. Это означает, что максимум тока  $I_{\max}$  наступает на четверть периода ( $T/4$ ) раньше, чем максимум напряжения  $\mathcal{E}_{\max}$  (рис. 125). Итак, *на емкостном сопротивлении сила тока опережает напряжение на четверть периода (по времени), или на  $90^\circ$  (по фазе)\*.*

Физический смысл этого важного явления можно пояснить следующим образом. В начальный момент времени конденсатор еще не заряжен ( $U_C = 0$ ).

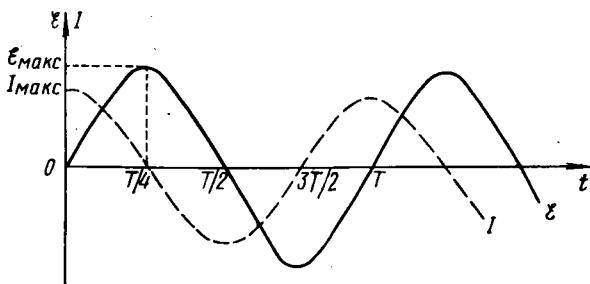


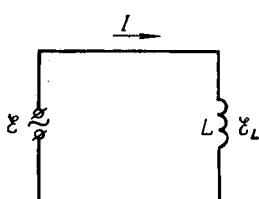
Рис. 125

$= 0$ ). Поэтому даже очень малое внешнее напряжение  $\mathcal{E}$  легко перемещает заряды к пластинам конденсатора, создавая ток  $I$  (см. рис. 124). По мере зарядки конденсатора напряжение  $U_C$  на его обкладках растет, препятствуя дальнейшему притоку зарядов. В связи с этим сила тока в цепи уменьшается, несмотря на продолжающееся увеличение внешнего напряжения  $\mathcal{E}$ . Следовательно, в начальный момент времени сила тока имела максимальное значение ( $I = I_{\max}$ ). Когда  $\mathcal{E}$ , а вместе с ним  $U_C$  достигнут максимума (что произойдет через четверть периода), конденсатор полностью зарядится и ток в цепи прекратится ( $I = 0$ ). Итак, в начальный момент времени сила тока в цепи максимальна, а напряжение минимально и только еще начинает нарастать; через четверть периода напряжение достигает максимума, а сила тока уже успевает уменьшиться до нуля. Таким образом, действительно сила тока опережает напряжение на четверть периода.

### ▲ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Пусть через катушку самоиндукции с индуктивностью  $L$  идет переменный синусоидальный ток

$$I = I_{\max} \sin \omega t, \quad (40)$$



обусловленный переменным напряжением (э. д. с.)  $\mathcal{E}$ , приложенным к катушке (рис. 126). При этом в катушке появится электродвижущая сила самоиндукции

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}. \quad (41)$$

Пренебрегая падением напряжения на малом омическом сопротивлении подводящих проводов и самой катушки (что вполне

\* При этом по-прежнему предполагается, что омическое сопротивление цепи пренебрежимо мало. В противном случае сдвиг фаз будет меньше  $90^\circ$ .

не допустимо, если катушка изготовлена, например, из толстой медной проволоки), будем считать, что приложенное напряжение уравновешивается электродвижущей силой самоиндукции (равно ей по значению и противоположно по направлению):

$$\mathcal{E} = -\mathcal{E}_L.$$

Тогда, учитывая формулы (40) и (41), можем написать:

$$\mathcal{E} = L \frac{dI}{dt} = LI_{\max} \omega \cos \omega t = I_{\max} L \omega \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Так как амплитуда приложенного напряжения

$$\mathcal{E}_{\max} = I_{\max} L \omega, \quad (42)$$

то

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin (\omega t + \pi/2). \quad (43)$$

Запишем формулу (42) в виде

$$I_{\max} = \mathcal{E}_{\max} / (\omega L).$$

Последнее соотношение выражает закон Ома; величина  $\omega L$ , играющая роль сопротивления, представляет собой *индуктивное сопротивление катушки самоиндукции*:

$$R_L = \omega L. \quad (44)$$

*Индуктивное сопротивление пропорционально круговой частоте тока и индуктивности.*

Такого рода зависимость объясняется тем, что, как уже отмечалось в предыдущем параграфе, индуктивное сопротивление обусловлено действием электродвижущей силы самоиндукции, уменьшающей эффективный ток и, следовательно, увеличивающей сопротивление. Эта электродвижущая сила (и, следовательно, сопротивление) пропорциональна индуктивности  $L$  катушки и скорости изменения силы тока, т. е. круговой частоте  $\omega$ .

Рассчитаем индуктивное сопротивление катушки с индуктивностью  $L = 1$  Гн, включенной в цепь переменного тока с частотой  $v = 50$  Гц:

$$R_L = \omega L = 2\pi v L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 1 \text{ Гн} = 314 \text{ Ом.}$$

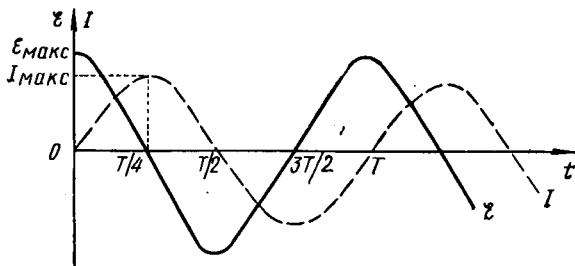


Рис. 127

При частоте  $v = 5000$  Гц индуктивное сопротивление той же самой катушки возрастает до 31 400 Ом.

Отметим, что *омическое сопротивление катушки* (с железным сердечником), имеющей индуктивность 1 Гн, составляет обычно лишь несколько Ом.

Из сопоставления формул (40) и (43) видно, что изменения силы тока  $I$  и напряжения  $\mathcal{E}$  совершаются в *различных фазах*, причем фаза тока на  $\pi/2$  меньше фазы напряжения. Это означает, что максимум силы тока наступает на четверть периода ( $T/4$ ) позже, чем максимум напряжения (рис. 127). Итак, *на индуктивном сопротивлении сила тока отстает от напряжения на четверть периода (по времени), или на  $90^\circ$  (по фазе)\*.*

Сдвиг фаз обусловлен тормозящим действием электродвижущей силы самоиндукции: она препятствует как нарастанию, так и убыванию силы тока в цепи, поэтому максимум силы тока наступает позднее, чем максимум напряжения.

Если в цепь переменного тока последовательно включены индуктивное и емкостное сопротивления, то напряжение на индуктивном сопротивлении будет, очевидно, опережать напряжение на емкостном сопротивлении на полпериода (по времени), или на  $180^\circ$  (по фазе).

Как уже упоминалось, и емкостное и индуктивное сопротивления имеют общее название *реактивного сопротивления*. На *реактивном сопротивлении электроэнергия не расходуется*; этим оно существенно отличается от активного сопротивления. Дело в том, что энергия, периодически потребляемая на создание электрического поля в конденсаторе (во время его зарядки), в том же количестве и с той же периодичностью возвращается в цепь при ликвидации этого поля (во время разрядки конденсатора). Точно так же энергия, периодически потребляемая на создание магнитного поля катушки самоиндукции (во время возрастания силы тока), в том же количестве и с той же периодичностью возвращается в цепь при ликвидации этого поля (во время убывания силы тока)\*\*.

⊕ В технике переменного тока вместо реостатов (омического сопротивления), которые всегда нагреваются и бесполезно расходуют энергию, часто применяются *дроссели* (индуктивное сопротивление). Дроссель представляет собой катушку самоиндукции с железным сердечником. Оказывая значительное сопротивление переменному току, дроссель практически не нагревается и не расходует электроэнергию. ⊕

## § 38. Обобщенный закон Ома. Электрический резонанс. Коэффициент мощности электрической цепи

Рассмотрим практически важный случай электрической цепи: последовательное соединение омического, емкостного и индуктивного сопротивлений. При этом воспользуемся *методом векторных диаграмм*, с которыми мы уже ознакомились при изучении гармонических колебаний (см. ч. I, § 27).

Применительно к электрическим колебаниям (т. е. к переменному току) метод векторных диаграмм заключается в следующем. Переменную синусоидальную электродвижущую силу (напряжение)

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t$$

можно изобразить как проекцию  $ON$  на ось ординат радиус-вектора  $OM = \mathcal{E}_{\max}$ , вращающегося против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$  (рис. 128). Фаза электродвижущей силы  $\mathcal{E}$  в любой момент времени  $t$  равна углу  $\Phi$  поворота радиус-вектора  $\mathcal{E}_{\max}$  отсчитываемому от оси абсцисс ( $\varphi =$

\* Наличие омического сопротивления привело бы к уменьшению сдвига фаз.

\*\* Строго говоря, небольшие потери энергии имеют место и на реактивном сопротивлении. Они связаны с рассеянием энергии электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки самоиндукции, с нагреванием диэлектрика в конденсаторе поляризационным током смещения, с выделением джоулевой теплоты на омическом сопротивлении катушки (поскольку любая катушка обладает некоторым, пусть даже очень малым, омическим сопротивлением).

$= \omega t$ ). Аналогично можно, конечно, изображать и силу переменного синусоидального тока.

На рис. 129, а представлена векторная диаграмма амплитудных значений силы тока  $I_{\max}$  и напряжения  $\mathcal{E}_{\max}$  на омическом сопротивлении (сдвиг фаз между  $I_{\max}$  и  $\mathcal{E}_{\max}$  равен нулю).

На рис. 129, б, в представлены аналогичные диаграммы для случаев индуктивного сопротивления ( $I_{\max}$  отстает от  $\mathcal{E}_{\max}$  на  $90^\circ$  по фазе) и емкостного сопротивления ( $I_{\max}$  опережает  $\mathcal{E}_{\max}$  на  $90^\circ$  по фазе).

Пусть в цепи, содержащей последовательно соединенные резистор, конденсатор (емкостью  $C$ ) и катушку самоиндукции (индуктивностью  $L$ ), действует переменная синусоидальная э. д. с.  $\mathcal{E}$  частотой  $\omega$  (рис. 130). Обозначим сопротивление этих элементов цепи соответственно  $R_0$ ,  $R_C$  и  $R_L$ , а напряжения на них —  $U_0$ ,  $U_C$  и  $U_L$ . Очевидно, что по всей цепи идет общий ток силой  $I$ .

Построим векторную диаграмму амплитуды общего тока  $I_{\max}$  и амплитуд напряжения на резисторе  $U_0$ , конденсаторе  $U_C$  и катушке  $U_L$  (рис. 131). Амплитуда внешней электродвижущей силы  $\mathcal{E}_{\max}$  равна геометрической сумме этих напряжений. Выполнив геометрическое сложение (рис. 131), получим

$$\mathcal{E}_{\max} = \sqrt{U_0^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

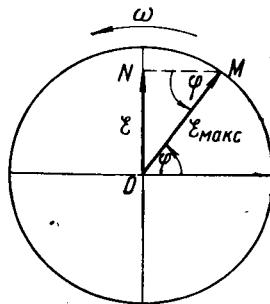


Рис. 128

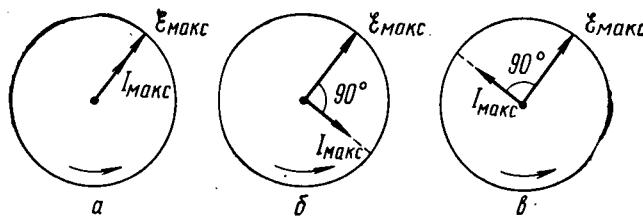


Рис. 129

Так как напряжение на участке цепи равно произведению силы тока на сопротивление этого участка, то

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= I_{\max} R_0, \\ U_L &= I_{\max} R_L = I_{\max} \omega L, \\ U_C &= I_{\max} R_C = I_{\max} \frac{1}{\omega C}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\max} &= \sqrt{(I_{\max} R_0)^2 + (I_{\max} R_L - I_{\max} R_C)^2} = \\ &= I_{\max} \sqrt{R_0^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}, \end{aligned}$$

откуда

$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{\sqrt{R_0^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}, \quad (46)$$

Поделив обе части последнего равенства на  $\sqrt{2}$ , получим соответствующее соотношение для эффективных значений силы тока и э. д. с.:

$$I_{\text{эф}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{эф}}}{\sqrt{R_0^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}. \quad (47)$$

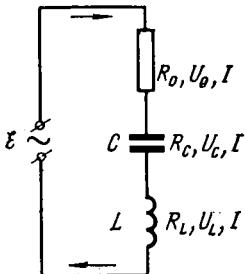


Рис. 130

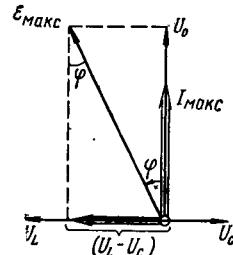


Рис. 131

Каждое из последних соотношений (46) и (47) выражает обобщенный закон Ома для цепи переменного тока. Величина

$$R = \sqrt{R_0^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2} \quad (48)$$

представляет собой *полное сопротивление* цепи переменного тока.

На рис. 131 видно, что электродвижущая сила  $\mathcal{E}_{\max}$  и сила тока  $I_{\max}$  сдвинуты друг относительно друга по фазе на угол  $\varphi$ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_0} = \frac{R_L - R_C}{R_0} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R_0}. \quad (49)$$

Таким образом, величина и направление сдвига фаз зависят от соотношения между сопротивлениями. Если  $R_L > R_C$ , то электродвижущая сила *опережает* силу тока. Если  $R_L < R_C$ , то электродвижущая сила *отстает* от силы тока. Если же  $R_L = R_C$ , то колебания э. д. с. и сила тока происходят в одинаковой фазе (сдвиг фаз  $\varphi = 0$ ). В последнем случае, т. е. при

$$\omega L = 1/(\omega C), \quad (50)$$

в цепи наступает *электрический резонанс* (*резонанс напряжений*); соотношение (50) выражает *условие электрического резонанса*. Согласно формулам (48) и (47), полное сопротивление цепи будет в данном случае *наименьшим и равным только одному омическому сопротивлению* [ $\omega L - 1/(\omega C) = 0$ , поэтому  $R = R_0$ ], а сила тока в цепи — *наибольшей и равной*

$$I_{\text{эф}} = \mathcal{E}_{\text{эф}}/R_0. \quad (51)$$

Итак, при *электрическом резонансе* (*резонансе напряжений*) в цепи, состоящей из последовательно соединенных омического, емкостного и индуктивного

сопротивлений, полное сопротивление цепи минимально, а сила тока максимальна и совпадает по фазе с приложенной электродвигущей силой\*.

Согласно условию (50), электрический резонанс наступает при круговой частоте

$$\omega = 1/\sqrt{LC} \quad (52)$$

или при частоте

$$v = 1/(2\pi/\sqrt{LC}), \quad (53)$$

называемой *резонансной частотой* электрической цепи.

Из примеров, приведенных в § 37, следует, что частота  $v = 50$  Гц является резонансной для цепи, в которой последовательно соединены конденсатор емкостью  $C = 10$  мкФ и катушка самоиндукции индуктивностью  $L = 1$  Гн; в этом случае  $R_C = R_L = 315$  Ом. Если омическое сопротивление этой цепи  $R_0 = 10$  Ом, а эффективное значение приложенной э. д. с.  $\mathcal{E}_{\text{эфф}} = 127$  В, то эффективная сила тока

$$I_{\text{эфф}} = \mathcal{E}_{\text{эфф}}/R_0 = 12,7 \text{ A},$$

а эффективные напряжения на конденсаторе и на катушке

$$(U_C)_{\text{эфф}} = (U_L)_{\text{эфф}} = I_{\text{эфф}} R_C = I_{\text{эфф}} R_L \approx 4000 \text{ В}.$$

При уменьшении омического сопротивления сила тока в цепи и напряжения на реактивных сопротивлениях возрастают. Например, при  $R_0 = 1$  Ом будет  $I_{\text{эфф}} = 127$  А, а  $(U_C)_{\text{эфф}} = (U_L)_{\text{эфф}} = 40000$  В.

Таким образом,

при резонансе напряжений сила тока в цепи может достигать очень больших значений, а напряжения на реактивных сопротивлениях могут во много раз превышать приложенную электродвигущую силу.

В § 36 было получено выражение средней мощности, выделяемой переменным током на активном сопротивлении,

$$N = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}}.$$

Если в цепи имеется реактивное сопротивление, то сдвиг фаз  $\varphi$ , возникающий между силой тока и напряжением, ведет к некоторому снижению мощности, выделяемой в цепи. В этом случае средняя мощность равна

$$N = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \cos \varphi. \quad (54)$$

Формулу (54) нетрудно получить путем следующих рассуждений. При наличии сдвига фаз  $\pm \varphi$  мгновенные значения силы тока и напряжения выражаются соотношениями

$$I = I_{\text{макс}} \sin(\omega t \pm \varphi), \quad U = U_{\text{макс}} \sin \omega t.$$

Поэтому мгновенная мощность равна

$$N_t = IU = I_{\text{макс}} U_{\text{макс}} \sin(\omega t \pm \varphi) \sin \omega t = \frac{I_{\text{макс}} U_{\text{макс}}}{2} [\cos(\pm \varphi) -$$

$$-\cos(2\omega t \pm \varphi)] = \frac{I_{\text{макс}} U_{\text{макс}}}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \cos \varphi - \frac{I_{\text{макс}} U_{\text{макс}}}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \cos(2\omega t \pm \varphi) =$$

\* Отметим, что в цепи, состоящей из параллельно соединенных омического, емкостного и индуктивного сопротивлений, тоже наступает электрический резонанс при частоте, определяемой тем же условием (50). Однако в этом случае в проводах, подводящих напряжение, сила тока будет иметь минимальное значение; такой электрический резонанс называют *резонансом токов*.

$$= I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \cos \varphi - I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \cos(2\omega t \pm \varphi)^*.$$

Среднее значение мощности  $N$  за период  $T$  (а следовательно, и за любой промежуток времени  $t >> T$ ) равно разности средних значений членов  $I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \cos \varphi$  и  $I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \cos(2\omega t \pm \varphi)$ . Но первый член есть *постоянная величина*, не зависящая от времени, а второй — *периодическая функция времени*; поэтому среднее его значение за *период* равно нулю [в течение периода  $\cos(2\omega t \pm \varphi)$  одинаково часто принимает как положительные, так и равные им отрицательные значения]. Таким образом, действительно

$$N = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}} \cos \varphi.$$

Множитель  $\cos \varphi$  называется *коэффициентом мощности* электрической цепи. Максимальное значение, равное единице,  $\cos \varphi$  имеет при отсутствии сдвига фаз между силой тока и напряжением ( $\varphi = 0$ ), т. е. при *электрическом резонансе*. В этом случае выделяемая в цепи мощность максимальна и равна

$$N = I_{\text{эфф}} U_{\text{эфф}}.$$

Следовательно, для повышения мощности, отдаваемой переменным током в цепь, необходимо добиваться возможно большего значения коэффициента мощности путем включения в цепь таких индуктивных и емкостных нагрузок, которые соответствуют условию электрического резонанса (50).

Увеличение коэффициента мощности электрических сетей («борьба за  $\cos \varphi$ ») является одной из важнейших народнохозяйственных задач в области электроэнергетики.

### § 39. Трехфазный ток

В настоящее время наиболее распространенной системой получения, передачи и потребления электроэнергии является *трехфазная система* переменного

тока, разработанная и впервые осуществленная выдающимся русским электротехником *M. O. Доливо-Добровольским* в 1888 — 1891 гг.

Схема генератора трехфазного тока изображена на рис. 132. На статоре генератора 4 находятся три полюсные обмотки 1, 2 и 3, смешенные относительно друг друга по окружности статора на  $120^\circ$ . Внутри статора вращается постоянный магнит (ротор) 5, благодаря чему в обмотках статора возбуждаются переменные электродвижущие силы, имеющие одинаковую частоту, но смешенные друг относительно друга на  $120^\circ$  по фазе (на треть периода по времени):

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_{\text{макс}} \sin \omega t,$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_{\text{макс}} \sin(\omega t - 120^\circ),$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \dot{\varepsilon}_{\text{макс}} \sin(\omega t - 240^\circ).$$

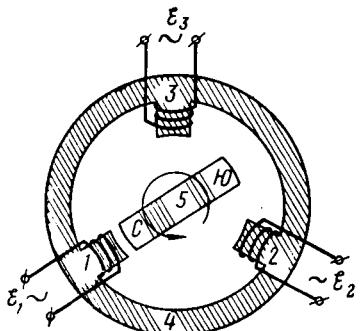


Рис. 132

Такой же сдвиг фаз имеют силы токов, создаваемых в обмотках этими электродвижущими силами. Таким образом, генератор трехфазного тока представляет собой совокупность трех генераторов обычного (однофазного) переменного тока.

Существует два способа соединения обмоток генератора: *звездой* и *треугольником*.

\* Преобразование основано на тригонометрическом тождестве  $\sin \alpha \sin \beta = [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]/2$ .

При соединении звездой начала всех обмоток объединяются и подключаются к одному нулевому проводу 0 линии передачи; концы обмоток 1, 2 и 3 подключаются к соответствующим фазовым проводам линии (рис. 133, а).

Если между нулевым и каждым из фазовых проводов включены одинаковые нагрузочные сопротивления (например, электролампы), то в нулевом про-

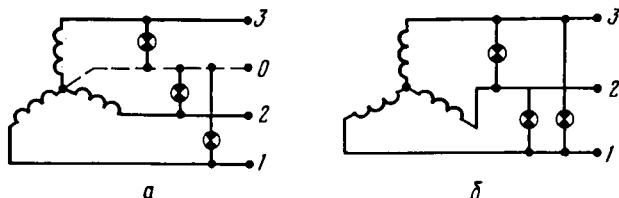


Рис. 133

воде тока не будет. Действительно, в данном случае по нулевому проводу пойдут три тока  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , сдвинутые по фазе на  $120^\circ$  и потому дающие суммарную силу тока  $I = 0$ ; сложение сил токов показано на векторной диаграмме (рис. 134). Следовательно, нулевой провод оказывается ненужным и четырехпроводная линия может быть заменена трехпроводной (рис. 133, б)\*.

Соединение обмоток генератора *треугольником* показано на рис. 135, в этом случае линия передачи является также трехпроводной ( $J$ ,  $Z$  и  $Y$ ).

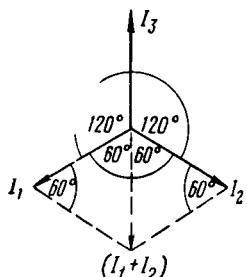


Рис. 134

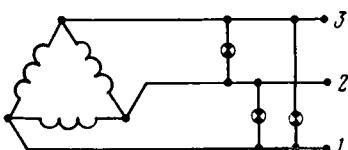


Рис. 135

Таким образом, трехфазная система дает существенную экономию в проводах линии передачи: от трехфазного генератора идет *трехпроводная* (максимум четырехпроводная) линия, тогда как для трех однофазных генераторов потребовалась бы *шестипроводная* линия передачи.

Другое важное преимущество трехфазной системы состоит в том, что благодаря отсутствию скользящих контактов (щеток и коллектора) трехфазный генератор оказывается весьма простым по устройству и надежным в действии.

Трехфазный ток создается постоянным вращающимся магнитным полем ротора генератора. Опыт и теоретический расчет показывают, что возможен и обратный процесс: если обмотки трехфазного генератора включены в сеть трехфазного тока, то внутри статора появляется *постоянное вращающееся магнитное поле*. На этом основано устройство и действие *трехфазного асинхронного электродвигателя* (рис. 136).

\* Без нулевого провода можно обходиться и в тех случаях, когда нагрузочные сопротивления несколько (немного) различны.

**Обмотки 1—3** статора электродвигателя включаются в сеть трехфазного тока. Ротор электродвигателя имеет две замкнутые *накоротко* полюсные катушки  $K_1$  и  $K_2$ . Благодаря вращению магнитного поля статора эти катушки пронизываются *изменяющимся* магнитным потоком, в результате чего в каждой из них индуцируется ток. Согласно правилу Ленца, индуцированный ток *противодействует* изменению магнитного потока. Противодействие выражается в том, что ротор приходит во вращение, синхронное с вращением поля статора (угловые скорости вращения ротора и поля статора становятся одинаковыми). При этом условии магнитный поток, пронизывающий катушки, перестает изменяться и индукционный ток в них прекращается.

Если на ротор двигателя дать механическую нагрузку (тормозящий момент), то вращение ротора начнет замедляться. При этом в катушках  $K_1$  и  $K_2$  вновь появится индукционный ток и ротор опять приобретет вращающий момент, позволяющий двигателю преодолевать тормозящий момент нагрузки, т. е. совершая механическую работу.

Таким образом, ротор нагруженного асинхронного двигателя вращается с некоторым отставанием от поля статора, т. е. *асинхронно*. Это отставание характеризуется *скольжением*:

$$S = \frac{N - n}{N} \cdot 100\%,$$

где  $N$  — число оборотов в минуту поля статора,  $n$  — число оборотов в минуту ротора. При нормальных нагрузках скольжение  $S$  составляет обычно 3—4%.

Простота получения вращающегося магнитного поля в трехфазном электродвигателе является третьим, самым важным преимуществом трехфазной системы переменного тока.

### Примеры решения задач

**Задача 18.** *Реактивный самолет движется со скоростью  $v = 950$  км/ч. Найти электродвижущую силу индукции  $\mathcal{E}_i$ , возникающую на концах крыльев такого самолета, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля  $H = 40$  А/м и размах крыльев самолета  $l = 12,5$  м.*

**Решение.** Металлическое крыло летящего самолета подобно прямоугольному проводнику, пересекающему магнитное поле (рис. 114, а) (см. § 33). Тогда, согласно закону Фарадея (2), на концах крыла возникает электродвижущая сила индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\mu_0 \mu H dS}{dt},$$

где  $d\Phi$  — изменение потока магнитной индукции сквозь площадь  $dS$ , описываемую крылом за промежуток времени  $dt$ . Так как эта площадь имеет форму прямоугольника со сторонами  $l$  и  $vdt$ , то  $dS = lvdt$  и

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= - \mu_0 \mu H l v = - 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} \cdot 40 \text{ А/м} \cdot 12,5 \text{ м} \cdot 264 \text{ м/с} = \\ &= - 0,166 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^3 \cdot \text{А}) = - 0,166 \text{ Дж/(А} \cdot \text{с}) = - 0,166 \text{ В.} \end{aligned}$$

**Задача 19.** *Соленоид изготовлен из медной проволоки, имеющей площадь поперечного сечения  $S_1 = 1$  мм<sup>2</sup>. Длина соленоида  $l = 25$  см, его омическое сопротивление  $R = 0,2$  Ом. Определить индуктивность  $L$  соленоида (без сердечника). Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,71 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.*

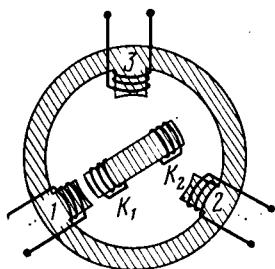


Рис. 136

**Решение.** Согласно формуле (13),

$$L = \mu_0 \mu n^2 S / l,$$

где  $n$  — число витков,  $S$  — площадь поперечного сечения соленоида (или его витка); магнитная проницаемость  $\mu = 1$  (при отсутствии сердечника).

Введем обозначения:  $l_1$  — длина проволоки,  $r$  — радиус витка (т. е. радиус поперечного сечения соленоида). Тогда можем написать три очевидных равенства:

$$R = \rho l_1 / S_1, \quad l_1 = 2\pi r n \text{ и } S = \pi r^2.$$

Из первых двух равенств следует, что

$$r = \frac{l_1}{2\pi n} = \frac{RS_1}{2\pi n\rho}.$$

Вводя это выражение  $r$  в равенство для  $S$ , получим

$$S = \frac{R^2 S_1^2}{4\pi n^2 \rho^2},$$

откуда

$$L = \frac{\mu_0 \mu R^2 S_1^2}{4\pi \rho^2 l} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} \cdot 0,04 \text{ Ом}^2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 2,9 \cdot 10^{-18} \text{ Ом}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot 0,25 \text{ м}} = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}.$$

**Задача 20.** Соленоид длиной  $l = 50$  см и площадью поперечного сечения  $S = 2 \text{ см}^2$  имеет индуктивность  $L = 2 \cdot 10^{-7}$  Гн. При какой силе тока  $I$  плотность энергии магнитного поля внутри соленоида  $w = 10^{-3}$  Дж/м<sup>3</sup>?

**Решение.** Согласно формуле (18),

$$w = \mu_0 \mu H^2 / 2,$$

где  $H = In/l$  — напряженность магнитного поля внутри соленоида,  $n$  — число витков соленоида.

По формуле (13) имеем  $L = \mu_0 \mu n^2 S / l$ , откуда

$$\mu_0 \mu = Ll / (Sn^2).$$

Подставляя выражения  $H$  и  $\mu_0 \mu$  в формулу (18), получим после преобразований

$$I = \sqrt{\frac{2lSw}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5 \text{ м} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^3}{2 \cdot 10^{-7} \text{ Гн}}} = 1 \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{Гн}}} = \\ = 1 \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (\text{с}^2 \cdot \text{А}^2)}}} = 1 \text{ А.}$$

**Задача 21.** В сеть переменного тока напряжением  $U_{\text{эфф}} = 110$  В и частотой  $v = 100$  Гц последовательно включены конденсатор емкостью  $C = 5 \cdot 10^{-5}$  Ф и катушка самоиндукции с индуктивностью  $L = 0,2$  Гн и омическим сопротивлением  $R_0 = 4$  Ом. Определить: 1) эффективную силу тока  $I_{\text{эфф}}$  в цепи; 2) частоту тока  $v_{\text{рез}}$ , при которой в данном контуре наступит резонанс напряжений (резонансную частоту); 3) силу тока  $I_{\text{рез}}$  в цепи и напряжение на зажимах катушки ( $U_L$ )<sub>рез</sub> и на пластинах конденсатора ( $U_C$ )<sub>рез</sub> при резонансе напряжений.

**Решение.** Условию данной задачи соответствует электрическая схема, изображенная на рис. 130, в которой роль активного сопротивления играет омическое сопротивление самой катушки.

1. Эффективная сила тока определится по обобщенному закону Ома (47):

$$I_{\text{зф}} = \frac{U_{\text{зф}}}{\sqrt{R_0^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}},$$

где  $\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 100$  Гц = 628 с<sup>-1</sup> — циклическая частота переменного тока. Поэтому

$$I_{\text{зф}} = \frac{110 \text{ В}}{\sqrt{16 \text{ Ом}^2 + \left(628 \text{ с}^{-1} \cdot 0,2 \text{ Гн} - \frac{1}{628 \text{ с}^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}}\right)^2}}.$$

Так как  $\frac{\text{Гн}}{\text{с}} = \frac{\text{Вб}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{Ом}$  и  $\frac{\text{с}}{\text{Ф}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{Ом}$ , то

$$I_{\text{зф}} = \frac{110 \text{ В}}{\sqrt{16 \text{ Ом}^2 + 8798,4 \text{ Ом}^2}} = 1,17 \text{ А.}$$

2. Резонансная частота определится по формуле (53):

$$\nu_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{0,2 \text{ Гн} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}}}.$$

Так как  $\sqrt{\text{Гн} \cdot \text{Ф}} = \sqrt{\frac{\text{Вб}}{\text{А}} \frac{\text{Кл}}{\text{В}}} = \sqrt{\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} \frac{\text{А} \cdot \text{с}}{\text{В}}} = \text{с}$ , то

$$\nu_{\text{рез}} = 50 \text{ с}^{-1} = 50 \text{ Гц.}$$

3. В соответствии с формулой (50) при резонансе напряжений  $(U_L)_{\text{рез}} = (U_C)_{\text{рез}}$ . Тогда, согласно формуле (47),

$$I_{\text{рез}} = \frac{U_{\text{зф}}}{R_0} = \frac{110 \text{ В}}{4 \text{ Ом}} = 27,5 \text{ А.}$$

Общее значение  $(U_L)_{\text{рез}}$  и  $(U_C)_{\text{рез}}$  найдем из соотношений (45):

$$(U_L)_{\text{рез}} = I_{\text{рез}} \nu_{\text{рез}} L = I_{\text{рез}} \cdot 2\pi \nu_{\text{рез}} L = 27,5 \text{ А} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 0,2 \text{ Гн} = 1727 \text{ В},$$

поскольку  $\text{А} \cdot \text{Гц} \cdot \text{Гн} = \text{А} \cdot \text{Вб}/(\text{с} \cdot \text{А}) = \text{В} \cdot \text{с}/\text{с} = \text{В}$ .

### Контрольные вопросы

118. Какая физическая величина выражается в веберах? Дайте определение этой единицы. 119. Какова первопричина возникновения э. д. с. индукции в замкнутом проводящем контуре? Перечислите конкретные случаи, когда в таком контуре индуцируется ток. 120. Проволочное кольцо находится в магнитном поле, перпендикулярном плоскости кольца (рис. 137). В каком направлении — по или против часовой стрелки — пойдет по кольцу индукционный ток при ликвидации поля? 121. Медный лист находится в постоянном магнитном поле. При выталкивании листа из поля возникает сила

- сопротивления этому. Объясните ее происхождение. 122. Проволочное кольцо вращается в магнитном поле вокруг оси, совпадающей с его диаметром и параллельной линиям индукции поля. Будет ли индуцироваться ток в кольце? Объясните ответ. 123. Два длинных однослоинных соленоида имеют одинаковый диаметр и одинаковую длину. Витки соленоидов вплотную прилегают друг к другу. Но обмотка первого соленоида сделана из более тонкой проволоки, чем второго. У какого из соленоидов и во сколько раз большая индуктивность? 124. Возникает ли э. д. с. индукции на

концах крыла авиалайнера при его полете? Объясните ответ. 125. Возникнет ли индукционный ток в проволочной рамке, поступательно движущейся в однородном магнитном поле? Объясните ответ. 126.

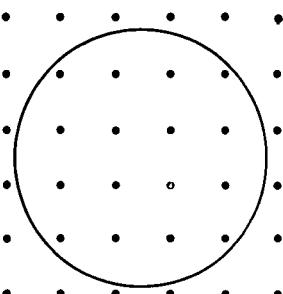


Рис. 137

От чего и как зависит э. д. с. индукции, возникающая в контуре? 127. Какая физическая величина выражается в генри? Дайте определение генри. 128. От чего зависит взаимная индуктивность двух контуров? 129. Определите индуктивность катушки, в которой при изменении силы тока на 0,04 А за 0,02 с индуцируется э. д. с. 40 В? 130. Почему сердечники трансформаторов делаются из тонких железных пластин, электролизированных одна от другой? Из каких материалов можно делать сплошные сердечники трансформаторов? Объясните ответ. 131. Объясните, почему электродвигатель с большой индуктивностью обмотки статора выключают из электросети постепенно — с помощью реостата. 132. Что происходит с энергией маг-

нитного поля тока в проводнике при выключении тока? 133. Напишите формулу, выражающую энергию  $W$  постоянного электромагнитного поля. 134. Напряженность магнитного поля возросла в четыре раза. Как изменилась при этом плотность его энергии? 135. Проводящий контур равномерно вращается в однородном магнитном поле. Какого характера ток возникает в контуре? 136. Что называется эффективной силой и эффективным напряжением переменного тока? 137. Амплитуда синусоидального переменного тока равна 8 А. Какова эффективная сила этого тока? 138. От чего и как зависит индуктивное сопротивление  $R_L$  соленоида? 139. Круговая частота синусоидального переменного тока увеличилась вдвое. Как изменилось емкостное сопротивление конденсатора, оказываемое этому току? 140. По катушке самоиндукции идет синусоидальный переменный ток. Как сдвинуты по фазе колебания напряжения и силы этого тока? Омическое сопротивление катушки не учитывать. 141. Расходуется ли электроэнергия на реактивном сопротивлении? Объясните ответ. 142. Сформулируйте и запишите математическое условие электрического резонанса (напряжений) в цепи, состоящей из последовательно соединенных омического, емкостного и индуктивного сопротивлений. Какие значения имеют при этом условии полное сопротивление  $R$  цепи и сила тока  $I$  в ней? 143. Чему равен коэффициент мощности электрической сети при электрическом резонансе? 144. Объясните принцип устройства и действия генератора трехфазного тока.

## Глава V. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

### § 40. Электромагнитные волны

В § 35 отмечалось, что, согласно теории Максвелла, переменное электромагнитное поле представляет собой совокупность переменных взаимно перпендикулярных электрических и магнитных полей (см.

рис. 118), перемещающихся в пространстве со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \mu}},$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Распространение электромагнитного поля сопровождается переносом электромагнитной энергии.

Источниками электромагнитного поля, или, как говорят, источниками электромагнитного излучения, служат всевозможные *переменные токи*: переменный ток в проводниках, колебательное движение ионов, электронов и других заряженных частиц, вращение электронов в атоме вокруг ядра и т. п.

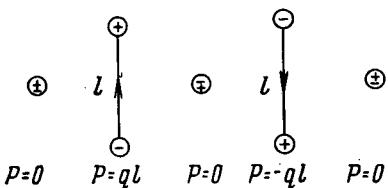


Рис. 138

Простейшей системой, эквивалентной переменному току, является *электрический диполь с гармонически изменяющимся моментом  $p$* . В начальный момент заряды  $+q$  и  $-q$  такого диполя совмещены друг с другом и поэтому  $p = 0$  (рис. 138). Через четверть периода заряды расходятся на максимальное расстояние  $l$  и момент диполя достигает максимального значения  $p = ql$ . Через полпериода заряды вновь сходятся ( $p = 0$ ), а затем (через три четверти периода) расходятся в противоположные стороны на расстояние  $l$ , в связи с чем момент диполя опять становится максимальным, но имеющим противоположное направление ( $p = -ql$ ). Затем процесс периодически повторяется.

Создаваемое диполем и распространяющееся от него электромагнитное поле имеет следующие основные черты.

1. Напряженность  $E$  электрического поля колеблется в плоскости оси диполя перпендикулярно направлению электромагнитного излучения  $r$  (т. е. перпендикулярно *электромагнитному лучу*).

2. Напряженность  $H$  магнитного поля колеблется перпендикулярно электромагнитному лучу  $r$  и напряженности  $E$  электрического поля. Таким образом, векторы  $E$ ,  $H$  и  $r$  взаимно перпендикулярны.

3. Колебания напряженностей  $E$  и  $H$  совершаются в одной фазе\*.

4. Амплитуды напряженностей  $E_{\max}$  и  $H_{\max}$  зависят от направления электромагнитного луча — пропорциональны  $\sin\phi$ ; поэтому электромагнитное излучение максимально в направлении, перпендикулярном оси диполя ( $\phi = 90^\circ$ ), и равно нулю в направлении оси диполя ( $\phi = 0^\circ$ ).

Максимум электромагнитного поля, создающийся в некоторый момент времени в данной точке, перемещается затем вдоль луча  $r$  со скоростью  $v$ . Через промежуток времени, равный одному периоду колебания зарядов диполя, в этой точке создается второй максимум,

\* Совпадение фаз колебаний устанавливается только на некотором расстоянии от диполя.

перемещающийся вслед за первым. За вторым максимумом следует (через период) третий максимум и т. д. Таким образом,

электромагнитное поле распространяется в виде поперечной электромагнитной волны (рис. 139), состоящей из двух совпадающих по фазе волн — электрической (т. е. волны напряженности электрического поля) и магнитной (т. е. волны напряженности магнитного поля).

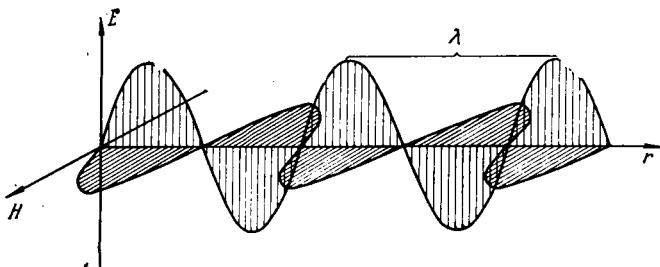


Рис. 139

Период (частота) электромагнитной волны равен периоду (частоте) колебаний излучающего диполя. Длина  $\lambda$ , период  $T$ , частота  $v$  и скорость  $v$  распространения электромагнитной волны связаны между собой очевидным соотношением

$$\lambda = vT = v/v. \quad (1)$$

Чем чаще следуют друг за другом максимумы электромагнитного поля, т. е. чем больше частота электромагнитной волны, тем большая энергия переносится этой волной. Расчеты показывают, что

интенсивность электромагнитной волны, или, что то же, плотность потока электромагнитной энергии\*, пропорциональна (при одинаковых прочих условиях) квадрату частоты волны.

Поэтому источником интенсивных электромагнитных волн, способных переносить электромагнитную энергию на значительное расстояние, должен быть переменный ток частоты порядка миллиона герц. Переменные токи столь высокой частоты принято называть **электрическими колебаниями**.

Понятно, что никакие механические (электромашинные) генераторы не могут создать переменного тока частотой  $10^6$  Гц (для этого якорь генератора должен был бы совершать миллион оборотов в секунду!). В качестве генератора электрических колебаний и источника электромагнитных волн высокой частоты применяется **колебательный контур**.

\* Электромагнитная энергия, переносимая за единицу времени сквозь единицу площади, перпендикулярной электромагнитному лучу.

## § 41. Закрытый колебательный контур

Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки самоиндукции (рис. 140).

Для возбуждения в контуре электрических колебаний необходимо предварительно зарядить конденсатор. Тогда в начальный момент времени  $t_0$  (рис. 140, а) контур будет обладать энергией, сосредоточен-

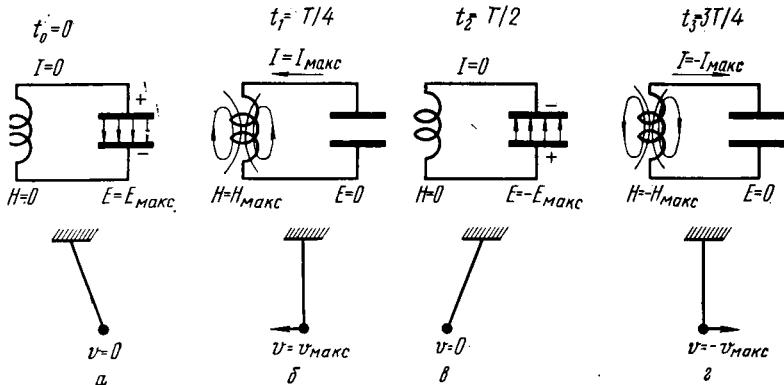


Рис. 140

ной в электрическом поле конденсатора. Напряженность этого поля будет максимальной ( $E = E_{\max}$ ). В последующий момент конденсатор начнет разряжаться. В контуре появится возрастающий со временем ток  $I$ , а в катушке самоиндукции возникает магнитное поле напряженностью  $H$ . По мере разрядки конденсатора его электрическое поле ослабевает, а магнитное поле катушки усиливается.

В момент времени  $t_1$  конденсатор полностью разрядится (рис. 140, б). При этом напряженность электрического поля конденсатора станет равна нулю ( $E = 0$ ), а напряженность магнитного поля катушки достигнет максимального значения ( $H = H_{\max}$ ); максимальной станет также и сила тока ( $I = I_{\max}$ ). Теперь вся энергия контура сосредоточена в магнитном поле катушки. В последующий момент времени магнитное поле катушки начнет ослабевать, в связи с чем в ней индуцируется ток, идущий (согласно правилу Ленца) в том же направлении, в котором шел ток разрядки конденсатора. Благодаря этому конденсатор перезаряжается.

В момент времени  $t_2$  конденсатор полностью перезарядится (рис. 140, в); напряженность поля в нем опять достигнет максимального значения, но будет иметь противоположное направление ( $E = -E_{\max}$ ); ток в контуре прекратится ( $I = 0$ ); напряженность магнитного поля катушки станет равна нулю ( $H = 0$ ). Таким образом, энергия контура вновь окажется сосредоточенной в электрическом поле конденсатора. Затем начнется разрядка конденсатора в обратном направлении. В контуре появится ток, а в катушке возникнет

магнитное поле. Очевидно, что направления тока и магнитного поля противоположны предыдущим их направлениям.

В момент времени  $t_3$  конденсатор полностью разряжается (рис. 140, г). Электрическое поле конденсатора ликвидируется ( $E = 0$ ), а магнитное поле катушки возрастет (в противоположном направлении) до максимального значения ( $H = -H_{\max}$ ). При этом энергия контура сосредоточится в магнитном поле катушки. В последующий момент времени магнитное поле катушки начнет ослабевать и индукционный ток, препятствующий этому ослаблению, перезарядит конденсатор.

В результате к моменту времени  $t = T$  система (контур) возвращается в исходное состояние (рис. 140, а) и начинается повторение рассмотренного процесса.

Таким образом, в контуре возникают электрические колебания с периодом  $T$ ; в течение первой половины периода ток идет в одном направлении, в течение второй половины периода — в противоположном направлении.

Электрические колебания в контуре сопровождаются периодическими взаимными превращениями энергий электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки самоиндукции, подобно тому, как механические колебания маятника (рис. 140;  $v_{\max}$  — максимальная скорость движения маятника) сопровождаются взаимными превращениями потенциальной и кинетической энергий маятника. В данном сравнении потенциальная энергия маятника аналогична энергии электрического поля конденсатора, кинетическая энергия маятника — энергии магнитного поля катушки, скорость  $v$  движения маятника — силе тока в контуре. Роль инерции маятника играет самоиндукция катушки, роль силы трения, действующей на маятник, — омическое сопротивление контура.

Если бы в контуре не было потерь энергии (на нагревание проводников и на электромагнитное излучение), то электрические колебания совершались бы по гармоническому закону и были бы *незатухающими*, подобно тому, как были бы незатухающими механические колебания маятника при отсутствии трения.

В соответствии с условием *электрического резонанса* (см. § 38) частота электрических колебаний, возникающих в контуре, равна резонансной частоте контура:

$$v = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}, \quad (2)$$

где  $L$  — индуктивность,  $C$  — емкость контура. Из формулы (2) следует, что период электрических колебаний в контуре равен

$$T = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (3)$$

Это соотношение называется *формулой Томсона* (теоретически получена *Б. Томсоном* в 1853 г.).

Для возбуждения электрических колебаний высокой частоты следует, согласно формуле (2), применять колебательный контур малой

емкости и индуктивности. Например, в контуре, имеющем емкость  $C = 0,0001 \text{ мкФ} = 10^{-10} \text{ Ф}$  и индуктивность  $L = 0,0001 \text{ Гн}$ , частота электрических колебаний равна

$$v = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{10^{-4} \cdot 10^{-10}}} \text{ Гц} \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$$

Колебания столь высокой частоты могут, как уже отмечалось, создавать интенсивное электромагнитное излучение. Надо, однако, иметь в виду, что из-за неизбежных потерь энергии (главным образом на омическом сопротивлении контура) электрические колебания практически очень быстро затухают. Для осуществления непрерывных колебаний и, следовательно, для непрерывного генерирования электромагнитных волн необходимо периодически, и притом как можно чаще, восполнять потери энергии в контуре, подзаряжая конденсатор с помощью какого-либо приспособления.

В качестве такого приспособления немецкий физик *Г. Герц* в 1886 г. использовал *индукционную катушку* (см. § 34). С 20-х годов текущего столетия для возбуждения незатухающих электрических колебаний используется *электронная лампа* (см. § 18), а в последнее время — и *транзистор* (см. § 20).

### § 42. Вибратор Герца. Автоколебательный контур. Диапазон частот электромагнитных волн

Герц ввел в колебательный контур искровой промежуток 1, на который подавалось переменное напряжение со вторичной обмотки

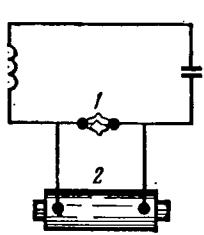


Рис. 141

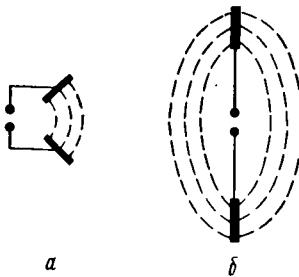


Рис. 142

индукционной катушки 2 (рис. 141). Это напряжение заряжало конденсатор контура. Когда разность потенциалов между обкладками конденсатора становилась достаточно большой, в искровом промежутке возникала искра, замыкающая контур и вместе с тем отключающая («закорачивающая») индукционную катушку. В это время в контуре совершалась серия электрических колебаний. При исчезновении искры контур размыкался и колебания прекращались. Но тогда индукционная катушка вновь заряжала конденсатор; в искровом промежут-

ке вновь проскаивала искра, а в контуре совершалась повторная серия электрических колебаний, и т. д.

В дальнейшем, чтобы увеличить частоту электрических колебаний и тем самым повысить интенсивность электромагнитного излучения контура, Герц в соответствии с формулой (2) уменьшил индуктивность и емкость контура, убрав из него катушку самоиндукции и раздвинув пластины конденсатора (рис. 142, а). Наконец, он использовал *открытый колебательный контур* (*вибратор Герца*): прямолинейный проводник с искровым промежутком посередине, обладающий малыми емкостью и индуктивностью (рис. 142, б). В этом вибраторе переменное электрическое поле уже не было сосредоточено внутри конденсатора, а окружало вибратор снаружи, что существенно повышало интенсивность электромагнитного излучения.

Очевидно, что вибратор Герца представляет собой электрический диполь с переменным моментом (см. § 40). Электромагнитное излучение открытого вибратора 1 (рис. 143) Герц регистрировал с помощью второго вибратора 2, имеющего такую же частоту собственных колебаний, что и излучающий вибратор, т. е. *настроенного в резонанс* с излучателем и потому называемого *резонатором*. Когда электромагнитные волны достигали резонатора, в нем возникали электрические колебания, сопровождающиеся проскачиванием искры через искровой промежуток.

Пользуясь вибратором и резонатором, Герц в 1887—1891 гг. экспериментально исследовал структуру и закономерности распространения электромагнитных волн. Он установил, в частности, что электромагнитные волны являются *поперечными* и обладают свойствами, присущими любым другим волнам: отражаются от препятствий (металлических), преломляются на границе раздела двух сред (диэлектрических) и интерферируют друг с другом.

Герц экспериментировал с электромагнитными волнами длиной порядка  $10^2$  см, что соответствует частоте  $3 \cdot 10^8$  Гц. В 1895 г. П. Н. Лебедев, применив миниатюрный вибратор, получил волны миллиметровой длины. Еще более короткие волны (длиной около 0,1 мм) были получены в 1923 г. А. Г. Глаголовой-Аркадьевой с помощью *массового излучателя*, в котором многочисленными вибраторами служили искры, проскаивающие между металлическими опилками, взвешенными в трансформаторном масле. Эти электромагнитные волны перекрывали область инфракрасных (тепловых) волн, излучаемых колебаниями электрических зарядов атомов и молекул.

Существенный недостаток вибратора Герца состоял в том, что частота подачи энергии от индукционной катушки в контур была значительно меньше частоты собственных колебаний контура. Поэтому электрические колебания вибратора Герца представляли собой серии затухающих колебаний, следующие одна за другой через небольшие промежутки времени (рис. 144;  $I$  — сила тока,  $t$  — время).

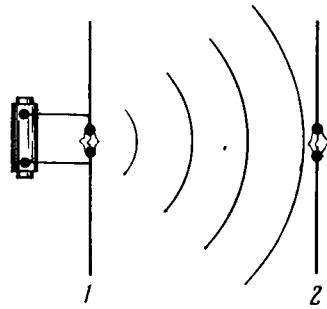


Рис. 143

Для осуществления незатухающих электрических колебаний необходимо обеспечить автоматическую подачу энергии с частотой, равной частоте собственных колебаний контура, т. е. необходимо создать *автоколебательную систему* (см. ч. I, § 31). Такой *автоколебательный контур* удалось сделать, применяя *электронную лампу* (триод).

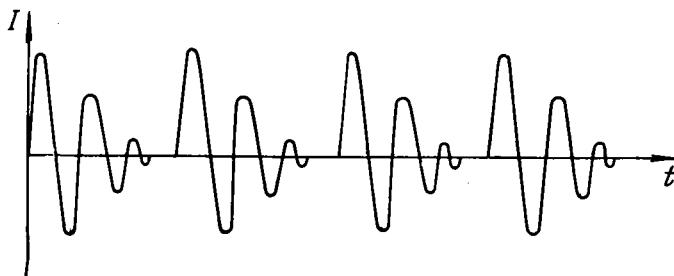


Рис. 144

Одна из схем автоколебательного контура представлена на рис. 145. К закрытому колебательному контуру 1 через триод 2 подключен источник постоянного напряжения (батарея  $\mathcal{E}_1$ ). Между сеткой и катодом лампы включена катушка  $L_2$ , индуктивно связанный с катушкой контура  $L_1$ .

Действие такой электрической системы можно описать, прибегая к некоторым упрощениям, следующим образом. При включении батареи накала  $\mathcal{E}_2$  лампа «отпирается» (см. § 18) и в анодной цепи появляется *возрастающий со временем* ток  $I_1$  (на рис. 145 его направление показано стрелками). Этот ток, во-первых, зарядит конденсатор контура и, во-вторых, создаст в катушке  $L_1$  магнитное поле, которое пронизет также катушку  $L_2$ . Так как это поле *усиливается со временем*, то, согласно правилу Ленца, в катушке  $L_2$  индуцируется ток  $I_2$ , *противоположный* току  $I_1$ . Сеточный ток  $I_3$  зарядит сетку лампы *отрицательно*, в связи с чем лампа «запрется»\*.

Таким образом, лампа произвела зарядку конденсатора и затем отключила контур от источника энергии (батареи  $\mathcal{E}_1$ ), разомкнув анодную цепь.

\* Напомним, что направление тока противоположно направлению движению электронов. Следовательно, при силе тока  $I_2$  электроны движутся к сетке и, накапливаясь на ней, заряжают ее отрицательно.

Начавшееся в контуре электрическое колебание будет теперь совершаться обычным порядком, рассмотренным нами в § 41 (см. рис. 140). В течение второй четверти периода ток в контуре перезарядит конденсатор и прекратится. Так как в это время магнитное поле катушки  $L_1$ , а следовательно, и катушки  $L_2$  ослабевает, то, согласно правилу Ленца, ток в сеточной катушке  $L_2$  продолжает идти в *прежнем направлении*. Поэтому сетка получит дополнительный отрицательный заряд и лампа останется «запертой».

В течение второй половины периода в контуре пойдет ток обратного направления, сначала усиливающийся (в третьей четверти периода), а потом ослабевающий (в последней четверти периода). Поэтому, опять-таки в соответствии с правилом Ленца, в сеточной катушке  $L_2$  направление тока *изменится на обратное* и отрицательный заряд сетки начнет уменьшаться. К концу периода этот заряд ликвидируется, лампа «откроется» и произведет подзарядку конденсатора. Затем начнется повторение процесса. Таким образом,

*лампа периодически — к началу каждого периода колебаний — подает в контур энергию от анодной батареи. Благодаря этому в контуре совершаются незатухающие электрические колебания.*

Предположим теперь, что с контуром 1 индуктивно связан открытый колебательный контур 3 ( $L_3$  — индуктивность контура 3), имеющий одинаковую с контуром 1 частоту собственных колебаний (см. рис. 145). Тогда в открытом вибраторе 3 возникнут *незатухающие* электрические колебания и он станет источником непрерывного электромагнитного излучения.

Электромагнитные волны имеют весьма широкий диапазон частот и длины волн. Волны различной частоты существенно отличаются друг от друга как по своим свойствам, так и по способам получения. В этой связи принято подразделять электромагнитные волны на несколько видов. Такое подразделение приведено в таблице (см. с. 422).

Следует, однако, иметь в виду, что указанные в таблице граничные частоты (и длины) волн являются в некоторой мере условными. Резкой границы между соседними видами электромагнитных волн не существует: частотные интервалы соседних видов волн взаимно перекрываются.

## § 43. Радиосвязь

Идея использования электромагнитных волн для передачи сигналов на большие расстояния (идея радиосвязи) была впервые высказана в 1889 г. А. С. Поповым. Им же в 1895 г. был построен и продемонстрирован в действии первый радиоприемник, основанный на *релейной схеме*: ничтожно малая энергия электромагнитных волн использовалась посредством *когерера*\* для управления местным источником энер-

\* Когерер представляет собой стеклянную трубку с металлическими опилками. Имеет очень большое омическое сопротивление. Включается в цепь, содержащую батарею и электромагнит. Электромагнитные волны создают в когерере электрические колебания, сопровождающиеся проскачиванием искр между

гии (электробатареей), питающим регистрирующий аппарат (электрозвонок). Уже в 1896 г. Попов осуществил радиотелеграфную связь на расстоянии 250 м, а в 1899 г. (применив изобретенную им *антенну*) — на расстоянии 50 км. В 1900 г. IV Всемирный электротехнический конгресс присудил А. С. Попову почетный диплом и золотую медаль *за изобретение радио*.

<i>Вид волн</i>	<i>Длина волны, м</i>	<i>Частота волны, Гц</i>	<i>Источник излучения</i>
<b>Низкочастотные волны</b>	$>10^4$	$<3 \cdot 10^4$	Механический генератор переменного тока
<b>Радиоволны</b>	$10^4 - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^{10}$	Колебательный контур и вибратор Герца
<b>Ультрарадиоволны</b>	$10^{-1} - 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^{12}$	Массовый излучатель
<b>Инфракрасные лучи</b>	$10^{-4} - 7,7 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{14}$	Лампы
<b>Световые лучи</b>	$7,7 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$	»
<b>Ультрафиолетовые лучи</b>	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-8}$	$7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{16}$	»
<b>Рентгеновские лучи</b>	$10^{-8} - 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{19}$	Трубки Рентгена
<b>Гамма-лучи</b>	$<10^{-11}$	$>3 \cdot 10^{19}$	Радиоактивный распад

○ В современных радиоприемниках для управления местным источником энергии применяются электронная лампа или транзистор (вместо когерера). Схемы современной передающей и приемной радиоаппаратуры весьма разнообразны и сложны. Знакомясь с принципом радиосвязи, ограничимся рассмотрением простейших (принципиальных) схем радиопередатчика и радиоприемника (рис. 146).

Схема радиопередатчика (рис. 146, а) подобна схеме автоколебательного контура (см. рис. 145). Различие между ними заключается только в том, что в сеточную цепь лампы передатчика включена вто-

ду опилками. При этом опилки свариваются и сопротивление когерера резко уменьшается. В результате сила тока в цепи возрастает и электромагнит притягивает стальную пластинку (якорь), которая замыкает другую цепь, содержащую батарею и электрозвонок. Звонок сигнализирует о приеме электромагнитных волн. Вместе с тем молоточек звонка встремливает когерер, разъединяя сварившиеся опилки и подготавливая когерер к приему следующих электромагнитных волн.

ричной обмотка повышающего трансформатора  $T_p$ , а открытый колебательный контур, излучающий электромагнитные волны, осуществлен в виде катушки самоиндукции  $L$ , соединенной с высоко поднятой антенной  $A$  и землей  $3$ . В первичную обмотку трансформатора включены батарея  $\delta$  и угольный микрофон  $M$ .

Если в микрофон  $M$  не поступают звуковые волны, то в контуре передатчика совершаются обычные электрические колебания *постоян-*

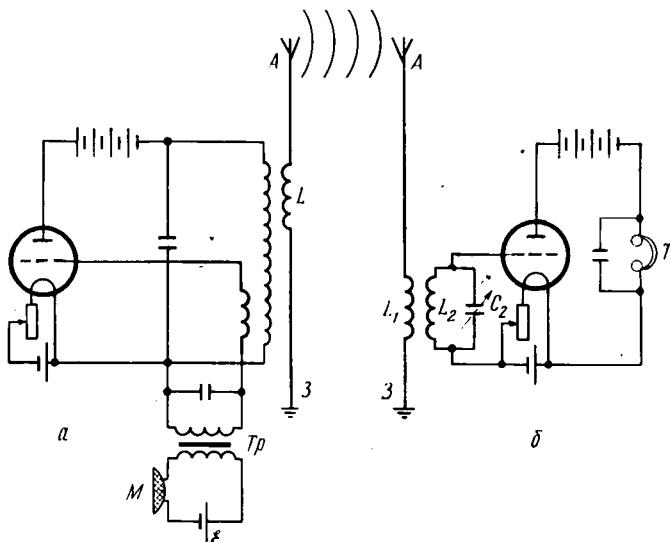


Рис. 146

*ной амплитуды* (рис. 147,  $a$ ;  $I$  — сила тока,  $t$  — время). Если же на мембрану микрофона падает звуковая волна, вызванная, например, речью или музыкой, то мембрана приходит в колебание, соответствующее этой звуковой волне (рис. 147,  $b$ ). Звуковые колебания мембранны оказывают на угольный порошок микрофона переменное давление, в связи с чем такие же колебания испытывают сопротивление микрофона и сила тока в первичной, а следовательно, и во вторичной обмотках трансформатора. В результате на сетке лампы создается дополнительное переменное напряжение, изменяющееся в соответствии со звуковыми колебаниями мембранны. Колебания сеточного напряжения изменяют амплитуду электрических колебаний контура передатчика. Теперь, как говорят, *высокочастотные электрические колебания контура несут на себе звуковые колебания мембранны микрофона* (рис. 147,  $c$ ). Процесс наложения звуковых колебаний на электрические колебания контура называется *звуковым модулированием* электрических колебаний.

Очевидно, что электромагнитные волны, излучаемые передатчиком, несут на себе звуковые колебания, т. е. также будут модулированными. Достигнув антенны приемника (см. рис. 146,  $b$ ), эти волны

вызовут в катушке  $L_1$  и в индуктивно связанным с ней контуре  $L_2C_2$  электрические колебания, подобные колебаниям в контуре передатчика (рис. 147,  $\delta$ )\*. Контур  $L_2C_2$  включен в сеточную цепь лампы. Поэтому совершающиеся в нем электрические колебания будут управлять током и напряжением в анодной цепи лампы. В результате в

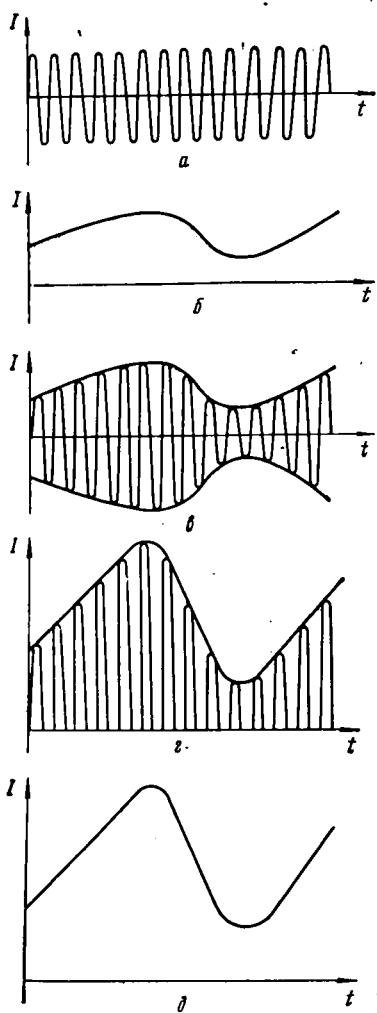


Рис. 147

анодной цепи возникнут электрические колебания, подобные колебаниям в сеточной цепи, но усиленные и выпрямленные (рис. 147,  $\varepsilon$ )\*\*. Обладая большой инерцией, мембрана телефона  $T$  не успевает следовать за колебаниями высокой частоты (электрическими); она реагирует только на звуковые колебания, наложенные на колебания высокой частоты. Благодаря этому мембрана телефона воспроизводит звуковые колебания, совершаемые мембраной микрофона, т. е. воспроизводит звуки, поступающие в микрофон передатчика (рис. 147,  $\delta$ ).

Таков в общих чертах процесс телефонной радиосвязи. Эта связь осуществляется посредством электромагнитных волн длиной от не-

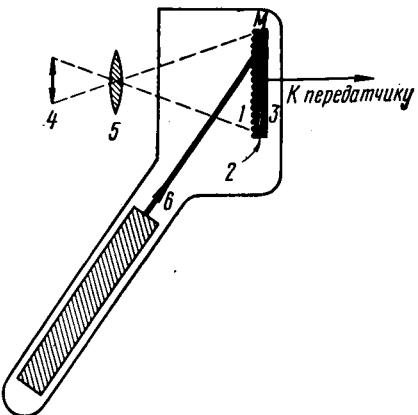


Рис. 148

\* Для этого необходимо настроить (с помощью переменного конденсатора  $C_2$ ) колебательный контур приемника в резонанс с колебательным контуром передатчика.

\*\* См. действие электронной лампы как усилителя электрических колебаний (§ 18, рис. 53).

скольких километров до нескольких десятков метров. Принципиальные схемы передатчика и приемника (см. рис. 146) используются и для телевизионной радиосвязи, но в этом случае микрофон передатчика заменяется *иконоскопом*, а телефон приемника — *кинескопом*.

Иконоскоп представляет собой электроннолучевую трубку (см. § 32) особого устройства: вместо люминесцирующего экрана в ней находится *светочувствительная мозаика M* (рис. 148). Эта мозаика составлена из очень большого числа (порядка миллиона) изолированных друг от друга серебряных шариков 1 (диаметром около 0,1 мм), покрытых цезием. Шарики размещены на одной стороне слюдяной пластиинки 2, обратная сторона которой покрыта слоем металла, образующим *сигнальную пластиинку Z*. Каждый шарик является миниатюрным *фотоэлементом* (см. § 68): при освещении из него вырываются электроны и шарик заряжается положительно. В совокупности с сигнальной пластииной шарики светочувствительной мозаики составляют *конденсатор*.

Изображение передаваемого объекта 4 фокусируется на поверхность мозаики посредством оптической системы 5. При этом каждый шарик мозаики приобретает положительный заряд, величина которого пропорциональна *освещенности* данного шарика.

Электронный луч 6 пробегает по всей площади мозаики в течение  $\frac{1}{25}$  с (описывая 625 горизонтальных строчек) и поочередно нейтрализует положительные заряды шариков. При каждой такой нейтрализации происходит изменение заряда сигнальной пластины, вызывающее соответствующее изменение напряжения на сетке лампы передатчика. Таким образом, электрические колебания передатчика модулируются колебаниями заряда сигнальной пластины, зависящими от освещенности отдельных участков передаваемого изображения.

Приемник (телевизор) воспроизводит модулированные колебания передатчика и после выпрямления и усиления подает их на специальное устройство, управляющее интенсивностью электронного луча кинескопа (электроннолучевой трубы). Электронный луч кинескопа движется строго синхронно с электронным лучом иконоскопа, воспроизводя за  $\frac{1}{25}$  с на люминесцирующем экране (посредством светящегося пятна переменной яркости) все передаваемое изображение — кадр. В течение 1 с сменяется 25 таких кадров, поэтому глаз воспринимает их как единое движущееся изображение (подобное кинематографическому изображению).

Число сигналов, передаваемых за 1 с, при телевизионной связи значительно больше, чем при радиотелефонной. Поэтому телевизионная связь осуществляется на электромагнитных волнах более высокой частоты — порядка  $10^7$  Гц, что соответствует длине волн порядка 10 м. Столь короткие волны не отражаются от верхних ионизированных слоев атмосферы, а распространяются только по прямой линии. Поэтому телевизионная связь возможна лишь на расстоянии прямой видимости между передающей и приемной антеннами\*.

\* Сверхдальняя телевизионная связь осуществляется с помощью искусственных спутников Земли, ретранслирующих телевизионные сигналы, а также посредством коаксиальных кабельных или радиорелейных линий.

◎ Важным применением радиосвязи является *радиолокация*, позволяющая определять на расстоянии до 200—300 км местоположение крупных предметов, например самолетов, кораблей, айсбергов, скрытых темнотой или туманом, а также наблюдать на экране локатора силуэты этих предметов, очертания береговой полосы и т. п.

Радиолокация основана на отражении ультракоротких (обычно дециметровых) радиоволн от препятствий. Местоположение препятствия определяется следующим образом.

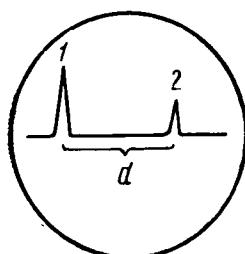


Рис. 149

В течение очень короткого промежутка времени, измеряемого миллионными долями секунды, радиолокатор посылает в пространство узкий пучок радиоволн (импульс электромагнитного излучения). Попадая на препятствие, импульс отражается от него, возвращается на станцию отправления и улавливается приемником локатора. Отправленный и отраженный электромагнитные импульсы регистрируются на экране электроннолучевой трубы локатора в виде пиков 1 и 2, появляющихся на горизонтальной развертке (рис. 149). Локатор отправляет импульсы периодически через малые промежутки времени, поэтому пики 1 и 2 видны на экране все время. Время  $\Delta t$ , прошедшее с момента отправления импульса до момента приема отражения этого же импульса, определяется по скорости  $v$  движения электронного луча, производящего горизонтальную развертку, и расстоянию  $d$  между пиками 1 и 2:

$$\Delta t = d/v.$$

Тогда расстояние  $l$  между локатором и препятствием, отразившим импульс, определится из очевидного соотношения

$$l = c\Delta t/2 = cd/(2v), \quad (4)$$

где  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость распространения электромагнитного импульса.

Направление на препятствие определяется по положению (углу поворота) антенны локатора. ◎

### Примеры решения задач

**Задача 22.** Колебательный контур состоит из воздушного конденсатора с площадью пластин  $S = 100$  см<sup>2</sup> каждая и катушки с индуктивностью  $L = 10^{-5}$  Гн. Период электрических колебаний в контуре  $T = 10^{-7}$  с. Определить расстояние между пластинами конденсатора.

**Решение.** Исходя из формулы Томсона (3), получим

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}.$$

С другой стороны (см. § 10), емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м — электрическая постоянная,  $\epsilon = 1$  — относительная диэлектрическая проницаемость воздуха.

Приравнивая между собой правые части двух равенств, выраждающих  $C$ , получим

$$d = \frac{4\pi^2 \epsilon_0 \epsilon LS}{T^2} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 10^{-5} \text{ Гн} \cdot 10^{-2} \text{ м}^2}{10^{-14} \text{ с}^2} = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,5 \text{ мм},$$

$$\text{поскольку } \frac{\Phi \cdot \Gamma \cdot \text{м}^2}{\text{м} \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Вб} \cdot \text{м}}{\text{В} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{А}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{В} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{А}} = \text{м.}$$

**Задача 23.** Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью  $L = 2,5 \cdot 10^{-6}$  Гн и двух конденсаторов, соединенных между собой параллельно, емкостью  $C' = 5 \cdot 10^{-3}$  мкФ каждый. Определить период  $T$  электрических колебаний в контуре и длину  $\lambda$  излучаемых контуром электромагнитных волн.

**Решение.** При параллельном соединении конденсаторов их общая емкость  $C$  равна сумме емкостей соединяемых конденсаторов (см. § 10). Поэтому  $C = 2C'$ . Тогда, пользуясь формулой Томсона (3), получим

$$T = 2\pi \sqrt{2LC'} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}} = 10^{-6} \text{ с},$$

$$\text{поскольку } \Gamma \cdot \Phi = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{Кл}}{\text{А} \cdot \text{В}} = \frac{\text{А} \cdot \text{с}^2}{\text{А}} = \text{с}^2.$$

Согласно формуле (1),  $\lambda = vT$ , где  $v = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость распространения электромагнитных волн,  $T$  — период этих волн. Так как период электромагнитных волн равен периоду создающих их электрических колебаний (см. § 40), то

$$\lambda = vT = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 10^{-6} \text{ с} = 300 \text{ м.}$$

### Контрольные вопросы

145. Что может служить источником переменного электромагнитного поля (электромагнитного излучения)?

146. Какова взаимная ориентация в электромагнитной волне векторов напряженности электрического и магнитного полей и электромагнитного луча?

147. Частота колебаний в электрическом заряде равна  $v$ . Какова частота излучаемых при этом электромагнитных волн?

148. Как называют электромагнитные волны частотой порядка  $10^{16}$  Гц?

149. Электрический заряд колеблется в горизонтальной плоскости. В какой плоскости находится электрическая составляющая электромагнитной волны, создаваемой этим колебанием?

150. Источником каких электромагнитных волн является радиоактивный распад атомных ядер?

151. Какие значения имеют напряженность  $E$  электрического поля конденсатора и напряженность  $H$  магнитного поля катушки самоиндукции колебательного контура, когда сила тока в нем максимальна?

152. Опишите (подробно) процесс электрических колебаний в колебательном контуре (для одного периода колебания).

153. Почему электрические колебания в колебательном контуре затухают?

154. Как изменится период электрических колебаний в колебательном контуре, если емкость его конденсатора уменьшится в четыре раза?

155. Нарисуйте схему автоколебательного контура с электронной лампой и объясните принцип его действия.

156. Как часто в автоколебательном контуре с электронной лампой ссывершается «подзарядка» конденсатора?

157. Период электрических колебаний в колебательном контуре уменьшился в три раза. Как изменилась мощность электромагнитного излучения контура?

158. Что называется звуковым модулированием электрических колебаний?

159. Нарисуйте принципиальные схемы радиопередатчика и радиоприемника и объясните процесс телефонной радиосвязи (от поступления звука в микрофон до его воспроизведения телефоном).

160. Чем заменяют микрофон передатчика и телефон приемника в системе телефонной радиосвязи при ее использовании для телевизионной радиосвязи?

161. Почему непосредственная радиосвязь возможна только на малых расстояниях (прямой видимости между антennами передатчика и приемника)?

162. На экране электронно-

лучевой трубы радиолокатора расстояние между пиками отправленного и отраженного от объекта электромагнитных импульсов  $d = 10$  мм. Скорость движения по

экрану электронного луча, производящего горизонтальную развертку,  $v = 1$  м/с. Чему равно расстояние от локатора до объекта?

---

## Глава VI. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРИРОДЕ И СВОЙСТВАХ СВЕТА

---

### § 44. Природа света

Оптика — раздел физики, в котором изучаются природа света, закономерности световых явлений и процессы взаимодействия света с веществом.

В течение последних двух с половиной столетий представление о природе света претерпело весьма существенное изменение. В конце XVII в. сформировались две принципиально различные теории о природе света: *корпускулярная теория*, разработанная Ньютона, и *волновая теория*, разработанная Гюйгенсом. Согласно корпускулярной теории, свет есть поток материальных частиц (*корпускул*), летящих с большой скоростью от источника света. Согласно волновой теории, свет представляет собой волну, исходящую от источника света и распространяющуюся с большой скоростью в «мировом эфире» — неподвижной упругой среде, непрерывно заполняющей всю Вселенную. Обе теории удовлетворительно объяснили закономерности, присущие некоторым световым явлениям, например законы отражения и преломления света. Однако такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света, не укладывались в рамки этих теорий.

До конца XVIII в. подавляющее большинство физиков отдавало предпочтение корпускулярной теории Ньютона. В начале XIX в. благодаря исследованиям Т. Юнга (1801)\* и О. Ж. Френеля (1815) волновая теория была в значительной мере развита и усовершенствована. В ее основу положен *принцип Гюйгенса — Френеля*, с которым мы уже ознакомились в главе «Колебания и волны» (см. ч. I, § 35). Волновая теория Гюйгенса — Юнга — Френеля успешно объяснила почти все известные в то время световые явления, в том числе интерференцию, дифракцию и поляризацию света, в связи с чем эта теория получила всеобщее признание, а корпускулярная теория Ньютона была отвергнута.

Слабым местом волновой теории являлся гипотетический «мировой эфир», реальность существования которого оставалась весьма сомнительной\*\*. Однако в 60-х годах прошедшего столетия, когда Макс-

---

\* Т. Юнг — английский физик.

\*\* В 1881 г. американский физик А. А. Майкельсон опытным путем показал, что «мирового эфира» не существует.

велл разработал теорию единого электромагнитного поля (см. § 35), необходимость в «мировом эфире» как особом носителе световых волн отпала: выяснилось, что свет представляет собой электромагнитные волны и, следовательно, их носителем является электромагнитное поле. *Видимому* свету соответствуют электромагнитные волны длиной волны от 0,77 до 0,38 мкм (см. таблицу на с. 422), создаваемые колебаниями зарядов, входящих в состав атомов и молекул. Таким образом, волновая теория о природе света эволюционировала в *электромагнитную теорию света*.

Одним из важнейших экспериментальных доказательств справедливости электромагнитной теории света послужили опыты *И. Л. Физо* (1849)\*, *Ж. Б. Л. Фуко* (1850) и *А. А. Майкельсона* (1881): экспериментальное значение скорости распространения света совпало с теоретическим значением скорости распространения электромагнитных волн, полученным из электромагнитной теории Максвелла. Другим не менее важным подтверждением электромагнитной теории явились опыты *П. Н. Лебедева* (1899): измеренное им световое давление на твердые тела (см. § 69) оказалось равным давлению электромагнитных волн, рассчитанному на основе теории Максвелла (см. § 35).

Представление о волновой (электромагнитной) природе света осталось незыблемым вплоть до конца XIX в. Однако к этому времени накопился достаточно обширный материал, не согласующийся с этим представлением и даже противоречащий ему. Изучение данных о спектрах свечения химических элементов, о распределении энергии в спектре теплового излучения черного тела, о фотоэлектрическом эффекте и некоторых других явлениях привело к необходимости предположить, что излучение, распространение и поглощение электромагнитной энергии имеет *дискретный* (прерывистый) характер, т. е. свет испускается, распространяется и поглощается не непрерывно (как это следовало из волновой теории), а *порциями* (*квантами*). Исходя из этого предположения, немецкий физик *М. Планк* (1900) создал квантовую теорию электромагнитных процессов, а *А. Эйнштейн* (1905) разработал *квантовую теорию света*, согласно которой свет представляет собой поток *световых частиц* — *фотонов*. Таким образом, в начале текущего столетия возникла новая теория о природе света — *квантовая теория*, возрождающая в известном смысле корпускулярную теорию Ньютона. Однако фотоны существенно (качественно) отличаются от обычных материальных частиц: все фотоны движутся со скоростью, равной скорости света, обладая при этом *конечной* массой («*масса покоя*» фотона равна нулю»).

Важную роль в дальнейшем развитии квантовой теории света сыграли теоретические исследования атомных и молекулярных спектров, выполненные *Н. Г. Д. Бором* (1913), *Э. Шредингером* (1925), *П. А. М. Дираком* (1930), *Р. Фейнманом* (1949), *В. А. Фоком* (1957) и др\*\*.

\* *И. Л. Физо* — французский физик.

\*\* Физики-теоретики: *Н. Г. Д. Бор* — датский, *Э. Шредингер* — австрийский, *П. А. М. Дирак* — английский, *Р. Фейнман* — американский, *В. А. Фок* — советский.

По современным воззрениям, свет — сложный электромагнитный процесс, обладающий как волновыми, так и корпускулярными свойствами. В некоторых явлениях (интерференция, дифракция, поляризация света) обнаружаются волновые свойства света; эти явления описываются волновой теорией. В других явлениях (фотоэффект, люминесценция, атомные и молекулярные спектры) обнаружаются корпускулярные свойства света; такие явления описываются квантовой теорией. Таким образом, волновая (электромагнитная) и корпускулярная (квантовая) теории не отвергают, а дополняют друг друга, отражая тем самым *двойственный характер свойств света*. Здесь мы встречаемся с наглядным примером диалектического единства противоположностей: свет является и волной и частицей. Уместно отметить, что подобный дуализм присущ не только свету, но и микрочастицам вещества, например, как уже отмечалось (см. ч. I, § 20), электрон, рассматриваемый обычно как частица, в некоторых явлениях обнаруживает себя в качестве волны (см. § 56).

Современная физика стремится создать *единую* теорию о природе света, отражающую *двойственный* корпускулярно-волновой характер света; разработка такой единой теории пока еще не завершена.

В данном курсе волновые свойства света рассматриваются в гл. VII, а корпускулярные (квантовые) свойства света — в гл. VIII (в связи с вопросом о строении атома). При описании волновых свойств света мы будем пользоваться принципом Гюйгенса — Френеля и общими понятиями и характеристиками волнового процесса (такими, как фронт световой волны, когерентные источники света, световой луч, частота света, длина световой волны и т. д.). Поэтому, приступая к изучению оптики, следует повторить прочесть § 32—35 (ч. I).

### § 45. Отражение и преломление света.

#### Полное отражение

Опыт и теория показывают, что в различных прозрачных средах свет распространяется с различными скоростями, меньшими скорости света в вакууме.

*Среда, во всех точках которой скорость распространения света одинакова, называется оптически однородной.*

Рассмотрим, исходя из волновой теории, явления отражения и преломления монохроматического света\* на плоской границе раздела двух различных, оптически однородных сред.

Пусть плоский фронт световой волны  $OA$  падает на границу раздела двух сред, скорости света в которых равны  $c_1$  и  $c_2 < c_1$  (рис. 150). Связанные с этим фронтом световые лучи  $1$  и  $2$  составляют с нормалью к границе раздела угол  $\alpha$  (угол падения). На границе раздела двух сред свет частично отражается (лучи  $3$  и  $4$ ), а частично проходит (преломляется) во вторую среду (лучи  $5$  и  $6$ ). Применяя принцип Гюй-

\* От греческих слов: *μονος* (монос) — один, *χρωμα* (хрома) — цвет. Монокроматическому свету соответствует какая-либо одна длина волны или, говоря о субъективном восприятии, какой-либо один цвет.

генса — Френеля, построим фронты отраженной и преломленной волн. В точку  $B$  свет приходит позднее, чем в точку  $O$ , на время  $t = |AB|/c_1$ . За это время из точки  $O$  (как из вторичного источника

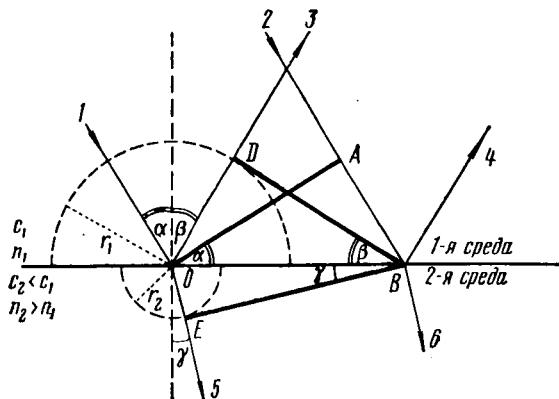


Рис. 150

света) в первой среде успевает распространиться полусферическая волна радиусом

$$r_1 = c_1 t = |AB| c_1 / c_1 = |AB|,$$

а во второй среде — полусферическая волна радиусом

$$r_2 = c_2 t = |AB| c_2 / c_1.$$

От всех остальных точек границы  $OB$  (кроме самой точки  $B$ ) также распространяются вторичные полусферические волны, радиусы которых окажутся убывающими в направлении от  $O$  к  $B$ . Эти вторичные волны показаны на рис. 151. Огибающая всех волновых полусфер первой среды даст фронт отраженной волны  $BD$ , а огибающая всех полусфер второй среды — фронт преломленной волны  $BE$ .

На рис. 150 видно, что  $\triangle OAB \cong \triangle BDO$  (как прямоугольные, имеющие общую гипотенузу и по одному одинаковому катету:  $|OD| = r = |AB|$ ). Поэтому  $\angle AOB = \angle DBO$ . Но  $\angle AOB = \alpha$ , а  $\angle DBO = \beta$  (как углы со взаимно перпендикулярными сторонами), следовательно,

$$\alpha = \beta, \quad (1)$$

где  $\beta$  — угол отражения.

*Падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с перпен-*

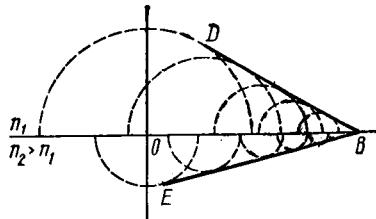


Рис. 151

дикуляром, проведенным к границе раздела сред в точке падения; угол падения равен углу отражения [закон отражения света].

Если отражающая поверхность является не зеркально гладкой, а шероховата, то свет отражается от нее по всевозможным направлениям; такое отражение называется диффузным. В реальных условиях отражение бывает всегда в большей или меньшей мере диффузным.

Возвращаясь к рис. 150, учтем, что

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{|AB|}{|OE|}, \quad |AB| = |OB| \sin \alpha, \quad |OE| = |OB| \sin \gamma.$$

Тогда

$$\sin \alpha / \sin \gamma = c_1 / c_2, \quad (2)$$

где  $\gamma$  — угол преломления.

Падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости с перпендикуляром к границе раздела сред, проведенным в точке падения; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению скорости света в первой среде к скорости света во второй среде [закон преломления света].

Из формулы (2) следует, что при  $\alpha = 0$  будет и  $\gamma = 0$  (так как  $c_1/c_2 \neq 0$ ), т. е. луч, падающий нормально на границу раздела сред, не преломляется. Обозначим

$$c_1 = c/n_1 \text{ и } c_2 = c/n_2,$$

где  $c$  — скорость света в вакууме, а  $n_1$  и  $n_2$  — безразмерные величины, называемые абсолютными показателями преломления первой и второй сред. Абсолютный показатель преломления (или просто показатель преломления) является важной оптической характеристикой среды: он показывает, во сколько раз скорость света в данной среде меньше скорости света в вакууме. Очевидно, что абсолютный показатель преломления вакуума равен единице.

Значения показателей преломления некоторых веществ для монохроматического желтого света с длиной волны  $\lambda = 0,589$  мкм приведены в таблице:

Вещество	Показатель преломления	Вещество	Показатель преломления
Воздух	1,0003	Стекло (крон)	1,515
Вода	1,333	Стекло (флинт)	1,752
Спирт (этиловый)	1,362	Алмаз	2,420

Учитывая, что показатели преломления двух сред обратно пропорциональны скоростям распространения света в этих средах, можно записать закон преломления в виде

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (3)$$

где  $n_{21} = n_2/n_1$  — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Из двух сред, имеющих различные показатели преломления, среда с меньшим показателем называется *оптически менее плотной*, а среда с большим показателем — *оптически более плотной*.

В соответствии с определением, данным в начале этого параграфа, можно сказать, что *оптически однородной* является среда, во всех

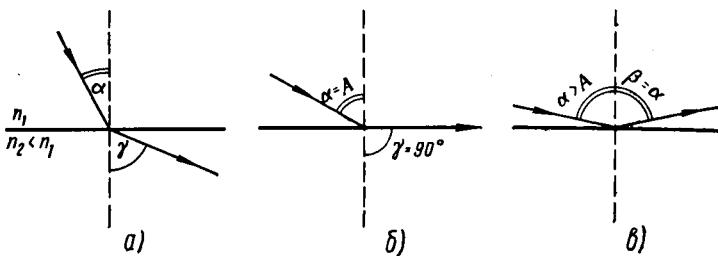


Рис. 152

точках которой оптическая плотность (показатель преломления) одинакова.

⊕ Земная атмосфера является *оптически неоднородной* средой: ее показатель преломления непрерывно уменьшается по мере увеличения высоты над земной поверхностью. Благодаря этому световой луч, идущий в атмосфере, проходит как бы через множество тонких параллельных (друг другу и земной поверхности) слоев, показатель преломления которых уменьшается с увеличением высоты слоя. На границе раздела каждой пары таких слоев происходит преломление луча по закону преломления (3). В результате луч света в атмосфере искривляется, оказываясь обращенным *выпуклостью вверх* (от Земли). Это явление называется *рефракцией света в атмосфере*.

Рефракция света в атмосфере позволяет видеть объекты, фактически (геометрически) находящиеся за горизонтом. Чем сильнее рефракция, тем более удаленные за горизонт объекты представляются возможным наблюдать.

В этой связи небезынтересно отметить, что очень сильная рефракция имеет место в нижнем слое (высотой около 12 км) атмосферы планеты Венеры\*. Здесь кривизна световых лучей оказывается больше кривизны поверхности планеты. Благодаря такой *сверхрефракции* лучи света могут проникать далеко за геометрический горизонт места; на высоте же около 12 км луч может (в принципе) обогнуть всю планету по кругу. ⊕

Если свет проходит из оптически более плотной среды (с показателем преломления  $n_1$ ) в оптически менее плотную среду (с показателем  $n_2 < n_1$ ), например из стекла в воду, то, согласно формуле (3), угол падения  $\alpha$  будет меньше угла преломления  $\gamma$  (рис. 152, а). Поэтому при некотором угле падения ( $\alpha = A$ ) угол преломления окажется равным  $90^\circ$ , т. е. преломленный луч будет скользить вдоль границы раздела сред, не входя во вторую среду (рис. 152, б). Угол  $A$  назы-

\* Эти сведения получены на основе данных исследования венерианской атмосферы посредством советской автоматической станции «Венера-4», совершившей 18 октября 1967 г. посадку на поверхность Венеры.

вается *пределным углом падения*. При  $\alpha > A$  свет полностью отражается в первую среду (рис. 152, б). Это явление называется *полным отражением света*.

Согласно формуле (3),

$$\frac{\sin A}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

откуда  $\sin A = n_{21}$ .

Исходя из этих соотношений можно определять относительный показатель преломления двух сред (по измеренному значению угла  $A$ ), а также абсолютный показатель преломления одной из сред, если показатель другой среды известен. Оптический прибор, служащий для этой цели и основанный на явлении полного отражения, называется *рефрактометром*.

⊕ В последнее время явление полного отражения нашло оригинальное техническое применение. Речь идет о *волоконной оптике*, сущность которой состоит в следующем. Стеклянная нить покрывается слоем оптически *менее плотного вещества*. Луч света, падающий на торец такой нити, *проходит через всю нить* (испытывая многократные полные отражения от ее боковой поверхности) и выходит через другой ее торец *независимо от того, каким образом изогнута нить*. Жгут, составленный из множества таких нитей, образует *световод*, позволяющий как угодно искривлять путь светового пучка. Если перед торцом световода поместить освещенный объект, то на другом торце световода появится точное его изображение, причем сам световод может быть произвольно изогнут, даже завязан в узел. Световоды используются для изготовления гибких перископов (зондов), с помощью которых можно рассматривать объекты, недоступные непосредственному наблюдению (например, внутреннюю поверхность цилиндра автомобильного двигателя, внутренность желудка и т. п.). ⊕

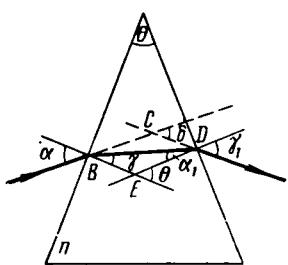


Рис. 153

Во многих оптических приборах (полариметр, рефрактометр, спектрометр и др.) для преломления света используются стеклянные призмы. На рис. 153 показан ход луча монохроматического света в призме. После двукратного преломления (на левой и на правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол  $\delta$ , называемый *углом отклонения*. Угол  $\theta$ , заключенный между преломляющими гранями, называется *преломляющим углом призмы*.

Угол отклонения  $\delta$  зависит от преломляющего угла  $\theta$  и показателя преломления  $n$  призмы. Эта зависимость легко устанавливается для призмы с малым преломляющим углом (тонкой призмы) в случаях малого угла падения  $\alpha$ . Исходя из закона преломления и принимая показатель преломления воздуха равным единице, можем написать

$$\sin \alpha = n \sin \gamma \text{ и } n \sin \alpha_1 = \sin \gamma_1.$$

При малых  $\alpha$  и  $\theta$  будут также малы  $\gamma$ ,  $\alpha_1$  и  $\gamma_1$ . Поэтому в последних равенствах синусы углов можно заменить самими углами:

$$\alpha = n\gamma \text{ и } n\alpha_1 = \gamma_1. \quad (4)$$

На основании теоремы о внешнем угле треугольника из  $\triangle BED$  следует, что

$$\theta = \gamma + \alpha_1. \quad (5)$$

На том же основании из  $\triangle BCD$  находим

$$\delta = (\alpha - \gamma) + (\gamma_1 - \alpha_1).$$

Подставляя выражения  $\alpha$  и  $\gamma_1$  из формулы (4) и учитывая формулу (5), получим после простых преобразований

$$\delta = (n - 1)\theta. \quad (6)$$

Отметим, что угол  $\delta$  принимает минимальное значение в случае симметричного хода луча (т. е. когда  $\alpha = \gamma_1$ , и луч  $BD$  параллелен основанию призмы).

## § 46. Дисперсия света. Спектры

Значение показателя преломления среды определяется в основном свойствами этой среды; однако в некоторой мере оно зависит еще от длины волны (или от частоты) света, так как световые волны различной длины распространяются в данной среде с различной скоростью. Поэтому одна и та же среда по-разному преломляет различные монохроматические лучи.

Зависимость показателя преломления среды от длины волны света называется *дисперсией света*. В более широком смысле дисперсией света называют разложение света в спектр, происходящее при его преломлении, интерференции или дифракции.

Дисперсия называется *нормальной*, если показатель преломления возрастает с уменьшением длины световой волны. В противном случае дисперсия называется *аномальной*. Бесцветные прозрачные среды (т. е. среды, слабо поглощающие свет) обладают нормальной дисперсией; они наиболее сильно преломляют фиолетовые (коротковолновые) лучи. У окрашенных сред может иметь место аномальная дисперсия.

Благодаря дисперсии луч белого света, проходящий через преломляющую среду, оказывается разложенным на различные монохроматические лучи. Попадая на экран, эти лучи образуют *дисперсионный спектр* — совокупность разноцветных полос.

Наиболее отчетливо дисперсионный спектр обнаруживается при преломлении света в веществе, имеющем клинообразную форму, например в призме. На рис. 154 показана дисперсия света в стеклянной призме. Так как стекло обладает нормальной дисперсией, то угол отклонения для фиолетового луча ( $\delta_{\phi}$ ) больше, чем для красного ( $\delta_k$ ).

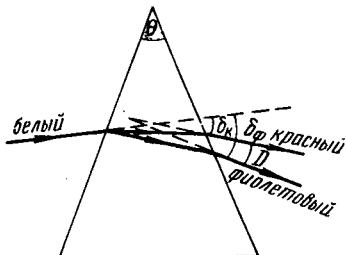


Рис. 154

Угол  $D$  между лучами, соответствующими крайним цветам дисперсионного спектра, называется углом дисперсии; от него зависит ширина спектра. Из формулы (6) и рис. 154 следует, что

$$D = \delta_\Phi - \delta_\kappa = (n_\Phi - n_\kappa) \theta,$$

где  $n_\Phi$  и  $n_\kappa$  — показатели преломления призмы для фиолетового и красного цветов. Разность  $n_\Phi - n_\kappa$  обычно служит количественной характеристикой дисперсии вещества. Вообще же мерой дисперсии является отношение изменения показателя преломления  $\Delta n$  к соответствующему изменению длины световой волны  $\Delta\lambda$ , т. е.  $\Delta n/\Delta\lambda$ .

Призмы применяются в спектрометрах и спектрографах для получения дисперсионных спектров.

Внешний вид спектров может быть весьма разнообразным в зависимости от свойств источника света. Различаются три основных типа спектров: *сплошные, линейчатые и полосатые*.

В сплошном спектре представлены все цвета (длины волн), причем переход от одного цвета к другому совершается постепенно (непрерывно), как это видно на форзаце в конце книги (поз. а).

Линейчатый спектр состоит из ряда резко очерченных цветных линий, отделенных друг от друга широкими темными промежутками (поз. б). Каждой линии соответствует одна определенная длина световой волны\*. Полосатый спектр состоит из большого числа линий, расположенных отдельными группами. В каждой такой группе линии настолько сближены, что при наблюдении в прибор с небольшой разрешающей способностью вся группа представляется в виде отдельной полосы (поз. в). Таким образом, каждой полосе спектра соответствует некоторый интервал длин световых волн.

Линейчатые спектры излучаются *отдельными* (не взаимодействующими друг с другом) возбужденными атомами. Излучение обусловлено переходами связанных электронов на более низкие энергетические уровни (орбиты).

Полосатые спектры излучаются *отдельными* возбужденными молекулами. Излучение вызвано как электронными переходами в атомах, так и колебательными движениями самих атомов в молекуле.

Сплошные спектры излучаются совокупностями многих взаимодействующих между собой молекулярных и атомных ионов. Основную роль в излучении играет хаотическое движение этих частиц (колебательное и вращательное), обусловленное высокой температурой.

Из сказанного следует, что раскаленные твердые и жидкые вещества и сжатые газы дают сплошной спектр излучения. Для разреженных газов (атомы и молекулы которых возбуждены, например, нагреванием или электрическим разрядом) характерны линейчатые и полосатые спектры, причем газы, состоящие из многоатомных молекул (кислород, углекислый газ, водяной пар и т. д.), дают полосатый спектр, а одноатомные газы (инертные газы, пары металлов, диссоциированные многоатомные газы) — линейчатый спектр.

\* Точнее, очень узкий интервал длин волн.

Для каждого химического элемента (находящегося в состоянии разреженного газа или пара) характерен вполне определенный спектр излучения (по числу спектральных линий, их цвету и взаимному расположению). На этом основан спектральный метод определения химического состава веществ (спектральный анализ).

Если свет от источника, дающего сплошной спектр, предварительно пропущен через разреженный газ (или пар), то на спектре появляются черные линии (или полосы), которые соответствуют линиям (или полосам) спектра излучения данного газа. Такого рода спектр, называемый *спектром поглощения*, обусловлен тем, что, согласно закону Кирхгофа (см. § 61), газы поглощают точно те линии спектра, которые они сами излучают. Примером спектра поглощения может служить спектр поглощения солнечной атмосферы (фотосферы): на сплошном спектре излучения Солнца отчетливо видны черные линии поглощения, называемые *фраунгоферовыми линиями* (поз. 2).

Исследование спектров имеет очень большое значение для выяснения процессов, происходящих в атомах и молекулах, и познания структуры вещества.

Более подробно вопрос о спектрах, в частности механизм их образования, рассмотрен в гл. VIII на основе квантовых представлений о природе света.

### § 47. Тонкие линзы. Микроскоп

Для изменения направления световых лучей в оптических приборах широко используются *линзы*. Линзой называется прозрачное (чаще всего стеклянное) тело, ограниченное двумя криволинейными (обычно сферическими) поверхностями или одной криволинейной и одной плоской поверхностью. На рис. 155 изображены поперечные сечения двояковыпуклой (*а*) и двояковогнутой (*б*) сферических линз ( $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  — радиусы сфер). Прямая  $SS'$ , проходящая через центры кривизны поверхностей, образующих линзу, называется *главной оптической осью* (или просто осью) линзы.

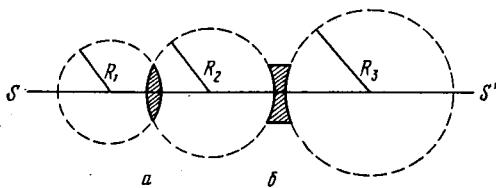


Рис. 155

Мы будем рассматривать только *тонкие линзы*, толщина  $O_1O_2$  которых пренебрежимо мала по сравнению с радиусами кривизны линзы (рис. 156). У тонкой линзы имеется точка  $O$ , обладающая тем свойством, что проходящие через нее лучи практически не преломляются линзой. Эту точку называют *оптическим центром линзы*; она лежит на пересечении главной оптической оси со средним сечением  $NN'$  линзы. Любая прямая  $PP'$ , проходящая под углом к главной оптической оси через оптический центр линзы, называется *побочной опти-*

ческой осью. Луч, идущий вдоль оптической оси (главной или побочной), называется *центральным*.

Линзу можно представить как совокупность множества *призм* (рис. 157). Тогда становится очевидным, что выпуклая линза отклоняет лучи к оптической оси, а вогнутая — от оптической оси. Поэтому

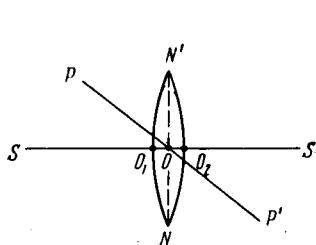


Рис. 156

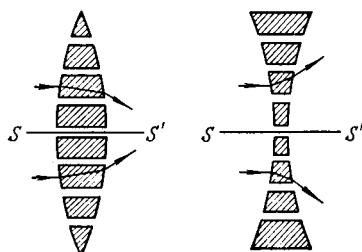


Рис. 157

му выпуклая линза называется *собирающей*, а вогнутая — *рассеивающей*\*.

Покажем, что лучи, исходящие из некоторой точки  $A$ , лежащей на оптической оси под небольшими углами  $\alpha$  к этой оси, собираются

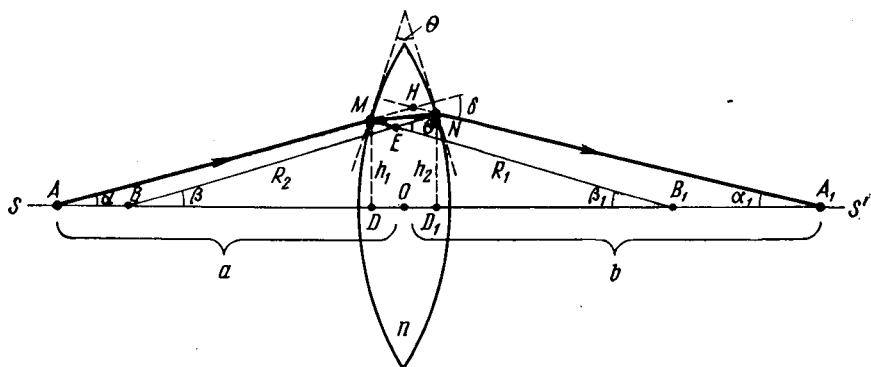


Рис. 158

линзой в одну точку  $A_1$ , расположенную также на оптической оси и называемую *изображением* точки  $A$  (рис. 158).

Построим плоскости, касательные к поверхностям линзы в точках  $M$  и  $N$  (т. е. в местах падения луча на линзу и выхода его из линзы), и проведем в эти точки радиусы  $R_1$  и  $R_2$  кривизны линзы. Тогда луч  $AMNA_1$  можно рассматривать как луч, преломленный в тонкой приз-

\* Предполагается, что оптическая плотность среды, окружающей линзу, меньше оптической плотности линзы.

ме с преломляющим углом  $\theta$ . Учитывая малость углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  и толщины линзы\*, можно написать следующие приближенные равенства:

$$\begin{aligned} h_1 &\approx h_2, \quad |AD| \approx a, \quad |A_1D_1| \approx b, \\ \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha &= \frac{h_1}{|AD|} \approx \frac{h_1}{a}, \quad \alpha_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h_2}{|A_1D_1|} \approx \frac{h_1}{b}, \\ \beta \approx \sin \beta &\approx \frac{h_1}{R_2}, \quad \beta_1 \approx \sin \beta_1 = \frac{h_1}{R_1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $h_1$  — высота (над оптической осью) точки  $M$  падения луча на линзу,  $h_2$  — высота точки  $N$  выхода луча из линзы,  $a$  и  $b$  — соответственно расстояния от источника света  $A$  и от его изображения  $A_1$  до оптического центра линзы. Из треугольников  $AHA_1$  и  $BEB_1$  следует, что

$$\delta = \alpha + \alpha_1 \text{ и } \theta = \beta + \beta_1.$$

Тогда, принимая во внимание формулы (7), получим

$$\delta = \frac{h_1}{a} + \frac{h_1}{b} \text{ и } \theta = \frac{h_1}{R_2} + \frac{h_1}{R_1}.$$

Но, согласно формуле (6),  $\delta = (n - 1)\theta$ , где  $n$  — абсолютный показатель преломления линзы. Поэтому

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (8)$$

Последнее соотношение называется *формулой линзы*. В формулу не входит высота  $h_1$ . Это означает, что расстояние  $b$  не зависит от местоположения точки  $M$ , т. е.

*все лучи, исходящие из точки  $A$ , собираются после преломления различными частями линзы в одной точке  $A_1$ .*

Если точка  $A$  находится бесконечно далеко от линзы ( $a = \infty$ ), т. е. если лучи падают на линзу параллельно главной оптической оси (рис. 159), то, согласно формуле (8),

$$\frac{1}{b} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Соответствующее этому случаю расстояние  $b = OF = f$  называется *фокусным расстоянием линзы*:

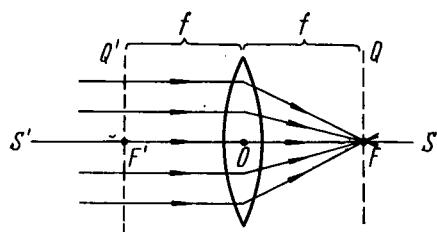


Рис. 159

\* На рисунке эти углы и толщина линзы весьма преувеличены.

$$f = \frac{R_1 R_2}{(n - 1)(R_1 + R_2)} * . \quad (9)$$

При данной окружающей среде  $f$  зависит только от показателя преломления и радиусов кривизны линзы. Точки  $F'$  и  $F$ , лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются **фокусами линзы** (соответственно передним и задним). Таким образом,

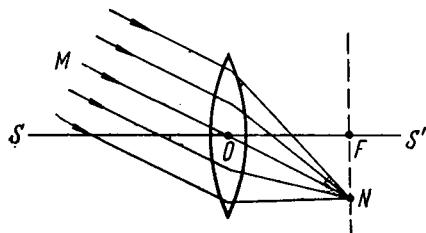


Рис. 160

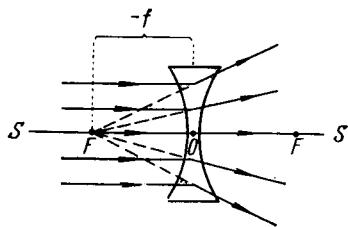


Рис. 161

**фокусом линзы называется точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси.**

Плоскости  $Q'$  и  $Q$ , проходящие через фокусы перпендикулярно главной оптической оси, называются **фокальными плоскостями линзы**.

Можно показать (на чем мы не останавливаемся), что лучи, падающие на линзу параллельно побочной оптической оси, сходятся после преломления в точке  $N$ , лежащей в фокальной плоскости. Очевидно, что эта точка находится на пересечении центрального луча  $MN$  с фокальной плоскостью (рис. 160).

Принимая во внимание формулу (9), можно записать формулу линзы (8) в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (10)$$

**Величина, обратная фокусному расстоянию, называется оптической силой линзы:**

$$D = 1/f. \quad (11)$$

Оптическая сила выражается в диоптриях (дп).

\* Вообще говоря, в формуле (9), как и в формуле (6),  $n = n_2/n_1$  — относительный показатель преломления, где  $n_2$  и  $n_1$  — абсолютные показатели преломления линзы (призмы) и окружающей среды. Поэтому, например, формулу линзы следовало бы писать так:

$$f = \frac{R_1 R_2}{(n_2/n_1 - 1)(R_1 + R_2)}.$$

Однако, поскольку окружающей средой обычно является воздух, для которого практически  $n_1 = 1$ , то в упомянутых формулах  $n = n_2$ .

1 дп — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м.

В отличие от собирающей линзы рассеивающая линза имеет **мнимые фокусы**. В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси (рис. 161).

Формула линзы (10) остается справедливой и для рассеивающей линзы, только в этом случае расстояния  $f$  и  $b$  следует считать отрицательными:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}.$$

Оптическая сила рассеивающей линзы отрицательна.

Пользуясь формулой (10), можно определять расстояние  $b$  от изображения предмета до линзы, если известны фокусное расстояние  $f$  и расстояние  $a$  от предмета до линзы:

$$b = \frac{af}{a-f}. \quad (12)$$

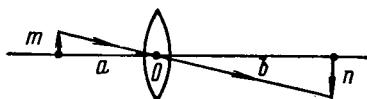


Рис. 162

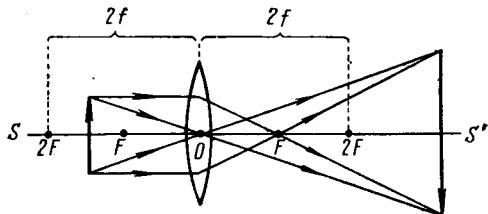


Рис. 163

Линейный размер  $n$  изображения определяется по линейному размеру  $m$  предмета из очевидного соотношения (рис. 162)

$$n = m \frac{b}{a} = m \frac{f}{a-f}. \quad (13)$$

Отношение

$$y = \frac{n}{m} = \frac{b}{a} \quad (14)$$

называется **линейным увеличением** линзы.

Изображение предмета, даваемое линзой, можно получить непосредственным геометрическим построением, не прибегая к расчету по формулам (12) и (13). Для этого достаточно провести от каждой из крайних точек предмета по два луча. Один луч должен быть **параллельным** оптической оси (проходит через фокус после преломления в линзе), другой — центр-

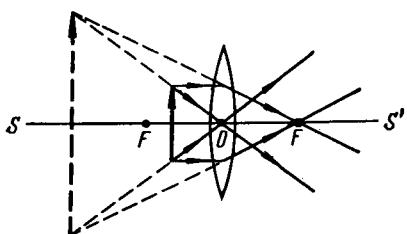


Рис. 164

ральным (не преломляется линзой). Пересечение двух таких лучей дает изображение крайней точки предмета. Примеры построения изображений приведены на рис. 163, 164.

Если предмет помещен между фокусом и двойным фокусом линзы, то изображение получается действительным, увеличенным, перевернутым и находящимся за двойным фокусом линзы (рис. 163).

Если предмет помещен между фокусом и линзой, то изображение оказывается мнимым, увеличенным и прямым (рис. 164). Этот случай

соответствует применению линзы в качестве *лупы* (предмет помещается вблизи переднего фокуса, глаз — в заднем фокусе).

Как было показано при выводе формулы линзы, лучи, исходящие под малыми углами к оптической оси из некоторой точки  $A$ , лежащей на этой оси, собираются линзой в одну точку  $A_1$ . Однако при большом диаметре линзы часть лучей падает на нее под большими углами к оптической оси (рис. 165). Такие лучи собираются уже в другой точке  $A_2$ . В результате изображение точки  $A$  приобретает вид размытого пятна. Этот недостаток линзы называется

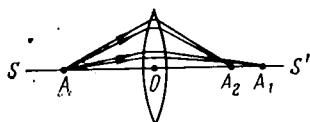


Рис. 165

нее под большими углами к оптической оси (рис. 165). Такие лучи собираются уже в другой точке  $A_2$ . В результате изображение точки  $A$  приобретает вид размытого пятна. Этот недостаток линзы называется

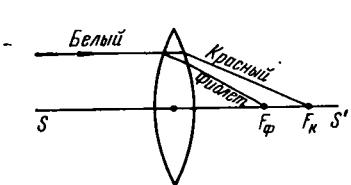


Рис. 166

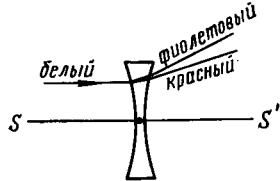


Рис. 167

*сферической аберрацией*. У выпуклой линзы лучи, падающие на ее края, собираются ближе, чем лучи, падающие на ее центральную часть ( $OA_2 < OA_1$ ); у вогнутой линзы наблюдается обратное явление. Благодаря этому можно создать оптическую систему из соответствующим образом подобранных собирающей и рассеивающей линз, у которой сферическая аберрация почти полностью отсутствует. В некоторых случаях сферическую аберрацию ослабляют путем диафрагмирования краевых лучей.

В связи с дисперсией фокусное расстояние линзы для лучей различного цвета оказывается различным (рис. 166). Поэтому при использовании белого или иного немонохроматического света изображение предмета, даваемое линзой, имеет окрашенные края. Этот недостаток линзы называется *хроматической аберрацией*. Собирающая линза приближает к оптической оси сильнее фиолетовые лучи, чем красные (рис. 166,  $F_k$  — фокус для красного луча,  $F_{\phi}$  — фокус для фиолетового луча), а рассеивающая линза, наоборот, приближает к оптической оси сильнее красные лучи (рис. 167). Благодаря этому можно создать оптическую систему, не имеющую хроматической аберрации.

Такая система (*ахроматическая линза*) состоит из склеенных между собой собирающей и рассеивающей линз, обладающих различной дисперсией.

○ В 1941 г. Д. Д. Максутовым была создана безаберрационная оптическая система (*менисковый телобъектив*), состоящая из вогнутого сферического зеркала и выпукло-вогнутой сферической линзы (мениска). Зеркало и мениск в отдельности обладают большими aberrациями (сферическими), имеющими противоположные знаки; в менисковом телобъективе эти aberrации полностью компенсируются.

Менисковые оптические системы с большим успехом применяются в телескопах (менисковый телескоп Максутова), фотоаппаратах и других оптических приборах. ○

Для значительного увеличения малых объектов применяется микроскоп — оптическая система, состоящая в простейшем случае из короткофокусной собирающей линзы (объектива)  $O_1$  с фокусным расстоянием  $f_{\text{об}}$  и длиннофокусной собирающей линзы (окуляра)  $O_2$  с фокусным расстоянием  $f_{\text{ок}}$  (рис. 168). Предмет  $AB$  помещается от объектива на расстоянии, немного большем  $f_{\text{об}}$ . Действительное, увеличенное и перевернутое изображение  $A'B'$  оказывается от окуляра на расстоянии, немногим меньшем  $f_{\text{ок}}$ ; оно рассматривается в окуляр, как в лупу. В результате получается мнимое, увеличенное и перевернутое (относительно предмета) изображение  $A''B''$ , находящееся от окуляра на расстоянии  $L$ , называемом *расстоянием ясного зрения* (для нормального глаза  $L \approx 25$  см). Расстояние  $l$  между «внутренними» фокусами объектива и окуляра называется *оптической длиной тубуса* микроскопа (обычно  $l = 16$  см).

На рисунке сильно преувеличены расстояния от предмета  $AB$  до фокуса объектива и от изображения  $A'B'$  до фокуса окуляра. Кроме того, не соблюдено соотношение расстояний  $L$ ,  $l$ ,  $f_{\text{об}}$  и  $f_{\text{ок}}$ ; в действительности  $f_{\text{об}}$  и  $f_{\text{ок}}$  гораздо меньше  $L$  и  $l$  (по этим причинам изображение  $A''B''$  предмета оказалось расположенным между объективом и окуляром, хотя обычно оно располагается по одну сторону с предметом  $AB$  от объектива).\* Учитывая это, получим на основании формулы (14) следующие приближенные выражения увеличений объектива  $y_{\text{об}}$  и окуляра  $y_{\text{ок}}$ :

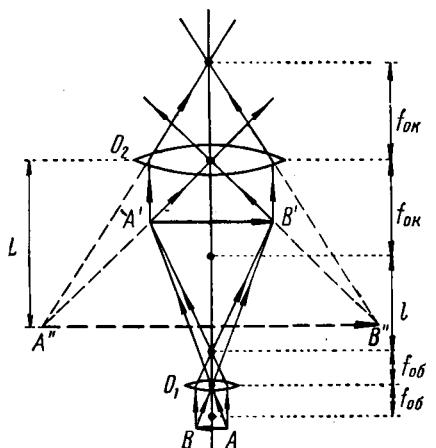


Рис. 168

\* При соблюдении всех относительных размеров рис. 168 получился бы слишком большим.

$$y_{об} = \frac{l + f_{об}}{f_{об}} \approx \frac{l}{f_{об}} \text{ и } y_{ок} \approx \frac{L}{f_{ок}}.$$

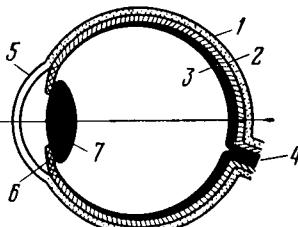
Общее увеличение микроскопа  $N$  равно произведению увеличений объектива и окуляра:

$$N = y_{об} y_{ок} = \frac{IL}{f_{об} f_{ок}}. \quad (15)$$

Практически увеличение микроскопа не может превышать 2500—3000. Это связано с ограниченной разрешающей способностью микроскопа, обусловленной дифракционными явлениями (см. § 53).

### § 48. Глаз как оптическая система. Спектральная чувствительность глаза

Глаз представляет собой довольно сложную оптическую систему, заключенную в защитной белковой оболочке 1 (рис. 169). К белковой оболочке прилегают сосудистая оболочка 2 и сетчатка 3, состоящая из мельчайших светочувствительных элементов размером меньше 0,001 см. Эти элементы являются окончаниями нервных волокон зрительного нерва 4, связывающего глаз с головным мозгом.



В передней части глаза белковая оболочка переходит в прозрачную роговую оболочку (роговицу) 5, а сосудистая оболочка — в радужную оболочку 6, имеющую посередине отверстие, называемое зрачком. Позади зрачка расположен хрусталик 7 — прозрачное упругое тело в форме двояковыпуклой линзы. Вся полость глаза заполнена прозрачной жидкостью. У глазной жидкости показатель преломления равен 1,33, у роговицы — 1,38 и у хрусталика — в среднем 1,44.

Изображение предмета, рассматриваемого глазом, помещается на сетчатке; оно является действительным, уменьшенным и перевернутым (правильное впечатление о расположении предмета создается благодаря корректирующему действию мозга).

Зрачок глаза играет роль диафрагмы: его диаметр изменяется в соответствии с количеством света, попадающего в глаз.

Под действием особой (ресничной) мышцы кривизна поверхностей хрусталика, а следовательно, и его фокусное расстояние могут изменяться. Этим обеспечивается резкость получаемого на сетчатке изображения предметов, находящихся на различных расстояниях от глаза. Способность глаза приспосабливать фокусное расстояние хрусталика к расстоянию до наблюдаемого предмета называется *аккомодацией*.

В ненапряженном состоянии (при расслабленной ресничной мышце) глаз приспособлен к наблюдению далеких предметов, расположенных на расстоянии от 8 м. Аккомодация позволяет получать отчетливое изображение предметов, находящихся на меньших расстояниях, но не меньше *расстояния ясного зрения*, равного, как уже отмечалось 25 см.

Размер изображения зависит в конечном счете от *угла зрения*  $\alpha$  между лучами, идущими в глаз от крайних точек предмета (рис. 170). Наименьший угол зрения, под которым еще можно различать форму предмета, составляет примерно 1' мин, что соответствует рассмотрению отрезка длиной около 0,07 мм, находящегося на расстоянии ясного зрения. При  $\alpha < 1'$  все изображение помещается на одном светочувствительном элементе сетчатки и предмет воспринимается как точка.

В связи с существованием *пределного угла зрения* ( $\alpha = 1'$ ) невооруженным глазом нельзя рассматривать как близкие, но слишком мелкие предметы, так и крупные, но слишком далекие предметы. В этих случаях пользуются оптическими приборами, *увеличивающими угол зрения* (микроскопом — в случае мелких близких объектов и телескопом — в случае крупных далеких объектов).

Наиболее распространенными дефектами глаза являются *близорукость* (изображение предмета получается перед сетчаткой) и *дальнозоркость* (изображение получается за сетчаткой). Эти дефекты исправляются посредством очков с *рассеивающими* (при близорукости) или *собирающими* (при дальнозоркости) линзами.

Перейдем теперь к вопросу о чувствительности глаза. Светочувствительные элементы, выстилающие сетчатку, подразделяются на *палочки* и *колбочки*. Палочки более чувствительны к свету (благодаря им осуществляется сумеречное зрение), но не реагируют на различие в цвете. Колбочки менее чувствительны к свету, но обладают *спектральной чувствительностью*: благодаря им мы различаем цвета.

Глаз чувствителен лишь к очень узкому интервалу длин волн — от 0,77 до 0,38 мкм (видимый свет)\*, причем даже в этом интервале чувствительность глаза к различным длинам волн неодинакова. Наибольшей чувствительностью глаз обладает к длине волн  $\lambda_{\max} = 0,555$  мкм, т. е. к зеленому цвету. Чувствительность глаза для более длинных и более коротких волн резко снижается, достигая нуля для инфракрасного и ультрафиолетового излучений. Поэтому несколько источников монохроматического света, обладающих *одинаковой мощностью*, но испускающих свет *различного цвета*, представляются глазу не одинаково яркими. Наиболее ярким кажется источник зеленого цвета. Для того чтобы, например, красный свет ( $\lambda = 0,76$  мкм) казался столь же ярким, как зеленый, необходимо, чтобы его мощность в 20 000 раз превышала мощность зеленого света (!!).

*Отношение мощности монохроматического излучения с длиной волны  $\lambda_{\max} = 0,555$  мкм (зеленый свет) к мощности монохроматического излучения с длиной волны  $\lambda$ , вызывающего ощущение такой же яркости, как излучение с длиной волны  $\lambda_{\max}$ , называется функцией видности или коэффициентом видности излучения с длиной волны  $\lambda$ :*

$$V_\lambda = \frac{W_{\max}}{W_\lambda}. \quad (16)$$

Коэффициент видности служит мерой спектральной чувствительности глаза. Согласно формуле (16), коэффициент видности зеленого света равен единице.

Значения коэффициентов видности были определены путем усреднения результатов многочисленных измерений и утверждены международной комиссией. На рис. 171 представлен график спектральной чувствительности глаза: по оси абсцисс отложены значения длин волн  $\lambda$ , по оси ординат — значения коэффициентов видности  $V_\lambda$ .

Под действием света светочувствительное вещество сетчатки разлагается, что ведет к снижению чувствительности глаза. В темноте светочувствительное вещество восстанавливается и чувствительность глаза сильно возрастает. В этих условиях глаз способен реагировать на свет ничтожно малой энергии — порядка  $10^{-17}$  Дж (что прибли-

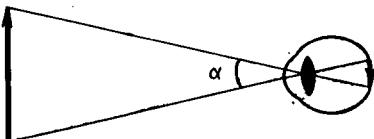


Рис. 170

\* У некоторых людей этот интервал более широк (от 0,9 до 0,3 мкм) и захватывает области инфракрасного и ультрафиолетового излучений.

зительно соответствует свету, испускаемому стеариновой свечой, находящейся в совершенно прозрачной атмосфере на расстоянии порядка 100 км от глаза).

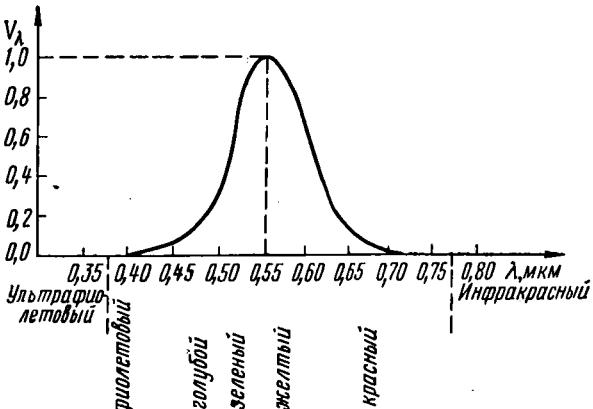


Рис. 171

○ Интересно отметить, что глаза пчел весьма чувствительны к ультрафиолетовому свету, но совершенно не воспринимают красного. Именно поэтому пчелы не посещают и не опыляют красных цветов (за исключением цветов красного мака, которые хорошо отражают ультрафиолетовые лучи солнца и поэтому представляются пчелам ультрафиолетовыми). Большинство красных цветов посещается и опыляется мелкими птицами благодаря тому, что глаза почти всех птиц обладают особенно высокой чувствительностью к красному свету.

Вообще говоря, у многих насекомых, в том числе у большинства вредителей, максимум чувствительности зрения лежит в ультрафиолетовой части спектра. В связи с этим разработан и в последнее время успешно применяется на практике (в сельском и лесном хозяйстве) новый способ борьбы с вредными насекомыми — ультрафиолетовая ловушка, где приманкой служит ультрафиолетовый свет ртутно-кварцевой лампы. ○

### § 49. Основные фотометрические характеристики

Световое излучение, проходящее через некоторую поверхность, можно характеризовать количеством энергии, переносимой электромагнитной волной через эту поверхность за 1 с, т. е. мощностью излучения  $W_\lambda$  через данную поверхность. Эта энергетическая характеристика излучения называется *потоком световой энергии*. Однако, как мы уже видели в предыдущем параграфе, зрительное ощущение зависит не только от мощности излучения, но и от спектральной чувствительности глаза (от коэффициента видности). Поэтому во многих случаях (когда приемником света является глаз) оказывается более удобным характеризовать световое излучение *произведением мощности излучения  $W_\lambda$  на коэффициент видности  $V_\lambda$* . Эта психофизическая или *фотометрическая характеристика излучения*, учитывающая спектральную чувствительность глаза, называется *световым потоком*:

$$\Phi_\lambda = W_\lambda V_\lambda . \quad (17)$$

Если излучение осуществляется волнами различной длины, то световой поток такого *немонохроматического* излучения слагается из световых потоков  $\Phi_\lambda$  для каждой длины волны:

$$\Phi = \sum \Phi_\lambda = \sum W_\lambda V_\lambda. \quad (18)$$

Таким образом, можно сказать, что

*световым потоком называется поток световой энергии, оцениваемый по зрительному ощущению.*

Наряду со световым потоком основными фотометрическими характеристиками являются *сила света, освещенность и яркость.*

Понятие силы света вводится с помощью представления о точечном источнике света.

*Источник света считается точечным, если его размер мал по сравнению с расстоянием до места наблюдения и если он испускает свет равномерно по всем направлениям.*

Точечным источником является, например, звезда, наблюдаемая с Земли, или электрическая лампочка, наблюдаемая на расстоянии нескольких десятков метров, и т. п.

*Сила света измеряется отношением светового потока, создаваемого точечным источником света в телесном угле, к этому телесному углу.*

Если световой поток  $\Phi$  создан точечным источником  $O$  в телесном угле  $\Omega$  (рис. 172), то сила света  $I$  выразится соотношением

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}. \quad (19)$$

*Телесным углом называется часть пространства, ограниченная конической поверхностью.*

*Телесный угол определяется отношением площади  $S$ , вырезаемой этим углом на поверхности сферы (с центром  $O$  в вершине телесного угла), к квадрату радиуса  $R$  сферы (рис. 172):*

$$\Omega = \frac{S}{R^2}.$$

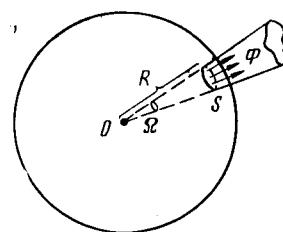


Рис. 172

Единицей телесного угла является *стерадиан (ср).*

1 ср — телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Очевидно, что телесный угол, охватывающий все пространство вокруг источника света, равен  $4\pi$  стерадиан:

$$\Omega = 4\pi R^2/R^2 = 4\pi.$$

В качестве единицы силы света принята *кандела (кд).*

1 кд — сила света, испускаемая при определенных условиях эталонным источником света специальной конструкции\*.

Согласно формуле (19),

$$\Phi = I\Omega, \quad (20)$$

откуда следует, что единицей светового потока является люмен (лм).

1 лм — световой поток, испускаемый точечным источником в телесном угле 1 ср при силе света 1 кд:

$$\text{лм} = \text{кд} \cdot \text{ср.}$$

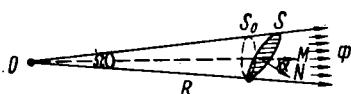


Рис. 173

Для количественной оценки освещения поверхностей вводится понятие освещенности (рис. 173).

Освещенностью поверхности называется отношение светового потока, падающего на данную поверхность, к площади этой поверхности:

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (21)$$

Если линейные размеры поверхности  $S$  малы по сравнению с ее расстоянием до источника света  $O$ , то

$$\Omega = \frac{S_0}{R^2} = \frac{S \cos \alpha}{R^2},$$

где  $S_0$  — проекция  $S$  на плоскость, перпендикулярную оси  $OM$  потока,  $\alpha$  — угол между  $S$  и  $S_0$ . Тогда

$$S = \Omega R^2 / \cos \alpha.$$

Подставляя это выражение в формулу (21) и учитывая формулу (20), получим

$$E = \frac{I \cos \alpha}{R^2}. \quad (22)$$

Таким образом, освещенность поверхности, создаваемая точечным источником света, пропорциональна силе света и косинусу угла падения света на эту поверхность и обратно пропорциональна квадрату расстояния до поверхности.

Зависимостью освещенности от угла падения световых лучей объясняется смена времен года: в северном полушарии освещенность земной поверхности максимальна летом (когда углы  $\alpha$  падения солнечных лучей малы) и минимальна зимой (когда углы  $\alpha$  велики). Это колебание освещенности вызывает соответствующее колебание температуры на земной поверхности.

\* Напомним, что сила света является основной физической величиной, а кандела — основной единицей СИ.

Уместно также отметить, что в связи с прямой зависимостью  $E$  от  $\cos\alpha$  оказывается целесообразным высевать более светолюбивые растения на южных (в северном полушарии) склонах земной поверхности (которым соответствуют наименьшие значения углов  $\alpha$ ).

За единицу освещенности принимается люкс (лк).

1 лк — освещенность поверхности площадью 1 м<sup>2</sup> при световом потоке, падающем на нее излучения, равном 1 лм:

$$\text{лк} = \text{лм}/\text{м}^2.$$

Чтобы дать наглядное представление о единице освещенности, отметим, что освещенность прямыми солнечными лучами имеет порядок 10<sup>5</sup> лк, освещенность, необходимая для чтения, составляет около 40 лк, а освещенность, создаваемая полной луной, равна примерно 0,2 лк.

До сих пор мы говорили только о точечных источниках света. Однако во многих случаях источники света являются протяженными: при рассмотрении таких источников глаз различает их форму и размеры.

Для протяженных источников сила света уже не может служить достаточной характеристикой. В самом деле, из двух источников, излучающих свет одинаковой силы, но имеющих различные размеры (площади), меньший источник кажется более ярким, так как он дает большую силу света с единицы площади. Поэтому для протяженных источников света вводится дополнительная характеристика — яркость.

*Яркость протяженного источника света измеряется отношением силы света, излучаемого с площади видимой (перпендикулярной направлению наблюдения) поверхности данного источника, к площади этой поверхности:*

$$B = I/S_0, \quad (23)$$

где  $I$  — сила света,  $S_0$  — видимая поверхность (рис. 174;  $M$  — изображение источника света  $S$  на сетчатке глаза).

Единицей яркости является кандela на квадратный метр (кд/м<sup>2</sup>).

Отметим, что яркость поверхности полуденного Солнца имеет порядок 10<sup>9</sup> кд/м<sup>2</sup>, спирали лампы накаливания — 10<sup>6</sup> кд/м<sup>2</sup>, пламени керосиновой лампы — 10<sup>4</sup> кд/м<sup>2</sup>, ночного безлунного неба — 10<sup>-4</sup> кд/м<sup>2</sup>.

Наименьшая различимая глазом яркость имеет порядок 10<sup>-6</sup> кд/м<sup>2</sup>.

## § 50. Поглощение света. Физико-химическое и физиологическое действия света

При прохождении света сквозь какую-либо среду всегда имеет место частичное его поглощение, обусловленное превращением электромагнитной энергии в теплоту и другие виды энергии.

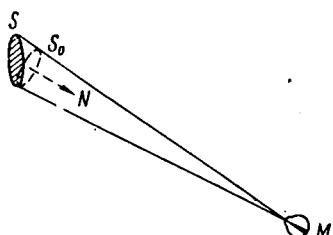


Рис. 174

Вещества, слабо поглощающие свет, принято называть *прозрачными*; вещества, обладающие сильным поглощением, — *непрозрачными*. Однако такое подразделение имеет относительный характер, поскольку прозрачность зависит не только от природы вещества, но и от толщины его слоя. В самом деле, алюминий, например, принято считать непрозрачным веществом, а воду — прозрачным. Между тем очень тонкий слой алюминия достаточно хорошо пропускает свет, тогда как толстый слой воды практически непрозрачен (на больших глубинах океана царит, как известно, почти полная темнота).

Для количественной оценки процесса поглощения света введем понятие интенсивности света  $J$  (см. ч. I, § 35).

*Интенсивностью света (или плотностью потока световой энергии) называется отношение энергии, переносимой светом через площадь, перпендикулярную световому лучу, к продолжительности времени переноса и к размеру площади.*

Пусть параллельный пучок монохроматических лучей падает на пластину поглощающего вещества перпендикулярно поверхности

пластины (рис. 175). Мысленно выделим внутри пластины бесконечно тонкий слой  $dx$ , находящийся на расстоянии  $x$  от ее поверхности. Изменение интенсивности  $dJ_x$  света, происходящее в этом слое в связи с поглощением, пропорционально толщине  $dx$  слоя и интенсивности  $J_x$  падающего на слой света:

$$dJ_x = -kJ_x \cdot dx, \quad (24)$$

Рис. 175

где  $k$  — коэффициент поглощения, характеризующий поглощающую способность данного вещества и не зависящий от толщины слоя.

Знак минус указывает на *ослабление* света в слое  $dx$  ( $dJ_x < 0$ ).

Перенесем  $J_x$  в левую часть равенства (24) и проинтегрируем полученное выражение по всей толщине  $a$  пластины (от  $x = 0$  до  $x = a$  и от  $J_x = J_0$  до  $J_x = J$ ):

$$\int_0^J \frac{dJ_x}{J_x} = -k \int_0^a dx.$$

Тогда

$$\ln \frac{J}{J_0} = -ka,$$

или

$$J = J_0 e^{-ka}, \quad (25)$$

где  $J_0$  — интенсивность света, падающего на пластину;  $J$  — интенсивность света, прошедшего через пластину. Это соотношение называется *законом Бугера\**.

\* Открыт в 1729 г. французским физиком П. Бугером. Отметим, что этот закон справедлив не только для интенсивности света  $J$ , но и для силы света  $I$  и светового потока  $\Phi$ .

Из формулы (25) следует, что при  $a = 1/k$

$$J_0/J = e \approx 2,72.$$

Таким образом,

коэффициент поглощения света веществом есть величина, обратная толщине такого слоя данного вещества, при прохождении которого интенсивность света ослабляется в  $e$  раз (приблизительно в три раза).

Для различных веществ значения коэффициента поглощения весьма различны. Например, для воздуха (при нормальном давлении)  $k$  имеет порядок  $10^{-3} \text{ м}^{-1}$ , для стекла —  $1 \text{ м}^{-1}$ , для металлов —  $10^6 \text{ м}^{-1}$ . Это означает, что для трехкратного ослабления интенсивности света достаточно слой металла толщиной

$$a = (1/10^6) \text{ м} = 1 \text{ мкм},$$

или слой стекла толщиной

$$a = (1/1) \text{ м} = 1 \text{ м},$$

или слой воздуха толщиной

$$a = (1/10^{-3}) \text{ м} = 1 \text{ км}.$$

○ Вообще говоря, всякое вещество обладает в большей или меньшей мере *селективным* (избирательным) поглощением, т. е. значение коэффициента поглощения зависит от длины волны света. Так, например, вода и водяной пар сильно поглощают инфракрасное излучение. Обыкновенное стекло хорошо пропускает видимый свет, но значительно ослабляет инфракрасное излучение (с длиной волны  $\lambda > 2 \text{ мкм}$ ) и почти полностью поглощает ультрафиолетовое излучение ( $\lambda < 0,38 \text{ мкм}$ ). Листья живых растений обладают значительным поглощением во всем видимом спектре, кроме зеленой ( $0,52 \text{ мкм} < \lambda < 0,60 \text{ мкм}$ ) и темно-красной ( $\lambda > 0,70 \text{ мкм}$ ) его части; это поглощение вызвано пигментом — *хлорофиллом\**, содержащимся в листьях.

На избирательном поглощении основано действие светофильтров — стеклянных пластин и желатиновых пленок с примесью определенного красящего вещества. Светофильтр пропускает свет только в какой-либо определенной части спектра (соответствующей цвету светофильтра), поглощая все остальное излучение.

Избирательное поглощение лежит в основе *парникового эффекта*. Грунт парника нагревается обычно тремя источниками теплоты: во-первых, видимым светом, свободно проходящим через стекло парниковых рам, во-вторых, биотопливом и, в-третьих, специальными обогревательными системами (водяными или электрическими). Собственное излучение нагретого грунта как тела, обладающего невысокой температурой, является инфракрасным (см. § 62). Но, как уже отмечалось, стекло поглощает инфракрасное излучение. Благодаря этому значительная часть энергии излучения грунта вновь превращается в теплоту и используется для обогрева парника. Таким образом, стекло защищает парник от потери теплоты путем длинноволнового излучения.

В последние годы в парниковых рамках вместо стекла начинают с успехом применять прозрачный полимер — *полиамидную пленку*. В отличие от стекла пленка обладает высокой прозрачностью не только для видимого, но и для ультрафиолетового излучения, и очень сильно (примерно на 90%) поглощает инфракрасное излучение. Вместе с тем полиамидная пленка весьма эластична,

\* От греческих слов *χλωρός* (хлорос) — зеленый, *φύλλον* (филлон) — лист. По химическому составу хлорофилл близок к пигменту крови — *гему* (небелковой части гемоглобина).

легка, достаточно прочна и долговечна. Эти качества позволяют сооружать легкие временные конструкции для защиты отдельных ценных растений, целых гряд и даже участков полей.

Парниковый эффект под полиамидным укрытием выражен более резко, чем под стеклянным. Применение полиамидной пленки (и некоторых других прозрачных полимеров) ведет к заметному повышению урожайности сельскохозяйственных культур и улучшению качества урожая.

Парниковый эффект грандиозного масштаба постоянно осуществляется на всей Земле в целом, благодаря тому что водяной пар, содержащийся в атмосфере, сильно поглощает длинноволновое (инфракрасное) излучение земной поверхности, предохраняя тем самым ее от выхолаживания (см. также пояснение к задаче 32, гл. VIII).

Интересное явление, противоположное парниковому эффекту, и тоже грандиозного масштаба, было обнаружено на Марсе при его исследовании посредством межпланетных автоматических станций «Марс-2» и «Марс-3» в 1971—1972 гг. На Марсе периодически происходят сильные бури, поднимающие с его поверхности пыль силикатного состава, распространяющуюся в атмосфере над всей планетой. При этом в земную атмосферу забрасывается несколько миллиардов тонн такой пыли. Частицы пыли имеют размер около 1 мкм и потому оседают очень медленно, оставаясь взвешенными в атмосфере длительное время (несколько недель). Высота верхней границы пылевого слоя (в начальной стадии его существования) достигает 10 км. Этот слой сравнительно хорошо пропускает длинноволновое (инфракрасное) излучение поверхности Марса, но сильно поглощает коротковолновое (видимое и ультрафиолетовое) излучение Солнца. В результате за время существования пылевого слоя поверхность Марса охлаждается на несколько десятков кельвинов, т. е. там имеет место «антипарниковый эффект». ◎

Поглощением света обусловлены в конечном счете все виды воздействия света на вещество, в том числе *физико-химическое и физиологическое* его воздействия.

Атом (молекула) вещества, поглотивший фотон, переходит в *возбужденное состояние*: его энергия возрастает на энергию поглощенного фотона  $\epsilon = h\nu$ , где  $h$  — постоянная Планка,  $\nu$  — частота светового излучения (см. § 62). Для видимого света  $\epsilon = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж  $\times$   $\times$  с  $\cdot 5,4 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>  $\approx 4 \cdot 10^{-19}$  Дж. За счет *теплового движения* атом мог бы приобрести столь большую энергию только при нагревании вещества до температуры  $T$  порядка десяти тысяч кельвинов. Действительно [см. ч. I, § 43, (13)],

$$T = \frac{2}{3} \frac{\epsilon}{k} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ К.}$$

Итак, поглощение веществом фотонов видимого света эквивалентно — в энергетическом отношении — нагреванию этого вещества до чрезвычайно высокой температуры. Поэтому понятно, что возбужденные поглощением света атомы (молекулы) становятся химически активными и могут теперь вступать в такие химические реакции, для осуществления которых потребовалась бы очень высокая температура.

Возбужденные светом атомы и молекулы называются *активированными*, а химические реакции, протекающие с их участием, — *фотохимическими*. Примерами таких реакций могут служить: реакция разложения светом бромистого серебра (на которой основана фотография), реакция разложения зрительного пурпурна (на которой основано

зрение), реакция разложения кислорода (на основе которой создается озон в верхних слоях атмосферы). Фотохимические реакции часто вызывают ряд вторичных, просто химических реакций, называемых темновыми.

Основной закон фотохимических реакций утверждает, что *каждый поглощенный веществом фотон вызывает реакцию одной молекулы (атома).*

Этот закон можно сформулировать еще так: *количество прореагированного вещества пропорционально количеству поглощенной им световой энергии.*

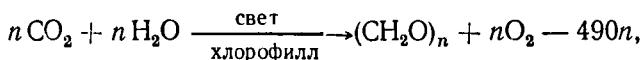
Очевидно, что если для активирования молекулы необходима энергия  $A$  (энергия активации), то энергия  $h\nu$  активирующего фотона должна быть не меньше  $A$ . Следовательно, частота  $\nu_A$  светового излучения, вызывающего фотохимическую реакцию, должна удовлетворять условию

$$\nu_A > A/h.$$

На фотохимической реакции основан *фотосинтез*, безусловно являющийся самым важным из процессов, совершающихся на Земле под действием света\*.

*Фотосинтез заключается в превращении неорганических веществ (воды и углекислого газа) в органические (углеводы), происходящем под влиянием солнечного света, поглощенного хлорофиллом растений, и сопровождающемся выделением газообразного кислорода\*\*.*

Фотосинтез является сложной окислительно-восстановительной реакцией, которую можно записать (без промежуточных ее звеньев) в виде следующего условного уравнения:



где  $n$  — целые числа, соответствующие химическим формулам наиболее распространенных разновидностей углеводов\*\*\*; 490 кДж — химическая энергия, запасаемая в одном моле образующегося углевода ( $\text{CH}_2\text{O}$ ).

○ У зеленых растений фотосинтез вызывается светом с длиной волны в диапазоне от 350 до 710 мкм, причем максимумы интенсивности фотосинтеза\*\*\*\* приходятся на интервалы 410—450 и 640—680 мкм, что приблизительно соответствует спектру поглощения листьев растений. ○

Фотосинтез начинается уже при небольших значениях интенсивности света. По мере ее увеличения интенсивность фотосинтеза сначала пропорционально возрастает, а затем при достаточно большом зна-

\* Большой вклад в изучение фотосинтеза внес известный русский ученый К. А. Тимирязев.

\*\* Фотосинтез происходит и в бактериях, но без выделения кислорода.

\*\*\* Например,  $n = 6$  для глюкозы  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ .

\*\*\*\* Интенсивность фотосинтеза обычно характеризуют количеством углекислоты, поглощаемой за единицу времени единицей площади поверхности зеленого листа.

чении интенсивности света, зависящем от температуры и действия веществ (ингибиторов), тормозящих активность ферментов, становится постоянной; наступает *световое насыщение*.

Оптимальная температура для фотосинтеза 25—28°C. При более высокой температуре фотосинтез замедляется, а при 45°C — практически прекращается. Оптимальная *продуктивность* фотосинтеза соответствует образованию 5—6 г сухой массы урожая на 1 м<sup>2</sup> площади листьев за сутки.

По приближенным подсчетам, наземные и водные растения земного шара ежегодно производят посредством фотосинтеза около 450 млрд. т. (!) органических веществ. Благодаря фотосинтезу на нашей планете создались колоссальные запасы нефти, горючих газов, каменного угля, торфа, почвенного гумуса.

Непрерывно создавая органические вещества, освобождая атмосферу от углекислого газа и пополняя ее кислородом, *фотосинтез обеспечивает условия, необходимые для существования жизни на Земле*.

Несмотря на грандиозные размеры общей (на всем земном шаре) фотосинтетической деятельности зеленых растений, лишь небольшая доля энергии солнечного света, поглощаемая растением, используется непосредственно для фотосинтеза. Эта доля обычно не превышает 5% (для яровой пшеницы — 3,26%; для картофеля — 3,02%; для кукурузы — 2,30% и т. п.).

Так как органическая масса растения создается в процессе фотосинтеза, то одним из эффективных путей повышения урожайности сельскохозяйственных культур является увеличение интенсивности фотосинтеза (увеличение процента использования световой энергии для фотосинтеза). По этому пути идет новая отрасль сельскохозяйственного производства, получившая название *светокультуры* — культивирование растений при искусственном освещении (обычно в комплексе с усиленной подкормкой углекислотой и с проточным методом корневого питания). Светокультура может проводиться как при полностью искусственном, так и при дополнительном к солнечному освещении. Она широко используется для выращивания рассады овощей, для их зимней культуры, при выгонке рассады огурцов и томатов, а также для круглогодичной селекции растений и при некоторых физиологических исследованиях.

Возникновение при фотосинтезе «светового насыщения» дает основание предполагать, что непрерывное освещение растений при светокультуре является излишним. По-видимому, в этом освещении следует делать *кратковременные перерывы*, в течение которых в растении будут осуществляться *темновые* реакции фотосинтеза. В этой связи в последние годы проводятся производственные эксперименты\* по *импульльному* облучению растений «насыщающими» дозами интенсивности света с продолжительностью импульса порядка 10<sup>-3</sup> с и темновым периодом порядка 10<sup>-2</sup> с. По предварительным данным, импульсное облучение оказывается весьма перспективным. Во всяком случае, оно дает значительную (до 50%) экономию электроэнергии.

Весьма существенное влияние свет оказывает и на животные организмы. С одним из видов такого влияния мы уже ознакомились (см. § 48) — это действие света на орган зрения. Кроме того, свет действует на кожный покров. Видимое и инфракрасное излучения вызывают главным образом поверхностное нагревание кожи. Ультрафиолетовое излучение вызывает фотохимическую реакцию в наружном слое кожи, ведущую к образованию коричневого пигmenta («загар»). Этот пигмент, называемый *меланином*, сильно поглощает ультрафиолетовые лучи, предохраняя тем самым организм от их чрезмерного воздействия. Умеренные дозы ультрафиолетового излучения благотворно влияют на организм: усиливают его сопротивляемость инфекционным заболеваниям и улучшают обмен веществ.

\* Эти эксперименты проводятся в Ленинградском сельскохозяйственном институте с культурами томата и огурцов.

Для человека, животных и растений свет является совершенно необходимым жизненным фактором, поскольку, как показывает опыт, его отсутствие или недостаток нарушает нормальную деятельность организма; недостаток света не может быть компенсирован никакими другими воздействиями (обогреванием, питанием и т. д.).

Ультрафиолетовое излучение длиной волны меньше 0,28 мкм обладает сильным бактерицидным действием — убивает бактерии; используется для обеззараживания воздуха в помещениях, для стерилизации молока и т. п. Это излучение можно создать, например, посредством *кварцевой лампы* (см. § 23). В солнечном свете, достигающем земной поверхности, излучение с длиной волны, меньшей 0,29 мкм, отсутствует, так как оно полностью поглощается озоном ( $O_3$ ), находящимся в высоких слоях атмосферы (на высотах от 12 до 50 км).

Инфракрасные лучи играют важную роль в жизни змей. Сравнительно слабо развитые зрение, слух и обоняние компенсируются у змеи острой восприимчивостью к инфракрасному излучению. На голове змеи между глазами и ноздрями расположены два углубления, в которых находятся своеобразные «термолокаторы» — органы, чувствительные к инфракрасным лучам. С помощью этих термолокаторов змея улавливает даже слабое тепловое излучение, исходящее от мелких птиц и животных, и определяет их местоположение. Поэтому даже в темноте змея точно бросается на свою добычу. ◎

### Примеры решения задач

**Задача 24.** Луч света падает под углом  $\alpha = 30^\circ$  на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначальному направлению (рис. 176). Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Какова толщина пластиинки, если расстояние между лучами  $|BC| = l = 1,94$  см?

**Решение.** Полагаем, что окружающей пластинку средой является воздух, показатель преломления которого близок к единице. Тогда по закону преломления света (3) найдем угол преломления  $\beta$  луча в пластинке:

$$\sin \beta = \sin \alpha / n = 0,5 / 1,5 = 0,333,$$

откуда  $\beta = 19^\circ 30'$ .

Из прямоугольных треугольников  $ADB$  и  $ACB$  следует, что

$$d = |AB| \cos \beta \text{ и } l = |AB| \sin (\alpha - \beta).$$

Разделив первое равенство на второе, найдем

$$d = \frac{l \cos \beta}{\sin (\alpha - \beta)} = \frac{1,94 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \cos 19^\circ 30'}{\sin 10^\circ 30'} = 0,1 \text{ м.}$$

**Задача 25.** Показатель преломления стекла для крайних красных лучей спектра равен  $n_1 = 1,510$ , а для крайних фиолетовых  $n_2 = 1,531$ . Определить расстояние  $\Delta l$  между фокусами для красных и фиолетовых лучей двояковыпуклой линзы с радиусами кривизны  $R_1 = R_2 = R = 15$  см.

**Решение.** Эта задача о хроматической aberrации линзы (см. рис. 166). Согласно формуле (9), фокусное расстояние линзы равно

$$f = \frac{R_1 R_2}{(n - 1)(R_1 + R_2)} = \frac{R}{2(n - 1)}.$$

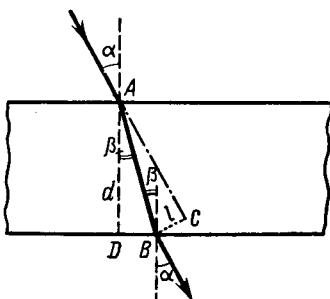


Рис. 176

Обозначим фокусные расстояния линзы для красных и фиолетовых лучей соответственно  $f_1$  и  $f_2$ , тогда можем написать

$$\Delta f = f_1 - f_2 = \frac{R}{2} \left( \frac{1}{n_1 - 1} - \frac{1}{n_2 - 1} \right) = \frac{R(n_2 - n_1)}{2(n_1 - 1)(n_2 - 1)} =$$

$$= \frac{0,15 \text{ м} \cdot 0,021}{2 \cdot 0,51 \cdot 0,531} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 5,8 \text{ мм.}$$

**Задача 26.** Фокусное расстояние объектива биологического микроскопа  $f_{об} = 2$  мм, фокусное расстояние окуляра  $f_{ок} = 4$  см, оптическая длина тубуса микроскопа  $l = 18$  см. Определить увеличение  $N$  микроскопа и расстояние  $d$  от объектива до изображения предмета.

**Решение.** Воспользуемся оптической схемой микроскопа (см. рис. 168). Согласно формуле (15), увеличение микроскопа равно

$$N = \frac{IL}{f_{об}f_{ок}} = \frac{18 \text{ см} \cdot 25 \text{ см}}{0,2 \text{ см} \cdot 4 \text{ см}} = 562,5,$$

где  $L = 25$  см — расстояние ясного зрения.

Из рисунка следует, что  $d = f_{ок} + l + f_{об} - L = 4 \text{ см} + 18 \text{ см} + 0,2 \text{ см} - 25 \text{ см} = -2,8 \text{ см}$ . (Знак минус указывает на то, что изображение расположено по одну сторону с предметом от объектива.)

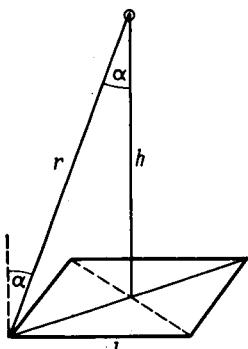


Рис. 177

**Задача 27.** В эксперименте по светокультуре (см. § 50) проводится досвечивание огурцов, растущих на площадке квадратной формы со стороной  $l = 160$  см (рис. 177). Источником света служит лампа накаливания силой света  $I = 500$  кд, находящаяся на высоте  $h = 4$  м над центром площадки. Каковы максимальная и минимальная освещенности  $E$  посадки?

**Решение.** Согласно формуле (22), освещенность равна

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2},$$

где  $\alpha$  — угол падения лучей,  $r$  — расстояние от источника света до освещаемого места.

Максимальная освещенность будет, очевидно, в центре посадки; при этом  $\alpha = 0$  и потому

$$E_{\max} = \frac{I \cos 0}{h^2} = \frac{500 \text{ кд}}{16 \text{ м}^2} = 31,25 \text{ лк.}$$

Минимальная освещенность будет в угловой части посадки на расстоянии  $r = h/\cos \alpha$  от лампы; при этом  $\tan \alpha = l\sqrt{2}/(2h) = 1,6 \text{ м} \cdot 1,4/(2 \cdot 4 \text{ м}) = 0,28$ , откуда  $\alpha = 15^\circ 40'$ . Тогда

$$E_{\min} = \frac{I \cos \alpha}{r^2} = \frac{I \cos^3 \alpha}{h^2} = \frac{500 \text{ кд} \cdot 0,963^3}{16 \text{ м}^2} = 27,81 \text{ лк.}$$

### Контрольные вопросы

163. Каков диапазон длин волн видимого света? 164. Чему равна скорость движения фотонов? 165. Чем является свет — волной или ча-

- стицей (корпускулой)? 166. Что называется оптически однородной средой? 167. Верно ли, что при переходе света из одной среды в другую

гую длину световой волны  $\lambda$  изменяется, а частота  $v$  остается неизменной? Объясните ответ. 168. Какое отражение света называют диффузным? 169. Каков физический смысл абсолютного показателя преломления среды? 170. Если  $c_1$  и  $c_2 < c_1$  — скорости света в первой и во второй средах, то какая из этих сред является оптически более плотной? 171. Какие два условия необходимы для полного отражения света от прозрачной среды? 172. Трехгранный призма изготовлена из вещества с аномальной дисперсией. Какие лучи света данная призма отклоняет сильнее: красные или фиолетовые? 173. Что называют углом дисперсии? 174. Почему при прохождении белого света через трехграниную призму происходит его разложение в спектр? 175. С помощью спектрометра можно получить спектр излучения любого вещества, находящегося в раскаленном состоянии. В каком случае этот спектр будет: 1) линейчатым; 2) полосатым; 3) сплошным? 176. На чем основан спектральный анализ? 177. Что называется фокусом линзы? Где он находится? 178. Фокусное расстояние линзы 25 см. Чему равна ее оптическая сила? 179. Зависит ли фокусное расстояние  $f$  линзы от среды, в которой она находится? Можно ли, заменив окружающую среду, превратить собирающую линзу в рассеивающую? Объясните ответ. 180. Где и какое изображение дает

двойковыпуклая линза, если предмет находится за ее двойным фокусом? Постройте это изображение. 181. Чем обусловлены сферическая и хроматическая aberrации линзы? Как можно устранить или уменьшить эти aberrации? 182. На каком расстоянии от объектива помещают предмет, рассматриваемый в микроскоп? 183. Какое изображение предмета дает глаз и где оно помещается? 184. На какое расстояние аккомодирован глаз при расслабленной ресничной мышце? Каково расстояние ясного зрения для глаза? 185. Что называют предельным углом зрения невооруженного глаза? Чему он равен? 186. К свету какой длины волны (цвета) чаcболее чувствителен глаз человека? 187. Что характеризует коэффициент видности? Дайте его определение. 188. Перечислите основные фотометрические характеристики и их единицы. Дайте определения этих характеристик и их единиц. 189. Что называют точечным источником света? 190. Во сколько раз освещенность в центре круглого стола больше, чем на его краю, на высоте, равной радиусу столешницы? 191. Объясните явление парникового эффекта. 192. Интенсивность света, прошедшего сквозь слой воды толщиной 4 м, уменьшилась в 2,72 раза. Чему равен коэффициент поглощения света для воды? 193. Какие реакции называют фотохимическими? 194. Что такое фотосинтез? Кратко охарактеризуйте его значение.

---

## Глава VII. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

---

### § 51. Интерференция света. Интерферометр

Изучая закономерности распространения упругих колебаний среды, мы ознакомились с явлением интерференции волн (см. ч. I, § 34). Естественно предположить, что в случае световых (электромагнитных) волн такое явление также может наблюдаться. Опыт подтверждает это предположение: интерференцию световых волн, сходящихся в некоторой точке пространства, можно непосредственно наблюдать, если только эти волны являются *когерентными* (т. е. при одинаковой частоте имеют постоянную разность фаз), или, что то же, если *когерентны* источники этих волн (см. ч. I, § 34).

Нетрудно понять, что никакие два светящиеся тела не могут быть *когерентными* источниками света. В самом деле, свет, исходящий от светящегося тела (например, от нити электролампы), представляет собой совокупность множества электромагнитных волн, излучаемых отдельными частицами (атомами и молекулами) тела. Условия излучения этих частиц очень быстро и беспорядочно изменяются. Для того

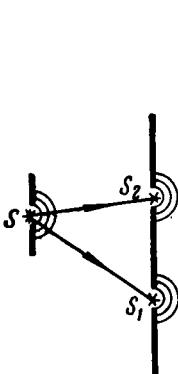


Рис. 178

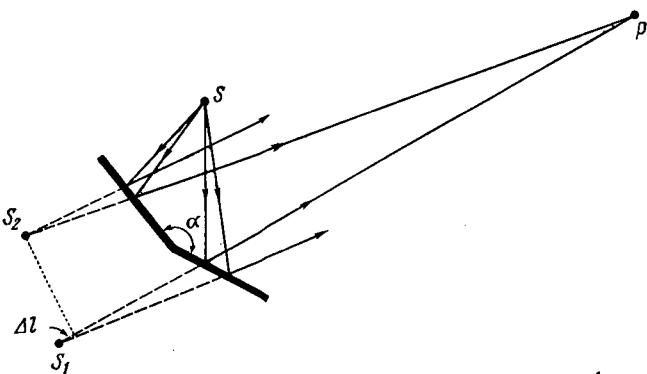


Рис. 179

чтобы два светящиеся тела являлись когерентными источниками света, длины волн, излучаемых всеми частицами первого тела, должны отличаться по фазе от длины волн, излучаемых всеми частицами второго тела, *все время* на одно и то же значение. Такое событие практически совершенно невероятно\*. Поэтому для получения когерентных источников прибегают к искусенному приему: «раздваивают» свет, исходящий от одного источника.

Это «раздвоение» можно осуществить, например, посредством экрана с двумя малыми отверстиями (рис. 178). В соответствии с принципом Гюйгенса — Френеля источник света  $S$  создает в отверстиях экрана вторичные источники света  $S_1$  и  $S_2$ . Очевидно, что всякое изменение фазы волн, излучаемых основным источником  $S$ , сопровождается точно такими же изменениями фаз волн, излучаемых вторичными источниками  $S_1$  и  $S_2$ . Следовательно, у волн, излучаемых источниками  $S_1$  и  $S_2$ , *разность фаз все время остается неизменной*, т. е. источники являются *когерентными*.

Другой способ получения когерентных источников основан на отражении света от двух плоских зеркал, установленных под углом  $\alpha$ , близким к  $180^\circ$  (рис. 179). Эта оптическая система называется *зеркалами Френеля*. Когерентными источниками служат изображения  $S_1$  и  $S_2$  основного источника света  $S$ .

В ч. I на рис. 61 было показано, что результат интерференции двух волн в некоторой точке  $P$  зависит от *разности хода лучей* (волн);

\* Исключение составляют лазеры (см. § 67).

там же были выведены условия интерференционного максимума (29) и интерференционного минимума (30). Применим эти условия к случаю интерференции световых волн, создаваемых когерентными источниками  $S_1$  и  $S_2$  и сходящихся в точке  $P$  (рис. 179). Если в разности хода лучей  $\Delta l = |S_1P| - |S_2P|$  укладывается целое число длин волн (четное число полуволн), т. е. если

$$\Delta l = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

то в точке  $P$  будет *максимум света* ( $\lambda$  — длина волны,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Если же в разности хода укладывается нечетное число полуволн, т. е. если

$$\Delta l = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

то в точке  $P$  будет *минимум света* (темнота)\*.

Выясним теперь, как выглядит интерференционная картина, созданная на экране двумя когерентными источниками монохроматического света  $S_1$  и  $S_2$ . Пусть расстояние между этими источниками  $d$ , а расстояние от источников до экрана  $L$ , причем  $d \ll L$  (рис. 180). Определим расстояния  $x$  от точки  $O$  (одинаково удаленной от  $S_1$  и  $S_2$ ) до тех точек  $P$ , в которых будут наблюдаться интерференционные максимумы (на рисунке дан вертикальный разрез экрана).

Из прямоугольных треугольников  $PCS_1$  и  $PBS_2$  находим:

$$|PS_1|^2 = L^2 + (x + d/2)^2, \quad |PS_2|^2 = L^2 + (x - d/2)^2,$$

откуда

$$|PS_1|^2 - |PS_2|^2 = 2xd, \text{ или } (|PS_1| - |PS_2|)(|PS_1| + |PS_2|) = 2xd.$$

Но  $|PS_1| - |PS_2| = \Delta l$ , а  $|PS_1| + |PS_2| \approx 2L$ .

Следовательно,  $\Delta l \cdot 2L = 2xd$  и

$$x = L \cdot \Delta l / d. \quad (3)$$

Учитывая формулы (1) и (2), получим, что максимумы света располагаются на расстоянии

$$x = n \frac{\lambda L}{d}, \quad (4)$$

\* Предполагается, что амплитуды волн одинаковы. В противном случае в точке  $P$  произойдет не полное гашение, а лишь ослабление света.

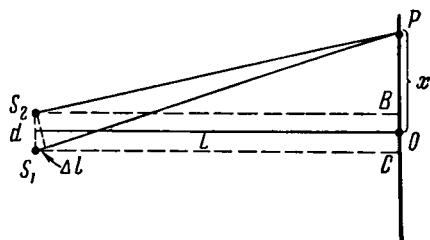


Рис. 180

а минимумы — на расстоянии

$$x = (2n + 1) \frac{\lambda L}{2d} \quad (5)$$

от точки  $O$ . Эти максимумы и минимумы имеют соответственно вид светлых и темных полос, параллельных друг другу. Центральный максимум, соответствующий  $n = 0$ , проходит через точку  $O$ . Расстояние между соседними максимумами (минимумами), очевидно, равно

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \quad (6)$$

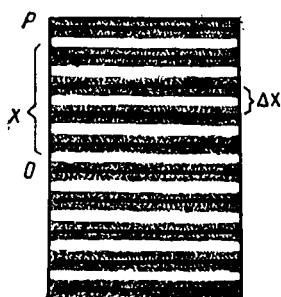


Рис. 181

Таким образом, интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос (рис. 181). Особенно четкой эта картина получается в случае, когда вместо точечных источников света используются узкие параллельные светящиеся щели.

Так как, согласно формуле (6),  $\Delta x$  обратно пропорционально  $d$ , то при большом расстоянии между источниками света  $S_1$  и  $S_2$  расстояние между интерференционными полосами может оказаться неразличимо малым.

Поэтому для получения четкой интерференционной картины следует пользоваться источниками света, расположеннымными на возможно меньшем расстоянии друг от друга ( $d \ll L$ ).

На основании формулы (6) можно экспериментально определять длину световой волны по измеренным значениям  $d$ ,  $L$  и  $\Delta x$ .

Отметим, что при использовании не монохроматического, а, например, белого света, интерференционные максимумы для каждой длины волны будут, согласно формуле (4), смещены друг относительно друга. В результате все светлые полосы приобретут радужную окраску.

Интерференционная картина очень чувствительна к разности хода интерферирующих волн: ничтожно малое изменение разности хода вызывает заметное смещение интерференционных полос. На этом основано устройство *интерферометров* — приборов, служащих для точного измерения малых длин (в частности, длин световых волн) и углов, а также для определения показателя преломления прозрачных сред. В промышленности интерферометр широко используется для контроля качества (гладкости) металлических и других шлифованных поверхностей.

На рис. 182 дана принципиальная схема *микроинтерферометра Линника*, предназначенного для выявления и измерения микроскопических неровностей поверхности.

Пучок  $S$  монохроматических световых лучей (с длиной волны  $\lambda$ ) попадает на *полупрозрачный слой*  $P$  (тончайший слой серебра, нанесенный на диагональное сечение стеклянного куба). Рассмотрим ход

одного из лучей  $I$  этого пучка. На полупрозрачном слое луч  $I$  «раздваивается»: частично проходит через слой и падает на зеркало  $C$  (луч  $I'$ ), а частично отражается и падает на исследуемую поверхность  $B$  (луч  $I''$ ). Затем луч  $I'$  (после отражений от зеркала и от полупрозрачного слоя) и луч  $I''$  (после отражения от исследуемой поверхности и прохождения через полупрозрачный слой) идут в микроскоп  $M^*$ .

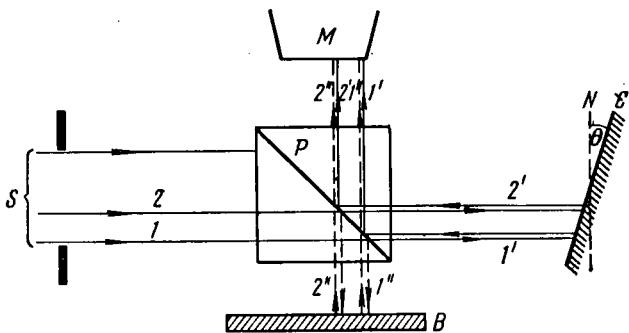


Рис. 182

Будучи когерентными, эти лучи интерферируют; результат их интерференции виден в поле зрения микроскопа.

Предположим, что в разности хода лучей  $I'$  и  $I''$  (равной удвоенной разности расстояний между полупрозрачным слоем и зеркалом и между полупрозрачным слоем и исследуемой поверхностью) укладывается одна длина волны  $\lambda$ . Тогда эти лучи дадут в поле зрения микроскопа интерференционный максимум.

Зеркало  $C$  составляет очень небольшой угол  $\theta$  с нормалью  $N$  к пучку  $S$ . Благодаря этому в пучке  $S$  найдется такой луч  $2$ , падающий на полупрозрачный слой немного выше луча  $I$ , что создаваемые им когерентные лучи  $2'$  и  $2''$  будут иметь разность хода, равную  $2\lambda$ . Эти лучи также дадут интерференционный максимум, расположенный рядом с интерференционным максимумом лучей  $I'$  и  $I''$ .

Кроме лучей  $I$  и  $2$  в пучке  $S$  имеются еще и другие (не показанные на рисунке) лучи  $3$ ,  $4$ ,  $5$  и т. д., которые создают пары когерентных лучей  $3'$  и  $3''$ ,  $4'$  и  $4''$ ,  $5'$  и  $5''$  и т. д. с разностями хода, равными соответственно  $3\lambda$ ,  $4\lambda$ ,  $5\lambda$  и т. д. Эти лучи также дадут ряд интерференционных максимумов.

Между интерференционными максимумами расположатся интерференционные минимумы, соответствующие разностям хода, равным нечетному числу полуволн:  $3/2\lambda$ ,  $5/2\lambda$ ,  $7/2\lambda$  и т. д. В результате в поле зрения микроскопа возникает система чередующихся светлых и темных параллельных полос.

\* Участки луча  $I'$  (между слоем  $P$  и зеркалом  $C$ ) изображены для наглядности раздельно, хотя практически они совпадают. Это относится также и к лучу  $I''$ .

В случае гладкой исследуемой поверхности интерференционные полосы будут прямолинейными (рис. 183, а). Если же на поверхности имеется какая-либо неровность, например борозда, то для лучей, отражающихся от этой борозды, разность хода изменится, что приведет к смещению (изгибу) интерференционных полос в области, соответствующей изгибу борозды.

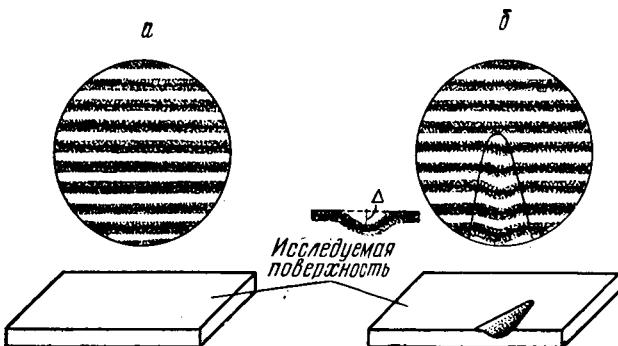


Рис. 183

вующей борозде (рис. 183, б). Изгибы интерференционных полос как бы обрисуют контур борозды. Размер изгиба  $\Delta$  (измеряемый посредством окулярной шкалы микроскопа) пропорционален глубине борозды, поэтому по числовому значению  $\Delta$  можно определять глубину борозды. Если неровностью является не борозда, а гребень, то изгибы интерференционных полос будут направлены в противоположную сторону.

Таким образом, интерференционная картина, наблюдаемая в микроинтерферометре, позволяет судить о форме и характере дефекта исследуемой поверхности и определять размеры дефекта с большой степенью точности (до 0,01 мкм).

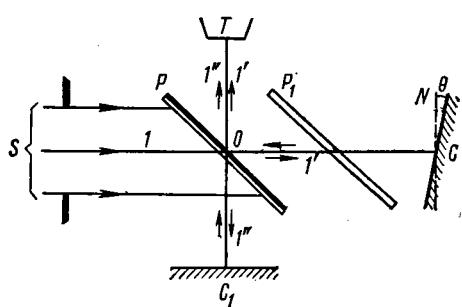


Рис. 184

*Майкельсона* (рис. 184). Он устроен в принципе так же, как интерферометр Линника (см. рис. 182), но вместо стеклянного куба в нем поставлена плоскопараллельная стеклянная пластинка  $P$ , покрытая полупрозрачным слоем серебра, вместо исследуемой поверхности  $B$  установлено зеркало  $C_1$ , а микроскоп  $M$  заменен зрительной трубой  $T$ . Кроме того, между зеркалом  $C$  и пластинкой  $P$  помещена еще такая же, но не посеребренная пластинка  $P_1$ . Она служит для компенсации разности хода лучей, возникающей из-за того, что луч  $1''$  проходит сквозь толщу пластинки  $P$  дважды, а луч  $1'$  не проходит ни разу.

Очевидно, что в поле зрения трубы  $T$  будет наблюдаться симметричная картина интерференционных полос (подобная изображенной на рис. 183, а). Очевидно, также, что передвижение зеркала  $C$  (по линии луча  $l'$ ) вызовет изменение разности хода лучей (пучков лучей), отраженных от зеркал  $C$  и  $C_1$ , и, следовательно, вызовет смещение интерференционных полос.

При перемещении зеркала  $C$  на  $n\lambda/2$  (где  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ;  $\lambda$  — длина волны используемого света) полосы смеютсяся на расстояние, равное  $n$ -кратному расстоянию между двумя соседними максимумами (минимумами) интерференционной картины. Это позволяет очень точно измерять длину световой волны. Именно таким методом была впервые измерена длина волны (в вакууме) излучения, соответствующего переходу между уровнями  $2p_{10}$  и  $5d_5$  атома криптона-86. Эта длина волны принята теперь за эталон при установлении Международной единицы длины — метра (см. приложение II).

## § 52. Опыт Майкельсона. Специальная теория относительности

Посредством интерферометра Майкельсона был осуществлен *опыт Майкельсона*, сыгравший исключительно важную, революционизирующую роль в истории развития науки (см. § 44).

*A. A. Майкельсон* поставил свой опыт в 1881 г. с целью обнаружить движение Земли относительно мирового эфира и измерить скорость этого движения. Напомним, что по представлениям того времени мировой эфир являлся особой абсолютно неподвижной материальной средой — носительницей световых волн, скорость света в которой  $c = = 3 \cdot 10^8$  м/с. Идея и принцип опыта Майкельсона состояли в следующем.

Очевидно, что интерференционные полосы, наблюдаемые в зрительной трубе интерферометра, покоящегося относительно мирового эфира, не будут смещаться при повороте интерферометра вокруг вертикальной оси, проходящей через середину  $O$  пластинки  $P$  (рис. 184), поскольку его поворот не изменит разности хода лучей  $l'$  и  $l''$ .

Но интерферометр не покоятся, а движется относительно мирового эфира вместе с Землей по ее орбите со скоростью  $v$ . В этих условиях скорость света *с* должна векторно складываться со скоростью  $v$  Земли. Поэтому скорость (и время) распространения света вдоль лучей  $l'$  и  $l''$  будет теперь различной, зависящей от направления этих лучей. Следовательно, при повороте интерферометра разность хода лучей  $l'$  и  $l''$  должна изменяться. При этом в зрительной трубе *наблюдаются смещение интерференционных полос*, по которому можно определить  $v$ .

Пусть интерферометр ориентирован так, что он движется относительно эфира в направлении  $OC$ , а плечи интерферометра равны соответственно  $|OC| = l_1$  и  $|OC_1| = l_2$ . Вычислим время  $t_1$  прохождения светом пути  $OCO$  вдоль луча  $l'$ . Очевидно, что скорость распространения света относительно интерферометра на участке  $OC$  равна ( $c - v$ ), а на участке  $|CO| = (c + v)$ , так как в первом случае направления  $v$  и  $c$  совпадают, а во втором — взаимно противоположны. Тогда

$$t_1 = \frac{l_1}{c - v} + \frac{l_1}{c + v} = \frac{2l_1}{c(1 - v^2/c^2)},$$

а путь, пройденный светом относительно эфира,

$$s_1 = ct_1 = \frac{2l_1}{1 - v^2/c^2}.$$

Для определения пути  $s_2 = |OC'_1O''| = 2l$ , проходящего светом вдоль луча  $I''$  относительно эфира, найдем положения точки  $O$  и зеркала  $C_1$  для трех моментов времени (рис. 185):

когда свет проходит через  $O$  (положения  $O$  и  $C_1$ ), когда он отражается от зеркала  $C_1$  (положения  $O'$  и  $C'_1$ ) и когда он возвращается в  $O$  (положения  $O''$  и  $C''_1$ ).

Из рисунка следует, что

$$l = \sqrt{l_2^2 + |OO'|^2}. \quad (7)$$

Но свет проходит путь  $l$  со скоростью  $c$  за то же время, за которое интерферометр проходит путь  $OO'$  со скоростью  $v$ . Поэтому  $|OO'|/l = v/c$ , откуда  $|OO'| = vl/c$ . Подставляя это выражение в формулу (7), получим, что

$$l = \frac{l_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \text{ и } s_2 = \frac{2l_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Обусловленная движением интерферометра разность хода лучей  $I'$  и  $I''$

$$\Delta s' = s_1 - s_2 = 2 \left( \frac{l_1}{1 - v^2/c^2} - \frac{l_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right).$$

Если повернуть интерферометр на  $90^\circ$ , то его плечи  $l_1$  и  $l_2$  поменяются местами и разность хода лучей станет уже другой, равной

$$\Delta s'' = 2 \left( \frac{l_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{l_2}{1 - v^2/c^2} \right).$$

Таким образом, при повороте интерферометра на  $90^\circ$  разность хода лучей должна измениться на значение

$$\Delta s = \Delta s' = \Delta s'' = 2(l_1 + l_2) \frac{1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v^2/c^2},$$

которое вполне можно измерить по сопровождающему поворот смещению интерференционных полос, после чего легко рассчитать значение скорости  $v$  Земли.

Однако опыт Майкельсона неожиданно дал отрицательный результат: никакого смещения интерференционных полос при повороте интерферометра не происходило! Не наблюдалось смещения полос и в последующих, многократно повторявшихся опытах, осуществляемых в различные времена года как самим Майкельсоном, так и другими уче-

ными, несмотря на все возраставшую точность измерений в этих экспериментах.

Отрицательный результат опыта Майкельсона можно было бы объяснить зависимостью скорости света от скорости движения его источника. Но опыты по наблюдению за двойными звездами отвергли такую возможность. Отметим, что гипотезы об увлечении мирового эфира движущимся телом, которые могли бы объяснить отрицательный результат опыта Майкельсона, тоже не получили экспериментального подтверждения.

Поэтому результат опыта Майкельсона допускает только одно истолкование:

*скорость распространения в вакууме электромагнитных волн, в том числе света, одинакова во всех инерциальных системах отсчета независимо от их относительных скоростей движения.*

Вместе с тем из этого опыта следует, что мирового эфира не существует.

Опыт Майкельсона явился экспериментальной предпосылкой специальной теории относительности, созданной А. Эйнштейном и основанной на следующих двух положениях (см. ч. I, § 14).

1. *Во всех инерциальных системах отсчета все физические процессы протекают совершенно одинаково (при одинаковых условиях), т. е. законы, описывающие эти процессы, имеют одинаковую форму [обобщенный принцип относительности].*

2. *Скорость распространения света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета [принцип постоянства скорости света].*

Таким образом, скорость света в вакууме занимает особое положение в природе. В отличие от всех других скоростей, изменяющихся при переходе от одной системы отсчета к другой, скорость света в вакууме является *инвариантной величиной*.

Исходя из этих положений, специальная теория относительности пришла к заключению об *относительном характере* таких фундаментальных физических величин, как размер и масса тела, а также промежуток времени между какими-либо событиями. Относительном — в смысле зависимости значений этих величин от скорости движения системы, с которой они связаны, *относительно наблюдателя*, производящего соответствующие изменения. Ниже приведены (без выводов) некоторые из основных закономерностей релятивистской теории.

### ▲ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО РАЗМЕРА

Пусть тело покоятся в системе отсчета  $O$ , которая движется со скоростью  $v$  относительно системы отсчета  $O_1$ . Тогда линейный размер  $l_1$  тела в *направлении движения*, определенный наблюдателем, связанным с системой  $O_1$ , будет меньше, чем линейный размер  $l_0$  этого же тела, определенный наблюдателем, связанным с системой  $O$ :

$$l_1 = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (8)$$

Иначе говоря, тело, движущееся относительно инерциального наблюдателя\*, укорачивается в направлении движения.

Поперечный размер тела остается неизменным. Таким образом, «длина покоя»  $l_0$  имеет максимальное значение и в этом смысле имеет абсолютный характер.

Формулу (8) можно получить из рассмотренных выше расчетов опыта Майкельсона следующим образом. В начале опыта подберем (перемещая, например, зеркало  $C$ ) плечи  $l_1$  и  $l_2$  интерферометра так, чтобы времена  $t_1$  и  $t_2$  прохождения светом раздельных участков  $O\bar{C}O$  и  $O\bar{C}_1O$  были одинаковыми, причем плечо  $l_1$  расположим вдоль направления движения интерферометра. Тогда

$$t_1 = \frac{2l_1}{c(1-v^2/c^2)}.$$

Так как  $t_2 = s_2/c$ , то

$$t_2 = \frac{2l_2}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

Но  $t_1 = t_2$ , следовательно,

$$\frac{l_1}{1-v^2/c^2} = \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (9)$$

Повернем теперь интерферометр на  $90^\circ$ . При этом его плечи  $l_1$  и  $l_2$  поменяются местами, но, согласно отрицательному результату опыта Майкельсона, смещения интерференционных полос не произойдет.

Следовательно, времена прохождения светом раздельных участков останутся одинаковыми. Поэтому можно написать, что

$$\frac{l_2}{1-v^2/c^2} = \frac{l_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (9')$$

Из формул (9) и (9') следует, что  $l_1 = l_2 = l_0$  при  $v = 0$ , но  $l_1 \neq l_2 \neq l_0$ , а  $l_1 = l_2 \sqrt{1-v^2/c^2}$  при  $v \neq 0$ , если первое плечо установлено вдоль направления его движения, и  $l_2 = l_1 \sqrt{1-v^2/c^2}$ , если вдоль направления движения установлено второе плечо.

Таким образом, длина *одного и того же отрезка изменяется* в зависимости от его ориентации, уменьшаясь в  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  раз при повороте отрезка от положения поперек направления движения до положения вдоль этого направления.

Итак, линейный размер  $l$  объекта, движущегося относительно инерциального наблюдателя, сокращается в направлении движения по соотношению

$$l = l_0 \sqrt{1-v^2/c^2},$$

которое совпадает с формулой (8). Отметим, однако, что проведенный расчет имеет несколько формальный характер и не является выводом формулы (8) из теории относительности.

\* Т. е. наблюдателя, находящегося в другой инерциальной системе отсчета (не той, в которой поконится данное тело).

### ▲ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ПРОМЕЖУТКА ВРЕМЕНИ

Пусть два каких-либо события совершаются в одной точке системы отсчета  $O$ , которая движется со скоростью  $v$  относительно системы отсчета  $O_1$ . Тогда промежуток времени  $t_1$  между событиями, определенный по часам системы  $O_1$ , будет больше, чем промежуток времени  $t_0$  между теми же событиями, определенный по часам системы  $O$ :

$$t_1 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (10)$$

Если оба события произошли с одним и тем же телом, то промежуток времени между этими событиями, отсчитываемый по часам, движущимся вместе с телом, называется *собственным временем движущегося тела*. Поэтому можно сказать, что

*собственное время движущегося тела меньше времени, отсчитываемого по часам инерциального наблюдателя (эффект замедления хода времени в движущихся системах).*

Эффект замедления хода времени был экспериментально проверен на движущихся элементарных частицах, в частности, на  $\mu$ -мезонах (мюонах). Время жизни покоящегося (или медленно движущегося) мюона (т. е. промежуток времени между его рождением и распадом) равно  $2,21 \cdot 10^{-6}$  с (см. § 77) и является его *собственным временем жизни*  $t_0$ . У космических же мюонов, движущихся относительно Земли со скоростью  $v$ , близкой к скорости света, время жизни  $t_1$ , измеренное по земным часам, оказалось больше времени  $t_0$ , причем значения  $t_0$  и  $t_1$  в точности соответствовали формуле (10).

Таким образом, собственное время  $t_0$  имеет *минимальное значение* и в этом смысле имеет *абсолютный характер*.

### ▲ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ МАССЫ

Пусть тело покоятся в системе отсчета  $O$ , которая движется со скоростью  $v$  относительно системы отсчета  $O_1$ . Тогда масса  $m$  тела, определенная в системе  $O_1$ , будет больше его массы  $m_0$ , определенной в системе  $O$ :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (10')$$

Иначе говоря,

*масса тела возрастает по мере увеличения скорости его движения относительно инерциального наблюдателя.*

Следовательно, масса покоя  $m_0$  имеет *минимальное значение* и в этом смысле имеет *абсолютный характер*.

### ▲ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ СКОРОСТИ ТЕЛ

*Скорость света в вакууме является предельно большой.*

В самом деле, при  $v > c$  значение  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  становится *мини-*

мым и, согласно формулам (8), (10) и (10'), фундаментальные физические величины — длина, масса, время — теряют смысл.

К основным закономерностям теории относительности относятся также закон сложения скоростей и закон взаимосвязи (пропорциональности) массы и энергии (см. ч. I, § 20).

Установленные релятивистской теорией зависимости значений физических величин от относительной скорости движения инерциального наблюдателя нельзя считать кажущимися. Они так же реальны, как, например, реальная зависимость угловых размеров объекта от расстояния до него. Но эти зависимости практически не заметны (не обнаружимы) при малых скоростях движения, с которыми мы встречаемся в повседневной жизни\*. Иначе говоря, при  $v \ll c$  ( $v^2/c^2 \ll 1$ ) релятивистские закономерности не отличаются от соответствующих закономерностей классической физики.

В заключение отметим, что ньютоновская классическая физика рассматривала пространство и время как абсолютные, не зависящие друг от друга категории. Согласно Ньютону, пространство есть пустое вместилище тел, а время — пустое вместилище событий.

Теория относительности, установив зависимость значений пространственных и временных характеристик (т. е. расстояний и временных интервалов) от выбора системы отсчета, показала, что между пространством и временем существует взаимосвязь. Тем самым она подтвердила положение диалектического материализма о существовании материи пространства и времени как форм существования материи.

### § 53. Интерференция света, отраженного от прозрачных пленок

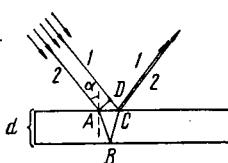


Рис. 186

Ознакомимся с некоторыми интерференционными явлениями, возникающими при отражении света от тонких прозрачных пластин (пленок).

Пусть на тонкую пленку толщиной  $d$  падают параллельные лучи монохроматического света (рис. 186). Очевидно, что из некоторой точки  $C$  будут выходить два практически совпадающих когерентных луча: луч 1, отраженный от верхней поверхности пленки, и луч 2, отраженный от нижней ее поверхности. Понятно, что разность хода  $\Delta l$  этих лучей зависит от угла падения  $\alpha$  и толщины  $d$  пленки. Кроме того,  $\Delta l$  зависит еще и от показателя преломления  $n$  вещества пленки, так как на участке  $ABC$  луча 2 световые волны распространяются со скоростью в  $n$  раз меньшей, чем на участке  $DC$  луча 1. Это ведет к увеличению разности фаз волн, а следовательно, и разности хода лучей. Поэтому в данном случае следует рассматривать оптическую разность хода лучей.

$$\Delta l = (|AB| + |BC|)n - (|CD| + \lambda/2)**.$$

\* А. Эйнштейн писал, что было бы нелепо применять теорию относительности к движению автомобилей, пароходов и поездов, как нелепо употреблять счетную машину там, где вполне достаточно таблицы умножения.

\*\* Предполагается, что показатель преломления среды, окружающей пленку, равен единице.

Слагаемое  $\lambda/2$  появляется в связи с тем, что у световой волны, отражающейся от оптически более плотной среды, фаза изменяется на  $\pi$ , а у волны, отражающейся от оптически менее плотной среды, фаза не изменяется. Так как луч 1 отражается (в точке C) от оптически более плотной среды, а луч 2 отражается (в точке B) от оптически менее плотной среды, то разность фаз этих лучей изменяется на  $\pi$ , что соответствует изменению разности хода лучей на  $\lambda/2$ .

Если разность хода равна целому числу длин волн  $\lambda$  падающего света, то лучи 1 и 2 максимально усилият друг друга. Нетрудно усмотреть, что (при данном значении  $\alpha$ ) такой результат интерференции будет иметь место не только для точки C, но и для всех других точек поверхности пленки. Поэтому глазу, аккомодированному на поверхность пленки, вся пленка представится ярко освещенной. Если же  $\Delta l$  равно нечетному числу полуволн, то все отраженные от ее поверхности лучи взаимно погасятся и пленка будет казаться темной.

Таким образом, изменения угол падения  $\alpha$ , мы увидим пленку попеременно то светлой, то темной.

Предположим теперь, что под пленкой находится среда оптически более плотная, чем пленка; тогда изменение фазы на  $\pi$  произойдет как у луча 1, так и у луча 2. Следовательно, разность хода этих лучей не получит дополнительного изменения на  $\lambda/2$ . В самом деле,

$$\begin{aligned}\Delta l &= [(|AB| + |BC|)n + \lambda/2] - [(|CD| + \lambda/2)] = \\ &= [(|AB| + |BC|)n - |CD|].\end{aligned}$$

В случае очень тонкой пленки при не слишком больших углах падения можно считать  $|AB| + |BC| = 2d$  и  $|CD| = 0$ ; тогда  $\Delta l = 2dn$ . Поэтому для пленки толщиной  $d = \lambda/(4n)$  разность хода лучей практически при всех (не слишком больших) углах падения равна  $\lambda/2$ , что соответствует условию минимума интерференции, т. е. взаимному гашению отраженных лучей. Это значит, что от такой пленки свет практически не отражается и полностью проходит в оптически более плотную среду, находящуюся под пленкой.

◎ Это интерференционное явление широко используется в оптической промышленности для *просветления оптики*. Дело в том, что в сложных оптических системах (фотообъективах, перископах и т. п.) значительная часть

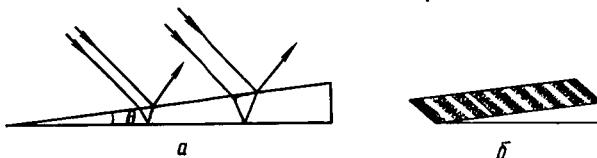


Рис. 187

световой энергии отражается от поверхностей линз; это заметно снижает яркость и контрастность изображения рассматриваемых (или фотографируемых) объектов и создает блики. Если на поверхность линз нанести прозрачную пленку толщиной  $\lambda/(4n)$ , изготовленную из вещества с показателем преломления  $n$ , немного меньшим показателя преломления стекла линз, то такая пленка не будет отражать света; благодаря этому качество изображения заметно улучшится (оптика просветлеет).

Обычно на поверхность линз наносят пленку из кремнезема или из фотристых солей. Кроме того, просветляющую пленку можно создать непосредственно на поверхности линзы путем обработки этой поверхности растворами кислот (*метод И. В. Гребенщикова*). ◎

До сих пор мы имели дело с плоскопараллельной пленкой. Рассмотрим теперь пленку переменной толщины, например клинообразную (рис. 187). В отраженном свете поверхность такой пленки уже не покажется равномерно освещенной, так как разность хода лучей, интерферирующих в различных (по толщине) местах пленки, будет неодинаковой. Эта разность сохраняется по-

стоянной только вдоль линий, параллельных ребру клина, и убывает в направлении от основания к ребру (рис. 187, а). Поэтому поверхность клинообразной пленки представляется покрытой чередующимися светлыми и темными полосами, параллельными ребру клина (рис. 187, б). Очевидно, что чем больше угол клина  $\theta$ , тем быстрее изменяется разность хода лучей вдоль клина и тем чаще расположены интерференционные полосы.

При использовании белого света интерференционные полосы несколько расширяются, приобретая радужную окраску. Это объясняется зависимостью разности хода от длины волн: в каждой светлой полосе максимумы для различных длин волн располагаются раздельно.

В отличие от клинообразной пленки у пленки со случайным распределением толщины интерференционные полосы могут иметь самую разнообразную криволинейную форму. При освещении этой пленки белым светом возникает весьма причудливая по форме и расцветке интерференционная картина. Такую картину дают мыльные пленки, нефтяные пятна на поверхности воды, крылья мелких насекомых, жировые налеты на стекле и другие тонкие пленки толщиной порядка  $10^{-4}$  см. В более толстых пленках цветные интерференционные полосы оказываются настолько сближенными, что частично перекрывают друг друга и интерференционная картина становится неразличимой. Поэтому интерференцию света в толстых пленках можно наблюдать только при использовании строгого монохроматического света.

## § 54. Дифракция света. Разрешающая способность оптических приборов

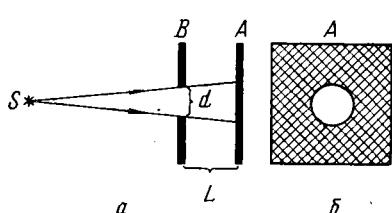


Рис. 188

Ниже показывает, что граница тени не является резкой; это особенно заметно в случаях, когда размер  $d$  отверстия очень мал по сравнению с расстоянием  $L$  от экрана до отверстия ( $d \ll L$ ). Тогда пятно на экране  $A$  представляется состоящим из чередующихся светлых и темных колец, постепенно переходящих друг в друга и захватывающих также область геометрической тени (рис. 189, а). Это говорит о непрямолинейности распространения света от источника  $S$ , о загибании световых лучей (волн) у краев отверстия  $B$  (рис. 189, б).

*Явление непрямолинейности распространения света вблизи преграды (огибание световым лучом преграды) называется дифракцией света, а получающаяся на экране картина — дифракционной.*

При использовании белого света дифракционная картина приобретает радужную окраску.

Напомним, что дифракция свойственна не только световым, но и вообще всяким волнам (см. ч. I, § 35).

Если между экраном  $A$  и освещющим его источником света поместить другой экран  $B$  с отверстием, то на экране  $A$  появится светлое пятно, ограниченное тенью (рис. 188, а, б). Границу тени можно найти геометрическим путем, полагая, что свет распространяется прямолинейно, т. е. световые лучи являются прямыми линиями. Однако более тщательное наблюдение

Кроме отверстий в экранах дифракцию вызывают также и непрозрачные предметы (преграды), помещенные на пути распространения света, необходимо только, чтобы размер предмета был малым по сравнению с расстоянием до места наблюдения дифракционной картины. На рис. 190 приведены фотографии типичных дифракционных

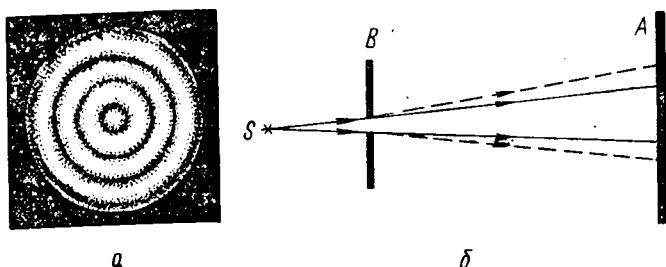


Рис. 189



Рис. 190

картин, даваемых круглым отверстием (а), прямоугольной щелью (б), проволокой (в) и винтом (г).

Отчетливые дифракционные картины получаются в случае, когда на пути распространения света находятся очень мелкие препятствия размером порядка длины световой волны. Следует, однако, отметить, что вопреки довольно распространенному представлению сравнимость размера препятствия с длиной волны света не является необходимым условием для наблюдения дифракции.

Дифракционные картины не-редко возникают в естественных условиях. Так, например, цветные кольца, окружающие источник света, наблюдаемые сквозь туман или через запотевшее оконное стекло, обусловлены дифракцией света на мельчайших водяных каплях.

Дифракция обнаруживает волновые свойства света и пото-

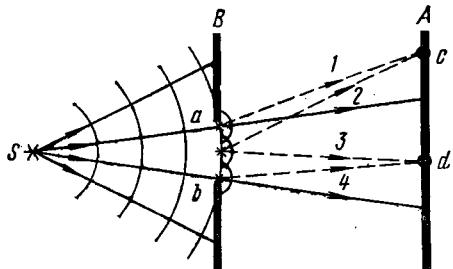


Рис. 191

му может быть объяснена следующим образом. Пусть свет от источника  $S$  падает на экран  $A$  через круглое отверстие  $ab$  в экране  $B$  (рис. 191).

Каждая точка участка  $ab$  фронта световой волны (заполняющего отверстие) является вторичным источником света [принцип Гюйгенса — Френеля].

Эти источники когерентны, поэтому исходящие от них лучи (волны) 1 и 2, 3 и 4 и т. д. будут интерферировать между собой. В зависимости от разности хода лучей на экране  $A$  в точках  $c$ ,  $d$  и т. д. возникнут

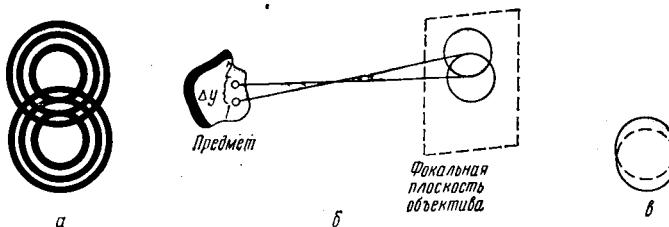


Рис. 192

максимумы и минимумы освещенности. Таким образом, на экране  $A$  в области геометрической тени появятся светлые места, а вне этой области — темные места, создавая кольцеобразную дифракционную картину.

Дифракцией света обусловлена *разрешающая способность* оптических приборов, т. е. способность этих приборов давать *раздельные* изображения мелких, близко расположенных друг к другу деталей (точек) предмета. Объектив всякого оптического прибора обязательно имеет *входное отверстие*. Дифракция света на входном отверстии объектива неизбежно ведет к тому, что изображения отдельных точек наблюдаемого предмета (самосветящегося или освещаемого) оказываются уже не точками, а светлыми дисками, окаймленными темными и светлыми кольцами. Если рассматриваемые точки (детали) предмета находятся близко друг от друга, то их дифракционные изображения (в фокальной плоскости объектива) могут более или менее взаимно перекрываться (рис. 192,  $a$ ).

Две близкие точки 1 и 2 предмета можно еще видеть раздельно, если светлые диски их дифракционных изображений взаимно перекрываются *не более чем на радиус диска* (рис. 192,  $b$ ). Если же диски перекрываются более чем на радиус (рис. 192,  $c$ ), то раздельное видение точек становится невозможным; прибор уже не разделяет, или, как говорят, *не разрешает*, таких точек.

*Наименьшее расстояние, при котором две точки предмета еще можно видеть раздельно, называют разрешаемым расстоянием. Разрешающую способность оптического прибора принято измерять величиной, обратной разрешаемому расстоянию.*

Расчеты показывают, что для микроскопа разрешаемое расстояние (рис. 192,  $b$ ) выражается формулой

$$\Delta y = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin(u/2)}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  — длина волны света;  $n$  — показатель преломления среды, находящейся между предметом и объективом,  $u$  — апертурный угол, т. е. угол, образованный крайними лучами светового пучка, попадающего в объектив (рис. 193). Произведение  $n \sin(u/2)$  называется *числовой апертурой*.

Согласно формуле (11), разрешающая способность микроскопа пропорциональна числовой апертуре и обратно пропорциональна длине волны света. Следовательно, для повышения разрешающей способности микроскопа необходимо увеличивать его числовую апертуру. Однако возможности увеличения апертуры весьма ограничены, поскольку  $\sin(u/2)$  не может быть больше единицы, а  $n$  либо равно единице, если предмет находится в воздухе, либо немногим больше единицы, если предмет помещен в *иммерсионную жидкость*, например в глицерин ( $n = 1,47$ ) или кедровое масло ( $n = 1,52$ ). Таким образом, *числовая апертура микроскопа имеет порядок единицы*. Тогда из формулы (11) следует, что

для микроскопа разрешаемое расстояние равно приблизительно половине длины световой волны, т. е.  $\Delta y \approx 0,3$  мкм (если полагать  $\lambda = 0,5$  мкм). Это означает, что в оптический микроскоп нельзя рассматривать предметы, размер которых меньше 0,3 мкм ( $3 \cdot 10^{-5}$  см).

Разрешающая способность ставит предел *полезному* увеличению микроскопа. При увеличении порядка  $10^3$  разрешаемому расстоянию (0,3 мкм) соответствует достаточно крупное изображение (0,3 мм). Очевидно, что добиваться большего увеличения (т. е. более крупного изображения) не имеет смысла, так как оно не выявит никаких новых подробностей в структуре рассматриваемого предмета.

## § 55. Дифракция от щелей. Дифракционные спектры.

### Дифракционная решетка.

### Рассеяние света в мутной среде

В лабораторной практике дифракционную картину получают обычно от узких светящихся щелей. Поэтому случаи дифракции света от одной, от двух и от многих параллельных щелей мы рассмотрим более подробно.

#### ▲ ДИФРАКЦИЯ ОТ ОДНОЙ ЩЕЛИ

Пусть на экран  $B$  с узкой прямоугольной щелью падает пучок параллельных монохроматических лучей нормально к экрану (рис. 194,  $a$ ). Все лучи, проходящие через щель в первоначальном направлении, собираются линзой  $C$  в одну точку  $O$  экрана  $A$ , расположенного за щелью.

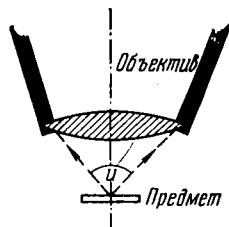


Рис. 193

женного в фокальной плоскости линзы (точнее говоря, лучи собираются в одну линию, проходящую через  $O$  параллельно щели). Разность хода между всеми этими лучами равна нулю, так как линза не создает разности хода лучей\*. Следовательно, через точку  $O$  пройдет светлая полоса (максимум освещенности), параллельная щели.

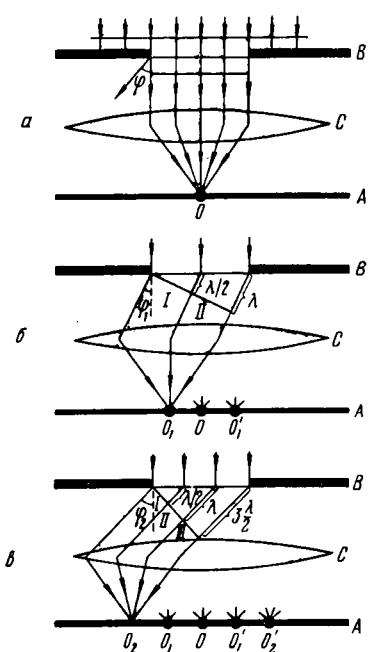


Рис. 194

образующих этот минимум, на рисунке не показан).

Рассмотрим другой пучок лучей, дифрагирующих под таким углом  $\varphi = \varphi_2$ , что разность хода  $\Delta l$  между крайними лучами пучка равна  $3\lambda/2$  (рис. 194, в). Тогда весь пучок можно разделить на три зоны Френеля: I, II и III. Понятно, что две соседние зоны (например, I и II) погасят друг друга (так как разность хода между лучами этих зон равна  $\lambda/2$ ), а третья зона останется непогашенной и даст дифракцион-

\* Как видно на рис. 194, а, путь света, проходящего от щели до точки  $O$  через утолщенные (центральные) части линзы, короче пути света, проходящего через тонкие (краевые) части линзы. Однако, с другой стороны, свет, идущий вдоль «центральных» лучей, распространяется с меньшей средней скоростью, чем свет, идущий вдоль «краевых» лучей (так как в первом случае он проходит более длинные участки пути внутри линзы, где скорость распространения света меньше, чем в воздухе). В результате путь от щели до точки  $O$  свет проходит вдоль всех лучей практически за одинаковое время. Это означает, что линза не создает разности фаз световых волн, а следовательно, и разности хода лучей. Поэтому параллельные лучи, собранные линзой в какой-либо точке, сохраняют ту оптическую разность хода (см. § 53), которую они имели до прохождения через линзу.

ный максимум на линии, проходящей через точку  $O_2$ . Такой же максимум появится на линии, проходящей через точку  $O_2'$ , симметричную  $O_2$ . Освещенность максимумов  $O_2$  и  $O_2'$  будет значительно меньше освещенности максимума  $O$ , поскольку в  $O$  попадает весь световой пучок, проходящий через щель, тогда как в  $O_2$  и  $O_2'$  попадает только по  $\frac{1}{3}$  такого пучка.

Путем аналогичных рассуждений нетрудно показать, что за максимумами  $O_2$  и  $O_2'$  расположатся минимумы, создаваемые лучами, диф-

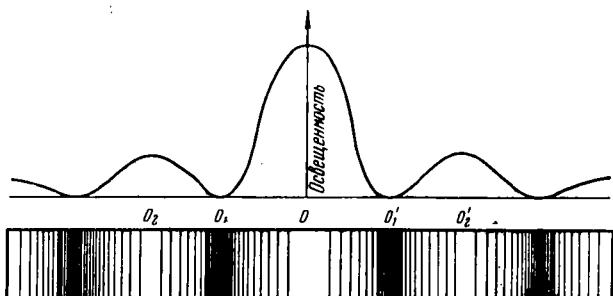


Рис. 195

рагирующими под углом, при котором пучок лучей можно разделить на четыре зоны Френеля ( $\Delta l = 4\lambda/2$ ). Далее расположатся максимумы, создаваемые лучами, дифрагирующими под углом, соответствующим пяти зонам Френеля ( $\Delta l = 5\lambda/2$ ). В эти максимумы попадает уже по  $\frac{1}{5}$  всего пучка, проходящего через щель, поэтому их освещенность будет меньше освещенности максимумов  $O_2$  и  $O_2'$ .

Переходя к обобщению, можно сказать, что

*пучки лучей, дифрагирующих под углами, соответствующими нечетному числу зон Френеля, создают на экране дифракционные максимумы, а пучки лучей, дифрагирующих под углами, соответствующими четному числу зон Френеля, создают дифракционные минимумы. Освещенность максимумов уменьшается при увеличении угла дифракции лучей, создающих эти максимумы.*

Таким образом, дифракционная картина, получаемая от одной щели, представляет собой чередование темных и светлых полос, симметрично расположенных по обе стороны от центральной светлой полосы. Освещенность светлых полос быстро убывает по мере удаления от центральной полосы. Эта дифракционная картина представлена на рис. 195 (см. также рис. 190, б).

Как мы уже показали, дифракционные максимумы получаются при разности хода лучей  $\Delta l = (2n + 1)(\lambda/2)$ , а дифракционные минимумы — при  $\Delta l = 2n(\lambda/2)$ . Но из рис. 194 очевидно, что  $\Delta l = a \sin \varphi$ , где  $a$  — ширина щели. Следовательно, при дифракции света от одной щели дифракционные максимумы наблюдаются под углами, для которых

$$\sin \varphi = (2n + 1)\lambda/(2a),$$

а дифракционные минимумы — под углами, для которых

$$\sin \varphi = 2n\lambda/(2a).$$

### ▲ ДИФРАКЦИЯ ОТ ДВУХ И ОТ МНОГИХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЩЕЛЕЙ

Пусть пучок параллельных монохроматических лучей падает перпендикулярно экрану  $B$  с двумя параллельными щелями, находящимися на расстоянии  $d$  друг от друга (рис. 196). Тогда эти щели становятся когерентными источниками света.

Если за экраном  $B$  помещена собирающая линза  $C$ , то на экране  $A$ , расположеннем в фокальной плоскости линзы, возникнет дифрак-

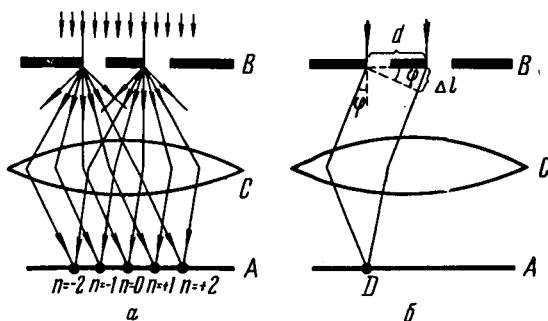


Рис. 196

ционная картина, являющаяся результатом двух процессов: *дифракции света от каждой отдельной щели и интерференции света от обеих щелей*. Однако основные черты этой картины определяются вторым процессом, к ознакомлению с которым мы и перейдем.

Рассмотрим лучи, падающие, например, на левые края обеих щелей. Благодаря дифракции свет от щелей будет распространяться во всевозможных направлениях (рис. 196, а). На рис. 196, б видно, что разность хода параллельных лучей, дифрагирующих от щелей под углом  $\varphi$ , равна

$$\Delta l = d \sin \varphi.$$

Собранные линзой  $C$  в одну линию (проходящую параллельно щелям через точку  $D$  экрана  $A$ ), эти лучи проинтерферируют; результат интерференции будет зависеть от разности хода  $\Delta l$ . При разности хода, равной целому числу волн, т. е. при

$$d \sin \varphi = n\lambda,$$

лучи дадут на экране  $A$  интерференционный максимум. При разности хода, равной нечетному числу полуволн, т. е. при

$$d \sin \varphi = (2n + 1)\lambda/2,$$

лучи дадут на экране интерференционный минимум.

Таким образом, углы дифракции, соответствующие максимумам освещенности экрана, определяются из соотношения

$$\sin \varphi = n\lambda/d, \quad (12)$$

а углы дифракции, соответствующие минимумам освещенности, — из соотношения

$$\sin \varphi = (2n + 1)\lambda/(2d), \quad (12')$$

где  $n$  — целые (положительные и отрицательные) числа натурального ряда ( $n = \pm 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

Согласно формуле (12), по обе стороны от центрального максимума, которому соответствует значение  $n = 0$ , располагаются первые максимумы — правый ( $n = +1$ ) и левый ( $n = -1$ ), далее располагаются вторые максимумы ( $n = +2$  и  $n = -2$ ) и т. д. Однако возможное число максимумов является ограниченным: оно не может быть больше, чем  $d/\lambda$ . В самом деле, согласно формуле (12),

$$\sin \varphi = n : \frac{d}{\lambda},$$

но  $\sin \varphi \ll 1$ , следовательно,

$$n \ll d/\lambda. \quad (12'')$$

Освещенность  $E$  различных максимумов неодинакова. Сильнее всего освещен центральный максимум ( $n = 0$ ), первые максимумы ( $n = \pm 1$ ) освещены слабее, вторые максимумы ( $n = \pm 2$ ) — еще слабее и т. д. (рис. 197; по вертикали откладывается освещенность дифракционной картины, по горизонтали — расстояния до центрального максимума). Это обусловлено тем, что как было выяснено при рассмотрении дифракции от одной щели, освещенность экрана, создаваемая дифрагирующими лучами, уменьшается по мере увеличения угла дифракции.

Расчеты, которых мы не будем касаться, показывают, что при дифракции света от совокупности многих параллельных щелей, расположенных близко друг к другу, создается такая же дифракционная картина, как в случае двух щелей. Только максимумы получаются более яркими и узкими, а разделяющие их минимумы — широкими и практически совершенно темными. Расстояние между соседними максимумами и их яркость возрастают по мере увеличения числа щелей.

Формула (12), определяющая место положений максимумов при

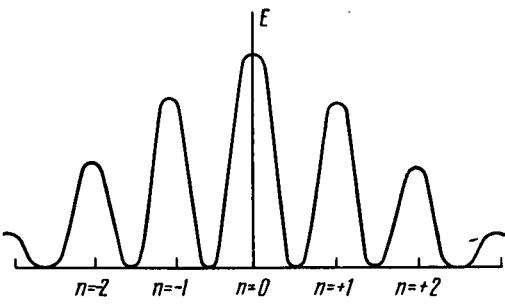


Рис. 197

дифракции от двух щелей, остается справедливой и в случае дифракции от многих щелей.

Согласно формуле (12), местоположение каждого максимума зависит от длины волны ( $\lambda$ ) света. Чем больше  $\lambda$ , тем больше  $\sin\phi$ , т. е. тем под большим углом дифракции  $\phi$  получается максимум для этой

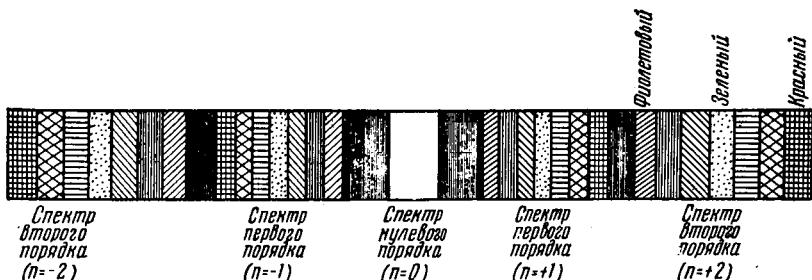


Рис. 198

волны. Отсюда следует, что при использовании белого света каждый максимум (кроме центрального) приобретает радужную окраску, причем внутренний его край (по отношению к центральному максимуму) станет фиолетовым, а наружный — красным, так как фиолетовому цвету соответствуют наиболее короткие волны, а красному — наиболее длинные; между фиолетовым и красным краями максимума расположатся остальные спектральные цвета (рис. 198). В этой связи дифракционные максимумы принято называть *дифракционными спектрами*, а число  $n$  — *порядком спектра*\*. Спектр нулевого порядка остается белым, так как, согласно формуле (12), при  $n = 0$  угол дифракции  $\phi = 0$  для всех длин волн  $\lambda$ .

Следует отметить, что дифракционные спектры высоких порядков начинают налагаться друг на друга. Так, в случае использования белого света спектры второго и третьего порядков уже частично перекрываются (длинноволновый участок спектра второго порядка налагается на коротковолновый участок спектра третьего порядка).

Совокупность большого числа узких параллельных щелей, расположенных близко друг от друга, называется *дифракционной решеткой*, а расстояние  $d$  между соседними щелями — *периодом решетки* (рис. 199; схема). Решетку, имеющую постоянный период и одинаковую ширину всех щелей, называют *регулярной*.

\* Заметим, что в отличие от дисперсионного спектра (см. § 46) в дифракционном спектре наиболее смещенным оказывается красный цвет, а наименее смещенным — фиолетовый.

Дифракционные решетки изготавливают методом нанесения тонких штрихов (царапин) на поверхности стеклянной пластиинки (*прозрачная решетка*) или металлического зеркала (*отражательная решетка*). Очевидно, что в таких решетках роль щелей играют промежутки между штрихами. Штрихи наносятся алмазным резцом с помощью делильной машины. Лучшие дифракционные решетки имеют до 1200—1500 штрихов на миллиметр, что соответствует периоду ( $d$ ) 0,83 — 0,56 мкм.

Посредством дифракционной решетки проводятся очень точные измерения длины световых волн. Для этого пользуются *дифракционным спектропрепаратором*, схема которого изображена на рис. 200. Дифракционная решетка 1 установлена на неподвижном круге 2, имеющем угловые деления. Свет от источника  $S$  проходит через узкую щель коллиматора 3 и падает на решетку. Поворачивая зрительную трубу 4, наводят ее визир на исследуемую линию дифракционного спектра. Отсчет угла дифракции  $\phi$ , соответствующего этой линии, производят с помощью нониуса 5, связанного со зрительной трубой. Затем в формулу

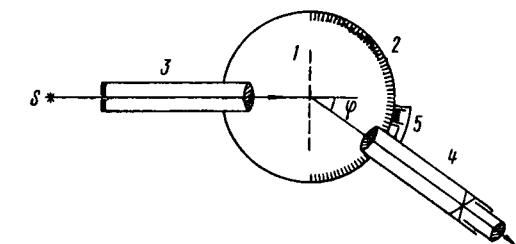


Рис. 200

новлена на неподвижном круге 2, имеющем угловые деления. Свет от источника  $S$  проходит через узкую щель коллиматора 3 и падает на решетку. Поворачивая зрительную трубу 4, наводят ее визир на исследуемую линию дифракционного спектра. Отсчет угла дифракции  $\phi$ , соответствующего этой линии, производят с помощью нониуса 5, связанного со зрительной трубой. Затем в формулу

$$\lambda = d \sin \phi / n,$$

полученную из формулы (12), подставляют измеренное значение угла  $\phi$  и порядок  $n$  спектра, в котором наблюдалась линия, и вычисляют длину волны  $\lambda$ .

Вообще говоря, дифракционной решеткой может служить не только совокупность щелей, но и совокупность большого числа любых неоднородностей (отверстий и преград) на плоскости или в объеме; в последнем случае решетка называется *пространственной*. Пространственной (нерегулярной) решеткой является, например, *мутная среда*, т. е. среда, в которой взвешено множество очень мелких частиц какого-нибудь инородного вещества. К мутным средам относятся коллоидные растворы, задымленные газы и т. п.

Проходя через мутную среду, свет дифрагирует от ее беспорядочно (нерегулярно) расположенных микронеоднородностей и распространяется во всевозможных направлениях, т. е. *рассеивается* (не создавая какой-либо определенной дифракционной картины). Поэтому дифракцию света в мутных средах обычно называют *рассеянием света*. Такое рассеяние наблюдается, например, в запыленном воздухе, пронизываемом солнечными лучами: благодаря рассеянию света на пылинках лучи становятся видимыми со стороны.

Особый интерес представляет *молекулярное рассеяние света*, происходящее в жидкостях и газах, совершенно очищенных от посторонних частиц. В данном случае свет дифрагирует (рассеивается) от мель-

чайших уплотнений среды (*флуктуаций плотности*), обусловленных случайными скоплениями значительного числа молекул в отдельных местах объема жидкости (или газа); эти скопления создаются при беспорядочном тепловом движении молекул.

Интенсивность рассеянного света при молекулярном рассеянии очень мала; она становится заметной лишь в случаях, когда свет проходит через большую толщу рассеивающей среды.

В заключение отметим, что молекулярным рассеянием света в атмосфере объясняются голубой цвет неба и желтоватый оттенок солнечного диска.

*Интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны [закон Рэлея]:*

$$J = \frac{1}{\lambda^4} *$$

Следовательно, из белого (солнечного) света, проходящего сквозь атмосферу, рассеиваются преимущественно короткие волны, соответствующие синему и голубому цветам. В связи с этим свет, прошедший через атмосферу, состоит преимущественно из длинных волн, придающих ему и солнечному диску оранжево-желтый оттенок.

### § 56. Дифракция рентгеновских лучей.

#### Формула Вульфа — Брэггов

В 1895 г. немецкий физик *B. Рентген* открыл особый вид электромагнитного излучения (коротковолнового) с длиной волны  $10^{-2}$  —  $10^{-5}$  мкм, названный впоследствии рентгеновскими лучами. Эти лучи вызывают свечение экрана, покрытого люминофором (см. § 66), и почернение фотоэмulsionии, благодаря чему их можно использовать для фотографирования.

Рентгеновские лучи проходят сквозь непрозрачные для обычного света тела: дерево, металл, кость, мышечную ткань и т. д., причем более плотные вещества поглощают рентгеновские лучи сильнее, чем менее плотные. Если рентгеновские лучи проходят через объект, характеризующийся неравномерным распределением плотности вещества, то на экране (или фотопластинке), помещенном позади объекта, появляется теневое изображение, на котором распределение освещенности соответствует распределению плотности вещества в объекте. Так, например, на теневом изображении кисти руки (рис. 201) мышечная ткань дает слабую тень, кость — более сильную, а металлическое кольцо *C* и осколки пули *A* и *B* дают очень резкую тень.

○ Благодаря таким свойствам рентгеновское излучение широко применяется в медицине и технике для исследования *внутреннего* строения тел, например, для обнаружения изменений в организме (рентгенодиагностика) и выявления дефектов в деталях машин (рентгенодефектоскопия).

\* Закон открыт английским физиком *D. У. Рэлеем* в конце XIX в. Этот закон справедлив для рассеивающих центров, размер которых меньше длины волны света.

Кроме того, рентгеновские лучи используются в лечебных целях. Больные клетки и ткани организма обладают повышенной чувствительностью к этим лучам. Поэтому соответствующей дозой рентгеновского облучения можно подавлять и даже разрушать больные ткани организма (например, злокачественные опухоли), не поражая соседних здоровых тканей. ⊙



Рис. 201

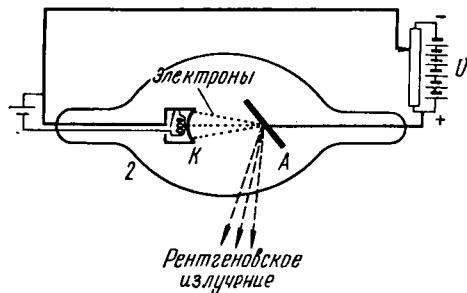


Рис. 202

Рентгеновские лучи возникают при резкой остановке электронов, быстро движущихся в рентгеновской трубке. Современная рентгеновская трубка состоит из металлического анода  $A$  и катода  $K$ , подогреваемого током, проходящим по вольфрамовой спирали  $I$  (рис. 202). Эти электроды находятся в баллоне  $2$  с высоким вакуумом ( $10^{-5}$  Па). Между катодом и анодом приложено напряжение  $U$ , достигающее  $10^6$  В.

Электроны, эмиттируемые катодом и разгоняемые электрическим полем до скоростей порядка  $100\,000$  км/с, ударяются об анод. Движение электронов представляет собой электрический ток, а изменение скорости их движения соответствует *перемене тока*, что, как известно, сопровождается возникновением электромагнитных волн. Очень резкое торможение электронов, происходящее при их ударе об анод, создает коротковолновое электромагнитное излучение, называемое *тормозным* рентгеновским излучением. Оно имеет *сплошной* спектр, поскольку различные электроны тормозятся с несколько различными ускорениями и, следовательно, испускают волны различной длины.

При очень больших напряжениях  $U$  наряду с тормозным излучением возникает *характеристическое* рентгеновское излучение, имеющее *линейчатый* спектр. Такое излучение создают атомы анода, возбуждаемые ударами электронов, поэтому вид линейчатого спектра зависит от химического состава вещества, из которого изготовлен анод. Более подробно характеристическое излучение рассмотрено в § 65 (в связи со строением атома).

Волновая природа рентгеновских лучей была экспериментально подтверждена в 1912 г. немецкими физиками М.Ф. Т. Лайз, В.Фридрихом и П. Книппингом, обнаружившими дифракцию рентгеновских лучей от

кристаллов. В этих экспериментах кристалл играл роль *пространственной дифракционной решетки*; рассеивающими центрами служили узлы (атомы или ионы) кристаллической решетки. На рис. 203 представлена фотография дифракционной картины, создаваемой рентгеновскими лучами, проходящими сквозь кристалл берилля. Пятна на этой фотографии соответствуют дифракционным максимумам рентгеновских волн *определенных* длин (остальные волны, входящие в сплошной спектр тормозного рентгеновского излучения, рассеиваются кристаллом равномерно, вызывая равномерное потемнение фотопластинки — фон).

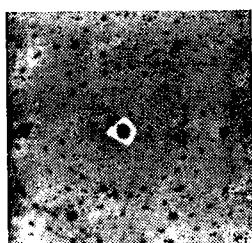


Рис. 203

Дифракция рентгеновских лучей наблюдается как при прохождении их через кристалл, так и при отражении от него. Условие, необходимое для дифракции рентгеновских лучей, можно получить исходя из следующих соображений.

Пусть пучок параллельных рентгеновских лучей падает на кристалл под углом *скольжения*  $\varphi$  к системе параллельных плоскостей,

проходящих через узлы (атомы) кристаллической решетки (рис. 204). Такие атомные плоскости можно рассматривать как полупрозрачные зеркала, частично пропускающие и частично отражающие рентгеновские лучи. Следовательно, отраженные лучи выходят из кристалла также под углом  $\varphi$  к атомным плоскостям. Будучи когерентными, эти лучи создают на фотопластинке изображение дифракционных максимумов при условии, что разность хода соседних лучей ( $AB + BC = 2d \sin \varphi$ ) составляет целое число длин волн:

$$2d \sin \varphi = n\lambda, \quad (13)$$

где  $d$  — расстояние между атомными плоскостями;  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Соотношение (13) называется *формулой Вульфа — Брэггов*\*. Углы  $\varphi$  измеряются на фотографии дифракционной картины (по положению дифракционных максимумов).

Если известна длина волны рентгеновского излучения, то по формуле (13) можно определять расстояния  $d$ , характеризующие структуру кристаллов; такой метод исследования строения тел называется *рентгеноструктурным анализом*.

При использовании кристалла известной структуры (с известным расстоянием  $d$ ) формула Вульфа — Брэггов дает возможность определять длины волн, входящих в состав рентгеновского излучения. На этом основан метод определения химического состава вещества,

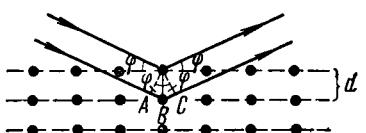


Рис. 204

\* Получена в 1913 г. русским физиком Ю. В. Вульфом и независимо от него английскими физиками Г. Брэггом и Л. Брэггом (отец и сын).

называемый рентгеноспектральным анализом. Исследуемое вещество бомбардируют быстрыми электронами (поместив его, например, на анод разборной рентгеновской трубы), в результате чего оно испускает характеристические рентгеновские лучи, падающие на кристалл известной структуры. Сфотографировав возникающую при этом дифракционную картину, измеряют углы  $\phi$  и рассчитывают по формуле (13) соответствующие длины волн. Полученный таким образом линейчатый спектр дает возможность судить о химическом составе излучающего вещества, поскольку каждому химическому элементу присущ вполне определенный спектр характеристического излучения (см. § 65). ⊙

### § 57. Дифракция микрочастиц. Волны де Броиля

В 1923 г. французский физик *Л. де Броиль* высказал гипотезу о существовании глубокой аналогии между свойствами света и вещества, предположив, что, подобно свету, вещество должно обладать как корпускулярными, так и волновыми свойствами. В частности, всякой движущейся микрочастице должна соответствовать (может быть сопоставлена) волна длиной волны.

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (14)$$

где  $m$  — масса микрочастицы,  $v$  — ее скорость,  $h$  —  $6,625 \times 10^{-34}$  Дж · с — постоянная Планка. Соотношение (14) получило название *формулы де Броиля*.

Первое экспериментальное подтверждение гипотезы де Броиля было дано в 1927 г *К. Д. Дэвиссоном и Л. Джермером*, обнаружившими дифракцию электронов, отраженных от монокристалла никеля. Позднее дифракция электронов наблюдалась также при прохождении электронного пучка через тонкие пленки металлов и других веществ. При этом возникали дифракционные картины, подобные тем, которые дает дифракция рентгеновских лучей. На рис. 205 представлена фотография дифракционной картины, создаваемой электронами, проходящими сквозь кристалл хлористого натрия.

Дифракция является волновым процессом, поэтому дифракция электронов доказывает существование электронных волн (волн де Броиля). Эти волны дифрагируют от кристалла подобно рентгеновским лучам.

Весьма существенно, что формула Вульфа — Брэггов, выведенная для случая дифракции рентгеновских лучей, оказалась справедливой и в случае дифракции электронов: значение длины электронной волны, рассчитанное по формуле Вульфа — Брэггов (по данным опытов с

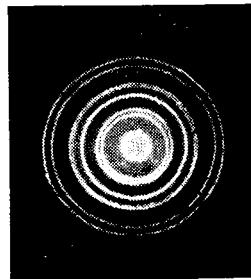


Рис. 205

дифракцией электронов), совпало с ее значением, вычисленным по формуле де Бройля.

Рассчитаем по формуле (14) длину волны  $\lambda$ , соответствующую электронным лучам, используемым в электронном микроскопе (см. § 32). Скорость  $v$  электрона в электронном микроскопе составляет около  $140\,000 \text{ км/с} = 1,4 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ , массу  $m$  электрона можно считать равной его массе покоя  $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , поскольку, согласно таблице (см. ч. I, § 20), при данной скорости отношение  $m/m_0 \approx 1$ . Тогда

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,4 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \approx 5 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ мкм.}$$

Таким образом, длина электронной волны в электронном микроскопе приблизительно в 100 000 раз меньше средней длины волны видимого света (0,5 мкм). Именно этим объясняется очень большая разрешающая способность (очень малое разрешаемое расстояние  $\Delta y$ ) электронного микроскопа по сравнению с оптическим микроскопом (см. § 32). Действительно, учитывая, что числовая апертура электронного микроскопа равна примерно 0,05, получим для разрешаемого расстояния электронного микроскопа значение

$$\Delta y = 0,61 \cdot 5 \cdot 10^{-12} / 0,05 \approx 6 \cdot 10^{-11} \text{ (м)} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ см}$$

(напомним, что для оптического микроскопа  $\Delta y = 3 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ ). Размер атомов и молекул имеет порядок  $10^{-8} \text{ см}$ ; следовательно, в принципе электронным микроскопом можно рассматривать отдельные атомы и молекулы вещества\*.

Помимо дифракции электронов была экспериментально обнаружена и исследована дифракция нейтронов, атомов, молекул и других микрочастиц, что окончательно подтвердило наличие волновых свойств у микрочастиц и дало возможность рассматривать и описывать движение этих частиц как некий волновой процесс, характеризующийся определенной длиной волны, рассчитываемой по формуле де Бройля.

Вообще говоря, волны де Бройля присущи всяким движущимся частицам, в том числе и макроскопическим телам. Однако у тел большой массы эти волны оказываются столь короткими, что их совершенно невозможно обнаружить. Например, для ружейной пули массой  $m = 9 \text{ г}$ , летящей со скоростью  $v = 400 \text{ м/с}$ , длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 4 \cdot 10^{-1}} \text{ м} \approx 2 \cdot 10^{-34} \text{ м.}$$

В связи с этим можно считать (как это и делается в классической механике), что макроскопические тела не обладают волновыми свойствами.

\* Разрешаемое расстояние современных электронных микроскопов достигает  $5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ .

## § 58. Поляризация света.

### Естественный и поляризованный свет.

#### Поляризация света в турмалине. Поляроиды

Свет, излучаемый *отдельным* атомом, представляет собой электромагнитную волну, т. е. совокупность двух поперечных взаимно перпендикулярных волн — *электрической* (образованной колебанием вектора напряженности  $E$  электрического поля) и *магнитной* (образованной колебанием вектора напряженности  $H$  магнитного поля), идущих вдоль общей прямой  $r$ , называемой *световым лучом* (рис. 206).

Луч (свет), у которого электрические колебания совершаются все время в одной и только одной плоскости, называется *поляризованным лучом (светом)*\*.

Разумеется, что при этом магнитные колебания совершаются в другой (перпендикулярной) плоскости (названной *плоскостью поляризации света*). Из данного определения следует, что

свет, излучаемый *отдельным* атомом, является *поляризованным* (во всяком случае, в течение всего периода излучения этого атома).

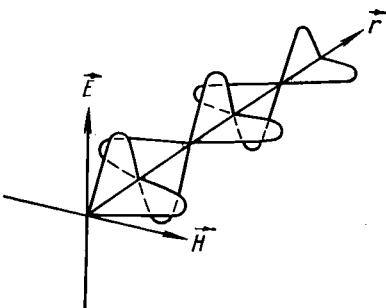


Рис. 206

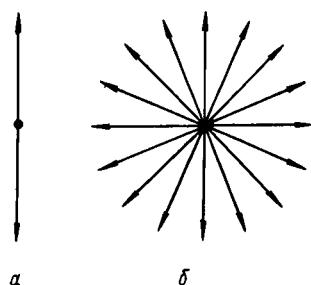


Рис. 207



Опыт и теория показывают, что химическое, физиологическое и другие виды воздействия света на вещество обусловлены главным образом *электрическими колебаниями*\*\*. Поэтому, а также для упрощения рисунков, изображающих световую волну (или луч), мы будем в дальнейшем говорить только об *электрических колебаниях*, а *плоскость, в которой они совершаются, называть плоскостью световых колебаний, или просто плоскостью колебаний*. Тогда луч поляризованного света можно схематически изобразить так, как это сделано на рис. 207, *a* (луч

\* Точнее говоря, *плоскополяризованным* или *линейно поляризованным*, так как существуют еще круговая и эллиптическая поляризации, которые мы не рассматриваем.

\*\* В этой связи отметим, что специальное название «*плоскость поляризации*» следовало бы дать не плоскости магнитных колебаний, как это получилось по историческим причинам, а плоскости электрических колебаний.

перпендикулярен плоскости рисунка; векторы соответствуют амплитудным значениям напряженности  $E$  электрического поля)\*.

На практике мы никогда не встречаемся со светом от одного отдельного атома, поскольку всякий реальный источник света (сияющееся тело) состоит из множества атомов, излучающих беспорядочно, т. е. испускающих световые волны со всевозможными ориентациями плоскости колебаний. Эти волны налагаются друг на друга, в результате чего любому лучу, исходящему от реального (естественного) источника света, будет соответствовать множество разнообразно ориентированных плоскостей колебания (рис. 207, б). Такой луч (свет) является неполяризованным и называется *естественному лучом* (светом).

Обычно интенсивность излучения каждого из атомов, составляющих сияющееся тело, в среднем одинакова, поэтому у естественного света амплитудные (максимальные) значения вектора  $E$  одинаковы во **всех** плоскостях колебания.

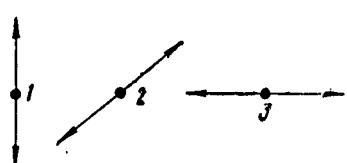


Рис. 208

Бывают, однако, случаи, когда у светового луча амплитудные значения вектора  $E$  оказываются неодинаковыми для различных плоскостей колебания; такой луч называется *частично поляризованным*. На рис. 207, в изображен частично поляризованный луч, у которого колебания совершаются преимущественно в вертикальной плоскости.

В отличие от естественного поляризованный свет характеризуется не только интенсивностью (зависящей от амплитуды напряженности  $E$  поля) и цветом (зависящим от длины волны  $\lambda$ ), но еще и положением плоскости колебаний. Поэтому, например, поляризованные лучи 1, 2 и 3 (рис. 208), интенсивность и цвет которых одинаковы, не тождественны друг другу. Однако человеческий глаз не обнаруживает различия между поляризованными лучами, имеющими различную ориентацию плоскости колебания, и вообще не отличает поляризованный свет от естественного.

Естественный свет можно *поляризовать*, т. е. превратить его в поляризованный свет. Для этого надо создать такие условия, при которых колебания вектора напряженности  $E$  электрического поля могли бы совершаться только вдоль одного определенного направления. Подобные условия могут, например, создаваться при прохождении естественного света сквозь среду, *анизотропную в отношении электрических колебаний*. Как известно, анизотропия свойственна кристаллам (см. ч. I, § 53). Поэтому можно ожидать поляризацию света, проходящего через кристалл. Действительно, опыт показывает, что многие природные и искусственно созданные кристаллы поляризуют проходящий сквозь них естественный свет.

В самых общих чертах физическая сущность процесса поляризации

\* Векторы, соответствующие амплитудным значениям напряженности  $H$  магнитного поля, на рис. 207 (и последующих рисунках § 58, 59) не изображены.

света, проходящего через кристалл, состоит в следующем. Согласно электромагнитной теории Максвелла (см. § 35), переменное электрическое поле световой волны вызывает в кристаллическом диэлектрике переменный поляризационный ток, т. е. переменное смещение заряженных частиц (атомов, ионов), составляющих кристаллическую решетку. Поляризационный ток выделяет джоулеву теплоту; следовательно, в кристалле происходит превращение световой энергии в теплоту.

Благодаря анизотропии кристалла возможное смещение его частиц, а следовательно, и сила поляризационного тока оказываются неоди-

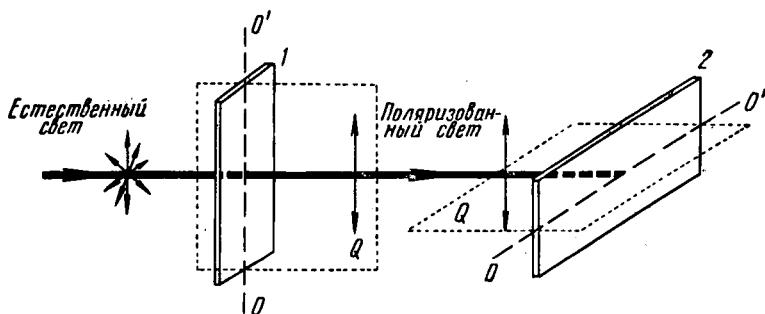


Рис. 209

наковыми для различных плоскостей кристаллической решетки. Очевидно, что световая волна, идущая в плоскости, соответствующей значительным возможным смещениям частиц, вызывает сильный поляризационный ток и потому практически полностью поглощается кристаллом. Если же световая волна идет в плоскости, соответствующей малым смещениям частиц, то она вызывает слабый поляризационный ток и проходит сквозь кристалл без существенного поглощения.

Таким образом, из электрических колебаний естественного света, имеющих всевозможные направления, через кристалл проходят (без поглощения) только те, которые совершаются в плоскости, соответствующей *минимуму* поляризационного тока; остальные колебания в той или иной мере ослабляются, так как сквозь кристалл проходят только их *проекции* на эту плоскость. В результате у света, прошедшего через кристалл, электрические колебания совершаются лишь в одной определенной плоскости, т. е. свет оказывается поляризованным, а его интенсивность уменьшается вдвое по сравнению с интенсивностью естественного света.

К природным кристаллам, поляризующим свет, относится, например, *турмалин*. Естественный луч, прошедший через пластинку турмалина 1, вырезанную параллельно *optической оси*  $OO'$  кристалла, полностью поляризуется и имеет электрические колебания только в *главной плоскости*  $Q$ , т. е. в плоскости, содержащей оптическую ось и луч (рис. 209).

В каждом кристалле имеется направление, относительно которого атомы (или ионы) кристаллической решетки расположены симметрично; оно называется *оптической осью* кристалла\*. Отметим, что оптическая ось — это не какая-то одна линия, а определенное направление в кристалле; все прямые, проведенные в кристалле параллельно этому направлению, являются оптическими осями.

Если естественный луч идет вдоль оптической оси, то все его электрические колебания перпендикулярны ей. В таком случае (благодаря симметричному расположению частиц кристалла относительно оптической оси) все электрические колебания совершаются в одинаковых условиях и все они проходят сквозь кристалл. Поэтому естественный луч, идущий вдоль оптической оси, не поляризуется. При всех иных направлениях луча имеет место его поляризация.

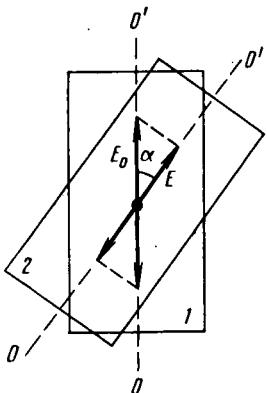


Рис. 210

Если за пластинкой 1 помещена вторая пластина турмалина 2, ориентированная так, что ее оптическая ось перпендикулярна оптической оси пластиинки 1, то через вторую пластину луч не пройдет (так как его электрические колебания перпендикулярны главной плоскости  $Q$  пластиинки 2). Если же оптические оси пластиинок 1 и 2 составляют угол  $\alpha$ , отличный от  $90^\circ$ , то свет (луч) проходит через пластиинку 2. Однако, как это следует из рис. 210, амплитуда  $E$  световых колебаний, прошедших через пластиинку 2, будет меньше амплитуды  $E_0$  световых колебаний, падающих на эту пластиинку:

$$E = E_0 \cos \alpha.$$

Так как  
интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды световых колебаний,

то

$$J = J_0 \cos^2 \alpha, \quad (15)$$

где  $J_0$  — интенсивность света, падающего на пластиинку 2;  $J$  — интенсивность света, прошедшего через эту пластиинку (закон Малюса)\*\*.

Таким образом, поворот пластиинки 2 вокруг поляризованного луча сопровождается изменением интенсивности света, прошедшего через эту пластиинку; максимум интенсивности наблюдается при  $\alpha = 0^\circ$ , минимум (соответствующий полному гашению света) — при  $\alpha = 90^\circ$ .

Пластиинка 1, поляризующая естественный свет, называется *поляризатором*, а пластиинка 2, посредством которой изменяется интенсивность поляризованного света (и тем самым обнаруживается факт поляризации), — *анализатором*. Понятно, что обе пластиинки совершенно одинаковы (их можно поменять местами); данные названия характеризуют лишь назначение пластиинок.

Следует отметить, что турмалин обладает значительным селектив-

\* У некоторых кристаллов имеется два таких направления; эти кристаллы называются *двухосными*. Турмалин относится к одноосным кристаллам.

\*\* Открыт в 1810 г. французским физиком Э. Л. Малюсом.

ным поглощением — пропускает преимущественно зеленый свет; это является недостатком турмалина как поляризатора (и анализатора).

В последние годы для поляризации света широко применяются *поляроиды* (поляризационные фильтры). Поляроид представляет собой прозрачную полимерную пленку толщиной около 0,1 мм, содержащую множество мелких искусственных кристалликов — поляризаторов, например кристалликов *герапатита* (сульфат йодистого хинина). Оптические оси всех кристалликов герапатита ориентируются

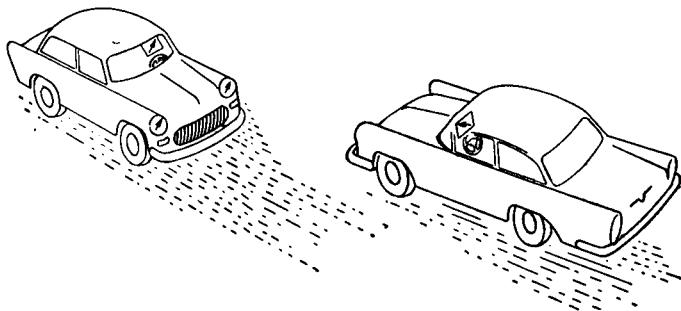


Рис. 211

в одном направлении в процессе изготовления поляроида. Поляроидная пленка сравнительно недорога, весьма эластична, имеет большую площадь, обладает почти одинаковым (незначительным) поглощением для всех длин волн видимого света.

◎ Одним из интересных практических применений поляроида является его использование на автотранспорте для защиты водителей от слепящего действия фар встречных автомашин. С этой целью на ветровое стекло и стекла фар наклеиваются поляроидные пленки, оптические оси которых параллельны и составляют  $45^\circ$  с горизонтом. Тогда (рис. 211) оптическая ось поляроида ветрового стекла одной машины будет перпендикулярна оптической оси поляроида фар *встречной* машины (ориентация оптических осей показана на рисунке стрелками). Согласно закону Малюса, при такой ориентации оптических осей поляроидов поляризованный свет фар не пройдет через ветровое стекло встречной машины; следовательно, водитель практически не видит света фар встречных машин (но увидит, конечно, эти машины в свете фар своего автомобиля). ◎

### § 59. Двойное лучепреломление.

#### Поляризация света в исландском шпате. Призма Николя

В связи со сложностью структуры кристалла процесс поляризации света в них является, вообще говоря, значительно более сложным, чем он описывался в предыдущем параграфе. Оказывается, что из естественного луча, проходящего сквозь кристалл, образуется не один, а два луча, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Электрические колебания одного из этих лучей перпендикулярны главной плоскости кристалла; он называется *обыкновенным лучом* (обоз-

начинается буквой  $o$ ). Электрические колебания другого луча совершаются в главной плоскости; он называется *необыкновенным лучом* (обозначается буквой  $e$ ). Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча его электрические колебания перпендикулярны оптической оси  $OO'$  кристалла (рис. 212,  $a$ ), поэтому обыкновенные лучи

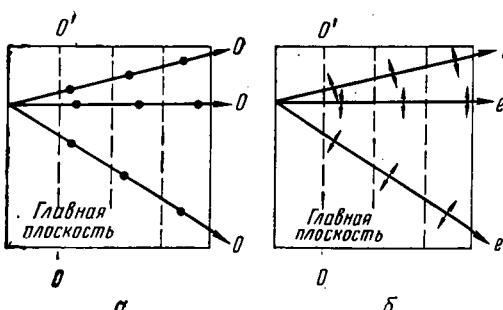


Рис. 212

распространяются по всем направлениям с *одинаковой скоростью*  $c_0 = \text{const}$  и, следовательно, показатель преломления  $n_0$  для обыкновенного луча есть величина постоянная ( $n_0 = c/c_0 = \text{const}$ , где  $c$  — скорость света в вакууме). У необыкновенного луча угол между направлением электрических колебаний и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча (рис. 212,

**б**), поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с *различными скоростями*:  $c_e \neq \text{const}$ . Отсюда следует, что показатель преломления для необыкновенного луча  $n_e$  является переменной величиной, зависящей от направления луча:

$$n_e = c/c_e \neq \text{const}^*.$$

Благодаря различию показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей эти лучи претерпевают в кристалле неодинаковое преломление; они разделяются (раздваиваются) и идут в нескольких различных направлениях. Это явление называется *двойным лучепреломлением*. Оно наблюдается и в турмалине, и в поляроиде. Однако эти вещества очень сильно поглощают обыкновенный луч, поэтому через достаточно толстую пластинку турмалина (1 мм) или пленку поляроида (0,1 мм) проходит только один поляризованный луч (необыкновенный).

Иначе обстоит дело при поляризации света в кристалле исландского шпата \*\*. Он одинаково прозрачен для обыкновенного и необыкновенного лучей и потому обладает ярко выраженным двойным лучепреломлением, в чем легко убедиться по кажущемуся раздвоению какого-либо предмета (например, надписи), рассматриваемого через кристалл исландского шпата (рис. 213).

Кристаллы, полученные из исландского шпата, имеют обычно форму *ромбоэдра* — шестигранника, все грани которого являются ромбами с тупым углом  $102^\circ$  (рис. 214). Короткая диагональ  $OO'$  ром-

\* За эти необычные в геометрической оптике свойства луч и был назван *необыкновенным*.

\*\* Бесцветная прозрачная разновидность кальцита  $\text{CaCO}_3$ ; добывается главным образом в Исландии.

боэдра является направлением оптических осей исландского шпата. Все плоскости, параллельные граням ромбоэдра, являются плоскостями спайности (см. ч. I, § 53), по которым шпат легко раскалывается. Поэтому природный кристалл исландского шпата можно расколоть



Рис. 213

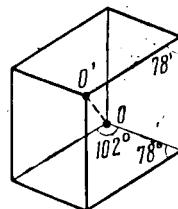


Рис. 214

не только на ромбоэдры, но и на четырехгранные призмы с гранями в форме параллелограммов.

На рис. 215 показан ход лучей при двойном лучепреломлении в кристалле исландского шпата. У этого кристалла показатель преломле-

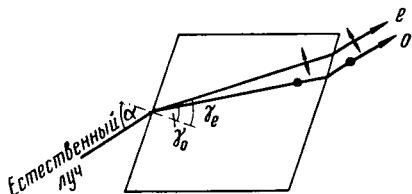


Рис. 215

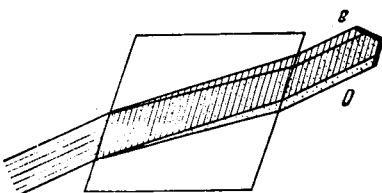


Рис. 216

ния для обыкновенного луча  $n_0$  *больше* показателя преломления для необыкновенного луча  $n_e$ \*. Поэтому угол преломления обыкновенного луча  $\gamma_0$  меньше, чем необыкновенного  $\gamma_e$ :  $\sin \alpha = n_0 \sin \gamma_0 = n_0 \sin \gamma_e$ , но  $n_0 > n_e$ , следовательно,  $\gamma_0 < \gamma_e$ . Интенсивности обыкновенного и необыкновенного лучей одинаковы и равны половине интенсивности падающего (естественному) луча. При выходе из призмы эти лучи становятся параллельными и идут на небольшом расстоянии один от другого. Поэтому при не очень узком падающем пучке света пучки обыкновенных и необыкновенных лучей частично налагаются друг на друга, давая (в области наложения) неполяризованный свет (рис. 216).

Исландский шпат широко используют в качестве поляризатора и анализатора во многих оптических приборах. Для этого из шпата

\* При использовании желтого света (длина волны 0,589 мкм)  $n_0 = 1,658$ , а переменное значение  $n_e$  заключается в пределах от 1,658 (в направлении оптической оси) до 1,486 (в направлении, перпендикулярном оптической оси).

изготавлиают поляризационную призму, пропускающую только один сорт поляризованных лучей (например, необыкновенные лучи).

Наиболее распространенной поляризационной призмой является призма Николя\*. Для ее изготовления торцевые грани продолговатой четырехгранной призмы (выколотой из куска шпата по плоскостям спайности) сошлифовывают так, чтобы они составляли с ребрами острый угол  $68^\circ$  (рис. 217). Затем призму распиливают на две части

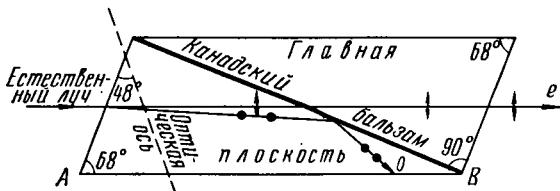


Рис. 217

вдоль плоскости, перпендикулярной торцевым граням и главной плоскости. Отшлифовав поверхности распила, их склеивают канадским бальзамом\*\*. ◎

Показатель преломления канадского бальзама меньше  $n_0$ , но больше  $n_e$ . Следовательно, для обыкновенного луча бальзам является средой оптически менее плотной, а для необыкновенного луча — более плотной, чем исландский шпат. Поэтому обыкновенный луч, падающий на слой бальзама под углом, большим предельного, претерпевает полное отражение (см. § 45), а необыкновенный луч при любых углах падения проходит через этот слой.

Если естественный луч падает на торцевую грань призмы Николя параллельно основанию призмы  $AB$  (рис. 217), то необыкновенный луч проходит через призму, почти не отклоняясь от первоначального направления, а обыкновенный луч, претерпев полное отражение от слоя канадского бальзама, поглощается заслонкой поверхностью основания  $AB$ . Таким образом, сквозь призму Николя проходит только один поляризованный луч (необыкновенный) с электрическими колебаниями в главной плоскости призмы.

Явление поляризации света служит убедительным экспериментальным подтверждением поперечности световых (электромагнитных) волн, поскольку поляризоваться могут только поперечные (а не продольные) волны.

Плоская поляризация света наблюдается не только при его прохождении сквозь кристаллы, но и при преломлении и отражении на границе изотропных диэлектрических сред. В этом случае отраженный и преломленный лучи частично поляризуются во взаимно перпендикулярных плоскостях (у преломленного света электрические колеба-

\* Изобретена в 1828 г. английским физиком У. Николем.

\*\* Клей, вырабатываемый из смолы канадской пихты; его показатель преломления  $n = 1,550$ .

ния совершаются преимущественно в плоскости падения). Степень поляризации зависит от угла падения. При некотором определенном угле падения  $\alpha_p$  (рис. 218) отраженный свет оказывается полностью поляризованным (преломленный свет остается частично поляризованным).

Угол полной поляризации  $\alpha_p$  зависит от относительного показателя преломления отражающей среды [закон Брюстера]\*:

$$\operatorname{tg} \alpha_p = n. \quad (16)$$

При этом отраженный и преломленный лучи оказываются взаимно перпендикулярными. Действительно, обозначим угол между этими лучами  $\delta$ , а угол преломления —  $\gamma$  (на рис. 218 эти углы не показаны). Тогда, учитывая закон отражения света (1), можно написать

$$\delta = 180^\circ - (\alpha_p + \gamma). \quad (16')$$

Согласно закону преломления света (3) и закону Брюстера (16), имеем

$$\sin \alpha_p / \sin \gamma = n \text{ и } \sin \alpha_p / \cos \alpha_p = n,$$

откуда  $\sin \gamma = \cos \alpha_p = \sin (90^\circ - \alpha_p)$ . Тогда  $\gamma = 90^\circ - \alpha_p$ , или  $\alpha_p + \gamma = 90^\circ$ . Следовательно, из (16') получим, что  $\delta = 90^\circ$ .

Значения  $\alpha_p$  различны для различных сред. Например, для стекла  $\alpha_p \approx 57^\circ$ , для воды  $\alpha_p = 53^\circ$ , если свет падает на эти среды из воздуха (или из вакуума).

## § 60. Вращение плоскости колебаний поляризованного света. Поляриметр

Некоторые вещества, называемые *оптически активными*, поворачивают (вращают) плоскость электрических колебаний поляризованного света, проходящего сквозь них (не изменяя при этом амплитуды колебаний). Это явление называется *вращением плоскости колебаний поляризованного света*\*\*. Оно схематически показано на рис. 219. При прохождении поляризованного луча через оптически активное вещество  $A$  плоскость колебаний  $Q$  поворачивается вокруг луча на угол  $\theta$ .

\* Установлен английским физиком Д. Брюстером в 1815 г. Так как в данном случае (рис. 218) первой средой является воздух, то относительный показатель преломления второй (отражающей) среды практически равен ее абсолютному показателю преломления  $n$ .

\*\* Или *вращением плоскости поляризации*, поскольку поворот плоскости электрических колебаний сопровождается таким же поворотом плоскости магнитных колебаний, т. е. плоскости поляризации света.

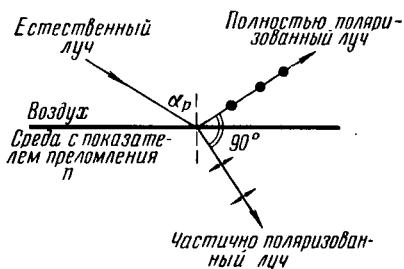


Рис. 218

К оптически активным веществам относится ряд твердых тел (кварц, киноварь, сахар и др.) и многие жидкости (скипидар, водный раствор сахара, никотин, винная кислота и т. д.). Вещества, поворачивающие плоскость колебаний по часовой стрелке (если смотреть на встречу лучу), называются *правовращающими*, а вещества, поворачивающие эту плоскость в противоположном направлении, — *левовращающими*. Многие оптически активные вещества существуют в двух разновидностях — правовращающей и левовращающей.

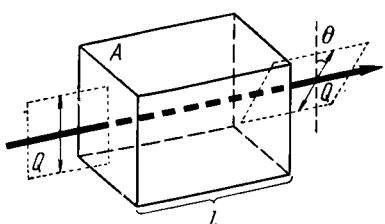


Рис. 219

Угол  $\Theta$  поворота плоскости колебаний поляризованного света пропорционален толщине  $l$  слоя вращающего вещества, сквозь который проходит свет (рис. 219):  $\Theta = al$ , где  $a$  — удельное вращение.

*Удельное вращение характеризует вращательную способность вещества. Для раствора  $a$  равно отношению угла, на который поворачивается плоскость колебания поляризованного света, проходящего сквозь слой раствора, к толщине слоя и концентрации раствора.*

В случае раствора этот угол пропорционален еще и концентрации  $C$  раствора:

$$\Theta = aIC. \quad (17)$$

Удельное вращение зависит от длины волны света. Поэтому одно и то же активное вещество поворачивает плоскость колебаний волн различной длины на различные углы. Так, например, слой водного раствора тростникового сахара толщиной 1 дм при концентрации 1 г сахара на 1 см<sup>3</sup> раствора поворачивает плоскость колебаний красного света ( $\lambda = 0,656$  мкм) на 53°, желтого света ( $\lambda = 0,589$  мкм) — на 66,5° и зеленого света ( $\lambda = 0,535$  мкм) — на 82°. Это явление называется *вращательной дисперсией*. Обычно  $\Theta$  возрастает с уменьшением  $\lambda$ .

На вращении плоскости колебаний поляризованного света основан простой и весьма точный метод определения концентрации растворов оптически активных веществ; сущность его состоит в следующем.

Свет от источника  $S$  пропускают через светофильтр  $F$  и поляризатор  $P$ , превращая его в монохроматический поляризованный свет (рис. 220). Наблюдая в окуляр  $O$ , поворачивают анализатор  $A$  таким образом, чтобы свет не проходил через него, т. е. как говорят, «уставливают анализатор на темноту». Очевидно, что при этом главные плоскости поляризатора и анализатора взаимно перпендикулярны. Отсчет  $\theta_1$  положения анализатора производят по кругу  $K$ , имеющему угловые деления. Затем между поляризатором и анализатором помеща-

ют стеклянную трубку  $R$ , заполненную исследуемым раствором. При этом поле зрения окуляра просветлеет, поскольку раствор повернет плоскость колебаний на некоторый угол  $\theta$  и она не будет уже перпендикулярна главной плоскости анализатора. Очевидно, что на такой же угол следует повернуть анализатор, чтобы вновь установить его

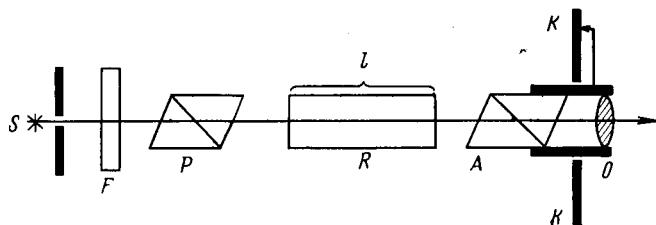


Рис. 220

на темноту. Выполнив это, снимают отсчет  $\theta_2$  по кругу  $K$  и находят угол  $\theta = \theta_1 - \theta_2$ .

Согласно формуле (17),

$$C = \theta/(\alpha l). \quad (18)$$

Из этого соотношения можно определить концентрацию  $C$  по измеренным  $\theta$  и  $l$  и известному для данного активного вещества значению  $\alpha$ .

⊕ Прибор, служащий для определения концентрации растворов оптически активных веществ, называется *поляриметром*; на рис. 220 дана его принципиальная схема. Поляриметр, предназначенный для измерения концентрации водных растворов сахара [ $a = 66,5 \times 10^{-2}$  град  $\cdot$  м<sup>2</sup>/кг = 66,5 град  $\cdot$  см<sup>3</sup>/(г  $\cdot$  дм) для желтого света], называется *сахариметром*; он широко используется в сахарном производстве и в медицине. ⊕

#### Примеры решения задач

**Задача 28.** В опыте с зеркалами Френеля расстояние между минимиами изображениями источника света равно  $d = 0,5$  мм, расстояние от экрана  $L = 5$  м. В зеленом свете на экране получились интерференционные полосы на расстоянии  $\Delta x = 5$  мм друг от друга. Найти длину волны  $\lambda$  зеленого света.

**Решение.** Условия задачи соответствуют рис. 179—181. Согласно формуле (6), расстояние между соседними интерференционными полосами  $\Delta x = \lambda L/d$ . Тогда

$$\lambda = \frac{d \cdot \Delta x}{L} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{5 \text{ м}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,5 \text{ мкм.}$$

**Задача 29.** На дифракционную решетку нормально падают световые лучи. При повороте зрительной трубы гониометра на некоторый угол  $\Phi$  в поле зрения видна линия  $\lambda = 0,44$  мкм в спектре третьего порядка ( $n = 3$ ). Будут ли видны под этим же углом какие-либо другие спектральные линии, соответствующие длинам волн  $\lambda_x$ , лежащим в пределах видимого спектра (от 0,4 мкм до 0,7 мкм)?

**Решение.** Согласно формуле (12), применимой и к дифракционной решетке (см. § 55), напишем

$$d \sin \varphi = n\lambda = n_x \lambda_x;$$

где  $d$  — период решетки;  $n_x$  — порядок спектра, в котором возможно существование спектральной линии  $\lambda_x$ . Тогда

$$n_x/n = \lambda/\lambda_x.$$

Но, согласно условию, отношение  $\lambda/\lambda_x$  заключено в пределах от  $0,44/0,4 = 1,1$  до  $0,44/0,7 = 0,63$ , т. е.

$$0,63 < \frac{\lambda}{\lambda_x} < 1,1,$$

откуда следует, что  $0,63 < \frac{n_x}{n} < 1,1$ , или, учитывая, что  $n = 3$ ,

$$1,89 < n_x < 3,3.$$

Поскольку  $n_x$  есть целое число, возможны два случая:  $n_x = 2$  и  $n_x = 3$ . Но случай  $n_x = 3$  отпадает, так как  $n$  тоже равно 3, а линии относящиеся к одному порядку спектра, не могут накладываться одна на другую. Следовательно,  $n_x = 2$ .

Тогда  $\lambda_x = \lambda n/n_x = 0,44/2 = 0,22$  мкм, что соответствует красному цвету;  $\lambda = 0,44$  мкм соответствует синему цвету, (см., например, рис. 171).

Итак, на синюю линию ( $\lambda = 0,44$  мкм) спектра третьего порядка накладывается красная линия ( $\lambda_x = 0,22$  мкм) спектра второго порядка.

**Задача 30.** Электронный пучок, падающий на алюминиевую пластинку, дает при отражении дифракционную картину, причем угловое отклонение (от центра этой картины) дифракционного максимума второго порядка  $\alpha = 1^\circ$ . Период кристаллической решетки алюминия (расстояние между атомными плоскостями)  $d = 0,405$  нм. Какова скорость электронов в пучке?

**Решение.** Задача описывает волновые свойства движущихся электронов (см. § 57). Длина волны, соответствующая электронам пучка, определяется из формулы Вульфа — Брэгга:

$$\lambda = 2d \sin \alpha / n,$$

где  $n = 2$  — порядок максимума,  $\alpha = 90^\circ - \alpha$  есть угол скольжения пучка (см. § 56). Согласно формуле де Броиля,

$$v = h/(m\lambda),$$

где  $m$  — масса электрона,  $h$  — постоянная Планка. Тогда

$$v = \frac{nh}{2md \sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{2 \cdot 6,625 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,05 \cdot 10^{-10} \cdot 0,9998} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 1,8 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

**Задача 31.** Чему равен угол  $\alpha$  между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшилась в четыре раза? Поглощением света пренебречь.

**Решение.** При прохождении света через поляризатор интенсивность света уменьшается вдвое. Поэтому  $J_0 = J^*/2$ , где  $J^*$  — интенсивность естественного света;  $J_0$  — интенсивность света, прошедшего через поляризатор.

При прохождении света через анализатор его интенсивность уменьшается по закону Малюса:

$$J = J_0 \cos^2 \alpha.$$

Но, по условию задачи,  $J = J^*/4$ , поэтому

$$J^*/4 = J^* \cos^2 \alpha/2,$$

откуда  $\cos \alpha = \sqrt{2}/2$  и  $\alpha = 45^\circ$ .

### Контрольные вопросы

195. Почему нельзя получить интерференционную картину от двух светящихся тел, например от двух электроламп? 196. Для чего служит и как устроена оптическая система, называемая зеркалами Френеля? 197. Два когерентных луча с разностью хода в три световых волны интерферируют в некоторой точке. Что будет в этой точке: максимум или минимум освещенности? 198. Почему интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, будет четкой только при условии, что расстояние  $d$  между этими источниками гораздо меньше их расстояния  $L$  до экрана? 199. Для чего предназначен интерферометр Линника? 200. С какой целью был поставлен опыт Майклсона? 201. К чему будут стремиться длина, масса и плотность ракеты, измеряемые инерциальным наблюдателем, если скорость ее движения относительно этого наблюдателя будет стремиться к скорости света в вакууме? 202. Сформулируйте два основных положения специальной теории относительности. 203. Почему радиоволны огибают здания и другие крупные объекты, а световые волны не огибают? 204. Разрешающая способность микроскопа  $4 \text{ мкм}^{-1}$ . Можно ли в этот микроскоп рассматривать объекты размером  $2 \text{ мкм}$ ? Объясните ответ. 205. Для чего рассматриваемые в микроскоп объекты иногда помещают в иммерсионную жидкость? 206. Максимум или минимум освещенности наблюдается при дифракции от одной щели под углом дифракции, соответствующим восьми зонам Френеля? 207. Что называют периодом (постоянной) дифракционной решетки? 208. Сколько штрихов на миллиметр должна иметь дифракционная решетка, пригодная для изучения инфракрасных спектров с длиной волны  $\lambda$  порядка  $10^2 \text{ мкм}$ ? 209. Объясните, почему при использовании белого света дифракцион-

- онные максимумы становятся цветными (спектральными). Почему при этом только центральный максимум оказывается белым? 210. По каким внешним признакам можно отличить спектр, создаваемый дифракционной решеткой, от спектра, который дает трехгранная призма? 211. Что называют рассеянием света и молекулярным рассеянием света? Кратко охарактеризуйте эти явления. 212. Известно, что глаз человека наиболее чувствителен к желто-зеленому цвету и значительно менее чувствителен к красному (см. § 48 и рис. 171). Почему же для запрещающего сигнала светофора, т. е. для сигнала опасности, принят красный, а не зеленый цвет? 213. Какие явления описывает формула Вульфа—Брэггов? Какое практическое применение она имеет? 214. Почему разрешающая способность электронного микроскопа значительно больше, чем оптического микроскопа? 215. Протон и электрон движутся с одинаковой скоростью. Во сколько раз и какие волны длиннее: электронные или протонные? 216. Какой свет (луч) называют поляризованным? Чем он отличается от естественного света? 217. Какова физическая сущность (причина) процесса поляризации света, проходящего через кристалл? 218. Является ли оптическая ось двоякнопреломляющего кристалла определенной линией или только определенным направлением в кристалле? 219. Интенсивность света, прошедшего сквозь поляризатор и анализатор, уменьшилась вдвое по сравнению с интенсивностью падающего естественного света. Какова взаимная ориентация поляризатора и анализатора (поглощением света в них пренебречь)? Поясните ответ. 220. В чем заключается явление двойного лучепреломления? Дайте физическое объяснение этому явлению. 221. Что происходит с обыкновенным лучом,

падающим на слой канадского бальзама призмы Николя? 222. Чему равен угол полной поляризации при отражении света, идущего из воды в стекло (на границе вода — стекло)? Абсолютные показатели преломления воды и стекла равны соответственно 1,333 и 1,515. 223.

Какие вещества называют оптически активными? 224. Слой раствора оптически активного вещества, имеющего концентрацию 5%, вращает плоскость электрических колебаний поляризованного луча на 10. При какой концентрации раствора угол вращения равен  $12^{\circ}30'$ ?

---

## Глава VIII. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА И СТРОЕНИЕ АТОМА

---

### § 61. Тепловое излучение.

#### Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа

Электромагнитное излучение обусловлено, как уже неоднократно отмечалось, колебаниями электрических зарядов, в частности зарядов, входящих в состав атомов и молекул вещества. Так, например, колебательное и вращательное движения молекул и атомов создают инфракрасное излучение, определенные перемещения электронов в атоме создают видимое и ультрафиолетовое излучения, торможение свободных электронов создает рентгеновское излучение и т. д.

Самым распространенным в природе видом электромагнитного излучения является тепловое излучение, или испускание; оно совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества, т. е. за счет внутренней энергии вещества, и потому ведет к охлаждению излучающего тела. Тепловое излучение присуще всем телам при любой температуре, отличной от нуля Кельвина. Оно имеет сплошной спектр, однако распределение энергии в нем существенно зависит от температуры: при низкой температуре тепловое излучение является преимущественно инфракрасным, при высокой температуре — видимым и ультрафиолетовым.

*Всякое тело, излучая само, вместе с тем поглощает часть энергии, излучаемой другими (окружающими) телами.*

Понятно, что процесс поглощения ведет к нагреванию тела.

Очевидно, что, теряя энергию путем испускания и в то же время получая энергию путем поглощения, данное тело должно в конце концов прийти в состояние теплового, или лучистого, равновесия, при котором потеря энергии за счет испускания компенсируется притоком энергии за счет поглощения. Температура, соответствующая этому состоянию, называется температурой теплового равновесия.

Тепловое равновесие является обычным состоянием тел, предоставленных самим себе.

Для количественной оценки процессов теплового излучения и поглощения вводятся следующие характеристики.

*Энергетическая светимость или полная испускательная способность  $R$  тела — отношение энергии, излучаемой с площади поверхности тела, к продолжительности и площади излучения.*

Она выражается в джоулях на квадратный метр в секунду [Дж/(м<sup>2</sup>· с)]\*.

Полная поглощательная способность  $A$  тела — отношение лучистой энергии, поглощаемой телом, ко всей падающей на него лучистой энергии.

Очевидно, что  $A$  — безразмерная величина.

Значения  $R$  и  $A$  зависят от природы тела и температуры.

Опыт показывает, что энергия, испускаемая (поглощаемая) телом, различна для различных длин волн. В связи с этим вводится понятие спектральной испускательной (поглощательной) способности.

Спектральной испускательной способностью  $R_\lambda$  тела называется энергетическая светимость, рассчитанная для узкого интервала длин волн  $\Delta\lambda$  (от  $\lambda - \Delta\lambda/2$  до  $\lambda + \Delta\lambda/2$ ).

Аналогично вводится понятие спектральной поглощательной способности.

Поглощательная способность всех реальных тел меньше единицы. Так, например, для видимой части спектра поглощательная способность алюминия равна 0,1; меди — 0,5; воды — 0,67.

Воображаемое тело, поглощающее при любой температуре всю падающую на него лучистую энергию, называется абсолютно черным телом.

Поглощательная способность такого тела для всех длин волн одинакова и равна единице ( $A_\lambda = A = 1$ ). Для видимой части спектра телом, близким по своим свойствам к абсолютно черному, является сажа ( $A = 0,95$ ).

Практически наиболее совершенным абсолютно черным телом является малое отверстие в стенке замкнутой полости, внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 221). Луч, попавший в отверстие, многократно отражается стенками полости и практически не выходит обратно, поскольку при каждом отражении значительная часть его энергии поглощается стенками.

Абсолютно черное тело, поглощающее падающую на него лучистую энергию, вместе с тем само излучает. Поэтому при низкой температуре полости отверстие в ней кажется черным; если же полость нагрета до высокой температуры, то отверстие представляется ярко светящимся. Примерами практически абсолютно черных тел могут служить зрачок глаза и смотровое отверстие марленовской печи.

Выясним теперь, как связаны между собой испускательная и поглощательная способности тела. Представим себе изолированную систему из двух тел, имеющих различную температуру и обменивающихся энергией только путемлучеиспускания и лучепоглощения. Через некоторое время в такой системе установится тепловое



Рис. 221

\* Энергетическую светимость иногда называют испускательной способностью.

равновесие. Обозначим испускательные и поглощательные способности тел при температуре лучистого равновесия соответственно  $R'$ ,  $R''$  и  $A'$ ,  $A''$ . Предположим, что первое тело испускает с  $1 \text{ м}^2$  поверхности за 1 с в  $n$  раз больше энергии, чем второе:

$$R' = nR''.$$

Но тогда оно должно и поглощать в  $n$  раз больше энергии, чем второе тело, т. е.

$$A' = nA'';$$

в противном случае первое тело начнет нагреваться (или охлаждаться) за счет второго тела и его температура будет изменяться, что противоречит условию теплового равновесия. Из двух последних равенств следует, что

$$\frac{R'}{A'} = \frac{R''}{A''}.$$

Если изолированная система состоит из многих тел с испускательными способностями  $R'$ ,  $R''$ ,  $R'''$ , ... и поглощающими способностями  $A'$ ,  $A''$ ,  $A'''$ , ... и одно из них является абсолютно черным, то аналогичные рассуждения приведут к следующему выводу:

$$\frac{R'}{A'} = \frac{R''}{A''} = \frac{R'''}{A'''} = \dots = \mathcal{E}, \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}$  — испускательная способность абсолютно черного тела (его поглощающая способность равна единице и потому не написана в качестве делителя при  $\mathcal{E}$ ).

*Для всех тел при данной температуре отношение испускательной способности к поглощающей способности есть постоянная величина, равная испускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре [закон Кирхгофа].*

Этот закон остается справедливым и для спектральных испускательной и поглощающей способностей тел:

$$\frac{R'_\lambda}{A'_\lambda} = \frac{R''_\lambda}{A''_\lambda} = \frac{R'''_\lambda}{A'''_\lambda} = \dots = \mathcal{E}_\lambda. \quad (1')$$

Из закона Кирхгофа вытекают три важных следствия.

1. Испускательная способность любого тела при данной температуре равна произведению его поглощающей способности на испускательную способность абсолютно черного тела при той же температуре:

$$R = A\mathcal{E}, \quad R_\lambda = A_\lambda \mathcal{E}_\lambda. \quad (2)$$

2. Испускательная способность любого тела меньше испускательной способности абсолютно черного тела при той же температуре ( $R = A\mathcal{E}$ , но  $A < 1$ , следовательно,  $R < \mathcal{E}$ ).

3. Если тело не поглощает каких-либо волн, то оно и не испускает их ( $R_\lambda = A_\lambda \mathcal{E}_\lambda$ , поэтому  $R_\lambda = 0$  при  $A_\lambda = 0$ ).

Соотношения (2) позволяют определять испускательную способность любого тела, если известны его поглощательная способность  $A$  и испускательная способность  $\varepsilon$  абсолютно черного тела; значения  $A$  и  $\varepsilon$  определяются опытным путем.

Основным источником нагревания почвы является, как известно, солнечное излучение. Изменяя поглощательную способность поверхности почвы путем покрытия этой поверхности различными красителями, можно в довольно значительных пределах регулировать температуру теплового равновесия верхнего слоя почвы. Этот прием, широко применяемый в агрономической практике, называют *мульчированием*. В качестве покрытий, имеющих общее название *мульчи*, используют молотый мел, торфяной и угольный порошки, битум, нигроцин и т. п.

Очевидно, что для увеличения поглощательной способности почвы (и, следовательно, для повышения температуры почвы) надо применять темную мульчу, а для уменьшения поглощательной способности почвы (и понижения температуры почвы) — светлую мульчу.

## § 62. Законы излучения абсолютно черного тела.

### Квантовый характер излучения. Формула Планка

Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела было изучено экспериментально к концу прошлого столетия. В качестве абсолютно черного тела использовалась полость с малым отверстием (рис. 221), а также уголь.

На рис. 222 представлен график распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела при температуре  $T = 1259$  К. По оси абсцисс отложены длины волн  $\lambda$ , а по оси ординат — отношения спектральной испускательной способности абсолютно черного тела  $\frac{\varepsilon_\lambda}{\Delta\lambda}$  к интервалу длины волн  $\Delta\lambda$ , в котором определена  $\varepsilon_\lambda$ .

Таким образом, площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, представляет собой полную испускательную способность  $\varepsilon$  абсолютно черного тела при температуре 1259 К, т. е. отношение энергии, испускаемой с площади его поверхности, к продолжительности времени излучения и к величине этой площади:

$$\sum \frac{\varepsilon_\lambda}{\Delta\lambda} \Delta\lambda = \sum \varepsilon_\lambda = \varepsilon.$$

Из графика следует, что при данной температуре максимум из-

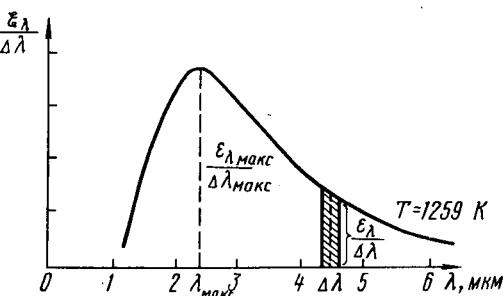


Рис. 222

\* Отношение  $\frac{\varepsilon_\lambda}{\Delta\lambda}$  обычно называют *спектральной плотностью энергетической светимости*.

лучения абсолютно черного тела приходится на длину волны  $\lambda_{\max} \approx 2,4$  мкм (инфракрасное излучение).

Зависимость полной испускательной способности  $\mathcal{E}$  от температуры описывается следующим законом\*:

*полная испускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры [закон Стефана — Больцмана]:*

$$\mathcal{E} = \sigma T^4, \quad (3)$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-4</sup> — постоянная Стефана — Больцмана.

Зависимость длины волны  $\lambda_{\max}$  от температуры выражается следующим законом\*\*:

*длина волны, соответствующая максимуму излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре [закон Вина]:*

$$\lambda_{\max} T = b, \quad (4)$$

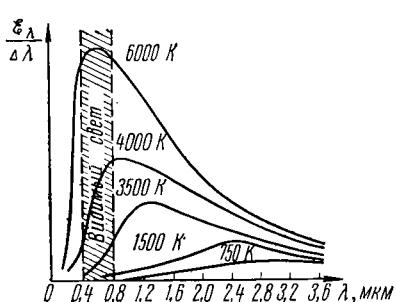


Рис. 223

волны  $\lambda_{\max}$  уменьшается (максимум кривой распределения смещается влево).

Наглядным примером, подтверждающим уменьшение  $\lambda_{\max}$  с ростом температуры тела, является изменение цвета свечения нагреваемого металла. Сначала металл остается темным ( $\lambda_{\max}$  лежит в инфракрасной области); затем при достаточно высокой температуре появляется красное свечение металла («красное каление»), потом оранжевое, желтое и, наконец, голубовато-белое свечение («белое каление»).

Следует, конечно, иметь в виду, что металл не является абсолютно черным телом. Однако, согласно следствию (2), вытекающему из закона Кирхгофа, характер распределения энергии в спектре излу-

\* Получен экспериментально в 1879 г. австрийским физиком И. Стефаном и в некоторой мере теоретически обоснован в 1884 г. Л. Больцманом.

\*\* Получен в 1893 г. немецким физиком В. Вином.

чения абсолютно черного тела сохраняется в общих чертах и для нечерных тел.

Из рисунка видно, что при температуре 6000 К максимум излучения приходится на видимый свет ( $\lambda_{\max} \approx 0,5$  мкм). Отсюда следует, что наиболее выгодный в *световом* отношении тепловой источник света должен иметь температуру около 6000 К. Однако и у такого источника *световой* коэффициент полезного действия (т. е. отношение энергии излучения, приходящейся на видимую часть спектра, к всей энергии излучения) оказывается малым — порядка 15%, поскольку значительная доля энергии излучения приходится на инфракрасные лучи. У современных осветительных электроламп температура нити накала равна приблизительно 3000 К, что соответствует световому коэффициенту полезного действия порядка 3%. Таким образом, электролампа в большей мере греет, чем светит.

На законе Вина основана *оптическая пирометрия* — метод определения температуры раскаленных тел (металла — в плавильной печи, газа — в облаке атомного взрыва, поверхности звезд и т. п.) по спектру их излучения. Именно этим методом была впервые определена температура поверхности Солнца. Максимум энергии солнечного излучения приходится на видимый свет длиной волны  $\lambda_{\max} = 0,47$  мкм\*. Следовательно, согласно закону Вина, термодинамическая температура поверхности Солнца

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{0,2898}{0,47 \cdot 10^{-4}} \text{ K} \approx 6160 \text{ K}.$$

Таким образом, верхняя кривая распределения (рис. 223) приблизительно соответствует распределению энергии в спектре солнечного излучения.

Для нашей планеты Солнце является основным и чрезвычайно мощным источником лучистой энергии. На верхней границе земной атмосферы интенсивность солнечного излучения составляет около  $8,4 \cdot 10^4$  Дж/(м<sup>2</sup> · мин); эта величина называется *солнечной постоянной*. На земной поверхности интенсивность солнечного излучения в среднем на 25% меньше (вследствие поглощения в атмосфере).

Законы Стефана — Больцмана и Вина являются *частными* законами излучения абсолютно черного тела: они не дают общей картины распределения энергии по длинам волн при различной температуре. В конце прошлого века был предпринят ряд попыток *теоретически* установить закон распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, т. е. получить формулу, выражющую спектральную испускательную способность  $E_\lambda$  этого тела как функцию длины волны  $\lambda$  и термодинамической температуры  $T$ :

$$E_\lambda = f(\lambda, T). \quad (5)$$

\* В солнечном излучении, достигающем земной поверхности, максимум энергии приходится на длину волны 0,56 мкм, а не 0,47 мкм. Такой сдвиг значения  $\lambda_{\max}$  обусловлен селективным поглощением света в земной атмосфере.

Однако эти попытки приводили к результатам, противоречащим опыту. Лишь в 1900 г. немецкий физик *M. Планк* нашел вид функции (5). Для этого ему пришлось отказаться от установившегося в физике представления об электромагнитном излучении как о *непрерывной* электромагнитной волне, которая может иметь любую частоту и в соответствии с этим переносить *любую* энергию. Планк высказал чрезвычайно смелую гипотезу, согласно которой электромагнитная энергия может излучаться и распространяться только *вполне определенными* (для данной излучающей системы) отдельными порциями  $\epsilon$ , или *квантами*. Таким образом, можно сказать (пользуясь понятиями классической физики), что электромагнитные волны переносят энергию только в количествах, *кратных кванту энергии*  $\epsilon$ ; переносимая энергия может быть равной  $\epsilon$ , или  $2\epsilon$ , или  $3\epsilon$ , или вообще  $n\epsilon$  (где  $n = 1, 2, 3, \dots$ ), но не может быть равной дробному числу квантов, например  $3\epsilon/4$  или  $9\epsilon/5$ .

*Квант энергии пропорционален частоте излучения (обратно пропорционален длине волны  $\lambda$ ):*

$$\epsilon = h\nu = hc/\lambda, \quad (6)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — *постоянная Планка*, или *квант действия*\*. По формуле (6) можно вычислить квант энергии для излучения любой длины волны. Например, для зеленого света ( $\lambda = 0,555$  мкм) получим

$$\epsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,55 \cdot 10^{-7}} \text{ Дж} = 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

В таблице приведены значения квантов энергии для некоторых длин волн, соответствующих различным видам электромагнитного излучения:

Вид излучения	Длина волны	Частота, Гц	Энергия кванта, Дж
Радиоволны	$10^3$ м = 1 км	$3 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-28}$
	$10^0$ м = 1 м	$3 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^{-25}$
Видимый свет	$5,6 \cdot 10^{-7}$ м = $= 0,56$ мкм	$5,4 \cdot 10^{14}$	$3,6 \cdot 10^{-19}$
Рентгеновское излучение	$10^{-9}$ м = 1 нм	$3 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{-16}$
Гамма-излучение	$10^{-12}$ м = 1 пм	$3 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^{-13}$

Из таблицы видно, что при больших длинах волн энергия кванта крайне мала. Поэтому в общем потоке энергии, исходящем от длинноволнового излучателя (например, макроскопического генератора радиоволн), отдельный квант энергии совершенно незаметен, в связи с чем прерывистость излучения энергии не обнаруживается. В коротковолновом излучении квант энергии сравнительно больше. Бла-

\* Термин «квант действия» был введен *П. Планком* в связи с тем, что  $h$  имеет размерность действия (т. е. произведения энергии на время).

годаря этому в потоке энергии, исходящем от коротковолновых микрорадиоизлучателей (атомов и молекул), отдельные кванты энергии становятся заметными, обнаруживая тем самым прерывистость (квантовый характер) излучения.

Процесс поглощения электромагнитной энергии веществами также имеет прерывистый (квантовый) характер.

Таким образом, между процессами, совершающимися в макро- и микромире, существует не только количественное, но и качественное различие. Поэтому законы классической физики, полученные из наблюдений над макрообъектами, не могут или, точнее говоря, не всегда могут быть пригодны для описания процессов, совершающихся в микрообъектах. Именно этим была обусловлена бесплодность попыток теоретически вывести закон распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела исходя из понятий классической физики.

На основе представлений о квантовом характере теплового излучения Планк получил следующее выражение спектральной испускательной способности абсолютно черного тела:

$$\mathcal{E}_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(k\lambda T)} - 1}, \quad (7)$$

где  $\lambda$  — длина волны,  $T$  — термодинамическая температура,  $c$  — скорость света в вакууме,  $k$  — постоянная Больцмана,  $e$  — основание натурального логарифма.

Формула Планка (7) находится в полном соответствии с опытными данными. Из этой формулы получаются как следствия законы Стефана — Больцмана и Вина.

Выведем, например, закон Стефана — Больцмана. Для этого проинтегрируем выражение (7) спектральной испускательной способности абсолютно черного тела по всем длинам волн (от  $\infty$  до 0). Обозначим  $2\pi hc^2 = A$ ,  $hc/k = B$  и введем вспомогательную переменную  $x = hc/(k\lambda T) = B/(\lambda T)$ . Тогда

$$\lambda = \frac{B}{xT}, \quad d\lambda = -\frac{B}{x^2 T} dx.$$

При этих обозначениях полная испускательная способность

$$\mathcal{E} = \int_{\infty}^0 \mathcal{E}_\lambda d\lambda = \frac{AT^4}{B^4} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx.$$

Определенный интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15},$$

поэтому

$$\mathcal{E} = \frac{A\pi^4}{15 B^4} T^4 = \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2} T^4.$$

Множитель при  $T^4$  совпадает по числовому значению и размерности с постоянной Стефана — Больцмана  $\sigma$ , в чем предлагаем убедиться читателю самостоятельно

Итак,

$$\delta = \sigma T^4.$$

На основе теории Планка А. Эйнштейн в 1905 г. создал *квантовую (фотонную) теорию света*, а Н. Бор в 1913 г. разработал *квантовую теорию строения атома*.

Отметим, что квантование энергии свойственно не только электромагнитному излучению, но и многим другим физическим процессам. Так, например, квантованием энергии колебательного и вращательного движений атомов объясняется зависимость теплоемкости многоатомных газов от температуры (см. ч. I, § 46).

Квантовые свойства света обусловлены особенностями структуры микроскопических излучателей света — атомов и молекул. В связи с этим дальнейшему ознакомлению с квантовыми свойствами света целесообразно предложить основные сведения о строении атома.

### § 63. Строение атома [ядерная модель].

#### Дискретность энергетических состояний атома.

##### Постулаты Бора

К началу XX в. было с полной достоверностью установлено, что в состав каждого атома входят электроны. Вместе с тем было известно, что атом в целом электронейтрален. Отсюда следовало, что отрицательный заряд электронов должен компенсироваться *положительным зарядом* каких-то других частиц, также входящих в состав атома.

В 1911 г. английский физик Э. Резерфорд предложил *ядерную (планетарную) модель строения атома*. Согласно этой модели, весь положительный заряд и почти вся масса ( $>99,94\%$ ) атома сосредоточены в атомном ядре, размер которого ничтожно мал (порядка  $10^{-13}$  см) по сравнению с размером атома ( $10^{-8}$  см). Вокруг ядра по замкнутым (эллиптическим) орбитам движутся электроны, образуя *электронную оболочку* атома. Заряд ядра равен по абсолютному значению суммарному заряду электронов.

Таким образом, атом в целом является чрезвычайно «ажурным» микрообразованием: совокупностью небольшого числа очень малых частиц вещества (ядра и электронов), распределенных в сравнительно большом объеме.

Предположение о вращении электронов вокруг ядра Резерфорд сделал в связи с тем, что, согласно теореме Ирншоу (см. § 6), атом в виде *статической* системы не может быть устойчивым.

Что касается предположения о наличии в центре атома одного массивного, но весьма малого ядра, то Резерфорд доказал это экспериментально на опытах с *рассеянием а-частиц*, проходящих через вещество. а-Частицы, испускаемые радиоактивными элементами, движутся со скоростью порядка  $10^4$  км/с, имеют положительный заряд, равный двум элементарным зарядам, и массу, в 7350 раз большую массы электрона (см. § 71).

Схема опытов Резерфорда показана на рис. 224. а-Частицы, испускаемые радиоактивным веществом, двигались в вакууме и, про-

ходя сквозь фольгу  $F$  (толщиной около 1 мкм), падали на люминесцирующий экран  $Q$ . Удар каждой  $\alpha$ -частицы об экран вызывал кратковременную вспышку — *сцинтиляцию*, наблюдавшуюся в микроскоп.

Наблюдения показали, что большинство  $\alpha$ -частиц проходит сквозь фольгу без заметного отклонения от первоначального направления.

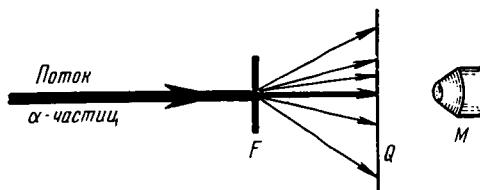


Рис. 224

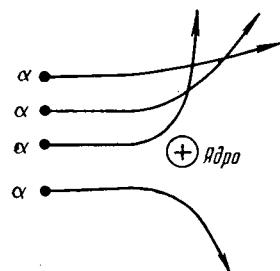


Рис. 225

ления, некоторые частицы отклоняются на небольшой угол и лишь немногие частицы претерпевают сильное отклонение.

Естественно предположить, что отклонение  $\alpha$ -частиц вызвано их взаимодействием («столкновением») с массивными атомными ядрами (рис. 225), поскольку легкие электроны не могут существенно изменить движение сравнительно тяжелых и очень быстрых  $\alpha$ -частиц.

Из того факта, что значительное отклонение испытывают только немногие  $\alpha$ -частицы, следует, что лишь некоторые из них проходят вблизи ядер, а это в свою очередь означает, что атомные ядра имеют малый размер и расположены в веществе фольги на очень больших расстояниях друг от друга.

Полагая, что ядро и  $\alpha$ -частица взаимодействуют (отталкиваются) по закону Кулона, Резерфорд теоретически рассчитал картину рассеяния  $\alpha$ -частиц, получив результат, хорошо согласующийся с опытными данными.

Исследования Резерфорда позволили определить порядок размера ядра ( $10^{-13}$  см) и его заряд. При этом оказалось, что заряд  $q$  ядра, выраженный в элементарных зарядах  $e$ , равен порядковому номеру  $Z$  химического элемента в периодической системе Менделеева:

$$q/e = Z$$

и вместе с тем равен числу электронов в электронной оболочке атома.

Однако резерфордовская модель строения атома не укладывалась в рамки законов классической физики. В самом деле, согласно законам классической электродинамики, электрон, вращаясь вокруг ядра (т. е. двигаясь с *ускорением*), должен *непрерывно* излучать электромагнитные волны, частота которых равна частоте вращения электрона. Так как это излучение сопровождается непрерывной

потерей энергии, то электрон должен постепенно приближаться к ядру, двигаясь по спирали, и в конце концов упасть на ядро. По мере приближения электрона к ядру частота вращения электрона, а вместе с ней и частота электромагнитного излучения должны непрерывно изменяться. Следовательно, атом должен давать сплошной спектр излучения.

Таким образом, в классической физике атом оказывается неустойчивой (недолговечной) системой, дающей сплошной спектр излучения. Между тем и то и другое противоречит опыту. В действительности атомы представляют собой весьма устойчивые образования, характеризующиеся линейчатым спектром излучения.

Тщательные исследования спектров излучения различных разреженных газов (т. е. спектров излучения атомов) показали, что каждому газу присущ вполне определенный линейчатый спектр. Более того, обнаружилось, что спектральные линии можно распределить по группам (сериям); линии, принадлежащие к одной серии, связаны между собой определенной закономерностью. Так, например, в видимой части спектра излучения водорода И. Я. Бальмер обнаружил серию линий, частота которых выражается эмпирической формулой

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (8)$$

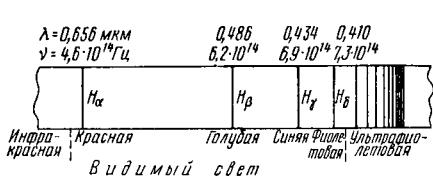


Рис. 226

где  $n = 3, 4, 5, \dots$ ;  $R$  — постоянная Ридберга\*, равная  $3.28985 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ .

Серия Бальмера схематически представлена на рис. 226. Над спектральными линиями простояны соответствующие им значения длин волн  $\lambda$  и частот  $\nu$ , вычисленные по формуле (8). Первая слева линия  $H_\alpha$  име-

ет ярко-красный цвет; в формуле Бальмера ей соответствует  $n = 3$ . Линия  $H_\beta$  — голубая ( $n = 4$ ), линия  $H_\gamma$  — синяя ( $n = 5$ ) и линия  $H_\delta$  — фиолетовая ( $n = 6$ ). Остальные линии этой серии лежат в ультрафиолетовой части спектра.

В спектре водорода имеется еще несколько серий, в частности серия, открытая в 1906 г. английским физиком Лайманом в ультрафиолетовой части спектра, и серия, открытая в 1908 г. немецким физиком Ф. Пашном в инфракрасной части спектра. Серия Лаймана описывается формулой

$$\nu = \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (9)$$

\* Сериальная формула, полученная в 1885 г. швейцарским физиком И. Я. Бальмером, имела несколько иной вид. К виду (8) ее привел шведский физик И. Р. Ридберг.

где  $n = 2, 3, 4, \dots$ , а серия Пашена — формулой

$$v = \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (10)$$

где  $n = 4, 5, 6, \dots$ . Все сериальные эмпирические формулы имеют одинаковую структуру (см. § 64).

Линейчатый характер спектров излучения (и поглощения) атомов говорит о том, что атом может излучать (и поглощать) энергию не в любых количествах (отличающихся друг от друга на сколь угодно малую величину), а только вполне определенными порциями — квантами. Отсюда следует, что *атом может находиться лишь в определенных (дискретных) энергетических состояниях*; переходя из одного состояния в другое, он излучает (или поглощает) квант энергии, равный разности энергий начального и конечного состояний (т. е. до излучения и после него).

Исходя из представления о дискретности энергетических состояний атома, датский физик *H. Бор* в 1913 г. усовершенствовал атомную модель Резерфорда, создав *квантовую теорию строения атома*. В ее основу положены следующие три постулата (*постулаты Бора*):

1. Электроны могут двигаться в атоме не по любым орбитам, а только по орбитам вполне определенного радиуса.

На этих орbitах, называемых *стационарными* или *устойчивыми*, момент импульса электрона кратен  $h/(2\pi)$  [*условие квантования радиуса орбит*]:

$$mv r = nh/(2\pi), \quad (11)$$

где  $m$  — масса электрона,  $v$  — его скорость;  $r$  — радиус орбиты,  $n$  — целое число, называемое *квантовым* ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );  $h$  — постоянная Планка\*\*.

2. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением (поглощением) энергии.

3. Переход электрона с одной стационарной орбиты на другую сопровождается излучением (или поглощением) кванта энергии. Квант равен разности энергий стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения) [*условие частот*]:

$$h\nu = W_1 - W_2. \quad (12)$$

Таким образом, частота электромагнитных волн, излучаемых атомом, определяется не частотой вращения электронов в атоме, а разностью энергии стационарных состояний атома.

Постулаты Бора, сохранив в основном модель атома Резерфорда,

\* От латинского слова *postulatum* — требуемое. Постулатом называется утверждение (вообще говоря, не самоочевидное), принимаемое без доказательств в качестве основы для построения научной теории.

\*\* Момент импульса равен произведению момента инерции  $J$  тела на угловую скорость  $\omega$  (см. ч. I, § 21). Так как для электрона, врачающегося вокруг ядра,  $J = mr^2$  и  $\omega = v/r$ , то  $J\omega = mv r$ .

вместе с тем освободили ее от упомянутых ранее двух недостатков (противоречий опыта).

В настоящее время постулатам Бора дается более общая формулировка:

*атом устойчив только в состояниях, соответствующих дискретным значениям энергии ( $W_1, W_2, W_3, \dots$ ); переход атома из одного устойчивого состояния в другое сопровождается излучением или поглощением кванта энергии, определяемого условием частоты (12).*

Представление о дискретности энергетических состояний атома, на основе которого Бор сформулировал свои постулаты, вскоре было доказано опытами Д. Франка и Г. Герца\*. Принципиальная схема этих опытов изображена на рис. 227.

В баллоне  $B$  находится пар ртути при давлении порядка  $10^2$  Па. Между разогреваемым катодом  $K$  и сеткой  $C$  приложена разность потенциалов (напряжение)  $U_1$  (измеряемая вольтметром  $V$ ), которую можно изменять посредством потенциометра  $P$ ; между сеткой  $C$  и электродом  $A$  приложена небольшая *встречная* разность потенциалов (напряжение)  $U_2$  около 0,5 В. Эмиттируемые катодом электроны ускоряются в пространстве  $KA$  электрическим полем разности потенциалов  $U_1$  и, пролетая через сетку, движутся к электроду  $A$ .

Если кинетическая энергия электронов в момент пролета через сетку больше 0,5 эВ, то они преодолеют тормозящее напряжение  $U_2 = -0,5$  В, достигнут  $A$  и создадут ток  $I_G$  в гальванометре  $G$ , соединенном с землей.

График зависимости  $I_G$  от  $U_1$ , полученный Франком и Герцем, представлен на рис. 228. При увеличении напряжения  $U_1$  (от малых его значений) сила тока  $I_G$  сначала возрастает, а затем при  $U_1 = -4,9$  В резко уменьшается. При дальнейшем увеличении  $U_1$  сила тока  $I_G$  опять начинает возрастать, но при  $U_1 = -2 \cdot 4,9$  В =  $-9,8$  В вновь падает; затем спад  $I_G$  происходит при  $U_1 = -3 \cdot 4,9$  В =  $-14,7$  В и т. д. Расстояние между соседними максимумами графика соответствует изменению  $U_1$  на 4,9 В (рис. 228). Напомним, что раз-

Рис. 227

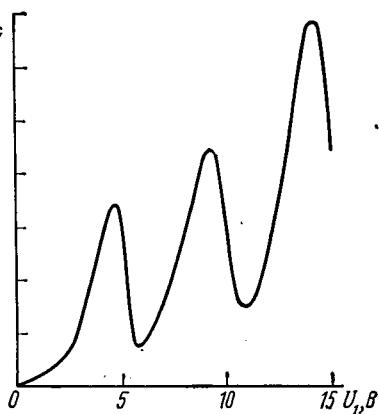
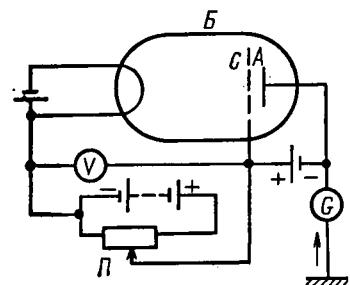


Рис. 228

\* Д. Франк — немецкий физик.

ность потенциалов в 1 В сообщает электрону кинетическую энергию 1 эВ (см. § 17), следовательно, увеличение  $U_1$  на 4,9 В соответствует повышению кинетической энергии электрона на 4,9 эВ.

Такой характер графика объясняется только тем, что при столкновении электронов (летящих к сетке) с атомами ртути последние могут поглощать лишь дискретные порции энергии, равные 4,9 эВ.

Пока энергия электрона остается меньшей 4,9 эВ ( $U_1 < 4,9$  В), столкновения электронов с атомами ртути являются *упругими*: электрон практически не изменяет числового значения своей скорости, а следовательно, и кинетической энергии. При этом *внутренняя энергия (энергетический уровень) атома тоже не изменяется*. В результате электроны подходят к сетке  $C$ , имея энергию, достаточную для преодоления тормозящей разности потенциалов  $U_2$ . Поэтому увеличение  $U_1$  сопровождается увеличением  $I_G$ .

Когда  $U_1$  достигает 4,9 В, электроны вблизи сетки имеют кинетическую энергию 4,9 эВ. Теперь столкновения электронов с атомами являются *неупругими*: электрон отдает всю свою энергию (4,9 эВ) атому ртути, поскольку последний уже может воспринять такую порцию энергии. При этом атом переходит в *ближайшее возбужденное состояние* (т. е. на ближайший высший энергетический уровень), а электрон, утративший кинетическую энергию, уже не может дойти до электрода  $A$ . Теперь до этого электрода будут доходить только те электроны, которые не испытали неупругих столкновений с атомами. В результате сила тока  $I_G$  резко уменьшится, обусловливая появление первого максимума на графике.

Когда увеличивающееся напряжение  $U_1$  достигнет такого значения, при котором достаточное число электронов, претерпевших неупругие столкновения с атомами, успеет приобрести энергию, необходимую для преодоления тормозящей разности потенциалов  $U_2$ , сила тока  $I_G$  опять начнет увеличиваться. Однако при  $U_1 = 9,8$  В электрон после *первого неупрого столкновения* (где-то посередине пути от  $K$  к  $C$ ) успеет до пролета через сетку приобрести энергию (4,9 эВ), достаточную для *второго неупрого столкновения* с атомом. Электроны, претерпевшие такие неупругие столкновения, не смогут достичь электрода  $A$ , в результате чего  $I_G$  вновь резко уменьшится. Этим объясняется появление второго максимума на графике. Аналогично объясняется возникновение и последующих максимумов (при  $U_1 = 14,7$  В и т. д.).

Очевидно, что при возврате возбужденных атомов на прежний энергетический уровень они должны излучать кванты энергии  $\hbar\nu = 4,9$  эВ. Частоту этого излучения легко вычислить по третьему постулату Бора (12):

$$\nu = \frac{4,9 \text{ эВ}}{\hbar} = 1,18 \cdot 10^{15} \text{ Гц},$$

что совпадает с результатом прямого (спектроскопического) определения частоты для соответствующей линии в спектре излучения паров ртути.

В последующих опытах Франка и Герца были найдены дискрет-

ные значения энергии, поглощаемой (и излучаемой) атомами пара натрия, а также атомами гелия. Таким образом, исходное положение Бора получило неоспоримое экспериментальное подтверждение.

#### § 64. Квантовая теория строения атома водорода (по Бору).

#### Объяснение спектров излучения и поглощения водорода

В атоме водорода вокруг ядра (протона), несущего один элементарный заряд  $e$ , движется один электрон. Ядро можно считать неподвижным, поскольку его масса в 1840 раз больше массы электрона; орбиты электрона можно (в первом приближении) полагать круговыми.

Очевидно, что центростремительной силой, удерживающей электрон на орбите радиусом  $r$ , является кулоновская сила притяжения между электроном и ядром:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (13)$$

где  $m$  — масса электрона;  $v$  — его скорость;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м — электрическая постоянная.

Решая совместно уравнения (13) и (11), получаем после простых преобразований выражение радиуса стационарных орбит атома водорода:

$$r = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2}, \quad (14)$$

где квантовое число  $n$  имеет значения 1, 2, 3, ... Но формуле (14) можно рассчитать радиус любой стационарной орбиты. Так, например, радиус ближайшей к ядру орбиты ( $n = 1$ )

$$r = 1^2 \frac{(6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{3,14 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \approx 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 53 \text{ пм.}$$

В правой части уравнения (14) все величины, кроме  $n$ , являются постоянными. Следовательно,

радиусы стационарных орбит относятся между собой как квадраты чисел натурального ряда, т. е. как  $1 : 4 : 9 : 16$  и т. д.

Орбиты водородного атома, рассчитанные по формуле (14), изображены на рис. 229; выраженные в пикометрах значения радиуса орбит равны:  $r_1 = 53$ ;  $r_2 = 212$ ;  $r_3 = 477$ ;  $r_4 = 848$ ;  $r_5 = 1325$  и  $r_6 = 1908$  (орбиты большого радиуса вычерчены неполностью).

Определим теперь полную энергию  $W$  электрона в атоме. Она слагается из

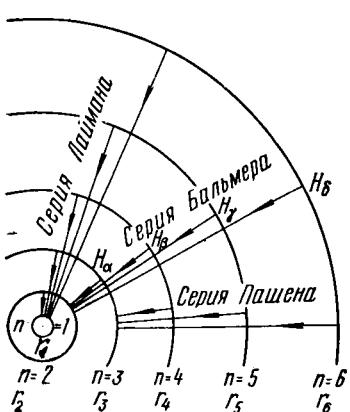


Рис. 229

кинетической энергии  $W_k$  поступательного движения электрона по орбите и потенциальной энергии  $W_n$  притяжения электрона к ядру\*.

Учитывая формулу (13), получим

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (15)$$

Что касается потенциальной энергии электрона, то она должна быть отрицательна и равна

$$W_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (16)$$

[согласно расчету потенциальной энергии системы двух разноименных зарядов, который был выполнен в § 5, (20)]. Поэтому

$$W = W_k + W_n = -e^2(8\pi\epsilon_0 r), \quad (17)$$

т. е. полная энергия электрона оказывается отрицательной и равной по абсолютному значению его кинетической энергии.

Подставляя в формулу (17) выражение радиуса (14), получаем

$$W = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}. \quad (18)$$

По этой формуле можно рассчитать энергию электрона для любой стационарной орбиты. Так, например, для ближайшей к ядру орбиты ( $n = 1$ ) получим

$$W = -\frac{1}{1^2} \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^4}{8 \cdot (6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2 (8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Н/м})^2} \approx \\ \approx -21,68 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = -13,55 \text{ эВ.}$$

Полная энергия электрона, находящегося на стационарной орбите, называется *уровнем энергии атома* (или энергетическим уровнем). На рис. 230 схематически изображены уровни энергии водородного атома, рассчитанные по формуле (18); здесь же указаны соответствующие им значения энергии.

Согласно формуле (18),

*энергия атома возрастает с увеличением квантового числа  $n$ , или, что то же, с увеличением радиуса электронной орбиты.*

Здесь надо учитывать, что энергия  $W$  *отрицательна*; поэтому уменьшение ее абсолютного значения соответствует возрастанию энергии. Минимумом энергии ( $W = -13,55$  эВ) атом обладает при движении электрона по ближайшей к ядру орбите ( $n = 1$ ), а максимумом энергии ( $W = 0$ ) — при движении электрона по самой дальней орбите ( $n = \infty$ ), что соответствует ионизированному атому.

\* Кинетическую энергию вращения электрона вокруг собственной оси не принимаем во внимание, поскольку она одинакова для всех стационарных орбит.

При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую (ближнюю к ядру) излучается квант энергии, равный разности энергетических уровней атома до излучения и после него. Так, например, переход электрона со второй орбиты ( $n = 2$ ) на первую ( $n = 1$ ) сопровождается излучением кванта  $h\nu_{2 \rightarrow 1} = -3,38$  эВ — ( $-13,55$  эВ) =

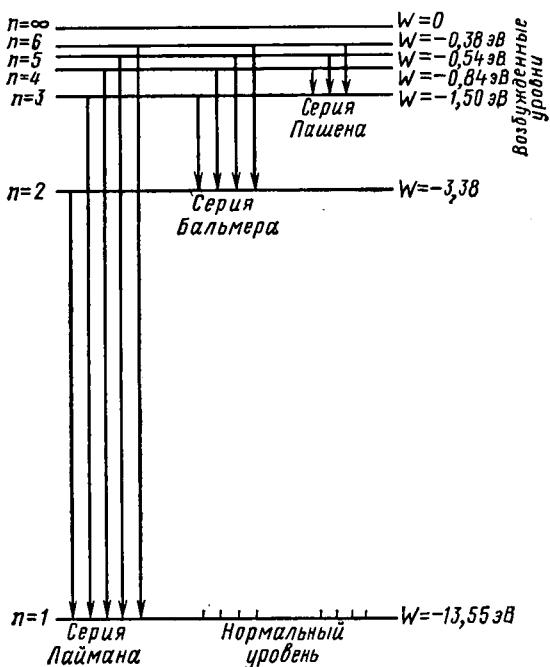


Рис. 230

$= 10,17$  эВ, а переход электрона с третьей орбиты ( $n = 3$ ) на вторую ( $n = 2$ ) сопровождается излучением кванта  $h\nu_{3 \rightarrow 2} = -1,50$  эВ — ( $-3,38$  эВ) =  $1,88$  эВ. Этим излучениям соответствуют следующие значения частот (длин волн):

$$\nu_{2 \rightarrow 1} = \frac{10,17 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,625 \cdot 10^{-34}} \approx 2,46 \cdot 10^{15} \text{ (Гц)} \quad (\lambda_{2 \rightarrow 1} \approx 0,122 \text{ мкм}),$$

$$\nu_{3 \rightarrow 2} = \frac{1,88 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,625 \cdot 10^{-34}} \approx 4,55 \cdot 10^{14} \text{ (Гц)} \quad (\lambda_{3 \rightarrow 2} \approx 0,659 \text{ мкм}).$$

Самопроизвольный переход электрона на более далекую орбиту, т. е. самопроизвольный переход атома на более высокий энергетический уровень, невозможен. Для осуществления такого перехода необходимо сообщить атому определенное количество энергии извне, т. е. возбудить атом. Так, например, переход электрона с первой стационарной орбиты на вторую совершается при поглощении атомом

кванта, равного 10,17 эВ, а переход электрона со второй орбиты на третью — поглощением кванта, равного 1,88 эВ.

Таким образом, атом может излучать и поглощать волны только *вполне определенных* частот (длин), чем и обусловлен *линейчатый* характер водородного спектра.

Нормальным состоянием атома является такое, при котором электрон движется по самой близкой к ядру орбите ( $n = 1$ ). В этом случае атом не может излучать, поскольку электрон не имеет возможности перейти с этой орбиты еще ближе к ядру. Энергетический уровень  $W = -13,55$  эВ, соответствующий нормальному состоянию атома, называется *нормальным уровнем*; все остальные уровни называются *возбужденными*.

Выведем общую формулу частоты  $\nu$  излучения атома. Для этого подставим выражение энергии (18) в условие частот (12):

$$\nu = \frac{W - W_0}{h} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left[ -\frac{1}{n^2} - \left( -\frac{1}{n_0^2} \right) \right] = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h} \left( \frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (19)$$

где  $n$  и  $W$  — квантовое число и энергия, соответствующие начальному состоянию атома (до излучения), а  $n_0$  и  $W_0$  — те же характеристики конечного состояния атома (после излучения). Постоянный множитель, стоящий в правой части формулы (19), оказывается равным постоянной Ридберга:

$$me^4/(8\epsilon_0^2 h^3) = R, \quad (20)$$

в чем легко убедиться, подставляя в формулу (20) числовые значения универсальных постоянных ( $m$ ,  $e$ ,  $h$ ). Тогда формула (19) примет вид

$$\nu = R \left( \frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right)^*. \quad (21)$$

Сопоставление формулы (21) с эмпирическими сериальными формулами (8) — (10) показывает, что они являются частными случаями формулы (21). В самом деле, при  $n_0 = 1$  и  $n = 2, 3, 4, \dots$  формула (21) дает серию Лаймана, при  $n_0 = 2$  и  $n = 3, 4, 5, \dots$  — серию Бальмера, при  $n_0 = 3$  и  $n = 4, 5, 6, \dots$  — серию Пашена.

Следовательно, спектральные линии серии Лаймана соответствуют излучению атома водорода при переходе электрона со второй, третьей, четвертой и т. д. орбит на первую; линии серии Бальмера соответствуют излучению при переходе с третьей, четвертой, пятой и т. д. орбит на вторую; линии серии Пашена соответствуют излучению при переходе электрона с четвертой, пятой, шестой и т. д. орбит на третью.

\* В спектроскопических исследованиях для характеристики линий зачастую пользуются не частотой излучения  $\nu$ , а *волновым числом*  $\nu/c = 1/\lambda$ , где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\lambda$  — длина волны. В этом случае формула (21) сохраняет свой вид, но постоянная Ридберга приобретает иное значение:

$$R' = \frac{R}{c} = \frac{3,28985 \cdot 10^{15} \cdot \text{с}^{-1}}{2,99793 \cdot 10^8 \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}} = 10\,973\,732 \text{ м}^{-1}.$$

Так как газ состоит из множества различно возбужденных атомов, то в нем одновременно совершаются все возможные типы переходов электрона. Поэтому в спектре излучения водорода одновременно представлены линии всех серий (при том, конечно, условии, что атомы все время *возбуждаются* посредством какого-либо внешнего источника энергии).

Образование спектральных серий Лаймана, Бальмера и Пашена схематически показано на рис. 229 и 230.

Отметим, что в каждой серии расстояние между спектральными линиями постепенно уменьшается в сторону коротких волн и в конце концов линии практически сливаются (см., например, рис. 226)\*. Таким образом, каждая серия оказывается ограниченной со стороны коротких волн. Эта граница называется *головой серии*; ее частота определяется по формуле (21) при  $n = \infty$ , что соответствует падению свободного электрона на одну из стационарных орбит водородного иона (протона).

Из формулы (21) следует физический смысл постоянной Ридберга: если  $n = \infty$  и  $n_0 = 1$ , то  $\nu = R$ , т. е.

*постоянная Ридберга равна частоте излучения водородного иона при его переходе в нормальное состояние.*

Рассмотренная теория строения атома водорода применима и к *водородоподобным атомам*, т. е. ионизированным атомам, содержащим только один электрон (например, к ионам  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ ,  $\text{Be}^{+++}$ ). Однако в этом случае при выводе формул следует полагать заряд ядра равным не  $e$ , а  $eZ$  (где  $Z$  — атомный номер элемента).

Применительно к водородоподобным атомам спектральная формула Бора (21) примет вид

$$\nu = RZ^2 \left( \frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (22)$$

Квантовая теория Бора сыграла важную роль в развитии физики. Количественно объяснив строение атома водорода и сложную структуру водородного спектра, она наметила правильный подход к изучению внутриатомных процессов. Правда, непосредственное использование теории Бора (в том виде, в котором она изложена ранее) для расчета спектров *многоэлектронных* атомов оказалось невозможным. Понадобилось дальнейшее развитие этой теории, завершившееся созданием современной квантовой механики, количественно объясняющей все особенности строения и свойств атомов и молекул.

Тем не менее теория Бора дает возможность *качественно* (и притом весьма наглядно) объяснить *общие черты* строения многоэлектронных атомов и их спектров, в частности дает возможность обосновать закономерности расположения химических элементов в периодической системе Менделеева.

---

\* Это объясняется тем, что коротковолновые линии соответствуют изменениям состояния атома, происходящим в области высоких энергетических уровней (см. рис. 230). В этой области разность уровней энергии, а следовательно, и разность частот излучения очень мала.

Ограниченнность квантовой теории Бора обусловлена тем, что она не вполне последовательна в своих построениях: базируясь на квантовых исходных положениях (постулатах), она пользуется законами классической механики для описания движения электронов в атоме (в этом смысле ее можно назвать «полуквантовой» теорией).

Между тем электрон в атоме уже не является обычной (классической) частицей, в чем легко убедиться, применив к этому электрону принцип Гейзенberга (см. ч. I, § 20). Так как скорость  $v$  электрона в атоме имеет порядок  $10^6$  м/с, то неточность в ее определении по крайней мере не должна превышать самой скорости, т. е. максимально допускаемая неточность  $\Delta v = 10^6$  м/с. Тогда, согласно принципу Гейзенберга, неточность в определении координаты

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi m \Delta v} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6} \approx 10^{-10} \text{ (м)} = 10^{-8} \text{ (см)}.$$

Но  $10^{-8}$  см есть порядок размера самого атома. Следовательно, понятие местоположения электрона в атоме теряет смысл. Лишаются содержания и такие классические понятия, как траектория электрона в атоме и перемещение при его переходе с одной орбиты на другую. Итак, действительно, атомный электрон не является обычной частицей в классическом смысле этого слова.

В связи с этим современная квантовая механика не устанавливает точного положения электронов в объеме атома, а рассматривает лишь вероятность нахождения электрона в том или ином месте объема. Это значит, что в квантовой механике заряд электрона не локализирован, а распределен («размазан») по всему объему атома, образуя электронное облако переменной плотности. Плотность электронного облака в любой точке объема атома пропорциональна вероятности нахождения электрона в этой точке.

## § 65. Квантовая теория строения многоэлектронных атомов и образование оптических и рентгеновских [характеристических] спектров

Экспериментальные и теоретические исследования, в частности изучение спектров разреженных газов, показали, что, подобно атому водорода, многоэлектронным атомам (и молекулам) присущи дискретные состояния. Эти состояния характеризуются не одним квантовым числом  $n$ , принятым в теории Бора, а установленными квантовой механикой четырьмя квантовыми числами: главным, орбитальным, магнитным и спиновым.

Главное квантовое число  $n$  принимает только целочисленные значения от 1 до  $\infty$ .

Орбитальное (или побочное) квантовое число  $l$  принимает целочисленные значения от 0 до  $n-1$  (всего  $n$  значений).

Магнитное квантовое число  $m_l$  принимает целочисленные значения от  $-l$  до  $+l$  (всего  $2l+1$  значений).

Спиновое квантовое число  $m_s$  может иметь только два полуцелых значения:  $+1/2$  и  $-1/2$  (что соответствует противоположно направленным спинам электронов).

Строго говоря, эти квантовые числа связаны с волновыми свойствами атомных электронов и определяют волновую функцию. Однако в целях наглядности квантовым числам обычно приписывают следующий геометрический смысл. Полагают, что  $n$  определяет размер электронной орбиты (ее радиус в случае круговой или большую полуось в случае эллиптической формы орбиты), а  $l$  — ориентацию этой орбиты (направление орбитального момента импульса) или ее эксцентриситет (расстояние между фокусами эллиптической орбиты). Число  $m_l$  определяют определяющим проекцию орбитального магнитного момента на заданную ось, а число  $m_s$  — определяющим проекцию спина на эту ось.

Совокупность электронов, характеризующихся одним и тем же значением главного квантового числа  $n$ , образует **электронный слой**. Совокупность электронов с одним и тем же орбитальным квантовым числом  $l$  образует **электронную оболочку**. Энергия (энергетический уровень) электрона в атоме определяется главным образом значениями  $n$  и в меньшей мере значениями  $l$ ; от значений  $m_l$  и  $m_s$  ее зависимость выражена очень слабо.

Распределение электронов в атоме по значениям квантовых чисел (т. е. энергетическим состояниям) осуществляется на основе следующих двух принципов.

1. В атоме не может быть нескольких электронов, характеризующихся одинаковой комбинацией значений квантовых чисел, или в атоме состояния всех электронов различны [принцип Паули\* (принцип исключения)].

2. Распределение электронов в атоме должно соответствовать минимуму энергии атома [принцип минимума энергии].

Учитывая принцип Паули, найдем общее выражение для максимального числа  $N_{\max}$  электронов в любом электронном слое. Так как  $m_l$  имеет  $2l + 1$  значений, а при каждом  $m_l$  число  $m_s$  принимает два значения, то максимальное число электронов с данными  $n$  и  $l$  равно  $2(2l + 1)$ . При данном  $n$  число  $l$  принимает  $n$  значений от 0 до  $n - 1$ . Поэтому максимальное число электронов, характеризующееся данным значением  $n$ , равно (в соответствии с формулой суммы членов арифметической прогрессии)

$$N_{\max} = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2 \frac{1 + [2(n - 1) + 1]}{2} n = 2n^2. \quad (23)$$

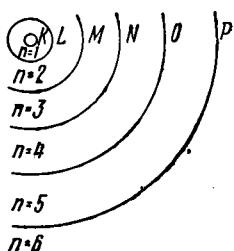


Рис. 231

Электронные слои принято обозначать (начиная с ближайшего к атомному ядру слоя  $n = 1$ ) заглавными буквами латинского алфавита:  $K, L, M, N, O, P$  и т. д. На рис. 231 представлена схема шести электронных слоев атома без соблюдения их относительного расстояния от ядра (начиная с третьего слоя, окружности, изображающие слои, вычерчены неполностью). Электрон-

\* Установлен в 1925 г. швейцарским физиком В. Паули.

ные оболочки обычно обозначают (начиная с оболочки, соответствующей  $l = 0$ ) строчными буквами латинского алфавита:  $s, p, d, f, g, h$  и т. д. Учитывая эти обозначения и формулу (23), можно представить распределение максимального числа электронов по электронным слоям и оболочкам атома (для первых пяти слоев и пяти оболочек) следующей таблицей:

$n \backslash l$	0	1	2	3	4	Максимальное число электронов в слое
$n$	$s$	$p$	$d$	$f$	$g$	
$K$	2					2
$L$	2	6				8
$M$	2	6	10			18
$N$	2	6	10	14		32
$O$	2	6	10	14	18	50

Общее число электронов в атоме равно заряду ядра, выраженному в элементарных зарядах. У невозбужденного атома электроны заполняют ближайшие к ядру слои, что соответствует минимуму энергии атома. Состояние атома с указанием фактического распределения его электронов по оболочкам, т. е. электронную конфигурацию атома, принято записывать символически посредством трех знаков: номера слоя, буквы, обозначающей оболочку слоя, и верхнего числового индекса при этой букве, равного числу электронов, находящихся в данной оболочке.

Запишем, например, электронные конфигурации невозбужденных атомов гелия ( $Z = 2$ ), азота ( $Z = 7$ ) и магния ( $Z = 12$ ).

*Атом гелия:*  $1 s^2$ , т. е. оба электрона находятся в первом слое, заполняя его единственную  $s$ -оболочку.

*Атом азота:*  $1 s^2 2s^2 2p^3$ , т. е. из семи электронов два заполняют  $s$ -оболочку первого слоя, два заполняют  $s$ -оболочку второго слоя, и два электрона находятся в незаполненной  $p$ -оболочке второго слоя.

*Атом магния:*  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ , т. е. из 12 электронов два заполняют первый слой ( $s$ -оболочку), восемь заполняют второй слой ( $s$ - и  $p$ -оболочки) и два электрона заполняют  $s$ -оболочку незаполненного третьего слоя\*.

На рис. 232 схематически изображены невозбужденные атомы химических элементов, составляющих первые три периода системы Менделеева (см. вклейку на обложке). Электроны показаны точками; электронные слои представлены окружностями, без соблюдения их относительного размера (диаметра)\*\*. Следует отметить, что приведенная

\* Электронную конфигурацию атома можно записывать и короче: для заполненных слоев вместо всех знаков и индексов давать (в скобках) только буквенные обозначения этих слоев. Например, для магния —  $(KL)3s^2$ .

\*\* Вообще говоря, диаметр слоев у различных атомов различен. По мере увеличения заряда ядра диаметр внутренних слоев уменьшается (они как бы «подтягиваются» к ядру). Что касается наружного слоя, то благодаря экра-

схема является весьма грубой; мы пользуемся ею исключительно в целях наглядности.

На схеме видно, как происходит заполнение электронных слоев по мере увеличения заряда ядра. У атомов, относящихся к первому периоду системы Менделеева (Н и Не), электроны находятся только в *K*-слое, причем у гелия этот слой уже заполнен. У атомов, относя-

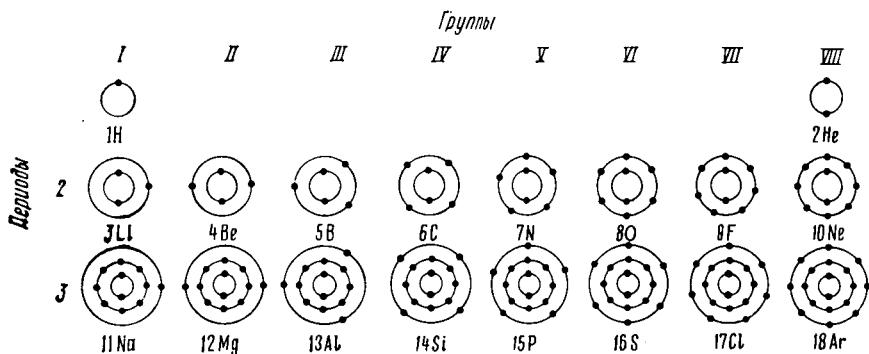


Рис. 232

щихся ко второму периоду, заполнен *K*-слой и имеются электроны в *L*-слое, заполнение которого завершается у неона. У атомов, относящихся к третьему периоду, заполнены слои *K* и *L* и имеются электроны в *M*-слое, заполнение которого еще не завершается у аргона.

Начиная с четвертого периода системы Менделеева порядок заполнения слоев усложняется. На некоторых участках системы новый слой начинает заполняться раньше, чем завершилось заполнение предыдущего слоя; на других участках, наоборот, происходит заполнение незаконченных внутренних слоев, а число электронов в наружном слое остается неизменным.

Эти «аномалии» в порядке заполнения слоев имеют место у атомов с *большим количеством электронов*. Они обусловлены *взаимодействием электронов*, делающим такие аномалии энергетически более «выгодными», т. е. соответствующими минимуму энергии атома.

Нетрудно заметить, что

*общее число электронов в атоме химического элемента (а следовательно, и заряд ядра) равно порядковому (атомному) номеру элемента в системе Менделеева, число электронных слоев равно номеру периода, к которому относится элемент, а число электронов во внешнем слое равно номеру группы, занимаемой элементом в этой системе.*

Известно, что все элементы, относящиеся к одной группе системы Менделеева (например, Н, Li, Na, K, Pb, Cs), обладают сходными хи-

нирующему действию внутренних слоев его диаметр изменяется незначительно. Поэтому внешние размеры различных атомов оказываются приблизительно одинаковыми (порядка  $10^{-8}$  см).

мическими свойствами. Вместе с тем атомы всех этих элементов имеют во внешнем слое одинаковое число электронов, называемых *валентными*. Следовательно,

*периодичность химических свойств атомов, установленная Менделеевым, вызвана особенностью строения атомов: периодическим повторением числа валентных электронов.*

Активная роль валентных электронов при химических реакциях обусловлена следующей причиной. Валентные электроны сравнительно слабо связаны с ядром, так как они наиболее удалены от него и, кроме того, экранированы внутренними электронными слоями. Энергия, поглощаемая или выделяемая при химических реакциях, не превышает нескольких электронвольт. Такой энергии достаточно только для перемещения (перераспределения) валентных электронов; для перемещения внутренних электронов (связанных с ядром значительно сильнее) она слишком мала.

Как и у атома водорода, возникновение спектров излучения многоэлектронных атомов обусловлено переходами электронов из одного электронного слоя в другой, расположенный ближе к ядру. Само собой разумеется, что предварительно атом должен быть возбужден.

Если энергия возбуждения невелика (порядка 10 эВ), то возбуждаются только внешние энергетические уровни атома, т. е. имеют место только переходы *внешних* электронов (из валентного и соседнего с ним слоя) в более далекие электронные слои (не заполненные электронами). Через малый промежуток времени (порядка  $10^{-8}$  с) эти электроны возвращаются в исходные слои. При этом испускаются небольшие кванты энергии, частоты которых соответствуют *оптическому спектру* (спектру видимого света и части инфракрасного и ультрафиолетового излучений).

На рис. 233 схематически показан процесс оптического излучения возбужденного атома, у которого слои *K*, *L* и *M* целиком заполнены, а два валентных электрона переведены из *N*-слоя в следующие слои (*O* и *P*). При обратном переходе этих электронов в *N*-слой излучаются кванты с частотами  $\nu_{P \rightarrow N}$  и  $\nu_{O \rightarrow N} < \nu_{P \rightarrow N}$ . Излучения изображены волнистыми линиями.

Атомы, относящиеся к одной группе периодической системы, имеют сходные оптические спектры, что подтверждает основную роль валентных электронов в образовании оптического спектра.

Оптический спектр молекулы резко отличается от оптических спектров атомов, входящих в данную молекулу. Это объясняется тем, что при образовании молекулы *изменяются* («обобществляются») валентные слои атомов, т. е. именно те слои, которые ответственны за возникновение оптических спектров.

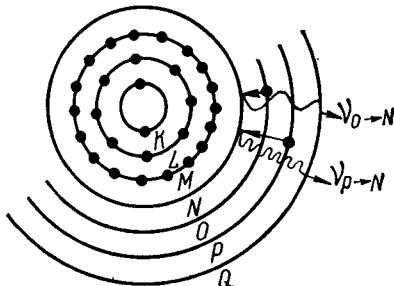


Рис. 233

Для того чтобы вызвать перемещение электронов, находящихся во внутренних слоях атома, необходима большая энергия возбуждения — порядка  $10^4$ — $10^5$  эВ. Это обусловлено, во-первых, сильной связью внутренних электронов с ядром и, во-вторых, тем, что внутренние слои целиком заполнены (поэтому внутренние электроны можно перевести только на периферию атома). Через малый промежуток времени — порядка  $10^{-8}$  с — на «вакантное место», освободившееся во внутреннем электронном слое, перейдет электрон из соседнего внутреннего слоя или с периферии атома. Этот процесс сопровождается испусканием большого кванта энергии; его частота соответствует *характеристическому* (рентгеновскому) излучению.

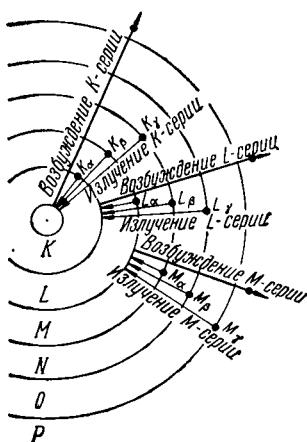


Рис. 234

Возникновение некоторых серий характеристического излучения схематически показано на рис. 234. Самой жесткой (высокочастотной) является *K*-серия. Она возникает при электронных переходах  $L \rightarrow K$  (линия  $K_{\alpha}$ ),  $M \rightarrow K$  (линия  $K_{\beta}$ ),  $N \rightarrow K$  (линия  $K_{\gamma}$ ) и т. д., которым соответствуют частоты:

$$\nu_{L \rightarrow K} = \frac{W_L - W_K}{h}, \quad \nu_{M \rightarrow K} = \frac{W_M - W_K}{h}, \quad \nu_{N \rightarrow K} = \frac{W_N - W_K}{h}$$

и т. д. (где  $h$  — постоянная Планка,  $W_K$ ,  $W_L$ ,  $W_M$  и  $W_N$  — значения энергии электрона в слоях  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$ ). В пределах этой серии наиболее мягкой (имеющей наименьшую частоту) является линия  $K_{\alpha}$ , а наиболее жесткой — линия, соответствующая непосредственному переходу свободного электрона в  $K$ -слой (не показана на рисунке).

Наряду с *K*-серии возникают и более мягкие рентгеновские серии: *L*-серия, *M*-серия и т. д.

Жесткость рентгеновского излучения возрастает по мере увеличения заряда атомного номера элемента.

В 1913 г. английский физик Г. Мозли экспериментально установил: корень квадратный из частоты, соответствующей данной линии характеристического рентгеновского излучения, является линейной функцией атомного номера элемента [закон Мозли]:

$$\sqrt{\nu} = aZ - b,$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные величины.

Объединение атомов в молекулу не затрагивает внутренних электронных слоев атома, ответственных за возникновение рентгеновского спектра. Поэтому характеристический спектр молекулы представляет собой совокупность характеристических спектров атомов, образующих данную молекулу.

## § 66. Люминесценция. Законы фотолюминесценции и некоторые ее практические применения

Свечение вещества (т. е. испускание видимого света), обусловленное переходами атомов и молекул вещества с высших энергетических уровней на низшие, называется *люминесценцией* или *холодным свечением*. Люминесценции должно предшествовать возбуждение атомов и молекул вещества. После устранения возбудителя люминесценция продолжается в течение некоторого промежутка времени, зависящего от природы люминесцирующего вещества и изменяющегося в широких пределах: от миллиардных долей секунды до многих часов и даже суток. По продолжительности «послесвечения» люминесценция подразделяется на *флуоресценцию* (кратковременное «послесвечение») и *фосфоресценцию* (длительное «послесвечение»). Впрочем, это подразделение весьма условно.

Свечение, обусловленное тепловым движением атомов и молекул (т. е. тепловое излучение), не относится к люминесценции. К ней не относятся также отражение и рассеяние света и некоторые другие виды свечения тела, прекращающиеся одновременно с устранением причины, вызвавшей их.

Чтобы отличить люминесценцию от этих видов свечения, ей можно дать следующее определение:

*люминесценция есть свечение вещества, являющееся избытком над тепловым излучением этого вещества при данной температуре и имеющее конечную длительность (т. е. не прекращающееся одновременно с устранением вызвавшей его причины).*

*Вещества, обладающие ярко выраженной способностью люминесцировать, называются люминофорами.*

○ В зависимости от способа возбуждения люминесценции различают несколько ее видов.

1. *Фотолюминесценция* возбуждается видимым и ультрафиолетовым излучением. Примером фотолюминесценции может служить свечение часового циферблата и стрелок, окрашенных соответствующим люминофором.

2. *Рентгенолюминесценция* возбуждается рентгеновскими лучами; ее можно наблюдать, например, на экране рентгеновского аппарата.

3. *Радиолюминесценция* возбуждается радиоактивным излучением (см. § 71); наблюдается, например, на экране сцинтиляционных счетчиков (см. § 72).

4. *Катодолюминесценция* возбуждается электронным лучом; наблюдается на экранах осциллографа, телевизора, радиолокатора и других электроннолучевых приборов. В качестве люминофора, покрывающего экран, используются главным образом сульфиды и селениды цинка и кадмия.

5. *Электромолиесценция* возбуждается электрическим полем; имеет место, например, в газоразрядных трубках (см. § 23).

6. *Хемилюминесценция* возбуждается химическими процессами в веществе. Таковы, например, свечение белого фосфора, гниющей

древесины, а также свечения некоторых споровых растений, насекомых, морских животных и бактерий. ⊙

Таким образом, люминесценция является своеобразным генератором (*квантовым генератором*), непосредственно преобразующим энергию электромагнитных волн различной длины волны, а также механическую, электрическую и химическую энергию в энергию видимого света.

Степень преобразования поглощаемой энергии  $W_0$  в энергию люминесценции  $W$  характеризуется *энергетическим выходом люминесценции*:

$$\eta = \frac{W}{W_0}. \quad (24)$$

Спектр люминесценции зависит от природы люминесцирующего вещества и вида люминесценции.

Из всех перечисленных видов люминесценции рассмотрим подробнее только фотoluminesценцию, имеющую большое практическое применение.

Экспериментальное изучение спектров фотoluminesценции показало, что они, как правило, отличаются от спектров возбуждающего излучения.

*Спектр люминесценции и его максимум сдвинуты в сторону более длинных волн относительно спектра, использованного для возбуждения [правило Стокса].*

Эту закономерность легко объяснить на основе квантовой теории. Энергия поглощаемого кванта  $h\nu_0$  частично переходит в другие виды энергии, например в теплоту. Поэтому энергия кванта  $h\nu$  люминесценции должна быть меньше  $h\nu_0$ . Следовательно,  $\nu < \nu_0$ , а  $\lambda > \lambda_0$ , где  $\lambda$  и  $\lambda_0$  — длины волн, соответствующие излученному и поглощенному квантам.

Иногда может иметь место *антистоксовская люминесценция*, при которой  $\lambda < \lambda_0$ . Это бывает в случае, когда квант поглощается уже возбужденной молекулой. Тогда в квант люминесценции входит не только часть энергии поглощенного кванта, но и энергия возбуждения молекулы. Понятно, что в этом случае  $h\nu > h\nu_0$ , а  $\lambda < \lambda_0$ .

Существенной особенностью жидких и твердых люминофоров является независимость их спектра люминесценции от длины волны возбуждающего света. Благодаря этому по спектру фотoluminesценции можно судить о природе вещества жидких и твердых люминофоров.

Энергетический выход люминесценции может при некоторых условиях быть очень большим, достигающим 0,8; у жидких и твердых тел он зависит от длины волны возбуждающего света.

*Энергетический выход люминесценции  $\eta$  сначала растет пропорционально длине волны возбуждающего света  $\lambda_0$ , а затем (достигнув максимума) резко падает до нуля [закон Вавилова]\*.*

\* С. И. Вавилов (1891—1951) — крупный советский физик, внесший большой вклад в изучение люминесценции, с 1945 по 1951 г. — президент АН СССР.

На рис. 235 приведен график зависимости  $\eta$  от  $\lambda_0$ , полученный С. И. Вавиловым для раствора флуоресцина.

Как и правило Стокса, закон Вавилова объясняется квантовыми свойствами света. Действительно, представим себе наиболее благоприятный случай, когда каждый квант  $h\nu_0$  возбуждающего света приводит к образованию кванта  $h\nu$  люминесценции. Тогда энергетический выход люминесценции, очевидно, равен отношению этих квантов:

$$\eta = h\nu / (h\nu_0), \text{ или } \eta = \nu/\nu_0 = \lambda_0/\lambda.$$

Но  $\lambda$  не зависит от  $\lambda_0$  (у жидких и твердых люминофоров). Следовательно, в последней формуле при изменении  $\lambda_0$  изменяется только  $\eta$ , т. е. энергетический выход пропорционален  $\lambda_0$ . Срыв кривой энергетического выхода происходит при больших длинах волн  $\lambda_0$ , которым соответствуют слишком малые кванты  $h\nu_0$ , уже не способные возбуждать люминесценцию.

Люминесценция находит широкое применение в осветительной технике; на ней, например, основана люминесцентная лампа. Она состоит из стеклянной трубки, у которой внутренняя поверхность

стенок покрыта тонким слоем люминофора (рис. 236). В торцы трубки впаяны электроды. Трубка наполнена парами ртути и аргоном; парциальное давление паров ртути составляет около 1 Па, парциальное давление аргона — 400 Па.

Люминесцентная лампа включается в электросеть последовательно с дросселем и стартером (служащим для предварительного разогрева электродов).

Возникающий в лампе газовый разряд вызывает электролюминесценцию паров ртути. В спектре этой люминесценции наряду с видимым светом имеется ультрафиолетовое излучение (длиной волны 0,257 мкм), оно возбуждает фотoluminesценцию люминофора, нанесенного на стенки лампы. Таким образом, в люминесцентной лампе совершается двойное преобразование энергии: электрическая энергия превращается в энергию ультрафиолетового излучения паров ртути, которая в свою очередь превращается в энергию видимого излучения люминофора.

Изменяя состав люминофора, можно изготавливать лампы с требуемым спектром фотoluminesценции. Таким путем изготавливаются люминесцентные лампы белого света, тепло-белого света, холодно-белого света и дневного света.

Спектральный состав излучения ламп дневного света близок к рассеянному свету северной части небосвода; лампа холодно-белого света имеет спектр, подобный спектру прямой солнечной радиации.



Рис. 235



Рис. 236

© В связи с этим люминесцентные лампы успешно применяются для «досвечивания» сельскохозяйственных культур, выращиваемых на защищенном грунте\*. ☺

Распределение энергии  $W_\lambda$  в спектре излучения лампы дневного света показано на рис. 237.

☺ Люминесцентные лампы экономичны (их световой коэффициент полезного действия в 10—20 раз больше, чем у ламп накаливания) и весьма долговечны (срок службы доходит до 10 000 ч).

Другим важным применением люминесценции является *люминесцентный анализ* — метод определения состава вещества по спектру его фотolumинесценции, возбуждаемой ультрафиолетовыми лучами. Будучи очень чувствительным, люминесцентный анализ позволяет обнаружить малейшие изменения в химическом составе вещества и тем самым выявлять различие между объектами, кажущимися совершенно одинаковыми.

Этим методом можно, например, выявлять самые начальные стадии загнивания пищевых продуктов (люминесцентный контроль свежести продуктов), обнаруживать следы нефти в пробах почвы, извлеченных из буровых скважин (люминес-

центная разведка нефти), и т. п.

С помощью фотolumинесценции можно обнаружить тончайшие трещины на поверхности деталей машин и других изделий (люминесцентная дефектоскопия). Для этого поверхность исследуемого изделия смазывают жидким люминофором. Через 15—20 мин поверхность обмывают и вытирают. Однако в трещинах поверхности люминофор остается. Свечение этого люминофора (при ультрафиолетовом облучении изделия) отчетливо обрисует конфигурацию трещин.

Укажем, наконец, на использование фотolumинесценции для маскировочного освещения и декоративных целей (применение флуоресцирующих и фосфоресцирующих красок). ☺

## § 67. Индуцированное излучение.

### Квантовые генераторы

До сих пор мы рассматривали процессы излучения электромагнитной энергии квантовыми системами (атомами, молекулами, ионами) при их переходе на более низкий энергетический уровень, совершающемся *самопроизвольно* (спонтанно), т. е. без внешнего воздействия. Спонтанным излучением являются, например, тепловое излучение и люминесценция. Возможен, однако, и такой процесс, при котором возбужденные атомы (молекулы, ионы) излучают не самопроизвольно, а под влиянием внешнего электромагнитного поля, в частности под действием падающего на них света. Этот процесс и само излучение называют *индукцированным* или *вынужденным излучением*. Понятие о

\* Обычно применяются комбинированные осветительные установки, состоящие из люминесцентных ламп и ламп накаливания (зеркальных).

нем впервые ввел А. Эйнштейн, показав в 1919 г. что для объяснения теплового равновесия в системе многих частиц, излучающих и поглощающих электромагнитную энергию, необходимо предположить существование индуцированного излучения (наряду со спонтанным).

Индукционное излучение обладает замечательным свойством: оно неотличимо от вынуждающего (падающего на вещество, первичного) излучения, т. е. совпадает с ним по частоте, фазе, поляризации и направлению (следовательно, излучение всех атомов вещества является когерентным). Иначе говоря, индуцированное излучение добавляет в первичное электромагнитное излучение точно такие же кванты, какие отнимает от последнего поглощением.

Известно, что поглощают электромагнитную энергию те атомы вещества, которые находятся на более низком энергетическом уровне (переходя при этом на более высокий уровень); излучают же те атомы, которые находятся на более высоком уровне (переходя при этом на более низкий уровень). Следовательно, если вещество содержит большее число  $N_1$  атомов на нижнем энергетическом уровне, чем на верхнем ( $N_2$ ), или, как принято говорить, *населенность нижнего уровня больше, чем верхнего* ( $N_1 > N_2$ ), то поглощение преобладает над излучением и вещество *ослабит* проходящее сквозь него первичное излучение. Если же населенность верхнего уровня больше, чем нижнего ( $N_2 > N_1$ ), то индуцированное излучение будет преобладать над поглощением и вещество *усилит* первичное излучение. Возможность создания квантовой системы, усиливающей проходящее через нее электромагнитное излучение, была обоснована в 1939 г. советским физиком *B. A. Фабрикантом*.

Итак, для усиления веществом проходящего через него первичного электромагнитного излучения необходимо, чтобы из двух энергетических уровней (вещества) верхний уровень 2 был населен больше нижнего 1, т. е.  $N_2 > N_1$ .

В обычных условиях термодинамического равновесия  $N_1 > N_2$ . Состояние вещества, при котором  $N_2 > N_1$ , является неравновесным. Для того чтобы создать и поддерживать такое состояние, необходимы специальные условия (специальные приборы).

Одним из них является квантовый генератор, разработанный в 1954 г. советскими физиками *Н. Г. Басовым* и *А. М. Прохоровым* и независимо от них американским физиком *Ч. Таунсом*\*

◎ Квантовый генератор, усиливающий оптическое излучение (свет), получил название *лазера*\*\*. В зависимости от применяемого рабочего вещества различают кристаллические, газовые и жидкостные лазеры. Ниже рассмотрены принципы устройства и действия кристаллического (рубинового) лазера (рис. 238).

\* В 1959 г. за эту разработку *Н. Г. Басов* и *А. М. Прохоров* были удостоены Ленинской премии, а в 1963 г. им и Ч. Таунсу была присуждена Нобелевская премия.

\*\* Первый лазер создан в США в 1960 г. Название *лазер* образовано из первых букв английской фразы: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (усиление света посредством вынужденного излучения).

Рабочим веществом этого лазера является синтетический рубин — окись алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с очень малой (0,05%) примесью окиси хрома  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ . Из рубина изготавливают цилиндрический стержень 1 (диаметром до 2 см и длиной до 50 см). Строго плоскопараллельные торцы стержня тщательно отполированы и посеребрены настолько, что один из них полностью зеркален, а другой частично прозрачен: пропускает около 10% излучения. Рубиновый стержень окружён спиральной импульсной лампой 2, помещенной в отражающий кожух 3. Лампа дает яркие вспышки сине-зеленого света при разрядах конденсатора 4, соединенного с индукционной катушкой 5.

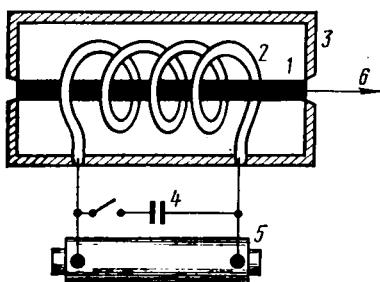


Рис. 238

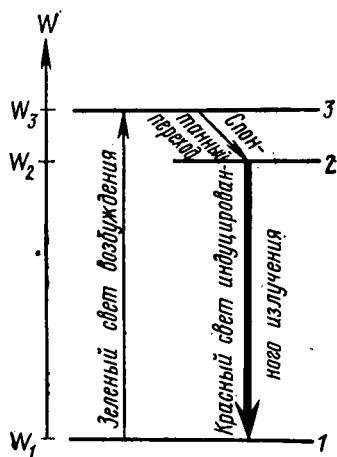


Рис. 239

ным излучением той же частоты  $v$ . Фотоны достигают достаточной мощности, он выходит через частично прозрачный торец стержня в виде узкого высококогерентного\*\* монохроматического луча 6 (см. рис. 238).

\* При достаточно интенсивном зеленом свете лампы на уровень 2 может быть переведено больше половины ионов хрома, содержащихся в рубине. Лампа как бы «накачивает» уровень 2, поэтому ее обычно называют «лампой накачки».

\*\* Когерентность этого луча настолько строгая, что удается наблюдать интерференцию света от двух независимых лазеров, что совершенно исключено для иных неавтоматических источников света (см. § 51).

В генерировании лазерного света (луча 6) участвуют только атомы (точнее, ионы) хрома. Трехуровневая схема генерирования изображена на рис. 239: 1 — нормальный энергетический уровень, 2 и 3 — возбужденные уровни.

Зеленый свет импульсной лампы (с длиной волны 560 нм) переводит ионы хрома с энергетического уровня 1 на уровень 3. Вероятность спонтанного перехода иона с уровня 3 на уровень 1 меньше вероятности перехода  $3 \rightarrow 2$ , а время жизни иона на уровне (в состоянии) 2 в десятки тысяч раз больше, чем на уровне 3. Поэтому вспышка лампы создает на некоторое время значительную перенаселенность уровня 2 по сравнению с уровнем 1, т. е. обеспечивает то самое «неестественное» условие  $N_2 > N_1$ , которое необходимо для работы квантовых генераторов\*.

Затем с перенаселенного уровня 2 начинаются спонтанные переходы ионов хрома на уровень 1, сопровождающиеся испусканием фотонов частотой

$$v = \frac{W_2 - W_1}{h},$$

соответствующей красному свету (длина волны  $\lambda = 690$  нм). Фотоны, летящие под углом к оси рубинового стержня, выходят из него через прозрачную боковую поверхность и больше в работе лазера не участвуют. Фотоны же, летящие *вдоль оси*, претерпевают несколько отражений от торцов стержня, вызывая почти мгновенный переход  $2 \rightarrow 1$  всех возбужденных ионов хрома, сопровождающийся индуцирован-

Когда усиливающийся осевой поток фотонов достигает достаточной мощности, он выходит через частично прозрачный торец стержня в виде узкого высококогерентного\*\* монохроматического

Лазер создает световой пучок очень малой расходимости (порядка  $10^{-4}$  рад). Направленный, например, на Луну, такой луч даст на ее поверхности световое пятно диаметром всего лишь 1 км (луч обычного прожектора дал бы на таком же расстоянии пятно диаметром 40 000 км). Благодаря столь малой расходимости и высокой частоте лазерного излучения его можно использовать для сверхдальней (космической) связи; а также для передачи посредством *одного* луча огромного объема информации, например сотен телевизионных программ.

Лазеры являются самыми мощными источниками света. Мощность импульса лазерного излучения составляет десятки миллионов ватт, а плотность потока энергии (интенсивность света) имеет порядок  $10^9$  Вт/см<sup>2</sup>. Для сравнения укажем, что интенсивность излучения Солнца имеет порядок  $10^4$  Вт/см<sup>2</sup>. С помощью оптических линз излучение лазера можно сфокусировать, доведя его интенсивность до  $10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>. При этом напряженность электрического поля в световой волне составит около  $10^{11}$  В/м, достигая значения напряженности электрического поля, существующего внутри атома.

Рассмотренные особенности излучения, создаваемого лазером, делают его исключительно перспективным прибором, уже теперь широко используемым во многих областях науки и практики. Нагревание плазмы до температуры, необходимой для осуществления термоядерной реакции, испарение материалов в вакууме, исследование внутриструктурных структур, сварка микрообъектов, резание и сверление сверхтвердых материалов (с очень высокой точностью и без возникновения в них механических напряжений), ускорение хода химических реакций, разрушение поверхностных опухолевых тканей, приварка отслаивающейся сетчатки глаза (при совершенной стерильности и бескровности этих и других хирургических операций) — таков далеко не полный перечень применений лазера.

Наряду с оптическими квантовыми генераторами созданы квантовые генераторы в диапазоне инфракрасного излучения и ультракоротких радиоволн, названные *лизерами*.\* По принципу работы они аналогичны лазерам.

В заключение отметим, что исторический опыт А. А. Майкельсона (см. § 52), повторенный с использованием лазера, обеспечил такую точность измерений, которая в несколько тысяч раз превышала точность, достигнутую самим Майкельсоном. Но и этот опыт дал отрицательный результат. ◇

## § 68. Фотоэффект. Законы фотоэффекта.

### Фотоэлементы

Фотоэффектом называется освобождение (полное или частичное) электронов от связей с атомами и молекулами вещества под воздействием света (видимого, инфракрасного и ультрафиолетового).

Если электроны выходят за пределы освещаемого вещества (полное освобождение), то фотоэффект называется *внешним* (открыт в 1887 г. Г. Герцем и подробно исследован в 1888 г. А. Г. Столетовым). Если же электроны теряют связь только со «своими» атомами и молекулами, но остаются внутри освещаемого вещества в качестве «свободных электронов» (частичное освобождение), увеличивая тем самым электропроводность вещества, то фотоэффект называется *внутренним* (открыт в 1873 г. американским физиком У. Смитом).

Внешний фотоэффект наблюдается у металлов. Если, например, цинковую пластинку, соединенную с электроскопом и заряженную отрицательно, осветить ультрафиолетовыми лучами, то электроскоп

\* Название образовано из первых букв английской фразы: *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (усиление микроволн посредством вынужденного излучения).

быстро разрядится; в случае положительно заряженной пластиинки разрядки не происходит. Отсюда следует, что свет вырывает из металла *отрицательно* заряженные частицы; определение их заряда (выполненное в 1898 г. Дж. Дж. Томсоном) показало, что эти частицы являются электронами.

Принципиальная измерительная схема, с помощью которой исследовался внешний фотоэффект, изображена на рис. 240. Отрицательный полюс батареи присоединен к металлической пластиинке *K* (катоду), положительный — к вспомогательному электроду *A* (аноду). Оба электрода помещены в сосуд, имеющий кварцевое окно *F* (прозрачное для оптического излучения). Поскольку электрическая цепь оказывается разомкнутой, ток в ней отсутствует. При освещении катода *K* свет вырывает из него электроны (*фотоэлектроны*), устремляющиеся к аноду; в цепи появляется ток (*фототок*).

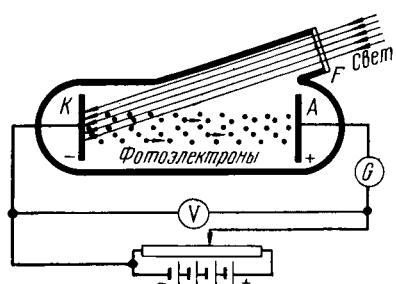


Рис. 240

скорость фотоэлектронов при различных значениях напряжения (*U*) между катодом и анодом и при различных условиях освещения катода.

Экспериментальные исследования, выполненные Столетовым, а также другими учеными, привели к установлению следующих основных законов внешнего фотоэффекта.

1. *Фототок насыщения I (т. е. максимальное число электронов, освобождаемых светом в 1 с) прямо пропорционален световому потоку:*

$$I = k\Phi, \quad (25)$$

где коэффициент пропорциональности *k* называется *фоточувствительностью* освещаемой поверхности [выражается в микроамперах на люмен (мкА/лм)].

2. *Скорость фотоэлектронов возрастает с увеличением частоты падающего света и не зависит от его интенсивности.*

3. *Независимо от интенсивности света фотоэффект начинается только при определенной (для данного металла) минимальной частоте света, называемой красной границей фотоэффекта.*

Второй и третий законы фотоэффекта нельзя объяснить на основе волновой теории света. Действительно, по этой теории, интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды электромагнитной волны, «раскачивающей» электрон в металле. Поэтому свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности, должен был бы вырывать электроны из металла; иначе говоря, не должно было бы существовать красной границы фотоэффекта. Этот вывод противоречит третьему закону фотоэффекта. Далее, чем больше интенсивность света, тем

большую кинетическую энергию должен был бы получить от него электрон. Поэтому скорость фотоэлектрона должна была бы возрастать с увеличением интенсивности света; этот вывод противоречит второму закону фотоэффекта.

Законы внешнего фотоэффекта получают простое истолкование на основе квантовой теории света. По этой теории, световой поток определяется числом световых квантов (фотонов), падающих в единицу времени на поверхность металла. Каждый фотон может взаимодействовать только с одним электроном. Поэтому максимальное число фотоэлектронов должно быть пропорционально световому потоку (первый закон фотоэффекта).

Энергия фотона  $h\nu$ , поглощенная электроном, расходуется на совершение электроном работы выхода  $A$  из металла (см. § 17); оставшаяся часть этой энергии представляет собой кинетическую энергию фотоэлектрона  $mv^2/2$  (где  $m$  — масса электрона,  $v$  — его скорость). Тогда, согласно закону сохранения энергии, можно написать

$$h\nu = \frac{mv^2}{2} + A. \quad (26)$$

Эта формула, предложенная в 1905 г. А. Эйнштейном и подтвержденная затем многочисленными экспериментами, называется *уравнением Эйнштейна*.

Из уравнения Эйнштейна непосредственно видно, что скорость фотоэлектрона возрастает с увеличением частоты света и не зависит от его интенсивности (поскольку ни  $A$ , ни  $v$  не зависят от интенсивности света). Этот вывод соответствует второму закону фотоэффекта.

Согласно формуле (26), с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (работа  $A$  постоянна для данного освещаемого вещества). При некоторой достаточно малой частоте  $\nu = \nu_0$  (или длине волны  $\lambda_0 = c/\nu_0$ ) кинетическая энергия фотоэлектрона станет равной нулю ( $mv^2/2 = 0$ ) и фотоэффект прекратится (третий закон фотоэффекта). Это имеет место при  $h\nu_0 = A$ , т. е. в случае, когда вся энергия фотона расходуется на совершение работы выхода электрона. Тогда

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \text{ или } \lambda_0 = \frac{hc}{A}. \quad (27)$$

Формулы (27) определяют красную границу фотоэффекта. Из этих формул следует, что она зависит от работы выхода (от материала фотокатода).

В таблице приведены значения работы выхода  $A$  и красной границы фотоэффекта для некоторых металлов:

Металл	$\lambda_0$ , мкм	$A$ , эВ	Металл	$\lambda_0$ , мкм	$A$ , эВ
Платина	0,235	5,29	Натрий	0,552	2,25
Вольфрам	0,276	4,50	Цезий	0,620	1,89
Цинк	0,290	4,19	Цезиевая пленка на вольфраме	0,913	1,36
Торий	0,364	3,41			

Из таблицы видно, что, например, цезиевая пленка, нанесенная на фольгрум, дает фотоэффект даже при инфракрасном облучении, у натрия фотоэффект может быть вызван только видимым и ультрафиолетовым светом, а у цинка — только ультрафиолетовым.

На внешнем фотоэффекте основан важный физико-технический прибор, называемый *вакуумным фотоэлементом* (он является неко-

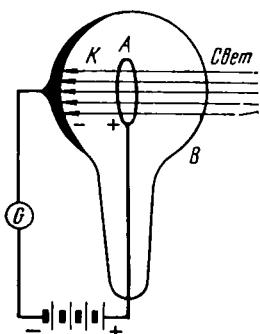


Рис. 241

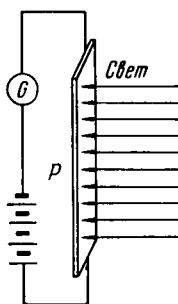


Рис. 242

торым видоизменением установки, схематически изображенной на рис. 240).

Катодом *K* вакуумного фотоэлемента служит слой металла, нанесенный на внутреннюю поверхность эвакуированного стеклянного баллона *B* (рис. 241; *G* — гальванометр); анод *A* выполнен в виде металлического кольца, помещенного в центральной части баллона. При освещении катода в цепи фотоэлемента возникает электрический ток, сила которого пропорциональна световому потоку.

Большинство современных фотоэлементов имеет сурьмяно-цеziевые или кислородно-цеziевые катоды, обладающие высокой фоточувствительностью. Кислородно-цеziевые фотоэлементы чувствительны к инфракрасному и видимому свету (чувствительность 20—80 мкА/лм), сурьмяно-цеziевые фотоэлементы чувствительны к видимому и ультрафиолетовому свету (чувствительность 50—150 мкА/лм).

В некоторых случаях для увеличения чувствительности фотоэлемента его наполняют аргоном при давлении порядка 1 Па. Фототок в таком фотоэлементе усиливается вследствие ионизации аргона, вызванной столкновениями фотоэлектронов с атомами аргона. Фоточувствительность газонаполненных фотоэлементов составляет около 1 мА/лм. ⊕

Внутренний фотоэффект наблюдается у полупроводников и в меньшей мере у диэлектриков. Схема наблюдения внутреннего фотоэффекта показана на рис. 242. Полупроводниковая пластинка *P* при соединена последовательно с гальванометром *G* к полюсам батареи. Сила тока в этой цепи незначительна, поскольку полупроводник обладает большим сопротивлением. Однако при освещении пластинки сила тока в цепи резко возрастает. Это обусловлено тем, что свет вырывает

из атомов полупроводника электроны, которые, оставаясь внутри полупроводника, увеличивают его электропроводность (уменьшают сопротивление).

Фотоэлементы, основанные на внутреннем фотоэффекте, называются *полупроводниковыми фотоэлементами* или *фотосопротивлениями*. Для их изготовления используют селен, сернистый свинец, сернистый кадмий и некоторые другие полупроводники. Фоточувствительность полупроводниковых фотоэлементов в сотни раз превышает фоточувствительность вакуумных фотоэлементов. Некоторые фотоэлементы обладают отчетливо выраженной *спектральной чувствительностью*. У селенового фотоэлемента спектральная чувствительность близка к спектральной чувствительности человеческого глаза (см. рис. 171).

Недостатком полупроводниковых фотоэлементов является их заметная инерционность: изменение силы фототока запаздывает относительно изменения освещенности фотоэлемента. Поэтому полупроводниковые фотоэлементы непригодны для регистрации быстропеременных световых потоков.

На внутреннем фотоэффекте основана еще одна разновидность фотоэлемента — *полупроводниковый фотоэлемент с запирающим слоем* или *вентильный фотоэлемент*. Схема этого фотоэлемента дана на рис. 243.

Металлическая пластинка *M* и нанесенный на нее тонкий слой полупроводника *P* соединены внешней электрической цепью, содержащей гальванометр *G*. Как было показано (см. § 20), в зоне контакта полупроводника с металлом образуется *запирающий слой* *B*, обладающий *вентильной проводимостью*: он пропускает электроны только в направлении от полупроводника к металлу\*. При освещении полупроводникового слоя в нем благодаря внутреннему фотоэффекту появляются свободные электроны. Проходя (в процессе хаотического движения) через запирающий слой в металл и не имея возможности перемещаться в обратном направлении, эти электроны образуют в металле избыточный отрицательный заряд. Полупроводник, лишенный части «своих» электронов, приобретает положительный заряд. Разность потенциалов (порядка 0,1 В), возникающая между полупроводником и металлом, создает ток в цепи фотоэлемента.

Таким образом, вентильный фотоэлемент представляет собой генератор тока, *непосредственно* преобразующий световую энергию в электрическую.

В качестве полупроводников в вентильном фотоэлементе используют селен, закись меди, сернистый таллий, германий, кремний. Фоточувствительность вентильных фотоэлементов составляет 2—30 мА/лм.

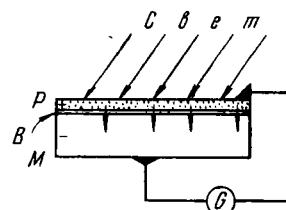


Рис. 243

\* В вентильном фотоэлементе могут применяться два полупроводника с различными типами проводимости — электронной и дырочной (см. § 20).

Коэффициент полезного действия современных кремниевых фотоэлементов (освещаемых солнечным светом) достигает 12—15%; по теоретическим расчетам, его можно повысить до 22%.

○ Поскольку сила фототока пропорциональна световому потоку, фотоэлементы используются в качестве фотометрических приборов. К таким приборам относятся, например, люксметр (измеритель освещенности) и фотоэлектрический экспонометр.

Фотоэлемент позволяет преобразовывать колебания светового потока в соответствующие колебания фототока, что находит широкое применение в технике звукового кино,\* телевидения и т. п.

Исключительно велико значение фотоэлементов для телемеханизации и автоматизации производственных процессов. В сочетании с электронным усилителем и реле фотоэлемент является неотъемлемой частью автоматических устройств, которые, реагируя на световые сигналы, управляют работой различных промышленных и сельскохозяйственных установок и транспортных механизмов.

Весьма перспективным является практическое использование вентильных фотоэлементов в качестве генераторов электроэнергии. Батареи кремниевых фотоэлементов, получившие название солнечных батарей, успешно применяются на советских космических спутниках и кораблях для питания радиоаппаратуры. Для этого общая площадь фотоэлементов должна быть достаточно большой. Например, на космическом корабле «Союз-3» площадь поверхности солнечных батарей составляла около 14 м<sup>2</sup>.

Когда коэффициент полезного действия солнечных батарей будет повышен до 20—22%, они, несомненно, приобретут первостепенное значение среди источников, вырабатывающих электроэнергию для производственных и бытовых нужд.①

### § 69. Масса и импульс фотона.

Световое давление.

Эффект Комptonа. Флуктуация света

В ч. I курса (см. § 20) мы ознакомились с универсальным законом взаимосвязи (пропорциональности) массы и энергии:

$$W = mc^2, \quad (28)$$

где в самом общем случае  $m$  есть масса материи (частицы, или системы частиц, или, наконец, области поля),  $W$  — ее энергия,  $c$  — скорость света в вакууме. Применим этот закон к световому кванту — фотону — для определения его массы и импульса.

Так как фотон обладает энергией  $W = h\nu$ , то, согласно формуле (28), он должен иметь массу

$$m_\Phi = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (29)$$

Фотон движется со скоростью света  $c$ , поэтому его импульс

\* Изменения светового потока, проходящего через звуковую дорожку кинопленки, преобразуются в соответствующие колебания фототока, которые в свою очередь преобразуются (после усиления) в звуковые колебания (мембранные репродуктора).

$$m_{\phi}c = \frac{hv}{c}. \quad (30)$$

Из формул (29) и (30) следует, что с увеличением частоты излучения  $v$  масса и импульс фотона возрастают; их числовые значения для некоторых видов излучения приведены в таблице:

Вид излучения	$v, \text{ Гц}$	$m_{\phi}, \text{ кг}$	$m_{\phi} c, \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$
Видимый свет	$5 \cdot 10^{14}$	$4 \cdot 10^{-36}$	$1,2 \cdot 10^{-37}$
Ультрафиолетовое излучение	$3 \cdot 10^{15}$	$2,2 \cdot 10^{-35}$	$6,6 \cdot 10^{-37}$
Жесткое рентгеновское излучение	$8 \cdot 10^{18}$	$8 \cdot 10^{-32}$	$1,8 \cdot 10^{-33}$
Гамма-излучение	$3 \cdot 10^{20}$	$2,2 \cdot 10^{-30}$	$6,6 \cdot 10^{-31}$

Масса фотона оказывается крайне малой; однако для жесткого рентгеновского излучения она уже сравнима с массой электрона, а для гамма-излучения даже превышает массу электрона.

Поскольку фотоны обладают импульсом, световой поток должен оказывать давление на преграды, встречающиеся на его пути. Проще всего рассчитать световое давление на основе квантовой теории, рассматривая свет как поток фотонов.

Пусть монохроматический пучок света частотой  $v$  и интенсивностью  $J$  падает нормально на некоторую площадку  $S$  (рис. 244). Так как интенсивность  $J$  есть энергия света, падающего на площадь  $1 \text{ м}^2$  за 1 с, а энергия одного фотона равна  $hv$ , то

$$J = Nhv, \quad (31)$$

где  $N$  — число фотонов, падающих на площадь  $1 \text{ м}^2$  за 1 с.

Импульс силы, сообщаемый фотоном площадке  $S$ , равен, согласно закону изменения импульса (см. ч. I, § 8), разности импульсов фотона до и после удара фотона о площадку. Если площадка полностью поглощает свет, то этот импульс равен

$$\frac{hv}{c} - 0 = \frac{hv}{c}$$

(импульс фотона после удара равен нулю, поскольку поглощенный фотон прекращает свое существование). Если же площадка полностью отражает свет, то фотон сообщает ей импульс

$$\frac{hv}{c} - \left( -\frac{hv}{c} \right) = 2 \frac{hv}{c}$$

(импульсы падающего и отраженного фотонов имеют противоположные знаки).

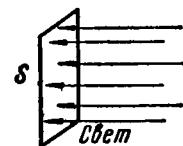


Рис. 244

Давление  $p$  света равно полному импульсу, полученному за 1 с площадкой  $1 \text{ м}^2$  от всех  $N$  падающих на нее фотонов. Следовательно,

$$p = N \frac{hv}{c}$$

для поглощающей площадки и

$$p = 2N \frac{hv}{c}$$

для отражающей площадки. Тогда, учитывая формулу (31), получим

$$p = \frac{J}{c} \quad (32)$$

для поглощающей площадки и

$$p = \frac{2J}{c} \quad (33)$$

для отражающей площадки.

Отметим, что к таким же результатам приводит электромагнитная (волновая) теория Максвелла (см. § 35).

Экспериментально световое давление было впервые обнаружено и измерено в 1900 г. П. Н. Лебедевым посредством очень тонкого и изящного опыта. Принципиальная схема этого опыта дана на рис. 245. К стеклянной нити 1, натянутой в сосуде 2, прикреплены две легкие пластинки 3 и 4, одна из которых имеет зачерненную поверхность (поглощает свет), а другая — блестящую (отражает свет).

Пластинка, на которую направлялся пучок света, смешалась под действием светового давления. При этом нить закручивалась на некоторый угол, измерявшийся с помощью зрительной трубы и зеркальца 5, приклеенного к нити. По углу закручивания рассчитывалось давление света на данную пластинку.

Значения светового давления, полученные Лебедевым на опыте, совпали с теоретически рассчитанными значениями. В частности, оказалось, что давление света на отражающую поверхность (блестящую пластинку) вдвое больше, чем на поглощающую (зачерненную пластинку).

Несмотря на то что световое давление одинаково успешно объясняется и квантовой и волновой теориями, данное явление имеет специфически квантовый характер. Это особенно отчетливо обнаруживается при освещении малых объектов слабым световым потоком, содержащим небольшое число «массивных» фотонов, например при освещении свободных электронов жесткими рентгеновскими лучами. В этом случае электрон испытывает заметные толчки от отдельных фотонов.

Взаимодействие фотонов с электронами впервые наблюдалось на

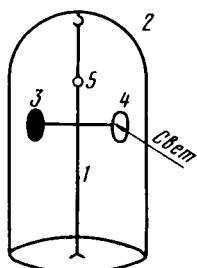


Рис. 245

опыте в 1923 г. американским физиком А. Х. Комптоном. Он обнаружил, что

при рентгеновском облучении вещества, содержащего свободные или слабо связанные электроны, происходит рассеяние рентгеновских лучей, сопровождающееся увеличением длины волны рассеянного излучения [эффект Комптона].

Схема эффекта Комптона изображена на рис. 246. Фотон, имеющий энергию  $h\nu_0$ , сталкиваясь с электроном  $e$ , передает ему часть своей энергии. В результате электрон отскакивает в сторону, а фотон изменяет направление своего движения (рассеивается). Очевидно, что энергия рассеянного фотона  $h\nu < h\nu_0$  (поскольку часть энергии фотон передал электрону). Следовательно,  $v < v_0$ , а  $\lambda > \lambda_0$ , (где  $\lambda$  и  $\lambda_0$  — длины волн рассеянного и падающего фотонов).

Опыт и теория показывают, что увеличение длины волны рассеянного фотона  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  зависит только от угла рассеяния  $\theta$ :

$$\Delta\lambda = 0,00242(1 - \cos\theta) \text{ нм.}$$

Пожалуй, самым простым и наглядным подтверждением квантовых свойств света являются опыты С. И. Вавилова, непосредственно наблюдавшего флуктуации яркости слабого светового потока, вызванные случайными изменениями числа фотонов в этом потоке.

Дело в том, что порог чувствительности глаза очень низок: в области зеленого света ( $\lambda = 0,550 \text{ мкм}$ ) глаз, адаптированный к темноте, способен реагировать на световой поток, соответствующий примерно всего лишь 50—100 фотонам, падающим на сетчатку за 1 с.

Вавилов наблюдал пучок света, который автоматически перекрывался каждую секунду на промежуток времени 0,9 с. Пока световой поток был не слишком слабым, наблюдатель воспринимал каждую вспышку света (длившуюся в течение 0,1 с). Однако при достаточно слабом световом потоке некоторые вспышки уже не оказывали воздействия на глаз наблюдателя. Чем слабее становился световой поток, тем чаще получались пропуски вспышек. Очевидно, что этим пропускам соответствовали такие участки слабого светового пучка, в которых число фотонов оказалось, по случайным причинам, меньше порогового значения. Таким образом, были непосредственно обнаружены флуктуации числа фотонов в световом потоке, подтвердившие фотонную структуру света.

Заканчивая обзор свойств света и процессов взаимодействия света с веществом, следует еще раз отметить, что свет имеет *двойственную* (корпускулярно-волновую) природу: фотон является частицей (массой  $m_f$ ) и вместе с тем волной (частотой  $v$ ).

С позиции привычных (классических) представлений, основанных на наблюдении за объектами макромира, такая двойственность кажется совершенно недопустимой. Частица макромира занимает ограниченную

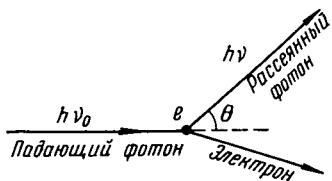


Рис. 246

область пространства и движется по определенной траектории (или поконится); волна же распределена в пространстве непрерывно и ее энергия передается всем точкам пространства. Поэтому нельзя представить себе объект макромира, в котором совмещались бы и свойства частицы и свойства волны.

Однако нет никаких оснований приписывать микрочастицам все свойства частиц макромира (тел). Ведь не пытаемся же мы приписать, например, электрону какой-либо запах, цвет, шероховатость и т. п., хотя эти свойства, безусловно, присущи микрочастице.

Микрообъекты существенно (качественно) отличаются от привычных нам объектов макромира. В частности, некоторым микрочастицам (элементарным частицам) свойственны взаимные превращения (см. § 77).

Итак, двойственность природы микрочастиц, в том числе и фотона, следует воспринимать как объективную реальность, отражающую многообразие свойств материи.

### Примеры решения задач

**Задача 32.** Вследствие излучения Земля теряет в среднем 91 Дж в секунду с каждого  $1 \text{ м}^2$  своей поверхности. Принимая Землю за абсолютно черное тело, определить среднюю температуру  $T$  ее поверхности и длину волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум излучаемой энергии.

**Решение.** По закону Стефана — Больцмана (3),

$$\mathcal{E} = \sigma T^4,$$

где  $\mathcal{E} = 91 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$  — испускательная способность Земли,  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана. Тогда

$$T = \sqrt[4]{\frac{\mathcal{E}}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{91 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})}{5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4)}} = 200 \text{ К} = -73^\circ \text{C}.$$

Согласно закону Вина (4),

$$\lambda_{\max} T = b,$$

где  $b$  — постоянная Вина. Поэтому

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}}{200 \text{ К}} = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 14,5 \text{ мкм}.$$

Таким образом, максимум испускательной способности Земли приходится на длинноволновую (инфракрасную) часть спектра.

Необходимо пояснить, что столь низкую рассчитанную нами среднюю (температуру 200 К) Земля имела бы при отсутствии атмосферы. Атмосфера (точнее, всегда содержащийся в ней водяной пар) очень сильно поглощает длинноволновое излучение Земли и нагревается им, а нагретая атмосфера в свою очередь его испускает. Часть этого излучения идет к Земле и поглощается ею, вызывая нагревание земной поверхности. Поэтому фактическая средняя температура Земли оказывается значительно более высокой, чем рассчитанная нами. Таким образом, атмосфера предохраняет Землю от чрезмерного охлаждения, создает грандиозный по масштабу (для всей Земли в целом) парниковый эффект (см. § 50).

**Задача 33.** Найти угловую скорость  $\omega$  и период вращения  $T$  электрона на первой бореевой орбите в атоме водорода.

**Решение.** По первому постулату Бора (11),

$$mv = nh/(2\pi),$$

где  $m$  — масса электрона;  $r$  — радиус орбиты;  $v$  — линейная скорость электрона на этой орбите;  $h$  — постоянная Планка;  $n = 1$  — квантовое число, соответствующее первой орбите. Учитывая, что  $v = \omega r$ , можем написать

$$m\omega r^2 = nh/(2\pi).$$

Согласно формуле (14),

$$r = n^2 \epsilon_0 h^2 / (\pi m e^2),$$

где  $e$  — заряд электрона,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная. Подставляя это выражение радиуса в формулу первого постулата Бора, получаем

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\pi m e^4}{2 \epsilon_0^2 n^3 h^3} = \frac{3,14 \text{ рад} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,64 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}^4}{2 \cdot 8,85^2 \cdot 10^{-24} \Phi^2 / \text{м}^2 \cdot 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}^3 \cdot \text{с}^3} = \\ &= 4,4 \cdot 10^{16} \text{ рад/с} \\ \left( \frac{\text{рад} \cdot \text{кг} \cdot \text{Кл}^4 \cdot \text{м}^2}{\text{Дж}^3 \cdot \Phi^2 \cdot \text{с}^3} \right) &= \frac{\text{рад} \cdot \text{Дж} \cdot \text{Кл}^4}{\text{Дж}^3 \cdot \text{с} \cdot \Phi^2} = \frac{\text{рад} \cdot \text{Кл}^2 \cdot \text{В}^2}{\text{с} \cdot \text{Дж}^2} = \frac{\text{рад}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Период вращения электрона найдем из соотношения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28 \text{ рад}}{4,4 \cdot 10^{16} \text{ рад/с}} = 1,43 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

**Задача 34.** Красная граница фотозефекта для вольфрама  $\lambda_0 = 275$  нм. Определить работу выхода  $A$  электрона из вольфрама и максимальную скорость  $v_{\max}$  электронов, вырываемых из вольфрама светом с длиной волны  $\lambda = 180$  нм.

**Решение.** Согласно формуле (27),

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A},$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Поэтому

$$\begin{aligned} A &= \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2,75 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = \\ &= \frac{7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}} = 4,5 \text{ эВ.} \end{aligned}$$

Согласно уравнению Эйнштейна (26),

$$hv = \frac{mv_{\max}^2}{2} + A,$$

где  $m$  — масса фотоэлектрона,  $v = c/\lambda$  — частота света. Тогда

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt{\frac{2(hc - A\lambda)}{m\lambda}} = \\ &= \sqrt{\frac{2(6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} - 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ м})}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}}} = \\ &= 9,1 \cdot 10^5 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

**Задача 35.** Вычислить длину волны  $\lambda$  фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего скоростью  $v = 10^4$  км/с.

**Решение.** Согласно формуле (30), импульс фотона равен  $h\nu/c$ , где  $\nu$  и  $c$  — частота и скорость фотона. Приравнивая этот импульс импульсу электрона  $mv$ , где  $m$  — масса электрона, и учитывая, что  $v = c/\lambda$ , получаем

$$h/\lambda = mv,$$

откуда

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 10^7 \text{ м/с}} = 7,3 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 73 \text{ пм.}$$

Такая длина волны соответствует частоте  $\nu = 4,1 \cdot 10^{18}$  Гц; следовательно, данный фотон принадлежит к жесткому рентгеновскому излучению (см., например, таблицу в § 69).

### Контрольные вопросы

225. Какой вид электромагнитного излучения является самым распространенным в природе? Какой спектр имеет это излучение? 226. При каком условии наступает лучистое (тепловое) равновесие? 227. Назовите количественные характеристики процессов испускания и поглощения, а также их единицы. Дайте определения этих характеристик и единиц. 228. У какого тела лучепоглощающая способность равна единице? 229. Сформулируйте закон Кирхгофа. 230. Какого цвета мульчу надо применять для повышения температуры почвы? Объясните ответ. 231. Что называют спектральной плотностью энергетической светимости тела? 232. Как и во сколько раз изменится полная лучепускательная способность абсолютно черного тела, если его термодинамическая температура возрастет вдвое? 233. Поглощающая способность тела 0,8. Чему равна его испускательная способность, если испускательная способность абсолютно черного тела при той же температуре равна  $5 \cdot 10^7$  Дж/( $\text{м}^2 \cdot \text{с}$ )? 234. Каким методом определяют температуру поверхности звезд? На каком законе он основан? Сформулируйте этот закон. 235. Чему равно отношение кванта энергии излучения к частоте этого излучения? 236. С какой целью проводил Резерфорд опыты по рассеянию альфа-частиц? 237. Сформулируйте постулаты Бора. 238. Используя формулу де Броиля (§ 57), приайте первому постулату

ту Бора несколько иное математическое выражение (через длину электронной волны) и соответственно иную формулировку. 239. С какой целью были поставлены опыты Франка и Герца? Кратко изложите суть этих опытов. 240. Чему равна частота излучения атома водорода, соответствующая коротковолновой границе серии Лаймана? 241. Два водородоподобных иона  $\text{Be}^{+++}$  и  $\text{He}^+$  излучают при переходе электрона с четвертой стационарной орбиты на третью. У какого иона энергия излучения больше и во сколько раз? 242. Если бы в опыте Франка и Герца (см. § 64) баллон содержал не пары ртути, а разреженный атомарный водород, то через какие интервалы ускоряющего напряжения  $U_1$  возникли бы максимумы на графике зависимости силы тока  $I_G$  от напряжения  $U_1$ ? 243. Является ли электрон в атоме обычной «классической» частицей? Подтвердите ответ расчетом на основе соотношения неопределенностей. 244. Сколькими квантовыми числами характеризуется состояние атома? Назовите эти числа. 245. Какие два принципа лежат в основе распределения электронов в атоме по значениям квантовых чисел? Сформулируйте эти принципы. 246. Электронная конфигурация атома, находящегося в нормальном состоянии, имеет вид  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ . Какой это атом? 247. Какое максимальное число электронов может содержаться в Q-слое атома? 248. Почему тормозное рентгеновское излучение имеет сплошной спектр,

*а характеристическое — линейчатый?* 249. *Какова причина существенного различия между оптическим и рентгеновским (характеристическим) спектрами излучения атома?* 250. *Каким из трех линий спектра рентгеновского излучения —  $K_{\alpha}$ ,  $K_{\beta}$  и  $M_{\beta}$  — соответствуют самое жесткое и самое мягкое излучение?* 251. *Каким электронным переходам эти линии соответствуют?* 252. *Что называется люминесценцией? Назовите и охарактеризуйте ее виды.* 253. *Как называется люминесценция, энергетический выход которой  $\eta > 1$ ? Чем она обусловлена?* 254. *Какое преимущество имеют люминесцентные лампы перед лампами накаливания?* 255. *Чем обусловлена активная роль валентных электронов при химических реакциях?* 256. *Атом какого химического элемента схематически изображен на рис. 233? В каком состоянии он находится? Запишите его вероятную электронную конфигурацию.* 257. *Какое условие необходимо для возникновения индуцированного излучения в веществе?* 258. *Назовите важнейшие свойства светового пуч-*

*ка, создаваемого лазером.* 259. *Каковы принципы устройства и действие рубинового лазера?* 260. *Какие свойства — волновые или корпускулярные — обнаруживает свет в явлении фотозефекта?* 261. *Какое условие необходимо для возникновения внешнего фотозефекта?* 262. *Сформулируйте три закона фотозефекта и объясните второй и третий из них на основе квантовой теории света.* 263. *Может ли медная пластина служить фотосопротивлением? Объясните ответ.* 264. *Объясните устройство и принцип действия вакуумного и полупроводникового фотоэлементов.* 265. *Чему равно отношение давлений света на зеркальную и черную поверхности?* 266. *Чему равно отношение импульса фотона к его частоте?* 267. *Фотон жесткого рентгеновского излучения длиной волны  $\lambda_0 = 28$  пм при столкновении со свободным электроном передал ему 10% своей энергии. Как называется это явление? Чему равна длина волны  $\lambda$  рассеянного рентгеновского излучения?* 268. *Из каких элементов состоит солнечная батарея? Объясните процесс генерирования тока этими элементами.*

---

## Глава IX. АТОМНОЕ ЯДРО И ВНУТРИЯДЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

---

### § 70. Общие сведения об атомных ядрах. Изотопы

Исследование атомных ядер началось в XX в., причем наиболее интенсивно оно проводилось в последние десятилетия. Таким образом, ядерная физика является одним из самых молодых разделов физики. Тем не менее результаты, которые уже удалось получить в этой области, оказались исключительно важными в научном и практическом отношении. Достаточно указать хотя бы на то, что исследование ядер и внутриядерных процессов привело к открытию и практическому использованию ядерной энергии.

Согласно гипотезе, высказанной в 1932 г. Д. Д. Иваненко и являющейся теперь общепризнанной, в состав всех атомных ядер входит только два вида элементарных частиц — протоны и нейтроны.

Протон имеет положительный заряд, равный заряду электрона (т. е. элементарному заряду  $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$  Кл), и массу покоя  $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$  кг. Нейтрон не имеет заряда; его масса немногол

больше массы протона:  $m_p = 1,6749 \cdot 10^{-27}$  кг. Протон принято обозначать буквой  $p$ , нейtron — буквой  $n$ ; общее название этих частиц — **нуклоны**.

Массы ядер и элементарных частиц обычно выражают в *атомных единицах массы* (а. е. м.). За атомную единицу массы принята  ${}^{12}\text{C}$ , 1 а. е. м.  $= 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг. Следовательно,  $m_p = 1,00728$  а. е. м., а  $m_n = 1,00866$  а. е. м. Таким образом,

$$m_p \approx m_n \approx 1 \text{ а. е. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \quad (1)$$

В § 65 было показано, что заряд атомного ядра любого химического элемента, выраженный в элементарных зарядах, равен атомному

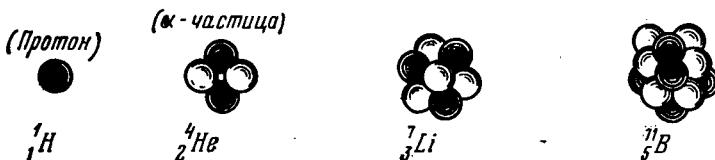


Рис. 247

номеру  $Z$  этого элемента. Но заряд ядра слагается из зарядов протонов; следовательно,

*число протонов  $N_p$  в атомном ядре элемента равно атомному номеру  $Z$  элемента:*

$$N_p = Z. \quad (2)$$

Почти вся масса атома заключена в его ядре (см. § 63). Но масса ядра слагается из масс всех нуклонов, входящих в ядро. Тогда, согласно соотношению (1), сумма чисел протонов  $N_p$  и нейтронов  $N_n$  должна быть равна *массовому числу атома*, т. е. *целому числу  $A$ , ближайшему к атомной массе* (выраженной в а. е. м.):  $N_p + N_n = A$ , или, учитывая формулу (2),  $Z + N_n = A$ . Следовательно,

*число нейтронов в атомном ядре элемента равно разности между массовым числом и атомным номером элемента:*

$$N_n = A - Z. \quad (3)$$

Таким образом, по массовому числу и атомному номеру химического элемента можно непосредственно определять число протонов и число нейтронов, содержащихся в атомном ядре этого элемента.

Атомные ядра химических элементов принято обозначать символом  ${}_Z^A X$ , где  $X$  — символ элемента,  $A$  — массовое число,  $Z$  — атомный номер. Например,  ${}_2^4\text{He}$  означает атомное ядро гелия,  ${}_8^{16}\text{O}$  — атомное ядро кислорода и т. п.

На рис. 247 схематически изображены ядра атомов водорода  ${}_1^1\text{H}$ , гелия  ${}_2^4\text{He}$ , лития  ${}_3^7\text{Li}$  и бора  ${}_5^{11}\text{B}$ ; черными шариками представлены протоны, белыми — нейтроны.

Атомы, ядра которых состоят из одинакового числа протонов,

но из различного числа нейтронов, называются *изотопами*. Так, например, у водорода имеется четыре изотопа: *протий* (легкий водород)  $H$ , *дейтерий* (тяжелый водород)  $D$ , *тритий* (сверхтяжелый водород)  $T$  и *четырехнуклонный водород*, еще не получивший специального названия\*. Ядро протия (*протон*)  ${}^1H$  состоит из одного протона ( $A = 1$ ), ядро дейтерия (*дейтон*)  ${}^2H$  — из протона и нейтрона ( $A = 2$ ), ядро трития (*тритон*)  ${}^3H$  — из протона и двух нейтронов ( $A = 3$ ), ядро четырехнуклонного водорода — из протона и трех нейтронов ( $A = 4$ ). В соединении с кислородом дейтерий образует *тяжелую воду*  $D_2O$ , тритий — сверхтяжелую воду  $T_2O$ .

Тяжелая вода всегда содержится в природной воде, правда, в очень небольшом количестве — примерно 0,016%; может быть выделена из природной воды путем многократной перегонки или посредством электролиза (см. § 21). Сверхтяжелая вода встречается в совершенно ничтожных количествах (порядка  $10^{-16}\%$ ) в дождевой воде.

Все изотопы одного химического элемента имеют одинаковое строение электронных оболочек. Поэтому у изотопов данного элемента одинаковы как химические свойства, так и те физические свойства, которые обусловлены главным образом структурой электронной оболочки. Что касается физических свойств, обусловленных структурой ядра (массовое число, плотность, радиоактивность и т. д.), то они заметно различаются. Понятно, что это различие наиболее отчетливо выражено у самых легких химических элементов.

Из периодической системы Менделеева видно, что атомные массы некоторых элементов значительно отличаются от целых чисел. В 1919 г. английский физик Ф. Астон с помощью масс-спектрометра (см. § 32) установил, что такие элементы представляют собой смесь нескольких изотопов. Это является главной причиной нецелочисленности атомных масс элементов; другая причина, связанная с *дефектом массы*, будет рассмотрена в § 74.

В настоящее время установлено, что большинство химических элементов, встречающихся в природе, представляет собой смесь изотопов. В частности, природный водород состоит на 99,985% из протия и на 0,015% из дейтерия.

Согласно теории Я. И. Френкеля, атомное ядро можно уподобить капле жидкости (*капельная модель ядра*). Нуклоны, составляющие ядро, связаны между собой *особыми силами притяжения — ядерными силами*, подобно тому как молекулы в капле жидкости связаны между собой *молекулярными силами сцепления*.

Устойчивость атомных ядер большинства элементов говорит о том, что ядерные силы исключительно велики: они должны превышать значительные кулоновские силы отталкивания, действующие между протонами, расположенными очень близко друг от друга. Ядерные силы проявляются только на очень малых расстояниях — порядка  $10^{-13}$  см. При незначительном увеличении расстояния между нукло-

\* Четырехнуклонный водород открыт в 1963 г. группой итальянских физиков (Арган, Пьяццоли, Пираччино и др.).

нами ядерные силы уменьшаются до нуля и кулоновские силы разъединяют протоны (разрушают ядро).

Ядерные силы являются силами *особого рода* — не гравитационными и не электрическими. Их природа и свойства изучены еще недостаточно. В настоящее время наиболее вероятной считается *мезонная теория ядерных сил*\*, согласно которой нуклоны взаимодействуют друг с другом путем обмена особыми элементарными частицами — *мезонами* (см. § 77).

Благодаря ядерным силам нуклоны столь тесно «упакованы» в ядре, что плотность  $\rho$  вещества в атомных ядрах оказывается колоссальной. Определим порядок этой плотности. Будем считать ядро шарообразным, имеющим радиус  $r = 10^{-15} \sqrt[3]{A}$  м, где  $A$  — число нуклонов в ядре (т. е. массовое число). Масса ядра равна сумме масс всех входящих в него нуклонов:  $m_A = 1,66 \times 10^{-27}$  А (кг)\*\*. Тогда

$$\rho = \frac{m_A}{(4/3) \pi r^3} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} A}{(4/3) 3,14 \cdot 10^{-45} \cdot A} \approx 4,1 \cdot 10^{17} \text{ кг}/\text{м}^3 = 4,1 \cdot 10^8 \text{ т}/\text{см}^3.$$

Таким образом, 1 см<sup>3</sup> ядерного вещества весил бы около 40 МН(!), тогда как 1 см<sup>3</sup> одного из наиболее тяжелых химических элементов — платины — весит всего лишь 0,225 Н. Это сопоставление указывает на чрезвычайную ажурность структуры атомов, молекул и макроскопических объектов (тел).

Наиболее устойчивыми являются ядра легких элементов, состоящие из приблизительно одинакового числа протонов и нейтронов. У самых тяжелых элементов (расположенных в периодической системе после свинца), ядра которых состоят из большого числа нуклонов (с преобладанием нейтронов), ядерные силы уже не обеспечивают устойчивости ядра. Такие ядра могут *самопроизвольно* распадаться, превращаясь в ядра более легких элементов. Это явление называется *естественной радиоактивностью*.

### § 71. Естественная радиоактивность.

**Альфа-, бета- и гамма-излучения.**

**Законы радиоактивного распада**

Естественная радиоактивность была открыта в 1896 г. французским физиком *A. A. Беккерелем*, обнаружившим, что соли урана испускают невидимые лучи, способные вызывать люминесценцию, проникать сквозь слои непрозрачных веществ, ионизировать газы, вызывать почернение фотографической пластиинки. Дальнейшие исследования, проведенные *П. Кюри и М. Кюри-Склодовской*, *Э. Резерфордом* и другими учеными, показали, что естественная радиоактивность свойственна не только урану, но и многим тяжелым химическим элементам, в частности актинию, торию, полонию и радию (два последних элемента были открыты в 1898 г. Пьером и Марией Кюри). Все эти элементы

\* Выдвинута японским физиком *X. Юкава*.

\*\* Строго говоря, масса ядра меньше суммы масс образующих его нуклонов на значение дефекта массы ядра (см. § 74). Однако для приближенного расчета это обстоятельство не имеет значения.

были названы радиоактивными элементами, а испускаемые ими лучи — радиоактивными лучами (радиоактивным излучением).

По своему составу радиоактивное излучение является сложным: в него входят три различных вида излучения, получивших названия *альфа-лучей*, *бета-лучей* и *гамма-лучей*. Ознакомимся с природой и основными свойствами этих лучей.

1. *Альфа-лучи* отклоняются электрическим и магнитным полями; представляют собой поток атомных ядер гелия  ${}^4_2\text{He}$ , называемых *α-частицами* (рис. 247). На рис. 248 изображено отклонение *α*-частиц магнитным полем (силовые линии поля, перпендикулярные плоскости рисунка, направлены на читателя и показаны точками). Каждая *α*-частица несет два элементарных положительных заряда  $+2e$  и обладает массовым числом 4. Альфа-частицы вылетают из ядер радиоактивных элементов со скоростями от 14 000 до 20 000 км/с, что соответствует кинетическим энергиям от 4 до 9 МэВ.

Пролетая сквозь вещество, *α*-частица ионизирует его атомы, действуя на них своим электрическим полем («выбивает» электроны из атомов вещества). Израсходовав энергию на ионизацию атомов, *α*-частица останавливается; при этом она захватывает два электрона (из имеющихся в веществе свободных электронов) и превращается в атом гелия.

Путь, проходимый *α*-частицей в веществе (до остановки), называется ее *пробегом* или *проникающей способностью*, а число пар ионов, создаваемых *α*-частицей на пробеге, называется ее *ионизирующей способностью*. Очевидно, что чем больше ионизирующая способность частицы, тем меньше ее пробег.

Пробег *α*-частиц в воздухе (при нормальном давлении) составляет 3—9 см, а их ионизирующая способность равна 100 000—250 000 пар ионов (в среднем 30 000 пар ионов на 1 см пробега). Таким образом, *α*-частицы обладают высокой ионизирующей способностью, но небольшой проникающей способностью.

Альфа-лучи полностью поглощаются, например, слоем алюминия толщиной 0,06 мм или слоем биологической ткани толщиной 0,12 мм.

2. *Бета-лучи* отклоняются электрическим и магнитным полями; представляют собой поток быстрых электронов, называемых *β-частицами*. Масса их в 7350 раз меньше массы *α*-частицы. Средняя скорость *β*-частиц составляет около 160 000 км/с. На рис. 248 показано отклонение *β*-частиц магнитным полем.

В отличие от *α*-излучения *β*-излучение имеет *сплошной энергетический спектр*, т. е. содержит *β*-частицы со всевозможными значениями энергии (или, что то же, всевозможными значениями скорости). Ядра одного и того же радиоактивного элемента выбрасывают *β*-частицы и со скоростью, близкой к нулю, и со скоростью, близкой к ско-

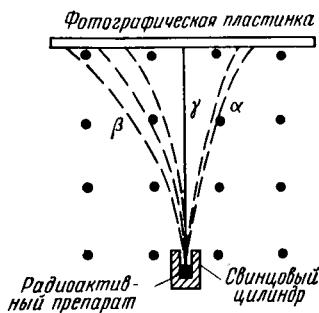


Рис. 248

ности света. Энергия  $\beta$ -частиц лежит в пределах от сотых долей мегаэлектронвольт до нескольких мегаэлектронвольт.

Поскольку  $\beta$ -частица имеет весьма малую массу, большую (в среднем) скорость и несет только один элементарный заряд, ее ионизирующая способность значительно — в среднем в 100 раз — меньше, а пробег во столько же раз больше, чем у  $\alpha$ -частицы. Пробег  $\beta$ -частиц (высокой энергии) достигает в воздухе 40 м, в алюминии — 2 см, в биологической ткани — 6 см.

Экспериментально установлено, что атомные ядра одного и того же радиоактивного элемента теряют при  $\beta$ -распаде *вполне определенную одинаковую энергию*. Поэтому все  $\beta$ -частицы, испускаемые одним элементом, должны были бы обладать *одинаковой* энергией. Между тем, как уже отмечалось,  $\beta$ -излучение характеризуется сплошным энергетическим спектром, что также было установлено экспериментально. Таким образом, энергия, уносимая  $\beta$ -частицами из ядер, оказывается меньше энергии, испускаемой ядрами при  $\beta$ -распаде. Этот экспериментальный факт не согласуется с законом сохранения энергии. В связи с этим *В. Паули* высказал в 1931 г. гипотезу о том, что при каждом акте  $\beta$ -распада вместе с  $\beta$ -частицей из ядра выбрасывается еще одна крайне легкая, незаряженная частица, названная впоследствии *нейтрино*.\* Нейтрино и  $\beta$ -частица *совместно* уносят из ядра всегда *одну и ту же* энергию. Но в различных актах  $\beta$ -распада эта энергия распределяется между нейтрино и  $\beta$ -частицей по-разному (случайно), чем и объясняется сплошной характер энергетического спектра  $\beta$ -излучения.

3. *Гамма-лучи* представляют собой поток фотонов, имеющих очень высокую частоту — порядка  $10^{20}$  Гц, что соответствует очень короткой длине волны — порядка  $10^{-12}$  м. Энергия  $\gamma$ -фотонов имеет порядок 1 МэВ.

Являясь крайне жестким *электромагнитным излучением*,  $\gamma$ -лучи во многом подобны характеристическим рентгеновским лучам. Они не отклоняются электрическим и магнитным полями (рис. 248), распространяются со скоростью света, при прохождении через кристаллы обнаруживают дифракцию. Но в отличие от рентгеновского излучения  $\gamma$ -лучи испускаются *атомным ядром* (при его переходе из возбужденного состояния в нормальное).

Поглощение  $\gamma$ -лучей в веществе обусловлено в основном тремя процессами: фотоэффектом (см. § 68), эффектом Комptonа (см. § 69) и образованием *электронно-позитронных пар*. Последний процесс (детально изученный в 1934—1935 гг. французским физиком Ф. Жолио) состоит в том, что  $\gamma$ -фотон, обладающий энергией  $h\nu \gg 1,02$  МэВ, пролетая вблизи атомного ядра, может (под влиянием ядерного поля) *превратиться* в пару элементарных частиц — электрон и позитрон — и прекратить свое существование (позитрон имеет массу, равную массе

\* Экспериментально нейтрино было обнаружено только в 1956 г. американскими физиками Ф. Рейнсом и К. Коуэном; обозначается буквой  $\nu$ . Масса нейтрино меньше 0,0005 массы электрона. Благодаря столь малой массе и отсутствию заряда нейтрино обладает чрезвычайно большой проникающей способностью, что весьма затрудняет обнаружение этой частицы (делает ее почти неуловимой).

электрона, и несет положительный элементарный заряд; обозначается  $e^+$  или  $\beta^+$ ). Ионизирующая способность  $\gamma$ -лучей невелика; в воздухе она имеет порядок 100 пар ионов (в среднем 1—2 пары ионов на 1 см «пробега»).

Гамма-лучи являются одним из самых проникающих излучений. Наиболее жесткие  $\gamma$ -лучи проходят через слой свинца толщиной 5 см или через слой воздуха толщиной в несколько сотен метров; тело человека они пронизывают насекомые.

Отметим, что *радиоактивное излучение испускается атомными ядрами*, а не их электронными оболочками. Для  $\alpha$ -излучения это очевидно, поскольку электронная оболочка не содержит протонов и нейтронов (образующих  $\alpha$ -частицу); для  $\beta$ -излучения это следует из того факта, что оно не зависит (не изменяется) от каких бы то ни было воздействий на электронные оболочки радиоактивных атомов. Бета-частицы не входят в состав ядра, но возникают в нем в процессе ядерного распада (благодаря превращениям нейтронов в протоны; см § 73). И  $\alpha$ -, и  $\beta$ -распады обычно сопровождаются  $\gamma$ -излучением.

Очевидно, что радиоактивное излучение ведет к превращению атомов излучающего элемента в атомы другого элемента.

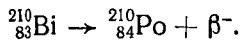
При испускании  $\beta$ -частицы заряд ядра увеличивается на единицу, а масса практически не изменяется (ввиду малости массы  $\beta$ -частицы). Следовательно, по мере  $\beta$ -распада радиоактивный элемент превращается в другой элемент с атомным номером, на единицу большим, и с тем же массовым числом. Иначе говоря,

*при  $\beta$ -распаде элемент смещается в периодической системе на один номер вправо без изменения массового числа.*

Символически это смещение записывается так:



Например,

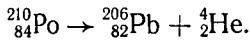


При испускании  $\alpha$ -частицы заряд ядра уменьшается на две единицы, а массовое число — на четыре единицы. Следовательно,

*при  $\alpha$ -распаде элемент смещается в периодической системе на два номера влево с уменьшением массового числа на четыре единицы:*



Например,



Правила (4) и (5), определяющие смещение радиоактивного элемента в периодической системе, называют *законами смещения* (сформулированы в 1913 г. немецким физиком и химиком К. Фаянсом и независимо от него английским радиохимиком Ф. Содди).

Радиоактивный распад ведет к постепенному уменьшению числа атомов радиоактивного элемента. Он имеет случайный характер в том смысле,

ле, что нельзя предсказать, когда и какой именно атом распадется. Можно говорить только о *вероятности распада* каждого атома за определенный промежуток времени.

*Число атомов  $dN$ , распадающихся за время  $dt$ , пропорционально времени и общему числу  $N$  атомов радиоактивного элемента:*

$$dN = -\lambda N \cdot dt, \quad (6)$$

где  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности, называемый *постоянной распада* данного элемента. Знак минус указывает на уменьшение числа атомов радиоактивного элемента со временем. Из (6) следует, что

$$\lambda = -\frac{dN}{N \cdot dt},$$

т. е. постоянная распада равна относительному уменьшению числа атомов данного элемента в единицу времени.

Интегрируя уравнение (6) в пределах от  $t = 0$  до  $t$ , получаем

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (7)$$

где  $N_0$  — число атомов элемента в начальный момент времени;  $N$  —  $N$  число атомов этого же элемента, оставшихся по истечении времени  $t$ . Соотношение (7) называется *законом радиоактивного распада*; графически этот закон представлен на рис. 249.

Для характеристики быстроты распада радиоактивного элемента вводится понятие *периода полураспада  $T$* .

*Периодом полураспада называется время, в течение которого количество атомов исходного элемента уменьшается вдвое.*

Из (7) следует, что

$$e^{-\lambda T} = 1/2,$$

откуда

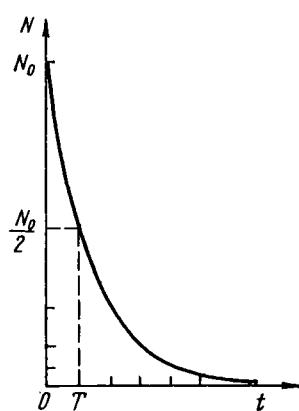


Рис. 249

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (8)$$

*Величина, обратно пропорциональная постоянной распада, представляет среднее время жизни радиоактивного атома:*

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Следовательно,

$$T = \tau \ln 2,$$

откуда

$$\tau = T/\ln 2 = 1,44T,$$

т. е. среднее время жизни приблизительно в полтора раза больше периода полураспада.

Значения  $T$ ,  $\tau$  и  $\lambda$  у различных радиоактивных элементов весьма различны (см. таблицу на с. 550). Наряду с такими «долгоживущими» элементами, как уран  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T = 4,5 \cdot 10^9$  лет), встречаются и такие «короткоживущие» элементы, как, например, полоний  $^{214}_{84}\text{Po}$  ( $T = 1,5 \cdot 10^{-4}$  с).

Число атомных распадов, совершающихся в радиоактивном элементе за 1 с, называется активностью этого элемента:

$$a = \left| \frac{dN}{dt} \right|. \quad (9)$$

Из формул (6), (8) и (9) следует, что

$$a = \lambda N = \frac{N \ln 2}{T}.$$

Таким образом,

активность элемента пропорциональна его количеству и обратно пропорциональна периоду полураспада.

За единицу активности принята активность 1 г радия, получившая название кюри (Ку):

$$1 \text{ Ku} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ расп./с.}$$

Продукт радиоактивного распада химического элемента может сам быть радиоактивным. Поэтому процесс радиоактивного распада обычно проходит ряд промежуточных стадий, образуя цепочку радиоактивных элементов, заканчивающуюся стабильным элементом. Такая цепочка элементов называется *радиоактивным семейством*. В настоящее время известны четыре радиоактивных семейства.

1. *Семейство урана — радия*: начинается с урана  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T = 4,5 \times 10^9$  лет) и заканчивается изотопом свинца  $^{206}_{82}\text{Pb}$ .

2. *Семейство нептуния*: начинается с трансуранового элемента нептуния  $^{237}_{93}\text{Np}$  ( $T = 2,2 \cdot 10^6$  лет) и заканчивается изотопом висмута  $^{209}_{83}\text{Bi}$ . Следует отметить, что природного нептуния на Земле уже нет, так как он полностью распался; сейчас нептуний получают посредством искусственных ядерных реакций.

3. *Семейство актиния*: начинается с актиноурана  $^{235}_{92}\text{AcU}$  ( $T = 7,3 \cdot 10^8$  лет) и заканчивается изотопом свинца  $^{207}_{82}\text{Pb}$ .

4. *Семейство тория*: начинается с тория  $^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T = 1,4 \cdot 10^{10}$  лет) и заканчивается изотопом свинца  $^{208}_{82}\text{Pb}$ .

В таблице приведены все члены радиоактивного семейства урана — радия (дочерние элементы помещены под материнскими) и указан вид радиоактивного распада каждого из членов:

<i>Элемент</i>	<i>Символ</i>	<i>Вид распада</i>	<i>Период полураспада</i>
Уран	$^{238}_{92}\text{U}$	$\alpha$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
Торий	$^{234}_{90}\text{Th}$	$\beta$	24,1 дня
Протактиний	$^{234}_{91}\text{Pa}$	$\beta$	1,14 мин
Уран	$^{234}_{92}\text{U}$	$\alpha$	$2,7 \cdot 10^6$ лет
Торий	$^{230}_{90}\text{Th}$	$\alpha$	$8,2 \cdot 10^4$ лет
Радий	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$\alpha$	1622 года
Радон	$^{222}_{86}\text{Rn}$	$\alpha$	3,8 дня
Полоний	$^{218}_{84}\text{Po}$	$\alpha$	3,05 мин
Свинец	$^{214}_{82}\text{Pb}$	$\beta$	26,8 мин
Висмут	$^{214}_{83}\text{Bi}$	$\beta, \alpha$	19,7 мин
Полоний	$^{214}_{84}\text{Po}$	$\alpha$	$1,5 \cdot 10^{-4}$ с
Таллий	$^{210}_{81}\text{Tl}$	$\beta$	1,32 мин
Свинец	$^{210}_{82}\text{Pb}$	$\beta$	22,2 года
Висмут	$^{210}_{83}\text{Bi}$	$\beta$	4,97 дня
Полоний	$^{210}_{84}\text{Po}$	$\alpha$	139 дней
Свинец	$^{206}_{82}\text{Pb}$	Стабилен	$\infty$

Пользуясь этой таблицей и законами смещения (4) и (5), нетрудно составить символическую запись всей цепи радиоактивных превращений, происходящих в данном семействе.

## § 72. Методы наблюдения и регистрации микрочастиц

При изучении атомного ядра и внутриядерных процессов (как естественных, так и искусственно вызванных) приходится иметь дело с крайне малыми частицами (электронами, протонами,  $\alpha$ -частицами и т. п.). Для наблюдения и регистрации этих микрочастиц ядерная физика пользуется в основном следующими приборами и методами.

### ▲ ИОНИЗАЦИОННЫЙ СЧЕТЧИК

○ Ионизационный счетчик основан на возникновении газового разряда при ионизации газа движущейся заряженной микрочастицей.

Наиболее распространенным видом ионизационного счетчика является счетчик Гейгера — Мюллера, схема которого представлена на рис. 250. В стеклянном баллоне 1 (наполненном газом под давлением

порядка  $10^4$  Па) находится цилиндрический конденсатор 2, внутренним электродом которого служит металлическая нить 3. На конденсатор подано напряжение от батареи 4 через высокоомное (порядка  $10^9$  Ом) сопротивление 5\*.

Если в конденсатор влетит заряженная микрочастица, то производимая ею ионизация газа вызовет газовый разряд. В цепи конденсатора пройдет кратковременный ток, сопровождающийся падением напряжения на резисторе 5. Это колебание напряжения усиливается обычными радиотехническими способами и затем регистрируется вспышкой сигнальной лампочки или движением стрелки электромеханического счетчика.

Таким образом, счетчик Гейгера — Мюллера регистрирует каждую ионизирующую частицу. Разрешающая способность счетчика (со специальным пересчетным устройством) достигает 10 000 частиц в секунду. ⊙

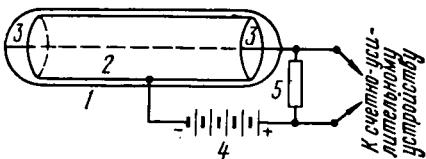


Рис. 250

### ▲ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫЙ СЧЕТЧИК

⊙ Сцинтиляционный счетчик основан на радиолюминесценции, т. е. на флуоресценции вещества под ударом частиц радиоактивного излучения. Он представляет собой совокупность прозрачного монокристаллического люминофора (сцинтиллятора) *C* и много-каскадного фотоэлектронного умножителя *B* (рис. 251). Фотоэлектронный умножитель имеет один катод *K* и несколько анодов  $A_1, A_2, A_3$  и т. д. \*\*; потенциал каждого последующего анода выше, чем предыдущего.

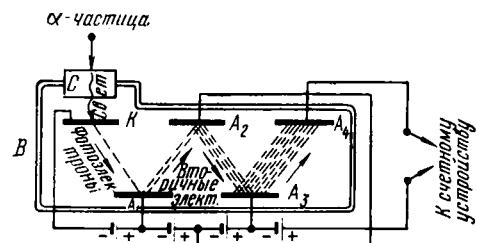


Рис. 251

шку (сцинтиляцию). Свет этой вспышки вырывает электроны из катода *K*. Вырванные фотоэлектроны летят к аноду  $A_1$  и выбивают из него несколько вторичных электронов. Возросший поток

\* Изобретен в 1907 г. немецким физиком Х. Гейгером и Э. Резерфордом; в 1928 г. усовершенствован Гейгером и немецким физиком В. Мюллером.

\*\* Фотокатод *K* представляет собой тонкий полупрозрачный слой цезия, активированного серебром и нанесенного непосредственно на нижнее основание сцинтиллятора *C*.

электронов направляется к аноду  $A_2$ , где также выбивает вторичные электроны, и т. д. В результате на выходе фотоэлектронного умножителя возникает значительный импульс тока, регистрируемый счетным устройством.

Таким образом, сцинтилляционный счетчик отмечает каждую микрочастицу, падающую на сцинтиллятор. Разрешающая способность сцинтилляционных счетчиков на несколько порядков выше, чем ионизационных счетчиков. ⊙

### ▲ КАМЕРА ВИЛЬСОНА

◎ Камера Вильсона основана на том, что ионы, создаваемые в воздухе пролетающей микрочастицей, становятся ядрами конденсации (см. ч. I, § 69) для пересыщенного пара. Изобретена в 1912 г. английским физиком *B. Вильсоном*.

Камера Вильсона состоит из цилиндра 1, герметически закрытого стеклянной крышкой 2, и поршня 3 (рис. 252). При резком опускании поршня воздух, находящийся в рабочем объеме камеры (над поршнем), адиабатически расширяется и охлаждается. Водяной пар, содержащийся в воздухе, становится пересыщенным и

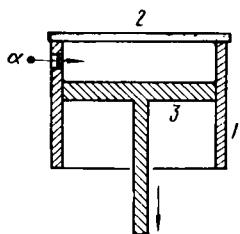


Рис. 252

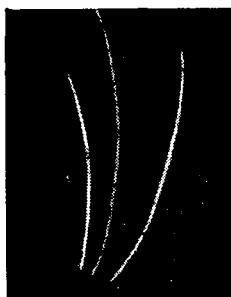


Рис. 253

конденсируется на ионах, созданных микрочастицей, влетевшей в камеру через тонкую часть стенки цилиндра. Весь путь частицы оказывается усеянным водяными капельками. Освещая рабочий объем камеры, можно увидеть и сфотографировать этот путь, или, как его принято называть, *трек*.

По виду трека можно судить о природе ионизирующей частицы (например, трек электрона тоньше и длиннее трека  $\alpha$ -частицы).

В 1924 г. *П. Л. Капица* и *Д. В. Скобельцын* разработали метод исследования частиц посредством камеры Вильсона, помещенной в сильное магнитное поле.

В этом случае треки оказываются изогнутыми (частица имеет заряд). По радиусу их кривизны можно определять массу, заряд и скорость ионизирующих частиц.

На рис. 253 изображены треки  $\alpha$ -частиц, сфотографированные в магнитной камере Вильсона. ⊙

⊕ Пузырьковая камера основана на том, что ионы, возникающие на пути заряженной микрочастицы, движущейся внутри растянутой жидкости (см. § 64), становятся центрами парообразования. Изобретена в 1952 г. американским физиком Д. Глазером. Представляет собой сосуд с расширительным устройством, наполненный жидкостью в состоянии, близком к растянутому. В качестве жидкости применяются эфир, фреон, жидкий азот, пропан и др.

Исследуемая микрочастица, пролетая через камеру, ионизирует молекулы жидкости; одновременно расширительное устройство резко снижает давление в камере. Жидкость становится растянутой и закипает; в ней возникают мельчайшие пузырьки пара, *в первую очередь на ионах*. Поэтому весь путь микрочастицы оказывается усеянным пузырьками, хорошо видимыми благодаря специальному освещению. Это позволяет наблюдать и фотографировать треки.

Так как жидкость является достаточно плотной средой, то движущиеся в ней микрочастицы сильно тормозятся и останавливаются, пройдя сравнительно короткий путь.

Благодаря этому с помощью пузырьковой камеры можно исследовать микрочастицы, обладающие *очень высокой энергией* (камеру Вильсона такая частица пронизала бы *насквозь*, не дав законченного трека). ⊖

▲ МЕТОД ТОЛСТОСЛОЙНЫХ ФОТОГРАФИЧЕСКИХ ЭМУЛЬСИЙ

Этот метод основан на том, что заряженная микрочастица, попадая в слой мелкозернистой фотоэмulsionии, оставляет в нем скрытый след своего пути.

После проявления фотоэмulsionии след чернеет. По длине, форме, степени почрнения и другим характеристикам следа (рассматриваемого под микроскопом) можно определить массу, заряд, скорость и энергию частицы.

Этот метод разработан в 1926—1929 гг.  
Л. В. Мысовским и А. П. Ждановым. Фотоэмulsionией служит желатиновый слой, содержащий микрокристаллы бромистого серебра; толщина слоя около 1 мм.

Поскольку фотоэмulsionию можно экспонировать в течение длительного времени, данный метод оказывается особенно ценным для наблюдения редко встречающихся микрочастиц и исследования редких ядерных процессов. На рис. 254 показаны следы, оставленные в фотоэмulsionии осколками атомного ядра, разрушенного (в точке A) быстрым протоном; один из этих осколков затем распался (в точке B) на три частицы.

В заключение отметим, что с помощью рассмотренных методов можно непосредственно наблюдать только *заряженные* частицы. Нейтральные частицы непосредственно не наблюдаются, так как они не

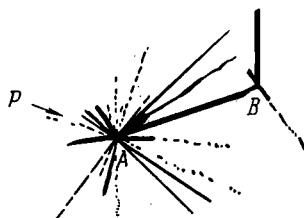


Рис. 254.

производят ионизации атомов вещества (и, следовательно, не дают треков).

Данные о массе, скорости и энергии нейтральных частиц получают косвенно, изучая характер действия этих частиц на заряженные (при расчетах пользуются законами сохранения энергии и импульса).

### § 73. Ядерные реакции. Искусственная радиоактивность

Изучение естественной радиоактивности показало, что превращение одного химического элемента в другой обусловлено внутриядерными процессами, т. е. изменениями, происходящими внутри атомных ядер. В связи с этим были предприняты попытки искусственного превращения одних химических элементов в другие путем воздействия на атомные ядра. Эффективным средством такого воздействия оказалась

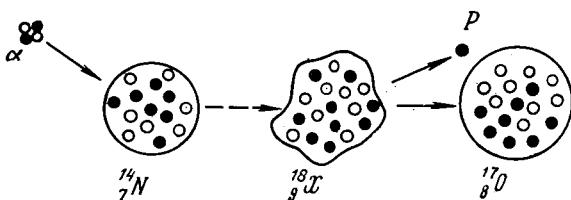


Рис. 255

бомбардировка атомных ядер частицами высокой энергии (от нескольких миллионов до десятков миллиардов электронвольт).

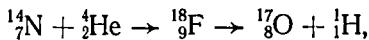
Первоначально в качестве бомбардирующих частиц использовались  $\alpha$ -частицы радиоактивного излучения. В дальнейшем стали применять и другие заряженные частицы, предварительно сообщая им очень большую скорость (кинетическую энергию) в специальных ускорителях, например в циклотронах (см. § 32). Кроме того, теперь используются потоки заряженных и *нейтральных* частиц, создаваемых ядерными реакторами (см. § 75).

Процесс превращения атомных ядер, обусловленный воздействием на них быстрых элементарных частиц (или ядер других атомов), называется *ядерной реакцией*.

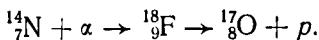
Первая искусственная ядерная реакция была осуществлена в 1919 г. Э. Резерфордом, превратившим атомные ядра азота в ядра изотопа кислорода; в качестве бомбардирующих частиц использовались  $\alpha$ -частицы естественного радиоактивного излучения. Реакция проводилась в камере Вильсона, наполненной азотом. После  $\alpha$ -облучения азота в рабочем объеме камеры появились атомы изотопа кислорода и атомные ядра водорода, т. е. *протоны*.

Данная реакция протекает следующим образом (рис. 255):  $\alpha$ -частица попадает в атомное ядро азота  $^{14}_7N$  и поглощается им. Образующееся при этом промежуточное ядро  $^{18}_9X$  (ядро изотопа фтора  $^{18}_9F$ ) оказывается неустойчивым: оно мгновенно выбрасывает из себя один

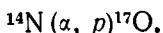
протон, превращаясь в атомное ядро изотопа кислорода  $^{17}\text{O}$ . Этую реакцию можно записать так:



или



Сейчас пользуются еще более сокращенным способом записи ядерных реакций. После символа ядра-мишени указывают в скобках бомбардирующую частицу и все другие частицы, появляющиеся в результате реакции; за скобкой ставят символ ядра-продукта (атомный номер элемента обычно не пишут). Применительно к рассматриваемой реакции этот способ записи выглядит так:



На рис. 256 приведена фотография, на которой зафиксирован процесс превращения одного из атомных ядер азота в камере Вильсона. Веерообразно расходящиеся белые нити являются треками  $\alpha$ -частиц. На конце одного из треков имеется характерное разветвление — «вилка». Здесь  $\alpha$ -частица вклинилась в ядро азота, в результате чего образовались ядро изотопа кислорода и протон.

Таким образом, опыт Резерфорда подтвердил возможность осуществления искусственных ядерных реакций и вместе с тем непосредственно показал, что протоны входят в состав атомных ядер и могут быть выделены (выбиты) из этих ядер.

Как видно на фотографии (рис. 256), лишь немногие  $\alpha$ -частицы попадают в ядро и вызывают ядерную реакцию. Это объясняется, во-первых, тем, что атомные ядра расположены сравнительно далеко друг от друга, и, во-вторых, тем, что между положительно заряженным ядром и  $\alpha$ -частицей возникают (при их сближении) очень большие кулоновские силы отталкивания, поэтому в ядро может вклиниться только  $\alpha$ -частица, обладающая достаточно высокой энергией. В этой связи отметим, что наиболее эф-



Рис. 256

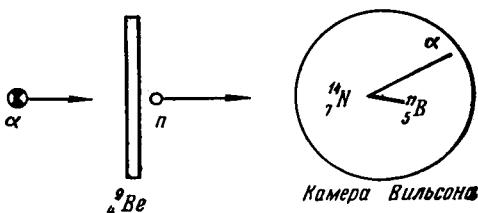
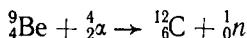


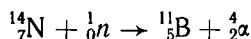
Рис. 257

фективными снарядами для обстрела атомных ядер являются нейтральные частицы (особенно нейtron), поскольку между ними и ядрами нет электростатического отталкивания.

Рассмотрим еще одну ядерную реакцию (проведенную в 1932 г. английским физиком Д. Чедвиком), в результате которой был впервые обнаружен *нейtron*. При бомбардировке бериллиевой пластиинки  $\alpha$ -частицами (рис. 257) ядро берилля  $^{9}\text{Be}$  захватывает  $\alpha$ -частицу и, испуская нейtron  $n$ , превращается в ядро углерода  $^{12}\text{C}$ :



Нейтроны, вылетающие из берилля, направляются в камеру Вильсона, наполненную азотом. При попадании нейтрана в ядро азота  $^{14}\text{N}$  образуются ядро бора  $^{11}\text{B}$  и  $\alpha$ -частица:

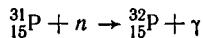


Сам нейtron не дает трека в камере (рис. 257), но по трекам ядра бора и  $\alpha$ -частицы можно рассчитать, что данная реакция вызвана нейтральной частицей массой 1 а. е. м., т. е. нейтраном.

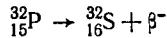
Отметим, что свободный нейtron существует недолго. Он либо вступает в ядерную реакцию с каким-нибудь атомным ядром, либо превращается в протон, испуская  $\beta$ -частицу и нейтрано;  $n(\beta, v)p$ . Следовательно, нейtron радиоактивен; согласно опытным данным, его период полураспада составляет около 11,7 мин (см. примечание на с. 570).

Все ядерные реакции сопровождаются испусканием тех или иных элементарных частиц (в том числе  $\gamma$ -фотонов). Продукты многих ядерных реакций оказываются радиоактивными; их называют *искусственно-радиоактивными изотопами*. Явление искусственной радиоактивности было открыто в 1934 г. известными французскими физиками Фредериком и Ирен Жолио-Кюри.

Примером получения радиоактивных изотопов может служить реакция захвата нейтронов фосфором  $^{31}\text{P}$ . При этом захвате испускается  $\gamma$ -фотон и образуется радиоактивный изотоп фосфора:



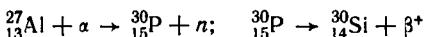
Период полураспада изотопа фосфора  $T = 14,3$  дня; распад ядра изотопа, сопровождающийся испусканием  $\beta$ -частицы,\* ведет к образованию стабильного изотопа серы  $^{32}\text{S}$ :



Как и естественно-радиоактивным веществам, искусственно радиоактивным изотопам свойственны  $\gamma$ -,  $\beta$ - и  $\alpha$ -распады. Однако имеются и такие искусственно-радиоактивные изотопы, которые обладают *позитронным распадом*, т. е. испускают позитроны (см. § 71, 77). Примером образования позитронно-

\* Напомним, что одновременно с  $\beta$ -частицей испускается нейтрано (см. § 71).

радиоактивного изотопа может служить реакция бомбардировки алюминия  $^{27}\text{Al}$   $\alpha$ -частицами, открытая Жолио-Кюри. В данном случае ядро алюминия  $^{27}\text{Al}$  испускает нейтрон и превращается в ядро радиоактивного изотопа фосфора  $^{30}\text{P}$ , период полураспада которого  $T = 2,5$  мин. Этот изотоп, испуская позитрон  $\beta^+$ , превращается в стабильный изотоп кремния  $^{30}\text{Si}$ . Реакция идет по схеме



⊕ В промышленном масштабе искусственно-радиоактивные изотопы получают путем облучения (главным образом нейтронного) соответствующих химических элементов в ядерном реакторе.

В настоящее время получено по нескольку изотопов для каждого химического элемента; их общее число превышает 1500. Многие из них широко применяются в качестве *меченых атомов* (см. § 78) в самых разнообразных отраслях человеческой деятельности. ⊕

<i>Элемент</i>	<i>Изотоп</i>	<i>Вид распада</i>	<i>Период полураспада</i>
Углерод	$^{14}_6\text{C}$	$\beta^-$	5720 лет
Азот	$^{13}_7\text{N}$	$\beta^+$	9,9 мин
Кислород	$^{15}_8\text{O}$	$\beta^+$	2,1 мин
Натрий	$^{22}_{11}\text{Na}$	$\beta^-, \gamma$	2,6 года
Фосфор	$^{32}_{15}\text{P}$	$\beta^-$	14,3 дня
Сера	$^{35}_{16}\text{S}$	$\beta^-$	87,1 дня
Калий	$^{42}_{19}\text{K}$	$\beta^-, \gamma$	12,4 ч
Кальций	$^{45}_{20}\text{Ca}$	$\beta^-$	152 дня
Марганец	$^{56}_{25}\text{Mn}$	$\beta^-, \gamma$	2,6 ч
Железо	$^{59}_{26}\text{Fe}$	$\beta^-, \gamma$	46,3 дня
Кобальт	$^{60}_{27}\text{Co}$	$\beta^-, \gamma$	5,3 года
Цинк	$^{65}_{30}\text{Zn}$	$\beta^+, \gamma$	250 дней
Мышьяк	$^{76}_{33}\text{As}$	$\beta^-, \gamma$	26,8 ч
Иод	$^{31}_{53}\text{I}$	$\beta^-, \gamma$	8 дней

⊕ В таблице приведены характеристики некоторых искусственно-радиоактивных изотопов, наиболее употребляемых в биологии и сельском хозяйстве. С помощью этих изотопов исследуются процессы питания сельскохозяйственных растений и животных, миграция насекомых, фотосинтез, передвижение грунтовых вод, проводится радиоактивное облучение семян, ведется борьба с вредителями сельскохозяйственных растений и т. п. (см. § 78).

Для уничтожения вредителей зерна практикуется его облучение перед засыпкой в элеваторы  $\gamma$ -лучами радиоактивного изотопа кобальта  $^{60}\text{Co}$ .

При этом погибают личинки амбарного долгоносика и других опасных вредителей, но полностью сохраняются питательные и хлебопекарные свойства зерна.

Продуктивный картофель, подвергнутый перед закладкой в хранилище воздействию определенной дозы радиоактивного облучения, предохраняется от весенне-летнего прорастания без всякого изменения пищевых качеств. Вместе с тем малые дозы предпосевного облучения семян сельскохозяйственных культур, как правило, ускоряют созревание этих культур, увеличивают количество и улучшают качество урожая. ☺

Λ

## § 74. Энергия связи. Дефект массы атомного ядра

Как уже отмечалось (см. § 70), нуклоны прочно связаны в ядре атома ядерными силами. Для разрыва этой связи, т. е. для полного разобщения нуклонов, необходимо затратить некоторое количество энергии (совершить некоторую работу).

Энергия, необходимая для разобщения нуклонов, составляющих ядро, называется энергией связи ядра.

Ее можно определить на основе закона сохранения энергии (см. ч. I, § 18) и закона пропорциональности массы и энергии (см. ч. § 20).

Согласно закону сохранения энергии, энергия нуклонов, связанных в ядре, должна быть меньше энергии разобщенных нуклонов на значение энергии связи ядра  $\delta$ . С другой стороны, согласно закону пропорциональности массы и энергии,

изменение энергии системы сопровождается пропорциональным изменением массы системы:

$$\Delta W = \Delta m c^2, \quad (10)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Так как в рассматриваемом случае  $\Delta W$  есть энергия связи  $\delta$  ядра, то масса атомного ядра должна быть меньше суммы масс нуклонов, составляющих ядро, на величину  $\Delta m$ , которая называется дефектом массы ядра. По формуле (10) можно рассчитать энергию связи  $\delta$  ядра, если известен дефект массы  $\Delta m$  этого ядра.

В настоящее время массы атомных ядер определены с высокой степенью точности посредством масс-спектрометра (см. § 32); массы нуклонов также известны (см. § 70). Это дает возможность определять дефект массы любого ядра и рассчитывать по формуле (10) энергию связи ядра.

В качестве примера рассчитаем энергию связи ядра атома гелия. Оно состоит из двух протонов и двух нейтронов. Масса протона  $m_p = 1,0073$  а. е. м., масса нейтрона  $m_n = 1,0087$  а. е. м. Следовательно, масса нуклонов, образующих ядро, равна  $2m_p + 2m_n = 4,0320$  а. е. м. Масса же ядра атома гелия  $m_a = 4,0016$  а. е. м.

Таким образом, дефект массы атомного ядра гелия равен

$$\Delta m = 4,0320 - 4,0016 = 0,03 \text{ а. е. м.},$$

или

$$\Delta m = 0,03 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 5 \cdot 10^{-29} \text{ кг.}$$

Тогда энергия связи ядра гелия

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \Delta mc^2 = 5 \cdot 10^{-29} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж} = 4,5 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = \\ &= \frac{4,5 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} \approx 28 \text{ МэВ.}\end{aligned}$$

Общая формула для расчета энергии связи любого ядра (в джоулях) по его дефекту массы будет, очевидно, иметь вид

$$\mathcal{E} = c^2 \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_a \},$$

где  $Z$  — атомный номер,  $A$  — массовое число. Выражая массу нуклонов и ядра в атомных единицах массы и учитывая, что

$$c^2 \cdot 1 \text{ а. е. м.} = \frac{9 \cdot 10^{16} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} = 931 \text{ МэВ,}$$

можно написать формулу энергии связи ядра (в мегаэлектронвольтах):

$$\mathcal{E} = 931 [Zm_p + (A - Z)m_n - m_a]. \quad (11)$$

Энергия связи ядра, приходящаяся на один нуклон, называется *удельной энергией связи*  $\epsilon$ . Следовательно,

$$\epsilon = \mathcal{E}/A. \quad (12)$$

У ядра гелия  $\epsilon = 28/4 = 7$  (МэВ).

Удельная энергия связи характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер: чем больше  $\epsilon$ , тем устойчивее ядро.  
Согласно формулам (11) и (12),

$$\epsilon = \frac{931}{A} [Zm_p + (A - Z)m_n - m_a]. \quad (13)$$

Еще раз отметим, что в формулах (11) и (13) массы нуклонов и ядра выражены в *атомных единицах массы* (см. § 70).

По формуле (13) можно рассчитывать удельную энергию связи любых ядер. Результаты этих расчетов представлены графически на рис. 258; по оси ординат отложены удельные энергии связи, по оси абсцисс — массовые числа  $A$ . Из графика следует, что удельная энергия связи максимальна (8, 65 МэВ) у ядер с массовыми числами порядка 100; у тяжелых и легких ядер она несколько меньше (например, 7,5 МэВ у урана; 7 МэВ у гелия). У атомного ядра водорода  ${}_1^1\text{H}$  удельная энергия связи равна нулю, что вполне понятно, поскольку в этом

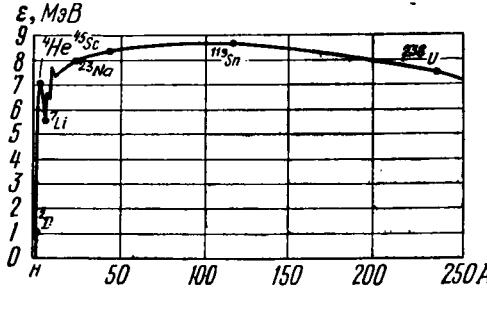


Рис. 258

ядре нечего разобщать; оно состоит только из одного нуклона (протона).

Всякая ядерная реакция сопровождается выделением или же поглощением энергии. График зависимости  $\epsilon$  от  $A$  позволяет определить, при каких превращениях ядра происходит выделение энергии и при каких — ее поглощение. При делении тяжелого ядра на ядра с массовыми числами  $A$  порядка 100 (и более) происходит *выделение* энергии (*ядерной энергии*). Поясним это следующим рассуждением. Пусть, например, произошло разделение ядра урана  $^{238}\text{U}$  ( $A_1 = 238$ ) на два атомных ядра («осколка») с массовыми числами  $A_2 = 119$ . Удельная энергия связи ядра урана  $\epsilon_1 = 7,5$  МэВ, удельная энергия связи каждого из новых ядер  $\epsilon_2 = 8,6$  МэВ. Для разобщения всех нуклонов, составляющих атомное ядро урана, необходимо затратить энергию, равную энергии связи ядра урана:

$$\mathcal{E}_1 = \epsilon_1 A_1 = 7,5 \cdot 238 = 1785 \text{ (МэВ).}$$

При *объединении* этих нуклонов в два новых атомных ядра (с массовыми числами 119) выделится энергия, равная сумме энергий связи новых ядер:

$$\mathcal{E}_2 = 2\epsilon_2 A_2 = 2 \cdot 8,6 \cdot 119 = 2046,8 \text{ (МэВ).}$$

Следовательно, в результате реакции деления ядра урана выделится ядерная энергия в количестве  $\Delta\mathcal{E}$ , равном разности между энергией связи новых ядер и энергией связи ядра урана:

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = 2046,8 - 1785 = 261,8 \text{ (МэВ).}$$

Выделение ядерной энергии происходит и при ядерных реакциях иного типа — при *объединении* (*синтезе*) нескольких легких ядер в одно ядро. В самом деле, пусть, например, имеет место синтез двух ядер натрия  $^{23}\text{Na}(A_1 = 23)$  в ядро с массовым числом  $A_2 = 46$ . Удельная энергия связи ядра натрия  $\epsilon_1 = 7,9$  МэВ, удельная энергия связи синтезированного ядра  $\epsilon_2 = 8,4$  МэВ. Для *разобщения* всех нуклонов, образующих два ядра натрия, необходимо затратить энергию, равную удвоенной энергии связи ядра натрия:

$$\mathcal{E}_1 = 2\epsilon_1 A_1 = 2 \cdot 7,9 \cdot 23 = 363,4 \text{ (МэВ).}$$

При *объединении* этих нуклонов в новое ядро (с массовым числом 46) выделится энергия, равная энергии связи нового ядра:

$$\mathcal{E}_2 = \epsilon_2 A_2 = 8,4 \cdot 46 = 386,4 \text{ (МэВ).}$$

Следовательно, реакция синтеза ядер натрия сопровождается выделением ядерной энергии в количестве  $\Delta\mathcal{E}$ , равном разности энергии связи синтезированного ядра и энергии связи ядер натрия:

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = 386,4 - 363,4 = 23 \text{ (МэВ).}$$

Таким образом, *выделение ядерной энергии происходит как при реакциях деления тяжелых ядер, так и при реакциях синтеза легких ядер. Ядерная*

энергия, выделяемая каждым прореагировавшим ядром, равна разности между энергией связи продукта реакции и энергией связи исходного ядерного материала:

$$\Delta E = E_2 - E_1. \quad (14)$$

Это положение является исключительно важным, поскольку на нем основаны промышленные способы получения ядерной энергии.

Отметим, что наиболее выгодной в отношении энергетического выхода является реакция синтеза ядер водорода  $^1\text{H}$  или дейтерия  $^2\text{D}$ , поскольку (рис. 258), в данном случае разность энергий связи синтезируемого ядра и исходных ядер будет наибольшей.

### § 75. Реакция деления. Цепная реакция.

#### Ядерный реактор

Делиться, т. е. распадаться на две части, может только возбужденное ядро. Для возбуждения ядра необходимо сообщить ему достаточную энергию (энергию возбуждения), что можно сделать путем обстрела ядра, например,  $\alpha$ -частицами или протонами. Наиболее эффективными «снарядами» являются, как уже отмечалось, нейтроны, поскольку они, будучи электрически нейтральными, не испытывают электростатического отталкивания со стороны ядра.

В 1938—1939 гг. благодаря работам ряда ученых была открыта реакция деления ядер урана, обстреливаемых нейtronами. Основываясь на капельной модели ядра, можно описать эту реакцию следующим образом.

Захватив нейtron  $n$ , ядро урана  $U$  становится возбужденным и деформируется (рис. 259). Если возбуждение невелико, то ядро, освобождаясь от излишка энергии путем испускания  $\gamma$ -фотона или нейтрона, возвращается в устойчивое состояние. Если же энергия возбуждения достаточно велика, то в ядре образуется перетяжка, аналогичная перетяжке между двумя частями раздваивающейся капли жидкости. Ядерные силы, действующие в узкой перетяжке, уже не могут противостоять значительной кулоновской силе отталкивания одноименно заряженных частей ядра. Перетяжка разрывается и ядро распадается на два «осколка», разлетающихся с огромными скоростями в противоположные стороны. Кроме того, в момент деления из ядра выбрасываются 2—3 нейтрона, называемые *мгновенными*.

Энергетический спектр мгновенных нейтронов простирается от очень малых энергий — порядка 1 эВ и менее (соответствующих тепловому движению нейтронов при нормальной температуре) — примерно

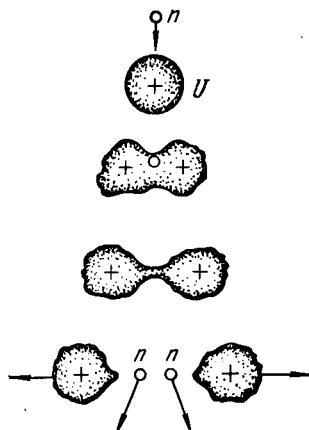


Рис. 259

до 10 МэВ. Большинство мгновенных нейтронов имеет энергию 1—2 МэВ. Нейтроны, обладающие энергией, большей 1,5 МэВ, называются быстрыми, нейтроны меньшей энергии — медленными, нейтроны с очень малыми энергиями называются тепловыми.

Осколки разделившегося ядра являются радиоактивными: они испускают  $\gamma$ -фотоны,  $\beta$ -частицы и нейтроны; эти нейтроны в отличие от мгновенных называются запаздывающими (выбрасываются в течение нескольких минут после акта деления). Число запаздывающих нейтронов составляет около 1 % всех нейтронов, образующихся при делении.

Способностью делиться на две части под действием нейтронов обладают ядра всех тяжелых элементов. Наиболее важными в практическом отношении делящимися материалами являются уран  $^{238}_{92}\text{U}$ , актиноуран  $^{235}_{92}\text{U}$ , искусственный изотоп урана  $^{233}_{92}\text{U}$  и плутоний  $^{239}_{94}\text{Pu}$ . Ядра  $^{238}_{92}\text{U}$ ,  $^{233}_{92}\text{U}$  и  $^{239}_{94}\text{Pu}$  делятся под действием как быстрых, так и медленных (в том числе и тепловых) нейтронов, а ядра  $^{238}_{92}\text{U}$  — только под действием быстрых нейтронов\*. Медленные нейтроны поглощаются ураном-238, не вызывая деления. Продукты деления тяжелых ядер разнообразны: их массовые числа лежат в пределах от 70 до 160. Однако чаще всего массы осколков данного ядра относятся как 2 : 3. Примером такого деления может служить распад актиноурана на изотопы криптона и бария с испусканием трех нейтронов:



Наряду с делением под действием нейтронов имеет место *самопроизвольное деление* тяжелых ядер, правда, в очень незначительной мере; например, в 1 г урана происходит всего лишь около 20 самопроизвольных распадов в час. Это явление было открыто в 1940 г. советскими физиками К. А. Петржаком и Г. Н. Флеровым.

Энергия, освобождающаяся при делении тяжелого ядра, составляет около 200 МэВ\*\*, причем примерно 80 % ее выделяется в виде кинетической энергии осколков; остальные 20 % приходятся на энергию радиоактивного излучения осколков и кинетическую энергию мгновенных нейтронов.

Если учесть, что энергия нейтрона, вызывающего деление ядра (т. е. затрачиваемая энергия), не превышает 7—10 МэВ, а обычно бывает значительно меньшей, то окажется, что ядерно делящиеся материалы могут служить источником колоссальных энергий. Например, энергия, освобождающаяся при делении всех ядер, содержащихся в 1 кг урана-235, равна примерно  $2,3 \cdot 10^{10}$  Вт · ч. Для сравнения укажем, что такая энергия выделяется при сгорании 2 000 000 кг бензина, или 2 500 000 кг каменного угля, или, наконец, при взрыве 25 000 000 кг тринитротолуола (тротила).

\* Вообще говоря, ядра, состоящие из нечетного числа нейтронов, делятся под действием нейтронов любой энергии, а ядра, состоящие из четного числа нейтронов, делятся только под действием быстрых нейтронов (*правило Бора — Уилера*).

\*\* Энергия, выделяющаяся при распаде ядра урана-238 на две равные части, была подсчитана в предыдущем параграфе.

Следует, однако, иметь в виду, что для выделения больших количеств ядерной энергии необходимо, чтобы делению подвергалась значительная часть ядер, содержащихся в массе «ядерного горючего». Поэтому реакция деления должна быть *саморазвивающейся*, или *цепной*: *при каждом акте деления должны появляться новые нейтроны, из которых хотя бы один вызывал следующий акт деления.*

Наиболее просто цепная реакция осуществляется в веществе, ядра которого делятся под действием медленных нейтронов, например в уране-235. В самом деле, достаточно какому-нибудь случайному («блуждающему») нейтрону попасть в одно из ядер урана-235, как произойдет деление данного ядра (рис. 260). Возникающие при этом 2—3 мгновенных нейтрона попадут в 2—3 других ядра урана, вызвав их деление. В результате появится 4—9 мгновенных нейтронов, способных вызвать деление следующих 4—9 ядер, и т. д.

Несмотря на то что при делении каждого ядра урана возникает 2—3 нейтрона, не все они вызывают деление других ядер; часть нейтронов может быть захвачена ядрами неделяющихся (или трудно делящихся) примесей, присутствующих в ядерном горючем, часть нейтронов может вылететь через поверхность объема горючего материала, не успев столкнуться с его ядрами. Существуют и другие причины, уменьшающие число нейтронов, активно участвующих в цепной реакции.

Развитие цепной реакции характеризуется коэффициентом размножения нейтронов  $K$ .

*Коэффициент размножения нейтронов измеряется отношением числа нейтронов, вызывающих деление ядер вещества на одном из этапов реакции, к числу нейтронов, вызвавших деление на предыдущем этапе реакции:*

$$K = \frac{N_i}{N_{i-1}}.$$

Например, цепной реакции, изображенной на рис. 260, соответствует коэффициент размножения нейтронов

$$K = 4/2 = 8/4 = 2.$$

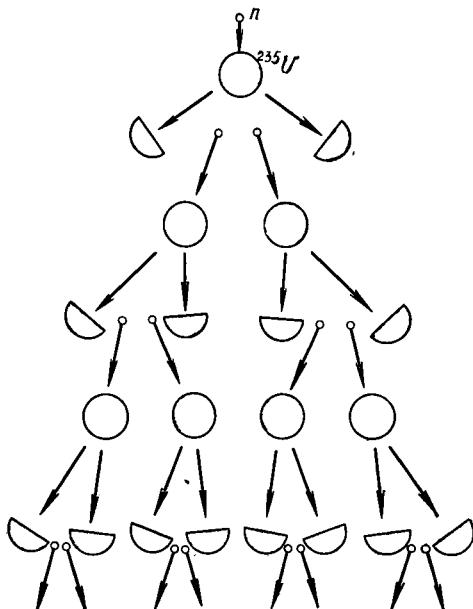


Рис. 260

Коэффициент размножения зависит от ряда факторов, в частности от природы и количества делящегося вещества и от геометрической формы занимаемого им объема. Одно и то же количество данного вещества имеет наибольшее значение коэффициента  $K$  при шарообразной форме объема, поскольку в этом случае потеря мгновенных нейтронов через поверхность объема будет наименьшей (шар имеет минимальную поверхность при данном объеме).

Масса делящегося вещества, в которой цепная реакция идет с коэффициентом  $K = 1$ , называется *критической массой* данного вещества. Для чистого актиноурана критическая масса составляет около 40 кг (при шарообразной форме объема)\*.

Если масса ядерного горючего меньше критической, то  $K < 1$  и реакция деления не будет развиваться (затухнет). Если масса горючего равна критической, то  $K = 1$  и цепная реакция идет с постоянной интенсивностью; такая реакция применяется в ядерных реакторах. Если же масса горючего больше критической, то  $K > 1$ ; в этом случае цепная реакция бурно развивается и может привести к взрыву. Такая реакция имеет место в атомной бомбе.

⊕ В атомную бомбу заложена масса делящегося вещества (например, актиноурана), превышающая критическую, но разделенная на несколько частей, каждая из которых меньше критической. Бомба взрывается после того, как эти части быстро сближаются и объединяются (посредством взрыва обычного взрывчатого вещества).

В зоне взрыва атомной бомбы температура повышается до десятков миллионов кельвинов, а давление достигает сотен миллиардов паскалей. Взрыв сопровождается интенсивным испусканием  $\gamma$ -фотонов и нейтронов. Кроме того, местность в окрестностях взрыва заражается радиоактивными продуктами деления ядер (ядерными осколками). В дальнейшем это заражение распространяется на огромные территории (посредством воздушных и водных течений). ⊕

Для промышленного получения ядерной энергии необходимо управлять цепной реакцией, поддерживая значение коэффициента размножения нейтронов равным единице. Это осуществляется путем введения в массу ядерного горючего подвижных управляющих стержней, содержащих кадмий или бор, которые являются сильными поглотителями нейтронов. Вначале управляющие стержни выдвигаются из котла с ядерным горючим и цепная реакция идет при  $K > 1$ . Затем, когда нейтроны размножаются в достаточном количестве, управляющие стержни вдвигаются в котел и, поглощая часть нейтронов, замедляют цепную реакцию. Глубина погружения стержней автоматически регулируется так, чтобы  $K = 1$ . При этом реакция стабилизируется: число нейтронов, образующихся в единицу времени, остается постоянным.

Установки, предназначенные для промышленного получения ядерной энергии, называются ядерными реакторами\*\*.

\* Это значение приведено для актиноурана, взятого в сплошной массе. Для актиноурана, взятого в растворе (в гомогенном реакторе со сферической активной зоной), критическая масса составляет около 1 кг.

\*\* Первый атомный реактор был построен под руководством Э. Ферми в 1942 г. (в Чикагском университете).

На рис. 261 изображена схема ядерного реактора, работающего на природном уране, предварительно обогащенном ураном-235 до 5% (природный уран состоит на 99,3% из  $^{238}_{92}\text{U}$  и на 0,7% из  $^{235}_{92}\text{U}$ ). Уран вводится в реактор в виде стержней.

Цепная реакция ведется на *медленных* (тепловых) нейтронах, которые хорошо поглощаются ядрами урана-235, вызывая их деление.

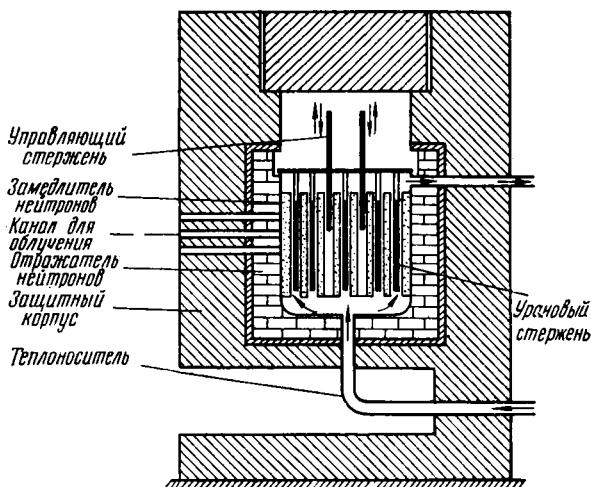


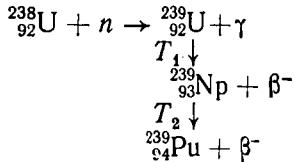
Рис. 261

и сравнительно слабо поглощаются ядрами урана-238. Для этого пространство между урановыми стержнями заполняется замедлителем нейтронов, в качестве которого используется, например, графит.

Осколки урановых ядер, образующиеся в процессе цепной реакции, затормаживаются замедлителем, отдавая ему свою кинетическую энергию. Благодаря этому температура в активной зоне реактора повышается до 800—900 К. Посредством теплоносителя (тяжелой воды или расплавленного металла, циркулирующего по трубам) теплота отводится из активной зоны реактора и превращается в механическую, а затем в электрическую энергию.

Наряду с выделением энергии в ядерном реакторе происходит образование и накопление нового ядерного топлива — плутония  $^{239}_{94}\text{Pu}$ .

Дело в том, что ядро  $^{238}_{92}\text{U}$ , поглотив медленный нейtron, превращается, испуская  $\gamma$ -фотон, в ядро радиоактивного изотопа  $^{239}_{92}\text{U}$  с периодом полураспада  $T = 23$  мин. В свою очередь это ядро испускает  $\beta$ -частицу и превращается в ядро радиоактивного трансуранового элемента нептуния  $^{239}_{93}\text{Np}$  с периодом полураспада  $T = 2,3$  дня. Ядро нептуния, испуская  $\beta$ -частицу, превращается в ядро трансуранового элемента плутония  $^{239}_{94}\text{Pu}$ . Описанная реакция идет по схеме



( $T_1 = 23$  мин;  $T_2 = 2,3$  дня).

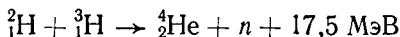
Плутоний-239 является хорошим ядерным топливом: его ядра делятся под действием медленных нейтронов подобно ядрам урана-235. Плутоний радиоактивен: он испускает  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -лучи. Его период полураспада  $T = 24\ 100$  лет, благодаря чему плутоний можно накапливать в больших количествах.

⊕ Ядерный реактор является мощным источником нейтронных потоков и радиоактивных излучений, используемых для изготовления искусственно-радиоактивных изотопов. Вещества, которые надо подвергнуть облучению, помещаются в специальные каналы, проделанные в защитном корпусе реактора (рис. 261). ⊕

## § 76. Реакция синтеза [термоядерная реакция].

### Энергия звезд

Синтез двух (или нескольких) легких ядер в одно ядро сопровождается (см. § 74) выделением ядерной энергии. Например, при реакции синтеза ядердейтерия и трития в ядро гелия выделяется энергия 17,5 МэВ:



Простой расчет показывает, что если такой реакции подвергнутся все ядра, содержащиеся в 1 кг смесидейтерия с тритием, то выделится колоссальная ядерная энергия

$$W = \frac{1 \text{ кг} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{0,0025 \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}} \cdot 17,5 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ} = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ Дж}$$

(0,0025 кг · моль<sup>-1</sup> — молярная масса смеси, состоящей из равного числадейтеронов и тритонов). Эта энергия в восемь с лишним раз больше энергии, выделяющейся при реакции деления 1 кг урана-235.

Очевидно, что для объединения двух ядер в одно они должны, преодолевая кулоновскую силу взаимного отталкивания, сблизиться на расстояние порядка  $10^{-13}$  см; тогда дальнейшее их сближение (и объединение) совершают уже ядерные силы. Следовательно, объединяемые ядра должны обладать достаточно большой кинетической энергией для совершения работы против кулоновских сил отталкивания; это является необходимым условием осуществления реакции синтеза.

Как показывают расчеты, для осуществления реакции синтезадейтерия и трития в гелийдейтроны и тритоны должны обладать кинетической энергией порядка 0,01 МэВ\*. Следовательно, в принципе

\* Для синтеза более тяжелых ядер потребуется соответственно большая энергия.

синтез гелия можно осуществлять путем обстрела тритонов дейтронами, ускоренными для энергии 0,01 МэВ. Однако практически этот способ оказывается совершенно неэкономичным. Дело в том, что ввиду малости размера реагирующих частиц (дейтронов и тритонов) вероятность их столкновения крайне мала: лишь очень немногие дейтроны будут сталкиваться с тритонами. В результате энергия, затраченная на ускорение дейтронов, окажется больше энергии, выделившейся при реакции синтеза.

Реакция синтеза станет эффективной (экономически выгодной) только в том случае, если в смеси дейтерия с тритием все ядра (или по крайней мере значительная часть их) будут обладать энергией порядка 0,01 МэВ. Этого можно достичь путем нагревания смеси до такой температуры, при которой средняя кинетическая энергия теплового движения атомов смеси приблизится к 0,01 МэВ. Нетрудно показать, что такая температура измеряется *десятками миллионов кельвинов*. Действительно, средняя кинетическая энергия  $W$  теплового движения частицы выражается соотношением

$$\langle W \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — термодинамическая температура (см. ч. I, § 44). Тогда

$$T = \frac{2}{3} \frac{W}{k} = \frac{2}{3} \frac{0,01 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \text{ К} = 77\,000\,000 \text{ К.}$$

Итак, реакция синтеза может идти только при температуре в *десятки миллионов кельвинов*, в связи с чем она получила название *термоядерной реакции*. При этой температуре «термоядерное горючее» является *плазмой*, т. е. газом, состоящим из электронов и «оголенных» ядер (лишенных электронной оболочки).

В земных условиях столь высокие температуры создаются только во взрывающейся атомной бомбе. Поэтому пока что освоена только термоядерная реакция *взрывного типа*, реализуемая в *водородной бомбе*.

○ Водородная бомба представляет собой массивный герметизированный сосуд, наполненный жидкой смесью дейтерия с тритием. В верхней внутренней части сосуда помещается небольшая атомная бомба, при взрыве которой смесь дейтерия с тритием мгновенно нагревается до температуры в *десятки миллионов кельвинов*. Благодаря этому происходит бурная термоядерная реакция, заканчивающаяся взрывом водородной бомбы.

Сила взрыва водородной бомбы в *десятки раз* превосходит силу взрыва атомной бомбы. ○

Осуществление управляемой термоядерной реакции встречается с большими трудностями. Чтобы создать *термоядерный реактор*, необходимо обеспечить *регулируемое* нагревание плазмы до *десятков миллионов кельвинов*. Кроме того, что особенно сложно, необходимо полностью устранить соприкосновение плазмы со стенками какого бы то ни было *вещественного* сосуда.

В настоящее время в СССР и других странах ведутся теоретические и экспериментальные исследования по созданию условий для управ-

ления термоядерной реакцией. По-видимому, плазма будет создаваться с помощью излучения лазера (см. § 67) или сфокусированных электронных пучков и удерживаться в определенной области пространства посредством тороидального магнитного поля (см. § 31)\*.

Осуществление управляемой термоядерной реакции полностью разрешит энергетическую проблему, поскольку сырье (вода) для получениядейтерия имеется на Земле в практически неограниченном количестве.

Термоядерные реакции являются, по-видимому, единственным источником энергии, излучаемой Солнцем и звездами. Эти космические тела более чем на 50% состоят из водорода, а температура в их центральной части имеет порядок десятков миллионов кельвинов\*\*.

Таким образом, на Солнце и звездах имеются все необходимые условия для развития термоядерных реакций.

Одна из таких реакций, называемая *протонно-протонным циклом* (*p-p-циклом*), состоит из нескольких последовательных ядерных превращений, в результате которых четыре протона объединяются в ядро гелия; при этом испускаются  $\gamma$ -фотон, два нейтрино и два позитрона. Результат *p-p*-цикла можно записать так:



Энергия, выделяющаяся в каждом *p-p*-цикле, составляет около 25 МэВ, что соответствует 628 ГДж на 1 г водорода (!).

Расчеты показывают, что запас водорода на Солнце обеспечит осуществление термоядерных реакций в течение многих миллиардов лет.

## § 77. Космическое излучение. Элементарные частицы. Типы взаимодействия объектов материи

*Первичные космические лучи* представляют собой поток атомных ядер (преимущественно протонов и  $\alpha$ -частиц), влетающих с огромными скоростями в земную атмосферу из мирового пространства. Столкновение этих ядер с ядрами атомов, входящих в состав воздуха, приводит к образованию новых ядер и различных элементарных частиц; их поток называют *вторичными космическими лучами*. Первичные космические лучи в значительной мере поглощаются атмосферой, поэтому земной поверхности достигают главным образом порожденные ими вторичные космические лучи.

Космические лучи были открыты в 1912 г. немецким физиком В. Гессом. Происхождение этих лучей еще не выяснено; существует лишь ряд гипотез, среди которых наиболее приемлемой считается гипотеза В. Л. Гинзбурга и И. С. Шкловского о генерации космических лучей при вспышках сверхновых звезд. Для изучения космических лучей используются ионизационные приборы (см. § 72).

Интенсивность космических лучей имеет максимум на высоте около 20 км над уровнем моря (благодаря образованию вторичных космических лучей). С уменьшением высоты интенсивность уменьшается (за счет поглощения лучей

\* В СССР успешно разрабатывается термоядерная установка «Токомак».

\*\* Первоначальный разогрев звезд произошел, по всей вероятности, в результате сжатия звездной материи под действием гравитационных сил (т. е. в результате превращения потенциальной энергии тяготения в теплоту).

атмосферой), достигая на уровне моря минимального значения (здесь лучами создается в среднем 1,8 пары ионов в 1 см<sup>3</sup> воздуха за 1 с).

Средняя энергия частиц первичного космического излучения (на верхней границе атмосферы) составляет около 10<sup>4</sup> МэВ, отдельные частицы обладают энергией порядка 10<sup>12</sup> МэВ. Следовательно, космические лучи являются источником частиц сверхвысоких энергий, еще не достигнутых в лабораторных условиях (в ускорителях). При взаимодействии таких частиц с веществом проходят принципиально новые ядерные реакции, излучение которых углубляет наши знания о свойствах ядер и элементарных частиц. Именно в этом состоит главная научная ценность космических лучей. Уместно отметить, что большинство элементарных частиц было впервые обнаружено в космических лучах.

Переходя к вопросу об элементарных частицах, следует уточнить определение этого понятия.

*Элементарными называются частицы, которым на современном уровне знаний нельзя приписать определенную внутреннюю структуру, т. е. нельзя представить их состоящими из каких-либо других частиц.*

Сейчас известно 35 видов элементарных частиц, не считая резонансов, т. е. исключительно коротковивущих частиц со средним временем жизни порядка 10<sup>-23</sup> с (в настоящее время известно около 200 резонансов).

Элементарные частицы характеризуются массой (покоя), электрическим зарядом, средним временем жизни и некоторыми другими величинами (которых мы не будем касаться). По значению массы покоя  $M_0$  элементарные частицы можно подразделить на следующие четыре класса: **фотоны** ( $M_0 = 0$ ), **лептоны** ( $M_0 > 0$ , но меньше или равна массе электрона), **мезоны** ( $M_0$  больше массы электрона, но меньше массы протона) и **барионы** ( $M_0$  равно или больше массы протона, но меньше массы дейтрона); среди барионов различают нуклоны и более тяжелые частицы — гипероны.

В таблице на с. 570, 571 приведены все известные элементарные частицы (за исключением резонансов) и даны некоторые их характеристики; масса частиц выражена в массах покоя электрона, электрический заряд — в элементарных зарядах.

С фотонами, лептонами и нуклонами мы уже ознакомились в предшествующих разделах курса. Новые элементарные частицы — мезоны и гипероны — являются неустойчивыми (коротковивущими); они возникают при ядерных реакциях, вызванных частицами сверхвысокой энергии (миллиарды электронвольт). Кроме того, пи-мезоны и мю-мезоны образуются при распаде ка-мезонов и гиперонов. Пи-мезоны, по-видимому, играют роль ядерных сил: на расстояниях порядка 10<sup>-13</sup> см нуклоны взаимодействуют между собой путем обмена пи-мезонами (см. § 70). Мезоны и гипероны были впервые обнаружены в космических лучах.

При рассмотрении таблицы обращают на себя внимание следующие факты.

1. Только три из элементарных частиц — электрон, протон и нейtron — являются основными: из них построены атомы и в конечном счете весь окружающий нас *вещественный мир*.

2. Заряд элементарной частицы (выраженный в элементарных зарядах) равен либо +1, либо -1, либо 0; двух- и многозарядных частиц нет.

3. Большинство элементарных частиц неустойчиво и имеет крайне малое время жизни.

4. Каждой частице (кроме фотона и пи-ноль-мезона) соответствует античастица. Частица и античастица имеют одинаковую

*Примечание*

Среднее время  
жизни, с

Класс

Название

Анти-  
частица

Масса  
покоя

Заряд

Среднее время  
жизни, с

Фотоны	фотон	$\gamma$	$\gamma$	0	0	$\infty$	Возникает при внутриядерных процессах, а также при аннигиляции пар
нейтрино	нейтрино	$\nu$	$\nu$	$<0,0005$	0	$\infty$	Возникает при $\beta^-$ -распаде и распаде мю-мезонов
антинейтрино	антинейтрино	$\tilde{\nu}$	$\nu$	$<0,0005$	0	$\infty$	Возникает при $\beta^+$ -распаде и распаде мю-мезонов
Лептоны	мюонное нейтрино	$\nu_\mu$	$\sim \nu_\mu$	$<0,0008$	0	$\infty$	Возникает при распаде мю-мезонов
	мюонное антинейтрино	$\nu_\mu$	$\sim \nu_\mu$	$<0,0008$	0	$\infty$	Возникает при распаде мю-мезонов
	электрон	$e^+$	$e^-$	1	-1	$\infty$	Образует электронную оболочку атома. Кроме того, возникает при образовании электронно-позитронных пар
	позитрон	$e^+$	$e^-$	1	+1	$\infty$	Возникает в процессе $\beta$ -распада и при образовании электронно-позитронных пар
Мезоны	мю-плос	$\mu^+$	$\mu^-$	206,8	+1	$2,21 \cdot 10^{-6}$	Возникают при распаде мю-мезонов и ка-менов
	мю-минус	$\mu^-$	$\mu^+$	206,8	-1	$2,21 \cdot 10^{-6}$	Возникают при взаимодействии частиц высокой энергии с атомными ядрами, а также при распаде ка-мезонов и гиперонов
	пи-плос	$\pi^0$	$\pi^0$	264,2	0	$2,3 \cdot 10^{-16}$	Возникает при взаимодействии частиц высокой энергии с атомными ядрами, а также при распаде ка-мезонов и гиперонов
	пи-минус	$\pi^-$	$\pi^+$	273,2	+1	$2,55 \cdot 10^{-8}$	Возникает при взаимодействии частиц сверхвысокой энергии с атомными ядрами
	ка-плос	$\pi^+$	$\pi^-$	273,2	-1	$2,55 \cdot 10^{-8}$	
	ка-минус	$K^+$	$K^-$	966,6	+1	$1,22 \cdot 10^{-8}$	
	ка-плос	$K^0$	$\bar{K}^0$	974,2	0	$1,0 \cdot 10^{-10}$	
	антика-плос	$\bar{K}^0$	$K^0$	974,2	0	$1,0 \cdot 10^{-10}$	
Барионы	нуクлоны	протон	$p$	1836,1	+1	$\infty$	Образует атомное ядро
	антипротон	$\tilde{p}$	$\tilde{p}$	1836,1	-1	$\infty$	Возникает при взаимодействии частиц сверхвысокой энергии
нейtron	нейtron	$n$	$n$	1838,6	0	$1013^*$	Образует атомное ядро

\* Для свободных нейтронов, входящих в состав радиоактивных ядер, среднее время жизни имеет различные значения, а для нейтронов, образующих стабильные ядра, оно равно бесконечности.

Класс	Название	Символ	Анти-частица	Масса покоя	Заряд	Среднее время жизни, с	Примечание
Барионы	антинейтрон	$\tilde{n}$	$n$	1838,6	0	1013	Возникает при взаимодействии частиц сверхвысокой энергии
	антиламбда-ноль	$\tilde{\Lambda}^0$	$\Lambda^0$	2182,8	0	$2,51 \cdot 10^{-10}$	Возникают при взаимодействии частиц сверхвысокой энергии с атомными ядрами
	антиламбда-ноЛЬ	$\tilde{\Lambda}^0$	$\Lambda^0$	2182,8	0	$2,51 \cdot 10^{-10}$	
	сигма-ноЛЬ	$\tilde{\Sigma}^0$	$\Sigma^0$	2331,8	0	$< 10^{-11}$	
	антисигма-ноЛЬ	$\tilde{\Sigma}^0$	$\Sigma^0$	2331,8	0	$10^{-11}$	
	сигма-плюс	$\tilde{\Sigma}^+$	$\Sigma^+$	2327,7	+1	$0,81 \cdot 10^{-10}$	
	антисигма-плюс	$\tilde{\Sigma}^+$	$\Sigma^+$	2327,7	-1	$0,81 \cdot 10^{-10}$	
	сигма-минус	$\tilde{\Sigma}^-$	$\Sigma^-$	2340,6	-1	$1,61 \cdot 10^{-10}$	
	антисигма-минус	$\tilde{\Sigma}^-$	$\Sigma^-$	2340,6	+1	$1,61 \cdot 10^{-10}$	
	кси-минус	$\tilde{\Xi}^-$	$\Xi^-$	2580,2	-1	$1,3 \cdot 10^{-10}$	
	антиксиминус	$\tilde{\Xi}^-$	$\Xi^-$	2580,2	+1	$1,3 \cdot 10^{-10}$	
	кси-ноЛЬ	$\Xi^0$	$\Xi^0$	2566	0	$1,5 \cdot 10^{-10}$	
	антиксиминус	$\tilde{\Xi}^0$	$\Xi^0$	2566	0	$1,5 \cdot 10^{-10}$	

массу и величину электрического заряда, но различаются знаком заряда (а при отсутствии заряда — направлением какой-либо из не рассматривавшихся нами характеристик, например направлением магнитного момента). Примером частицы и античастицы являются электрон и позитрон (антиэлектрон), протон и антипротон, мю-плюс-мезон и мю-минус-мезон и т. п.

При столкновении частицы с античастицей обе они перестают существовать как таковые, превращаясь в другие элементарные частицы; этот процесс носит название *аннигиляции пар*. Примерами аннигиляции пар могут служить превращение протона и антипротона в пи-ноль-мезоны ( $p + \bar{p} \rightarrow 2\pi^0$ ) и превращение электрона и позитрона в фотоны ( $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$ ). Выяснено, что вообще все *заряженные* элементарные частицы могут аннигилировать со своими античастицами, образуя фотоны\*. Наблюдаются также процессы, обратные аннигиляции, в результате которых возникают частицы и соответствующие им античастицы. Этот процесс называется *образованием пар*. Примером образования пар может служить превращение фотона в электрон и позитрон (см. § 71).

В настоящее время экспериментально обнаружено множество процессов ( помимо аннигиляции и образования пар), при которых одни элементарные частицы превращаются в другие. Приведем несколько примеров.

1. Самопроизвольное превращение свободного нейтрона в протон с испусканием электрона и нейтрино:

$$n \rightarrow p + e^- + \nu.$$

2. Превращение протона, находящегося в атомном ядре, в нейтрон с испусканием позитрона и антинейтрино:

$$p \rightarrow n + e^+ + \tilde{\nu}**.$$

3. Превращение протона в ка-плюс-мезон и ламбда-ноль-гиперон под действием жесткого фотона (энергией порядка 1000 МэВ):

$$p + \gamma \rightarrow K^+ + \Lambda^0.$$

Следует отметить, что при всех взаимопревращениях элемен-

\* В этой связи может возникнуть вопрос: почему не превращаются в фотоны все электроны и протоны, образующие атомы вещества? Этого не происходит только потому, что в Галактике число античастиц (позитронов, антипротонов и т. д.) крайне мало по сравнению с числом частиц. Возможно, что существуют галактики, в которых, наоборот, очень мало частиц и атомы вещества (точнее говоря, антивещества) построены там из античастиц (позитронов, антипротонов и антинейтрионов).

\*\* Отметим, что в настоящее время принято называть *нейтрино ν*-частицу, испускаемую при *позитронном* распаде, а *антинейтрино—ν*-частицу, испускаемую при *электронном* распаде (нейтрино, так сказать, поменялось названием со своей античастицей). Мы сохранили первоначальные названия этих частиц, поскольку в данном курсе не рассматривается теория элементарных частиц (в которой проведено отмеченное переименование).

тарных частиц строго соблюдаются основные законы сохранения (массы, энергии, импульса, электрического заряда) и закон пропорциональности массы и энергии.

Способность к взаимным превращениям является фундаментальным свойством элементарных частиц.

В последнее время многие физики придерживаются гипотезы о существовании очень небольшого числа «истинно элементарных частиц», обладающих дробными электрическими зарядами и названных *кварками*; из различных комбинаций кварков образуются все остальные частицы\*. Для проверки этой гипотезы проводятся экспериментальные поиски кварков (в космических лучах и в потоках частиц, создаваемых мощными ускорителями). Однако на-должно зарегистрировать кварки в эксперименте пока не удалось.

Теперь, после ознакомления с элементарными частицами, уместно подвести некоторый итог нашим знаниям о взаимодействии объектов материи. В настоящее время известно всего *четыре типа взаимодействий*, к которым сводятся все разновидности сил, обнаруженные во Вселенной. Это *гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое взаимодействия*.

*Гравитационное взаимодействие* — самое слабое, но и самое универсальное из взаимодействий. Оно осуществляется посредством гравитационного поля. Связывает между собой всевозможные массы — от микрочастиц до макроскопических тел (планет Солнечной системы, звезд галактик и т. п.). Это взаимодействие определяет крупномасштабные события во Вселенной.

*Электромагнитное взаимодействие* — наиболее хорошо изученный тип взаимодействий. Осуществляется посредством электромагнитного поля между электрически заряженными объектами. Удерживает электроны в атоме, атомы в молекуле, а также связывает эти частицы в макроскопических тела. Играет важную роль в химических и биологических процессах. В отличие от гравитационного взаимодействия может не только соединять, но и разобщать объекты.

*Сильное взаимодействие* осуществляется между мезонами и барионами. Связывает нуклоны в атомных ядрах (ядерные силы). Будучи самым сильным в природе, оно, однако, ограничено очень короткими расстояниями. Играет важную роль в процессах, изучаемых ядерной физикой высоких энергий.

*Слабое взаимодействие* — особый вид взаимодействия элементарных частиц, характеризующийся тем, что вероятность вызываемых им процессов в десятки миллиардов раз меньше вероятности процессов, обусловленных сильным и электромагнитным взаимодействиями. Оно ответственно за многие распады и превращения

\* Эта гипотеза выдвинута в 1964 г. американским физиком М. Гелл-Маном и независимо от него австрийским физиком Цвейгом. Небезынтересно отметить, что название «кварки» имеет художественно-литературное происхождение. Оно заимствовано Гелл-Маном из романа Дж. Джойса «Поминки по Финегану», где оно означало нечто мистическое, необычайное (Гелл-Ман имел в виду необычайность дробного электрического заряда и некоторых других свойств кварков).

элементарных частиц, за бета-распад атомных ядер радиоактивных элементов, а также за все процессы взаимодействия нейтрино с веществом. Слабое взаимодействие проявляется только на очень малых расстояниях.

В таблице приведены примерные значения двух характеристик рассмотренных взаимодействий — расстояние  $r$ , на которое они распространяются, и отношение  $f$  сил, соответствующих данному и сильному взаимодействиям:

Тип взаимодействия	$r$ , см	$f$	Тип взаимодействия	$r$ , см	$f$
Сильное Электромагнитное*	$10^{-13}$ $\infty$	1 $10^{-2}$	Слабое Гравитационное	$10^{-16}$ $\infty$	$10^{-12}$ $10^{-98}$

### § 78. Использование ядерной энергии

○ За последние годы в области практического использования ядерной энергии сформировались два основных направления: во-первых, *развитие ядерной энергетики* и, во-вторых, *применение радиоактивных изотопов*.

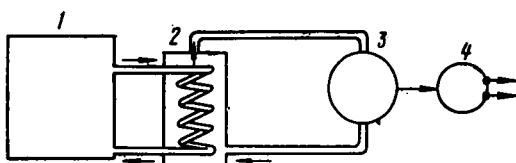


Рис. 262

отводимая теплоносителем из активной зоны ядерного реактора 1, передается воде, находящейся в парогенераторе 2, и превращает эту воду в пар. Пар приводит в действие паровую турбину 3, которая в свою очередь приводит в действие электромашинный генератор тока 4.

Возникновение ядерной энергетики следует датировать июлем 1954 г., когда в СССР была введена в эксплуатацию первая в мире атомная электростанция (АЭС) мощностью 5000 кВт. Сейчас в СССР, США и Англии построены более мощные АЭС. Согласно имеющимся программам Международного агентства по использованию атомной энергии (МАГАТЭ), общая мощность атомных электростанций во всем мире быстро возрастает.

Ядерная энергия используется также в *атомных двигателях*. В этой связи следует отметить ледокол «Ленин» с атомным двигателем мощностью 32 МВт, построенный в СССР в 1957—1959 гг., а также атомные ледоколы «Арктика», построенный в 1974 г., и «Сибирь» (в 1977 г.) с двигателями мощностью по 55 МВт. Для сравнения укажем, что первый отечественный ледокол «Ермак», спущенный на воду в 1899 г., имел мощность двигателя (парового) 5,9 МВт.

Эксплуатация атомных электростанций пока что наиболее целесообразна в тех районах, которые удалены от месторождения обычных видов топлива (угля, нефти, газа) и бедны гидроресурсами. Основным преимуществом атомных двигателей транспортного типа является то, что они могут длительное время

Ядерной энергетикой называется осуществляющее в промышленных масштабах преобразование ядерной энергии в другие виды энергии (механическую, электрическую и др.), используемые затем для производственных и бытовых нужд. Преобразование совершается обычно по следующей схеме (рис. 262). Теплота,

работать без пополнения горючим; это особенно важно для кораблей полярного плавания и подводных лодок.

В последние десятилетия благодаря быстрому развитию промышленности и росту городов во многих странах ощущается недостаток технической воды. В этой связи сейчас решается проблема опреснения морской воды в промышленных масштабах с широким использованием для этой цели атомной энергии.

Исключительно многообразным является применение ядерной энергии, излучаемой искусственно-радиоактивными изотопами. Радиоактивные излучения используются для автоматического контроля и управления некоторыми технологическими процессами (например, для измерения и регулирования толщины проката пластмассовых, металлических, резиновых и других лент и пленок), для стерилизации лекарственных препаратов (в фармацевтической промышленности) и пищевых продуктов (в консервном производстве), для лечения от некоторых кожных и внутренних заболеваний (например, терапевтическое  $\gamma$ -облучение злокачественных опухолей) и т. д. Посредством радиоактивных изотопов проводится облучение семян сельскохозяйственных культур и самих растений с целью вызвать изменение (в нужном направлении) некоторых наследственных свойств растения (скороспелости, морозоустойчивости, устойчивости к болезням и т. п.).

Особенно широкое распространение во всех областях научной и практической деятельности человека получил метод меченых атомов, основанный на использовании радиоактивных изотопов.\* Сущность этого метода состоит в следующем.

Микроскопическую дозу радиоактивного изотопа (обычно с небольшим периодом полураспада) вводят в один из участков исследуемой системы, например в почву около корней растения, в струю водного или воздушного потока, в ткань живого организма, в смазку двигателя и т. п. Затем с помощью счетчика или иного регистратора радиоактивных излучений (см. § 72) наблюдают за перемещением введенного изотопа в данной системе. Анализируя результаты этих наблюдений, можно получить весьма ценные сведения о процессах, совершающихся в исследуемой системе (и не поддающихся изучению посредством каких-либо других современных методов).

Поясним использование метода меченых атомов на примере исследования процесса питания сельскохозяйственных растений фосфором.

В почву под исследуемые растения вносят фосфорное удобрение с примесью изотопа фосфора  $^{32}\text{P}$ . После этого растения подвергают периодическому обследованию с помощью счетчиков радиоактивного излучения. При этом выясняется (по интенсивности излучения, исходящего от различных частей растения), когда фосфор поступает в корневую систему, с какой скоростью он перемещается внутри растения, как распределяется в растении, как участвует в обмене вещества и т. п. Эти исследования обычно дополняют *радиоавтографированием* (авторадиографированием): растение срезают, высушивают и накладывают на фотографическую пластиинку (экспонирование производится в темноте в течение 20—30 ч). Благодаря действию радиоактивного излучения меченых атомов на фотопластинку после ее проявления получается отпечаток растения, (*радиоавтограф*). По степени покернения различных участков радиоавтографа можно судить о распределении фосфора внутри данного растения. Такие радиоавтографы получают от нескольких растений, срезанных в различное время. Анализ серии радиоавтографов и значений интенсивности радиоактивного излучения, измеренных счетчиком, позволяет получить достаточно полное представление о процессе питания растений фосфором.

На рис. 263 изображен радиоавтограф томата, срезанного в двухнедельном возрасте через 36 ч после корневой подкормки меченым фосфором  $^{32}\text{P}$ .

\* Впервые этот метод был применен (в использовании естественно-радиоактивных изотопов) в 1913 г. венгерским химиком Г. Хевеши совместно с немецким физиком Ф. Панетом для исследования некоторых химических и биологических процессов.

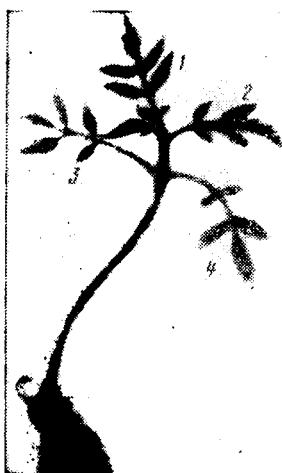


Рис. 263

Этот радиоавтограф показывает, в частности, что молодые листья (1 и 2) поглощают фосфор сильнее, чем старые (3 и 4).

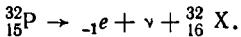
С помощью метода меченых атомов успешно изучаются такие важные для сельскохозяйственного производства проблемы и вопросы, как фотосинтез, рациональное применение удобрений, усвоение различных элементов растениями, внекорневая подкормка растений, питание сельскохозяйственных животных, синтез молочного жира и мышечных белков, передвижение воды и водяного пара в почве, миграция насекомых, действие инсектицидов, износ трущихся деталей автотракторных двигателей, и многие другие.

В заключение отметим, что даже те весьма краткие сведения о ядерной энергетике и применении радиоактивных изотопов, которые оказалось возможным привести в данной главе, указывают на очень важную роль ядерной энергии в народном хозяйстве. Можно с уверенностью сказать, что эта роль будет с каждым годом возрастать. ◎

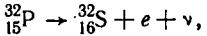
### Примеры решения задач

**Задача 36.** В агробиологических исследованиях методом меченых атомов зачастую используют радиоактивный изотоп фосфора  $^{32}_{15}\text{P}$  с периодом полураспада  $T = 14,3$  дня. При распаде этого изотопа из ядра его атома выбрасывается электрон и нейтрино. Написать ядерную реакцию распада изотопа фосфора и определить числа  $\Delta N_1$  и  $\Delta N_2$  атомов, распадающихся за промежутки времени  $\Delta t_1 = 10$  дням и  $t_2 = 1$  с. Первоначальное число атомов изотопа  $N_0 = 1,9 \cdot 10^{19}$ .

**Решение.** Применяя правило записи ядерных реакций (см. § 73) и учитывая, что при испускании электрона ядро атома теряет один отрицательный элементарный заряд, практически не теряя массы, а также то обстоятельство, что нейтрино не обладает ни зарядом, ни (практически) массой, можем написать:



По Периодической системе элементов Менделеева найдем, что элементом с атомным номером 16 и массовым числом 32 является сера  $^{32}_{16}\text{S}$ . Следовательно,



т. е. при распаде изотопа фосфора образуется стабильный изотоп серы. Согласно закону радиоактивного распада (7),

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $\lambda$  — постоянная распада;  $N$  — число атомов данного радиоактивного изотопа, оставшееся по истечении времени  $t$ .

Так как  $N = N_0 - \Delta N$  и, согласно формуле (8),  $\lambda = \ln 2/T$ , то

$$N_0 - \Delta N = N_0 \exp[-(t/T) \ln 2] = N_0 [\exp(\ln 2)]^{-t/T}.$$

Учитывая, что  $\exp(\ln 2) = 2$ , получим

$$\Delta N_1 = N_0 (1 - 2^{-\Delta t_1/T}) = 1,9 \cdot 10^{19} (1 - 2^{-10/14,3}) = \\ = 1,9 \cdot 10^{19} (1 - 0,615) = 7,3 \cdot 10^{18} \text{ атомов.}$$

В принципе так же рассчитывается число  $\Delta N_2$ . Однако при этом встретится трудность в вычислении величины  $2^{-\Delta t_2/T}$ . В самом деле,

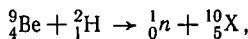
$$\frac{\Delta t_2}{T} = \frac{1}{14,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 0,00000081,$$

а  $2^{-0,00000081}$  невозможно найти даже по семизначным таблицам логарифмов. Поэтому в данном случае (и вообще, когда  $\Delta t \ll T$ ) следует делать *приближенный* расчет  $\Delta N_2$  по формуле (6), переходя в ней от дифференциалов к конечным малым приращениям и полагая  $N \approx N_0$ :

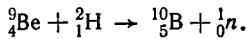
$$\Delta N_2 = \lambda N_0 \cdot \Delta t_2 = N_0 \frac{\ln 2}{T} \Delta t_2 = 1,9 \cdot 10^{19} \cdot 0,693 \cdot 0,00000081 = 1,1 \cdot 10^{13} \text{ атомов.}$$

**Задача 37.** При бомбардировке дейтероном  $^2_1\text{H}$  ядро бериллия  $^9_4\text{Be}$  выбрасывает нейтрон  $^1_0\text{n}$ . Записать эту ядерную реакцию и вычислить выделяющуюся в ее ходе энергию  $\Delta W$ .

**Решение.** Произведя предварительную запись реакции в виде



найдем по периодической системе элементов, что  $^{10}_5\text{X}$  есть изотоп бора —  $^{10}_5\text{B}$ . Следовательно,



Выделяющуюся при реакции энергию определим по закону пропорциональности массы и энергии (10):

$$\Delta W = c^2 \cdot \Delta m,$$

где  $c$  — скорость света в вакууме;  $\Delta m$  — изменение массы при реакции, т. е. разность между массой частиц, образующихся в результате реакции, и массой частиц, вступающих в реакцию:

$$\Delta m = (m_{^9\text{Be}} + m_{^2\text{H}}) - (m_{^{10}\text{B}} + m_{^1\text{n}}).$$

Из физических таблиц найдем:  $m_{^9\text{Be}} = 9,01505$  а. е. м.,  $m_{^2\text{H}} = 2,01474$  а. е. м.,  $m_{^{10}\text{B}} = 10,01612$  а. е. м.,  $m_{^1\text{n}} = 1,00866$  а. е. м. Тогда, произведя расчет, получим:

$$\Delta m = 0,00501 \text{ а. е. м.} = 0,00501 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 8,317 \cdot 10^{-30} \text{ кг};$$

$$\Delta W = c^2 \cdot \Delta m = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 8,317 \cdot 10^{-30} \text{ кг} = 7,5 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = \\ = \frac{7,1 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ} \cdot 10^6} = 4,7 \text{ МэВ.}$$

**Задача 38.** Вычислить энергию связи  $\delta$  и дефект массы  $\Delta m$  ядра изотопа углерода  $^{12}_6\text{C}$ .

**Решение.** Согласно общей формуле (11), энергия связи ядра

$$\delta = 931 [Zm_p + (A - Z)m_n - m_a],$$

где  $m_p$ ,  $m_n$  и  $m_{\text{я}}$  — соответственно массы протона, нейтрона и ядра  $^{12}_6\text{C}$ , выраженные в атомных единицах массы,  $Z = 6$  — атомный номер данного изотопа,  $A = 12$  — массовое число изотопа.

Так как  $m_p = 1,0073$  а. е. м. и  $m_n = 1,0087$  а. е. м. (см. § 70), а  $m_{\text{я}} = 12$  а. е. м., то

$$\begin{aligned}\delta &= 931 [6 \cdot 1,0073 + (12 - 6) \cdot 1,0087 - 12] \text{ МэВ} = 89,37 \text{ МэВ} = \\ &= 89,37 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,43 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.\end{aligned}$$

Дефект массы определим по закону пропорциональности массы и энергии (10):

$$\Delta m = \frac{\delta}{c^2} = \frac{1,43 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}}{9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2} = 1,59 \cdot 10^{-28} \text{ кг.}$$

**Задача 39.** Атомная электростанция мощностью  $P = 500$  МВт, работающая на уране  $^{235}_{92}\text{U}$ , имеет коэффициент полезного действия  $\eta_1 = 20\%$ . Тепловая электростанция той же мощности, работающая на каменном угле, имеет коэффициент полезного действия  $\eta_2 = 75\%$ . Определить годовой расход (массу) горючего атомной электростанции ( $m_1$ ) и тепловой электростанции ( $m_2$ ), если за каждый акт деления ядра  $^{235}_{92}\text{U}$  выделяется энергия  $w_1 = 200$  МэВ, а теплотворная способность каменного угля  $w_2 = 2,93 \cdot 10^7$  Дж/кг.

**Решение.** Введем обозначения:  $\Delta m$  — масса атома  $^{235}_{92}\text{U}$ ;  $n$  — число атомов урана, распавшихся за один год работы электростанции. Тогда, учитывая, что  $\Delta m = M/N_A$ , где  $M = 0,235$  кг·моль $^{-1}$  — молярная масса  $^{235}_{92}\text{U}$  и  $N_A$  — постоянная Авогадро, можем написать

$$m_1 = n \cdot \Delta m = nM/N_A.$$

Энергия, выделяемая всеми атомами урана, распавшимися за время  $t = 1$  год, равна  $n w_1$ . Часть этой энергии, идущая на совершение полезной работы и обусловливающая данную полезную мощность  $P$  атомной электростанции, равна

$$W_1 = n w_1 \eta_1.$$

С другой стороны, очевидно, что

$$W_1 = Pt.$$

Приравнивая между собой правые части двух последних равенств, найдем  $n = Pt/(w_1 \eta_1)$ .

Подставив это выражение  $n$  в выражение  $m_1$ , получим

$$\begin{aligned}m_1 &= \frac{PtM}{w_1 \eta_1 N_A} = \frac{5 \cdot 10^8 \text{ Вт} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ с} \cdot 0,235 \text{ кг/моль}}{(2 \cdot 10^8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot 0,2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = \\ &= 961 \text{ кг.}\end{aligned}$$

Энергия, выделяемая за год каменным углем, сжигаемым на тепловой электростанции, равна  $m_2 w_2$ . Часть этой энергии, идущая на совершение полезной работы, равна

$$W_2 = m_2 w_2 \eta_2 = Pt,$$

откуда

$$m_2 = \frac{Pt}{w_2 \eta_2} = \frac{5 \cdot 10^8 \text{ Вт} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}}{2,93 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг} \cdot 0,75} = 7,17 \cdot 10^8 \text{ кг.}$$

Таким образом, из отношения  $m_2/m_1 = 7,17 \cdot 10^8/961 = 7,46 \cdot 10^5$  следует, что по массе расход ядерного горючего почти в миллион раз меньше, чем расход каменного угля.

## Контрольные вопросы

269. Сколько протонов и сколько нейтронов входит в состав ядра атома висмута? 270. Какой химический элемент имеет атомное ядро с символическим обозначением  $^{79}_{34}\text{X}$ ? Сколько нуклонов в этом ядре? 271. Что называют массовым числом атома? 272. Охарактеризуйте  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучения. 273. При  $\beta$ -распаде радиоактивного вещества его атомные ядра теряют всегда одинаковую энергию. Почему же энергетический спектр  $\beta$ -частиц оказывается сплошным? 274. Каким способом можно замедлить процесс распада радиоактивного вещества? Кратко изложите этот способ. 275. Сформулируйте законы смещения при радиоактивном распаде. 276. Чему равны порядковый номер и массовое число изотопа, получающегося из  $^{233}\text{Po}$  в результате двух  $\alpha$ -распадов и одного  $\beta$ -распада? 277. В каких единицах выражается постоянная распада? 278. Во сколько раз уменьшится количество атомов радиоактивного вещества по истечении времени, равного трем периодам полураспада? 279. Чему равна постоянная распада вещества, если среднее время жизни его атомов 0,1 мин? 280. Чем лучше регистрировать микрочастицы очень высокой энергии: камерой Вильсона или пузырьковой камерой? Объясните ответ. 281. Кем была осуществлена первая искусственная ядерная реакция? Какая это реакция (запишите ее)? В чем заключалось ее историческое значение? 282. Какие частицы являются более эффективными «снарядами» для «обстрела» атомных ядер при осуществлении ядерных реакций:  $\alpha$ -частицы или нейтроны? Объясните ответ. 283. Запишите и опишите искусственную ядерную реакцию, в результате которой был впервые обнаружен нейtron. 284. Радиоактивны или стабильны нейтроны? 285. Как в промышленных масштабах получают искусственно-радиоактивные изотопы химических элементов? 286. При «бомбардировке» фтора протонами в нем образуются атомы кислорода. Запишите эту искусственную ядерную реакцию. 287. Что называют энергией связи

- атомного ядра? 288.  $N$  свободных нуклонов, масса каждого из которых  $t'$ , объединили в одно атомное ядро. Чему равна масса  $t$  и удельная энергия связи в этого ядра? 289. Что характеризует удельная энергия связи атомного ядра? Почему у тяжелых ядер она уменьшается по мере роста порядкового номера  $Z$ ? 290. Чему равна удельная энергия связи ядра атома водорода (протия)? 291. Удельная энергия связи всех атомных ядер (за исключением самых легких) почти одинакова — изменяется в пределах от 7,5 до 8,65 МэВ (см. рис. 258). Чем это объясняется? 292. Чему равна энергия, выделяемая каждым прореагировавшим ядром при реакциях деления тяжелых ядер или синтеза легких ядер? 293. Опишите ход цепной реакции деления урана-235. 294. При какой форме объема ядерного горючего ( $^{235}\text{U}$ ) реакция деления идет с наибольшим коэффициентом размножения нейтронов? Объясните ответ. 295. Что называется критической массой ядерного горючего? 296. Изложите принцип устройства и действия ядерного уранового реактора на медленных нейтронах. 297. Как изменяется со временем мощность реактора, если 1)  $k > 1$ ; 2)  $k = 1$ ; 3)  $k < 1$ ? 298. Почему термоядерная реакция (синтеза) может идти только при очень высокой температуре? 299. Какой из химических элементов выделяет наибольшую ядерную энергию при синтезе атомных ядер? 300. Какие частицы называют элементарными? 301. Какая из элементарных частиц имеет наименьшую массу покоя? Чему равен ее электрический заряд? 302. К какому классу элементарных частиц относится: 1) нейтрино; 2) позитрон; 3) протон; 4) ка-плюс-мезон? 303. Какое из взаимодействий является универсальным? 304. Что называется аннигиляцией пар? Приведите пример такой аннигиляции. 305. Что называется образованием пар? 306. Почему не аннигилируют все электроны, протоны и нейтроны, образующие атомы, т. е. почему не аннигилирует материя Галактики?

---

## ПРИЛОЖЕНИЯ

---

### 1. Греческий и латинский алфавиты

---

<i>Алфавит греческий</i>	<i>Алфавит латинский</i>
Α α — альфа	N ν — ни
Β β — бета	Ξ ξ — кси
Γ γ — гамма	Ο ο — омикрон
Δ δ — дельта	Π π — пи
Ε ε — эпсилон	Ρ ρ — ро
Ζ ζ — дзета	Σ σς — сигма
Η η — эта	Τ τ — тау
Θ θ — тэта	Υ υ — ипсилон
Ι ι — иота	Φ φ — фи
Κ κ — каппа	Χ χ — хи
Λ λ — лямбда	Ψ ψ — пси
Μ μ — ми	Ω ω — омега
A a — а	A a — а
B b — бе	B b — бе
C c — це	C c — це
D d — де	D d — де
E e — е	E e — е
F f — эф	F f — эф
G g — же (ге)	G g — же (ге)
H h — аш	H h — аш
I i — и	I i — и
J j — йот	J j — йот
K k — ка	K k — ка
L l — эль	L l — эль
M m — эм	M m — эм
N n — эн	N n — эн
O o — о	O o — о
P p — пэ	P p — пэ
Q q — ку	Q q — ку
R r — эр	R r — эр
S s — эс	S s — эс
T t — тэ	T t — тэ
U u — у	U u — у
V v — вэ	V v — вэ
W w — дубль-вэ	W w — дубль-вэ
X x — икс	X x — икс
Y y — игрек	Y y — игрек
Z z — зет	Z z — зет

---

#### 2. Основные единицы физических величин Международной системы (СИ)

Метр (м) — длина, равная 1 650 763,73 длины волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями  $2p_{10}$  и  $5d_5$  атома криптона-86\*.

Килограмм (кг) — масса международного прототипа килограмма\*\*.

Секунда (с) — время, равное 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

\* Переходу электрона между указанными энергетическими уровнями в атоме криптона с массовым числом 86 соответствует очень тонкая спектральная линия оранжевого цвета.

\*\* Платино-иридиевого цилиндра, хранящегося в Париже.

**Ампер (А)** — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.

**Кельвин (К)** = 1/273,16 часть термодинамической температуры тройной точки воды.

**Моль (моль)** — количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012\*.

**Кандела (кд)** — сила света, испускаемого с поверхности площадью 1/600000 м<sup>2</sup> полого излучателя в перпендикулярном направлении при температуре излучателя, равной температуре затвердевания платины при давлении 101 325 Па.

### 3. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Наряду с основными (и производными) единицами физических величин применяются кратные и дольные единицы, образующиеся путем умножения первых на  $10^2$ . При этом к названиям исходных единиц добавляются следующие приставки:

Кратные единицы			Дольные единицы		
наименование приставки	множитель	обозначение	наименование приставки	множитель	обозначение
Экза	$10^{18}$	Э	Деци	$10^{-1}$	д
Пета	$10^{15}$	П	Санти	$10^{-2}$	с
Тера	$10^{12}$	Т	Милли	$10^{-3}$	м
Гига	$10^9$	Г	Микро	$10^{-6}$	мк
Мега	$10^6$	М	Нано	$10^{-9}$	н
Кило	$10^3$	к	Пико	$10^{-12}$	п
Гекто	$10^2$	г	Фемто	$10^{-15}$	ф
Дека	$10^1$	да	Атто	$10^{-18}$	а

Примеры образования кратных и дольных единиц:

$$\begin{aligned}1 \text{ мм} &= 10^{-3} \text{ м}, \\1 \text{ пФ} &= 10^{-12} \text{ Ф}, \\1 \text{ МОм} &= 10^6 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

\* При применении моля структурные элементы должны быть специфицированы и могут быть атомами, молекулами, ионами, электронами и другими частицами или группами частиц.

## 4. Важнейшие единицы физических величин Международной системы\*

Величина		Единица	
название	символ	название	обозначение
<i>Механические и тепловые единицы</i>			
Длина	<i>l</i>	метр	$\frac{[m]}{[kg]}$
Масса	<i>m</i>	килограмм	$\frac{[kg]}{[mol]}$
Количество вещества	<i>n</i>	моль	$\frac{[mol]}{[s]}$
Время	<i>t</i>	секунда	рад
Глосский угол	$\varphi$	радиан	страдиан
Телесный угол	$\Omega$	килограмм на кубический метр	ср
Плотность	<i>p</i>	Метр в секунду	$\frac{kg}{m^3}$
Скорость	<i>v</i>	метр на секунду в квадрате	$\frac{m}{m \cdot s}$
Ускорение	<i>a</i>	радиан в секунду в квадрате	$\frac{m^2}{s^2}$
Угловая скорость	$\omega$	радиан на секунду в квадрате	$\frac{rad}{s^2}$
Угловое ускорение	$\beta$	Ньютона	$\frac{rad}{s^3}$
Сила	<i>F</i>	паскаль	$N$
Давление (напряжение)	<i>P</i>	Джоуль	$N \cdot m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Работа (энергия, количество теплоты)	<i>A (W)</i>	ватт	$J \cdot s^{-1}$
Мощность	<i>N</i>	килограмм-метр в квадрате	$J \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
Момент инерции	<i>J</i>	кельвин	$N \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
Термодинамическая температура	<i>T</i>	джауль на кильвин	$K$
Удельная теплоемкость	<i>c</i>	джауль на кельвин	$J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$
Энтальпия	<i>S</i>	джауль на кельвин	$M^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
<i>Электрические, магнитные и световые единицы</i>			
Сила тока	<i>I</i>	ампер	$\frac{[A]}{[KJ]}$
Количество электричества (заряд)	<i>q</i>	кулон	$C$

\* Обозначения основных единиц помещены в рамки.

*Продолжение*

Величина на значение	символ	название	Единица		обозначение русское международное размерность
			В	V	
Разность потенциалов (напряжение, э. д. с.)	$\varphi (U)$	вольт			$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Электрическое сопротивление	R	ом	Ом	Ω	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Электрическая проводимость	k	сименс	См	S	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Удельное электрическое сопротивление	$\rho$	ом-метр	Ом·м	$\Omega \cdot \text{м}$	$\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Удельная электрическая проводимость	$\gamma$	сименс на метр	См/м	$S/\text{м}$	$\text{м}^{-3} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Электрическая емкость	C	фарад	Ф	F	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Напряженность электрического поля	E	вольт на метр	B/m	V/m	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Поток напряженности электрического поля	N	вольт-метр	B·м	V·м	$\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^{-1}$
Электрическая индукция	D	кулон на квадратный метр	Кл/м <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>	$\text{м}^{-2} \cdot \text{с} \cdot \text{А}$
Поток электрической индукции	N <sub>D</sub>	кулон	Кл	C	с·А
Напряженность магнитного поля	H	ампер на метр	A/m	A/m	$\text{м}^{-1} \cdot \text{А}$
Магнитная индукция	B	tesla	T <sub>L</sub>	T	$\text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{А}^{-1}$
Магнитный поток	Φ	вебер	B <sub>6</sub>	Wb	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Индуктивность (взаимная индуктивность)	L (M)	герци	Г <sub>H</sub>	H	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Частота	v	герц	Г <sub>H</sub>	Hz	$\text{с}^{-1}$
Сила света	I	кандела	$\frac{\text{кД}}{\text{лм}}$	$\frac{\text{cd}}{\text{lм}}$	кД
Световой поток	Ф	люмен			кД
Освещенность	E	люкс			лк
Яркость	B	кандела на квадратный метр			$\text{м}^{-2} \cdot \text{кД}$

5. Некоторые формулы электростатики и электромагнетизма, записанные в рационализированном и нерационализированном видах

Название закона или физической величины	Вид формулы	
	рационализированной	нерационализированной
Закон Кулона для электрических зарядов	$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon_0\epsilon r^2}$
Напряженность электрического поля точечного заряда или шара	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$	$E = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon r^2}$
Напряженность электрического поля бесконечной прямолинейной заряженной нити	$E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}$	$E = \frac{2\rho}{\epsilon_0\epsilon r}$
Напряженность электрического поля бесконечной заряженной плоскости	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$	$E = \frac{2\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$
Напряженность электрического поля плоского конденсатора	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$	$E = \frac{4\sigma}{\epsilon_0\epsilon}$
Теорема Остроградского — Гаусса	$N = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0\epsilon}$	$N = \frac{4\pi\Sigma q}{\epsilon_0\epsilon}$
Электрическая индукция точечного заряда	$D = \frac{q}{4\pi r^2}$	$D = \frac{q}{r^2}$
Потенциал электрического поля точечного заряда	$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$	$\varphi = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon r}$
Электроемкость проводящего шара	$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r$	$C = \epsilon_0\epsilon r$
Электроемкость плоского конденсатора	$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$	$C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{4\pi d}$
Плотность энергии электрического поля	$w = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2}$	$w = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{8\pi}$
Закон Био — Савара — Лапласа	$dH = \frac{I \sin \alpha dl}{4\pi r^2}$	$dH = \frac{I \sin \alpha dl}{r^2}$
Напряженность магнитного поля прямого тока	$H = \frac{I}{2\pi r}$	$H = \frac{2I}{r}$
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока	$H = \frac{I}{2r}$	$H = \frac{2\pi I}{r}$
Напряженность магнитного поля внутри длинного соленоида	$H = \frac{In}{l}$	$H = \frac{4\pi In}{l}$
Сила взаимодействия двух параллельных токов	$F = \frac{\mu_0\mu_1 I_1 I_2 l}{2\pi r}$	$F = \frac{2\mu_0\mu_1 I_1 I_2 l}{r}$
Индуктивность соленоида	$L = \frac{\mu_0\mu n^2 S}{l}$	$L = \frac{4\pi\mu_0\mu n^2 S}{l}$
Плотность энергии магнитного поля	$w = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}$	$w = \frac{\mu_0\mu H^2}{8\pi}$

Сопоставляя между собой соответственные рационализованные и нерационализованные формулы электричества, приведенные в таблице, нетрудно установить следующее правило преобразования рационализованных формул в нерационализованные (правило дерационализации): в рационализованных формулах, содержащих электрическую постоянную  $\epsilon_0$ , или электрическую индукцию  $D$ , или напряженность  $H$  магнитного поля, надо эти величины делить на  $4\pi$ , а в формулах, содержащих магнитную постоянную  $\mu_0$ , надо эту величину умножить на  $4\pi$ . В формулах, не содержащих  $\epsilon_0$ ,  $D$ ,  $H$  и  $\mu_0$ , различия между рационализованным и нерационализованным видами нет. Такие формулы не включены в данную таблицу.

## 6. Фундаментальные физические постоянные

Название	Символ	Числовое значение
Гравитационная постоянная	$G$	$6,672 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c$	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Лошмидта	$N_L$	$2,68713 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$
Молярная газовая постоянная	$R$	$8,31441 \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k$	$1,38062 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F$	$9,648456 \cdot 10^4 \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$
Постоянная Планка	$h$	$6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Стефана—Больцмана	$\sigma$	$5,67032 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$
Постоянная Вина	$b$	$2,8979 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Ридберга (в выражениях частоты)	$R$	$3,28985 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$
Постоянная Ридберга (в выражениях волнового числа)	$R/c$	$10973732 \cdot \text{м}^{-1}$
Заряд электрона	$e$	$1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_e$	$9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p$	$1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n$	$1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Атомная единица массы	а. е. м.	$1,6605656 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85418782 \cdot 10^{-12} \Phi \cdot \text{м}^{-1}$
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$1,25663706144 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$

---

**ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ\***

---

**ЧАСТЬ I**

1. Семь. 2. См. § 2. 3. См. § 2. 4. Кельвин и кандела. 5.  $\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-2}$ . 6. Гораздо меньше. 7. 2. 8.  $10^{11}$  см. 9.  $10^3$  нм. 10. 16. 11. Размерности длины, т. е. метру. 12. В глубь моря перпендикулярно его поверхности. 13.  $6 \cdot 10^{-3}$  К/м. 14.  $0,04 \text{ см}^{-1}$ . 15.  $y' = 2\omega \sin\omega t \cos\omega t$ .

16. См. § 4. 17. См. § 4. 18. Скорость и ускорение движения. 19. По касательной. 20. Перпендикулярно радиусу и по радиусу. 21. При равнозамедленном прямолинейном. 22. При равномерном движении по окружности. 23. Радиусу окружности. 24. Радиан в секунду и радиан на секунду в квадрате. 25. 1. 26. Угловое ускорение. 27. 2л. 28. Гипербола, наклонная прямая и прямая, параллельная оси абсцисс (рис. 264):  $S = at^2/2$ ;  $v = at$  и  $a = \text{const}$ .

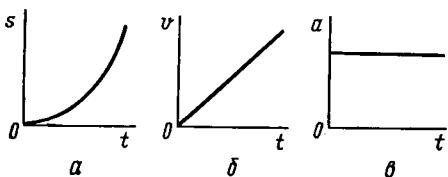


Рис. 264

29.  $180^\circ$ . 30. Нет, так как, согласно третьему закону Ньютона, сила натяжения веревки равна 40 Н. 31. Массе тела. 32. Произведение силы на время ее действия и произведение массы тела на его скорость. 33. См. § 9. 34. Килограмм-метр на секунду. 35. См. § 9. 36. См. § 7. 37. Ньютон. 38. Векторной. 39. Закон сохранения импульса. 40. Равенство нулю результирующей всех сил, действующих на тело. 41. См. § 9. 42. 0.

43. См. § 10. 44. См. § 10. 45. Ньютон на квадратный метр. 46. См. § 10. 47. Так как сила трения скольжения пропорциональна весу тела. 48. Деформация, полностью ликвидирующаяся после устранения деформирующей силы. 49. Безразмерен, размерность длины. 50. Чтобы уменьшить силу трения качения, которая обратно пропорциональна радиусу колеса. 51. См. § 12. 52. См. § 12. 53. На широте  $45^\circ$  на уровне моря. 54. См. § 14. 55. В неинерциальных. 56. Неприменим; см. § 14. 57. Потому, что центробежная сила инерции (расплаивающая молоко в сепараторе) гораздо больше силы тяжести (расплаивающей молоко при естественном отстаивании). 58. Под действием силы Кориолиса. 59. См. § 14.

\* В ответах на вопросы, которые требуют формулировок закона или определения физической величины, эти формулировки обычно не воспроизводятся, а даются ссылки на параграфы, где их можно прочесть.

60. Кинетическая и потенциальная. 61. См. § 16. 62. См. § 16; килограмм-метр в квадрате на секунду в кубе. 63.  $A = W_0 - W_n$ . 64. Нулю; при бесконечном расстоянии между телами (см. § 17). 65. Силы, работа которых не зависит от формы траектории. 66. Количественную неизменность и качественную изменчивость энергии. 67. 32 Дж. 68. См. § 18. 69. Нельзя, так как при деформации таких шаров часть их кинетической энергии необратимо переходит в теплоту. 70. 0. 71. Нет, так как эта результирующая всегда перпендикулярна направлению движения тела. 72. 11,2 км/с (вторая космическая скорость) в любом направлении. 73. См. § 20. 74. См. § 20. 75. К бесконечности. 76. См. § 20.

$$77. v = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2 / c^2} = 290\,000 \text{ км/с}, \text{ где } c \text{ — скорость света в вакууме.}$$

78. Тело, совершенно не поддающееся деформации. 79. См. § 21. 80. Килограмм-метр в квадрате. 81. Бесконечное множество в соответствии с бесконечным множеством возможных осей вращения. 82. См. § 21. 83. 4 рад/с<sup>2</sup>. 84. В 3 раза;  $J = mR^2/2$ , где  $m$  и  $R$  — масса и радиус диска. Согласно теореме Штейнера,  $J' = J + mR^2 = 3mR^2/2$ . Тогда  $J'/J = 3$ . 85. Момент инерции и момент силы. 86. Вдоль оси вращения тела (по правилу буравчика). 87. Векторы момента импульса колес велосипеда (а следовательно, и сами колеса) сохраняют свое положение в соответствии с законом сохранения момента импульса. 88. Скажется, поскольку момент инерции системы уменьшился, угловая скорость вращения системы возрастет. 89. Обеспечивает равномерный ход трактора: при резком возрастании нагрузки трактор совершил работу по преодолению этой нагрузки за счет большого запаса кинетической энергии массивного, быстро вращающегося маховика. 90. Примерно 1,14 м. При решении полагать, что потенциальная энергия шара на искомой высоте равна его полной кинетической энергии у основания наклонной плоскости.

91. Жидкость, совершенно не обладающая вязкостью. 92. У движущейся жидкости возможно значительное смещение ее частиц относительно друг друга и, следовательно, изменение формы в соответствии с формой русла. 93. Траектории частиц жидкости совпадают с линиями тока. 94. Линиями тока. 95. См. § 24. 96. В соответствии с уравнением неразрывности струи: в широких и глубоких местах площадь поперечного сечения русла больше, следовательно, скорость течения тем меньше, чем в узких и мелких местах. 97. См. § 25. 98. Энергия единицы объема жидкости. 99. Паскаль — давление, вызываемое силой 1 Н равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м<sup>2</sup>; [Па] = кг · с<sup>-2</sup>. 100. Между кораблями образуется своеобразная трубка тока суживающегося поперечного сечения, как это схематически изображено на рис. 265. Поэтому в соответствии с уравнением неразрывности струи относительная скорость движения воды между кораблями больше, чем снаружи. Тогда в соответствии с уравнением Бернулли давление воды между кораблями меньше, чем снаружи. Следовательно, возникает избыточная сила давления на внешние борта кораблей, стремящаяся сблизить корабли. 101. Скорость движения газа должна быть меньше скорости звука в этом газе.

102. См. § 27. 103. Смещение, амплитуда, период, частота, круговая частота и фаза колебания. 104. Абсолютное значение максимального смещения. 105. Один период. 106. Квадрату круговой частоты этого колебания. 107. Колебание ускорения опережает колебание скорости на  $\pi/2$ . 108. 0,25 с и 4 м. 109. Гармонические колебания одного направления с одинаковыми частотами и амплитудами и разностью фаз, равной нечетному числу  $\pi$ . 110. Взаимно перпендикулярные гармонические колебания с одинаковыми частотами и амплитудами и с разностью фаз  $\pi/2$ . 111. Нулю. Когда маятник проходит положение равновесия. 112. Не зависит. 113. Сила, пропорциональная смещению и про-

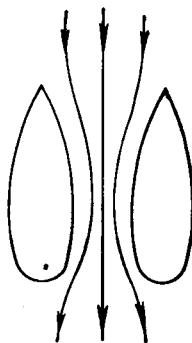


Рис. 265

тивоположная ему по направлению. 114. Материальная точка, колеблющаяся на невесомой и недеформируемой нити. 115. Половине амплитуды со знаком минус. 116. Внешняя сила, обеспечивающая незатухающие колебания системы. 117. Резонансом. Когда частота вынужденных колебаний близка к частоте собственных колебаний системы. 118. См. § 31. 119. Отставать. Период колебания маятника обратно пропорционален корню из ускорения свободного падения, которое уменьшается с уменьшением широты места. Поэтому период колебания маятника в Киеве будет больше, чем в Ленинграде. Следовательно, в Киеве часы будут идти медленнее. 120. Процесс распространения колебаний. 121. В поперечной волне колебание (смещение) совершается поперек луча, в продольной — вдоль луча. 122. Расстояние между двумя ближайшими точками волны, колеблющимися в одинаковой фазе. 123. См. § 33. 124. Волны одинаковой частоты, имеющие постоянную разность фаз. 125. См. § 34. 126. 30 см. Запишем уравнение волны при данных условиях:  $A/2 = Asin2\pi[T/(4T) - 5/\lambda]$ . Тогда  $2\pi(1/4 - 5/\lambda) = \pi/6$ , откуда  $\lambda = 30$  см. 127. Половине длины бегущих волн, т. е. 10 см. 128. В точках, для которых разность хода волн равна целому числу длин волн. 129. Поверхность, до которой одновременно доходят волны от данного источника колебаний. Сферическую. 130. От 20 до 20 000 Гц. 131. Не может, так как звук есть волна в упругой среде. 132. Значение минимальной интенсивности звука, еще воспринимаемого ухом. 133. 2,9 км.

134. Расстояние, на котором межмолекулярные силы сцепления и отталкивания равны между собой. 135. Минимальное. 136. Взаимодействием электронных оболочек атомов, входящих в сблизившиеся молекулы. 137. Непрерывное хаотическое движение молекул. 138. Действием межмолекулярных сил сцепления. 139. Они уменьшаются с увеличением расстояния между молекулами, причем силы отталкивания уменьшаются быстрее, чем сила сцепления (см. § 37). 140. Нескомпенсированными ударами хаотически движущихся молекул среды о броуновские частицы. 141. См. § 39. 142. Джоуль на килограмм-кельвин. 143. С повышением средней скорости движения молекул температура тела возрастает. 144. Однаковая температура этих тел. 145. Статистический и термодинамический (см. § 40).

146. Давлением, объемом и температурой. 147. См. § 41. 148. Законами Бойля—Мариотта и Гей-Люссака. 149. 16 л (согласно закону Авогадро). 150.  $R = kNA$ . 151. См. § 42. 152. Число молекул в моле вещества;  $6,02 \times 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>. 153. При нормальных условиях, а также при высокой температуре и при малом давлении. 154.  $-8^{\circ}\text{C}$ . 155. На законе Гей-Люссака (для изохорического процесса). 156. Многочисленными ударами молекул, наносимыми в процессе их хаотического движения. 157. Число молекул газа в 1 м<sup>3</sup> при нормальных условиях. 158. 2 моля. Число молей равно  $m/M = 88/44 = 2$ , где  $M$  — молярная масса CO<sub>2</sub>.

159. См. § 45. 160. 3; 5; 6. 161. Постоянной Авогадро. 162. При температуре ОК прекращается движение молекул газа. Это видно из выражения полной кинетической энергии молекулы газа. 163. Молярной массе газа. 164. Пропорциональна термодинамической температуре газа и числу степеней свободы его молекул. 165. Молярной газовой постоянной. 166. Джоуль на кельвин-моль. 167. 1,4 (поскольку воздух практически является двухатомным газом). 168. При высокой температуре у газов, состоящих из многоатомных молекул. Причина — возбуждение новых — колебательных — степеней свободы молекул (см. § 46). 169. При низкой температуре у газов, состоящих из многоатомных молекул. Причина — потеря («замерзание») вращательных степеней свободы молекул (см. § 46). 170. У водорода; в 4 раза больше. 171. Пропорциональна корню квадратному из термодинамической температуры. 172. См. § 47. 173. Для проверки максвелловского закона распределения числа молекул по скоростям. 174. Не изменится, так как эта площадь выражает общее число молекул газа, которое не зависит от температуры. 175. 1) Вид очень узкий, но сравнительно толстой полоски; 2) вид широкой, но тонкой полосы (с одинаковой во всех ее местах толщиной). 176. Нет, так как закон Максвелла выведен для любого газа.

177. Путь молекулы между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами. 178. Средней скорости теплового движения молекул. 179. Обратно пропорциональна давлению. 180.  $10^{10}$  см<sup>-1</sup>. 181. При повышении температуры возрастает скорость движения молекул, что позволяет сталкивающимся молекулам ближе подходить друг к другу, и, следовательно, удлиняет их свободный пробег. 182. Диффузия, теплопроводность и внутреннее трение. 183. Переносом молекулами своей кинетической энергии. 184. Внутренним трением в газе. 185. Тем, что перенос физической величины происходит в направлении, противоположном ее градиенту. 186. м<sup>2</sup>/с. 187. См. § 51. 188. кг/(м·с). 189. Вообще не зависит, но у разреженного газа, находящегося в закрытом сосуде, будет зависеть (пропорционален давлению), если средняя длина свободного пробега молекул превышает размер сосуда (см. § 51). 190. Переносом молекулами газа своего потокового импульса  $m\omega$  ( $\omega$  — скорость движения слоя газа, в котором находится молекула). 191. Пропорциональна времени. 192. Не зависит. 193. Удельной теплоемкости газа при постоянном объеме. 194.  $\eta = D\rho = 1,05 \cdot 10^{-5}$  кг/(м·с). 195. Соотношением между средней кинетической  $\langle W_k \rangle$  и средней потенциальной  $\langle W_n \rangle$  энергиями молекул: у газа  $\langle W_k \rangle > \langle W_n \rangle$ , у жидкости  $\langle W_k \rangle < \langle W_n \rangle$ . 196. 1. Частицы совершают свободные пробеги. 2. Частицы колеблются около своих положений равновесия (узлов кристаллической решетки). 197. Земное тяготение; земная атмосфера как бы заключена в сосуд из полевой материи (гравитационного поля). 198. Места расположения частиц, образующих решетку. 199. У монокристалла все частицы укладываются в одну общую решетку; поликристалл состоит из множества мелких беспорядочно расположенных монокристаллов. 200. Соответствовать минимуму потенциальной энергии, для чего элементарные ячейки решетки должны вплотную (без зазоров) прикладываться друг к другу. 201. В различной плотности расположения частиц (узлов кристаллической решетки) по разным направлениям. 202. Ионные, атомные, молекулярные и металлические (см. § 53). 203. Временное сохранение деформации тела (подвергнувшегося упругой деформации) после устранения деформирующей силы. 204. Упругая и пластическая деформации. 205. При упругой деформации сохраняются существующие межионные связи; при пластической деформации нарушаются прежние и устанавливаются новые межионные связи (см. § 54). 206. Это хрупкое тело, совсем не обладающее пластической деформацией. 207.  $\beta = 3\alpha$ . 208. К<sup>-1</sup>. 209. 25 и 50 Дж/(К·моль). 210. См. § 56. 211. Коэффициенты объемного расширения жидкостей и твердых тел очень малы ( $<10^{-3}$  К<sup>-1</sup>), поэтому у них различия в значениях  $C_V$  и  $C_P$  пренебрежимо малы. 212. К жидкостям применимы все уравнения переноса, а к твердым телам — только уравнения диффузии (45) и теплопроводности (50), причем коэффициенты переноса для жидкостей и твердых тел имеют совсем иные значения, чем для газов (см. § 57, 59, 60). 213. См. § 57 и формулу (9). 214. Пористая перегородка, пропускающая молекулы растворителя, но не пропускающая молекулы растворенного вещества. 215. Диффузия растворителя через полупроницаемую перегородку, отделяющую раствор от чистого растворителя. 216. См. § 58. 217. Внутриклеточным осмотическим давлением (см. § 58). 218. В первом случае, так как при этом прогревание жидкости осуществляется не только посредством молекулярной теплопроводности, но и посредством конвекции. 219. См. § 60. 220. Когда сумма выталкивающей силы и силы сопротивления жидкости уравновесит силу тяжести, действующую на тело. 221. В появлении вихрей, перемешивающих все слои жидкости, в результате чего скорость ее течения становится одинаковой по всему сечению потока (резко спадая до нуля у границы этого потока). 222. 10<sup>-7</sup> см; на таком расстоянии еще проявляются межмолекулярные силы сцепления. 223. См. § 61. 224. Сжатию препятствуют межмолекулярные силы отталкивания, быстро возрастающие по мере сближения молекул скимаемой жидкости. 225. Сферическую. Поверхность жидкости, находящаяся в состоянии натяжения, сокращается до минимального размера, которому (при данном объеме) соответствует сферическая поверхность. 226. См. § 61. 227. Уменьшается при повышении температуры, так как при этом среднее расстояние между молекулами возрастает, а силы сцепления между ними и, следовательно, сила поверхностного натяжения уменьшается. 228. Силы сцепления между молекулами жидкости больше, чем меж-

ду молекулами поверхностно-активного вещества и жидкости. Поэтому молекулы жидкости уходят с поверхности в глубь жидкости; поверхность же оказывается состоящей преимущественно из молекул поверхностно-активных веществ, которые сравнительно слабо связаны между собою. 229. Радиусы кривизны двух нормальных взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости. 230. Нет. Большой пузырь будет раздуваться за счет малого, так как, согласно формуле Лапласа, дополнительное давление в большом пузыре меньше, чем в малом. 231.  $180^\circ$  и  $0^\circ$ . 232. Если силы сцепления между молекулами жидкости меньше, чем между молекулами жидкости и твердого тела. 233. Вода смачивает стекло и потому удерживается около него до тех пор, пока не накопится капля, достаточно тяжелая для того, чтобы оторваться. Ртуть не смачивает стекло и потому не удерживается и не накапливается около него. 234. Вода собирается около стенок колбы, а воздух сосредоточится в средней ее части. 235. Обратно пропорционально радиусу. 236. 0,021 Н/м. 237. См. § 63. 238. Изменениями температуры и давления. 239. Существованию газообразной, жидкой и твердой фаз. 240. Отрицательную поправку к объему газа, обусловленную объемом, занимаемым самими молекулами, и положительную поправку к давлению — на внутреннее давление, обусловленное силами сцепления между молекулами. 241. Потому что межмолекулярные силы отталкивания не допускают плотной (без зазоров) «упаковки» молекул газа. 242. Третьей степени. 243. Предварительное охлаждение газа до температуры, меньшей критической. 244. Существованию насыщенного пара и жидкости. 245. Паром называется газ, находящийся при температуре, меньшей критической. В естественных условиях (в атмосфере) вода всегда находится при температуре, меньшей критической ( $t_{kp} = 374^\circ\text{C}$ ), а кислород — при температуре, большей критической ( $t_{kp} = -119^\circ\text{C}$ ). 246. См. § 67. 247. При испарении жидкость покидают молекулы, обладающие повышенной кинетической энергией. Это ведет к уменьшению внутренней энергии жидкости, и, следовательно, к понижению ее температуры. 248. См. § 68. 249. Пар, находящийся в равновесии с жидкостью. Возрастает с повышением температуры. 250. Испарение происходит только с поверхности жидкости. При кипении пузырьки пара образуются и быстро растут во всем объеме жидкости, всплывая на ее поверхность и разрываясь над нею. 251. Можно, понижая внешнее давление, поскольку температура кипения жидкости уменьшается с понижением этого давления. 252. 100%. 253. Испарение пота охлаждает поверхность тела, предотвращая перегрев организма. 254. См. § 69. 255. Относительно мелкой капельки пар будет ненасыщенным, поэтому она начнет испаряться. Тогда относительно крупной капельки пар станет пересыщенным и начнет конденсироваться на ней. В результате крупная капелька будет расти за счет уменьшения мелкой. 256. См. § 69. 257. См. § 70. 258. При растворении соли разрушается ее кристаллическая решетка; на это расходуется внутренняя энергия растворителя, что ведет к понижению температуры раствора. 259. См. § 70. 260. См. § 71.

$V_1$

261.  $A = \int_1^V p dV$ , где  $p$  — давление газа. 262. Процессы, происходящие

1, без теплообмена между системой и окружающей средой. 263.  $dA = -dU$ , где  $dA$  — работа, совершаемая системой;  $dU$  — соответствующее изменение внутренней энергии системы. 264. Возрастает (понижается). 265. См. § 71. 266. Процесс, в результате которого система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние. 267.  $pV^\gamma = \text{const}$ ,  $T V^{\gamma-1} = \text{const}$ ,  $T p^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{const}$ . 268. См. § 73, 74, 75. 269. Примерно 23,1% и  $2 \cdot 10^5$  Дж/с. 270. 1) не изменяется, 2) возрастает. 271.  $k \ln \frac{W}{W_0}$ , где  $k$  — постоянная Больцмана. 272. Температура комнаты повысится. Во-первых, потому, что количество теплоты, отбираемое рабочим веществом от воздуха внутренней полости холодильника, передается затем комнатному воздуху. Во-вторых, потому, что джоулева теплота, выделяемая при работе электрического компрессора, тоже переходит в воздух комнаты. Таким образом, оба эти процессы увеличивают внутреннюю энергию комнатного воздуха и, следовательно, повышают его температуру.

## ЧАСТЬ II

1. В изолированной системе алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной. 2. На руке индуцируется заряд противоположного знака. 3.  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м;  $\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$ . 4. См. § 4.
5. 0; 3,2 В·м; 256. 6. 2. 7. 0. 8. Дает возможность рассчитывать напряженность электрических полей, создаваемых заряженными телами различной формы. 9. См. § 5. 10. Потенциал такой точки электрического поля, при перемещении из которой заряда 1 Кл на бесконечность совершается работа 1 Дж;  $[B] = \text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$ . 11. Нулю. 12.  $E = -\text{grad}\phi$ . 13. См. § 6. 14. 40 В, так как проводник является эквипотенциальным телом. Нулю, так как заряды расположаются только на поверхности проводника. 15. Фарад — емкость конденсатора, между обкладками которого при заряде 1 Кл возникает напряжение 1 В. 16. 0,9 м. 17. В первом, в 16 раз. 18. Да. Положительный заряд шар приобрел за счет потери некоторого количества электронов. Следовательно, его масса уменьшилась на сумму масс утерянных электронов. 19. Их электроемкости одинаковы. 20. 6 см; для решения надо приравнять кинетическую энергию шарика работе по его перемещению в электрическом поле точечного заряда из бесконечности до искомого расстояния. 21.  $5,57 \cdot 10^{-3}$  Дж. 22. Термовое движение разрушает единую ориентацию осей дипольных молекул диэлектрика. 23. Количественно характеризует свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле; показывает, во сколько раз уменьшается напряженность электрического поля, существовавшего в вакууме, если вакуум заполняется данным диэлектриком. 24.  $D = \epsilon_0 \epsilon E$ . 25. Пропорциональна абсолютной диэлектрической проницаемости среды и квадрату напряженности поля:  $w = \epsilon_0 \epsilon E^2/2$ . 26. Потому что в отличие от напряженности электрическая индукция одинакова во всех частях неоднородного диэлектрика. 27. По определению,  $\epsilon = E_0/E$ , где  $E_0$  и  $E$  — соответственно напряженности электрического поля в вакууме и в среде. Поскольку  $E_0 \neq 0$ , а внутри проводника всегда  $E = 0$ , то  $\epsilon = E_0/0 = \infty$ . 28.  $W = D^2 \Omega / (2\epsilon_0 \epsilon)$ . 29. Количество электричества, проходящее 1 с через поперечное сечение проводника. 30. См. § 11.
31. Нет. Он показывает напряжение между полюсами генератора замкнутого вольтметром, которое меньше э. д. с. на значение  $U_b$  падения напряжения на внутреннем сопротивлении генератора. Благодаря большому сопротивлению вольтметра (по сравнению с сопротивлением генератора) сила тока в цепи, а следовательно, и  $U_b$  будут очень малыми. Поэтому практически можно считать, что вольтметр показывает э. д. с. генератора. 32.  $6,25 \cdot 10^{18}$  электронов. 33. 1; 0,5 и 1 Ом (присоединение поперечной перемычки не изменит сопротивления кольца, так как потенциалы точек  $C$  и  $D$  одинаковы). 34. 1) В приборе с наибольшим сопротивлением; 2) в приборе с наименьшим сопротивлением. 35. По мере нагрева металлической нити лампочки ее сопротивление возрастает и, следовательно, сила тока в ней уменьшается. 36. Закон Видемана — Франца (см. § 12). 37. На зависимости сопротивления от температуры. 38. Точка, в которой сходится не менее трех проводников.
39.  $\sum_{i=1}^n I_i = 0; \sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i$  (см. § 13). 40. Направление, предположительно принятное для этой силы тока, не соответствует действительному. 41.  $1,1 \cdot 10^{-2}$  Ом. 42. Можно, присоединив последовательно к вольтметру добавочное сопротивление 12 000 Ом. 43. См. § 14. 44. Для подтверждения того, что ток в металлах обусловлен направленным движением свободных электронов. 45.  $u \gg v$ ;  $u \approx 10^5$  м/с,  $v \approx 10^{-4}$  м/с. 46. Против часовой стрелки, так как свободные электроны двигались по инерции по часовой стрелке. 47. Электроны в проводах электросети начинают направленное движение под действием достигшего их электрического поля (созданного генератором), распространяющегося почти со скоростью света. 48. Нулю, согласно второму закону Вольты. 49. От работы выхода электрона из металла и от концентрации свободных электронов в нем. 50. См. § 17. 51. Термоэлектродвижущая сила

пропорциональна разности температур спаев. 52. Эффект Пельтье (см. § 17). 53. См. § 18. 54. Все электроны, испускаемые в 1 с катодом, достигают за это же время анода. 55. Сила анодного тока диода пропорциональна корню из куба анодного напряжения. 56. Надо повысить температуру катода. 57. Изменяя анодное или сеточное напряжение или температуру катода. 58. Под ударами положительных газовых ионов, ускоряемых электрическим полем. 59. При повышении температуры в полупроводнике увеличивается число свободных электронов, а следовательно, и число дырок, т. е. увеличивается число частиц, обеспечивающих проводимость полупроводника.

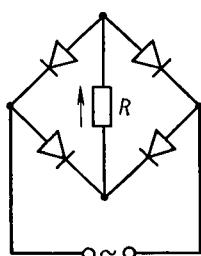


Рис. 266

60. Полупроводниковый термометр сопротивления. 61. См. § 19. 62. Электронно-дырочной или собственной. 63. Примесным дырочным. 64.  $p$ -типа. 65. Свободные электроны в направлении  $n \rightarrow p$ , дырки в направлении  $p \rightarrow n$ . 66. Направление  $p \rightarrow n$ . 67. За счет *неосновных* носителей заряда (свободных электронов в дырочном и дырок в электронном полупроводниках), концентрации которых очень малы. 68. Схема изображена на рис. 266. Через нагрузку  $R$  ток идет только в одном направлении, указанном стрелкой. 69. См. § 20. 70. Полупроводником  $p$ -типа. 71. Вещества, раствор которых в воде (и некоторых других диэлектрических жидкостях) проводят электрический ток. 72. Отношение концентрации диссоциированных молекул электролита к общей концентрации его молекул. 73. Движением катионов и анионов в противоположных направлениях под действием электрического поля. 74. Скорость равномерного движения иона под действием электрического поля единичной напряженности;  $m^2/(B \cdot c)$ . 75. Уменьшается, так как с повышением температуры возрастают подвижность ионов (за счет уменьшения вязкости жидкости) и их концентрация (за счет увеличения степени диссоциации электролита). 76. См. § 21. 77. См. § 21. 78. Количество электрочета, при прохождении которого через электролит на каждом из электродов выделяется химический эквивалент. 79. Для существования которого необходим внешний ионизатор. 80. При нормальных условиях газ почти не ионизирован, т. е. состоит из нейтральных молекул (атомов). 81. См. § 22. 82. От температуры, давления и химического состава газа, а также от материала, формы, размеров и взаиморасположения электродов. 83. Искровой, коронный, дуговой, тлеющий (см. § 23). 84. Искровой разряд. 85. 1) Дуговой разряд; 2) тлеющий разряд. 86. На коронном разряде (см. § 23). 87. Поток электронов, движущихся с очень большой скоростью от катода к аноду газоразрядной трубки. 88. Вид материи, посредством которой взаимодействуют магниты или токи или магниты с токами. 89. Существование связи между электрическими и магнитными явлениями. 90. Форму концентрических окружностей, перпендикулярных проводу, с центрами на этом проводе. 91. Южный. 92. Сложить бруски буквой  $T$ . Если при этом обнаружится заметное взаимопритяжение брусков, то намагничен брусков, являющийся «ножкой»  $T$ ; если же взаимопритяжение отсутствует, то намагничен брусков, являющийся «перекладиной»  $T$ . 93. Движущиеся электрические заряды (или переменные электрические поля). 94. Будет находиться в безразличном равновесии. 95. Южным. 96.  $[\mu_0] = \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^2$ . 97. Ампер на метр ( $\text{A}/\text{м}$ ). 98. По модулю равен произведению силы тока на обтекаемую им площадь, а по направлению совпадает с вектором напряженности магнитного поля в центре кругового тока. 99. Вообще не взаимодействуют, так как торOID не имеет *внешнего* магнитного поля. 100. Из орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов и собственного магнитного момента ядра. 101. Нулю. 102. Относительная магнитная проницаемость среды показывает, во сколько раз изменяется индукция магнитного поля, существовавшего в пустоте, если пространство, охваченное этим полем, заполняется данной средой. 103.  $B = \mu_0 \mu H$ . 104. Температура, при которой ферромагнетик превращается в парамагнетик (вследствие разрушения доменов). 105. Индукции магнитного поля (см. § 30). 106. См. § 30. 107. Если частица движется вдоль поля. 108. Витки спирали эквивалентны магнитным листкам, у которых одноименные полюсы обращены

в одну сторону. Следовательно, обращенные друг к другу полюсы соседних листков (витков) являются разноименными и потому притягиваются. 109. Не зависит. 110. Взаимно отталкиваются. 111. Нулю, так как лоренцева сила всегда перпендикулярна направлению движения заряженной частицы. 112. Нельзя, так как нейtron не имеет заряда. 113. По винтовой линии вдоль поля (или по окружности, если в момент создания поля электрон двигался перпендикулярно ему). 114. См. § 23, 31. 115. Для точного определения массы атомов (ионов). 116. Электрические и магнитные поля, способные симметрично (нужным образом) отклонять и фокусировать электронные лучи. 117. Постоянное магнитное и переменное электрическое взаимно перпендикулярные поля. 118. Магнитный поток (см. § 29, 33). 119. Изменение магнитного потока сквозь площадь, ограниченную контуром. Когда контур деформируется, или поворачивается в магнитном поле, или движется поступательно в *неоднородном* магнитном поле, а также в случаях, когда неподвижный контур находится в *переменном* магнитном поле. 120. Против часовой стрелки в соответствии с правилами Ленца и буравчика. 121. Перемещение листа из области поля сопровождается изменением магнитного потока через его площадь. Поэтому в листе индуцируются токи (Фуко), направленные по правилу Ленца так, чтобы препятствовать причине, вызывающей их. 122. Не будет, так как при любом положении кольца линии индукций поля параллельны плоскости кольца и, следовательно, магнитный поток сквозь площадь кольца не изменяется (все время равен нулю). 123. У первого в  $(n_1/n_2)^2$  раз, где  $n_1$  и  $n_2 < n_1$  — числа витков первого и второго соленоидов. 124. Возникает, так как движущееся металлическое крыло пересекает вертикальную составляющую магнитного поля Земли [см. рис. 114 и формулу (2')]. 125. Не возникнет, так как в этом случае алгебраическая сумма э. д. с. индукции действующих на всех участках рамки будет равна нулю. 126. Э. д. с. индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока сквозь площадь, ограниченную контуром. 127. Индуктивность и взаимная индуктивность. Генри — индуктивность контура, с которым при силе тока в нем 1 А сцепляется магнитный поток 1 Вб. 128. От формы, размеров и взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости среды. 129. 20 Гн. 130. Для уменьшения потерь на токи Фуко. Из ферритов, так как они имеют очень большое электрическое сопротивление, препятствующее возникновению токов Фуко. 131. Чтобы не допустить возникновения больших экстратоков размыкания, которые могут перегреть и пережечь обмотку статора. 132. Переходит в энергию индукционного тока (экстратока размыкания). 133.  $W = (e_0 E^2 + \mu_0 H^2)\Omega/2$ , где  $E$  и  $H$  — напряженности электрического и магнитного полей;  $\Omega$  — объем пространства, охваченного электромагнитным полем. 134. Увеличилась в 16 раз. 135. Синусоидальный переменный ток. 136. См. § 36. 137. 5,68 А. 138.  $R_L$  пропорционально круговой частоте тока и индуктивности соленоида. 139. Уменьшилось вдвое. 140. Колебание силы тока отстает от колебания напряжения на  $\pi/2$ . 141. Практически не расходуется (см. § 37). 142. Индуктивное сопротивление цепи равно ее емкостному сопротивлению:  $\omega L = R/(\omega C)$  [ $R$  имеет минимальное значение (равное омическому сопротивлению цепи), а  $I$  — максимальное]. 143. Единице. 144. См. § 39. 145. Переменный ток (колеблющийся электрический заряд). 146. Эти три вектора взаимно перпендикулярны. 147. Тоже  $v$ . 148. Ультрафиолетовым излучением. 149. В горизонтальной плоскости. 150. Гамма-волны (лучей). 151.  $E = 0$ ,  $H$  имеет максимальное значение. 152. См. § 41. 153. Энергия контура расходуется на нагревание диэлектрика в конденсаторе (см. § 35) и проводников контура, а также на электромагнитное излучение. 154. Уменьшился вдвое. 155. См. § 42. 156. Раз в период колебания. 157. Увеличилась в 9 раз. 158. Наложение колебаний звуковой частоты на электрические колебания. 159. См. § 43. 160. Иконоскопом и кинескопом. 161. Частота электромагнитных волн телевизионной радиосвязи значительно больше частоты волн телефонной радиосвязи. Такие волны не отражаются от верхних слоев атмосферы, а распространяются только по прямой линии. 162. 150 км, согласно формуле (4), § 43.

163. От 0,77 до 0,38 мкм. 164. Скорости света. 165. И тем и другим соответственно двойственному (корпускулярно-волновому) характеру свойств све-

та (см. § 44). 166. Среда, во всех точках которой скорость света одинакова (или показатель преломления одинаков). 167. Верно. Частота световой волны определяется только частотой источника (колебаний) и не зависит от среды. Скорость  $v$  света зависит от среды. Следовательно, значение  $\lambda$  в различных средах различно (поскольку  $\lambda = v/\nu$ ). 168. Отражение от шероховатой поверхности. 169. Абсолютный показатель преломления среды показывает, во сколько раз скорость света в данной среде меньше скорости света в вакууме. 170. Вторая среда. 171. Луч света должен падать на эту среду из среды, оптически более плотной, под углом, большим предельного угла падения. 172. Красные. 173. Угол между крайними лучами дисперсионного спектра. 174. Потому что для различных длин волн (цветов), составляющих белый свет, показатель преломления призмы имеет различные значения. 175. В случае: 1) разреженного одноатомного газа, 2) разреженного многоатомного газа, 3) гвердого тела, или жидкости, или сжатого газа. 176. Каждое вещество (находящееся в состоянии раскаленного разреженного газа или пара) имеет характерный, только ему присущий линейчатый спектр излучения. 177. Точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси. На главной оптической оси линзы. 178. 4 дп. 179. Зависит. Можно. Как указано в примечании к формуле линзы (9),  $f = n_2/n_1$ , где  $n_1$  и  $n_2$  — абсолютные показатели преломления среды и линзы. Поэтому  $f$  зависит от среды. Если подобрать окружающую среду с  $n_1 > n_2$ , то  $n_2/n_1 < 1$  и  $f < 0$ , т. е. собирающая линза превратится в рассеивающую. 180. Между фокусом и двойным фокусом; действительное, уменьшенное, перевернутое изображение. См. рис. 163, на котором следует поменять местами предмет и его изображение. 181. См. § 48. 182. Немного большем фокусного расстояния. 183. Действительное, уменьшенное, перевернутое, помещенное на сетчатке. 184. Больше 8 м; 25 см. 185. Наименьший угол зрения (см. рис. 170), при котором глаз еще может различать форму предмета; 1'. 186. 555 нм (зеленый цвет). 187. Спектральную чувствительность глаза (см. § 48). 188. Световой поток (люмен), сила света (кандела), освещенность (люкс), яркость (кандела на квадратный метр) (см. § 49). 189. Источник света, равномерно излучающий по всем направлениям, размер которого мал по сравнению с расстоянием до места наблюдения. 190. В 2  $\sqrt{2} \approx 2,82$  раза. 191. См. § 50. 192. 0,25 м<sup>-1</sup>. 193. Химические реакции между веществами, молекулы которых активизированы светом. 194. См. § 50.

195. Такие тела не являются когерентными источниками света (см. § 51 и ч. I, § 34). 196. Для получения когерентных источников света (см. рис. 179). 197. Максимум. 198. Согласно формуле (6), расстояние  $\Delta x$  между соседними интерференционными максимумами (или минимумами) на экране (см. рис. 181) пропорционально  $L$  и обратно пропорционально  $d$ . Поэтому  $\Delta x$  при несоблюдении условия  $d \ll L$  может оказаться неразличимо малым (интерференционная картина «смажется»). 199. Для выявления и измерения микроскопических неровностей на шлифованных поверхностях. 200. Для обнаружения движения Земли относительно «мирового эфира» и измерения скорости этого движения. 201. 0;  $\infty$ ;  $\infty$ . 202. См. § 52. 203. Огибание волной преграды, т. е. явление дифракции, отчетливо обнаруживается при сравнимости длины волн с размерами препятствия. Длина радиоволн сравнима с размерами зданий, тогда как длина световых волн (выражаемая долями микрометра) ничтожно мала по сравнению с ними. 204. Можно, поскольку разрешаемое расстояние микроскопа равно  $1/4$  мкм  $= 0,25$  мкм  $< 2$  мкм. 205. Чтобы увеличить числовую апертуру микроскопа и тем самым, согласно формуле (8), повысить его разрешающую способность. 206. Минимум. 207. Расстояние между двумя соседними штрихами решетки. 208. Не менее 10 штрихов на 1 мм. Согласно условию (9"), для получения хотя бы одного порядка спекгра ( $n = 1$ ) необходимо, чтобы  $d = \lambda$ , где  $d = 1/k$  — период решетки. 209. См. § 55. 210. Во-первых, дифракционный спектр многократно повторяется ( $n$  порядков), а призменный — однократен; во-вторых, в дифракционном спектре полосы всех цветов имеют одинаковую ширину, а в призменном спектре ширина полос увеличивается по мере перехода от красной его части к фиолетовой; в-третьих, дифракционная решетка наиболее сильно отклоняет лучи, соответствующие красному цвету,

а призма — фиолетовому цвету. 211. См. § 55. 212. Сигнал опасности должен быть видным с большого расстояния. Согласно закону Рэлея (см. § 55), меньше всего *рассеивается* в воздухе *длинноволновое излучение*, соответствующее красному цвету. Следовательно, *красный цвет виден с наибольшего расстояния*. 213. Дифракцию рентгеновских лучей и дифракцию электронов (и других микрочастиц) от кристаллов. На этой формуле основаны рентгеноструктурный и рентгеноспектральный анализы. 214. См. § 34, 54, 57, 215. В 1836 раз больше длина волны у электронных волн (согласно формуле де Броиля). 216. См. § 58. 217. См. § 58. 218. Только определенным направлением. 219. Их оптические оси параллельны. Ослабление интенсивности естественного света вдвое обусловлено прохождением его через поляризатор. Следовательно, через анализатор свет прошел без всякого ослабления, что по закону Малюса соответствует  $a = 0$ . 220. См. § 59. 221. Полное отражение. 222.  $48^{\circ}29'$ , согласно закону Брюстера. 223. Вещества, вращающие плоскость электрических колебаний поляризованного света. 224. 6,25%.

225. Тепловое излучение (лучеиспускание); сплошной спектр. 226. Когда потеря телом энергии за счет лучеиспускания компенсируется приобретением энергии за счет лучепоглощения. 227. См. § 61. 228. У абсолютно черного тела. 229. См. § 61. 230. Темного цвета. См. § 61. 231. Отношение спектральной лучеиспускательной способности тела к интервалу длин волн  $\Delta\lambda$ , в котором эта способность определена. 232. Возрастает в 16 раз, согласно закону Стефана — Больцмана. 233.  $4 \cdot 10^7 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ . 234. Методом оптической пирометрии. На законе Вина (см. § 62). 235. Постоянной Планка. 236. Для выяснения структуры атома. 237. См. § 63. 238.  $2\pi r = pl$ , т. е. *электрон может двигаться в атоме только по стационарным орбитам, длина которых кратна длине электронной волны*. 239. Для подтверждения основного положения Бора о дискретности возможных значений энергии атома (см. § 63). 240. Постоянной Ридберга. 241. У  $\text{Be}^{+++}$  в 4 раза, согласно формулам (6) и (22). 242. Через интервалы, равные  $13,55 - 3,38 = 10,17$  (В). 243. Не является (см. § 64). 244. Четырьмя (см. § 65). 245. Принцип Паули и принцип минимума энергии (см. § 65). 246. Атом хлора. 247. 98. 248. См. § 56 и § 65. 249. См. § 65. 250. Самое жесткое —  $K_{\gamma}$ , самое мягкое —  $M_{\beta}$ ;  $L \rightarrow K$  (линия  $K_{\alpha}$ ),  $N \rightarrow K$  (линия  $K_{\gamma}$ ),  $O \rightarrow M$  (линия  $M_{\beta}$ ). 251. См. § 66. 252. Антистоксовской люминесценцией. Может иметь место в случаях, когда квант энергии  $h\nu_0$ , вызвавший люминесценцию, поглощается уже возбужденной молекулой, так как при этом квант люминесценции  $h\nu > h\nu_0$ . 253. Световой коэффициент полезного действия люминесцентных ламп в десятки раз больше, чем ламп накаливания; кроме того, свет этих ламп близок (по спектральному составу) к естественному свету (см. § 66). 254. См. § 65. 255. Атом цинка в возбужденном состоянии; ( $KLM$ )<sub>566</sub>. 256. Ничем; они одинаковы по всем характеристикам. 257. В данном веществе населенность возбужденного энергетического уровня достаточным числом атомов должна быть больше населенности нормального уровня. 258. Высокая когерентность и монохроматичность, очень большая интенсивность, малая ширина и ничтожно малая расходимость. 259. См. § 67. 260. Корпускулярные. 261. Энергия падающего фотона должна быть больше работы выхода электрона из металла. 262. См. § 68. 263. Нет. В металле электроны *свободны* и, следовательно, *внутренний* фотоэффект осуществляться не может. 264. См. § 68. 265. 2. 266.  $2,21 \cdot 10^{-42}$  (отношение постоянной Планка к скорости света). 267. Эффектом Комптона; 31 пм (отношение энергий падающего и рассеянного фотонов равно  $(hc/\lambda_0) : (hc/\lambda) = \lambda/\lambda_0 = 1/0,9$ ). 268. Из вентильных полупроводниковых (обычно, кремниевых) фотоэлементов. См. § 68.

269. 83 протона и 126 нейтронов. 270. Селен. 79 нуклонов. 271. Целое число, ближайшее к атомной массе. 272. См. § 71. 273. Одновременно с каждой  $\beta$ -частицей испускается одно нейтрино при *случайном* распределении энергии между ними. 274. Никаким: это *нерегулируемый* процесс. 275. См. § 71. 276. 88 и 225. 277. В секундах в минус первой степени. 278. В 8 раз. 279.  $1/\theta \text{ см}^{-1}$ . 280. Пузырьковой камеры. В камере Вильсона трек такой частицы может оказаться незаконченным из-за малой плотности воздуха, находящегося в ее рабочем объеме. 281. Резерфордом (1919). Превращение ядер азо-

та в ядра изотопа кислорода (см. § 73). Было экспериментально показано, что протоны входят в состав атомных ядер. 282. Нейтроны, поскольку между ними и ядрами нет электростатического отталкивания. 283. См. § 73. 284. Свободные нейтроны  $\beta$ -радиоактивны ( $T = 11,7$  мин); нейтроны стабильных ядер не радиоактивны; нейтроны, входящие в  $\beta$ -радиоактивные ядра, радиоактивны. 285. Облучением этих элементов в ядерном реакторе. 286.  ${}_{9}^{19}\text{F} + {}_{1}^{1}\text{H} \rightarrow {}_{8}^{16}\text{O} + {}_{2}^{4}\text{He}$  или  ${}_{9}^{19}\text{F}(p, \alpha) {}_{8}^{16}\text{O}$ . 287. Энергию, необходимую для разобщения нуклонов, составляющих ядро. 288.  $m = Nm' - \Delta m$ , где  $\Delta m$  — дефект массы ядра;  $e = mc^2/N$ , где  $c$  — скорость света. 289. Устойчивость («прочность») ядра. При большом числе протонов в ядре значительно усиливается кулоновское отталкивание между ними. 290. Нулю. Ядро однокулонное — в нем нечего разобщать (и связывать). 291. Ядерные силы действуют только на очень малом расстоянии порядка  $10^{-13}$  см (см. § 77). Поэтому каждый нуклон связан (взаимодействует) только со своими ближайшими соседями, но не со всеми нуклонами ядра. Следовательно, увеличение числа нуклонов в ядре оказывается на его удельной энергии незначительно. 292. См. § 74. 293. См. § 75. 294. При шаровом объеме, так как в этом случае потеря *мгновенных* нейтронов через поверхность объема будет наименьшей. 295. Масса делящегося вещества, в которой цепная реакция идет с коэффициентом размножения нейтронов  $k = 1$ . 296. См. § 75. 297. 1) Возрастать; 2) оставаться постоянной; 3) убывать. 298. Сближению синтезируемых ядер препятствует кулоновская сила отталкивания. Для ее преодоления ядра должны иметь очень большую кинетическую энергию (скорость). Единственный экономичный способ достижения этого — нагревание термоядерного горючего до очень высокой температуры. 299. При синтезе атомных ядер водорода. 300. См. § 77. 301. Фотон; нуль. 302. 1) фотоны; 2) лептоны; 3) барионы; 4) мезоны. 303. Гравитационное взаимодействие. 304. Превращение элементарной частицы и соответствующей ей античастицы при взаимостолкновении в другие элементарные частицы. Превращение электрона и позитрона в фотоны:  $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$ . 305. Явление, обратное аннигиляции пар (см. § 71, 77, а также предыдущий ответ). 306. В Галактике числа позитронов, антипротонов и антинейтронов ничтожно малы по сравнению с числами электронов, протонов и нейтронов.

---

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

---

- Аберрация света 442, 443  
Абсорбция 200  
Автоколебания 100  
Активность вещества 549  
Альфа-лучи 545  
Ампер 249, 368  
Амплитуда колебаний 92  
Аналитор 488  
Анизотропия 172  
Античастица 569  
Апертура числовая 473  
Аэрация почвы \*
- Бароны 569  
Бета-лучи 545  
Биения 92  
Бомба атомная 564  
— водородная
- Вектор 12  
Вибратор Герца 419  
Влажность абсолютная 215  
— максимальная 215  
— относительная 216  
Возгонка 221  
Волна плоская 108  
— поперечная 101  
— продольная 110  
— стоячая 507  
— сферическая 108  
Волны 103  
— де Броイラ 483  
— звуковые 110  
— когерентные 457, 458  
— электромагнитные 395, 413, 415  
Вращение удельное 494  
Вязкость 156
- Газ идеальный 130  
— реальный 205
- Гальванопластика 335  
Гальваностегия 335  
Гамма-лучи 545  
Генератор квантовый 527  
— магнитогидродинамический 378  
— тока 397  
Гидролокация 112  
Гидротаран 84  
Гидротурбина 84  
Гипероны 569  
Гирроскопы 77  
Гистерезис магнитный 362  
Глаз 444  
Градиент 14  
Граница фотоэффекта красная 531
- Давление 83  
— внутреннее 92  
— гидростатическое 83  
— динамическое 83  
— осмотическое 84  
— парциальное 128  
— под искривленной поверхностью жидкости 197  
— световое 536  
Движение 5, 19  
— броуновское 120  
— ламинарное 157  
— турбулентное 188  
Детандеры 213  
Дефект массы 558  
Дефектоскопия 112  
Деформация твердого тела 174—176  
— — — остаточная 36  
— — — пластическая 174  
— — — упругая 36, 174  
Диамагнетики 357, 358  
Диод 313  
Диполь электрический 254  
Дисперсия света 494

- Диссоциация электролитическая 392  
 Дифракция волн 109  
 — света 470, 473  
 Диффузия 120, 158  
 Диэлектрики 268, 272, 304  
 Длина пробега молекул свободная 392  
 Дроссель 404  
 Ёмкость конденсатора 276, 277  
  
 Жидкость идеальная 80  
 — несмачиваемая 200  
 — смачиваемая 200  
  
 Закон Авогадро 129, 137  
 — Ампера 348  
 — Бера 49  
 — Био — Савара — Лапласа 350, 351  
 — Бойля — Мариотта 125, 136  
 — Брюстера 493  
 — Бугера 450  
 — Вавилова 524  
 — Вант-Гоффа 184  
 — Вебера — Фехнера 111  
 — Видемана — Франца 289  
 — Вина 502  
 — взаимосвязь массы и энергии 67  
 — всемирного тяготения 39  
 — Гей — Люссака 126, 136  
 — Гука 36  
 — Дальтона 128, 137  
 — Джоуля — Коппа 179  
 — Джоуля — Ленца 287  
 — Дюлонга — Пти 178  
 — импульса 31  
 — Кирхгофа 500  
 — Клапейрона 129, 137  
 — Клапейрона — Менделеева 129, 137, 138  
 — Кулона 250  
 — Максвелла 147  
 — Малюса 488  
 — Мозли 522  
 — Ньютона второй 29, 72  
 — — первый 28  
 — — третий 30  
 — Ома 285, 286, 288, 334  
 — — обобщенный 404  
 — отражения света 432  
 — преломления света 432  
 — Пуазейля 183  
 — Пуассона 230  
 — распада радиоактивного 548  
 — Рауля 218  
 — Рэлея 180  
 — смещения 547  
 — сохранения момента импульса 76  
  
 Закон сохранения заряда электрического 249  
 — — и превращения энергии 59  
 — Стефана — Больмана 502, 505  
 — Стокса 188  
 — Фарадея 383  
 — Фика 159  
 — Фурье 162  
 Законы Вольты 305, 309  
 — Гей-Люссака 126, 136  
 — Фарадея 334  
 — фотоэффекта 530  
 Заряд частицы удельный 369  
 — элементарный электрический 243  
 Звук 110  
  
 Излучение индуцированное 526  
 — космическое 568  
 — тепловое 498  
 Изотопы 556, 557  
 Изотропия 172  
 Индуктивность 387, 388  
 — взаимная 387, 388  
 — контура 391  
 Индукция магнитная 360, 361  
 — остаточная 362  
 — электрическая 273, 274  
 — электромагнитная 382  
 Инерция 28  
 Интенсивность волны 104  
 — света 450  
 Интерференция волн 104  
 — света 468  
 Интерферометр 460—462  
 Ионизация газа 337  
 Испарение 213  
 Источник света 446  
 — — точечный 447  
 — тока 282  
  
 Капилляры 200  
 Квант 504  
 Камера Вильсона 552  
 — пузырьковая 553  
 Колебания 88  
 — вынужденные 99  
 — гармонические 88, 89, 96, 97  
 — затухающие 99  
 — периодические 88  
 Количество теплоты 287  
 — электричества 249  
 Конденсатор 275  
 Конденсация 214  
 Контура автоколебательный 420  
 — колебательный 416  
 Концентрация раствора 182  
 Коэффициент диссоциации 159, 160, 181, 332  
 — мощности цепи электрической 408  
 — поглощения 450, 451  
 — размножения нейтронов 563

- Коэффициент расширения линейного 177  
 — объемного 177  
 — сопротивления температурный 286  
 — трансформаций 390  
 — трения 38  
 Кривизна 15  
 Кристаллизация 219  
 Лампы люминесцентные 525, 526  
 Линзы 437—443  
 Линии тока 80  
 Луч 101, 485  
 Лучепреломление двойное 489  
 Люминесценция 523  
**Магнит** 334  
**Масса** 29, 467  
 — покоя 66  
**Масс-спектрометр** 374  
**Машинка Линде** 212  
**Маятник** математический 98  
 — физический 96  
**Мезоны** 569  
**Мениск** 200  
**Микроскоп** 375  
**Микрочастицы** 65  
**Модуль Юнга** 37  
**Молниеотвод** 340  
**Момент вращающий** 71, 72  
 — импульса 73  
 — инерции 72—75  
 — магнитный 353  
 — силы 73  
**Мощность** 52  
 — мгновенная 53  
**Мощность средняя** 53  
 — тока переменного 398, 399  
 — — постоянного 287  
**Напряжение** 284  
**Напряженность поля** магнитного 350, 352—354  
 — — электрического 251, 252, 254, 257, 258, 259, 263  
**Насос** водоструйный 85  
**Натяжение** поверхностное 193  
**Начало термодинамики** второе 227, 235, 239, 243  
 — — первое 226  
 — — третье 244  
**Невесомость** 47  
**Неравенство Клаузиуса** 238  
**Нуль Кельвина** 126  
**Область слышимости** 111  
**Опыт Вавилова** 537  
 — Лебедева 536  
 — Майкельсона 463—465  
 — Штерна 150  
 — Эндрюса 207  
**Освещенность** 448  
**Оsmoregulation** 185  
**Оsmos** 182  
**Оциллограф** 373  
**Пар** 209  
 — насыщенный 215  
**Парамагнетики** 357, 358  
**Период вращения** 25  
 — колебания 89  
 — полураспада 548  
 — решетки дифракционной 478  
**Плавление** 219  
**Плотность заряда** 275,  
 — тока 286  
 — энергии поля магнитного 392  
 — — — электрического 279  
 — — — электромагнитного 392  
**Поверхность волновая** 108  
 — эквипотенциальная 262  
**Показатель преломления** абсолютный 432  
 — — относительный 433  
**Поле** гравитационное 40  
 — магнитное 344, 349, 386  
 — сил потенциальных 58  
 — электрическое 25, 252  
 — электромагнитное 394  
**Полимеры** 173  
**Полупроводники** 320  
**Поляризатор** 488  
**Поляризация** диэлектриков 268—271  
 — света 489, 493  
**Поляроиды**  
**Порог** болевой 111  
 — слышимости 111  
**Постоянная Авогадро**  
 — Больцмана 134  
 — Вина 502  
 — гравитационная 39  
 — капиллярная 201  
 — Лошмидта 135  
 — магнитная 348  
 — молярная газовая 129, 145  
 — Планка 65, 483, 504  
 — Ридберга 508, 516  
 — Стефана—Больцмана 502  
 — Фарадея 335  
 — электрическая 250  
**Потенциал** 260  
 — поля гравитационного 57  
**Потенциалов** разность 261, 284  
 — — контактная 305  
**Поток** индукции магнитной 385, 391  
 — — электрической 274, 275  
 — напряженности поля электрического 253  
 — световой 446  
 — энергии световой 446  
**Правила** Кирхгофа 290

- Правило буравчика 346  
 — левой руки 351  
 — Ленца 384  
 — параллелограмма 12  
 — Стокса 524  
 — треугольника 13  
 Предел прочности 174  
 Призма Николя 492  
 Принцип возрастания энтропии 239  
 — Гейзенберга 65  
 — Гюйгенса 108, 109  
 — Гюйгенса—Френеля 110, 428, 472  
 — минимума энергии 518  
 — относительности Галилея 43  
 — — обобщенный 465  
 — Паули 518  
 — постоянства скорости света 465  
 — суперпозиции 104  
 — — Эйнштейна 43  
 — эквивалентности Эйнштейна 45  
 Процесс волновой 101  
 — круговой 232  
 Процессы газовые 125, 126  
 — необратимые 225  
 — обратимые 225
- Работа** 51, 61  
 — выхода электронов из металла 531  
 — газа 227, 232  
 — поля гравитационного 57, 58  
 — тока в магнитном поле 367  
 — — переменного 398  
 — — постоянного 287  
 Радиоактивность 554  
 Радиолокация 426  
 Радиосвязь 421  
 Радиус кривизны 15  
 Разряд газовый дуговой 337, 340  
 — — искровой 339  
 — — коронный 340  
 — — несамостоятельный 337  
 — — самостоятельный 337, 338  
 — — тлеющий 341  
 Ракета 33  
 Регулятор Уатта 42  
 Резонанс 100  
 Решетка атомная 172  
 — дифракционная 478  
 — ионизационная 172  
 — кристаллическая 169  
 — металлическая 173  
 — мономолекулярная 173  
 Рефракция света 433
- Самодиффузия 390  
 Свет 428—430  
 Светимость энергетическая 498  
 Светокультура 454
- Сила** 30  
 — возвращающая 96  
 — квазиупругая 96  
 — Кориолиса 49  
 — крыла самолета подъемная 85  
 — линзы оптическая 440  
 — лоренцева 370  
 — нормального давления 38  
 — света 447  
 — термоэлектродвижущая 310  
 — тока 282, 288, 297  
 — трения 37, 38  
 — тяготения 45  
 — тяжести 46  
 — центробежная 41  
 — центростремительная 41  
 — электродвижущая 284, 397  
 — — самоиндукции 391  
 — индукции 382, 385  
 Силы инерции 44, 45  
 — — центробежные 46  
 — потенциальные 58  
 — упругости 36, 55  
 Система единиц 8, 9  
 — изолированная 32  
 — инерциальная 43  
 — отсчета 19  
 Система термодинамическая 225  
 Скаляр 12  
 Скорость 22  
 — движения молекул 147  
 — звука 110  
 — космическая 62—64  
 — мгновенная 20, 21, 24  
 — наиболее вероятная 148  
 — света в вакууме 66  
 — средняя 20  
 — угловая 24  
 Соленоид 355  
 Сопротивление  
 — емкостное 400, 401  
 — индуктивное 400, 402  
 — удельное 285, 334  
 — электрическое 285  
 Способность испускательная 449  
 — поглощательная 499  
 Спектр дисперсионный 435  
 — линейчатый 436, 508  
 — полосатый 436  
 — сплошной 436, 508  
 Сублимация 221  
 Сцинтиллятор 507  
 Счетчик Гейгера—Мюллера 550  
 — ионизационный 550, 551  
 — сцинтилляционный 551
- Тело** абсолютно твердое 71  
 — аморфное 220  
 — черное 499

Саевская 179  
— 212  
Ческая 209, 215  
Фильтропроводность 186  
Сорема Больцмана 141  
— Ирншоу 264  
— Остроградского—Гаусса 257  
Теплота 122  
— испарения 214  
— плавления 220  
Теплоемкость молярная 143, 144  
— удельная 123  
Теплопроводность 161—163  
Теплотворность 161—163  
Ток анодный 313  
— индукционный 383, 384  
— круговой 346, 354  
— насыщения 314, 339  
— переменный 282  
— постоянный 282  
— поляризационный 396  
— пульсирующий 316  
— смещения 394  
— трехфазный 408—410  
— электрический 282  
Точка материальная 19  
— росы 216  
— тройная 204  
Траектория 20  
Трансформатор 389  
Трение внутреннее в газе 156  
— — — жидкости 38, 164  
— качения 39  
— покоя 38  
— скольжения 37, 38  
Триод 313  
Трубка тока 81  
Удар центральный 61  
Ультразвук 112  
Уравнение Бернулли 83  
— Больцмана 133, 135  
— Ван-дер-Ваальса 206  
— внутреннего трения 165  
— волны 103  
— гармонических колебаний 89, 92  
— дифузий 159  
— Клаузиуса 130, 133  
— неразрывности струи 81  
— переноса 156, 158  
— теплопроводности 162  
— Эйнштейна 531  
Ускорение 21  
— мгновенное 21  
— свободного падения 40  
— среднее 21  
— — — угловое 25, 26  
Условие квантования радиуса орбит 509  
— частот 509  
Ферромагнетики 358

Фигуры лиссажу 90  
Фитotron 7  
Флуктуация 242  
Фокус линзы 440  
Формула Ампера 350  
— Борелли—Жюрена 201  
— Вульфа—Брэггов 482, 483  
— Лапласа 197  
— Ленгмюра—Богуславского 314  
— линзы 439, 440  
— Планка 505  
— Ричардсона 314  
— Сезерлэнда 155  
— Томсона 417  
Фотон 534, 569  
Фотосинтез 453  
Фототок 530  
Фоточувствительность фотоэлемента 530  
Фотоэлементы 532—534  
Фотоэффект 529  
Фронт волн 107  
Цикл Карно 232, 233  
Циклотрон 377  
Частицы элементарные 5  
Частота вращения 25  
Числа квантовые 517  
Число степеней свободы 140  
Чувствительность глаза 444  
Шкала температурная термодинамическая 126  
Электризация 248  
Электроемкость 266  
Электролиз 334  
Электролиты 331  
Электропроводность 285  
Эмиссия электронная 312  
Энергия 53, 61  
— атома 513  
— газа 142, 143  
— жидкости 195  
— кинетическая 54  
— колебаний гармонических 99  
— поля магнитного 392, 393  
— — — электрического 278  
— потенциальная 54, 55  
— связи 558  
— тяготения потенциальная 56  
— удельная 559  
Эффект Джоуля—Томсона 211  
— Комптона 537  
— Пельтье 311  
— пьезоэлектрический 271  
— термоэлектрический 310  
Эхолот 112  
Явления капиллярные 199  
Ядро 542  
Яркость 449

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	5
§ 1. Предмет физики. Связь физики с другими науками и производством . . . . .	5
§ 2. Единицы и размерности физических величин . . . . .	8
§ 3. Некоторые математические понятия и символы . . . . .	10
Контрольные вопросы . . . . .	18
Часть I	
Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика	
Глава I. Движение материальной точки (основы кинематики). . . . .	19
§ 4. Общий случай криволинейного движения материальной точки. Основные характеристики движения . . . . .	19
§ 5. Прямолинейное движение материальной точки . . . . .	22
§ 6. Движение материальной точки по окружности . . . . .	23
Примеры решения задач . . . . .	26
Контрольные вопросы . . . . .	28
Глава II. Основные законы динамики . . . . .	28
§ 7. Законы Ньютона. Масса и сила. . . . .	28
§ 8. Закон изменения импульса . . . . .	30
§ 9. Закон сохранения импульса в изолированной системе . . . . .	32
Примеры решения задач . . . . .	34
Контрольные вопросы . . . . .	35
§ 10. Силы упругости . . . . .	36
§ 11. Силы трения . . . . .	37
§ 12. Силы тяготения . . . . .	39
§ 13. Силы, возникающие при криволинейном движении . . . . .	41
§ 14. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Силы инерции . . . . .	43
§ 15. Вес тел. Ускорение свободного падения. Невесомость . . . . .	46
Примеры решения задач . . . . .	49
Контрольные вопросы . . . . .	51
Глава III. Работа и энергия . . . . .	51
§ 16. Работа и мощность . . . . .	51
§ 17. Энергия . . . . .	53
§ 18. Закон сохранения и превращения энергии . . . . .	58
§ 19. Космические скорости . . . . .	62
§ 20. Границы применимости классической механики . . . . .	64
Примеры решения задач . . . . .	69
Контрольные вопросы . . . . .	70

Глава IV. Вращательное движение твердого тела . . . . .	71
§ 21. Основной закон динамики вращения . . . . .	71
§ 22. Моменты инерции некоторых тел . . . . .	73
§ 23. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращающегося тела . . . . .	76
Примеры решения задач . . . . .	78
Контрольные вопросы . . . . .	79
Глава V. Движение жидкости . . . . .	80
§ 24. Основные определения. Уравнение неразрывности . . . . .	80
§ 25. Уравнение Бернулли . . . . .	82
§ 26. Некоторые приложения уравнения Бернулли . . . . .	84
Примеры решения задач . . . . .	87
Контрольные вопросы . . . . .	88
Глава VI. Колебания и волны . . . . .	88
§ 27. Гармоническое колебание и его характеристики . . . . .	88
§ 28. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний . . . . .	91
§ 29. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний . . . . .	93
§ 30. Динамика колебательного движения. Маятник . . . . .	96
§ 31. Затухающие и вынужденные колебания . . . . .	99
§ 32. Волновой процесс . . . . .	101
§ 33. Уравнение волны. Интенсивность волны . . . . .	103
§ 34. Интерференция волн. Стоячие волны . . . . .	104
§ 35. Фронт волны. Принцип Гюйгенса — Френеля . . . . .	107
§ 36. Звук и его восприятие. Ультразвук . . . . .	110
Примеры решения задач . . . . .	113
Контрольные вопросы . . . . .	114
Глава VII. Общие сведения о строении вещества . . . . .	115
§ 37. Основные положения молекулярно-кинетической теории . . . . .	115
§ 38. Некоторые явления, подтверждающие основные положения молекулярно-кинетической теории . . . . .	119
§ 39. Теплота и температура . . . . .	121
§ 40. Предмет и методы молекулярной физики . . . . .	123
Контрольные вопросы . . . . .	124
Глава VIII. Газы . . . . .	125
§ 41. Экспериментальные газовые законы. Термодинамическая температура . . . . .	125
§ 42. Основное уравнение кинетической теории идеального газа (уравнение Клаузиуса) . . . . .	129
§ 43. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа (уравнение Больцмана) . . . . .	133
§ 44. Получение экспериментальных газовых законов из уравнений кинетической теории идеального газа . . . . .	135
Примеры решения задач . . . . .	138
Контрольные вопросы . . . . .	140
§ 45. Число степеней свободы. Внутренняя энергия газа . . . . .	140
§ 46. Теплоемкости газа. Физический смысл молярной газовой постоянной . . . . .	143
	603

§ 47. Скорость поступательного движения молекул газа. Распределение числа молекул по скорости . . . . .	147
Примеры решения задач . . . . .	151
Контрольные вопросы . . . . .	152
§ 48. Средняя длина свободного пробега молекул . . . . .	153
§ 49. Явления переноса в газах. Уравнение переноса . . . . .	156
§ 50. Диффузия . . . . .	158
§ 51. Теплопроводность . . . . .	161
§ 52. Внутреннее трение . . . . .	164
Примеры решения задач . . . . .	166
Контрольные вопросы . . . . .	168
<hr/>	
Глава IX. Жидкости и твердые тела . . . . .	168
§ 53. Особенности строения жидкостей и твердых тел . . . . .	168
§ 54. Деформация твердого тела . . . . .	174
§ 55. Тепловое расширение твердых и жидких тел . . . . .	177
§ 56. Теплоемкость твердых и жидких тел . . . . .	178
§ 57. Диффузия в жидких и твердых телах . . . . .	180
§ 58. Осмос . . . . .	182
§ 59. Теплопроводность жидких и твердых тел . . . . .	185
§ 60. Вязкость жидкости. Турбулентное движение жидкости . . . . .	186
Примеры решения задач . . . . .	189
Контрольные вопросы . . . . .	190
§ 61. Внутреннее давление в жидкости. Поверхностное натяжение и свободная энергия поверхности жидкости . . . . .	191
§ 62. Дополнительное давление под искривленной поверхностью жидкости. Формула Лапласа . . . . .	197
§ 63. Капиллярные явления. Формула Борелли — Жюрена . . . . .	199
Примеры решения задач . . . . .	202
Контрольные вопросы . . . . .	203
<hr/>	
Глава X. Изменение агрегатного состояния вещества (фазовые превращения) . . . . .	203
§ 64. Понятие о фазовых превращениях и диаграмме состояний вещества . . . . .	203
§ 65. Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса . . . . .	205
§ 66. Опыт Эндрюса. Критическая температура . . . . .	207
§ 67. Сжижение газов. Эффект Джоуля — Томсона . . . . .	210
§ 68. Испарение и конденсация. Кипение . . . . .	213
§ 69. Упругость насыщенного пара над искривленной поверхностью жидкости и над раствором . . . . .	216
§ 70. Плавление и затвердевание (кристаллизация). Возгонка . . . . .	219
Примеры решения задач . . . . .	221
Контрольные вопросы . . . . .	222
<hr/>	
Глава XI. Основы термодинамики . . . . .	223
§ 71. Некоторые общие понятия термодинамики. Первое начало термодинамики . . . . .	223
§ 72. Работа, совершаемая при изменении объема газа. Адиабатические процессы . . . . .	227
§ 73. Цикл Карно. Второе начало термодинамики . . . . .	232
§ 74. Энтропия . . . . .	236
§ 75. Статистический смысл энтропии и второго начала термодинамики . . . . .	240
Примеры решения задач . . . . .	244
Контрольные вопросы . . . . .	246

## Часть II

### Электричество и магнетизм. Оптика и атомная физика

Глава I. Электростатика . . . . .	248
§ 1. Электризация тел. Электрический заряд . . . . .	248
§ 2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме. Электрическое поле и его напряженность . . . . .	250
§ 3. Электрический диполь. Поле диполя . . . . .	254
§ 4. Теорема Остроградского — Гаусса и ее приложения . . . . .	255
§ 5. Работа при перемещении заряда в электрическом поле. Потенциал . . . . .	260
§ 6. Неустойчивость статических систем электрических зарядов . . . . .	263
§ 7. Проводники в электрическом поле. Электроемкость. Энергия заряженного проводника . . . . .	265
§ 8. Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектров . . . . .	268
§ 9. Электрическое поле в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость. Вектор электрической индукции . . . . .	271
§ 10. Конденсатор. Энергия электрического поля . . . . .	275
Примеры решения задач . . . . .	279
Контрольные вопросы . . . . .	281
Глава II. Постоянный электрический ток . . . . .	282
§ 11. Электрический ток. Сила тока. Электродвижущая сила. Напряжение . . . . .	282
§ 12. Ток в металлических проводниках. Сопротивление. Закон Ома. Работа и мощность тока . . . . .	284
§ 13. Разветвленная электрическая цепь. Правила Кирхгофа . . . . .	289
§ 14. Основы электронной теории проводимости металлов . . . . .	294
§ 15. Вывод законов Ома, Джоуля — Ленца и Видемана — Франца из электронной теории проводимости металлов . . . . .	297
§ 16. Некоторые недостатки классической электронной теории проводимости металлов. Понятие о квантовой электронной теории проводимости . . . . .	300
§ 17. Контактная разность потенциалов. Термоэлектрические явления . . . . .	305
§ 18. Эмиссия электронов. Термоэлектронная эмиссия. Электронные лампы . . . . .	312
Примеры решения задач . . . . .	317
Контрольные вопросы . . . . .	319
§ 19. Ток в полупроводниках. Собственная и примесная проводимость полупроводников . . . . .	320
§ 20. Запирающий слой. Полупроводниковые выпрямители, усилители и термоэлектрические батареи . . . . .	327
§ 21. Ток в жидкостях. Электролиз. Закон Фарадея . . . . .	331
§ 22. Ток в газах. Несамостоятельный и самостоятельный газовые разряды . . . . .	336
§ 23. Типы самостоятельного газового разряда . . . . .	339
Примеры решения задач . . . . .	342
Контрольные вопросы . . . . .	343
Глава III. Электромагнетизм . . . . .	344
§ 24. Постоянный магнит и круговой ток. Магнитные поля магнитов и токов . . . . .	344
§ 25. Магнитное взаимодействие токов в вакууме . . . . .	347

§ 26. Напряженность магнитного поля. Формула Ампера. Закон Био—Савара—Лапласа . . . . .	349
§ 27. Некоторые приложения закона Био—Савара—Лапласа . . . . .	352
§ 28. Магнитные поля соленоида и тороида . . . . .	355
§ 29. Диа-, пара- и ферромагнитные вещества. Магнитная индукция. Поток магнитной индукции . . . . .	357
§ 30. Действие магнитного поля на проводник с током . . . . .	365
§ 31. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Определение удельного заряда и массы электрона . . . . .	368
§ 32. Некоторые приборы и установки, основанные на движении заряженных частиц в электрическом и магнитном полях . . . . .	373
Примеры решения задач . . . . .	379
Контрольные вопросы . . . . .	381
<hr/> Глава IV. Электромагнитная индукция и переменный ток . . . . .	382
§ 33. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Правило Ленца. Токи Фуко . . . . .	382
§ 34. Взаимная индуктивность и индуктивность . . . . .	387
§ 35. Энергия магнитного поля. Понятие об электромагнитной теории Максвелла . . . . .	392
§ 36. Контур, вращающийся в магнитном поле. Синусоидальный переменный ток. Работа и мощность переменного тока . . . . .	396
§ 37. Емкостное и индуктивное сопротивления . . . . .	400
§ 38. Обобщенный закон Ома. Электрический резонанс. Коэффициент мощности электрической цепи . . . . .	404
§ 39. Трехфазный ток . . . . .	408
Примеры решения задач . . . . .	410
Контрольные вопросы . . . . .	412
<hr/> Глава V. Электрические колебания и электромагнитные волны . . . . .	413
§ 40. Электромагнитные волны . . . . .	413
§ 41. Закрытый колебательный контур . . . . .	416
§ 42. Вибратор Герца. Автоколебательный контур. Диапазон частот электромагнитных волн . . . . .	418
§ 43. Радиосвязь . . . . .	421
Примеры решения задач . . . . .	426
Контрольные вопросы . . . . .	427
<hr/> Глава VI. Общие сведения о природе и свойствах света . . . . .	428
§ 44. Природа света . . . . .	428
§ 45. Отражение и преломление света. Полное отражение . . . . .	430
§ 46. Дисперсия света. Спектры . . . . .	435
§ 47. Тонкие линзы. Микроскоп . . . . .	437
§ 48. Глаз как оптическая система. Спектральная чувствительность глаза . . . . .	444
§ 49. Основные фотометрические характеристики . . . . .	446
§ 50. Поглощение света. Физико-химическое и физиологическое действие света . . . . .	449
Примеры решения задач . . . . .	455
Контрольные вопросы . . . . .	456
<hr/> Глава VII. Волновые свойства света . . . . .	457
§ 51. Интерференция света. Интерферометр . . . . .	457
§ 52. Опыт Майкельсона. Специальная теория относительности	463

§ 53. Интерференция света, отраженного от прозрачных пленок . . . . .	468
§ 54. Дифракция света. Разрешающая способность оптических приборов . . . . .	470
§ 55. Дифракция от щелей. Дифракционные спектры. Дифракционная решетка. Рассеяние света в мутной среде . . . . .	473
§ 56. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа — Брэггов . . . . .	480
§ 57. Дифракция микрочастиц. Волны де Броиля . . . . .	483
§ 58. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризация света в турмалине. Поляроиды . . . . .	485
§ 59. Двойное лучепреломление. Поляризация света в исландском шпате. Призма Николя . . . . .	489
§ 60. Вращение плоскости колебаний поляризованного света. Поляриметр . . . . .	493
Примеры решения задач . . . . .	495
Контрольные вопросы . . . . .	497
 Глава VIII. Квантовые свойства света и строение атома . . . . .	498
§ 61. Тепловое излучение. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа . . . . .	498
§ 62. Законы излучения абсолютно черного тела. Квантовый характер излучения. Формула Планка . . . . .	501
§ 63. Строение атома (ядерная модель). Дискретность энергетических состояний атома. Постулаты Бора . . . . .	506
§ 64. Квантовая теория строения атома водорода (по Бору). Объяснение спектров излучения и поглощения водорода . . . . .	512
§ 65. Квантовая теория строения многоэлектронных атомов и образование оптических и рентгеновских (характеристических) спектров . . . . .	517
§ 66. Люминесценция. Законы фотoluminesценции и некоторые ее практические применения . . . . .	523
§ 67. Индуцированное излучение. Квантовые генераторы . . . . .	526
§ 68. Фотоэффект. Законы фотоэффекта. Фотоэлементы . . . . .	529
§ 69. Масса и импульс фотона. Световое давление. Эффект Комptonа. Флуктуация света . . . . .	534
Примеры решения задач . . . . .	538
Контрольные вопросы . . . . .	540
 Глава IX. Атомное ядро и внутриядерные процессы . . . . .	541
§ 70. Общие сведения об атомных ядрах. Изотопы . . . . .	541
§ 71. Естественная радиоактивность. Алфа-, бета- и гамма-излучения. Законы радиоактивного распада . . . . .	544
§ 72. Методы наблюдения и регистрации микрочастиц . . . . .	550
§ 73. Ядерные реакции. Искусственная радиоактивность . . . . .	554
§ 74. Энергия связи. Дефект массы атомного ядра . . . . .	558
§ 75. Реакция деления. Цепная реакция. Ядерный реактор . . . . .	561
§ 76. Реакция синтеза (термоядерная реакция). Энергия звезд . . . . .	566
§ 77. Космическое излучение. Элементарные частицы. Типы взаимодействия объектов материи . . . . .	568
§ 78. Использование ядерной энергии . . . . .	574
Примеры решения задач . . . . .	576
Контрольные вопросы . . . . .	579
 Приложения . . . . .	580
Ответы на контрольные вопросы . . . . .	586
Предметный указатель . . . . .	597

**Ростислав Иванович Грабовский**

**КУРС ФИЗИКИ  
(ДЛЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ИНСТИТУТОВ)**

Зав. редакцией литературы по физике и математике Е. С. Гридасова.  
Редактор Г. Н. Чернышева. Младшие редакторы С. А. Доровских,  
Н. П. Майкова. Художественный редактор В. И. Пономаренко. Техни-  
ческий редактор Н. В. Яшукова. Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 2152

Изд. № ФМ-626. Сдано в набор 22.04.80. Подп. в печать 17.10.80.  
Т-15070. Формат 60×90/<sub>16</sub>. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Пе-  
чатать высокая. Объем 38 усл. печ. л. + 0,25 усл. печ. л. форзац . 40,98  
уч.-изд. л. + 0,18 уч.-изд. л. форзац . Тираж 90 000 экз. Зак. № 395.  
Цена 1 р. 50 к.

Издательство «Высшая школа»,  
Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14.

• Ярославский полиграфкомбинат Союзполиграфпрома при Государственном  
комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
150014. Ярославль, ул. Свободы, 97.