

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY  
VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ABDUMUTAL NABIYEV

# MATERIALLAR QARSHILIGI

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan  
5520700 – Texnologik mashinalar va jihozlar (tarmoqlar bo'yicha)  
bakalavriyat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik  
sifatida tavsiya etilgan*

Toshkent  
«Yangi asr avlodi»  
2008

«Materiallar qarshiligi» darsligi O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi oliy ta'lim muassasalarining sanoat transport va qurilish sohalari uchun tasdiqlagan amaldagi o'quv dasturlariga muvofiq yozildi.

Kitobda materiallarning asosiy mexanik xossalari hamda cho'zilish-siqilish, siljish, buralish, egilish va murakkab qarshilikka duch keluvchi konstruktsiya qismlarida paydo bo'luvchi zo'riqish, kuchlanish, ko'chish va deformatsiyalarni aniqlashga oid materiallar keltirilgan. Bundan tashqari siqilgan sterjenlarning ustuvorligi, zarbali va davriy o'zgaruvchan yuklarda mustahkamlik, yupqa devorli idishlar va qalin devorli quvurlar hisobi, bruslarning elastiklik chegarasidan keyin deformatsiyalanishini o'rganishga oid materiallar ham bayon etilgan.

Darslik oliy texnika ta'lim muassasalarida sanoatning mashinasozlik, samolyotsozlik, avtomobilsozlik, metallurgiya sohalari hamda transport va qurilish sohalari bo'yicha o'qiyotgan talabalarga mo'ljallangan bo'lib, undan mazkur ta'lim muassasalarining aspirantlari va kasb-hunar kollejlarning Texnika mexanika fani o'qituvchilari ham foydalanishlari mumkin.

**Taqrizchilar:** B.M. MARDONOV, fizika-matematika fanlari doktori,  
professor  
M.ERGASHOV, texnika fanlari doktori, professor  
A.HAKIMOV, texnika fanlari nomzodi, dotsent  
T.MAHKAMOV, katta o'qituvchi

ISBN 978-9943-08-367-7

© A.Nabiyev. «Materiallar qarshiligi». «Yangi asr avlodi» nashriyoti 2008-y.

## IKKINCHI NASHRGA SO‘Z BOSHI

Kadrlar tayyorlash milliy dasturining ikkinchi – sifat bosqichini talab darajasida amalga oshirishda barcha ta'lim muassasalarini o'quv adabiyotlarining yangi avlodi bilan ta'minlash muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bois fan-texnika va texnologiya rivojlanishining hozirgi zamon talablariga, Davlat ta'lim standartlari asosida ishlab chiqilgan o'quv dasturlariga mos keladigan darslik hamda o'quv qo'llanmalarni o'zbek tilida yozish ehtiyoji kun sayin ortmoqda.

Materiallar qarshiligi fanining amaldagi o'quv dasturlariga moslab yozilgan ushbu kitob muallifning umumiy tahriri ostida 2005-yil «Fan va texnologiya» nashriyotida chop etilib, o'quv jarayonida foydalanilayotgan «Materiallar qarshiligi» o'quv qo'llanmasining tuzatilgan va to'ldirilgan ikkinchi nashridir.

Muallif darslikni nashrga tayyorlash jarayonida, eng avvalo, tegishli o'quv dasturlari asosida qisqartirilgan hollarda, talabalarga mashg'ulotlar o'tish zaruriyati paydo bo'lganda ta'lim mazmuni va sifatiga zarar yetkazmasdan bir necha paragraflarni, hatto ba'zi boblarni ham chetlab o'tish imkonini yaratishga hamda materiallarni kitobxonga qisqa, sodda, ravon va tushunarli holda yetkazishga harakat qilgan. Bundan tashqari darslik metallmas materiallarning mexanik xossalari, materiallarning puxtalanishi va yoyiluvchanlik, kuchlanishlar to'planishi kabi nazariy ma'lumotlar bilan boyitilgan; barcha masalalar esa mazmun-mohiyati jihatidan butunlay yangilanib, ularning akariyati kompyuter yordamida yechib ko'rsatilgan.

Darslikni sinchiklab o'qib, uning mazmuni va sifatini oshirish borasida bergan foydali maslahatlari uchun texnika fanlari doktori, professor A.Karimov, dotsentlar P.Yu.Jumaniyozov, J.J.Jalolovlarga hamda qo'lyozmani nashrga tayyorlash jarayonida jonkuyarlik ko'rsatgan dotsent A.Bayzakov va pedagogika fanlari nomzodi I.Aliyevlarga muallif tashakkur bildiradi.

Darslikning mazmuni va sifatini boyitishga qaratilgan barcha tanqidiy fikr-mulohazalari uchun kitobxonlarga oldindan minnatdorchilik bildirgan holda, ularni quyidagi manzilga yuborishlarini iltimos qilamiz.

**Muallif**

## I BOB. KIRISH

### 1.1-§. Materiallar qarshiligi fanining mohiyati va mavzuyi

Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlardan\* tayyorlangan barcha muhandislik konstruksiyalari\*\* va ularning qismlari o'zlariga qo'yilgan yuklar ta'siriga chidamli bo'lib, ishlatilish davrining boshidan oxirigacha xavf-xatarli holatlarni mutlaqo sodir etmasliklari uchun, albatta mustahkamlik, bikrlilik hamda ustuvorlik kabi muhim konstruktiv talablarni qanoatlantirishi lozim.

Muayyan miqdordagi tashqi yuklar ta'siridagi konstruksiya yoki konstruksiya qismlarining:

– buzilmas (bo'laklarga ajralib ketmas)dan qarshilik ko'rsatib, bardosh bera olishi **mustahkamlik**;

– geometrik o'lchami va shakli o'zgarsa-da, ammo «haddan tashqari katta» deformatsiyalar hosil qilmasligi yoki boshqacha aytganda, deformatsiyalarga qarshilik ko'rsata olishi **bikrlilik**;

– dastlabki (yuk qo'yilmagan paytdagi) elastik muvozanat holatni saqlay olishi esa **ustuvorlik** deyiladi.

Loyihalash paytida konstruksiya yoki konstruksiya qismlarining ko'ndalang kesim yuzasi kattalashtirilsa, bir vaqtning o'zida ularning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligi ortishi tabiiy. Ammo bunday yo'l bilan qo'yilgan muammoni hal etish iqtisodiy jihatdan samarasiz: material va mehnat juda ko'p sarflanadi. Shu bois muhandislar loyihalashning boshqa usullarini izlashlari hamda ular orasidan iqtisodiy tomondan arzon, tejimli, texnologik jihatdan tayyorlanishi qulay va eng muhimi yuqorida qo'yilgan uchta talablarni iloji boricha bir vaqtda qanoatlantira oladigan loyihalardan birini tanlashlari, aniqrog'i, materiallar qarshiligi faniga murojaat qilishlari lozim.

Materiallar qarshiligi fanida faqat konstruksiya qismlarining mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligiga oid hisoblash usullari o'rganiladi. Bu

\* deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar deyilganda po'lat, cho'yan, mis, yog'och, tosh, g'isht, shisha, plastmassa va turli qotishmalar singari amalda ishlatiladigan materiallar tushuniladi;

\*\* muhandislik konstruksiyalari deyilganda mashina, mexanizm, inshoot va shu kabilar ko'zda tutiladi.

fanda barcha masala va muammolar nazariy jihatdan matematika, nazariy mexanika hamda amaliy (eksperimental) jihatdan esa fizika, materialshunoslik kabi fanlarga tayanib yechiladi.

Materiallar qarshiligida esa tashqi ta'sir tufayli barcha haqiqiy jismlarning geometrik shakli va o'lchamlari o'zgarib, ular deformatsiyalanadi, deb qaraladi. Shu bois jismlarga deformatsiyalanuvchi qattiq jism tarzida yondashiladi.

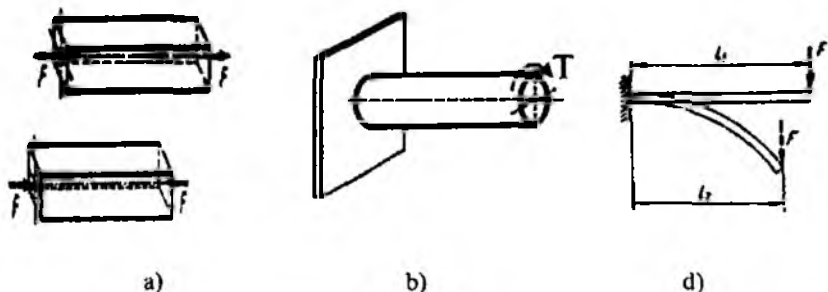
Shuni ta'kidlash muhimki, ilmiy-texnika taraqqiyoti materiallar qarshiligi fanining mazmunini boyitishga, uning mavqeyini yanada kuchaytirishga, elektron-hisoblash mashinalarining samarali ishlatilishi esa tegishli hisoblash ishlarini yengillashtirishga xizmat qiladi.

Geometrik o'lchami va shakliga ko'ra, barcha deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar: brus, yupqa devorli sterjen, plita yoki plastina hamda vazmin jismlar deb ataluvchi guruhlarga ajratiladi.

Ko'ndalang kesim yuza o'lchamlari uzunlik o'lchamiga nisbatan juda kichik bo'lgan jismlar *brus* deyiladi.

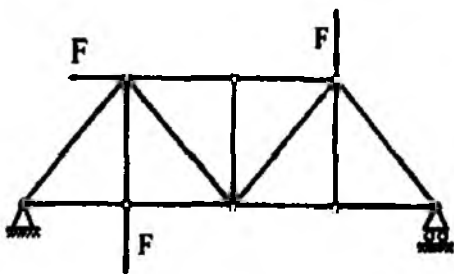
Bruslar o'qlarining holatiga ko'ra to'g'ri yoki egri, ko'ndalang kesim yuzasiga ko'ra esa o'zgarmas yoki o'zgaruvchan kesim yuzali bo'lishi mumkin.

Agar brus cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatsa *sterjen* (I.1 a-shakl), buralishga qarshilik ko'rsatsa *val* (I.1 b-shakl) va egilishga qarshilik ko'rsatsa *to'sin* (I.1 d-shakl) deb ataladi.

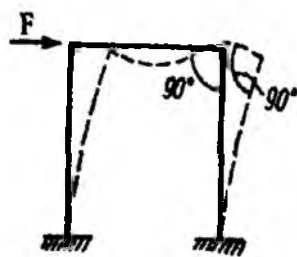


I.1-shakl.

Bir qancha sterjenlarning sharnirlar vositasida tutashtirilishidan hosil bo'lgan geometrik o'zgarmas tuzilmaga *ferma* deyiladi (I.2-shakl).



I.2-shakl.

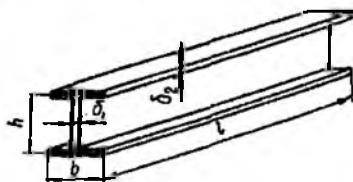


I.3-shakl.

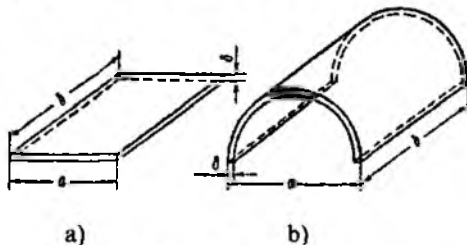
Bir qancha bruslarning o'zaro biki qilib tutashtirilishi natijasida hosil bo'lgan tuzilmaga *rama* deyiladi (I.3-shakl).

Ramaning vertikal sterjenlari *ustun*, gorizontaal sterjenlari esa *rigel* deyiladi.

Uchala o'lchamlari mos ravishda bir-birlaridan taxminan 810 marta-gacha farq qiluvchi jismlarga *yupqa devorli sterjen* deyiladi (I.4-shakl).



I.4-shakl.

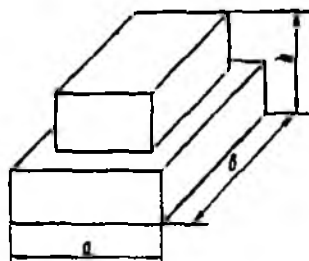


I.5-shakl.

Qalinligiga nisbatan qolgan ikkita o'lchamlari katta bo'lgan va tekis parallel sirtlar bilan chegaralangan jismga *plita* yoki *plastina* deb ataladi (I.5 a-shakl); agar bu jismlar egri sirtlar bilan chegaralansa, ularga *qobiq* deyiladi (I.5 b-shakl).

Imorat qavatlarini orasini yopuvchi temir-beton plitalar hamda qobiqlar-ga misol bo'luvchi turli me'morchilik gumbazlari qurilishda juda ko'p uchraydi.

Uchala o'lchamlari ham bir xil tartibda bo'lgan jismga *vazmin jism* deyiladi (I.6-shakl).



1.6-shakl.

Binoning asosi, devor damba, ko'prik tayanchi va shu kabilar vazmin jismlarga misol bo'ladi.

Bu fanning o'rganish va tadqiqot mavzui asosan, *tekshirilayotgan obyektlarning kesimlarida tashqi kuchlar ta'siri natijasida paydo bo'luvchi ichki kuchlar, kuchlanishlarni hamda ularning deformatsiyalari, ko'chishlarini aniqlashdan iborat.*

### 1.2-§. Tashqi kuchlar va deformatsiyalar

Tashqi kuch(yuk)lar jismlarga qo'yilishiga qarab *hajmiy* va *sirtqi* kuchlarga ajratiladi.

Hajmiy kuchlar jismlarning har bir ichki tarkibiy qism (element)lari hajmiga ta'sir qilib, hajm birligiga to'g'ri keluvchi kuchning miqdori bilan tavsiflanadi va xalqaro birliklar tizimida  $\text{kN/m}^3$ ,  $\text{N/m}^3$  kabi birliklarda o'lchanadi.

Og'irlik kuchlari va inersiya kuchlari hajmiy kuchlarga misol bo'ladi.

Sirtqi kuchlar tekshirilayotgan jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuchlar natijasi bo'lib, to'plangan va yoyilgan (taralgan yoki taqsimlangan) kuchlarga ajratiladi:

– jismning o'lchamlariga nisbatan juda kichik sirtga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar *to'plangan kuchlar* deb atalib, xalqaro birliklar tizimida  $\text{kN}$  yoki  $\text{N}$  lar bilan o'lchanadi; g'ildirak to'g'inining relsga bosimi to'plangan kuchga misol bo'ladi.

– jism sirtidagi birorta yuza yoki undagi chiziqning biror qismiga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar *yoyilgan kuchlar* deb ataladi; odatda, yuza bo'ylab taralgan kuchlar  $\text{kN/m}^2$ ,  $\text{N/m}^2$  lar, uzunlik bo'yicha taralganlari esa  $\text{kN/m}$ ,  $\text{N/m}$  lar bilan o'lchanadi. Suvning to'g'onga, sochiluvchan

jismlarning idish tubi va devorlariga, qorning bino tomlarini yopuvchi materiallarga bosimi va shu kabilar yoyilgan kuchlarga misol bo'ladi.

Amalda to'plangan yoki brus uzunligi bo'yicha taqsimlangan juft kuch (moment)lar ham uchraydi.

Tashqi kuchlar ta'sir etish muddatiga ko'ra doimiy (xususiy og'irlik kuchlari) va vaqtinchalik (poyezdning temir yo'lga ta'siri) kuchlarga bo'linadi.

Bundan tashqari, tashqi kuchlar jismlarga ta'sir etish turiga ko'ra statik va dinamik kuchlarga ham bo'linadi.

Noldan boshlab o'zining oxirgi qiymatigacha sekin, bir tekisda oshib boruvchi, keyin esa o'zgarmasdan qoluvchi kuchlarga *statik kuchlar* deyiladi.

Statik kuchlar ta'sir etganda konstruksiya va uning qismlarida hosil bo'luvchi kichik tezlanishlarni amaliy hisoblashlarda e'tiborga olmaslik mumkin, biroq inersiya kuchlarining qiymatini e'tiborga olish zarur va muhimdir.

Juda qisqa vaqt mobaynida o'z miqdori va qo'yilish nuqtalarini sezilarli darajada katta tezliklar bilan o'zgartiruvchi kuchlar *dinamik (zarbli) kuchlar* deb ataladi.

Dinamik kuchlar ta'siri natijasida konstruksiya yoki uning qismlarida katta tezlanishlar, shuningdek, ular tufayli esa inersiya kuchlari paydo bo'ladi.

Tashqi kuchlar yoki haroratning o'zgarishi natijasida barcha mavjud jismlar deformatsiyalanadi, aniqrog'i, jismlarni tashkil etgan zarralarning o'zaro joylashuv vaziyati o'zgarib, ularning geometrik shakli, o'lchami va hajmi o'zgaradi. Biroq jismlarning tarkibidagi modda (zarra)larning umumiy miqdori o'zgaraganligi tufayli, ularning massasi ham o'zgarmasdan qoladi.

Jismlarning deformatsiyalari, asosan, ikki xil ko'rinishda namoyon bo'ladi:

- bo'ylama yoki chiziqli deformatsiya;
- burchakli yoki siljish deformatsiya.

Bundan tashqari, barcha deformatsiyalar elastik va plastik (qoldiq) deformatsiyalarga ham ajratiladi.

Agar tashqi kuchlar ta'siri tufayli deformatsiyalangan jismdan mazkur kuchlar olinganda, deformatsiyalar ham butunlay yo'qolib, jism o'zining dastlabki geometrik shaklini egallasa, u holda bunday defor-



matsiyalar *elastik deformatsiyalar* deyiladi. Aksincha, deformatsiyalangan jismdan tashqi kuchlar olingandan keyin ham u o'zining dastlabki geometrik shaklini egallay olmasa, bunday deformatsiyalar *plastik (qoldiq) deformatsiyalar* deyiladi.

Materiallar qarshiligi fanida deformatsiyalar *oddiy* (cho'zilish yoki siqilish, siljish, buralish, egilish) va *murakkab* (bir qancha oddiy deformatsiyalarning birgalikda paydo bo'lishi) deformatsiyalarga ajratilib, konstruksiya qismlarining biktirligiga oid muammolar hal etiladi.

### 1.3-§. Hisoblash chizmasi

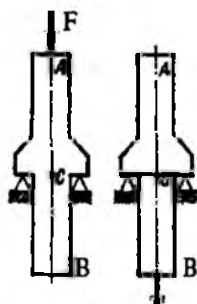
Deyarli barcha muhandislik konstruksiyalari yoki ularning qismlari shunday o'ziga xos xususiyatlarga egaki, birinchidan ular juda murakkab ko'rinishlarga ega bo'lsa, ikkinchidan esa ishlatilish davrida turlicha tashqi omillarga duch keladi. Shu sababli bir vaqtning o'zida barcha konstruktiv xususiyatlarni va tashqi omillarni to'liq e'tiborga olgan holda ularni loyihalash-hisoblash jarayonlari nihoyat darajada qiyindir. Hatto o'ta zamonaviy fan-texnika va texnologiya yutuqlaridan foydalangan taqdirda ham murakkab sharoitlarda qo'llanilayotgan ayrim konstruksiyalar yoki ularning qismlari uchun yuqoridagi muammolarni hal etib bo'lmaydi.

Shu bois, haqiqiy konstruksiyalar va ularning qismlari uncha muhim bo'lmagan ikkinchi darajali konstruktiv xususiyatlar va tashqi omillardan xalos etilib, ular shartli ravishda soddalashtirilgan ko'rinishlarda tasvirlanadi. Odatda, bunday qulaylashtirilgan ixcham tasvir *hisoblash chizmasi* deyiladi.

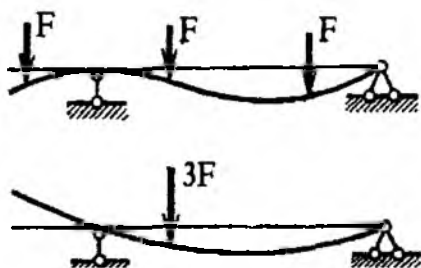
Hisoblash chizmasini tuzayotganda avvalo shunga e'tibor berish muhimki, statikaning mutlaq qattiq jismlar uchun chiqarilgan ba'zi teorema yoki aksioma (bog'lanishlardagi reaksiyalarni topishda muvozanat tenglamalaridan foydalanish bundan mustasno)larini ko'pincha materiallar qarshiligida qo'llab bo'lmaydi. Xususan, statikaning:

- kuchlarni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan boshqa nuqtaga keltirish;
  - parallel kuchlar guruhini teng ta'sir etuvchisi bilan almashtirish;
  - juft kuchni o'z tekisligida bir joydan boshqa joyga ko'chirish
- mumkinligi haqidagi teoremlari deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarga tatbiq etilganda masalaning asl mohiyati mutlaqo buziladi.

Masalan, brusning  $A$  nuqtasiga qo'yilgan  $F$  kuchni o'z ta'sir chizig'i bo'ylab uning  $B$  nuqtasiga ko'chirish mumkin emas (I.7-shakl). Garchi bunda tayanch nuqtalardagi reaksiya kuchlari o'zgarmasada, brusning qarshilik ko'rsatishi keskin o'zgaradi: birinchi holatda uning tayanchdan yuqori qismi siqilib, pastki qismi deformatsiyalanmaydi va aksincha, ikkinchi holatda esa yuqori qismi deformatsiyalanmasdan, pastki qismi cho'ziladi.



I.7-shakl.



I.8-shakl.

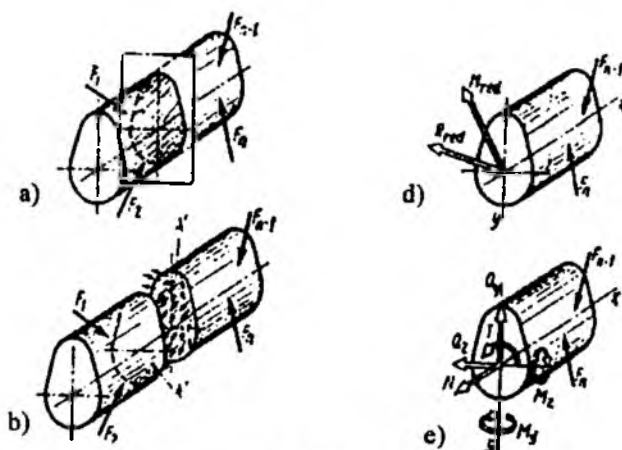
I.8- shaklning ikkala holatlaridagi deformatsiyalanish jarayonlarini qiyoslab, tegishli parallel kuchlar guruhini teng ta'sir etuvchisi bilan almashtirish va juft kuchni o'z tekisligida bir joydan boshqa joyga ko'chirish mumkinligi haqidagi teoremlardan foydalanib bo'lmisligiga ishonch hosil qilish mumkin.

Yuqoridagi misollarning tahlili shuni ko'rsatadiki, hisoblash chizmasini qulay, masalaning asl mohiyatiga zid kelmaydigan holda tanlash hisoblash-loyihalash jarayonida birinchi va nihoyatda mas'uliyatli bosqich ekan.

#### 1.4-§. Ichki kuchlar

Tabiatdagi barcha deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarni o'zaro ta'sirlashib turuvchi zarralar yig'indisidan iborat deb qarash mumkin. Zarralarning o'zaro ta'sir kuchlari jismlarni bir butun holda tutib turib, ularning deformatsiyalanishiga qarshilik ko'rsatishi uchun xizmat qiladi.

Umuman olganda, yuklangan va yuklanmagan jismlarning istalgan ikkita zarrasi orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari turlicha bo'ladi. Materiallar qarshiligida faqat yuklangan, ya'ni deformatsiyalangan jismlarning zarralari orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari e'tiborga olinadi.



I.9-shakl.

Jismlar deformatsiyalangan sari ularning kesimlaridagi zarralar bir-biridan uzoqlashish («qochish»)ga yoki o'zaro yaqinlashishga intiladi; deformatsiyalangan jism tarkibidagi zarralarning dastlabki muvozanatini saqlash yoki tiklashga intilgan kuchlar *ichki kuchlar* yoki *zo'riqish kuchlari*, qisqacha *zo'riqishlar* deyiladi.

Demak, deformatsiya va zo'riqishlar uzviy bog'lanishda ekan.

Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning kesimlarida hosil bo'luvchi ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topish maqsadida *kesish usuli* qo'llaniladi.

Kesish usulining asl mohiyatini tushuntirish maqsadida ixtiyoriy tayanchlarda (tayanchlar shaklda ko'rsatilmagan) yotuvchi birorta brusning muvozanatini tahlil qilamiz (I.9 a-shakl).

Brusga qo'yilgan tashqi kuchlar tizimi tayanchlarda reaksiya kuchlarini hosil qiladi; natijada brus muvozanat holatida bo'ladi.

Brusning biror kesimidagi ichki kuchlarni aniqlash uchun quyidagi ishlarni navbat bilan bajaramiz:

a) brusni ixtiyoriy tekislik bilan fikran kesib, uni ikki qism (tomon)ga ajratamiz;

b) ixtiyoriy tomonni, masalan chap tomonni tashlab yuborib, o'ng tomonni alohida ajratib olamiz; albatta, bu holatda jismdan ajratilgan qismning muvozanati buzilishi tabiiy;

d) ajratilgan qismning dastlabki muvozanatini tiklash maqsadida tashlab yuborilgan tomonning ta'sirini kesim yuzi bo'yicha ixtiyoriy ravishda taqsimlanuvchi va kesimning har bir nuqtasiga qo'yilgan kuchlar bilan almashtiramiz (I.9 b-shakl);

e) quyidagi statika tenglamalari yordamida ajratilgan qismning muvozanatini tekshiramiz:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, & \sum_{i=1}^n M_{xi} &= \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i &= \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, & \sum_{i=1}^n M_{yi} &= \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n Z_i &= \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0, & \sum_{i=1}^n M_{zi} &= \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.1})$$

Agar brusdan ajratilgan qism bitta tekislikda yotuvchi kuchlar ta'sirida bo'lsa, u holda yuqoridagi muvozanat sharti quyidagicha yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i &= \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{xi} &= \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.2})$$

Ammo, kesimlarda hosil bo'luvchi ichki kuchlarning soni cheksiz ko'p bo'lganligi tufayli ularni aniqlash masalasini faqatgina (I.1) yoki (I.2) tenglamalar tizimi yordamida hal qila olmaymiz. Odatda, bunday masalalar *statik aniqmas masalalar* deyilib, ularni yechish rejasi 1.6-§ da bayon etiladi.

Endi kesimlardagi barcha ichki kuchlarni bitta bosh vektor  $R$  va bosh moment  $M$  bilan almashtirib, kesim og'irlik markaziga keltiramiz (I.9 d-shakl).

Bosh vektor va bosh momentlarni  $x$ ,  $y$ ,  $z$  o'qlariga proektsiyalab, quyidagi oltita ichki kuch omillariga ega bo'lamiz (I.9 e-shakl):

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \sum_{i=1}^n X_i, & M_x &= \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0 \\ Q_y &= \sum_{i=1}^n Y_i, & M_y &= \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0 \\ N_z &= \sum_{i=1}^n Z_i, & M_z &= \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

bunda,  $N=N_z$  – bo‘ylama kuch;

$Q_x, Q_y$  – ko‘ndalang (kesuvchi yoki qirquvchi) kuchlar;

$M_x, M_y$  – eguvchi momentlar;

$T = M_z$  – burovchi moment.

Ichki kuchlarni quyidagicha ta’riflaymiz:

– *ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan ko‘ndalang kesim normaliga mos keluvchi o‘qqa nisbatan olingan proeksiyalarning algebraik yig‘indisi bo‘ylama kuch deyiladi;*

– *ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan markaziy bosh inersiya\* o‘qlari ox va oy larga nisbatan olingan proeksiyalarning algebraik yig‘indisi ko‘ndalang kuch deyiladi;*

– *ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan ko‘ndalang kesim og‘irlik markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig‘indisi markaziy bosh inersiya o‘qlariga nisbatan eguvchi moment yoki qisqacha, eguvchi moment deyiladi;*

– *ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan ko‘ndalang kesim normaliga mos keluvchi o‘qqa nisbatan olingan momentlarning algebraik yig‘indisi burovchi moment deyiladi.*

Kesimlarda hosil bo‘luvchi ichki kuch omillari mazkur jismning deformatsiyalanish va kuchlanish holatlari bilan uzviy bog‘liqdir.

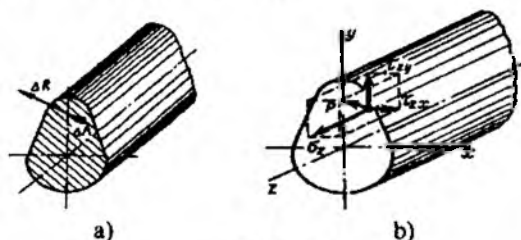
### 1.5-§. Kuchlanishlar

Tekshirilayotgan jismlarning istalgan kesimida yotuvchi nuqtadagi ichki kuchlar intensivligining o‘lchovini bilish maqsadida kuchlanish tushunchasi kiritilgan.

\* Markaziy bosh inersiya o‘qlari tushunchasi VI bobda bayon etiladi.

Birlik yuzaga ta'sir etuvchi ichki kuchga mexanik kuchlanish yoki qisqacha *kuchlanish* deyiladi.

Faraz qilaylik, tekshirilayotgan kesimning biror nuqtasi atrofidan olingan  $\Delta A$  elementar yuzachaga ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi  $\Delta R$  qo'yilgan bo'lsin (I.10 a-shakl).



I.10-shakl.

Ichki kuchlar teng ta'sir etuvchisining elementar yuzacha yuzasiga nisbati *o'rtacha kuchlanish* deyilib, quyidagicha ifodalanadi:

$$p_{o'rt} = \frac{\Delta R}{\Delta A}. \quad (I.4)$$

Demak, kuchlanish kesim yuza birligiga to'g'ri keluvchi ichki kuch bo'lib, yo'nalishi  $\Delta A \rightarrow 0$  dagi  $\Delta R$  ning chekli yo'nalishiga mos keluvchi vektor kattalik ekan.

To'la kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}. \quad (I.5)$$

Kuchlanishlar  $Pa$ ,  $MPa$  lar bilan o'lchanadi.

Kesimda yotuvchi har bir nuqtadan fazoda turlicha yo'nalgan yuzachalar o'tkazish mumkin; bunday yuzachalarning kuchlanishlari turlichi bo'lishi tabiiy. Lekin biz keyinchalik faqat yo'nalishlari ma'lum yuzachalardagi kuchlanishlarni aniqlash bilan shug'ullanamiz, xolos.

To'la kuchlanish vektorini koordinata o'qlariga parallel bo'lgan uchta tuzuvchiga ajratamiz (I.10 b-shakl); bu tuzuvchilarning birinchisini  $\sigma$  *normal* va qolgan ikkitasini  $\tau$  *urunma* kuchlanishlar deb ataymiz. Odatda, to'la kuchlanishning tashkil etuvchilari bir indeksli  $\sigma$  (bu yerda, indeks yuzaga o'tkazilgan normalning yo'nalishini ko'rsatadi) va qo'sh indeksli  $\tau$  (bu yerda, birinchi indeks yuzaga o'tkazilgan normalning

yo'nalishini, ikkinchisi esa urunma kuchlanish tashkil etuvchisining yo'nalishini ko'rsatadi) bilan belgilanadi.

Yuqoridagi ifodadan foydalanib, normal va urunma kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} \\ \tau_{xz} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_x}{\Delta A} \\ \tau_{yz} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_y}{\Delta A} \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

Normal kuchlanishlar bo'ylama (chiziqli) deformatsiyalarni, urunma kuchlanishlar esa siljish (burchakli) deformatsiyalarni yuzaga keltiradi.

To'la kuchlanish va uning tashkil etuvchilari orasida quyidagi munosabat mavjud:

$$p = \sqrt{\sigma_z^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2} \quad (1.7)$$

### 1.6-§. Materiallar qarshiligi fanidagi masalalar va ularni yechish tartiblari

Materiallar qarshiligi fanida yechiladigan masalalarning asosiy mazmuni quyidagilardan iborat:

a) konstruktsiya qismlarining o'ziga xos, ayniqsa xavfli kesimlarida paydo bo'luvchi ichki kuch, kuchlanish, deformatsiya va ko'chishlarni aniqlash;

b) konstruktsiya qismlarining mustahkamlik, bikrlilik, ustuvorlik kabi talablarni qanoatlantiruvchi zaruriy, ishonchli va foydalanishga qulayroq o'lchamlarini aniqlash;

d) berilgan o'lchamlar bo'yicha konstruktsiya elementlarining xavftatarsiz ishlashini ta'minlovchi eng katta kuch (yuk)larni topish.

Materiallar qarshiligi fanida statik aniq va statik aniqmas masalalar o'rganiladi.

Tekshirilayotgan obyektlarning tayanchlarida hosil bo'luvchi reaksiya kuchlarini va ularning ixtiyoriy kesimlaridagi ichki kuchlarni faqat statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lgan masalalar *statik aniq masalalar* deyiladi.

Aksincha, reaksiya kuchlari va ichki kuchlarni statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lmagan masalalar *statik aniqmas masalalar* deyiladi.

Barcha statik aniqmas konstruksiyalar «ortiqcha» bog'lanishlarga, ya'ni noma'lum zo'riqish yoki tayanch reaksiyalariga ega bo'ladi. Garchi bu bog'lanishlar konstruksiyalarning geometrik o'zgarasligi va muvozanatini ta'minlash uchun zarur bo'lmasada, ularning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligini oshirish uchun xizmat qiladi. Ortiqcha bog'lanishlarni aniqlashda statika tenglamalaridan tashqari qo'shimcha tenglamalar ham tuzish zarur.

Masalaning statik aniqmaslik darajasi undagi ortiqcha noma'lumlarning soni bilan belgilanadi.

Masalan, ortiqcha noma'lumlar soni ikkita bo'lganda masala ikki marta statik aniqmas deb hisoblanadi. Bunday masalani yechish uchun statikaning muvozanat tenglamalariga qo'shimcha ravishda yana ikkita qo'shimcha tenglama tuzish kifoya.

Statik aniqmas masalalarni yechishning umumiy rejasi quyidagi tartibda olib boriladi:

#### **I. Masalani statik tomondan tahlil qilish**

Bunday tahlil quyidagi ketma-ketlikda bajariladi:

- a) kesish usulidan foydalanib jismni ikki qismga ajratish;
- b) ixtiyoriy qismni alohida ajratib olish;
- d) tashlab yuborilgan qismning ajratib olingan qismga ko'rsatgan ta'sirini ichki kuchlar, bog'lanishlarni esa reaksiya kuchlari bilan almash-tirish;

e) ajratilgan qism uchun muvozanat tenglamalarini tuzish.

#### **II. Masalaga geometrik nuqtayi nazardan yondashish**

Buning uchun konstruksiya qismlarining deformatsiyalari orasida bog'lanishlar o'rnatilib, deformatsiyaning uzluksizlik tenglamalari tuziladi.

#### **III. Masalaning fizik tomonini o'rganish**

Bu holda Guk qonunini qo'llab, konstruksiya qismlarining deformatsiyalari bilan ularni vujudga keltiruvchi ichki kuchlar orasidagi bog'lanish tenglamalarini tuzish lozim.



#### IV. Sintez

Masalani statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan o'rganish natijasida hosil qilingan barcha tenglamalarni ichki zo'riqish kuchlariga nisbatan yechish.

Shuni alohida ta'kidlash o'rinliki, materiallar qarshiligi masalalarini yechishda jism materiali yaxlit (g'ovaksiz), bir jinsli, izotrop, kuchlanish va deformatsiyalar chiziqli bog'lanishda deb faraz qilinadi. Bundan tashqari kuchlar ta'sirining bir-birlariga xalal bermaslik\* va Sen-Venan\*\* tamoyillariga ham tayaniladi.

#### TEKSHIRISH UCHUN SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1. *Muhandislik amaliyotida konstruksiya va uning elementlari deganda nimani tushunasiz?*
2. *Mashina, inshoot va ularning qismlariga qanday konstruktiv talablar qo'yiladi? Ularni alohida izohlang.*
3. *Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar deganda nimalarni tushunasiz?*
4. *Materiallar qarshiligi va nazariy mexanika fanlarining o'xshashligi va farqi nimalardan iborat?*
5. *Materiallar qarshiligi fanida deformatsiyalanuvchi qattiq jism qanday guruhlariga ajratib o'rganiladi?*
6. *Tashqi kuchlar qanday guruhlariga ajratiladi?*
7. *Deformatsiyalarning turlarini izohlang.*
8. *Ichki kuchlar deganda qanday kuchlarni tushunasiz? Kesish usulining mohiyati nimadan iborat?*
9. *Kuchlanish tushunchasi nima maqsadda kiritilgan? Uning o'lchamligi qanday?*
10. *Materiallar qarshiligi fanida hal etiladigan masalalarning mohiyati nimalardan iborat?*
11. *Materiallar qarshiligi fanida qabul qilingan asosiy cheklanishlarning mazmunini izohlang.*

---

\* bu tamoyilga ko'ra kuchlanish va deformatsiyalar tashqi yuklarining ketma-ket va tartibsiz qo'yilishiga bog'liq emas;

\*\* muvozanatlashuvchi kuchlar hosil qilgan kuchlanishlar "mahalliy" xususiytga ega.

Y-6873/4

## II BOB. ICHKI KUCHLARNING EPYURALARI

### 2.1-§. Umumiy mulohazalar

Brus (sterjen, val, to'sin)larni mustahkamlik va bikrlikka hisoblashda ularning qaysi kesimlarida ichki kuchlar ekstremal (eng katta yoki eng kichik) qiymatlarga erishishini, aniqrog'i, ichki kuchlarning brus uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuniyatini bilish muhimdir. Odatda, bu qonuniyatni analitik bog'lanishlar va ular yordamida quriladigan epyuralar orqali ifodalash mumkin.

Ichki kuchlarning brus uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuniyatini ko'rsatuvchi grafik yoki diagramma mazkur ichki kuchlarning epyuralari yoki qisqacha *epyura* deyiladi.

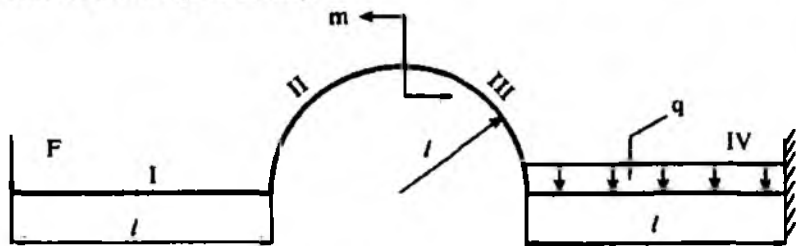
Demak, epyuralarni to'g'ri qurish muhim ahamiyatga ega ekan, chunki ular yordamida brusning xavfli kesimi tanlanadi hamda ichki kuchlarning hisobiy qiymatlari aniqlanadi.

Har bir ichki kuchning o'ziga aynan bitta tenglama mos keladi.

Epyuralarni qurishda quyidagi umumiy tartiblardan foydalanish tavsiya etiladi:

1) statikaning muvozanat tenglamalari yordamida tayanch reaksiya kuchlari\* aniqlanadi;

2) brusni tegishli «oraliq»larga ajratib, ma'lum tartibda ular *I, II, III,...* raqamlar bilan belgilanadi; oraliqning chegaralari quyidagilardan iborat bo'lishi mumkin (II.1-shakl):



II.1-shakl.

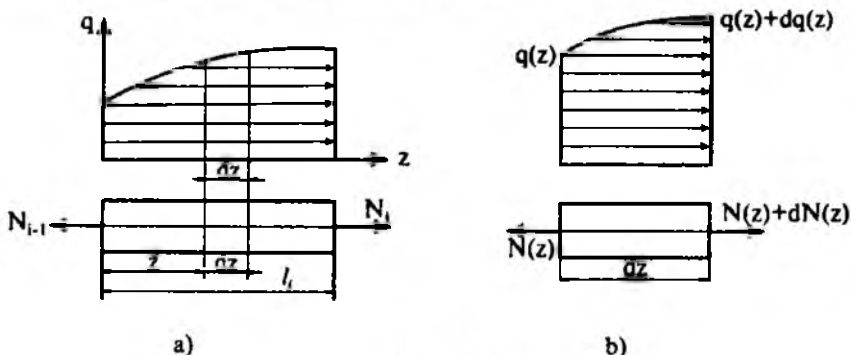
\*\* Faqat bir uchi bilan qistirib mahkamlangan bruslar uchun bu tavsiyani bajarmasa ham bo'ladi, chunki masala brusning erkin uchidan boshlab ham yechilishi mumkin.

- a) to'plangan kuchlar va juft kuchlar qo'yilgan kesimlar;
  - b) bitta qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi taqsimlangan kuchlarning boshlanish va oxirgi kesimlari;
  - d) bruslarning siniq joylari.
- 3) kesish usulidan foydalanib, har bir oraliq uchun ichki kuchlarning analitik ifodalari yoziladi; bunda ichki kuchlarning ishoralariga alohida e'tibor berish zarur;
- 4) analitik ifodalar tarkibidagi o'zgaruvchiga tegishli qiymatlar berib, har bir oraliqning o'ziga xos kesimlaridagi ichki kuchlarning miqdorlari – ordinatalari hisoblanadi;
- 5) ordinatalar aniq mashtab bilan brus o'qiga parallel qilib o'tkazilgan nol chizig'iga tik qilib joylashtiriladi va epyura chiziladi; odatda, epyurada musbat qiymatlar nol chizig'ining yuqori, manfiy qiymatlar esa pastki qismiga joylashtiriladi;
- 6) epyura nol chizig'iga tik bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlanadi.

### 2.2-§. Bo'ylama kuch bilan taralgan kuch intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlar

Aytaylik, sterjenning uzunlikka ega bo'lgan  $\ell$  oraliq'i  $q=q(z)$  qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi yoyilgan normal kuch ta'siri ostida bo'lsin (II.2 a-shakl).

Cheksiz kichik uzunlikdagi  $dz$  elementni ajratib olib, uning chap kesimiga  $N(z)$  bo'ylama kuchni qo'yamiz (II.2 b-shakl). Elementning o'ng kesimidagi bo'ylama kuch  $dN(z)$  orttirma oladi.



II.2-shakl.

Elementning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum Z_i = 0; \quad N(z) + dN(z) - N(z) + q(z)dz + \frac{dq(z)dz}{2} = 0. \quad (\text{II.1})$$

Ikkinchi tartibli cheksiz kichik miqdorni e'tiborga olmasdan

$$\frac{dN(z)}{dz} = -q \quad (\text{II.2})$$

ko'rinishdagi differensial munosabatni hosil qilamiz: bo'ylama kuchdan  $z$  absissa bo'yicha olingan birinchi tartibli hosila tekshirilayotgan oraliqqa ta'sir etayotgan yoyilgan kuch intensivligining teskari ishorasiga teng.

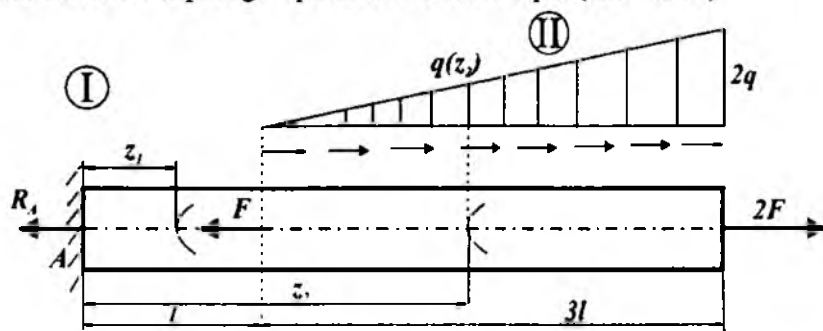
(II.2) ifodadan quyidagi integral munosabatni hosil qilamiz:

$$N(z) = - \int_0^z q(z)dz + N_{i-1}. \quad (\text{II.3})$$

Bunda  $N_{i-1}$  -tekshirilayotgan oraliqning chap kesimidagi bo'ylama kuch.

Endi bo'ylama kuchlarning epyuralarini qurishni aniq misollarda ko'rib chiqamiz.

**1-masala.** To'plangan va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan brus cho'zilish va siqilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.3 -shakl).



II.3-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun bo'ylama kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun normal kuchlanishning analitik ifodasini tuzish;
- bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar				
$F$	$q$	$l$	$A$	Oraliqlar soni
kN	KN/m	m	$\cdot 10^{-3} \text{ M}^2$	
100	80	1,6	0,4	2

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish.

**Izoh:** bo'ylama kuchlar qirqim tekisligining chap yoki o'ng tomonlariga ta'sir etayotgan barcha kuchlardan  $z$  o'qiga olingan proeksiyalar yiq'indisidan iborat:

$$N(z) = \pm \sum_{i=1}^n Z_i. \quad (\text{II.4})$$

Odatda, bo'ylama kuchlarning ishoralari quyidagicha tanlanadi: agar bo'ylama kuchlar qirqilgan kesimdan bir tomonda yotgan sterjenning bo'lakchasini cho'zsa, ular musbat ishorali va aksincha, uni siqsa manfiy ishorali bo'ladi.

**Masalani yechish tartibi:**

- uchburchaklar o'xshashligidan foydalanib, yoyilgan kuchning o'zgarish qonuniyatini aniqlash (1.1-jadval);
- tayanch reaksiyani aniqlash va uning qiymati to'g'riligini tekshirish;
- bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalarini tuzish (1.2-jadval);
- bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun  $N$  va  $\sigma$  larni aniqlash;

– aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun  $N$  va  $\sigma$  larning epyuralari-  
ni qurish (II.4-shakl).

1.1 jadval

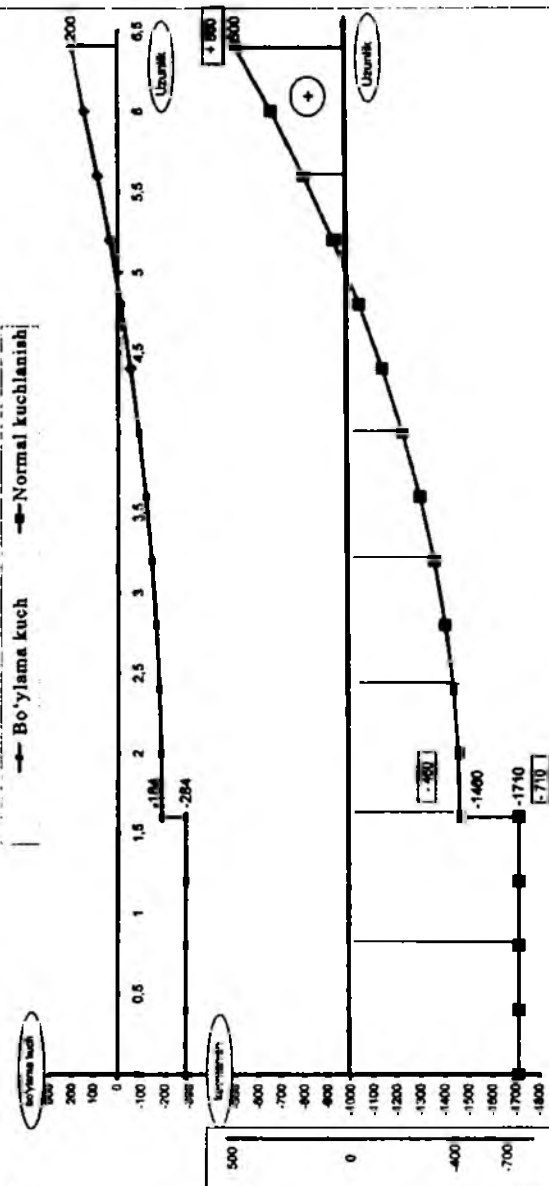
1	$\frac{q(z_2)}{2q} = \frac{z_2 - \ell}{3\ell}$ bundan $q(z_2) = \frac{2q}{3\ell}(z_2 - \ell)$
2	$R_A = \pm \sum_{i=1}^3 Z_i(F) = 2F - \frac{1}{2} 2q 3\ell - F = F - 3q\ell = const$
	$\delta = \left  \sum Z_i(R) - \sum Z_i(F) \right $

1.2 jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$N_1 = R_A = 3F - 3q\ell$
		$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{3F - 3q\ell}{A}$
II	$\ell \leq z_1 \leq 4\ell$	$N_2 = R_A + F + \frac{1}{2} \cdot \frac{2q}{3\ell} (z_2 - \ell)^2$
		$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{1}{A} \left[ R_A + F + \frac{q}{3\ell} (z_2 - \ell)^2 \right]$

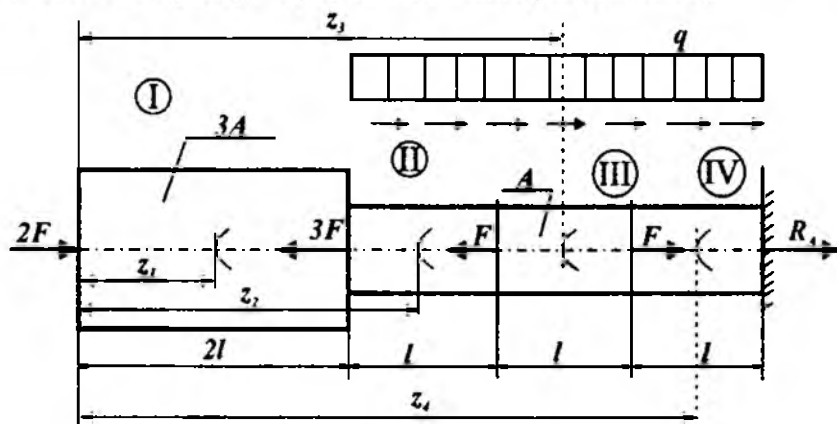
№	Oraliq	I										II									
		0,4	0,8	1,2	1,6	1,8	2	2,4	2,8	3,2	3,6	4	4,4	4,8	5,2	5,6	6	6,4			
1	284	0	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284	-284				
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
3	N	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2				
4	$10^3 \sigma - \lambda_0$	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710	-1710				
5	$10^3 \sigma$	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710	-710				

1-massala uchun epyuralar



II.4-shaki.

**2-masala.** To'plangan va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan brus cho'zilish va siqilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.5-shakl).



II.5-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun bo'ylama kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun normal kuchlanishning analitik ifodasini tuzish;
- bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning epyuralarini qurish.

<b>Berilgan kattaliklar</b>				
$F$	$q$	$l$	$A$	Oraliqlar soni
kN	KN/m	m	$\cdot 10^{-3} \text{ m}^2$	
70	50	1,0	0,65	4

#### *Masalaning yechilishi*

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish.



**Masalani yechish tartibi:**

– tayanch reaksiyani aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirish (2.1-jadval);

– bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalarini tuzish (2.2-jadval);

– bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun  $N$  va  $\sigma$  larni aniqlash (jadval);

– aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun  $N$  va  $\sigma$  larning epyuralari-ni qurish (II.6-shakl).

2.1-jadval

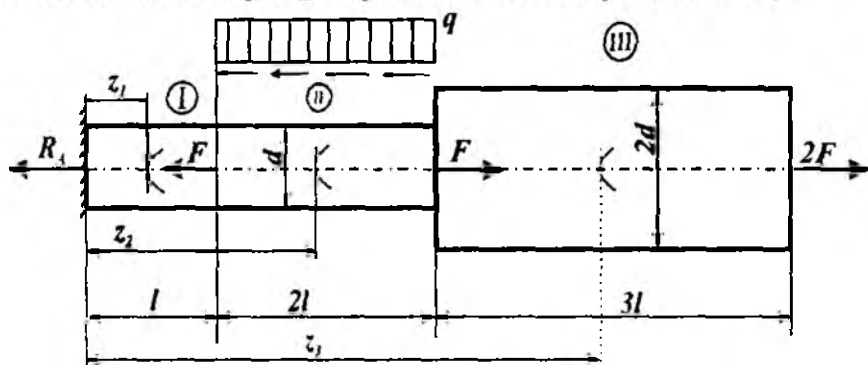
1	$R_A = \pm \sum_{i=1}^5 Z_i(F) = 2F - 3F - F + F + q \cdot 3\ell = 3q\ell - F = \text{const}$
2	$\delta = \left  \sum Z_i(R) - \sum Z_i(F) \right $

2.2- jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$N_1 = -2F$
		$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = -\frac{2F}{A}$
II	$2\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$N_2 = F - q(z_2 - 2\ell)$
		$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{1}{A}  F - q(z_2 - \ell) $
III	$3\ell \leq z_3 \leq 4\ell$	$N_3 = 2F - q(z_3 - 2\ell)$
		$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{1}{A}  2F - q(z_3 - \ell) $
IV	$4\ell \leq z_4 \leq 5\ell$	$N_4 = R_A + q(5\ell - z_4)$
		$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = \frac{1}{A}  R_A + q(5\ell - z_4) $



3-masala. To'plangan va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan brus cho'zilish hamda siqilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.7-shakl).



II.7-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun bo'ylama kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun normal kuchlanishning analitik ifodasini tuzish;
- bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar				
$F$	$q$	$l$	$d$	Oraliqlar soni
kN	KN/m	m	$\cdot 10^{-1}$ m	
20	30	1,4	50	3

#### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish.

**Masalani yechish tartibi:**

- tayanch reaksiyani aniqlash va to'g'riligini tekshirish (3.1-jadval);

– bo‘ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalarini tuzish (3.2-jadval);

– bo‘ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari asosida  $z$  ning o‘zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun  $N$  va  $\sigma$  larni aniqlash;

– aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun  $N$  va  $\sigma$  larning epyuralari ni qurish (II.8-shakl).

3.1-jadval

1	$R_A = \pm \sum_{i=1}^4 Z_i(F) = 2F - 2q\ell = \text{const}$
2	$\delta = \left  \sum Z_i(R) - \sum Z_i(F) \right $

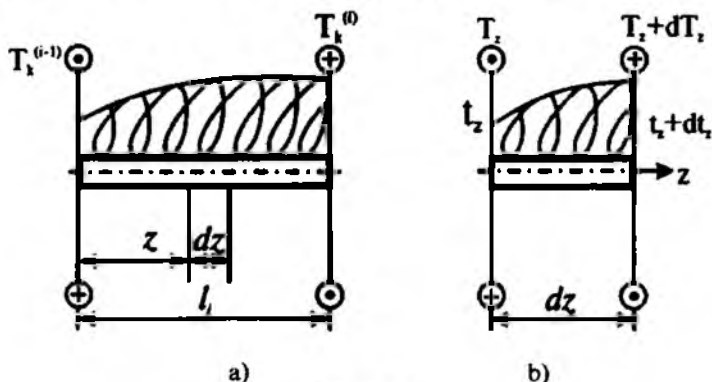
3.2-jadval

Oraliq		Bo‘ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$N_1 = R_A = 2F - 2q\ell$
		$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{8(F - q\ell)}{\pi d^2}$
II	$\ell \leq z_1 \leq 3\ell$	$N_2 = 3F - 2q\ell - q(z_2 - \ell)$
		$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{4}{\pi d^2} [3F - 2q\ell - q(z_2 - \ell)]$
III	$3\ell \leq z_1 \leq 6\ell$	$N_3 = 2F$
		$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{4}{\pi (2d)^2} 2F = \frac{4F}{\pi d^2}$



### 2.3-§. Burovchi moment bilan taralgan moment intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlar

Valning uzunlikka ega bo'lgan  $l$  oralig'iga intensivligi  $t_z = t_{ez}$  bo'lgan yoyilgan tashqi moment ta'sir etmoqda (II.9 a-shakl).



II.9-shakl.

Tekshirilayotgan oraliqning chap kesimidagi burovchi moment  $t_c^{(i-1)}$ , o'ng kesimidagi esa  $t_c^i$  bilan chizmada tasvirlangan. Undan cheksiz kichik uzunlikdagi  $dz$  bo'lakchani ajratib olib (II.9 b-shakl), quyidagi muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_{zi} = 0; \quad T_z + dT_z - T_z - t_{ez} \cdot dz - \frac{dt_{ez} \cdot dz}{2} \approx 0.$$

Bu tenglamani tuzishda ajratilgan bo'lakchanning uzunligi  $dz$  cheksiz kichik bo'lganligidan yoyilgan yuk chiziqli qonuniyat bo'yicha taqsimlangan deb qaralgan.

Ikkinchi tartibli cheksiz kichik miqdor  $\frac{dt_{ez} \cdot dz}{2}$  ni e'tiborga olmasdan, quyidagi differensial munosabatni hosil qilamiz:

$$\frac{dT_z}{dz} = t_{ez}(z). \quad (\text{II.5})$$

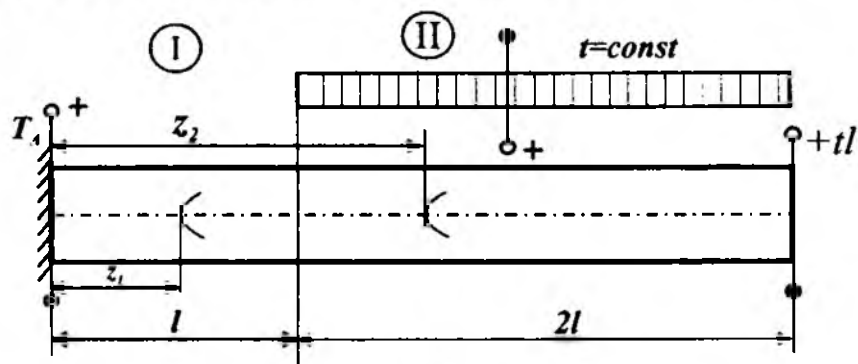
Demak, burovchi momentdan  $z$  absissa bo'yicha olingan birinchi tartibli hosila valning tekshirilayotgan oralig'iga ta'sir ko'rsatayotgan yoyilgan moment intensivligiga teng ekan.

(II.5) dan quyidagi integral munosabat kelib chiqadi:

$$T_z = \int_0^z t_c(z) dz + T_z^{-1}. \quad (II.6)$$

Burovchi momentlarning epyuralari qurilishini aniq misollarda ko'rib chiqamiz.

**4-masala.** To'plangan va yoyilgan momentlar bilan yuklangan val egilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.10-shakl).



II.10-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun burovchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- burovchi momentning epyurasini qurish.

Berilgan kattaliklar		
$t$	$l$	Oraliqlar soni
kN m/m	m	
100	1,2	2

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;

- kesish usulini qo'llab, burovchi momentning analitik ifodalarini tuzish.

**Masalani yechish tartibi:**

- tayanch reaksiyani aniqlash va uning to'g'riligini tekshirish (4.1-jadval);

- burovchi momentning analitik ifodalarini tuzish (4.2-jadval);

- analitik ifodalar asosida z ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun burovchi momentni aniqlash;

- aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun burovchi momentning qpyuralarini qurish (II.11-shakl).

**Izoh:** burovchi momentning tenglamasini tuzishda quyidagi ishoralar qoidasiga rioya qilish zarur: **agar kesim tomondan qaraganda tashqi burovchi moment valni soat mili harakati yo'nalishiga qarshi aylantirsa uning ishorasi musbat, aksincha, soat milining harakati yo'nalishi bo'yicha aylantirsa manfiy ishorali qilib tanlanadi.**

4.1-jadval

1	$T_A = \pm \sum_{i=1}^2 Z_i(T) = -t \cdot \ell + t \cdot 2\ell = t \cdot \ell = const$
	$\delta = \left  \sum Z_i(R) - \sum Z_i(T) \right  = T_A - t \cdot \ell$

4-2-jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$T_1 = T_A = t \cdot \ell$
II	$\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$T_2 = T_A - t(z_2 - \ell)$

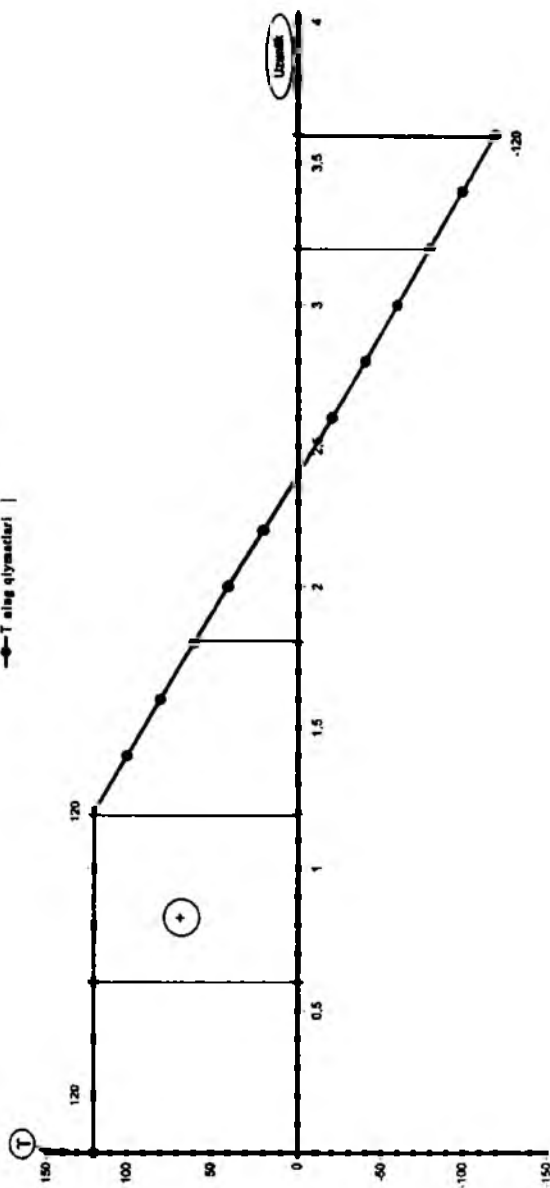


Ornak	$0 \leq z_1 \leq l$										$l \leq z_2 \leq 3l$										
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	3.2	3.4	3.6	
Z	120	120	120	120	120	120	120	120	100	80	60	40	20	0	-20	-40	-60	-80	-100	-120	
T																					

$T_A$	120
$\delta$	0

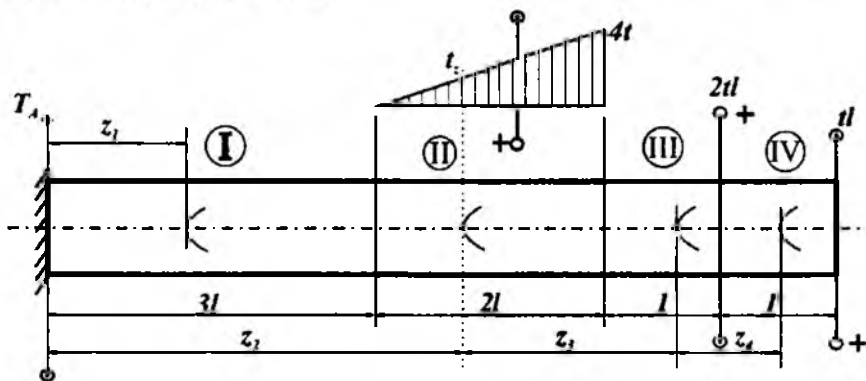
"Burovchi moment" ning epyurasi

● T a'loq qiymatlari



II.11-shakl.

**5-masala.** To'plangan va yoyilgan (chizikli qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi) momentlar bilan yuklangan val egilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.12-shakl).



II.12-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun buruvchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- buruvchi momentning epyurasini qurish.

Berilgan kattaliklar		
$t$	$l$	Oraliqlar soni
kN m/m	m	
50	0,6	4

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, buruvchi momentning analitik ifodalarini tuzish.

**Masalani yechish tartibi:**

- uchburchaklar o'xshashligidan foydalanib yoyilgan momentning o'zgarish qonuniyatini aniqlash (5.1-jadval);

- tayanch reaksiyani aniqlash va uning to'g'riligini tekshirish;
- burovchi momentning analitik ifodalarini tuzish (5.2-jadval);
- analitik ifodalar asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun burovchi momentning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun burovchi momentning epyuralarini qurish (II.13-shakl).

5.1-jadval

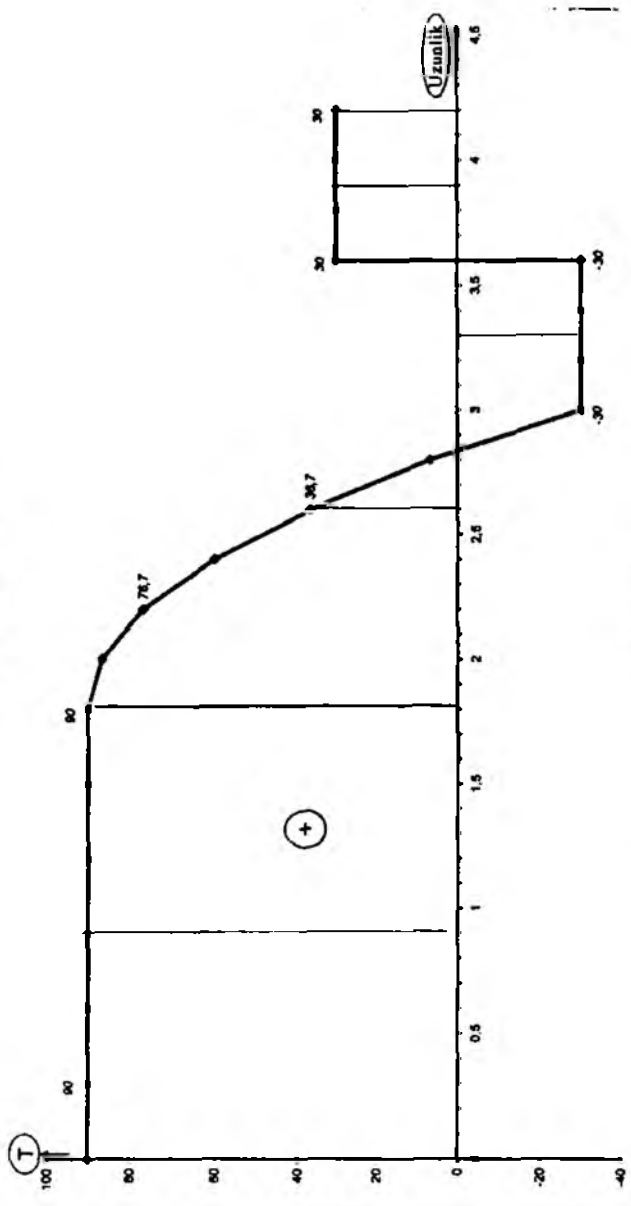
1	$\frac{t(z_2)}{4t} = \frac{z_2 - 3\ell}{2\ell}$ bundan $t(z_2) = \frac{4t}{2\ell} (z_2 - 3\ell)$
2	$T_A = \pm \sum_{i=1}^3 Z_i(T) = t \cdot \ell - t \cdot 2\ell + 0,5 \cdot 4t \cdot 2\ell = 3t \cdot \ell = const$
	$\delta = \left  \sum Z_i(R) - \sum Z_i(T) \right  = T_A - 3t \cdot \ell$

5.2-jadval

	Oraliq	Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 3\ell$	$T_1 = T_A = 3t \cdot \ell$
II	$3\ell \leq z_2 \leq 5\ell$	$T_2 = T_A - \frac{t}{\ell} (z_2 - 3\ell)^2$
III	$5\ell \leq z_3 \leq 6\ell$	$T_3 = t \cdot \ell - 2t \cdot \ell = -t\ell$
IV	$6\ell \leq z_1 \leq 7\ell$	$T_4 = t \cdot \ell$

		I						II																	
		$0 \leq z_1 \leq 3l$						$3l \leq z_1 \leq 5l$						$5l \leq z_1 \leq 6l$						$6l \leq z_1 \leq 7l$					
$T_A$	90	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2				
$\sigma$	0	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90				
$\sigma$	0	3	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T				

T ning epyurasi



II.13-shakl.

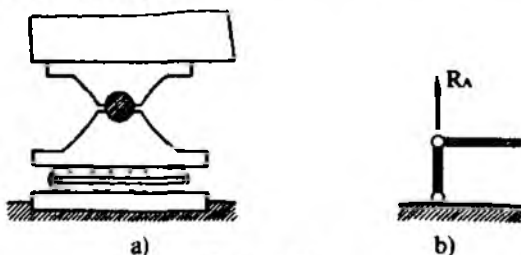
## 2.4-§. To'sinlar va ularning tayanchlari

Materiallar qarshiligi fanida "to'sin" so'zi juda keng ma'noni anglatadi. Masalan, turli xil val, o'q, bolt va tishli g'ildiraklarning tishlari kabilar ham mustahkamlik, bikrlilik va ustuvorlikka oid loyihalash-hisoblash jarayonlarida to'sin deb qaraladi.

Odatda, to'sinlar konstruktiv shakllari turlicha bo'lgan tayanchlarga o'rnatiladi.

To'sinlarning tayanchlari uch xil bo'ladi.

1. **Sharnirli-qo'zgaluvchan tayanch** (II.14 a-shakl). Bu xildagi tayanch to'sin uchining gorizontal ko'chishiga va ko'ndalang kesimining aylanishiga qarshilik ko'rsatmaydi.

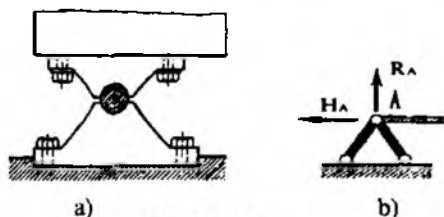


II.14-shakl.

Sharnirli-qo'zgaluvchan tayanchning sxematik tasviri II.14 b-shaklda ko'rsatilgan. Bunday tayanchning reaksiyasi  $R$  tayanch bog'lanishi bo'ylab yoki g'ildiraklarning tayanch tekisligiga tik yo'nalgan bo'ladi.

2. **Sharnirli qo'zg'almas tayanch** (II.15 a-shakl). Bu tayanch  $A$  nuqtaga tegishli kesimning erkin aylanishiga imkon bersada, lekin to'sin uchining hech qanday chiziqi ko'chishiga yo'l qo'ymaydi.

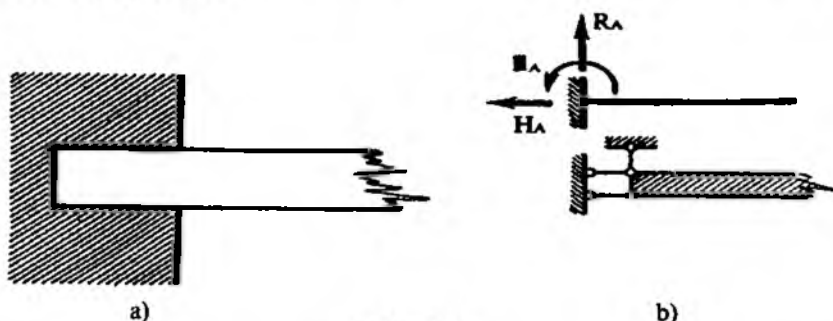
II.15 b-shakl da tasvirlanganidek, bu tayanchning sxematik tarzidagi ko'rinishi to'sin bilan sharnir vositasida tutashtirilgan ikkita sterjendan iborat.



II.15-shakl.

qo'zqalmas-sharnirli tayanchlarda  $N$  gorizontal va  $R$  vertikal tashkil etuvchilarga ajraluvchi tayanch reaksiyalari hosil bo'ladi.

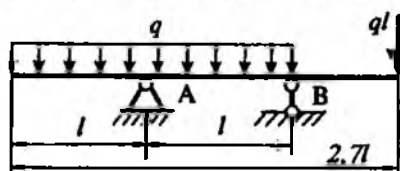
3. qistirib mahkamlangan tayanch (II.16 a-shakl). Bu xildagi tayanch unga tutashtirilgan to'sin kesimining to'g'ri chiziqli va burchakli ko'chishlariga yo'l qo'ymaydi. Bu tayanchning sxematik tasviri II.16 b-shaklda ko'rsatilgan.



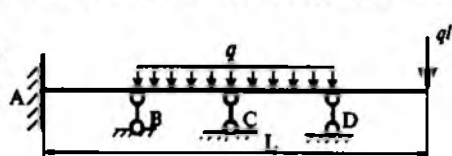
II.16-shakl.

Qistirib mahkamlangan tayanchning tayanch reaksiyalari gorizontal  $N$  va vertikal  $R$  kuchlardan hamda reaktiv moment  $m$  dan iborat bo'ladi.

Odatda, tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanadigan to'sinlar *statik aniq to'sinlar* deyiladi (II.17-shakl).



II.17-shakl.



II.18-shakl.

Tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanmaydigan to'sinlar *statik aniqmas to'sinlar* deyiladi. Bunga misol qilib II.18-shakldagi tutash to'sinni keltirish mumkin, chunki u 6 ta ( $A$  tayanchda 3 ta va  $B, C, D$  tayanchlarda bittadan) noma'lum tayanch reaksiyalariga egadir.

\* Statik aniqmas to'sinlarni hisoblash IX bobda bayon etiladi.

## 2.5-§. Tayanch reaksiyalarini aniqlash

Shuni ta'kidlash zarurki, to'sin faqat o'ziga qo'yilgan tashqi kuchlar ta'siridagina emas, balki tayanch reaksiyalaridan ham egiladi.

Umumiy holda tekislikdagi statik aniq tizim (to'sin, rama, arka, egri brus) larning tayanch reaksiyalari statikaning quyidagi uchta muvozanat tenglamalaridan topiladi:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n Z_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0 \end{array} \right\} \text{yoki} \left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n Z_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{B_i} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{II.10})$$

Bunda  $A$  va  $B$  harflari tayanchlarga tegishli nuqtani ifodalaydi.

Parallel kuchlar tizimi ta'siri ostidagi ikki tayanchli oddiy va konsol uchli to'sinlarning tayanch reaksiyalarini aniqlash uchun esa  $A$  va  $B$  tayanchlarga nisbatan hamma kuchlardan olingan momentlar tenglamasidan foydalanish zarur:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{B_i} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{II.11})$$

keyin esa tayanch reaksiyalarning qiymatlari

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0 \quad (\text{II.12})$$

tenglama yordamida tekshirib ko'riladi.

To'sinlar egilganda uning barcha kesimlarida ko'ndalang kuch  $Q$  va eguvchi moment  $M$  paydo bo'ladi. Shu bois, to'sinning reaksiyalarini

aniqlash bilan bir qatorda  $Q$  va  $M$  larning epyuralarini qurish tartiblarini ham mukammalroq bilish zarurdir.

Endi ichki kuchlarga quyidagicha ta'rif beramiz:

– to'sin o'qiga tik bo'lgan yo'nalishga nisbatan to'sindan ajratib olingan bo'lakchaga ta'sir etayotgan barcha kuchlar (tashqi kuchlar va tayanch reaksiyalari) dan olingan proeksiyalar yig'indisi **ko'ndalang kuch** deyiladi hamda

$$Q_y(z) = \pm \sum_{i=1}^n Y_i \quad (\text{II.13})$$

ko'rinishda aniqlanadi.

– qirqilgan kesim markaziga nisbatan to'sindan ajratib olingan bo'lakchaga ta'sir etayotgan barcha kuchlar (tashqi yuklar va tayanch reaksiyalari)dan olingan momentlarning algebraik yig'indisi **eguvchi moment** deyiladi hamda

$$M_x(z) = \pm \sum_{i=1}^n M_{oi} \quad (\text{II.14})$$

ko'rinishdagi formula yordamida aniqlanadi.

Endi  $Q$  va  $M$  lar uchun ishoralar qoidasini quyidagicha bayon qilamiz:

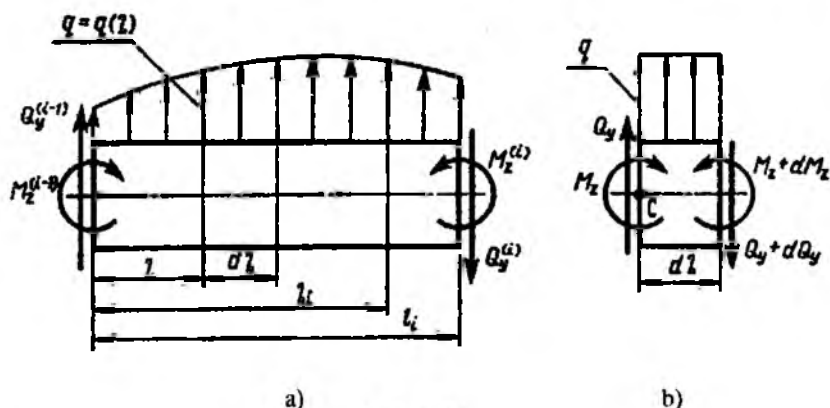
– agar kuchlar (tashqi yuklar va tayanch reaksiyalari) vektori to'sindan ajratib olingan bo'lakchani qirqilgan kesim markaziga nisbatan soat mili harakati yo'nalishida aylantirsa, u holda **ko'ndalang kuch musbat** va aksincha, soat mili harakati yo'nalishiga teskari tomonga aylantirsa manfiy ishorali qilib olinadi;

– agar kuchlar (tashqi yuklar va tayanch reaksiyalari) vektoridan qirqilgan kesim markaziga nisbatan olingan momentlar to'sindan ajratib olingan bo'lakchanning yuqori tolalarini siqsa, u holda **eguvchi moment musbat** va aksincha, yuqori tolalarini cho'zsa **manfiy ishorali** qilib tanlanadi.



## 2.6-§. Eguvchi moment, kesuvchi kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlar

To'sinning uzunligi  $\ell_i$  bo'lgan  $i$  oralig'iga intensivligi  $q=q(z)$  qonuniyat bilan o'zgaruvchi yoyilgan yuk qo'yilgan (II.19 a-shakl). Cheksiz kichik uzunlikdagi  $dz$  bo'lakchani alohida ajratib olib, unga tashlab yuborilgan qismlarning ta'sirini musbat ishorali ichki zo'riqishlar bilan almashtiramiz (II.19 b-shakl).



II.19-shakl.

Ajratilgan bo'lakchalarning muvozanatini tekshiramiz:

a) bo'lakcha barcha ko'ndalang kuchlar ta'sirida muvozanatda turadi:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad Q_y - (Q_y + dQ_y) - q dz = 0$$

bundan

$$\frac{dQ_y}{dz} = -q(z) \quad (\text{II.15})$$

ko'rinishidagi differensial bog'lanishga ega bo'lamiz.

Demak, ko'ndalang kuchdan absissa  $z$  bo'yicha olingan birinchi tartibli hosila yoyilgan yuk intensivligining teskari ishora bilan olingan qiymatiga tengdir.

b) bo'lakchani o'ng kesimi og'irlik markazi hisoblangan  $C$  nuqta nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar yig'indisi nolga teng:

$$\sum_{i=1}^n M_{C_i} = 0, \quad M_z - (M_z + dM_z) + (Q_y + dQ_y) \cdot dz + q \cdot \frac{(dz)^2}{2} = 0.$$

Bu ifoda tarkibidagi ikkinchi darajali cheksiz miqdorlarni e'tiborsiz qoldirib, quyidagi differensial bog'lanishni hosil qilamiz:

$$\frac{dM_z}{dz} = Q_y \quad (\text{II.16})$$

Demak, eguvchi momentdan  $z$  absissa bo'yicha olingan hosila tekshirilayotgan kesimdagi ko'ndalang kuchga tengdir.

U holda uchinchi differensial tenglama kelib chiqadi:

$$\frac{d^2 M_z}{dz^2} = \frac{dQ_y(z)}{dz} = -q \quad (\text{II.17})$$

ya'ni eguvchi momentdan  $z$  absissa bo'yicha olingan ikkinchi hosila yoyilgan yuk intensivligining teskari ishora bilan olingan qiymatiga tengdir.

Bu differensial bog'lanishlardan quyidagi integral munosabatlar kelib chiqadi:

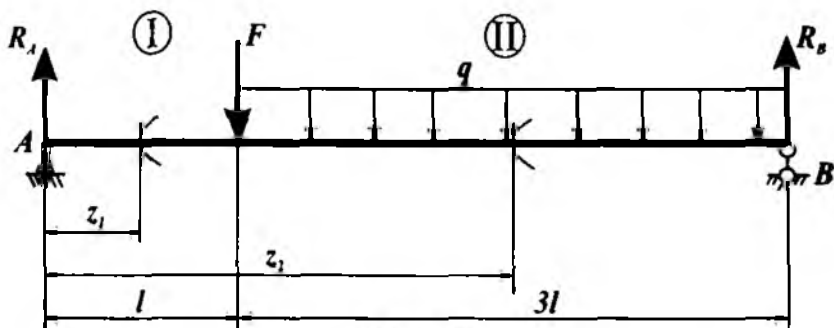
$$Q_y(z) = \int_{(z)} q(z) \cdot dz + Q_y'^{-1}, \quad (\text{II.19})$$

$$M(z) = \int_{(z)} Q_y(z) \cdot dz + M_z'^{-1}. \quad (\text{II.19})$$

Bunda:  $Q_y'^{-1}$  va  $M_z'^{-1}$  – tekshirilayotgan oraliqning chap kesimidagi ko'ndalang kuch va eguvchi momentlar.

Tashqi kuchlar bilan yuklatilgan turli xil to'sinlar uchun ko'ndalang kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurishni ko'rib chiqamiz.

**6-masala.** To'plangan va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan to'sin egilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.20-shakl).



II.20-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- har bir oraliq uchun kesuvchi kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun eguvchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar				
$F$	$q$	$l$	material	Oraliqlar soni
kN	kN/m	m		
70	25	2,0	po'lat	2

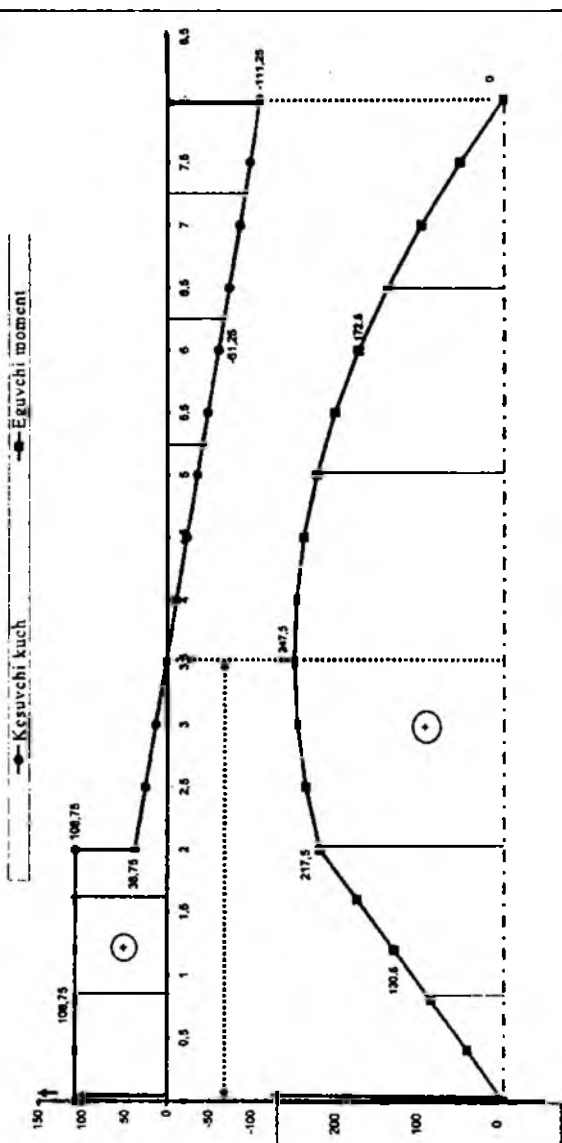
### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish.

$R_x$	I					II															
	1	0 ≤ z <sub>i</sub> ≤ l				l ≤ z <sub>i</sub> ≤ 4l															
$R_B$	108,75	2	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	
$Q$	111,25	2	0	108,75	108,75	108,75	108,75	108,75	38,75	38,75	13,75	1,25	-11,25	-23,75	-36,25	-48,75	-61,25	-73,75	-86,25	-98,75	-111,25
$M$	0	3	0	108,75	108,8	108,75	104,75	108,75	38,75	38,36	13,75	1,25	-11,25	-23,75	-36,25	-48,75	-61,25	-73,75	-86,25	-98,75	-111,25
$M - y_0$	-400	4	-400	-368,5	-313	-269,5	-228	-182,5	-148,25	-146,25	-146,25	-152,5	-168	-183,75	-178,8	-200	-227,5	-261,3	-301,3	-347,5	-400
$M$	0	5	0	43,5	87	130,6	174	217,5	217,5	233,76	243,75	247,5	246	236,25	221,25	200	172,5	138,8	96,75	52,5	0

6-masala uchun Q va M epyuralar



II.21-shakl.

**Masalani yechish tartibi:**

– tayanch reaksiyalarini aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirib ko'rish (6.1-jadval);

– kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning tenglamalarini tuzish (6.2-jadval);

– tuzilgan tenglamalar tarkibidagi  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun  $Q$  va  $M$  larning qiymatlarini aniqlash;

– aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun burovchi momentning epyuralarini qurish (II.21-shakl).

**Izoh:**  $Q$  va  $M$  larning tenglamalarini tuzishda.

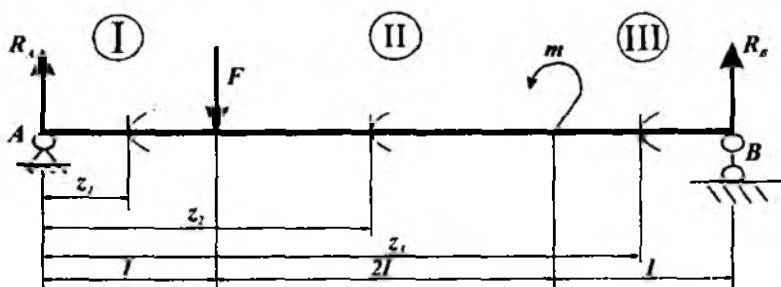
6.1-jadval

1	$R_A = \pm \frac{1}{4\ell} \left( \sum_{i=1}^2 M_B(F_i) \right) = \frac{1}{4\ell} \left( F3\ell + q3\ell \cdot \frac{3\ell}{2} \right)$ $R_B = \pm \frac{1}{4\ell} \left( \sum_{i=1}^2 M_A(F_i) \right) = \frac{1}{4\ell} \left( F\ell + q3\ell \cdot \left( \frac{3\ell}{2} + \ell \right) \right)$
2	$\delta = \left  \sum Y_i(R) - \sum Y_i(F) \right  = R_A + R_B - F - q3\ell$

6.2-jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$Q_1 = R_A$
		$M_1 = R_A \cdot z_1$
II	$\ell \leq z_1 \leq 4\ell$	$Q_2 = R_A - F - q(z_2 - \ell)$
		$M_2 = R_A \cdot z_2 - F(z_2 - \ell) - q \frac{1}{2} (z_2 - \ell)^2$

**7-masala.** To'plangan kuch va juft kuch bilan yuklangan to'sin egilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.22-shakl).



II.22-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- har bir oraliq uchun kesuvchi kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun eguvchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar				
$F$	$m$	$l$	material	Oraliqlar soni
kN	KN m	m		
20	40	0.8		

#### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

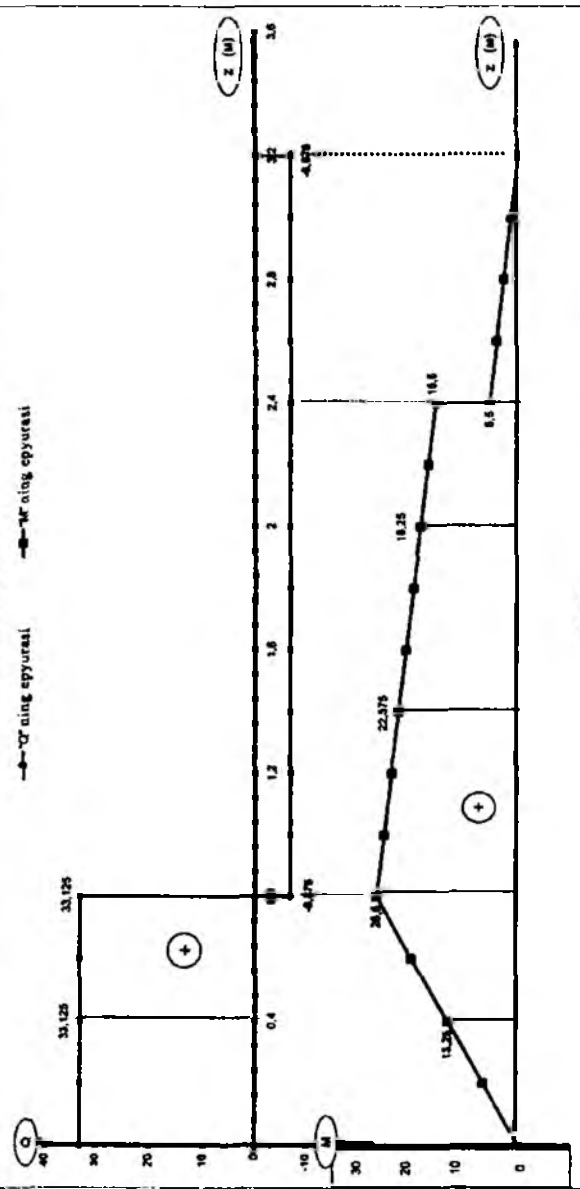
- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish.

**Masalani yechish tartibi:**

- tayanch reaksiyalarini aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirib ko'rish (7.1-jadval);
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning tenglamalarini tuzish (7.2-jadval);
- tuzilgan tenglamalar tarkibidagi  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun  $Q$  va  $M$  larning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun buruvchi momentning epyuralarini qurish (II.23-shakl).

$R_A$	33,125	1	Ornatq	I					II					III								
$R_B$	0,075	2	Z	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,4	2,6	2,8	3	3,2
$Q$	0	3	Q	33,125	33,125	33,125	33,125	33,125	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075	-4,075
$M - Y_0$	-50	4	M - Y <sub>0</sub>	-40	-43,375	-36,75	-30,125	-23,5	-16,875	-10,25	-3,625	3,0125	9,6375	16,26	22,875	29,4875	36,1	42,7125	49,325	55,9375	62,55	69,1625
M	0	5	M	0	6,625	13,25	19,875	26,5	33,125	39,6875	46,25	52,8125	59,375	65,9375	72,5	79,0625	85,625	92,1875	98,75	105,3125	111,875	118,4375

7-mashtabning quyruqlari



II.23-shakl.

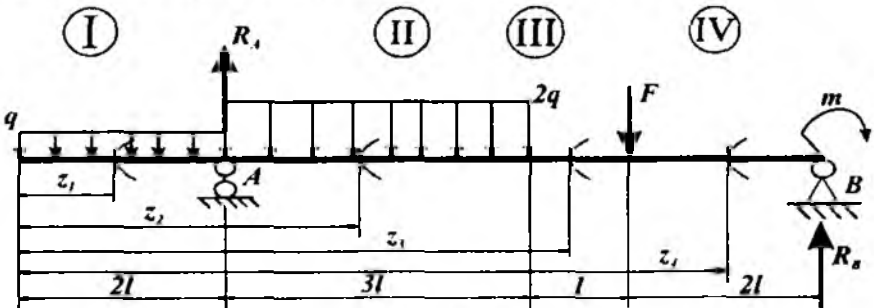
7.1-jadval

1	$R_A = \pm \frac{1}{4\ell} \left( \sum_{i=1}^2 M_B(F_i) \right) = \frac{1}{4\ell} (m + F \cdot 3\ell)$
	$R_B = \pm \frac{1}{4\ell} \left( \sum_{i=1}^2 M_A(F_i) \right) = \frac{1}{4\ell} (F\ell - m)$
2	$\delta = \left  \sum V_i(R) - \sum V_i(F) \right  = R_A + R_B - F$

7.2- jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$Q_1 = R_A$
		$M_1 = R_A \cdot z_1$
II	$\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$Q_2 = R_A - F$
		$M_2 = R_A \cdot z_2 - F(z_2 - \ell)$
III	$3\ell \leq z_3 \leq 4\ell$	$Q_3 = -R_B$
		$M_3 = R_B \cdot (4\ell - z_3)$

8-masala. To'plangan kuch, juft kuch va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan to'sin egilishga qarshilik ko'rsatmoqda (II.24-shakl).



II.24-shakl.



**Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:**

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- har bir oraliq uchun kesuvchi kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun eguvchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish.

<b>Berilgan kattaliklar</b>					
$F$	$m$	$q$	$l$	material	oraliqlar soni
kN	KN m	kN/m	m		
50	30	20	1,5	po'lat	4

### *Masalaning yechilishi*

**Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:**

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish.

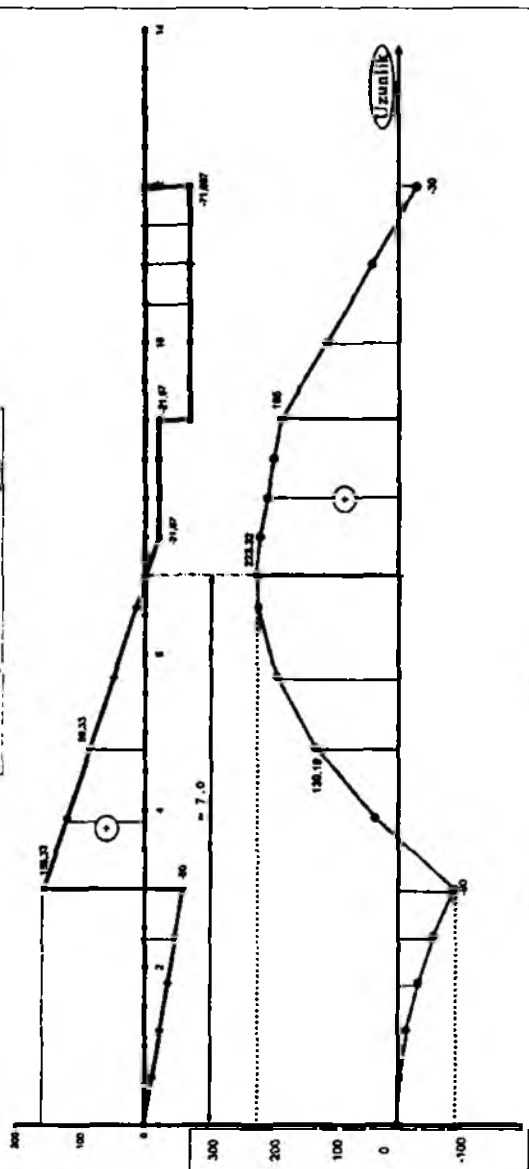
**Masalani yechish tartibi:**

- tayanch reaksiyalarini aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirib qurish (8.1-jadval);
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning tenglamalarini tuzish (8.2-jadval);
- tuzilgan tenglamalar tarkibidagi  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun  $Q$  va  $M$  larning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun burovchi momentning epyuralarini qurish (II.25-shakl).

$R_A$	0 ≤ x₁ ≤ 2ℓ													2ℓ ≤ x₂ ≤ 5ℓ													5ℓ ≤ x₃ ≤ 6ℓ													6ℓ ≤ x₄ ≤ 8ℓ																																																																																																																																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100																																																																																	
218,333	1	Oraliq	2	Z	3	Q	4	H-T	5	M	6	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6	6,6	7,2	7,8	8,4	9	9,6	10,2	10,8	11,4	12	12,6	13,2	13,8	14,4	15	15,6	16,2	16,8	17,4	18	18,6	19,2	19,8	20,4	21	21,6	22,2	22,8	23,4	24	24,6	25,2	25,8	26,4	27	27,6	28,2	28,8	29,4	30	30,6	31,2	31,8	32,4	33	33,6	34,2	34,8	35,4	36	36,6	37,2	37,8	38,4	39	39,6	40,2	40,8	41,4	42	42,6	43,2	43,8	44,4	45	45,6	46,2	46,8	47,4	48	48,6	49,2	49,8	50	50,6	51,2	51,8	52,4	53	53,6	54,2	54,8	55,4	56	56,6	57,2	57,8	58,4	59	59,6	60,2	60,8	61,4	62	62,6	63,2	63,8	64,4	65	65,6	66,2	66,8	67,4	68	68,6	69,2	69,8	70	70,6	71,2	71,8	72,4	73	73,6	74,2	74,8	75,4	76	76,6	77,2	77,8	78,4	79	79,6	80,2	80,8	81,4	82	82,6	83,2	83,8	84,4	85	85,6	86,2	86,8	87,4	88	88,6	89,2	89,8	90	90,6	91,2	91,8	92,4	93	93,6	94,2	94,8	95,4	96	96,6	97,2	97,8	98,4	99	99,6	100
71,0007	2	Z	3	Q	4	H-T	5	M	6	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6	6,6	7,2	7,8	8,4	9	9,6	10,2	10,8	11,4	12	12,6	13,2	13,8	14,4	15	15,6	16,2	16,8	17,4	18	18,6	19,2	19,8	20,4	21	21,6	22,2	22,8	23,4	24	24,6	25,2	25,8	26,4	27	27,6	28,2	28,8	29,4	30	30,6	31,2	31,8	32,4	33	33,6	34,2	34,8	35,4	36	36,6	37,2	37,8	38,4	39	39,6	40,2	40,8	41,4	42	42,6	43,2	43,8	44,4	45	45,6	46,2	46,8	47,4	48	48,6	49,2	49,8	50	50,6	51,2	51,8	52,4	53	53,6	54,2	54,8	55,4	56	56,6	57,2	57,8	58,4	59	59,6	60,2	60,8	61,4	62	62,6	63,2	63,8	64,4	65	65,6	66,2	66,8	67,4	68	68,6	69,2	69,8	70	70,6	71,2	71,8	72,4	73	73,6	74,2	74,8	75,4	76	76,6	77,2	77,8	78,4	79	79,6	80,2	80,8	81,4	82	82,6	83,2	83,8	84,4	85	85,6	86,2	86,8	87,4	88	88,6	89,2	89,8	90	90,6	91,2	91,8	92,4	93	93,6	94,2	94,8	95,4	96	96,6	97,2	97,8	98,4	99	99,6	100		
0	3	Q	4	H-T	5	M	6	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6	6,6	7,2	7,8	8,4	9	9,6	10,2	10,8	11,4	12	12,6	13,2	13,8	14,4	15	15,6	16,2	16,8	17,4	18	18,6	19,2	19,8	20,4	21	21,6	22,2	22,8	23,4	24	24,6	25,2	25,8	26,4	27	27,6	28,2	28,8	29,4	30	30,6	31,2	31,8	32,4	33	33,6	34,2	34,8	35,4	36	36,6	37,2	37,8	38,4	39	39,6	40,2	40,8	41,4	42	42,6	43,2	43,8	44,4	45	45,6	46,2	46,8	47,4	48	48,6	49,2	49,8	50	50,6	51,2	51,8	52,4	53	53,6	54,2	54,8	55,4	56	56,6	57,2	57,8	58,4	59	59,6	60,2	60,8	61,4	62	62,6	63,2	63,8	64,4	65	65,6	66,2	66,8	67,4	68	68,6	69,2	69,8	70	70,6	71,2	71,8	72,4	73	73,6	74,2	74,8	75,4	76	76,6	77,2	77,8	78,4	79	79,6	80,2	80,8	81,4	82	82,6	83,2	83,8	84,4	85	85,6	86,2	86,8	87,4	88	88,6	89,2	89,8	90	90,6	91,2	91,8	92,4	93	93,6	94,2	94,8	95,4	96	96,6	97,2	97,8	98,4	99	99,6	100				
-400	4	H-T	5	M	6	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6	6,6	7,2	7,8	8,4	9	9,6	10,2	10,8	11,4	12	12,6	13,2	13,8	14,4	15	15,6	16,2	16,8	17,4	18	18,6	19,2	19,8	20,4	21	21,6	22,2	22,8	23,4	24	24,6	25,2	25,8	26,4	27	27,6	28,2	28,8	29,4	30	30,6	31,2	31,8	32,4	33	33,6	34,2	34,8	35,4	36	36,6	37,2	37,8	38,4	39	39,6	40,2	40,8	41,4	42	42,6	43,2	43,8	44,4	45	45,6	46,2	46,8	47,4	48	48,6	49,2	49,8	50	50,6	51,2	51,8	52,4	53	53,6	54,2	54,8	55,4	56	56,6	57,2	57,8	58,4	59	59,6	60,2	60,8	61,4	62	62,6	63,2	63,8	64,4	65	65,6	66,2	66,8	67,4	68	68,6	69,2	69,8	70	70,6	71,2	71,8	72,4	73	73,6	74,2	74,8	75,4	76	76,6	77,2	77,8	78,4	79	79,6	80,2	80,8	81,4	82	82,6	83,2	83,8	84,4	85	85,6	86,2	86,8	87,4	88	88,6	89,2	89,8	90	90,6	91,2	91,8	92,4	93	93,6	94,2	94,8	95,4	96	96,6	97,2	97,8	98,4	99	99,6	100						
	5	M	6	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6	6,6	7,2	7,8	8,4	9	9,6	10,2	10,8	11,4	12	12,6	13,2	13,8	14,4	15	15,6	16,2	16,8	17,4	18	18,6	19,2	19,8	20,4	21	21,6	22,2	22,8	23,4	24	24,6	25,2	25,8	26,4	27	27,6	28,2	28,8	29,4	30	30,6	31,2	31,8	32,4	33	33,6	34,2	34,8	35,4	36	36,6	37,2	37,8	38,4	39	39,6	40,2	40,8	41,4	42	42,6	43,2	43,8	44,4	45	45,6	46,2	46,8	47,4	48	48,6	49,2	49,8	50	50,6	51,2	51,8	52,4	53	53,6	54,2	54,8	55,4	56	56,6	57,2	57,8	58,4	59	59,6	60,2	60,8	61,4	62	62,6	63,2	63,8	64,4	65	65,6	66,2	66,8	67,4	68	68,6	69,2	69,8	70	70,6	71,2	71,8	72,4	73	73,6	74,2	74,8	75,4	76	76,6	77,2	77,8	78,4	79	79,6	80,2	80,8	81,4	82	82,6	83,2	83,8	84,4	85	85,6	86,2	86,8	87,4	88	88,6	89,2	89,8	90	90,6	91,2	91,8	92,4	93	93,6	94,2	94,8	95,4	96	96,6	97,2	97,8	98,4	99	99,6	100								

8-massaliq apparatni

— 0-sing apparat — 1-sing apparat



II.25-shakl.

1	$R_A = \pm \frac{1}{6\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_B(F_i) \right) - \frac{1}{6\ell} \left( -m + F \cdot 2\ell + q \cdot 2\ell \cdot (\ell + 6\ell) + 2q \cdot 3\ell \left( \frac{3\ell}{2} + 3\ell \right) \right)$ $R_B = \pm \frac{1}{6\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_A(F_i) \right) - \frac{1}{6\ell} \left( m + F \cdot 4\ell + 2q \cdot 3\ell \cdot \frac{3\ell}{2} - q \cdot 2\ell \cdot \ell \right)$
2	$\delta = \left  \sum Y_i(R) - \sum Y_i(F) \right  = R_A + R_B - F - 2q \cdot 3\ell - q \cdot 2\ell$

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$Q_1 = -q \cdot z_1$
		$M_1 = -0,5 \cdot q \cdot z_1^2$
II	$2\ell \leq z_1 \leq 5\ell$	$Q_2 = R_A - q \cdot 2\ell - 2q(z_2 - 2\ell)$
		$M_2 = R_A(z_2 - 2\ell) - q \cdot 2\ell(z_2 - \frac{2\ell}{2}) - 2q \cdot \frac{1}{2}(z_2 - 2\ell)^2$
III	$5\ell \leq z_1 \leq 6\ell$	$Q_3 = R_A - q \cdot 2\ell - 2q \cdot 3\ell$
		$M_3 = R_A(z_3 - 2\ell) - q \cdot 2\ell(z_3 - \frac{2\ell}{2}) - 2q \cdot 3\ell(z_3 - 2\ell - \frac{3\ell}{2})$
IV	$6\ell \leq z_1 \leq 8\ell$	$Q_4 = -R_B$
		$M_4 = -m + R_B \cdot (8\ell - z_4)$

### 2.7-§. Ramalarda paydo bo'luvchi zo'riqishlarni aniqlash

Tashqi kuchlar bilan yuklangan tekis ramalarning tarkibidagi sterjenlarning ko'ndalang kesimlarida umumiy holda 3 ta ichki kuch omilari: bo'ylama kuch  $N_z$ , ko'ndalang kuch  $Q_y$  va eguvchi momentlar (keyinchalik soddalashtirish maqsadida indeksni tashlab, tegishli  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  ko'rinishda belgilaymiz) hosil bo'ladi.

Mazkur zo'riqishlar kesish usuli yordamida aniqlanadi.

Zo'riqishlari aniqlanayotgan ko'ndalang kesimlarning  $Ox$  va  $Oy$  o'qlari markaziy bosh o'qlar hisoblanadi,  $Oz$  o'qi esa sterjenlarning geometrik o'qi sifatida qaraladi.

Shunday qilib, tekis ramalar uchun zo'riqishlar quyidagicha ta'riflanadi:

- tekis ramalardan kesish usuli yordamida ajratib olingan qismga ta'sir ko'rsatuvchi barcha tashqi kuchlarning (bularga tayanch reaksiya kuchlari ham kiradi)  $Oz$  o'qqa nisbatan olingan proeksiyalarining algebraik yig'indisi bo'ylama kuchga miqdor jihatidan teng;

- ajratib olingan qismga ta'sir ko'rsatuvchi barcha tashqi kuchlarning  $Oy$  o'qqa nisbatan olingan proeksiyalarining algebraik yig'indisi ko'ndalang kuchga miqdor jihatidan teng;

- ajratib olingan qismga ta'sir ko'rsatuvchi barcha tashqi kuchlardan, qirg'ilgan kesim og'irlik markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisi eguvchi momentga miqdor jihatidan teng.

Endi zo'riqishlarning ishoralarini shartli ravishda tanlashga o'tamiz:

- ajratilgan qismni cho'zishga harakat qiluvchi bo'ylama kuch musbat ishorali bo'lib, uning ishorasi epyuraga qo'yiladi (o'z-o'zidan ravshanki, siquvchi bo'ylama kuch esa manfiy ishorali qilib tanlanadi);

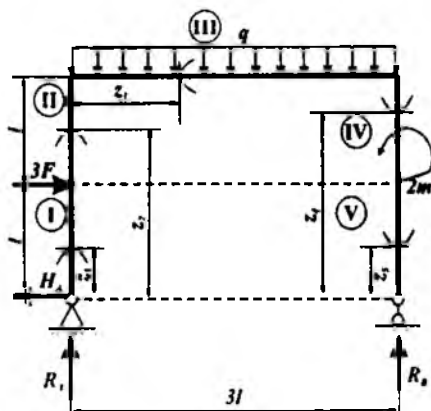
- ajratilgan qismni kesim og'irlik markaziga nisbatan soat mili harakati yo'nalishida aylantirishga intilgan tashqi kuchlar musbat ishorali, aksincha manfiy ishorali ko'ndalang kuchni paydo qiladi («chap» tomondagi tashqi kuchlarning yo'nalishi bo'ylab ko'ndalang kuchlarning ordinatasi epyuraga qo'yiladi, ishorani esa epyurada ko'rsatmaslik ham mumkin);

- eguvchi momentlarning epyurasi siqilgan tolalarga quriladi (epyurada eguvchi momentning ishorasi ko'rsatilmaydi).

Yuqoridagi mulohazalarga tayanib, tekis ramalar uchun zo'riqishlarning epyuralarini qurishni aniq misollarda ko'rib chiqamiz.

**9-masala.** Tekis ramaga to'plangan kuch, juft kuch va yoyilgan kuchlar ta'sir etmoqda (II.26-shakl).

Berilgan kattaliklar		
$m$	KN m	100
$F$	kN	70
$q$	KN/m	40
$l$	m	2,0
Oraliqlar soni	5	



II.26-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- har bir oraliq uchun ichki zo'riqish:  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning analitik ifodasini tuzish;
- $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish.

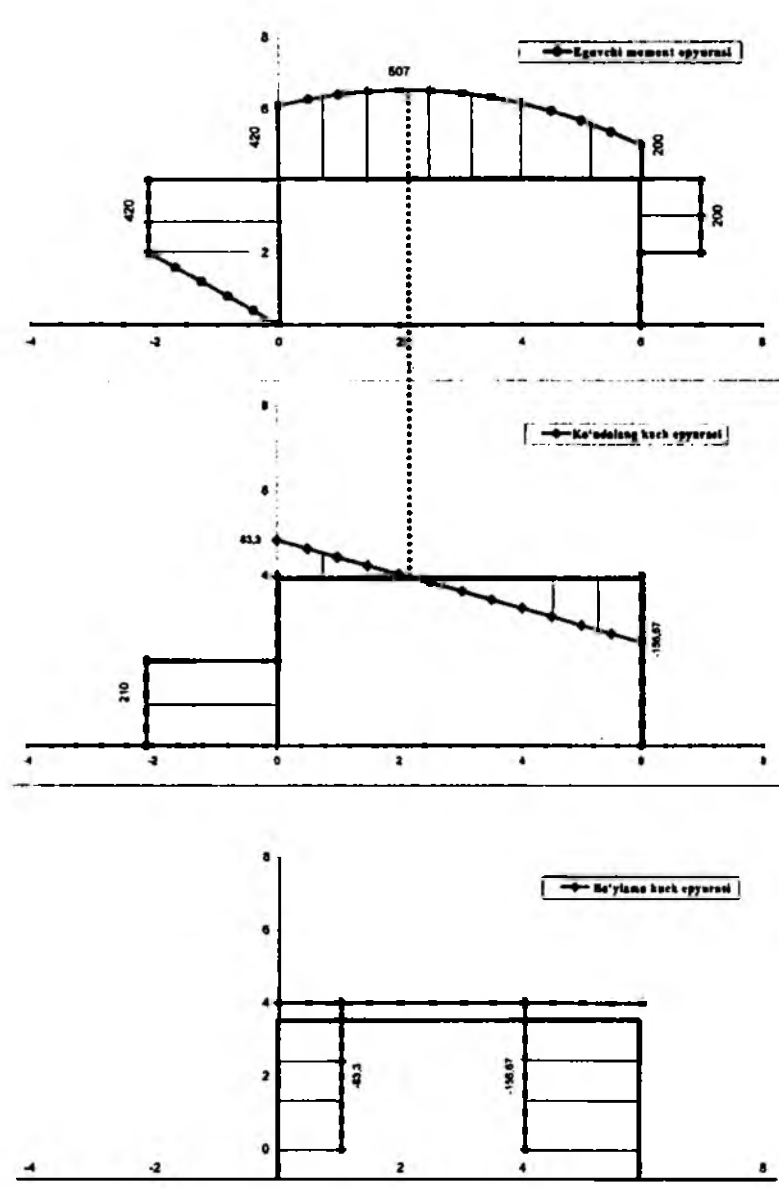
### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish.

Masalani yechish tartibi:

- tayanch reaksiyalarini aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirib qurish (9.1-jadval);
- bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish (9.2-jadval);
- o'zgaruvchilarga qiymat berib,  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish (II.27-shakl).



11.27-shakl.

9.1-jadval

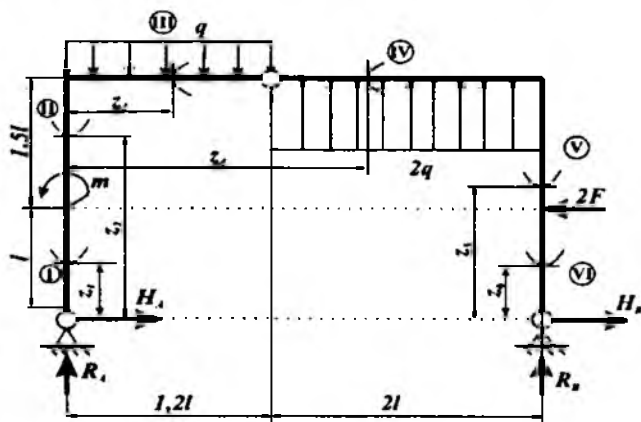
1	$R_A = \pm \frac{1}{3\ell} \left( \sum_{i=1}^3 M_B(F_i) \right) = \frac{1}{3\ell} \left( 2m - 3F\ell + q \cdot 3\ell \cdot \frac{3\ell}{2} \right)$ $R_B = \pm \frac{1}{3\ell} \left( \sum_{i=1}^3 M_A(F_i) \right) = \frac{1}{3\ell} \left( -2m + 3F\ell + q \cdot 3\ell \cdot \frac{3\ell}{2} \right)$ $H_A = 3F$
2	$\delta = \left  \sum Y_i(R) - \sum Y_i(F) \right  = R_A + R_B - q \cdot 3\ell$

9.2-jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$N_1 = -R_A$
		$Q_1 = H_A$
		$M_1 = H_A \cdot z_1$
II	$\ell \leq z_1 \leq 2\ell$	$N_2 = -R_A$
		$Q_2 = H_A - 3F$
		$M_2 = H_A \cdot z_2 - 3F(z_2 - \ell)$
III	$0 \leq z_3 \leq 3\ell$	$N_3 = H_A - 3F$
		$Q_3 = R_A - qz_3$
		$M_3 = R_A \cdot z_3 - 0,5 \cdot qz_3^2 + H_A \cdot 2\ell - 3F\ell$
IV	$2\ell \leq z_4 \leq \ell$	$N_4 = -R_B$
		$Q_4 = 0$
		$M_4 = 2 \cdot m$
V	$\ell \geq z_5 \geq 0$	$N_5 = -R_B$
		$Q_5 = 0$
		$M_5 = 0$

**10-masala.** Tekis ramaga to'plangan kuch, juft kuch va yoyilgan kuchlar ta'sir etmoqda (II.28-shakl).

Berilgan kattaliklar		
$m$	KN m	50
$F$	kN	100
$q$	KN/m	80
$l$	m	2,0
Oraliqlar soni		6



II.28-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- har bir oraliq uchun ichki zo'riqish:  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning analitik ifodasini tuzish;
- $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish.

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish.

Masalani yechish tartibi:

- tayanch reaksiyalarini aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirib qurish (10.1-jadval);
- bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish (10.2-jadval);



- o'zgaruvchilarga qiymat berib,  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish (II.29-shakl).

10.1-jadval

1	$R_A = \pm \frac{1}{3,2\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_B(F_i) \right) = \frac{1}{3,2\ell} (m + 2F\ell + q \cdot 1,2\ell \cdot 2,6\ell - 4q\ell^2)$ $R_B = \pm \frac{1}{3,2\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_A(F_i) \right) = \frac{1}{3,2\ell} (-m - 2F\ell - 8,8q\ell^2 + 0,5q(1,2\ell)^2)$ $H_A = \pm \frac{1}{2,5\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_C^{chop}(F_i) \right) = \frac{1}{2,5\ell} (-m + R_A \cdot 1,2\ell - 0,5q(1,2\ell)^2)$ $H_B = 2F - H_A$
2	$\delta = \left  \sum Y_i(R) - \sum Y_i(F) \right _x = R_A + R_B - q \cdot 1,2\ell + 2q \cdot 2\ell$

10.2-jadval

$R_A$	26,31	$R_B$	-474,31	$\delta$	0	$H_A$	-43,45	$H_B$	243,45
-------	-------	-------	---------	----------	---	-------	--------	-------	--------

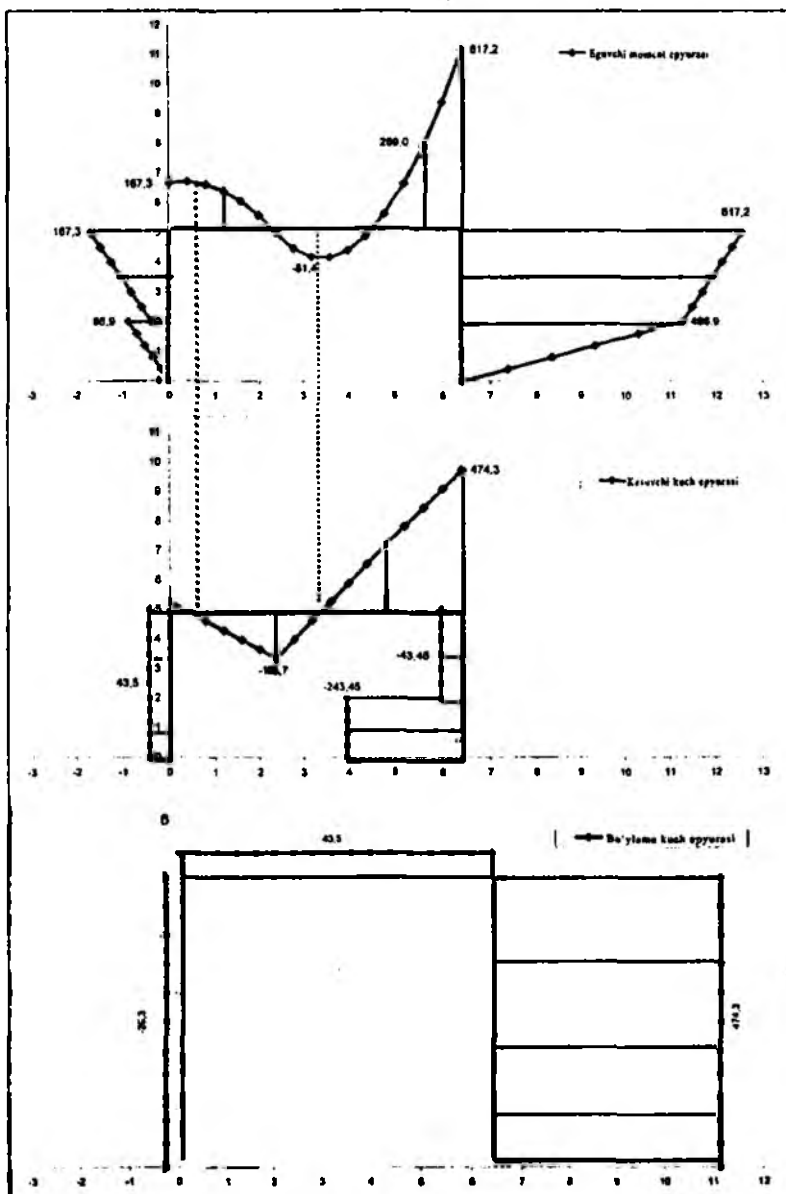
Bo'ylama kuch	Ko'ndalang kuch	Eguvchi kuch
$N_1 = -R_A$	$Q_1 = -H_A$	$M_1 = -H_A \cdot z_1$
$N_2 = -R_A$	$Q_2 = -H_A$	$M_2 = -H_A \cdot z_2 - m$
$N_3 = -H_A$	$Q_3 = R_A - qz_3$	$M_3 = R_A \cdot z_3 - 0,5 \cdot qz_3^2 - H_A \cdot 2,5\ell - m$
$N_4 = -H_A$	$Q_4 = R_A - q \cdot 1,2\ell + 2q(z_4 - 1,2\ell)$	
$N_5 = -R_B$	$Q_5 = 2F - H_B$	$M_5 = H_B z_5 - 2F(z_5 - \ell)$
$N_6 = -R_B$	$Q_6 = -H_B$	$M_6 = H_B z_6$

Z	N	Q	M
0	-26.3	-43.5	0.0
0.4	-26.3	-43.5	17.4
0.8	-26.3	-43.5	34.8
1.2	-26.3	-43.5	52.1
1.6	-26.3	-43.5	69.5
2	-26.3	-43.5	86.9
2	-26.3	-43.5	38.9
2.5	-26.3	-43.5	58.8
3	-26.3	-43.5	80.4
3.5	-26.3	-43.5	102.1
4	-26.3	-43.5	123.8
4.5	-26.3	-43.5	145.5
5	-26.3	-43.5	167.3

0	43.5	26.3	167.3
0.4	43.5	-5.7	171.4
0.8	43.5	-37.7	182.7
1.2	43.5	-69.7	141.2
1.6	43.5	-101.7	108.9
2	43.5	-133.7	59.9
2.4	43.5	-165.7	0.0
2.4	43.5	-165.7	0.0
2.8	43.5	-101.7	-53.5
3.2	43.5	-37.7	-81.4
3.6	43.5	26.3	-83.6
4	43.5	80.3	-80.3
4.4	43.5	164.3	-11.4
4.8	43.5	218.3	83.1
5.2	43.5	282.3	163.3
5.6	43.5	346.3	289.0
6	43.5	410.3	440.3
6.4	43.5	474.3	617.2

5	474.31	-43.45	617.3
4.5	474.31	-43.45	585.5
4	474.31	-43.45	573.8
3.5	474.31	-43.45	552.1
3	474.31	-43.45	530.4
2.5	474.31	-43.45	508.8
2	474.31	-43.45	486.9
2	474.31	-243.45	486.9
1.6	474.31	-243.45	389.5
1.2	474.31	-243.45	282.1
0.8	474.31	-243.45	194.8
0.4	474.31	-243.45	97.4
0	474.31	-243.45	0.0

Mashtab tanlash					
N(z)		Q(z) (M 1:100)		M(z) (M 1:100)	
-0.26	0	-0.43	0	0.0	0
-0.26	0.4	-0.43	0.4	-0.2	0.4
-0.26	0.8	-0.43	0.8	-0.3	0.8
-0.26	1.2	-0.43	1.2	-0.5	1.2
-0.26	1.6	-0.43	1.6	-0.7	1.6
-0.26	2	-0.43	2	-0.9	2
-0.26	2	-0.43	2	-0.4	2
-0.26	2.5	-0.43	2.5	-0.6	2.5
-0.26	3	-0.43	3	-0.8	3
-0.26	3.5	-0.43	3.5	-1.0	3.5
-0.26	4	-0.43	4	-1.2	4
-0.26	4.5	-0.43	4.5	-1.5	4.5
-0.26	5	-0.43	5	-1.7	5
0	5.43	0	5.26	0	6.7
0.4	5.43	0.4	4.94	0.4	8.7
0.8	5.43	0.8	4.62	0.8	6.6
1.2	5.43	1.2	4.30	1.2	6.4
1.6	5.43	1.6	3.98	1.6	6.1
2	5.43	2	3.66	2	5.8
2.4	5.43	2.4	3.34	2.4	5.0
2.4	5.43	2.4	3.34	2.4	5.0
2.8	5.43	2.8	3.98	2.8	4.5
3.2	5.43	3.2	4.62	3.2	4.2
3.6	5.43	3.6	5.26	3.6	4.2
4	5.43	4	5.90	4	4.4
4.4	5.43	4.4	6.54	4.4	4.8
4.8	5.43	4.8	7.18	4.8	5.6
5.2	5.43	5.2	7.82	5.2	6.6
5.6	5.43	5.6	8.46	5.6	7.9
6	5.43	6	9.10	6	9.4
6.4	5.43	6.4	9.74	6.4	11.2
11.1	5	5.97	5	12.6	5
11.1	4.5	5.97	4.5	12.4	4.5
11.1	4	5.97	4	12.1	4
11.1	3.5	5.97	3.5	11.9	3.5
11.1	3	5.97	3	11.7	3
11.1	2.5	5.97	2.5	11.5	2.5
11.1	2	5.97	2	11.3	2
11.1	2	3.97	2	11.3	2
11.1	1.6	3.97	1.6	10.3	1.6
11.1	1.2	3.97	1.2	9.3	1.2
11.1	0.8	3.97	0.8	8.3	0.8
11.1	0.4	3.97	0.4	7.4	0.4
11.1	0	3.97	0	6.4	0



II.29-shaki.

## 2.8-§. Arkalarda paydo bo'luvchi zo'riqlarni aniqlash

**Tekis egri bruslar.** Tashqi kuchlar ta'siridagi tekis egri bruslarning ko'ndalang kesimlarida ramalardagi singari, 3 ta zo'riqish: bo'ylama kuch ( $N$ ), ko'ndalang kuch ( $Q$ ) va eguvchi moment ( $M$ ) lar hosil bo'ladi.

Mazkur zo'riqlarning epyuralari qurilayotganda tegishli uchlarining qiymatlari brusning geometrik o'qiga o'tkazilgan normal bo'ylab joylashtiriladi. Bo'ylama va ko'ndalang kuchlarning ishoralari to'g'ri brusdagidek tartib bo'yicha tanlanadi; eguvchi momentning qiymatlari brusning siqilgan tolalariga joylashtiriladi.

Materiallar qarshiligining to'la kursida zo'riqlar orasida quyidagi differensial bog'lanishlar mavjudligi isbotlangan:

$$\frac{dM}{ds} = Q, \quad (1)$$

$$R \cdot \frac{dN}{ds} = Q, \quad (2)$$

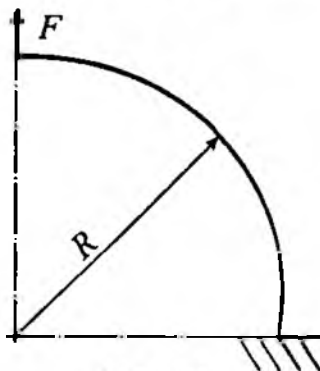
$$\frac{dQ}{ds} + \frac{N}{R} = q. \quad (3)$$

Bunda:  $R$  - brus o'qining egrilik radiusi;

$ds = R d\varphi$  - brusdan ajratilgan bo'lakchanning uzunligi.

**11-masala.** Tekis egri brusga to'plangan kuch ta'sir etmoqda (II.30-shakl).

Berilgan kattaliklar		
$F$	kN	3
$R$	m	6
Oraliqlar soni		1



II.30-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- ichki zo'riqish:  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning analitik ifodasini tuzish;
- analitik ifodalar asosida  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish;
- epyuralardan foydalanib, tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash.

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- kesish usulini qo'llay olish;
- bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini to'g'ri tuzish.

Masalani yechish tartibi:

- bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish (11.1-jadval);
- o'zgaruvchilarga qiymat berib (11.2-jadval),  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish (II.31-shakl);
- muvozanat tenglamalarini tuzib, tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'rish.

11.1-jadval

Varial aylana uchun	$N = F \sin \alpha$	$Q = F \cos \alpha$	$M = F \cdot R \sin \alpha$
$x = R \sin \alpha$ $y = R \cos \alpha$	$x_N = (R + F \sin \alpha) \sin \alpha$ $y_N = (R + F \sin \alpha) \cos \alpha$	$x_Q = (R + F \cos \alpha) \sin \alpha$ $y_Q = (R + F \cos \alpha) \cos \alpha$	$x_M = (R + F R \sin \alpha) \sin \alpha$ $y_M = (R + F R \sin \alpha) \cos \alpha$

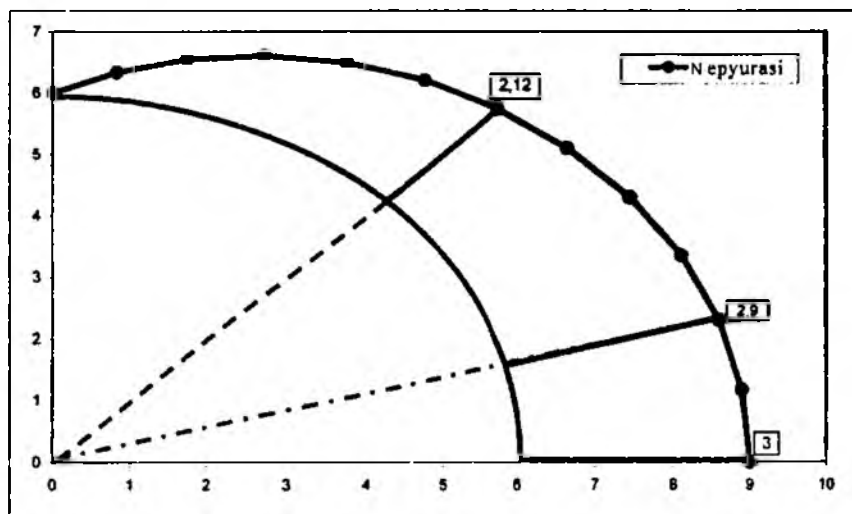
11.2-jadval

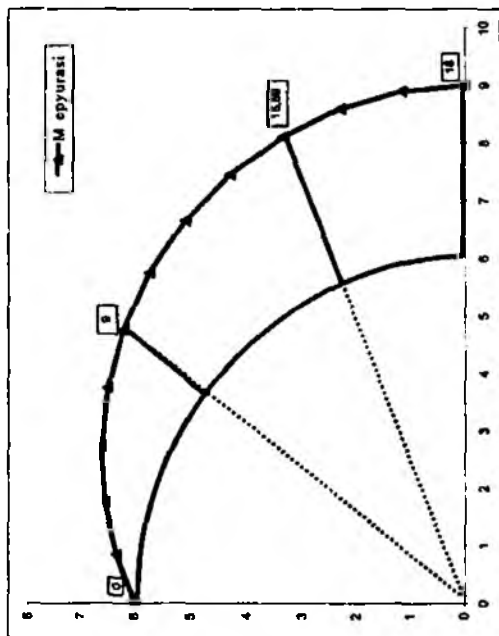
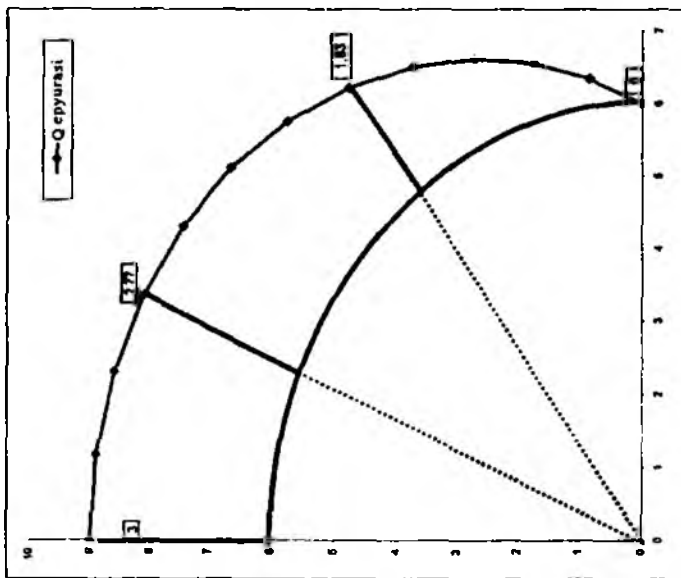
hurchak	0	7.5	15	22.5	30	37.5	45	52.5	60	67.5	75	82.5	90
N	0.00	0.39	0.78	1.15	1.50	1.83	2.12	2.38	2.60	2.77	2.90	2.97	3.00
Q	3.00	2.97	2.90	2.77	2.60	2.38	2.12	1.83	1.50	1.15	0.78	0.39	0.00
M	0.00	2.35	4.66	6.89	9.00	10.96	12.73	14.28	15.59	16.63	17.39	17.85	18.00

Nepyurasi	Qepyurasi	Mepyurasi (M 1:1/6)
-----------	-----------	------------------------

Byp- otak	x	y	$x_N$	$y_N$	$x_Q$	$y_Q$	$x_M$	$y_M$
--------------	---	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------

0	0.00	6.00	0.00	6.00	0.00	9.00	0.00	6.00
7,5	0.78	5.95	0.83	6.34	1.17	8.90	0.83	6.34
15	1.55	5.80	1.75	6.55	2.30	8.59	1.75	6.55
22,5	2.30	5.54	2.74	6.60	3.36	8.10	2.74	6.60
30	3.00	5.20	3.75	6.50	4.30	7.45	3.75	6.50
37,5	3.65	4.76	4.76	6.21	5.10	6.65	4.76	6.21
45	4.24	4.24	5.74	5.74	5.74	5.74	5.74	5.74
52,5	4.76	3.65	6.65	5.10	6.21	4.76	6.65	5.10
60	5.20	3.00	7.45	4.30	6.50	3.75	7.45	4.30
67,5	5.54	2.30	8.10	3.36	6.60	2.74	8.10	3.36
75	5.80	1.55	8.59	2.30	6.55	1.75	8.59	2.30
82,5	5.95	0.78	8.90	1.17	6.34	0.83	8.90	1.17
90	6.00	0.00	9.00	0.00	6.00	0.00	9.00	0.00

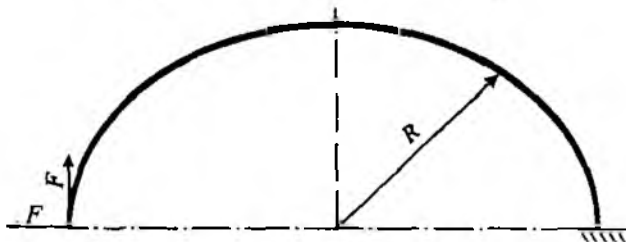




II.31-shaki.

12-masala. Tekis egri brusga to'plangan kuchlar ta'sir etmoqda (II.32-shakl).

Berilgan kattaliklar		
$F$	$R$	Oraliqlar soni
kH	m	
2	8	1



II.32-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- ichki zo'riqish:  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning analitik ifodasini tuzish;
- analitik ifodalar asosida  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish;
- epyuralardan foydalanib, tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash.

#### Masalaning yechilishi

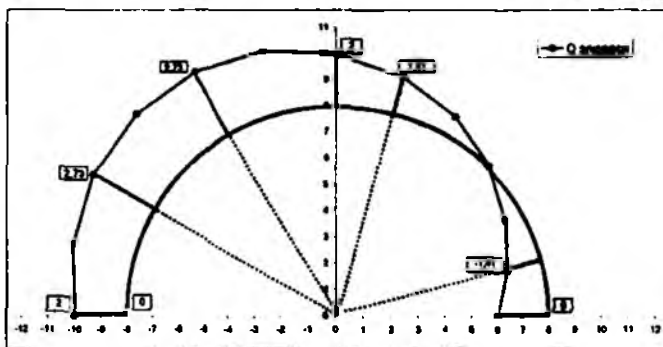
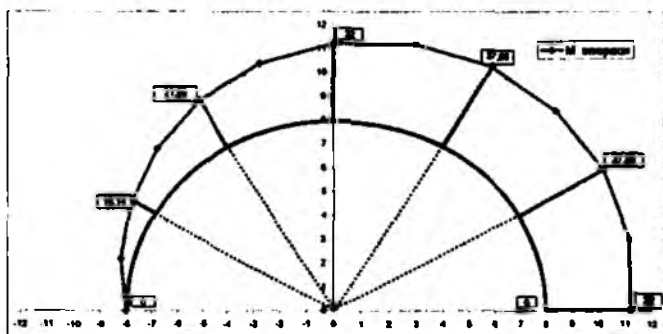
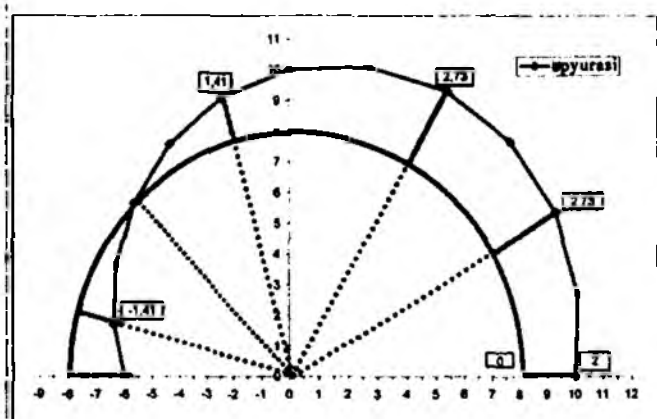
Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- kesish usulini qo'llay olish;
- bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini to'g'ri tuzish.

Masalani yechish tartibi:

- bo'ylama kuch, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish (12.1-jadval);
- o'zgaruvchilarga qiymat berib (12.2-jadval),  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  larning epyuralarini qurish (II.33-shakl);
- muvozanat tenglamalarini tuzib, tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'rish.





II.33-shaki

## 12.1-jadval

$0 \leq \alpha \leq 180^\circ$	$N = F \sin \alpha - F \cos \alpha$	$Q = F \cos \alpha + F \sin \alpha$	$M = F R \sin \alpha + F R (1 - \cos \alpha)$
	$\begin{cases} x_N = -(R + \Delta N) \cos \alpha \\ y_N = (R + \Delta N) \sin \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} x_Q = -(R + \Delta Q) \cos \alpha \\ y_Q = (R + \Delta Q) \sin \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} x_M = (R + F R \sin \alpha) \sin \alpha \\ y_M = (R + F R \sin \alpha) \cos \alpha \end{cases}$

## 12.2-jadval

	Haqiqiy qiymatlar			Nepyrasi		Qepyrasi		Mepyrasi (M 1:1/10)	
Burchak	N	Q	M	$x_N$	$y_N$	$x_Q$	$y_Q$	$x_M$	$y_M$
0	-2.00	2.00	0.00	-6.00	0.00	-10.00	0.00	-8.00	0.00
15	-1.41	2.45	4.69	-6.36	1.70	-10.09	2.70	-8.18	2.19
30	-0.73	2.73	10.14	-6.29	3.63	-9.29	5.37	-7.81	4.51
45	0.00	2.83	16.00	-5.66	5.66	-7.66	7.66	-6.79	6.79
60	0.73	2.73	21.88	-4.37	7.56	-5.37	9.29	-5.09	8.82
75	1.41	2.45	27.31	-2.44	9.09	-2.70	10.09	-2.78	10.37
90	2.00	2.00	32.00	0.00	10.00	0.00	10.00	0.00	11.20
105	2.45	1.41	35.80	2.70	10.09	2.44	9.09	2.99	11.17
120	2.73	0.73	37.86	5.37	9.29	4.37	7.66	5.89	10.21
135	2.83	0.00	38.83	7.66	7.66	5.66	5.66	8.39	8.39
150	2.73	-0.73	37.86	9.29	5.37	6.29	3.63	10.21	5.89
165	2.45	-1.41	35.80	10.09	2.70	6.36	1.70	11.17	2.99
180	2.00	-2.00	32.00	10.00	0.00	6.00	0.00	11.20	0.00

## NAZORAT UCHUN SAVOL VA TOPSHIRIQLAR

1. Ichki kuchlarning epyurasi deganda nimani tushunasiz?
2. Ichki kuchlarning epyurasini qurish tartibini izohlang.
3. Bo'ylama kuch bilan taralgan kuch intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlarni yozing.
4. Bo'ylama kuchning epyurasini qurishni misollar yordamida tushuntiring.
5. Burovchi moment bilan taralgan moment intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlarni yozing.
6. Burovchi moment qanday formula yordamida aniqlanadi?
7. Burovchi momentning epyurasini qurishni misollar yordamida tushuntiring.
8. To'sinlar qanday tayanchlarga ega? Tayanchlarda hosil bo'luvchi reaksiyalarni tushuntiring.
9. Statikaning muvozanat tenglamalari yordamida tayanch reaksiya kuchlarini aniqlashni misollar yordamida tushuntiring.
10. Eguvchi moment, kesuvchi kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlarni yozing.
11. Kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyurasini qurishni misollar yordamida tushuntiring.
12. Kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarining to'g'ri qurilganligini qanday tekshirish mumkin?

### III BOB. MARKAZIY CHO'ZILISH YOKI SIQILISH

#### 3.1-§. Asosiy mulohazalar

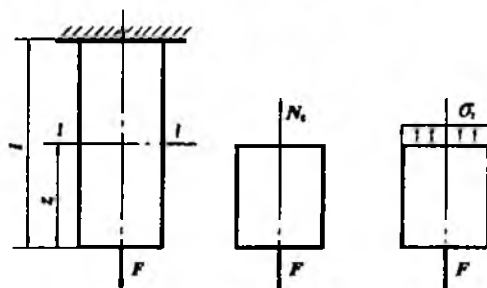
Tekshirilayotgan sterjenlarning ko'ndalang kesimlarida oltita ichki kuch omillaridan faqatgina bitta bo'ylama kuch  $N_z$  ta'sir ko'rsatib, qolganlari esa nolga teng bo'lganda **cho'zilish** yoki **siqilish** deformatsiyasi sodir bo'ladi.

Biz bu bobda faqat markaziy cho'zilish va siqilish deformatsiyasini o'rganish bilan chegaralanamiz.

Vagonlarni o'zaro bog'lovchi moslama, yuk ko'tarish kranlaridagi po'lat arqon, uzatmalardagi tasma va shu kabilar **cho'zilishga**, g'ishtlar yoki toshlardan terilgan devor, temir-beton ustun va shu kabilar esa **siqilishga** qarshilik ko'rsatadi.

#### I. MASALANING STATIK TOMONI

Tekshirilayotgan sterjenni ixtiyoriy **I-I** tekislik bilan fikran kesib, uni ikkita qismlarga ajratamiz (III.1-shakl). Bu qismlardan birini, masalan yuqoridagisini tashlab yuborib, uning qoldirilgan qismga ko'rsatgan ta'sirini  $N_z$  ichki kuch bilan almashtiramiz.



III.1-shakl.

Ajratilgan qism uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \text{ yoki } -N_z + F = 0. \quad (\text{a})$$

Agar normal kuchlanishni ko'ndalang kesim yuza bo'yicha tekis taqsimlangan deb faraz qilsak, u holda

$$N_z = \sigma A \quad (b)$$

ko'rinishga keladi.

Bundan,

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (III.1)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Muvozanatning boshqa tenglamalari esa ayniyatga aylanadi.

## II. MASALANING GEOMETRIK TOMONI

Markaziy cho'zilish yoki siqilishga doir masalalarga geometrik nuqtayi nazardan yondashish uchun sterjen deformatsiyalarining geometrik xossalari tekshirish zarur.

Agar uzunligi  $\ell$  va ko'ndalang kesim yuzasi  $A$  bo'lgan sterjenga  $F$  kuchlar ta'sir etsa, u holda sterjen uzayib yoki aksincha, qisqarib  $\ell_1$  uzunlikka erishadi. Odatda, sterjen uzunligining bunday o'zgarishga *bo'ylama deformatsiya* deyiladi.

Sterjen dastlabki uzunligi  $\ell$  ning

$$\ell_1 - \ell = \Delta\ell \text{ yoki } \ell - \ell_1 = \Delta\ell \quad (III.2)$$

miqdorga o'zgarishi mutlaq (absolut) uzayish yoki qisqarish deyiladi.

Masalaning geometrik tomoni tajriba natijalariga asoslangan Ya. Bernulli gipotezasiga tayanadi: sterjenning deformatsiyagacha bo'lgan tekis va sterjen o'qiga tik bo'lgan kesimlari deformatsiyadan keyin ham tekis va sterjen o'qiga tikligicha qoladi.

Bu ta'rifdan esa sterjen absolut uzayishining dastlabki uzunligiga nisbati o'zgarmas miqdor ekanligi kelib chiqadi:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \text{const.} \quad (III.3)$$

Bunda,  $\varepsilon$  - o'lchamsiz miqdor bo'lib, *nisbiy bo'ylama deformatsiya* deyiladi.

Sterjen uzunligining o'zgarishi natijasida uning ko'ndalang kesim o'lchamlari ham o'zgaradi: cho'zilishda ko'ndalang kesim o'lchamlari kamayadi, siqilishda esa ortadi. Bularga *ko'ndalang deformatsiyalar* deyiladi.

Agar cho'zilish (siqilish) paytida ko'ndalang kesimning o'lchami  $\Delta b = b - b_1$  yoki  $\Delta b = b_1 - b$  qiymatga o'zgarsa, u holda nisbiy ko'ndalang deformatsiya quyidagicha bo'ladi:

$$\epsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \quad (\text{III.4})$$

Elastiklik chegarasida sterjenlarning nisbiy ko'ndalang deformatsiyasi nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri mutanosib bog'lanishda, lekin ishoralari esa qarama-qarshi ekanligi tajribalarda tasdiqlangan:

$$\epsilon' = -\mu \epsilon. \quad (\text{III.5})$$

Bunda,  $\mu$  – ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti yoki *Puasson koeffitsienti* deb atalib, materiallarning elastiklik xossalarini tavsiflaydi.

Barcha materiallar uchun Puasson koeffitsientining o'zgarish chegarasi  $\mu = 0 - 0,5$  ekanligi isbotlangan.

### 3.1-jadval

Materiallar	$\mu$	$E$ ( $\times 10^5$ MPa)
Po'lat	0,26-0,33	(1,9 - 2,15)
Kulrang cho'yan (CЧ 12-28, CЧ 15-32)	0,23-0,27	(0,8 - 1,5)
Mis	0,31-0,33	(1,1 - 1,3)
Alyuminiy qotishmalar	0,33-0,36	(0,69 - 0,71)
Qarag'ay	-	(0,1 - 0,12)
Tekstolit	-	(0,07 - 0,13)
Beton	0,16-0,18	(0,15 - 0,23)
Rezina	0,5	0,00008
Po'kak (tiqin)	0	-

## III. MASALANING FIZIK TOMONI

Qo'yilgan masalaga fizik tomondan yondashish maqsadida tajribalardan olingan quyidagi asosiy natijalardan foydalanamiz:

a) sterjenning ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanish mazkur sterjen materialining elastiklik chegarasidagi kuchlanishiga yetmaguncha, u elastik deformatsiyalanadi;

b) elastiklik chegarasida sterjen ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanishning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga nisbati o'zgarmas bo'lib, turli xil materiallar uchun turlichadir:

$$\frac{\sigma}{E} = \varepsilon \text{ yoki } \sigma = E\varepsilon. \quad (\text{III.6})$$

Demak, cho'zilgan (siqilgan) sterjenlarda normal kuchlanish nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri mutanosib bog'lanishda ekan; bu ta'rif Guk qonunini ifodalaydi.

Bunda,  $E$  – birinchi tur elastiklik moduli yoki *Yung moduli* deb atalib, kuchlanish o'lchov birligida ifodalanadi va materiallarning elastiklik xossasini tavsiflaydi. Aniqrog'i uning qiymati qancha katta bo'lsa, material shuncha elastik deb hisoblanadi.

3.1-jadvalda ba'zi materiallar uchun  $\mu$  va  $E$  ning qiymati keltirilgan.

Agar elastiklik modulining qiymati hamma yo'nalishlarda bir xil bo'lsa, u holda material *izotrop* deyiladi; izotrop materiallarga po'lat, cho'yan, quyma metallar va shu kabilar misol bo'ladi.

Aksincha, elastiklik modulining qiymati hamma yo'nalishlarda turlicha bo'lsa, u holda material *anizotrop* deyiladi; yog'ochlar anizotrop material hisoblanadi.

(III.5) ni nazarda tutib, oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\sigma = -\frac{1}{\mu} E\varepsilon^1. \quad (\text{III.7})$$

## XULOSA

Endi markaziy cho'zilish (siqilish) ga oid masalalarni statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil qilish natijasida kelib chiqadigan xulosalar bilan tanishamiz.

Yuqoridagi (III.1), (III.3), (III.6) formulalarni sterjenning mutlaq deformatsiyasi  $\Delta \ell$  ga nisbatan yechib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta \ell = \frac{F \ell}{EA} \quad (\text{III.8})$$

bunda,  $EA$  – sterjenning cho'zilish yoki siqilishdagi **bikrligini** tavsiflaydi.

(III.8) formuladan quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

1) bir xil o'lchamli sterjenlarning mutlaq deformatsiyalari ta'sir etuvchi kuchga to'g'ri mutanosib bog'lanishda bo'ladi (III.2 a-shakl):

$$\Delta \ell_1 : \Delta \ell_2 = F_1 : F_2 \quad (\text{d})$$

2) kesim yuzalari o'zaro teng bo'lgan sterjenlarning bir xil kuchdan hosil bo'lgan mutlaq deformatsiyalari ularning uzunliklariga to'g'ri mutanosibdir (III.2 b-shakl):

$$\Delta \ell_1 : \Delta \ell_2 = \ell_1 : \ell_2; \quad (e)$$

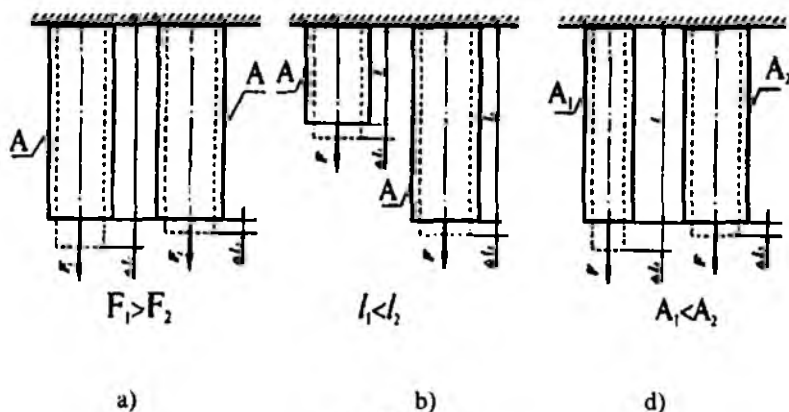
3) uzunliklari o'zaro teng bo'lgan sterjenlarning bir xil kuchdan hosil bo'lgan mutlaq deformatsiyalari ularning ko'ndalang kesim yuzasiga teskari mutanosibdir (III.2 d-shakl):

$$\Delta \ell_1 : \Delta \ell_2 = A_2 : A_1. \quad (f)$$

Bir nechta pog'ona (bo'lak)lardan tashkil topgan sterjenlarning to'la uzayishi yoki qisqarishi har bir pog'ona deformatsiyasining algebraik yig'indisidan iborat bo'ladi:

$$\Delta \ell = \sum_{i=1}^n \Delta \ell_i = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \ell_i}{E_i A_i}. \quad (III.9)$$

Bunda,  $A$  va  $E$  lar o'zgarmas miqdorlar hisoblanadi.



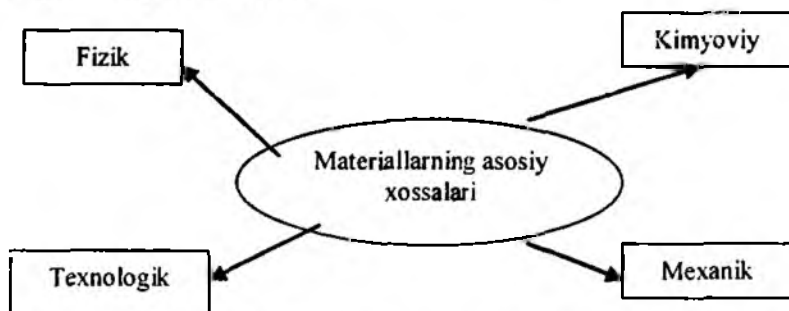
III.2-shakl.

### 3.2-§. Materiallarning asosiy mexanik xossalarini tajribalar yordamida aniqlash

Konstruksiyalar yoki ular tarkibiy qismlarining mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligiga oid turli muammolarni hal etayotganda ularni yasashda ishlatiladigan materiallar, xususan konstruksion materiallarning\* asosiy mexanik xossalarini bilish juda muhim ahamiyatga egadir.

Ma'lumki, konstruksion materiallar fizik, kimyoviy, texnologik va mexanik xossalarni o'zida namoyon qiladi.

*Fizik xossalari.* Materiallarning fizik xossasiga solishtirma og'irlik yoki zichlik, suyuqlanuvchanlik, issiqlikdan kengayuvchanlik yoki sovuqlikdan torayuvchanlik, issiqlik sig'imi, elektromagnit xossalari va shu kabi boshqa xususiyatlari kiradi.



*Kimyoviy xossalari.* Kimyoviy jarayonlar sodir bo'lganda materiallar kimyoviy tarkibining o'zgarishi kimyoviy xossalarni ifodalaydi. Aksariyat konstruksion materiallarning tashqi muhit: havo, gaz, harorat va boshqalar ta'sirida yemirilishi, korroziyaga uchrashi oqibatida sanoat katta zarar ko'radi. Bunday salbiy jarayonlarni bartaraf etish yoki kamaytirish maqsadida detallar lok, bo'yoq, kimyoviy barqaror metallar, oksid pardalar bilan qoplanadi.

*Texnologik xossalari\*\*.* Materiallarning texnologik xossalari deyilganda ularning sovuqlayin yoki qizdirilgan holatlarda quyish, bolg'alash, payvandlash, kesib ishlash kabi turli texnologik ishlovlarga moyilligi tushuniladi.

\* Konstruksion materiallar deganda metall va ularning qotishmalari tushuniladi.

\*\* Konstruksion materiallar texnologiyasi fanida batafsil o'rganiladi.



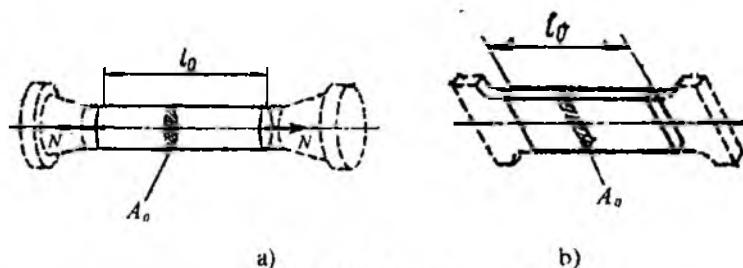
*Mexanik xossalari.* Umuman olganda, turli ko'rinishdagi tashqi yuklar va harorat o'zgarishining ta'siriga materiallarning qarshilik ko'rsata olish xususiyati, aniqrog'i «o'zini qanday tuta olishi» ularning mexanik xossalari deyiladi.

Konstruksion materiallarning *asosiy mexanik xossalari* deyilganda ularning elastiklik ( $E, \mu$ ), mustahkamlik ( $\sigma_{pr}, \sigma_c, \sigma_{o.ch.}, \sigma_m$ ), plastiklik ( $\delta_q, \psi$ ), energetik ( $U, a$ ), qattiqligi ( $HB$ ) hamda zarbiy qovushqoqlik ( $a_n$ ) kabi sonli va sifat ko'rsatkichlari tushuniladi.

Materiallarning asosiy mexanik xossalari tajribalar o'tkazish usuli bilan aniqlanadi. Buning uchun materiallardan maxsus namunalar tayyorlanib, ularning turli deformatsiyalarga qarshilik ko'rsatishi maxsus sinov mashinalarida sinaladi.

Odatda,  $F = f(\Delta\ell)$  bog'lanishdagi grafikka namunalarning cho'zilish yoki siqilish diagrammalari deyilib, u materiallarning asosiy mexanik xosalarini batafsil aniqlashga imkon beradi.

**Materiallarni cho'zilishga sinash.** Materiallarni cho'zilishga sinash uchun ulardan silindrik va tekis shakldagi maxsus namunalar tayyorlanadi (III.3 a, b-shakl).



III.3-shakl.

Odatda, o'rta qismining uzunligi va diametri orasidagi munosabatlarga qarab silindrik namunalar *uzun* ( $l_0 = 10d$ ) yoki *qisqa* ( $l_0 = 5d$ ) qilib yasaladi.

Tekis namunalarning uzunligini tanlash uchun, avval shu namuna-ni-ning ko'ndalang kesim yuzasiga teng yuzli doiraviy namunaning diametri-ni aniqlash zarur:

$$d = \sqrt{4A_0 / \pi} \approx 1,13\sqrt{A_0}. \quad (a)$$

III.4-shaklda kam uglerodli Cr 3 navli po'lat materialidan tayyorlangan namunaning cho'zuvchi kuch ostida "o'zini qanday tutishi"ni ko'rsatuvchi birlamchi cho'zilish diagrammasi keltirilgan.

Cho'zilish diagrammasidagi absissa o'qidagi hamma qiymatlarni mos ravishda  $l_0$  marta, ordinata qiymatlarini esa  $A_0$  marta kamaytirish yo'li bilan **shartli kuchlanish diagrammasiga** o'tish mumkin (III.5-shakl).

Shuni qayd etib o'tish kerakki, shartli kuchlanish diagrammasi garchi ko'rinishi jihatidan birlamchi diagrammaga o'xshasa-da, lekin u faqat namunaning emas, balki materialning mexanik xossasini tavsiflaydi.

Diagrammaning *OB* qismi *elastiklik* qismi deyiladi; bu qismda kuch (kuchlanish) bilan mutlaq (nisbiy) deformatsiya orasida to'g'ri mutanosib bog'lanish bo'lib, material Guk qonuniga to'la bo'ysunadi. Kuchlanish diagrammasidagi nuqtaning holati mutanosiblik chegarasi deyiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_{mut} = \frac{F_{mut}}{A_0} \quad (b)$$

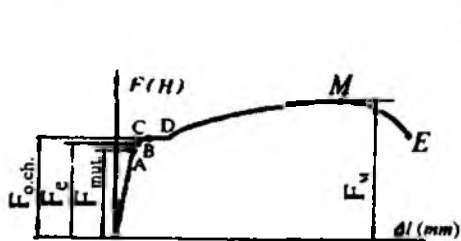
Bunda,  $F_{mut}$  – mutanosiblik chegarasiga mos kelgan kuch.

**Mutanosiblik chegarasi** deb, shunday eng katta kuchlanishga aytiladi-ki, ungacha material Guk qonuniga to'la bo'ysunadi.

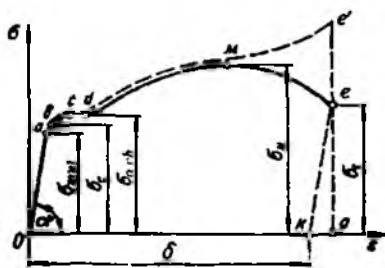
*OA* to'g'ri uchastkaning absissa o'qiga og'ish burchagining tangensi elastiklik moduliga teng bo'ladi:

$$tg \alpha = \frac{\sigma_{mut}}{\epsilon} = E \quad (d)$$

*A* nuqtadan boshlab Guk qonuni buziladi.



III.4-shakl.



III.5-shakl.

*Elastiklik chegarasi* deb, namuna yuksizlantirilganda qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan uning materiali chidash beradigan eng katta kuchlanishga aytiladi va quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0} \quad (e)$$

bunda,  $F_e$  – elastiklik chegarasiga mos keluvchi maksimal kuch.

Agar kuchlanishlarning qiymati  $\sigma_e$  dan ortib ketmasa, u holda namunada faqat elastik deformatsiya sodir bo'ladi; aksincha, ortib ketsa namunada ham elastik, ham qoldiq (plastik) deformatsiyalar paydo bo'ladi.

Diagrammaning *CD* qismi *oquvchanlik* qismi deb ataladi. *C* nuqtadan boshlab, diagrammalar yo'nalishini o'zgartiradi, ya'ni deyarli o'zgarmas kuchda ham sezilarli darajada deformatsiyaning ortishi sodir bo'ladi – material go'yoki «oqadi». Bu holatga to'g'ri kelgan kuchlanish *oquvchanlik chegarasi* deb ataladi va uning qiymati quyidagi formula yordamida topiladi:

$$\sigma_{och} = \frac{F_{och}}{A_0} \quad (f)$$

Bunda,  $F_{och}$  – oquvchanlik chegarasidagi kuch.

Diagrammaning gorizontaal qismi *oquvchanlik maydonchasi* deb ataladi.

Oquvchanlik maydonchasida namunaning yaltiroq sirti xiralashib, uning o'qi bilan  $45^\circ$  burchak tashkil etuvchi darz chiziqlari hosil bo'ladi; bu chiziqlar *Lyuders-Chernov chiziqlari* deyiladi.

Shuni ham ta'kidlab o'tish joizki, ba'zi maxsus po'latlar, mis va bronza kabi materiallarning cho'zilish diagrammasida oqish chegarasi aniq ko'rinmaydi. Shu bois, bunday materiallar uchun oqish chegarasi shartli ravishda kuchlanishning 0,2 foiz qoldiq deformatsiya beradigan miqdori  $\sigma_{0,2}$  ga teng qilib olinadi.

Diagrammalarning navbatdagi holati namunaga ta'sir etuvchi kuch (kuchlanish) va mutlaq (nisbiy) deformatsiyalarning o'sishi bilan tavsiflanadi. Cho'zilish diagrammasining *DM* qismi mustahkamlanish qismi deb ataladi; *M* nuqtaning holati materialning mustahkamlik chegarasi yoki vaqtli qarshiligiga mos keladi.

Namuna chidash bera olmaydigan eng katta kuchning uning dastlabki kesim yuzasiga bo'lgan nisbati *mustahkamlik chegarasi* deb ataladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0}. \quad (g)$$

Bunda,  $F_m$  – mustahkamlik chegarasiga mos keluvchi maksimal kuch.

Kuchlanish  $\sigma_m$  ga yetganda namunaning ko'ndalang kesim yuzasi qisqarib, «bo'yin» hosil bo'ladi. «Bo'yin» boshlanishi bilanoq diagrammada ko'rsatilgandek, kuch va kuchlanish tobora kamaya boshlaydi. Namuna  $E$  nuqtaga tegishli

$$\sigma_{ye} = \frac{F_{ye}}{A_0}. \quad (h)$$

kuchlanishda uziladi.

Bunda,  $F_{ye}$  – namunaning yemirilish paytidagi kuch.

Diagrammaning  $ME$  qismiga “mahalliy” oquvchanlik qismi deyiladi.

Yuqorida bayon qilingan cho'zilish diagrammasining o'ziga xos nuqtalariga tegishli  $\sigma_{mut}$ ,  $\sigma_{o.ch.}$  va  $\sigma_m$  kuchlanishlar materialning mustahkamlik tavsiflari deyiladi.

Materialning plastiklik tavsiflari esa quyidagilardan iborat:

a) nisbiy qoldiq uzayish

$$\delta_q = \frac{\ell_k - \ell_0}{\ell_0} \cdot 100\%. \quad (III.10)$$

Bunda,  $\ell_0$  – namunaning tajribadan oldingi uzunligi;

$\ell_k$  – namunaning uzilgandan keyingi uzunligi;

b) kesim yuzaning nisbiy qoldiq ingichkalanishi:

$$\psi = \frac{A_0 - A_b}{A_0} \cdot 100\%. \quad (III.11)$$

Bunda,  $A_0$  – namunaning tajribadan oldingi ko'ndalang kesim yuzasi;

$A_b$  – namuna uzilganda hosil bo'lgan “bo'yin”ning ko'ndalang kesim yuzasi.

**Materiallarni siqilishga sinash.** Turli materiallar siqilish deformatsiyasiga turlicha qarshilik ko'rsatadi.

Metall materiallarni siqilishga sinashdan avval ulardan uzunligi diametri bilan  $l = (1 \div 3) d_0$  munosabatda bo'lgan silindrik namunalar tayyorlanadi; mo'rt va anizotrop materiallarni sinash uchun esa kub yoki tsilindrik shaklida tayyorlangan maxsus namunalar ishlatiladi.

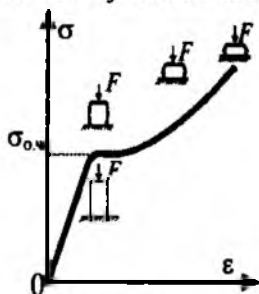
Tashqi ta'sir kuchi natijasida materiallarning buzilmasdan qoldiq deformatsiya olish layoqatiga *plastiklik* deyiladi. Materiallarni shtamplash, cho'zish, egish va shu kabi bir qancha texnologik jarayonlarni bajarishda ularning plastiklik xossalaridan foydalaniladi. Odatda, materiallarning plastikligi foizlarda ifodalanuvchi nisbiy uzayish  $\delta_p$  va kesim yuzalarining nisbiy ingichkalanishi  $\psi$  bilan o'lchanadi. Aluminiy, latun, kam uglerodli po'lat kabi materiallar yuqori plastiklik xossalarini o'zida namoyon qiladi.

Yuklanishning dastlabki davrida plastik materiallarning siqilish diagrammasi (III.6-shakl) cho'zilish diagrammasi kabi Guk qonuniga bo'ysunuvchi to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi; namuna esa yassilana borib «bochka»simon shaklni egallay boshlaydi.

Siquvchi kuch oqish chegarasi  $F_{o.ch}$  ga yetganda diagramma egrilanib keskin yuqoriga ko'tariladi. Oquvchanlik chegarasiga mos keluvchi kuchlanish quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{o.ch} = \frac{F_{o.ch}}{A_0}. \quad (III.12)$$

Siqilishda "oqish maydonchasi" cho'zilishdagi kabi aniq bilinmaydi; siqilishdagi oquvchanlik chegarasi cho'zilishdagi oquvchanlik chegarasiga mos kelishi tajribadan tasdiqlangan.



III.6-shakl.



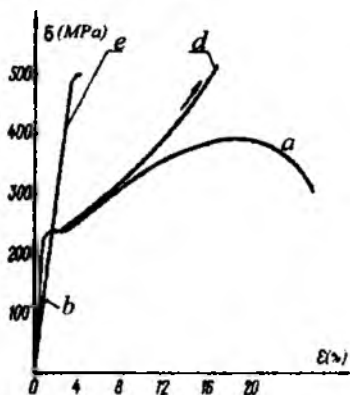
III.7-shakl.

Namuna siqilganda buzilish belgilari sodir bo'lmagan, u go'yoki «kulcha»lana boshlaydi, ya'ni uning ko'ndalang kesim o'lchamlari katalashib, mustahkamligi orta boradi. Shuning uchun ham plastik materiallarning mustahkamlik chegarasini aniqlab bo'lmaydi.

Siqilishdagi mustahkamlik chegarasi shartli ravishda cho'zilishdagi mustahkamlik chegarasiga teng deb olinadi.

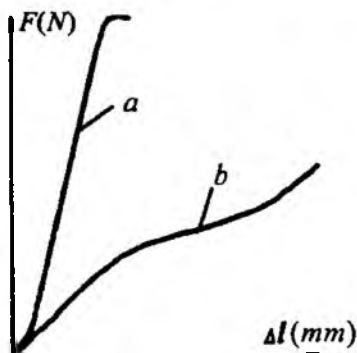
Tashqi ta'sir kuchi natijasida materiallarning sezilarli darajada qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan buzilishi *mo'rtlik* deyiladi. Cho'yan, yuqori uglerodli asbobsozlik po'latlari, g'isht, beton va shu kabilar mo'rt materiallar hisoblanib, ularda  $\delta_q$  va  $\psi$  larning miqdorlari yetarli darajada kichik bo'ladi.

Mo'rt materiallar cho'zilishdan ko'ra siqilishga yaxshiroq ishlaydi. Ular siqilish jarayonida asos tekisligiga taxminan  $45^\circ$  qiyalikda yemirila boshlaydi (III.7-shakl).



III.8-shakl.

- a* – kam uglerodli po'latning cho'zilishi;
- b* – kulrang cho'yanning cho'zilishi;
- d* – kam uglerodli po'latning siqilishi;
- e* – kulrang cho'yanning siqilishi.



III.9-shakl.

- a* – tolalari bo'ylab;
- b* – tolalariga tik yonalishda.

III.8-shakldan foydalanib cho'yan va kam uglerodli po'lat materiallaridan tayyorlangan namunalarning cho'zilish hamda siqilish diagrammalarini osongina taqqoslash mumkin.

Mo'rt materiallar uchun mustahkamlik chegarasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0} \quad (\text{III.13})$$

Bunda,  $F_m$  – mustahkamlik chegarasiga to'g'ri kelgan yemiruvchi (chegaraviy) kuch;

$A_0$  – namuna ko'ndalang kesimining deformatsiyagacha bo'lgan yuzasi.

Ko'pgina materiallar, xususan yog'ochlar siqilganda anizotrop xossalarni o'zlarida namoyon qiladi. Boshqacha aytganda, ular tolalari bo'ylab va tolalariga tik yo'nalgan siquvchi kuchlarga turlicha bardosh beradi. III.9-shaklda yog'och (qayin) namunaning siqilish diagrammasi keltirilgan.

3.2-jadvalda ba'zi mashinasozlik materiallarning asosiy mexanik tavsiflari keltirilgan.

3.2-jadval

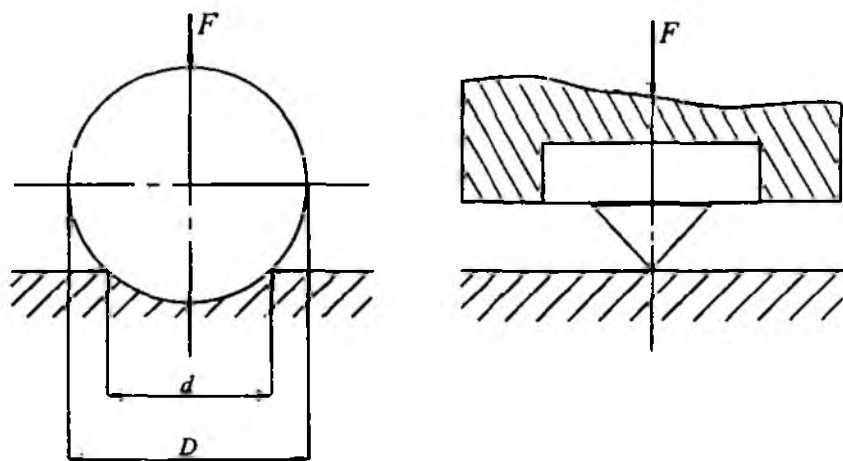
Materiallar	$\sigma_{mut}$ MPa (cho'zishda)	$\sigma_{mut,s}$ MPa (silobda)	$\sigma_{o,cb}$ MPa	$\delta_q$ %	$\Psi$ %
Po'latlar:					
Ст 3	388..470	—	220..240	27..15	—
Ст 5	500..620	—	259..280	21..19	—
30	500	—	300	21	50
45	600	—	359	16	40
40X	1000	—	800	10	45
Cho'yanlar:					
ЧЧ 12-28	120	500	—	—	—
ЧЧ 21-40	210	450	—	—	—
ВЧ 50-1,5	500	1590	380	1,5	—
КЧ 37-12	370	—	—	12	—
Dyuralyumin	450..540	—	290..440	14..8	—
Tekstolit	59..110	130..150	—	—	—

**Materiallarning qattiqligi.** Konstruksion materiallarning asosiy mexanik xossalarini aniqlash uchun albatta sinov mashinalari va tegishli namunalar bo'lishi zarur ekanligini yuqorida ko'rib o'tdik. Lekin ishlab chiqarishda har doim ham qimmatbaho sinov mashinalari mavjud bo'lmashligi, hatto tegishli namunalarni tayyorlash imkoniyatining cheklanganligi materiallarning mexanik xossalarini qulay va tez aniqlashning boshqa usulini, ya'ni materiallarning qattiqligini aniqlash usulini kashf etilishiga sabab bo'ldi.

Materialning yuzasiga boshqa materialning botib kirishiga qarshilik ko'rsata olish xususiyati uning qattiqligi deyiladi. Qattqlik materialning mustahkamligini baholashga imkon beradigan muhim kattalikdir.

Materialning qattiqligini aniqlashning bir necha usullari mavjud, ammo ulardan Brinel usuli o'zining oddiyligi, qisqa vaqt mobaynida yetarlicha aniq natijalar olish imkoniyatiga ega bo'lganligi sababli ishlab chiqarishda ko'p qo'llanilmoqda.

Bu usulda qattiqligi aniqlanishi talab etiladigan detal yoki undan tayyorlangan namunaning materiali va qalinligiga qarab diametri 10 mm gacha bo'lgan toblangan po'lat zoldir bevosita sinalayotgan detal yoki namuna sirtiga 30 000 N kuch bilan asta-sekin botiriladi (III.10-shakl).



III.10-shakl.



Zoldirga qo'yilgan kuch olingandan keyin material sirtida zoldirning izi qolishi, tabiiy. Odatda, bu iz zoldir segmenti deb yuritiladi. Zoldirga qo'yilgan bosuvchi kuchning mazkur segment yuzasiga nisbati Brinel bo'yicha materialning qattqlik soni deyiladi.

Agar bosuvchi kuchni  $F$ , zoldir va segment diametrlarini tegishlicha  $D$  va  $d$ , botish chuqurligini  $h$  deb belgilasak, u holda Brinel bo'yicha qattqlik soni quyidagiga teng bo'ladi:

$$HB = \frac{F}{\pi Dh} = \frac{2F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \approx \frac{4F}{\pi d^2}, \text{ MPa.}$$

Po'lat materiallari uchun Brinel bo'yicha qattqlik soni va mustahkamlik chegarasi orasida quyidagi empirik munosabat mavjudligi tajribalardan tasdiqlangan:

$$\sigma_m = 0,36 \cdot HB, \text{ MPa.}$$

Oxirgi ifoda po'lat materiallarini cho'zilishga sinab ko'rmasdan, qattqlikni aniqlash orqali ham ularning mustahkamligini bilishga imkon beradi.

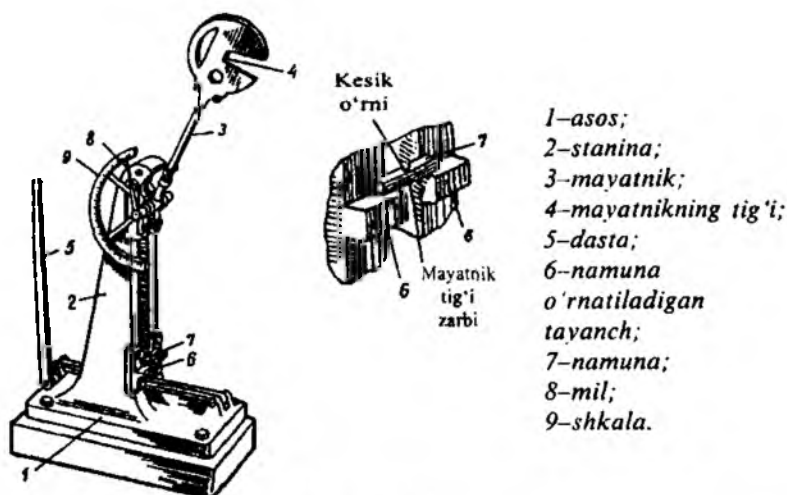
3.3-jadvalda ba'zi materiallarning Brinel bo'yicha qattqlik qiymatlari keltirilgan.

3.3-jadval

Material	HB, $\frac{H}{mm^2}$ hisobida	Material	HB, $\frac{H}{mm^2}$ hisobida
Po'lat	1500-3000	Cho'yan	1300-3000
Toblangan po'lat	8500 gacha	Mis	600

**Materiallarning zarbiy qovushqoqligi.** Materiallarning zarbiy kuchlar ta'siriga sinmasdan qarshilik ko'rsata olish xususiyati ularning zarbiy qovushqoqligi deyiladi.

Ma'lumki, ko'pgina materiallar statik kuchlarga nisbatan dinamik kuchlarga yaxshi qarshilik ko'rsata olmaydi. Shu bois, zarbiy kuchlar ta'sirida ishlaydigan tirsakli val, shatun va shu kabi detallarni statik hamda dinamik kuchlar ta'sirida sinash maqsadga muvofiqdir. Konstrukcion materiallarni zarbiy qovushqoqlikka sinash standartlashtirilgan. Zarbiy qovushqoqlikka sinaladigan materiallardan maxsus namunalari tayyorlanib, ular mayatnikli kopyorda sindiriladi (III.11-shakl).



III.11-shakl.

Namunani sindirish uchun sarflanadigan ish  $W$  ni namunaning singan joyi ko'ndalang kesimining yuzasi  $A$  ga bo'lib, materialning zarbiy qovushqoqligi quyidagicha aniqlanadi:

$$a_H = \frac{W}{A} = \frac{Gl(\cos\beta - \cos\alpha)}{A}, \quad \frac{J}{m^2}.$$

Bunda  $G$  – mayatnikning og'irligi;

$l$  – mayatnikning radiusi;

$\alpha$  – mayatnikning zarbgacha ko'tarilish burchagi;

$\beta$  – mayatnikning zarbdan keyingi ko'tarilish burchagi.

### 3.3-§. Joiz kuchlanishlar

Tajribalar yordamida materiallarning asosiy mexanik tavsiflari aniqlangandan keyin, shunday kuchlanishlarni topish mumkinki, bu kuchlanishlar ta'sirida mazkur materiallardan tayyorlangan konstruksiyalarning tarkibiy qismlari belgilangan muddat davomida o'zining mustahkamligini yo'qotmasdan xavf-xatarsiz ishlaydi. Odatda, bunday kuchlanishlarga mos ravishda materiallarning *joiz (ruxsat etilgan)* normal ( $\sigma_{adm}$ )\* va

\* Indeksdagi adm inglizcha admissible so'zidan qisqartirilgan bo'lib, «joiz» degan ma'noni anglatadi.

urunma ( $\tau_{adm}$ ) kuchlanishlari deb ataladi. Ba'zi adabiyotlarda  $\sigma_{adm}$  ni oddiy cho'zilish (siqilish),  $\tau_{adm}$  ni esa siljish (kesilish)da joiz kuchlanishlar deb ham yuritiladi.

Ma'lumki, konstruksiya qismlari ishlash jarayonida qoldiq deformatsiyalar hosil qilmasligi maqsadga muvofiqdir. Shu bois, joiz kuchlanishning qiymati mutanosiblik yoki elastiklik chegaralaridan ortib ketmasligi shart. Boshqacha aytganda, joiz normal kuchlanish xavfli kuchlanish  $\delta_x$  ning ma'lum qismini tashkil qilishi lozim:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{o.ch.}}{n_{o.ch.}} \quad (III.14)$$

Bunda,  $n_{adm}$  qiymati birdan kichik bo'lgan miqdor bo'lib, *mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti* deb yuritiladi.

Mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti konstruksiya yoki uning qismlarini tayyorlashda foydalaniladigan materiallarning plastikligi, mo'rtligi va kuchlar qo'yilishining o'ziga xosligi kabi bir qancha omillarga bog'liqdir.

Bundan tashqari, mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti fan-texnika rivojlanish darajasiga ham bog'liq ekanligini alohida ta'kidlab o'tish muhimdir. Chunki, fan-texnika rivojlangan sari yangi, sifatli materiallarni tayyorlash, detallarga ishlov berish texnologiyasini takomillashtirish, hisoblash jarayonlarida esa barcha haqiqiy sharoitlarni e'tiborga olishga erishiladi; bu esa o'z navbatida mustahkamlikning ehtiyot koeffitsientini kamaytirishga yoki joiz kuchlanishni orttirishga imkon beradi. Shuning uchun ham joiz kuchlanishlar oldindan yuqori tashkilotlar tomonidan qat'iy belgilanadi, unga amal qilish esa barcha muhandis-texnik xodimlar uchun majburiy hisoblanadi.

Amaliy hisoblashlarda statik kuchlar ta'siridagi plastik materiallar uchun xavfli kuchlanishning qiymati oquvchanlik chegarasi  $\sigma_x = \sigma_{o.ch.}$  ga teng qilib olinadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{o.ch.}}{n_{o.ch.}}, \quad (III.15)$$

bunda,  $n_{o.ch.}$  – oquvchanlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bo'lib, qiymati 1,4 ÷ 1,6 ga teng.

Statik kuchlar ta'siridagi mo'rt materiallar uchun xavfli kuchlanish o'rniga mustahkamlik chegarasi  $\sigma_u$  olinadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_u}{n_m}, \quad (III.16)$$

bunda,  $n_m$  – mustahkamlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot ko'effitsienti bo'lib, qiymati 2,5+3,0 ga teng.

Yog'och materiallari uchun esa mustahkamlikning ehtiyot ko'effitsienti 3 dan 8 gacha oraliqda tanlanadi.

Ko'p ishlatiladigan materiallar uchun joiz normal kuchlanishning qiymatlari 3.4-jadvalda keltirilgan.

3.4-jadval

Materiallarning nomi	$\sigma_{adm}$ (MPa hisobida)	
	cho'zilishda	siqilishda
Kul rang cho'yanlar:		
C4 12-28	20+30	70+110
C4 15-32	25+40	90+150
Po'latlar:		
Cr 3	159	159
Uglerodli konstruksion po'lat	59+250	59+250
Legirlangan konstruksion po'lat	140+400 va yuqori	100+400 va yuqori
Latun	70+140	70+140
Qarag'ay (tola bo'ylab)	7+10	10+12
Qarag'ay (tolaga tik)	-	1,5+2
G'isht	0,2 gacha	0,6+2,5
Beton	0,1+0,7	1+9

### 3.4-§. Cho'zilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti

Agar sterjenning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan maksimal normal kuchlanishning qiymati uning materialiga tegishli joiz normal kuchlanishdan oshib ketmasa, u holda sterjen *mustahkam* deb hisoblanadi.

Cho'zilish yoki siqilishda sterjenlarning mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq \sigma_{adm}. \quad (\text{III.17})$$

Bu formula asosida quyidagi uch xil masala hal qilinadi:

1) **mustahkamlikka tekshirish.**

Bu quyidagi formula yordamida bajariladi:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{adm}. \quad (\text{a})$$

Agar sterjenga ta'sir etuvchi cho'zuvchi (siquvchi) kuchlar va uning ko'ndalang kesim o'lchamlari ma'lum bo'lsa, u holda ko'ndalang kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlab, uni joiz kuchlanish bilan taqqoslab ko'rish mumkin; amaliy hisoblashlarda ular orasidagi farq 5 foizdan ortmasligi kerak.

2) **mustahkam kesim yuza tanlash.**

Agar sterjenga ta'sir etuvchi kuchlar va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda sterjen ko'ndalang kesimining xavfsiz o'lchamlari quyidagi ifodadan tanlanadi:

$$A \geq \frac{N_{\max}}{\sigma_{adm}}, \quad (\text{b})$$

3) **eng katta kuchni aniqlash.**

Agar sterjenning kesim yuzasi o'lchamlari va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda sterjen ko'tara oladigan maksimal kuch quyidagicha aniqlanadi:

$$N_{\max} \leq \sigma_{adm} \cdot A. \quad (\text{d})$$

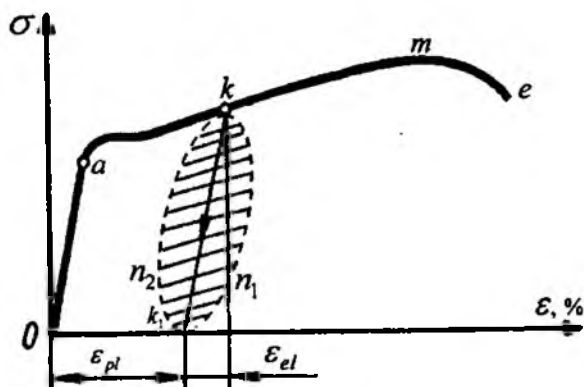
### 3.5-§. Materiallarning puxtalanishi va yoyiluvchanligi

Aytaylik, yumshoq po'latdan tayyorlangan namuna  $\sigma_k$  kuchlanish-gacha cho'zilgan bo'lsin (III.12-shakl).

Agar  $K$  nuqtadan boshlab namunaga ta'sir etuvchi cho'zuvchi kuch olib tashlansa, real sharoitda  $k n_1 k_1$  egri chiziq bo'ylab yuksizlanish jarayoni sodir bo'ladi;  $Ok_1$  kesma  $k$  nuqtaga mos keluvchi qoldiq (plastik)  $\varepsilon_{pl}$  deformatsiyaga,  $k_1 k_2$  kesma esa shu nuqtaga tegishli elastik deformatsiya  $\varepsilon_{el}$  ga teng bo'ladi.

Namunaga yana yuk qo'yilsa, diagramma  $k_1 n_2 k$  egri chiziq bo'ylab yuqoriga ko'tariladi, keyingi jarayon esa  $k m e$  egri chiziq bo'ylab davom

etadi. Natijada yuklanish va yuksizlanish jarayonlarini tasvirlovchi egri chiziqlar  $kn, k_1, n_2$  gisterezis sirtmog'i deb ataluvchi sirtmoqni hosil qiladi. Bu sirtmoqning yuzasi namunani cho'zish uchun sarflangan ishning ma'lum bir qismiga, aniqrog'i namuna cho'zilayotganda haroratni oshishi yoki ishqalanishni yengishga sarflangan ishning miqdoriga tengdir. Namuna statik ravishda ta'sir ko'rsatuvchi kuch bilan cho'zilganligi bois, sirtmoqni  $oa$  ga parallel bo'lgan  $kk_1$  og'ma chiziq bilan almashtirish ham mumkin.



III.12-shakl.

Demak, namuna oquvchanlik chegarasidan yuqori kuchlanishda yuklanib, to'satdan qayta yuksizlantirilganda uning xossalari o'zgarar ekan: *mutanosiblik chegarasi ortadi, oquvchanlik maydonchasi yo'qoladi, plastiklik xususiyati kamayib, mo'rtligi oshadi*. Odatda, metall xossalari-ning bunday o'zgarishi puxtalanish (naklyop) deyiladi.

Amalda naklyopdan foydalaniladi. Masalan, yuk ko'tarish-tushirish mashinalarining zanjirlari kamroq plastik bo'lishi va ish jarayonida ko'proq deformatsiyalanmasligini ta'minlash maqsadida ular oqish chegarasidan yuqori kuchlanishda cho'ziladi; natijada zanjir materialining mutanosiblik chegarasi ortib, mustahkamroq bo'ladi.

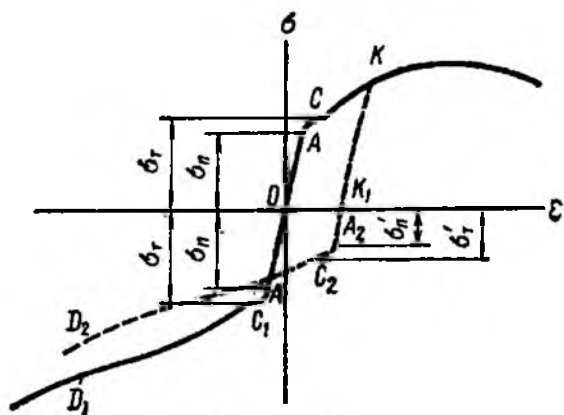
Ba'zan puxtalanish hodisasi nomaqbul hisoblanadi. Masalan, shtamp-  
lash yo'li bilan (metallarga sovuqlayin ishlov berish usuli) po'lat listlarni o'yib, bolt yoki parchin mixlar uchun teshiklar ochilganda teshiklar atrofida naklyop hosil bo'ladi, ya'ni material mo'rtlashib, darzlar paydo

bo'la boshlaydi. Bu kamchiliklarni bartaraf etish uchun, dastlab kichik diametrlı teshik ochish, so'ngra uni parmalab, naklyopga uchragan metall bo'lakchasini olib tashlash zarur.

Elastiklik chegarasidan katta kuchlanishda cho'zilgan (yoki siqilgan) namunalarnı yuksizlantirib, so'ngra siqilganda (yoki cho'zilganda), materiallarning qanday holatga kelishini bilish e'tiborga molikdir. Shu maqsadda yumshoq po'latning cho'zilish va siqilishdagi kuchlanish diagrammasini tahliliy o'rganamiz (III.13-shakl).

Agar cho'zilish diagrammasining ixtiyoriy  $K$  nuqtasidan boshlab namunadan cho'zuvchi kuchni olib tashlasak, u holda yuksizlanish jarayoni  $KK_1$  chiziq bo'ylab boradi va namunada naklyop hosil bo'ladi. Bordinyu, jarayonni to'xtatmasdan namunani siqsak, diagramma  $K_1A_2C_2D_2$  egri chiziq bo'ylab davom etadi va u naklyop hosil qilmagan namunani siqqanda hosil bo'lgan diagramma  $OA_1C_1D_1$  dan ancha yuqorida joylashadi hamda taxminan unga parallel bo'ladi.

Cho'zilish va siqilishda naklyopgacha bo'lgan mutanosiblik va oquvchanlik chegaralari deyarli bir xil bo'lsa, cho'zib naklyop hosil qilingach, siqilishda mutanosiblik va oquvchanlik chegaralari kamayadi. Boshqacha aytganda, naklyopdan so'ng material teskari ishorali deformatsiyaga duchor qilinsa, mutanosiblik va oquvchanlik chegaralari kamayar ekan. Odatda, bu hodisa **Baushinger effekti** deb yuritiladi.



III.13-shakl.

Konstruksiya yoki konstruksiya qismlariga ta'sir etuvchi tashqi kuch (yuk)larning miqdori o'zgarmas bo'lishiga qaramasdan, ayrim materiallarning deformatsiya va kuchlanishlari vaqt o'tgan sari o'zgarishi kuza-tilgan. Materiallarda sodir bo'luvchi bunday jarayonga yoyiluvchanlik yoki krip\* deyiladi.

Yoyiluvchanlik hodisasi ayniqsa beton, g'isht, polimer, yog'och, tabiiy tosh va tuproqlarga xosdir; bu hodisaga yuqori haroratda metallar, ba'zan xona harorati sharoitida esa qo'rg'oshin, mis kabi rangli metallar ham duchor bo'ladi.

Muhandislik amaliyotida materiallarning yoyiluvchanligi konstruksiyalarga qanday ta'sir ko'rsatishini bilish muhim ahamiyatga egadir. Bu borada N.X. Arutyunyan, I.I. Goldenblat, A.A. Ilyushin, X.A. Rahmatulin, A.Yu. Ishlinskiy, Yu.N. Rabotnov, L.M. Kachanov, N.N. Malinin, A.R. Rjanitsin kabi olimlar muhim ilmiy-amaliy tadqiqotlar o'tkazgan. Ayniqsa o'zbek akademigi T.Sh.Shirinqulovning yoyiluvchanlik nazariyasini rivojiga qo'shgan hissasi alohida o'rin tutadi.

Yoyiluvchanlik jarayonida temir-beton konstruksiyalarning armaturasida kuchlanish  $2 \div 2,5$  marta, ko'chish  $3 \div 4$  marta ortishi aniqlangan. Ichki bosim ta'siridan materialning yoyiluvchanligi oqibatida po'lat qozon quvurlari yorilib, mashinasozlik sohasiga ziyon yetkazgan.

Yoyiluvchanlik jarayonini tahliliy o'rganish tajribasi uning ichki mexanizmi va tashqi ro'y berishi go'yoki har bir material uchun o'ziga xos ekanligini tasdiqlaydi. Endi mazkur hodisaning ikkita xususiy holi bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

**Elastiklikning keyingi ta'siri.** Rezina, tolali materiallarda ro'y beradigan elastiklikning keyingi ta'sirining mazmuni quyidagicha: yuk qo'yilgan

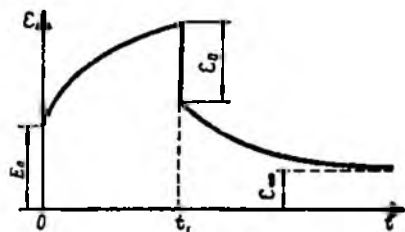
namunadagi  $\sigma$  kuchlanish unga birdaniga  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$  deformatsiyani beradi,

keyin namunaga qo'yilgan yukning miqdori o'zgaragan taqdirda ham deformatsiyalanish jarayoni vaqt o'tishi bilan davom etaveradi (III.14-shakl)

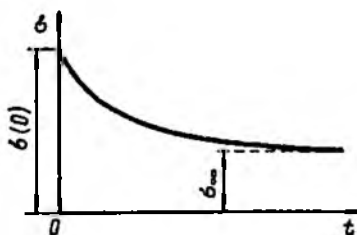
---

\* bu atama xorijiy va tarjima qilingan adabiyotlarda uchraydi.





III.14-shakl.



III.15-shakl.

Bordi-yu, uzoq muddat yuklangan namuna  $T$  vaqt o'tgach to'satdan yuksizlantirilsa, u holda deformatsiya birdaniga  $\varepsilon_0$  ga kamayadi. Ammo bu bilan namunaning qisqarish jarayoni tugamaydi, aslida yoyiluvchanlik oqibatida to'plangan deformatsiya kamayib, asimptotik ravishda qandaydir  $\varepsilon_\infty$  chegaraga intiladi. Binobarin, bu go'yoki elastik deformatsiyaga o'xshaydi, ammo elastiklik kechikib ro'y beradi.

Elastiklikning keyingi ta'sirini matematik jihatdan dastlab Maksvell tahliliy o'rganib, bu jarayonni quyidagi differensial tenglama orqali ifodalagan:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \bar{\lambda} \sigma = E \left( \frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{\mu} \varepsilon \right).$$

Bunda,  $\bar{\lambda}$ ,  $\bar{\mu}$  - tajribalardan aniqlanadigan o'zgarmas sonlar.

Biz tekshirayotgan holda qo'yilgan yuk namunada  $\sigma = \text{const}$  o'zgarmas kuchlanish hosil qiladi. Shu bois Maksvell tenglamasi soddalashadi:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{\mu} \varepsilon = \frac{\bar{\lambda}}{E} \sigma = \bar{\lambda} \varepsilon_0.$$

Bu tenglama birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama bo'lib, uning integrali quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{\mu} \varepsilon = \frac{\bar{\lambda}}{E} \sigma = \bar{\lambda} \varepsilon_0.$$

Darhaqiqat, grafik oxirgi tenglamaga mos keladi.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[ 1 + \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}} (1 - e^{-\bar{\mu}t}) \right].$$

*Relaksatsiya hodisasi.* To'liq deformatsiya o'zgarmagan holda, vaqt o'tgan sari namunaga ta'sir qiluvchi kuchlanishning o'zgarishiga *relaksatsiya hodisasi* deyiladi (III.15-shakl); bu hodisa oqibatida konstruksiyalardagi elastik deformatsiyalar vaqt o'tishi bilan plastik deformatsiyalarga aylana boradi. Masalan, siqib qo'yilgan boltida vaqt o'tishi bilan undagi kuchlanish kamayadi.

### 3.6-§. Metallmas materiallar

Hozirgi paytda sanoat va qurilishda plastmassa, rezina shisha, keramika, yog'och va maxsus material (qog'oz, yelim, lok, bo'yoq va hokazo)lar singari metall bo'lmagan materiallar juda ko'p ishlatilmoqda.

Endi plastmassa va ularning asosiy mexanik tavsifnomalari bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

Umuman olganda plastmassalarning asosini polimerlar tashkil etadi. *Polimerlar deganda* ulkan molekulari uzun chiziqli yoki tarmoqlangan zanjirlarga kimyoviy birikkan monomer molekulalardan – ko'psonli bo'g'inlardan tashkil topgan moddalar tushuniladi. Polimerlarning molekular og'irligi 10 000 dan 1 000 000 gacha va undan ham yuqori bo'ladi.

Plastmassalar tarkibiga ko'ra oddiy va murakkab, xossalari ko'ra esa reaktoplast va termoplast guruhlarga ajratiladi.

Oddiy plastmassalar bir komponent, ya'ni bitta polimerdan tashkil topadi; ularga polietilen, polistirol, pleksiglaslar misol bo'ladi.

Murakkab plastmassalar bog'lovchi modda va to'ldirgich vazifalarini bajaradigan bir necha komponentdan iborat; ularga fenoplast, ftoroplast, tekstolit, stekloplastiklar misol bo'ladi.

Bog'lovchi moddalar sifatida smola, bitumlar ishlatiladi.

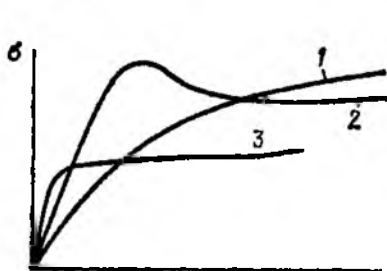
To'ldirgichlarning asosiy vazifasi polimer sarfini kamaytirish orqali ishlab chiqarilayotgan plastmassalarning tannarxini arzonlashtirish va plastmassaning mustahkamligini oshirishdan iborat. To'ldirgichlar kukunsimon (yog'och, asbest, kvarts unlari), tolasimon (chigit momiqlari, asbest tolasini, shisha tolasini) va qatlamimon (qog'oz, ip-gazlama, yog'och-payraxa) ko'rinishlarda bo'ladi.

Termoplastik plastmassalarga xos xususiyat shundan iboratki, ular suyuqlantirib sovitilgandan so'ng yana dastlabki xossalari tiklanadi. Odatda, bu plastmassalarning elastiklik moduli katta bo'lib,

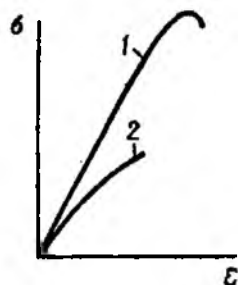
cho'ziluvchanligi kichikdir. Shu bois bunday materiallarning chiqindilarini, ulardan yasalgan eski detallarni qayta suyuqlantirib, yangi detal tayyorlash imkoniyati mavjud, poliamid, kapralom, polirenat, poliformaldegid, polikarbonat, polietilen, storooplast kabi materiallar termoplastik plastmassalar hisoblanadi.

Termoreaktiv plastmassalar suyuqlantirib, sovitilgandan keyin ularning suyuqlantirishdan oldingi xossalari tiklanmaydi. Odatda, bu plastmassalarning elastiklik moduli kichik bo'lib, cho'ziluvchanligi esa kattadir. Bularga tekstolik, voloknit, yog'och qatlamli plastik (DSP) kabi-lar misol bo'ladi.

III.16-shaklda ba'zi termoplastlar (1-polietilen, 2-polipropilen, 3-polivinilxloid) va III.17- shaklda esa CBAM\* – shisha tolali anizotrop material (1) hamda reaktoplast (2)larning cho'zilish diagrammalari ko'rsatilgan.



III.16-shakl.



III.17-shakl.

Qora va rangli metallarga nisbatan plastmassalarda quyidagi kamchiliklar mavjud:

- juda yuqori mustahkamlikni ta'minlay olmaydi;
- vaqt o'tishi bilan tashqi muhit ta'sirida mexanik xossalari o'zgarishi mumkin;
- vaqt o'tishi bilan detallarning geometrik o'lchamlari o'zgaradi.

Yuqoridagi kamchiliklariga qaramasdan plastmassalardan tayyorlangan tishli g'ildirak, shkiv, podshipniklarning vkladishlari, vtulka, maxovik, quvur, idishlar ko'p ishlatilmoqda. Ayniqsa, shisha tolali anizotrop materiallardan radioelektronika sohasida samarali foydalanilmoqda.

\* Rus tilida «стекловолокнистый анизотропный материал» degan ma'noni bildiradi.

Texnikada yumshoq, o'rtacha qattiq, qattiq, issiqlikka chidamli, moylash materiallari ta'siriga chidamli, protektor kabi turli rezina materiallari ishlatilmoqda.

Tajribalar tahlili rezina materiallarida kuchlanish va deformatsiya orasida quyidagi ko'rinishdagi empirik bog'lanish mavjudligini tasdiqlaydi:

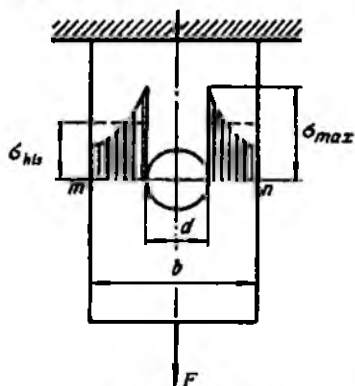
$$\sigma = A\varepsilon - B\varepsilon^2 + C\varepsilon^3.$$

Bunda  $A, B, C$  tajribadan aniqlanadigan o'zgarmas sonlar bo'lib, rezina turiga bog'liqdir.

### 3.7-§. Kuchlanishlar konsentratsiyasi

Kesim yuzining keskin o'zgarган joyida (ariqcha, teshik, o'yiқ, keratik va darzlar yaqinida) kuchlanish kesimning boshqa nuqtalaridagi kuchlanishlarga nisbatan bir necha marta katta bo'ladi. Odatda, bunday joylarda kuchlanishning keskin ortishi, ya'ni kuchlanishlar konsentratsiyasi (to'planishi) sodir bo'ladi.

Ko'ndalang kesimi  $A=ab$  bo'lgan sterjen  $F$  kuch bilan elastiklik chegarasida cho'zilmqda (III.18-shakl).



III.18-shakl.

Sterjenning 1-1 kesimidagi kuchlanish quyidagi formuladan topiladi:

$$\sigma = \frac{F}{A}.$$

Diamerti  $d$  bo'lgan teshik tufayli zaiflashtirilgan kesimdagi hisobiy kuchlanish quyidagiga teng:

$$\sigma_x = \frac{F}{A_{net}} = \frac{F}{(b-d)a}$$

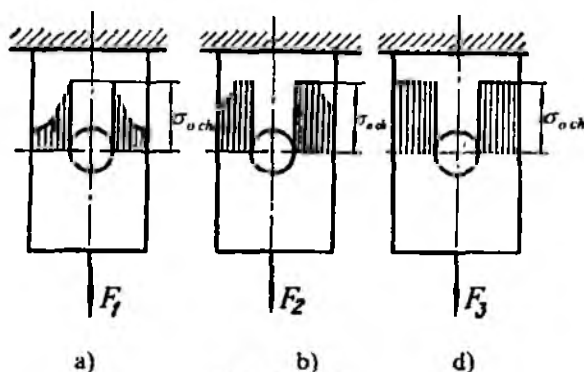
Zaiflashtirilgan kesimdagi maksimal kuchlanishni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_{max} = \alpha_\sigma \sigma_{his}$$

Bunda,  $\alpha_\sigma$  – kuchlanishlar konsentratsiyalanishining nazariy koefitsienti bo'lib, u tajriba yo'li bilan aniqlanadi.

Kuchlanish konsentratsiyasining maksimal qiymati mutanosiblik chegarasidan o'tishi bilan oq, mo'rt materiallar yemirila boshlaydi yoki kuchlanishlar konsentratsiyalashgan joyda darz paydo bo'ladi.

Aksincha, plastik materiallar kuchlanish konsentratsiyasiga chidamliroqdir; chunki undagi maksimal kuchlanish oqish chegarasiga tegishli kuchlanishga erishganda, bu kuchlanish natijasidagi deformatsiya sezilarli darajada ortib, konstruktsiya qismlarida qo'shimcha kuchlanish talab qilmaydi. Cho'zuvchi kuchning sekin-asta ortishidan hosil bo'ladigan qo'shimcha kuchlanish qo'shni elementlarda ko'payib, ularda oqish jarayoni boshlanganda kuchlanish kesimning keyingi qismlariga o'tadi. Nihoyat, cho'zuvchi kuchning qiymati ortgan sari, butun kesim bo'yicha kuchlanishlar tenglashib, oqish chegarasidagi kuchlanishga baravarlashib qoladi (III.19-shakl). Vaholanki, plastik materiallar oqish chegarasida uzilmaydi.



III.19-shakl.

Shunday qilib, mo'rt materiallar kuchlanish konsentratsiyasiga juda ham sezgir bo'lib, unga bardosh bera olmas ekan.

### 3.8-§. Materiallarning mexanik xossalriga haroratning ta'siri

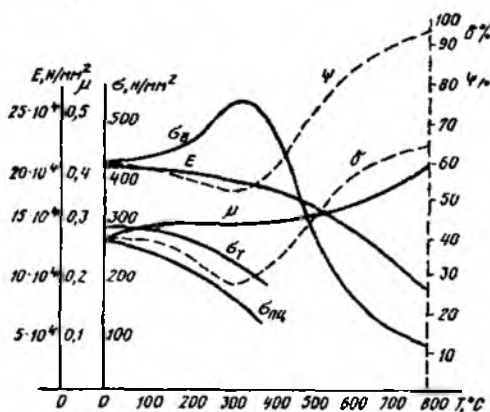
Oldingi paragraflarda keltirilgan deyarli barcha tajriba natijalari harorati  $20^{\circ}C$  li tajribaxonalarda o'tkazilgan namunalar turli deformatsiyalarga sinalganda olingan.

Aslida aksariyat mashina-mexanizmlarning detallari  $1000^{\circ}C$  dan ham yuqori haroratlarda (gaz trubinalari, bug' qozonlari, ichki yonuv dvigatellari, reaktiv dvigatellar) yoki aksincha ba'zi qurilish konstruksiyalari esa  $200^{\circ}C$  gacha haroratlarda ishlaydi.

Shu bois, yuqori va past haroratlar turli materiallarning mexanik xossalriga qanday ta'sir ko'rsatishini tajribaviy o'rganish muhim ahamiyatga egadir.

Endi tajribalardan olingan ayrim ma'lumotlarni tahliliy o'rganishga o'tamiz.

O'tkazilgan tajribalar harorat ko'tarilishi natijasida ko'pgina materiallarning mustahkamlik tavsifnomalari (mutanosiblik, oquvchanlik va mustahkamlik chegaralari) va elastiklik modulining kamayishini, aksincha, plastiklik tavsifnomalari (qoldiq deformatsiya, kesim yuzaning nisbiy ingichkalanishi) va Puasson koeffitsientining oshishini tasdiqlaydi (III.20-shakl).



III.20-shakl.

### 3.9-§. Cho'zilish yoki siqilishda deformatsiyaning potensial energiyasi

Endi tajribalardan olingan cho'zilish yoki siqilish diagrammalaridan foydalanib, materiallarning energetik tavsiflarini aniqlashga o'tamiz.

Cho'zilish diagrammasining faqat Guk qonuni o'rinni bo'lgan  $OA$  chegarasidan foydalanib, sterjenni cho'zish uchun sarflangan elementar ishini aniqlaymiz (III.4-shaklga qarang):

$$W = F \frac{\Delta \ell}{2}. \quad (\text{III.18})$$

Demak, statik ravishda qo'yilgan kuchning bajargan ishini aniqlash uchun mazkur kuchning oxirgi qiymatini mutlaq deformatsiyaning oxirgi qiymati yarmiga ko'paytirish lozim.

Agar sterjen kesimlaridagi kuchlanishlar elastiklik chegarasidan ortib ketmasa, kuchning ta'siri olingandan keyin u o'zining dastlabki geometrik shakliga to'liq qaytadi; bu jarayon albatta, sterjen materialida to'plangan deformatsiyaning potensial energiyasi hisobiga amalga oshadi.

Umumiy holda,  $F$  kuchning bajargan ishi energiyaning saqlanish qonuniga ko'ra, zarralarning kinetik va deformatsiyaning potensial energiyasiga aylanadi:

$$W = K + U. \quad (\text{III.19})$$

Kuch statik ravishda ta'sir etganligi sababli sterjen zarralarining tezligi taxminan nolga teng deb olinadi, ya'ni  $K=0$  bo'ladi. Shu sababli, tashqi kuchning bajargan ishi miqdor jihatidan deformatsiyaning potensial energiyasiga teng bo'ladi:

$$W = U. \quad (\text{III.20})$$

(III.8) formulani e'tiborga olsak, (III.18) formula quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$U = \frac{F^2 \ell}{2EA}. \quad (\text{III.21})$$

Oxirgi formula tarkibidagi  $F$  kuchning qiymatini

$$F = \sigma A$$

yoki

$$F = \frac{\delta E A}{\ell}$$

ifodalar yordamida yo'qotib, deformatsiyaning potensial energiyasini quyidagi ko'rinishlarda yozamiz:

$$U = \frac{\sigma^2 A \ell}{2E} \quad (\text{III.22})$$

$$U = \frac{\delta^2 A \ell}{2E} \quad (\text{III.23})$$

(III.21), (III.22) va (III.23) formulalar tarkibidagi kuch, kuchlanish va mutlaq deformatsiyalarning kvadratlari deformatsiyaning potensial energiyasi hamma vaqt musbat ekanligini ko'rsatadi.

Ba'zi masalalarni yechishda solishtirma potensial energiya formulasidan ham foydalanishga to'g'ri keladi.

Sterjenning hajm birligiga to'g'ri kelgan potensial energiya solishtirma potensial energiya deb atalib, u

$$a = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

yoki

$$a = \frac{\delta \cdot E}{2} \quad (\text{III.24})$$

ko'rinishlarda ifodalanadi.

Solishtirma potensial energiya  $\frac{N \cdot m}{m^3}$ ,  $\frac{kN \cdot m}{m^3}$  larda o'lchanadi.

Pog'onali sterjenlar uchun deformatsiyaning potensial energiyasi quyidagicha yoziladi:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \ell_i}{2E A_i} \quad (\text{III.25})$$

Bunda,  $N_i$   $i$  - oraliqning ko'ndalang kesimidagi bo'ylama kuch;  $A_i$  va  $\ell_i$  - oraliqning ko'ndalang kesim yuzasi va uning uzunligi.



### 3.10-§. Cho'zilgan yoki siqilgan sterjenlarning xususiy og'irliklarini e'tiborga olish

Ko'pincha bruslarning xususiy og'irlik kuchlari tashqi kuchlarga nisbatan juda kichik bo'lganligi sababli amaliy hisoblashlarda ularning ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'ladi.

Lekin vertikal joylashgan juda uzun sterjen (zanjir, og'ir po'lat arqon, burg'ulash shtangasi va boshqa)lar, vazmin brus (imorat yoki ko'priklarning ustunlari va boshqa)lar o'z og'irliklaridan ham sezilarli darajada cho'ziladi yoki siqiladi. Albatta, bunday hollarda xususiy og'irlik kuchlarining ta'sirini e'tiborga olish zarurdir.

Odatda, xususiy og'irlik kuchlari vertikal o'q bo'ylab taqsimlangan «tashqi» bo'ylama kuchlar sifatida qaraladi.

#### 1. O'zgarmas kesimli sterjenlar

Bir uchi bilan mahkamlangan, tashqi va xususiy og'irlik kuchlari ta'siridagi o'zgarmas kesimli uzun sterjenlarni tekshiramiz (III.21-shakl).

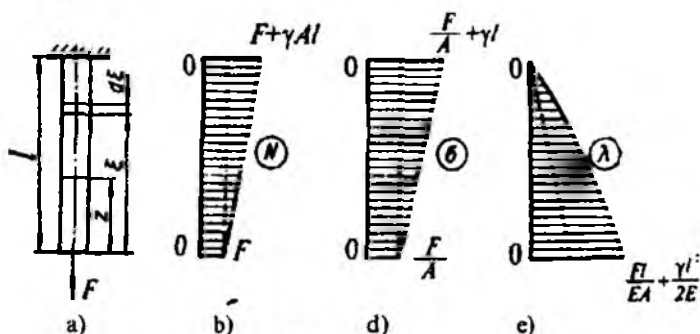
Sterjenning erkin uchidan  $z$  masofada turgan kesimdagi normal kuchlanishni aniqlash uchun pastki qismning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad N_z - G_z - F = 0. \quad (a)$$

Bunda,  $G_z = \gamma \cdot A \cdot z$  - pastki qismning xususiy og'irlik kuchi;

$\gamma$  - sterjen materialining solishtirma og'irligi (po'lat uchun

$$\gamma = 78 \cdot 10^3 \frac{N}{m^3}).$$



III.21-shakl.

Demak, kesimlardagi bo'ylama kuch  $N$  va normal kuchlanish  $\sigma$  lar sterjen uzunligi bilan chiziqli bog'lanishda ekan:

$$N_x = F + \gamma \cdot A \cdot z, \quad (b)$$

$$\sigma_z = \frac{F}{A} + \gamma \cdot z. \quad (III.26)$$

III.21 d, e-shakllarda bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralari keltirilgan.

Sterjenning mahkamlangan kesimi eng xavfli kesim ekanligi epyuralardan ko'rinib turibdi; shu bois, mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \gamma \cdot e \leq \sigma_{adm}. \quad (III.27)$$

Oxirgi ifodadan mustahkamlikni ta'minlovchi yuzani topish mumkin:

$$A \geq \frac{F}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot e}. \quad (III.28)$$

Endi sterjenning deformatsiyasini aniqlaymiz. Dastlab, Guk qonuniga asosan,  $dz$  uzunlikdagi juda kichik bo'lakchanning mutlaq deformatsiyasini topamiz:

$$\Delta(dz) \approx \frac{(F + \gamma A \cdot z) dz}{EA}. \quad (d)$$

Sterjenning absolut deformatsiyasini topish uchun oxirgi ifodani sterjen uzunligi bo'yicha integrallaymiz:

$$\Delta l = \int_0^e \frac{(F + \gamma \cdot A \cdot z) dz}{EA} = \frac{F \cdot l}{EA} + \frac{\gamma A l^2}{2EA}. \quad (e)$$

Sterjenning xususiy og'irligi

$$G = \gamma A l \quad (f)$$

ekanligini e'tiborga olib, oxirgi ifodani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\Delta l = \frac{(F + 0,5G)l}{EA}. \quad (III.29)$$

$F = 0$  bo'lgan hol uchun (III.29) formula quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\Delta l_G = \frac{G \cdot l}{2EA}. \quad (III.30)$$

Demak, sterjenning xususiy og'irlik kuchidan hosil bo'lgan mutlaq deformatsiyasi sterjen og'irligiga teng, ammo uning uchiga qo'yilgan kuchdan hosil bo'ladigan mutlaq deformatsiyaga nisbatan ikki barovar kam bo'lar ekan.

Endi (III.26) formula yordamida qurilgan normal kuchlanish epyurasini tahlil qilamiz.

Bu epyuradan ko'rinib turibdiki, o'zgarmas kesimli sterjenlarni yasash uchun ortiqcha material sarflanar ekan. Chunki, bunday hollarda faqat sterjenlarning xavfli kesimigina joiz normal kuchlanishga, qolgan barcha kesimlari esa undan kam bo'lgan kuchlanishlarga qarshilik ko'rsatadi. Bunday kamchiliklarni yo'qotish maqsadida sterjenlarning kesim yuzasi shaklini ma'lum qonuniyat asosida o'zgartirish zarurdir.

## II. Teng qarshilikli sterjenlar

Ko'ndalang kesimlari uzunlik bo'ylab ma'lum qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi va barcha ko'ndalang kesimlaridagi normal kuchlanishlari joiz normal kuchlanishga teng bo'lgan sterjenlarga *teng qarshilikli sterjenlar* deyiladi (III.22 a-shakl).

Teng qarshilikli sterjenlarni tayyorlash uchun kam material sarflanganligi sababli ularning og'irliklari ham kichik bo'ladi.

Teng qarshilikli sterjenlarning ko'ndalang kesim yuzasining o'zgarish qonuniyati  $A_z$  ni aniqlash uchun uning erkin uchidan  $z$  masofada joylashgan cheksiz kichik  $dz$  uzunlikdagi bo'lakchani ajratib olamiz (III.22 b-shakl) va uning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad \sigma_{adm} (A_z + dA_z) - \gamma A_z dz - \sigma_{adm} A_z = 0$$

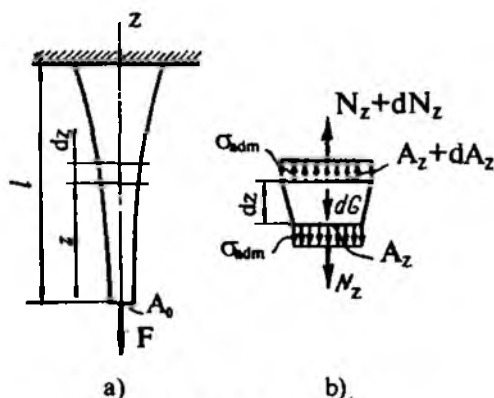
bundan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\frac{dA_z}{A_z} = \frac{\gamma}{\sigma_{adm}} \cdot dz$$

Oxirigi ifodani integrallab

$$\ln|A_z| + C_0 = \frac{\gamma z}{\sigma_{adm}}$$

ni hosil qilamiz.



III.22-shakl.

Integral doimiysi  $S_0$  quyidagi chegaraviy shartdan aniqlanadi:  
 $z=0$  da  $A_z=A_0$  yoki  $S_0 = \ln A$  ga teng bo'ladi.

Bu qiymatni nazarda tutib, teng qarshilikli sterjenlarning ko'ndalang kesim yuzasi logarifmik egri chiziqli qonuniyat bo'yicha o'zgarishiga ish-onch hosil qilamiz:

$$A_z = A_0 \cdot e^{\frac{\sigma_{adm} \cdot z}{E}}, \quad (III.31)$$

bunda  $A_0 = \frac{F}{\sigma_{adm}}$  bo'lib, sterjen uchidagi kesimning yuzasidir.

Guk qonuniga asoslanib, ajratilgan bo'lakchanning uzayishini quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\Delta(dz) = \frac{N_z \cdot dz}{EA} = \frac{\sigma_{adm} \cdot dz}{E}.$$

Oxirgi ifodani integrallab, teng qarshilikli sterjenlarning to'la uzayishini topamiz:

$$\Delta l = \int_0^l \Delta(dz) = \frac{\sigma_{adm} \cdot l}{E}. \quad (III.32)$$

Yuqoridagi (III.31) va (III.32) formulalardan teng qarshilikli sterjenlar siqilganda ham foydalanish mumkin.

Kesim yuzasi (III.31) qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi teng qarshilikli sterjenlarni yasash noqulay bo'lganligi sababli ko'pincha muhandislik amaliyotida ularning o'rniga pog'onali sterjenlar ishlatiladi.

### 3.11-§. Cho'zilish va siqilish deformatsiyasiga oid statik aniqmas masalalar

Cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasiga oid masalalarni yechayotganda, bordi-yu, sterjen (sterjenlar tizimi)ning tayanchlarida hosil bo'luvchi reaksiya kuchlari yoki ularning ko'ndalang kesimlaridagi zo'riqish kuchlarini statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lmasa, bunday masalalarga cho'zilish yoki siqilishdagi *statik aniqmas masalalar* deyiladi.

Statik aniqmas masalalardan ikkitasini I.6-§ da bayon etilgan reja asosida yechamiz.

1. Sterjenlar tizimining sharnirli  $S$  tuguniga  $Q$  yuk osib qo'yilgan (III.23 a-shakl); sterjenlarning materiali, ko'ndalang kesim yuzasi va uzunliklarini ma'lum deb, ularda tashqi yukdan hosil bo'lgan zo'riqishlarni aniqlaymiz.

#### Yechish

I. Masalaning statik tomonini tahlil qilamiz. Kesish usulidan foydalanib,  $S$  sharnirli tugunning muvozanatini tekshiramiz (III.23 b-shakl):

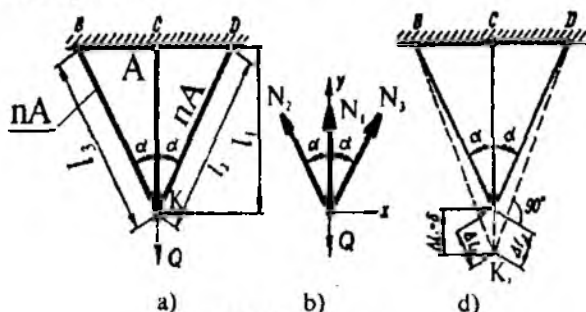
$$\sum X_i = 0, \quad N_2 \sin \alpha - N_1 \sin \alpha = 0,$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha - Q = 0.$$

Bu tenglamalarning birinchisidan  $N_2 = N_1$  ekanligi ma'lum; buni e'tiborga olib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$N_1 + 2 N_1 \cos \alpha = Q. \quad (a)$$

Oxirgi tenglamada ikkita noma'lum bo'lganligi uchun masala bir marta statik aniqmas deyiladi.



III.23-shakl.

II. Masalaning geometrik tomonini tekshiramiz; III.23 d-shakldan foydalanib, sterjenlarning deformatsiyalari orasidagi munosabatni quyidagicha yozamiz:

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_1 \cdot \cos \alpha. \quad (b)$$

III. Masalaning fizik tomonini qarab chiqamiz. Guk qonuniga, asosan, sterjenlarning deformatsiyasini aniqlaymiz:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E \cdot n \cdot A \cdot \cos \alpha}. \quad (d)$$

IV. Sintez, ya'ni yuqorida olingan tenglamalardan ichki zo'riqish kuchlarini topamiz:

$$N_1 = \frac{Q}{1 + 2n \cos^3 \alpha}; \quad N_2 = N_3 = \frac{Q}{1 + 3n \cos^3 \alpha} \cdot n \cos^2 \alpha. \quad (III.33)$$

2. Endi bir oz murakkabroq statik aniqmas masalalarni yechish bilan shug'ullanamiz.

Ma'lumki, ko'pgina hollarda konstruksiya qismlarini tayyorlash jarayonida texnologik xatoliklarga yo'l qo'yilishi oqibatida, ularning ayrimlari keragidan uzunroq yoki qisqaroq qilib yasalishi mumkin.

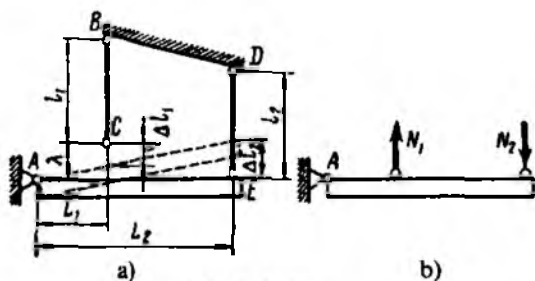
Agar konstruksiya statik aniq bo'lsa, yig'ilgan (montaj)dan keyin uning sterjenlarida qo'shimcha zo'riqish kuchlari paydo bo'lmaydi. Ammo, statik aniqmas konstruksiyalarning sterjenlaridan birortasi loyihadagi o'lchamlari bo'yicha tayyorlanmasa, montajdan so'ng mazkur sterjendagina emas, balki u bilan bog'langan boshqa qismlarda ham qo'shimcha zo'riqishlar hosil bo'ladi. Masalan, aytaylik, III.24 a-shaklda tasvirlangan statik aniqmas konstruksiyaning birinchi sterjeni loyihadagidan  $\lambda$  miqdorga qisqa qilib tayyorlangan bo'lsin. Albatta, bunday konstruksiyani yig'ish (montaj qilish) uchun esa VS sterjenni cho'zish, DE sterjenni esa siqish kerak. Shu konstruksiyaning sterjenlardagi zo'riqish kuchlarini toping.

### Yechish

I. Masalaning statik tomoni; III.24 b-shakldan foydalanib, statik muvozanat tenglamasini

$$\sum M_{A_i} = 0 \quad \text{yoki} \quad N_1 L_1 - N_2 L_2 = 0$$

ko'rinishda yozib, berilgan tizimning bir marta statik aniqmas ekanligiga ishonch hosil qilamiz.



III.24-shakl.

II. Masalaning geometrik tomoni; konstruksiyaning deformatsiyadan keyingi holati (ingichka chiziq bilan ko'rsatilgan)

$$\frac{\Delta l_2}{L_2} = \frac{\lambda - \Delta l_1}{L_1}$$

munosabatni yozishga imkon beradi.

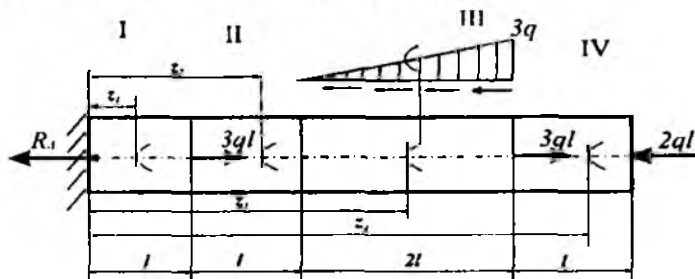
III. Masalaning fizik tomoni; R. Guk qonunidan foydalanib, sterjenlarning deformatsiyalarini aniqlaymiz:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2}$$

IV. Sintez; yuqoridagi barcha tenglamalarni birgalikda yechib, sterjenlardagi zo'riqlashlarni aniqlaymiz:

$$N_1 = \lambda \frac{L_2^2 A_1 A_2 E}{l_2 A_1 L_1^2 + l_1 A_2 L_2^2}, \quad N_2 = \lambda \frac{L_1 L_2 A_1 A_2 E}{l_2 A_1 L_1^2 + l_1 A_2 L_2^2} \quad (III.34)$$

13-masala. Chap uchi bilan tayanchga qistirib mahkamlangan cho'yan sterjen to'plangan va yoyilgan kuchlar ta'sirida cho'zilish va siqilish deformatsiyalariga qarshilik ko'rsatmoqda (III.25-shakl).



III.25-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun bo'ylama kuch  $N(z)$ , normal kuchlanish

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A} \text{ va ko'chish } \delta(z) \text{ larning analitik ifodalarini tuzish;}$$

- bo'ylama kuch, normal kuchlanish va ko'chishlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar								
$q$	$l$	material	$E$	$\sigma_{adm}$ , MPa		Kesim yuza shakti		Oraliqlar soni
kN/m	m	cho'van	MPa	cho'zilishda	siqilishda	I, II, III	IV	
100	0,8	CЧ 15-32	$1,5 \cdot 10^5$	30	140	doiraviy	kvadrat	4

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish;
- doiraviy kesimlar uchun quyidagi formulalarning mohiyatini bilish:

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A} \text{ yoki } d^2 \cdot \sigma(z) = \frac{4N(z)}{\pi}$$

$$\delta(z) = \frac{1}{EA} \int_l N(z) dz \text{ yoki } d^2 \cdot \delta(z) = \frac{4}{E\pi} \int_l N(z) dz$$

- cho'zilish (siqilish)da mustahkamlik shartini yoza olish.

**Masalani yechish tartibi:**

- uchburchaklar o'xshashligidan foydalanib, yoyilgan kuchning o'zgarish qonuniyatini aniqlash (13.1-jadval);
- tayanch reaksiyani aniqlash va uning qiymati to'g'riligini tekshirish;
- bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish (13.2-jadval);



– normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalarini tuzish (13.3-jadval);

– bo'yлама kuch, normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun tegishli  $N$ ,  $\sigma$  va  $\delta$  larni aniqlash;

– aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun  $N$ ,  $\sigma$  va  $\delta$  larning epyuralarini qurish (III.26 va III.27-shakllar);

– cho'zilish (siqilish)dagi mustahkamlik shartidan foydalanib, kesim yuza o'lchamlarini aniqlash (13.4-jadval).

13.1-jadval

1	$\frac{q(z_3)}{3q} = \frac{z_3 - 2\ell}{4\ell}$	bundan	$q(z_3) = \frac{3q}{2\ell}(z_3 - 2\ell)$
2	$R_A = \pm \sum_{i=1}^n Z_i(F) = 3q\ell + 3q\ell - 2q\ell - \frac{1}{2}3q \cdot 2\ell = q\ell = const$		
	$\delta = \left  \pm \sum_{i=1}^n Z(F_i + R_A) \right  = 0$		

13.2-jadval

Oraliq	Bo'yлама kuchlarning analitik ifodalari
I $0 \leq z_1 \leq \ell$	$N(z_1) = R_A = q\ell$
II $\ell \leq z_2 \leq 2\ell$	$N(z_2) = q\ell - 3q\ell = -2q\ell$
III $2\ell \leq z_3 \leq 4\ell$	$N(z_3) = R_A - 3q\ell + \frac{1}{2} \cdot q(z_3) \cdot z_3 = -2q\ell + \frac{3q}{4\ell} z_3^2 - \frac{3q}{2} z_3$
IV $4\ell \leq z_4 \leq 5\ell$	$N(z_4) = R_A - 3q\ell + \frac{1}{2} \cdot 3q \cdot 2\ell - 3q\ell = -2q\ell$

13.3-jadval

Oraliq	Normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalari
I $0 \leq z_1 \leq \ell$	$\sigma(z_1) = \frac{N(z_1)}{A_1} = \frac{4}{\pi d^2} \cdot N(z_1)$ yoki $d^2 \cdot \sigma(z_1) = \frac{4}{\pi} N(z_1) = \frac{4}{\pi} \cdot q\ell$
	$\delta(z_1) = \int_0^{z_1} \frac{N(z_1) dz_1}{EA_1}$ yoki $d^2 \cdot \delta(z_1) = \frac{4}{\pi E} \int_0^{z_1} N(z_1) dz_1 = \frac{4}{\pi E} q\ell z_1$

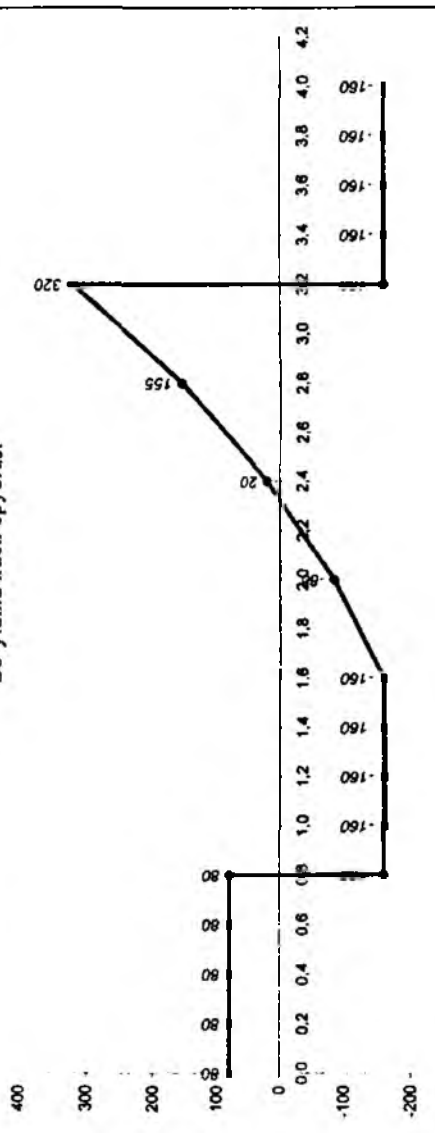
II	$l \leq z_2 \leq 2l$	$d^2 \cdot \sigma(z_2) = \frac{4}{\pi} N(z_2) = -\frac{8q\ell}{\pi}$
		$d^2 \cdot \delta(z_2) = \delta_{1\max} + \frac{4}{\pi E} \int_l^{z_2} N(z_2) dz_2 =$ $= \frac{4q\ell^2}{\pi E} + \frac{4}{\pi E} \int_l^{z_2} (-2q\ell) dz_2 =$ $= \frac{4q\ell^2}{\pi E} - \frac{8q\ell}{\pi E} (z_2 - \ell)$
III	$2l \leq z_3 \leq 4l$	$d^2 \cdot \sigma(z_3) = \frac{4}{\pi} N(z_3) = \frac{4}{\pi} \left( \frac{3q}{4\ell} z_3^2 - \frac{3q}{2} z_3 - 2q\ell \right)$
		$d^2 \delta(z_3) = \delta_{2\max} + \frac{4}{\pi E} \int_{2l}^{z_3} N(z_3) dz_3 =$ $= -\frac{4q\ell^2}{\pi E} + \frac{4}{\pi E} \int_{2l}^{z_3} \left( \frac{3q}{4\ell} z_3^2 - \frac{3q}{2} z_3 - 2q\ell \right) dz_3 =$ $= \frac{16q\ell^2}{\pi E} + \frac{4q}{\pi E} \left( \frac{1}{4\ell} z_3^3 - \frac{3}{4} z_3^2 - 2\ell z_3 \right)$
IV	$4l \leq z_4 \leq 5l$	$d^2 \cdot \sigma(z_4) = N(z_4) = -2q\ell$
		$d^2 \delta(z_4) = \delta_{3\max} + \frac{1}{E} \int_{4l}^{z_4} N(z_4) dz_4 =$ $= 0 - \frac{2q\ell}{E} (z_4 - 4l)$

13.4-jadval

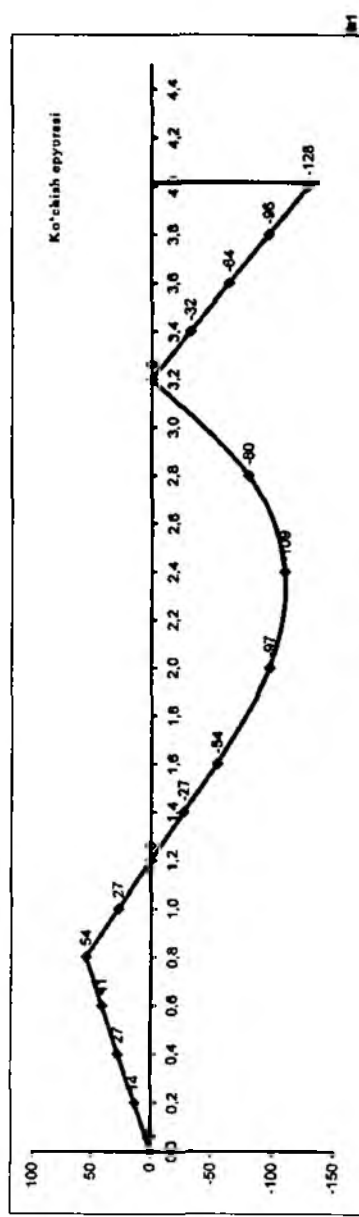
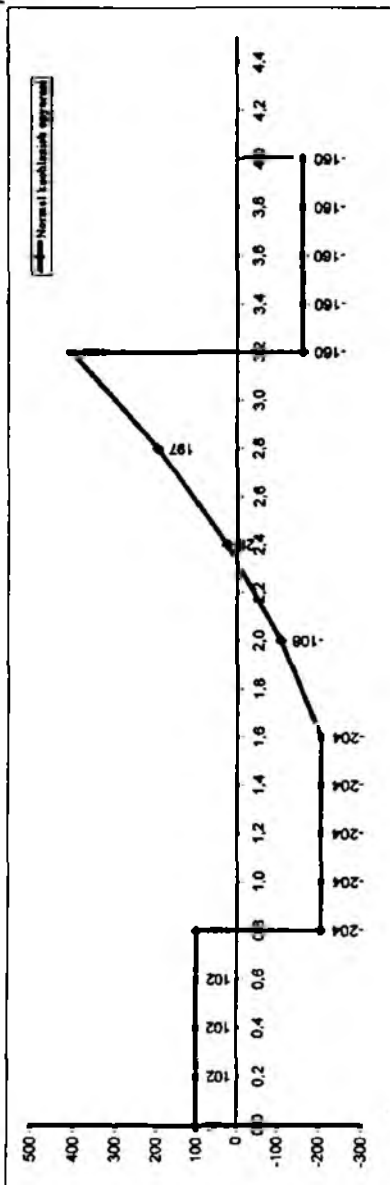
Kesim yuza o'lchamlarini aniqlash		
Normal kuchlanish epyurasidan quyidagilarni aniqlaymiz	Mustahkamlik sharti	Hisoblash
Cho'zilishda	$\frac{408}{d^2} \leq 30$	$d \geq \sqrt{\frac{408 \cdot 10^3 H}{30 \cdot 10^3 H / \text{sm}^2}} \approx 9,48 \text{ sm} = 948 \text{ mm}$
Siqilishda	$\frac{204}{d^2} \leq 140$	$d \geq \sqrt{\frac{204 \cdot 10^3 H}{140 \cdot 10^3 H / \text{sm}^2}} \approx 3,82 \text{ sm} = 38,2 \text{ mm}$
<b>Javob:</b>	Diametring eng kattasi qabul qilinadi: $d_0 \approx 165 \text{ mm}$	

Oraliq	$0 \leq z_1 \leq 1$					$1 \leq z_2 \leq 2$					$2 \leq z_3 \leq 4$					$4 \leq z_4 \leq 5$									
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$Z$	80	80	80	80	80	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160	-160
$Z$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$d^1 \cdot \sigma^1(z)$	102	102	102	102	102	-204	-204	-204	-204	-204	-204	-204	-204	-204	-204	-408	-408	-408	-408	-408	-408	-408	-408	-408	-408
$Z$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$d^1 \cdot \delta^1(z) \cdot 10^1$	0	14	27	41	54	64	27	0	-27	-54	-84	-97	-109	-80	0	0	0	0	0	0	-32	-64	-96	-128	-128

Bo'yama kuch epyurasi

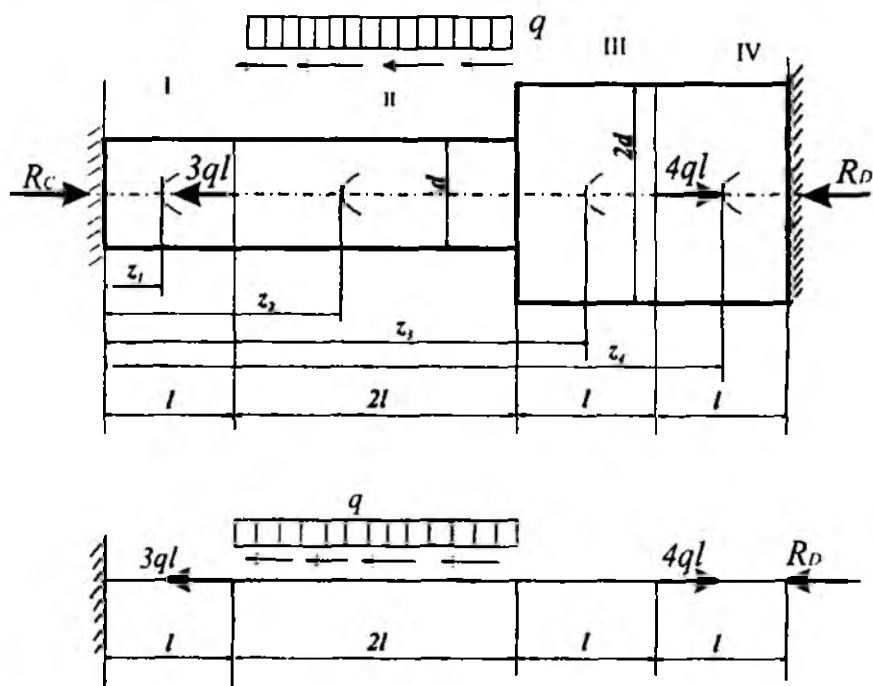


III.26-shakl.



III.27-shakl.

14-masala. Ikkala uchi bilan tayanchga qistirib mahkamlangan cho'yan sterjen to'plangan va yoyilgan kuchlar ta'sirida cho'zilish va siqilish deformatsiyalariga qarshilik ko'rsatmoqda (III.28-shakl).



III.28-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchini;
- har bir oraliq uchun bo'ylama kuch, normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalarini tuzish;
- bo'ylama kuch, normal kuchlanish va ko'chishlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar								
$q$	$l$	material	$E$	$\sigma_{\text{chozilish}}$ , MPa		Kesim yuza shakli		Oraliqlar soni
kN/m	m	cho'yan	MPa	Cho'zilish-da	Siqilish-da	I, II	III, IV	
60	1,2	C4 12-28	$1,2 \cdot 10^4$	25	100	doiraviy	kvadrat	4

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish;
- doiraviy kesimlar uchun quyidagi formulalarning mohiyatini bilish:

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A} \quad \text{yoki} \quad d^2 \cdot \sigma(z) = \frac{4N(z)}{\pi}$$

$$\delta(z) = \frac{1}{EA} \int_{\zeta} N(z) dz \quad \text{yoki} \quad d^2 \cdot \delta(z) = \frac{4}{E\pi} \int_{\zeta} N(z) dz$$

- cho'zilish (siqilish)da mustahkamlik shartini yoza olish.

#### Masalani yechish tartibi:

- masala I marta statik aniqlasdir, shu bois tayanch reaksiyalarni aniqlash uchun uni statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil etish lozim (14.1-jadval);
- bo'ylama kuchning analitik ifodalarini tuzish (14.2-jadval);
- normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalarini tuzish (14.3- jadval);
- bo'ylama kuch, normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, har bir oraliq uchun tegishli  $N$ ,  $\sigma$  va  $\delta$  larni aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, har bir oraliq uchun  $N$ ,  $\sigma$  va  $\delta$  larning epyuralarini qurish (III.29 va III.30-shakllar);
- cho'zilish (siqilish)dagi mustahkamlik shartidan foydalanib, kesim yuza o'lchamlarini aniqlash (14.4- jadval).

14.1- jadval

Statik nuqtai nazardan yondashish	$\pm \sum_{i=1}^5 Z_i(F) = 0; \quad R_C - 3q\ell + q \cdot 2\ell + 4q\ell - R_D = 0$
Geometrik nuqtai nazardan yondashish	$\delta_D = \delta(I) + \delta(II) + \delta(III) + \delta(IV) = 0$
Fizik nuqtai nazardan yondashish	$\delta_D = \frac{-R_D \cdot 2\ell}{E \cdot 3A} - \frac{R_D \cdot 3\ell}{EA} + \frac{4q\ell\ell}{E \cdot 3A} + \frac{4q\ell \cdot 3\ell}{EA} - \frac{q \cdot 2\ell \cdot 2\ell}{E \cdot 2A} - \frac{q \cdot 2\ell\ell}{EA} - \frac{3q\ell\ell}{EA} = 0$
Natija	$R_D = \frac{19}{11} q\ell; \quad R_C = \frac{30}{11} q\ell$

14.2- jadval

Oraliq		Bo'ylama kuchlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$N(z_1) = -R_C = -\frac{30}{11} q\ell$
II	$0 \leq z_2 \leq 2\ell$	$N(z_2) = -R_C + 3q\ell + qz_2 = \frac{3}{11} q\ell + qz_2$
III	$0 \leq z_3 \leq \ell$	$N(z_3) = -R_C + 3q\ell + q \cdot 2\ell = \frac{25}{11} q\ell$
IV	$0 \leq z_4 \leq \ell$	$N(z_4) = -R_C + 3q\ell + q \cdot 2\ell - 4q\ell = -\frac{19}{11} q\ell$

14.3- jadval

Oraliq		Normal kuchlanish va ko'chishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$\sigma(z_1) = \frac{N(z_1)}{A_1} = \frac{4}{\pi d^2} \cdot N(z_1)$
		yoki $d^2 \cdot \sigma(z_1) = \frac{4}{\pi} N(z_1) = -\frac{120}{11\pi} q\ell$
		$\delta(z_1) = \int_0^{z_1} \frac{N(z_1) dz_1}{EA_1}$ yoki $d^2 \cdot \delta(z_1) = \frac{4}{\pi E} \int_0^{z_1} N(z_1) dz_1 = -\frac{120}{11\pi E} q\ell z_1$

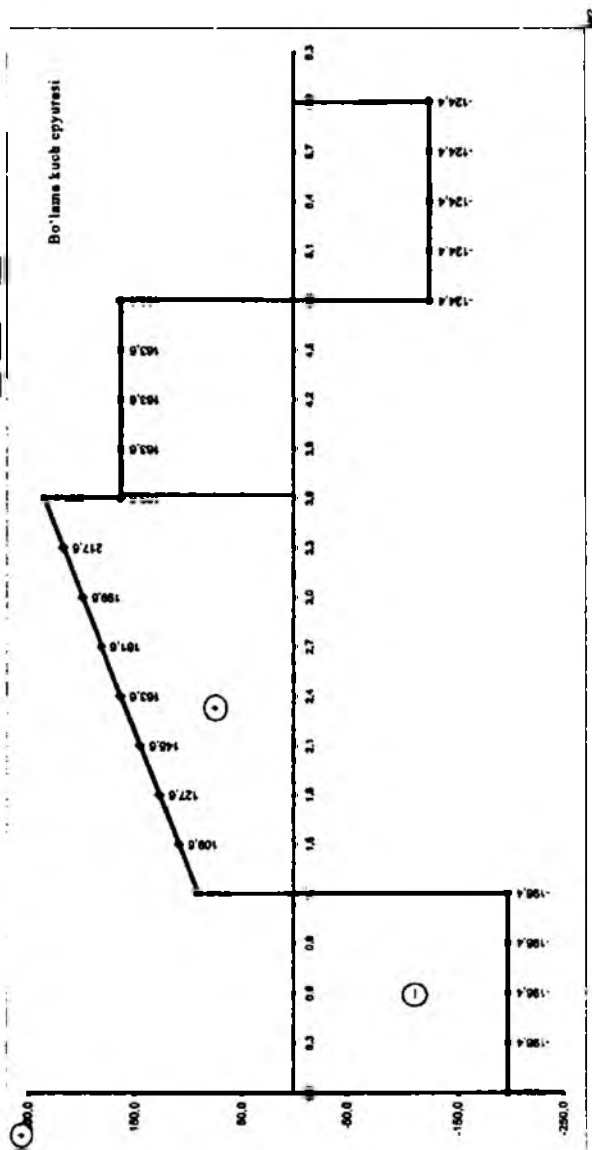
II	$l \leq z_2 \leq 3l$	$d^2 \cdot \sigma(z_2) = \frac{4}{\pi} N(z_2) = \frac{4}{\pi} \cdot \left( \frac{3}{11} q l + q z_2 \right)$
		$d^2 \cdot \delta(z_2) = \delta_{1 \max} + \frac{4}{\pi E} \int_l^{z_2} N(z_2) dz_2 =$ $= -\frac{308}{22} \frac{q l^2}{\pi E} + \frac{2q}{\pi E} \cdot \left( z_2^2 + \frac{6l}{11} z_2 \right)$
III	$3l \leq z_3 \leq 4l$	$d^2 \cdot \sigma(z_3) = \frac{1}{4} N(z_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{25}{11} q l$
		$d^2 \delta(z_3) = \delta_{2 \max} + \frac{1}{4 E} \int_{3l}^{z_3} N(z_3) dz_3 =$ $= -1.56 \frac{q l^2}{E} + \frac{25 q l z_3}{99 E}$
IV	$4l \leq z_4 \leq 5l$	$d^2 \cdot \sigma(z_4) = \frac{1}{4} N(z_4) = -\frac{19}{33} q l$
		$d^2 \delta(z_4) = \delta_{3 \max} + \frac{1}{4 E} \int_{4l}^{z_4} N(z_4) dz_4 =$ $= \delta_{3 \max} - \frac{19 q l}{33 E} \cdot (z_4 - 4l)$

14.4- jadval

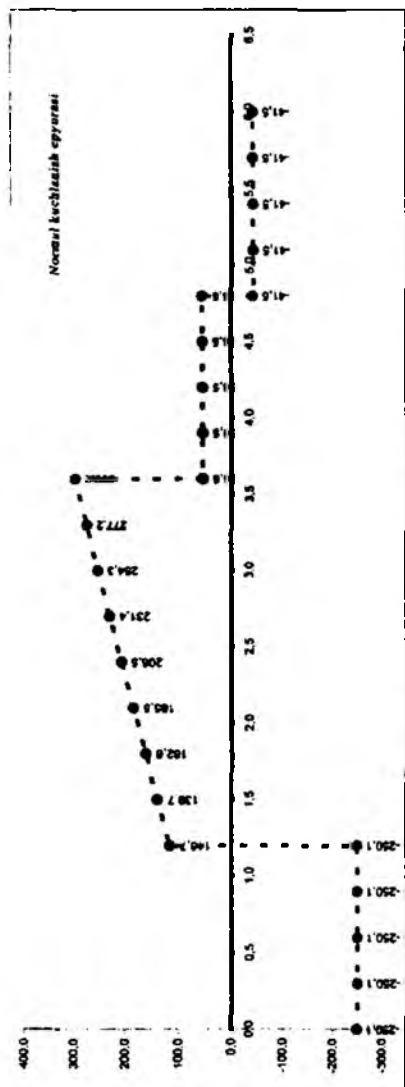
Kesim yuza o'lchamlarini aniqlash			
Normal kuchlanish epyurasidan quyidagilarni aniqlaymiz	Mustaxkamlik sharti	Hisoblash	
cho'zilishda	$\frac{300.2}{d^2}$	$\frac{300.2}{d^2} \leq 25$	$d \geq \sqrt{\frac{300.2 \cdot 10^3 H}{25 \cdot 10^2 H \text{ sm}^2}} = 10.96 \text{ sm} = 109.6 \text{ mm}$
siqilishda	$\frac{250.1}{d^2}$	$\frac{250.1}{d^2} \leq 100$	$d \geq \sqrt{\frac{250.1 \cdot 10^3 H}{100 \cdot 10^2 H \text{ sm}^2}} = 5.0 \text{ sm} = 50.0 \text{ mm}$
<b>Javob</b>	Diametrning eng kattasi qabul qilinadi $d_0 \approx 110 \text{ mm}$		



$R_c$	0 ≤ z₁ ≤ l										l ≤ z₁ ≤ 4l										4l ≤ z₁ ≤ 5l																																										
Oraliq	0 ≤ z₁ ≤ l			l ≤ z₁ ≤ 3l			3l ≤ z₁ ≤ 4l			4l ≤ z₁ ≤ 5l			3l ≤ z₁ ≤ 4l			4l ≤ z₁ ≤ 5l			4l ≤ z₁ ≤ 5l																																												
$Z$	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0
$H$	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4	-196.4		
$Z$	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0	0.0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0
$d^2 \cdot \sigma^2(z)$	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	-200.1	
$d^2 \cdot \beta^2(z) \cdot 10^4$	0.0	-0.8	-2.1	-4.9	-8.8	-13.7	-19.2	-25.1	-31.4	-38.0	-44.8	-51.7	-58.6	-65.5	-72.4	-79.3	-86.2	-93.1	-100.0	-106.9	-113.8	0.0	-0.8	-2.1	-4.9	-8.8	-13.7	-19.2	-25.1	-31.4	-38.0	-44.8	-51.7	-58.6	-65.5	-72.4	-79.3	-86.2	-93.1	-100.0	-106.9	-113.8	0.0	-0.8	-2.1	-4.9	-8.8	-13.7	-19.2	-25.1	-31.4	-38.0	-44.8	-51.7	-58.6	-65.5	-72.4	-79.3	-86.2	-93.1	-100.0	-106.9	-113.8



III.29-shakl.



III.30-shaki.

MEZ

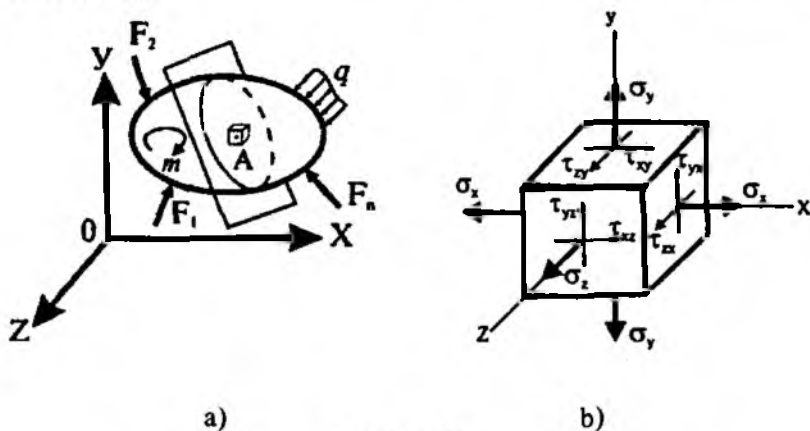
## NAZORAT UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR

1. Sterjenlarning markaziy cho'zilish va siqilish deformatsiyasining mohiyatini tushuntiring.
2. Cho'zilish yoki siqilishda mutlaq va nisbiy deformatsiyalar qanday aniqlanadi?
3. Materiallarning turiga qarab Puasson koeffitsienti  $\mu$  ning o'zgarish chegarasini izohlang.
4. Guk qonunini ta'riflang va matematik ifodasini yozing.
5. Elastiklik modulining mohiyati nimadan iborat?
6. Qanday kattaliklar materiallarning asosiy mexanik tavsiflarini ifodalaydi?
7. Kam uglerodli po'latning cho'zilish diagrammasi qanday o'ziga xos nuqtalarga ega? Namunada «bo'yin» qachon hosil bo'ladi?
8. Mutanosiblik, elastiklik, oquvchanlik va mustahkamlik chegaralarining mohiyatini tushuntiring.
9. Plastik, mo'rt va anizotrop materiallarning siqilish diagrammalarini izohlang.
10. Plastik va mo'rt materiallar uchun joiz kuchlanish qanday aniqlanadi?
11. Cho'zilish yoki siqilishda mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega? Ushbu mustahkamlik sharti yordamida qanday masalalarni hal etish mumkin?
12. Cho'zilish yoki siqilishda deformatsiyaning potensial energiyasi qanday topiladi?
13. Deformatsiya va ko'chishlarning o'zaro farqini aniq misollar yordamida tushuntiring.
14. Cho'zilish yoki siqilishda statik aniqmas masalalarga misollar keltiring.
15. Cho'zilish yoki siqilishda statik aniqmas masalalar qanday tartibda yechiladi?

## IV BOB. KUHLANISHLARNING TAHLILI

### 4.1-§. Umumiy tushunchalar

Tashqi kuch (to'plangan kuch, yoyilgan yuk va juft kuch)lar tizimi ta'sirida muvozanatda bo'lgan deformatsiyalanuvchi qattiq jismning istalgan  $A$  nuqtasi atrofidan ajratib olingan elementar paralleloipedga normal va urunma kuchlanishlarning tashkil etuvchilari ta'sir ko'rsatadi (IV.1 b-shakl).



IV.1-shakl.

Tabiiyki, elementar paralleloiped tomonlarining joylashish holatlari o'zgartirilgan taqdirda tomonlarga ta'sir etuvchi kuchlanishlarning miqdorlari va yo'nalishlari ham o'zgaradi. Hatto, elementar paralleloipedni shunday joylashtirish mumkin ekanki, bunday holatda uning tomonlariga urunma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatmas ekan.

Odatda, urunma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatmaydigan yuzalarga *bosh yuzalar* deyiladi; mazkur yuzadagi normal kuchlanishlarga esa *bosh kuchlanishlar* deyiladi.

Bosh kuchlanish  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  lar o'rtasidagi munosabat,

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (a)$$

ko'rinish bo'lgan hollar o'rganiladi.

Nuqtadagi *kuchlanish holati* deb, mazkur nuqta orqali o'tkaziladigan barcha yuzachalarda paydo bo'ladigan normal va urunma kuchlanishlarning to'plamiga aytiladi.

Kuchlanish holatlari uch xil bo'ladi:

– *chiziqli yoki bir o'qli kuchlanish holati*; bunday kuchlanish holatida jismning har qanday nuqtasi atrofidan faqatgina bitta bosh yuza o'tkazish mumkin;

– *tekis yoki ikki o'qli kuchlanish holati*; bu xil kuchlanish holatida esa jismning har qanday nuqtasi atrofidan o'zaro tik yo'nalgan ikkita bosh yuza o'tkazish mumkin;

– *fazoviy yoki uch o'qli kuchlanish holati*; bunday kuchlanish holatida esa jismning har qanday nuqtasi atrofidan o'zaro tik yo'nalgan uchta bosh yuza o'tkazish mumkin.

#### 4.2-§. Qiya kesimlardagi kuchlanishlar

Shu vaqtgacha faqat sterjenlarning o'qiga tik bo'lgan ko'ndalang kesimlardagi normal kuchlanishlarni aniqlash bilan shug'ullandik. Endi esa istalgan qiya kesimlardagi kuchlanishlarni aniqlashga o'tamiz. Buning uchun har bir kuchlanish holatini faqat statik tomondan tekshirish kifoya.

Masalani bunday mukammalroq tahlil qilish, birinchidan, materiallarning mustahkamligi haqida to'la mulohaza yuritishga, ikkinchidan esa hatto oddiy cho'zilish (siqilish)da ham sterjenlarning qiya kesimlarida normal va urunma kuchlanishlarning paydo bo'lishini, aniqrog'i, cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalarining o'zaro bog'liq ekanligini ko'rsatishga imkon beradi.

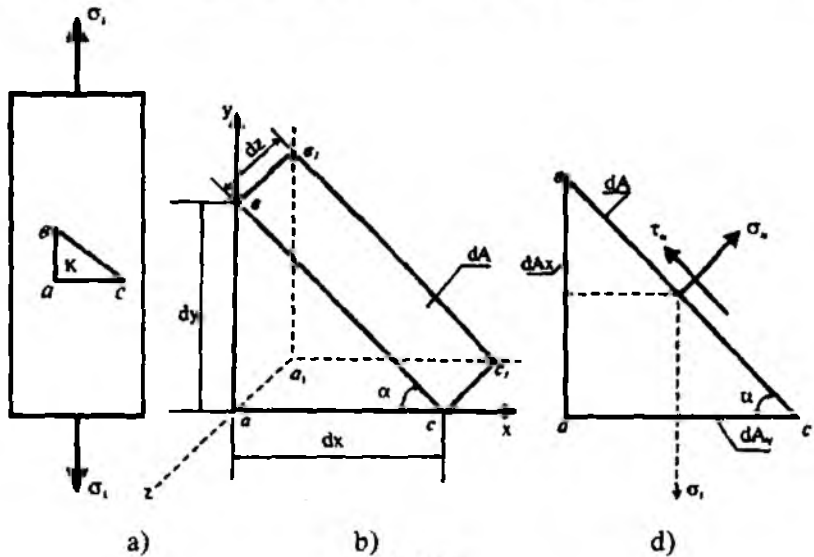
##### A. CHIZIQLI KUCHLANISH HOLATI

Cho'zuvchi kuchlanish ta'siridagi prizmatik sterjenning istalgan burchakka qiyalangan kesimidagi kuchlanishlarni aniqlaymiz (IV.2 a-shakl). Buning uchun quyidagi ishlarni ketma-ket bajarish tavsiya etiladi:

1) *sterjenni uchta: kuchlanish yo'nalishiga tik, unga parallel va ko'ndalang kesimga nisbatan  $\alpha$  burchakka qiyalangan tekisliklar bilan fikran kesamiz;*

2)  *$abca_1b_1c_1$  elementar bo'lakchani ajratib olamiz (IV.2 b-shakl). Agar og'ma yuzani  $dA$  ga teng deb qabul qilsak, u holda sterjen o'qiga tik bo'lgan yuza  $dA_y = dA \cdot \cos \alpha$  bo'ladi;*

3) tashlab yuborilgan qismning ajratib olingan bo'lakchaga ko'rsatuvchi ta'sirini ichki kuchlar bilan almashiramiz (IV.2 d-shakl):



IV.2-shakl.

- gorizontaal  $dA_x$  yuzachaga  $\sigma_1 dA \cos \alpha$  normal kuch ta'sir ko'rsatadi;
- vertikal  $dA_y = dA \sin \alpha$  yuzachaga esa kuchlar ta'sir ko'rsatmaydi;
- og'ma  $dA$  yuzachaga esa  $\sigma_\alpha dA$  normal va  $\tau_\alpha dA$  urunma kuchlar ta'sir ko'rsatadi.

4) statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum N_i = 0 \text{ yoki } \sigma_\alpha dA - \sigma_1 dA \cos \alpha \cdot \cos \alpha = 0, \quad (b)$$

$$\sum T_i = 0 \text{ yoki } \tau_\alpha dA - \sigma_1 dA \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 0.$$

Oxirigi ifodalardan

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha \quad (IV.1)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha \quad (IV.2)$$

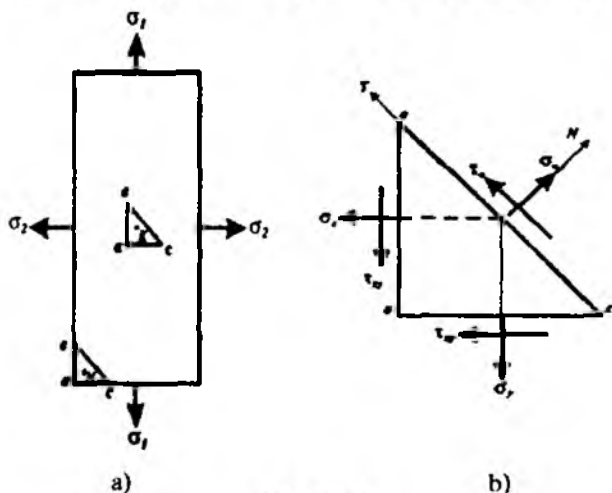
ekanligi kelib chiqadi.

(IV.1) va (IV.2) formulalar yordamida chiziqli kuchlanish holati uchun qiya kesimlardagi normal va urunma kuchlanishlar aniqlanadi.

Bu formulalardan ko'rinib turibdiki,  $\sigma_\alpha$  va  $\tau_\alpha$  kuchlanishlar qiya kesim yo'nalishining o'zgarishiga bog'liq ekan.

## B. TEKIS KUCHLANISH HOLATI

O'zaro tik bo'lgan ikki yo'nalishdagi cho'zuvchi  $\sigma_1$  va  $\sigma_2$  bosh kuchlanishlar ta'siridagi prizmatik jismni ko'rib chiqamiz (IV.3 a-shakl).



IV.3-shakl.

$K$  nuqta atrofidan ajratib olingan birorta elementning qiya kesimlaridagi kuchlanishlarni aniqlaymiz; buning uchun quyidagi ishlarni navbat bilan bajaramiz:

- 1) jismni uchta tekislik bilan fikran kesamiz;
- 2)  $abca, b_1c_1$  elementar bo'lakchani ajratib olamiz; og'ma yuzani  $dA$  ga teng deb qabul qilib, qolgan yuzalarni esa

$$dA_x = dA \cdot \sin \alpha$$

$$dA_y = dA \cdot \cos \alpha$$

shaklida yozib olamiz;

3) tashlangan qismning ajratilgan bo'lakchaga ko'rsatuvchi ta'sirini ichki kuchlar bilan almashtiramiz (IV.3 b-shakl); u holda elementning yuzalariga quyidagi kuchlar ta'sir qiladi:

$dA$  yuza bo'yicha:  $\sigma_\alpha dA$  (normal kuch),  $\tau_\alpha dA$  (urunma kuch);

$dA_x$  yuza bo'yicha:  $\sigma_x dA \cdot \sin \alpha$  (normal kuch),  $\tau_{yx} dA \cdot \sin \alpha$  (urunma kuch);

$dA_y$  yuza bo'yicha:  $\sigma_y dA \cdot \cos \alpha$  (normal kuch),  $\tau_{yx} dA \cdot \cos \alpha$  (urunma kuch).

4) statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum M_{O_i} = 0, \quad \tau_{xy} dA \cos \alpha x \frac{dy}{2} + \tau_{yx} dA \sin \alpha \cdot \frac{dx}{2} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n T_i = 0, \quad \tau_z dA + \sigma_x dA \sin \alpha \cos \alpha - \sigma_y dA \cos \alpha \sin \alpha - \tau_{xy} dA \cos \alpha \cos \alpha - \tau_{yx} dA \sin \alpha \sin \alpha = 0 \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^n N_i = 0, \quad \sigma_\alpha dA - \sigma_x dA \sin \alpha \sin \alpha - \sigma_\alpha dA \cos \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} dA \cos \alpha \sin \alpha - \tau_{yx} dA \sin \alpha \cos \alpha = 0$$

Chizmadan  $dx \cdot dz = dAy$   $dy \cdot dz = dAx$  yoki bundan

$dy = \frac{dA \cdot \sin \alpha}{dz}$  ekanligini e'tiborga olib, (a) ifodani

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} \quad (IV.3)$$

ko'rinishda yozamiz.

(IV.3) formula urunma kuchlanishlarning juftlik qonunini ifodalaydi va quyidagicha ta'riflanadi: **istalgan ikkita o'zaro perpendikulyar yuzalardagi urunma kuchlanishlar miqdor jihatdan bir-biriga teng, lekin yo'nalishlari esa qarama-qarshi bo'ladi.**

#### 4.3-§ Bosh yuzalar va siljish yuzalarining holati

Oldingi paragrafda keltirib chiqarilgan formulalardan ko'rinib turibdiki, qiya kesimdagi normal va urunma kuchlanishlar mazkur kesimning absissa o'qi bilan tashkil etgan burchagi  $\alpha$  ning funksiyasi ekan:

$$\sigma_\alpha = f_1(\alpha), \quad \tau_\alpha = f_2(\alpha). \quad (a)$$



Umuman olganda,  $\alpha$  burchakning qaysi qiymatlarida normal va urunma kuchlanishlar ekstremal (maksimal yoki minimal) qiymatlarga erishadi, degan savol tug'ilishi tabiiy. Chunki muhandislik amaliyotida tekshirilayotgan nuqta atrofidan olingan barcha yuzalarning holati va ulardagi kuchlanishlarni aniqlashning zaruriyati tug'ilmaydi.

Amaliyotda ekstremal qiymatlarga ega bo'lgan kuchlanishlar va ular ta'sir etuvchi yuzalarning holatini aniqlash kifoya.

Materiallar qarshiligi fanining to'la kursida tekis kuchlanish holatida normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (IV.4)$$

va ikkita o'zaro tik bosh yuzalarning holati

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (IV.5)$$

ko'rinishda aniqlanishi isbotlangan.

(IV.4) formuladagi musbat ishora maksimal bosh kuchlanish

$\sigma_1 = \sigma_{\max}$  ni, manfiy ishora esa minimal bosh kuchlanish  $\sigma_2 = \sigma_{\min}$  bildiradi.

Shuni ta'kidlab o'tish lozimki, (IV.5) formula bosh yuzalarning holatini aniqlashga yordam bersa-da, lekin qaysi yuzaga  $\sigma_{\max}$  ta'sir etishini ko'rsata olmaydi. Shu bois, quyidagi qoidaga murojaat qilamiz: bosh kuchlanish  $\sigma_{\max}$  ning yo'nalishi hamma vaqt  $\tau_{xy}$  va  $\tau_{yx}$  urunma kuchlanishlarning yo'nalishlari uchrashadigan koordinata o'qlarining ikkita chora-gi orqali o'tadi.

Odatda, urunma kuchlanishlari ekstremal qiymatga ega bo'lgan yuzalar *siljish yuzalari* deb ataladi.

Siljish yuzasining holatini aniqlash uchun ifodani  $\alpha$  argument bo'yicha diferensiallab, uni nolga tenglashtiramiz:

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = 2 \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \cos 2\alpha - 2\tau_{xy} \sin 2\alpha = 0. \quad (a)$$

Agar siljish yuzasining holati  $\alpha_1$  burchak bilan aniqlansa, u holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} /_{\alpha=\alpha_1} = (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \cos 2\alpha_1 - 2\tau_{xy} \sin 2\alpha_1 = 0$$

bundan 
$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}. \quad (\text{IV.6})$$

(IV.6) ifodadan siljish yuzasining holati aniqlanadi.

(IV.5) va (IV.6) formulalarni o'zaro taqqoslab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha_0} \quad \text{yoki} \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha_1\right) = \operatorname{ctg}(-2\alpha_0) \quad (\text{b})$$

bundan  $\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{\pi}{4}$  ekanligi kelib chiqadi.

Demak, siljish yuzasi bilan bosh yuzasi orasidagi burchak miqdor jihatidan  $45^\circ$  ga teng ekan.

Bu xulosaga asosan  $\alpha = \pm 45^\circ$  ni va formulalarga qo'yib

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (\text{IV.7})$$

$$\tau_\alpha = \tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (\text{IV.8})$$

ifodalarga ega bo'lamiz.

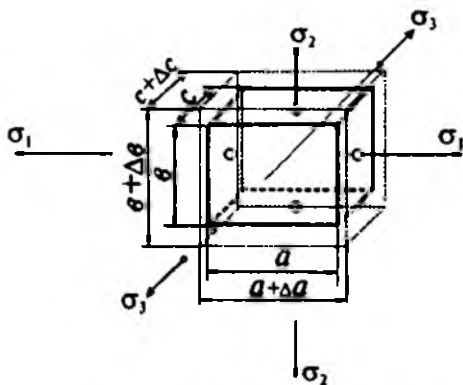
(IV.4) formulani e'tiborga olib, (IV.8) ifodadan ekstremal urunma kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\tau_{\max/\min} = \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \quad (\text{IV.9})$$

Demak, maksimal va minimal urunma kuchlanishlar miqdor jihatdan o'zaro teng bo'lib, ishoralari teskari ekan.

#### 4.4-§. Umumlashgan Guk qonuni

Aytaylik, fazoviy kuchlanish holatidagi izotrop jismning ixtiyoriy nuqtasi atrofidan ajratib olingan elementar parallelopiped  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  va  $\sigma_3$  bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin (IV.4-shakl).



IV.4-shakl.

Parallelopipedning chiziqli o'lchamlari  $a, b, c$  ga teng.

**A. Masalaning geometrik tomonini tekshiramiz.**

Parallelopiped qirralarining mutlaq deformatsiyalari tegishlicha  $\Delta(a)$ ,  $\Delta(b)$ ,  $\Delta(c)$  bo'lganligi sababli, bosh kuchlanishlar yo'nalishidagi nisbiy deformatsiyalar quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b}, \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta c}{c}. \quad (a)$$

Kuchlar ta'sirining mustaqillik tamoyiliga ko'ra, har bir nisbiy deformatsiyani quyidagicha yozish mumkin (masalan  $\varepsilon_1$  uchun):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + \varepsilon_1'' + \varepsilon_1''', \quad (b)$$

bunda,  $\varepsilon_1'$  uzunligi  $a$  bo'lgan qirraning  $\sigma_1$  bosh kuchlanish ta'siridan olgan bo'ylama nisbiy deformatsiyasi;

$\varepsilon_1''$  uzunligi  $b$  bo'lgan qirraning  $\sigma_2$  bosh kuchlanish ta'siridan olgan ko'ndalang nisbiy deformatsiyasi;

$\varepsilon_1'''$  uzunligi  $c$  bo'lgan qirraning  $\sigma_3$  bosh kuchlanish ta'siridan olgan ko'ndalang nisbiy deformatsiyasi.

**B. Masalaning fizik tomoni.** Yuqorida keltirilgan nisbiy bo'ylama va nisbiy ko'ndalang deformatsiyalar quyidagicha aniqlanadi:

$$\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}, \quad \varepsilon_1'' = -\mu \cdot \frac{\sigma_2}{E}, \quad \varepsilon_1''' = -\mu \cdot \frac{\sigma_3}{E}. \quad (d)$$

Oxirigi munosabatlarni e'tiborga olib,  $\sigma_1$  bosh kuchlanishga parallel qirraning to'la nisbiy deformatsiyasini

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (\text{IV.10})$$

ko'rinishda ifodalaymiz.

Agar xuddi shu tartibda qolgan ikki yo'nalishdagi nisbiy deformatsiyalarni ham aniqlasak, u holda barcha bosh yo'nalishlardagi nisbiy deformatsiyalar quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.11})$$

Deformatsiya bilan kuchlanishlarning umumiy munosabatini ifodalovchi (IV.11) formula fazoviy kuchlanish holatidagi jismlar uchun *umumlashgan Guk qonunini* ifodalaydi.

#### 4.5-§. Hajmiy deformatsiya

Oldingi paragrafda tekshirilgan parallelepipedning deformatsiyagacha bo'lgan hajmini quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$dV = a \cdot b \cdot c.$$

Deformatsiya natijasida har bir qirra uzayganligi sababli, uning hajmi ham  $\Delta(dV)$  miqdorga ortadi:

$$\begin{aligned} dV + \Delta(dV) &= dl_1(1 + \varepsilon_1)dl_2(1 + \varepsilon_2)dl_3(1 + \varepsilon_3) = \\ &= dl_1 \cdot dl_2 \cdot dl_3(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3). \end{aligned}$$

Nisbiy deformatsiyaning ikkinchi va uchinchi tartibli hadlarini e'tiborga olmasdan oxirgi ifodani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{\Delta(dV)}{dV} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (\text{IV.12})$$

Hajmning nisbiy o'zgarishini belgilaydigan  $\frac{\Delta(dV)}{dV}$  nisbatga *hajmiy deformatsiya* deyiladi va  $\theta$  harfi bilan belgilanadi:

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (\text{IV.13})$$

Umumlashgan Guk qonunini e'tiborga olib, hajmiy deformatsiyani

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{IV.14})$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Oxirgi formuladan ko'rinib turibdiki, Puasson koeffitsienti  $\mu=0,5$  bo'lgan material (masalan, rezina)ning deformatsiya davomida hajmi o'zgarmas ekan.

#### 4.6-§. Deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi

Bizga ma'lumki, chiziqli kuchlanish holati (oddiy cho'zilish yoki siqilish)da deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi

$$a = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2} \quad (\text{IV.15})$$

formuladan aniqlanar edi (III bob, 21-§ ga qarang).

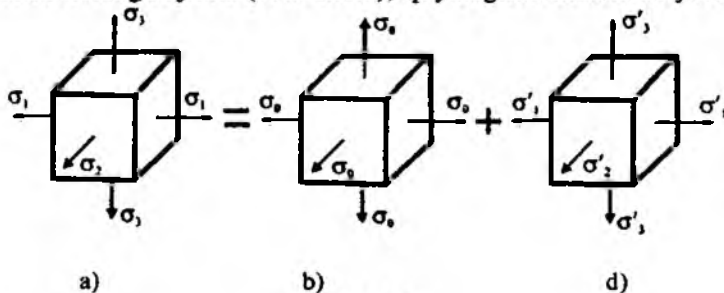
Bu formulani umumlashtirib, fazoviy kuchlanish holati uchun deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasini quyidagi ko'rinishida yozish mumkin:

$$a = \frac{1}{2}(\sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot \varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3). \quad (\text{IV.16})$$

Umumlashgan Guk qonunini e'tiborga olib, oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$a = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)]. \quad (\text{IV.17})$$

Endi tekshirilayotgan parallelepipedning kuchlanish holatini ikkita kuchlanish holatiga ajratib (IV.5-shakl), quyidagicha mulohaza yuritamiz:



IV.5-shakl.

a) faraz qilaylik, birinchi holatda parallelopiped uchta bosh kuchlanishlarning o'rta arifmetik qiymatiga teng bo'lgan

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{a})$$

kuchlanish ta'sirida bo'lsin. Bu holda elementning shakli o'zgarimasdan, balki uning hajmi o'zgaradi.

Hajmning o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya  $a_v$  ni aniqlash uchun (IV.17) formuladagi  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  va  $\sigma_3$  larning o'rniga  $\sigma_0$  ning qiymatini qo'yish kifoya:

$$a_v = \frac{1}{2E} \left[ \sigma_0^2 + \sigma_0^2 + \sigma_0^2 - 2\mu(\sigma_0\sigma_0 + \sigma_0\sigma_0 + \sigma_0\sigma_0) \right] = \frac{1-2\mu}{2E} 3\sigma_0^2 \quad (\text{b})$$

yoki 
$$a_v = \frac{1-2\mu}{6E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (\text{IV.18})$$

b) ikkinchi holatda parallelopiped  $\sigma_1$ - $\sigma_0$ ,  $\sigma_2$ - $\sigma_0$ , va  $\sigma_3$ - $\sigma_0$  kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin, deb faraz qilaylik. Bu holda esa uning hajmi o'zgarimasdan, faqat shakli o'zgaradi.

Shaklning o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya ham yuqoridagi tartibda aniqlanadi:

$$a_{sh} = \frac{1}{2E} \left\{ (\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2 - 2\mu \left[ \begin{array}{l} (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_2 - \sigma_0) + \\ (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0) + \\ (\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0) \end{array} \right] \right\} \quad (\text{IV.19})$$

(a) ifodani nazarda tutib, tegishli ixchamlashdan keyin quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$a_{sh} = \frac{1+\mu}{6E} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]. \quad (\text{IV.20})$$

Shunday qilib, parallelopipedning solishtirma potensial energiyasi ikki qismdan: hajm va shaklning o'zgarishiga sarf bo'ladigan energiyalarning yig'indisidan iborat ekan:

$$a = a_v + a_{sh}. \quad (\text{IV.21})$$

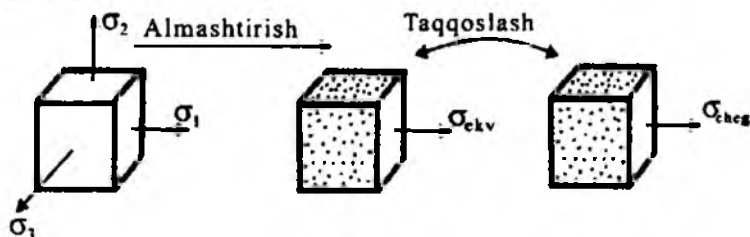
#### 4.7-§. Mustahkamlik nazariyalari

*Mustahkamlik nazariyalari deb, materiallarda xavfli holatning boshlanish sabablarini tajribalarga asoslangan cheklanish (taxmin) lar yordamida turli omillarga bog'lab tekshiruvchi nazariyalarga aytiladi.*

Mustahkamlik nazariyalarining barchasi, asosan, quyidagi shartga asoslangan: ikkita kuchlanish holatiga tegishli bosh kuchlanishlar mutanosib ravishda bir xil miqdorga oshirilganda, ikkalasi ham bir vaqtda chegaraviy holatga o'tsa, bunday kuchlanishlar holati teng kuchlanishli va teng xavfli deb hisoblanadi.

Bunda ikkala kuchlanish holati uchun mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bir xil bo'ladi.

Teng xavfli kuchlanish holatlaridan biri sifatida xavfli holati aniqlanishi zarur bo'lgan tekis ( $\sigma_1 \geq \sigma_2$ ) yoki hajmiy ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) kuchlanish holati, ikkinchisi uchun esa tajribaviy usulda mukammal o'rganilgan chiziqli ( $\sigma_1 = \sigma_{ekv}$ ) kuchlanish holati olinadi (IV.6-shakl). Keyin esa murakkab kuchlanish holatidagi jism (detal) mustahkamligining o'lchovi deb qabul qilingan kattalik oddiy kuchlanish holatidagi namunaning xavfli holatiga tegishli kattaligi bilan yuqorida qayd etilgan shart asosida o'zaro taqqoslanadi.



IV.6-shakl.

Endi muhandislik amaliyotida keng ko'lamda foydalaniladigan uchta klassik va bitta energetik nazariyalar bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

#### 1. MUSTAHKAMLIKNING BIRINCHI NAZARIYASI (eng katta normal kuchlanish nazariyasi)

Bu nazariyani dastlab XVII asrda Galiley taklif etgan.

*Mustahkamlikning birinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta normal kuchlanish sabab bo'ladi degan*

*taxmin (gipoteza) ga asoslangan; bu nazariyaga ko'ra quyidagi shart bajarilishi kerak:*

$$\sigma_{\text{ekv}}^I = \sigma_1 < \sigma_{\text{adm}}. \quad (\text{IV.22})$$

Bunda,  $\sigma_1$  – tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jism (detal) ning eng xavfli nuqtasidagi bosh kuchlanishlarning eng kattasi;  $\sigma_{\text{adm}}$  – material uchun joiz normal kuchlanish bo'lib, uning qiymati mazkur materialdan yasalgan namunani oddiy cho'zilish (siqilish)ga sinash yo'li bilan aniqlanadi (III bob, 3-§ ga qarang).

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundan iboratki, (IV.22) ifoda tarkibida  $\sigma_2$  va  $\sigma_3$  bosh kuchlanishlar ishtirok etmaydi. Boshqacha aytganda, murakkab va oddiy kuchlanish holatidagi jismlar «go'yoki» bir xilda qarshilik ko'rsatadi, degan ma'noni bildiradi. Vaholanki, amalda bunday emas materiallarning mustahkamligiga  $\sigma_2, \sigma_3$  lar ham katta ta'sir ko'rsatadi.

Birinchi nazariya mo'rt materiallarni cho'zishga sinashda tasdiqlangan. Hozirgi vaqtda bu nazariya ishlatilmaydi, u faqat tarixiy ahamiyat-gagina ega, xolos.

## II. MUSTAHKAMLIKNING IKKINCHI NAZARIYASI (eng katta cho'zilish nazariyasi)

Bu nazariyani birinchi marta 1682-yilda Marriot taklif qilgan.

*Mustahkamlikning ikkinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta cho'zilish sabab bo'ladi, degan taxminga asoslangan; bu nazariyaga muvofiq*

$$\varepsilon_{\text{max}} = \varepsilon_1 < \varepsilon_{\text{adm}} \quad (\text{IV.23})$$

shart bajarilishi lozim.

Bunda,  $\varepsilon_1$  tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jismning eng xavfli nuqtasidagi bosh nisbiy deformatsiyalarning eng kattasi ( $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ );

$\varepsilon_{\text{adm}}$  materialning oddiy cho'zilish (siqilish)dagi joiz normal kuchlanishi  $\varepsilon_{\text{adm}}$  ga tegishli nisbiy deformatsiyasi.

Guk qonuniga asosan:

$$E_1 = \frac{1}{E} |\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)|,$$

$$\varepsilon_{\text{adm}} = \frac{1}{E} \sigma_{\text{adm}}.$$



Oxirgi ifodalarni e'tiborga olib, ikkinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik shartini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\sigma_{ekv}^{II} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_{adm}. \quad (IV.24)$$

Bu nazariyaning birinchi nazariyadan afzalligi shundaki, (IV.24) shart-da barcha bosh kuchlanishlar ta'siri e'tiborga olingan. Ammo bu nazariyaning hali ba'zi natijalari tajribada to'liq tasdiqlanmagan.

Ikkinchi nazariyaning natijalari faqatgina mo'rt materiallar uchun tajribada tasdiqlangan.

### III. MUSTAHKAMLIKNING UCHINCHI NAZARIYASI (eng katta urunma kuchlanishlar nazariyasi)

Bu nazariyani birinchi bo'lib 1773-yilda Kulon yaratgan.

*Mustahkamlikning uchinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta urunma kuchlanishlar sabab bo'ladi, degan taxminga asoslangan* bo'lib, uning umumiy sharti quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{max} < \tau_{adm}. \quad (IV.25)$$

Bunda,  $\tau_{max}$  – tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jismning eng xavfli nuqtasidagi eng katta urunma kuchlanish;

$\tau_{adm}$  – material uchun joiz urunma kuchlanish bo'lib, uning qiymati namunani oddiy kuchlanish holatida sinash yo'li bilan topiladi.

Oldingi paragraflardan ma'lumki:

a) murakkab kuchlanish holatida

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2};$$

b) oddiy kuchlanish holatida

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{2}.$$

Bularni e'tiborga olib, uchinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{ekv}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_{adm}. \quad (IV.26)$$

Cho'zilish va siqilishga bir xilda qarshilik ko'rsatuvchi plastik materiallar uchun uchinchi nazariya tajribada tasdiqlanuvchi natijalarni beradi.

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundaki, (IV.26) ifoda tarkibiga  $\sigma_2$  bosh kuchlanish kirmaydi, ya'ni tekis va fazoviy kuchlanish holatlari orasida «go'yoki» hech qanday farq yo'qdek.

Shuning uchun bu nazariya tekis kuchlanish holatidagi inshoot, mashina va mexanizm qismlarining mustahkamligini tekshirishda keng qo'llaniladi.

#### IV. MUSTAHKAMLIKNING TO'RTINCHI NAZARIYASI

(shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya nazariyasi)

Ba'zan bu nazariya Guber-Mizes cheklanishi deb ham yuritiladi.

Mustahkamlikning to'rtinchi (energetik) nazariyasi materiallarda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiya sabab bo'ladi degan cheklanishga asoslangan; bu nazariyaga muvofiq quyidagi shart bajarilishi lozim:

$$a_{\max}^{sh} < a_{adm}^{sh}. \quad (IV.27)$$

Bunda,  $a_{\max}^{sh}$  – murakkab kuchlanish holatidagi jismning xavfli holatiga oid shaklning o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiyasi;

$a_{udm}^{sh}$  –joiz kuchlanishga tegishli shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan potentsial energiya.

O'tgan paragraflardan quyidagilar ma'lum:

a) murakkab kuchlanish holatida

$$a_{\max}^{sh} = \frac{1 + \mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2];$$

b) oddiy kuchlanish holatida

$$a_{adm}^{sh} = \frac{1 + \mu}{3E} \sigma_{adm}.$$

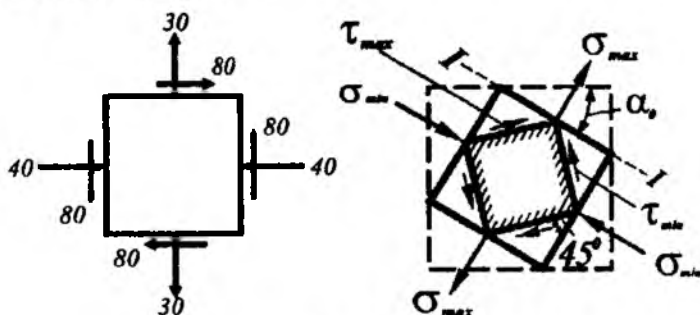
Shunday qilib, to'rtinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{ekv}^{lv} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} < \sigma_{udm}. \quad (IV.28)$$

Bu nazariya cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatuvchi plastik materiallar uchun ancha to'g'ri natijalar beradi.

Yuqorida bayon etilgan to'rttala nazariyada ham bitta muhim kamchilik bor: mustahkamlik shartlarini ifodalovchi (IV.22), (IV.24), (IV.26), (IV.28) formulalarni keltirib chiqarishda Guk qonuniga asoslandik, holbuki mustahkamlik chegarasi elastiklik chegarasidan ancha keyinda tura-di. Lekin, bu formulalar tarkibida materiallarning elastiklik xususiyat-larini tavsiflovchi kattaliklar ishtirok etmaydi. Shu jihatdan olganda, mustahkamlik sharti formulalaridan plastik deformatsiya sharoitida ishlovchi inshoot va mashina-mexanizm qismlarini hisoblashda foydalan-ish mumkin.

**15-masala.** IV.7-shaklda tasvirlangan tekis kuchlanish holati uchun normal va urunma kuchlanishlarning ekstremal qiymatlarini hamda ular ta'sir etuvchi yuzachalarning holatlarini aniqlash talab etiladi. Kuchlan-ishlar MPa larda berilgan.



IV.7-shakl.

### Yechish

(IV.8) formula bo'yicha ekstremal normal kuchlanishlar aniqlanadi:

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = 0,5 \left[ (-40 + 30) \pm \sqrt{(-40 + 30)^2 + 4(80)^2} \right] = -10 \pm 80,15.$$

Shunday qilib,

$$\sigma_{\max} = 70,15 \text{ MPa}; \quad \sigma_{\min} = -90,15 \text{ MPa}.$$

(IV.13) formula yordamida ekstremal urunma kuchlanishlar topila-di:

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm 0,5 \sqrt{(-40 + 30)^2 + 4 \cdot (80)^2} = \pm 80,15.$$

Demak,  $\tau_{\max} = 80,15 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{\min} = -80,15 \text{ MPa}$ .

Bosh yuzachalarning holatini aniqlashda (IV.9) formuladan foydalanamiz:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot 80}{-40 - 30} = -2,2857,$$

$$2\alpha_0 = \operatorname{arctg}(-2,2857) \approx -68^\circ,$$

$$\alpha_0 \approx -34^\circ.$$

$\sigma_{\max}$  bosh kuchlanish ta'sir etadigan bosh yuzaning holatini chizma-da tasvirlash uchun gorizontaal yuzani  $\alpha_0$  (chunki bu yuzadagi normal kuchlanishning algebraik qiymati vertikal yuzadagi normal kuchlanishdan katta) burchakka buramiz:  $\alpha_0$  ning yo'nalishini tanlashda shunga e'tibor berish kerakki, buralayotgan yuzachadagi (bizning misolimizda gorizontaal yuzacha) urunma kuchlanish elementni yuzachaning markaziga nisbatan aylantirishga intilsin. Shu qoidaga amal qilib,  $\sigma_{\max}$  ning yo'nalishi doimo  $\tau_{xy}$  va  $\tau_{yx}$  larning yo'nalishlari uchrashadigan koordinata o'qlarining ikkita choragi orqali o'tishiga ishonch hosil qilish mumkin (IV.6-shakl). Shaklda  $\tau_{\max/\min}$  lar ta'sir etadigan siljish yuzalari ham ko'rsatilgan.

#### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Bosh yuza va bosh kuchlanishlarni tushuntiring.
2. Kuchlanish holati deganda nimani tushunasiz?
3. Kuchlanish holatining qanday turlarini bilasiz?
4. Chiziqli kuchlanish holatida qiya kesimlardagi normal va urunma kuchlanishlar qanday topiladi?
5. Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni qanday ko'rinishda ifodalangani? Uning ma'nosini tushuntiring.
6. Tekis kuchlanish holati uchun:
  - normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari;
  - bosh yuzaning holati;
  - urunma kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari;

- siljish yuzasining holati qanday aniqlanadi?
- 7. Umumlashgan Guk qonuni qanday ko'rinishga ega?
- 8. Hajmiy deformatsiya qanday aniqlanadi?
- 9. Mustahkamlik nazariyalaridan birining mohiyatini tushuntiring.

## V BOB. SILJISH

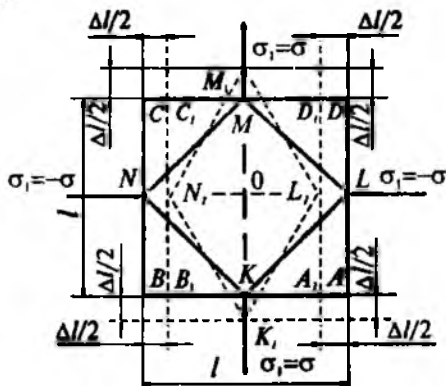
### 5.1-§. Sof siljish

Agar elastik sterjendan ma'lum qiyalikdagi tekisliklar yordamida ajratib olingan elementar kubning tomonlariga faqat urunma kuchlanishlar ta'sir qilsa, u holda kubning bunday tekis kuchlanish holatiga *sof siljish* deyiladi.

Faqat urunma kuchlanishlar paydo bo'ladigan yuzalar *sof siljish yuzalari* deyiladi.

#### I. MASALANING STATIK TOMONI

Faraz qilaylik, tekis kuchlanish holatidagi sterjenning biror nuqtasi atrofidan ajratilgan elementar kub  $\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$  bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin (V.1-shakl).



V.1-shakl.

Tekis kuchlanish holati uchun qiya kesimlardagi kuchlanishlar

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha} &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha \\ \tau_{\alpha} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

formulalar yordamida aniqlanishi bizga oldindan ma'lum (IV bobga qarang). Bundan tashqari, siljish yuzasi bilan bosh yuza orasidagi burchak miqdor jihatidan  $45^\circ$  ga teng ekanligi aytib o'tilgan edi. Shu sababli sof siljish yuzasidagi kuchlanishlar quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha=45^\circ} &= \sigma_1 \cos^2 45^\circ + (-\sigma_1) \sin^2 45^\circ, \\ \tau_{\alpha=45^\circ} &= \frac{\sigma_1 - (-\sigma_1)}{2} \sin 2 \cdot 45^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Demak, urunma kuchlanishning maksimal qiymati sterjenni o'zaro tik yo'nalgan o'qlar bo'yicha cho'zuvchi va siquvchi bosh kuchlanishlarga teng ekan.

Urunma kuchlanish ta'siridagi *MNKL* element sof siljish holatida faqat siljish deformatsiyasiga uchrab, uning tomonlari cho'zilmas (siqilmas) ekan.

## II. MASALANING GEOMETRIK TOMONI

Bosh kuchlanishlar ta'sirida elementar kubning *AD*, *BC* qirralari cho'zilib, *AB*, *CD* qirralari esa siqiladi; ularning mutlaq cho'zilish va siqilishlari miqdor jihatidan teng:

$$\Delta l = \varepsilon_1 l = |\varepsilon_2 l| = \varepsilon l \quad (d)$$

Kvadrat shakldagi *KLMN* element esa siljish natijasida  $K_1 L_1 M_1 N_1$  romb shaklini egallaydi. Natijada deformatsiyagacha bo'lgan *KLM* to'ri burchak  $K_1 L_1 M_1 N_1$  o'tmas burchakka aylanadi.

Odatda, bu burchaklarning ayirmasi nisbiy sof siljish burchagi yoki qisqacha *nisbiy siljish* deyiladi:

$$\gamma = \angle K_1 L_1 M_1 - \angle KLM = \angle K_1 L_1 M_1 - \frac{\pi}{2}$$

bundan

$$\frac{\angle K_1 L_1 M_1}{2} = \angle K_1 L_1 O = \frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}$$

chizmadan bu burchakning tangensini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{OL}{OL_1} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}}{\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (e)$$

Ikkinchi tomondan  $\gamma$  ning kichikligidan  $\operatorname{tg}\gamma = \gamma$  ekanligini nazarda tutib, ikki burchak yig'indisining tangensini quyidagicha yozamiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}} \cong \frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}}. \quad (f)$$

Oxirgi ikkita ifodani tenglab, nisbiy cho'zilish miqdor jihatidan nisbiy siljishning yarmiga teng ekanligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2}. \quad (V.1)$$

### III. MASALANING FIZIK TOMONI

Umumlashgan Guk qonunini e'tiborga olib, nisbiy deformatsiyani

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3) = \frac{1 + \mu}{E} \sigma$$

yoki

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{1 + \mu}{E} \sigma$$

ko'rinishlarda yozamiz.

Sof siljishdagi element faqat urunma kuchlanish ta'sirida bo'lgani uchun oxirgi ifodani quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$\tau = G\gamma \quad (V.2)$$

bunda,

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (V.3)$$

bo'lib, *siljishdagi elastiklik moduli* yoki *ikkinchi tur elastiklik moduli* deyiladi (tajribalardan po'lat materiali uchun  $G_p \approx 8 \cdot 10 \text{ MPa}$  ekanligi aniqlangan).

(V.2) formula sof siljish uchun Guk qonunini ifodalaydi.

Umuman olganda, (V.1) va (V.3) munosabatlar cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalari orasida bog'lanish mavjud degan xulosani tasdiqlaydi.

Sof siljishdagi elementar kubning nisbiy hajmiy deformatsiyasi va solishtirma potensial energiyalarini aniqlaymiz (IV bobga qarang).

MLKN element sof siljishda bo'lganligi uchun uning tomonlariga normal kuchlanishlar ta'sir ko'rsatmaydi; shu bois,

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0 \quad (g)$$

ga teng bo'ladi.

Shunday qilib, sof siljish deformatsiyasi natijasida hajmning nisbiy o'zgarishi nolga teng ekan.

MLKN elementning tomonlariga faqat  $\tau_{\max} = \sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$  urunma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatadi (bunda,  $\sigma_2 = 0$ , chunki element tekis kuchlanish holatida).

Shuning uchun solishtirma potensial energiyalar quyidagiga teng bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{E} \left[ \sigma^2 + (-\sigma)^2 - 2\mu(-\sigma)\sigma \right] = \frac{1+\mu}{E} \tau_{\max}^2 \\ a_v &= \frac{1-2\mu}{6E} \left[ \sigma + (-\sigma) \right] = 0 \\ a_{sh} &= \frac{1+\mu}{6E} \left[ \sigma^2 + \sigma^2 + (-\sigma - \sigma)^2 \right] = \frac{1+\mu}{E} \tau_{\max}^2 \end{aligned} \right\} \quad (V.4)$$

Demak, *sof siljishda hajmning o'zgarishidan hosil bo'ladigan solishtirma potensial energiya nolga teng bo'lib, to'la solishtirma potensial energiya shaklining o'zgarishiga sarf bo'ladigan solishtirma potensial energiyadan iborat* bo'lar ekan.

## 5.2-§. Siljishga ishlovchi konstruktsiya elementlarining hisobi

Siljish deformatsiyasining o'ziga xos xususiyati shundaki, tekshirila-yotgan kesimda ichki kuch omillaridan faqat kesuvchi kuch mavjud bo'lib, qolganlari esa nolga teng bo'ladi.



Kesuvchi kuchlar kesimda urunma kuchlanishlarni hosil qilishi bizga oldindan ma'lum (I bob, 5-§ ga qarang):

$$Q = \int_{(A)} r dA. \quad (V.5)$$

Shuni ta'kidlab o'tish lozimki, muhandislik amaliyotida siljish deformatsiyasiga duch kelgan elementlar faqat sof siljishga emas, balki cho'zilish (siqilish) va egilish kabi deformatsiyalarga ham qarshilik ko'rsatishi mumkin. Amalda siljish deformatsiyasi kesilish yoki yorilish kabi deformatsiyalar tarzida namoyon bo'lib, u ko'pincha boltli, parchin mixli va payvand birikmali konstruksiya elementlarida uchraydi.

Boltli, parchin mixli va payvand birikmalarni hisoblash uslubi mashina detallari, metall konstruksiyalar kabi maxsus kurslarda mukammal o'rganiladi. Shu sababli, bu yerda faqat parchin mixli birikmalarni hisoblash uslubi qisqacha bayon etilgan, xolos.

Siljish deformatsiyasiga oid amaliy hisoblashlarni osonlashtirish maqsadida quyidagi cheklanishlar kiritilgan:

- siljish sodir bo'lgan kesimdagi urunma kuchlanishlar bir tekisda taqsimlangan deb faraz qilinadi; bundan  $Q = r A$  ekanligi kelib chiqadi;
- konstruksiya elementlarini o'zaro bir-birlariga biriktirishda ishlatiladigan barcha biriktiruvchi detal (bolt, parchin mix va shu kabi)lar baravar yuklangan deb faraz qilinadi.

Qalinligi  $\delta$  bo'lgan ikkita list (metall tunuka) uchma-uch joylash-tirilib, ularning ustidan va ostidan  $\delta_1$  qalinlikdagi ustquyma (po'lat taxtakach)lar qo'yilib, parchin mixlar yordamida biriktirilgan (V.2-shakl). Bunday birikmalarda ishlovchi parchin mixlar *ikki kesilishli parchin mixlar* deyiladi.

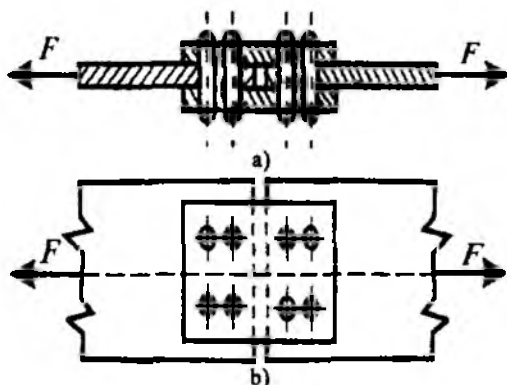
Bitta parchin mix uchun muvozanat tenglamasini yozamiz (V.2 a-shakl):

$$\sum X_i = 0, \quad -\tau_{kes} A - \tau_{kes} A + F = 0$$

bundan listlarni cho'zuvchi kuchni

$$F = 2\tau_{kes} A$$

ko'rinishda yozib olamiz.



V.2-shakl.

Oxirgi ifodani umumlashtirib, kesilishdagi mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\tau_{kes.} = \frac{F}{n2A} \leq \tau_{max} \quad (V.6)$$

bunda,  $A = \frac{\pi d^4}{4}$  parchin mixning ko'ndalang kesim yuzasi;

$d$  parchin mix sterjenining diametri;

$n$  parchin mixlar soni;

$\tau_{adm}$  parchin mix materiali uchun siljishdagi joiz urunma kuchlanish.

Siljishdagi joiz urunma kuchlanish  $\tau_{adm}$  bilan oddiy cho'zilish (siqilish)dagi joiz normal kuchlanish  $\sigma_{adm}$  orasida quyidagi munosabat mavjud:

$$\tau_{adm} = k \sigma_{adm} \quad (V.7)$$

Bunda  $k$  o'zgarmas son bo'lib quyidagicha tanlanadi:

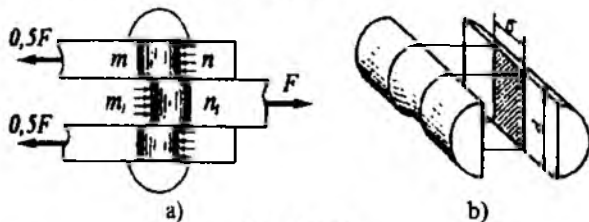
– mo'rt materiallar uchun  $k=0,7 \div 1,0$ ;

– plastik materiallar uchun  $k = 0,5 \div 0,6$ ;

– anizotrop materiallar (masalan, o'rtacha sifatli qarag'ay) uchun  $k = 0,1$ .

Listlarni cho'zuvchi kuch  $F$  ma'lum qiymatga yetganda list parchin mixni yoki aksincha, parchin mix listni ezishi mumkin. Konstruktiv talblarga asosan hamma vaqt  $\delta > \delta_1$ , bo'lganligidan ustquymalarni ezilishga hisoblashning zaruriyati yo'q.

V.3 a, b-shakllarda tasvirlangan ikki kesilishli parchin mix ezilgan sirtining shartli yuzasi  $A_{ez} \approx \delta d$  ga teng.



V.3-shakl.

Ikki kesilishli parchin mixlarning ezilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{n\delta d} < \sigma'_{con} \quad (V.8)$$

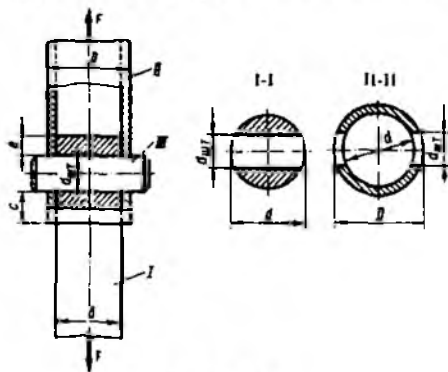
Bunda  $\sigma'_{con}$  - ezilish uchun joiz kuchlanish.

Odatda,  $\sigma'_{con}$  oddiy cho'zilish (siqilish)dagi joiz normal kuchlanishga nisbatan quyidagicha olinadi:

$$\sigma'_{con} = (2 \div 2,5)\sigma_{adm} \quad (V.9)$$

**16-masala.** Ikkita sterjen shtift yordamida biriktirilgan bo'lib, cho'zuvchi  $F$  kuch bilan yuklangan (V.4-shakl).

Joiz kuchlanish:  $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$  (cho'zilishdagi),  $\tau_{adm} = 80 \text{ MPa}$  (kesilishdagi) va  $\sigma'_{cm} = 250 \text{ MPa}$  (ezilishdagi) larni ma'lum bo'lgan holda, konstruksiyaning quyidagi  $d, D, d_{sh}, s$  va  $e$  o'lchamlarini aniqlang.



V.4-shakl.

### Yechish

Dastlab shtiftning kesilishga mustahkamlik shartini yozamiz:

$$\tau_{kes} = \frac{F}{A_{kes}} \leq \tau_{adm},$$

bunda,  $A_{kes} = \frac{\pi d_{sht}^2}{4}$  – kesim yuza.

$$\text{Bundan } d_{sht} \geq \sqrt{\frac{2F}{\pi\tau_{fv}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80}} = 24,44 \text{ mm} = 24,44 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$d'_{sht} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  deb qabul qilamiz.

Pastki sterjenning diametrini cho'zilishdagi mustahkamlik shartidan aniqlaymiz (V.4 b-shakl):

$$\sigma_1^* = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4} - d'_{sht}d} \leq \sigma_{adm},$$

$$\text{yoki } \sigma_1^* = \frac{75 \cdot 10^3}{\frac{\pi d^2}{4} - 25d} \leq 140.$$

Oxirgi ifodadan quyidagi kvadrat tenglama kelib chiqadi:

$$4396d^2 - 350d - 7500 = 0.$$

Kvadrat tenglamani yechsak, diametrning  $d = 17,64 \text{ mm}$  ga tengligiga ishonch hosil qilamiz;  $d'_0 = 20 \text{ mm}$  deb qabul qilamiz.

Cho'zilishdagi mustahkamlik shartidan foydalanib, yuqoridagi sterjenning tashqi diametrini aniqlash mumkin (V.4 d-shakl):

$$\sigma_2^* = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} - d_{sht}(D-d)} \leq \sigma_{adm},$$

yoki

$$\sigma_2^* = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} - 25(D-d)} \leq \sigma_{adm}$$

Yuqoridagi singari bu yerda ham kvadrat tenglama hosil bo'ladi:

$$1099D^2 - 3500D - 48960 = 0.$$

Kvadrat tenglamani yechib, diametrning  $D=42,33$  mm ga tengligiga ishonch hosil qilamiz;  $D'_0 = 45$  mm deb qabul qilamiz.

Yuqoridagi sterjenni ezilishdagi mustahkamlik sharti bo'yicha ham tekshirib ko'rish mumkin. U holda

$$\sigma_{\alpha} = \frac{F}{d_{shl}(D-d)} \leq \sigma'_{\text{c00}}.$$

Bundan

$$D \geq \frac{F + d_{shl} \sigma'_{\text{c0n}}}{d_{shl} \sigma'_{\text{c0n}}} = \frac{75000 + 20 \cdot 25 \cdot 250}{25 \cdot 250} = 32 \text{ mm}.$$

Shunday qilib, tashqi diametr  $D'_0 = 45$  mm ni qabul qilish maqsadga muvofiq ekan.

Endi sterjenning quyi qismini kesilishga tekshiramiz:

$$\tau_{\text{kes}} = \frac{F}{2c(D-d)} \leq \tau_{\text{adm}}.$$

Bundan

$$c \geq \frac{F}{2(D-d)\tau_{\text{adm}}} = \frac{75000}{2(45-20) \cdot 80} = 18,75 \text{ mm}.$$

$C=20$  mm ni qabul qilish lozim.

Sterjenning yuqori qismini kesilishga tekshiramiz:

$$\tau_{\text{kes}} = \frac{F}{2ed} \leq \tau_{\text{adm}} \text{ yoki } e \geq \frac{F}{2d\tau_{\text{adm}}} = \frac{75000}{2 \cdot 20 \cdot 80} = 23,44 \text{ mm}.$$

Bu o'lchamni  $e=25$  mm ga teng deb qabul qilamiz.

## NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Qanday kuchlanish holati sof siljish deyiladi?
2. Sof siljishdagi Guk qonuni qanday ifodalanadi?
3. Birinchi va ikkinchi tur elastiklik modullari orasidagi matematik bog'lanishni yozing va tushuntiring.
4. Sof siljishda hajmning o'zgarishidan solishtirma potensial energiya hosil bo'lmasligini tushuntiring.
5. Siljishdagi potensial energiya qanday aniqlanadi?
6. Siljish deformatsiyasiga oid hisoblashlar qanday cheklanishlarga asoslangan?
7. Siljishdagi joiz urunma kuchlanish bilan oddiy cho'zilish yoki siqilishdagi joiz normal kuchlanish orasidagi bog'lanishni tushuntiring.
8. Ezilish deformatsiyasi qanday sharoitda paydo bo'ladi?

## VI BOB. TEKIS SHAKLLARNING GEOMETRIK TAVSIFLARI

### 6.1-§. Asosiy mulohazalar

Oldingi boblarda markaziy cho'zilish yoki siqilish va siljish deformatsiyalarini o'rganib, brusning ko'ndalang kesim yuzi mustahkamlik hamda bikrlilikni tavsiflovchi miqdor ekanligiga ishonch hosil qilgan edik. Boshqacha aytganda, bunday deformatsiyalar sodir bo'lganda ko'ndalang kesim yuzi tekis shakllarni geometrik nuqtayi nazardan tavsiflay olar ekan.

Ammo buralish, egilish, murakkab deformatsiya, bo'ylama egilish (siqilgan sterjenlarning ustuvorligi) va dinamik yuklarning ta'sirlarini o'rganish jarayonida ko'ndalang kesim yuzi tekis shakllarni geometrik tomondan tavsiflay olmaydi.

Shu bois buralish, egilish, murakkab deformatsiya, siqilgan sterjenlarning ustuvorligi va dinamik yuklarning ta'sirlarini o'rganishda tekis shakllarning quyidagi geometrik tavsiflarini ham bilish muhimdir:

- a) tekis shakllarning o'qqa nisbatan statik momentlari;

b) tekis shakllarning inersiya momentlari;

d) tekis shakllarning qarshilik momentlari.

Mazkur bob tekis shakllarning ana shu geometrik tavsiflari nazariyasini o'rganishga bag'ishlangan.

## 6.2-§. Tekis shakllarning o'qqa nisbatan statik momentlari

Nazariy mexanikaning statika bo'limida tekis shakllarning og'irlik markaz koordinatalarini aniqlashda quyidagi formulalardan foydalanilgan edik:

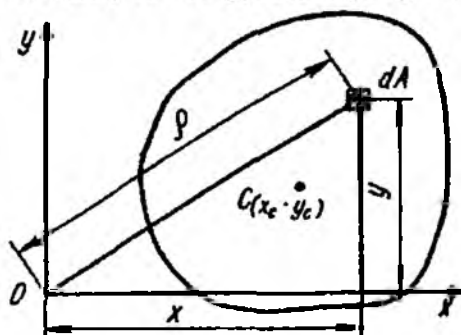
$$x_c = \frac{\int x dA}{A}; \quad y_c = \frac{\int y dA}{A}, \quad (\text{VI.1})$$

bunda,  $x$  – elementar  $A$  yuzachadan ordinata o'qigacha bo'lgan masofa;  
 $y$  – elementar  $A$  yuzadan absissa o'qigacha bo'lgan masofa;  
 $A$  – tekis shaklning yuzasi.

Bu formulalarning o'ng tomonlaridagi kasrlarning suratidagi yig'indi (integral)ga tekis shaklning  $x$  va  $y$  koordinata o'qlariga nisbatan *statik momentlari* deb atalib, ular tegishli  $S_x$  va  $S_y$  harflari bilan belgilanadi (VI.1-shakl):

$$S_x = \int_{(A)} y dA, \quad S_y = \int_{(A)} x dA. \quad (\text{VI.2})$$

Statik momentlar uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi  $m^3$  da o'lchanib, musbat, manfiy va nol qiymatlariga ega bo'ladi.



VI.1-shakl.

(VI.2) ni e'tiborga olib, tekis shakllarning og'irlik markaz koordinatalarini

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_x}{A} \quad (\text{VI.3})$$

ko'rinishlarda aniqlaymiz.

Koordinata o'qlaridan biri yoki ikkalasi ham tekis shaklning og'irlik markazidan o'tsa, bunday o'qlar *markaziy o'qlar* deyiladi. Oxirgi formuladan markaziy o'qlarga nisbatan statik momentlar nolga teng ekanligi yaqqol ko'rinib turibdi.

### 6.3-§. Tekis shakllarning inersiya momentlari

Ixtiyoriy tekis shaklning *o'qli* yoki *ekvatorial inersiya momenti* deb, miqdor jihatdan quyidagi integralga teng bo'lgan geometrik tavsifga aytiladi:

a)  $x$  o'qiga nisbatan

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA, \quad (\text{VI.4})$$

b)  $y$  o'qiga nisbatan

$$J_y = \int_{(A)} x^2 dA. \quad (\text{VI.5})$$

Tekis shaklning *qutb inersiya momenti* deb, quyidagi integral bilan aniqlanuvchi geometrik tavsifga aytiladi:

$$J_\rho = \int_{(A)} \rho^2 dA. \quad (\text{VI.6})$$

Bunda;  $\rho$  – elementar  $dA$  yuzachadan qutb nuqtasi  $O$  gacha bo'lgan masofa.

Tekis shakllarning o'qli (ekvatorial) va qutb inersiya momentlari faqat musbat kattaliklardir.

Tekis shaklning *markazdan qochirma inersiya momenti* deb, quyidagi integralga teng bo'lgan geometrik tavsifga aytiladi:



$$D_{xy} = \int_{(A)} xy dA. \quad (\text{VI.7})$$

Bittasi yoki ikkalasi ham tekis shaklning simmetriya o'qlari hisoblanuvchi o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentlari nolga teng bo'ladi. Bundan tashqari,  $xy$  ko'paytma musbat yoki manfiy qiymatlarga ham ega bo'lishi mumkin.

Tekis shakllarning inersiya momentlari uzunlik birligining to'rtinchi darajasi ( $m^4$ ) da o'lchanadi.

Endi o'qli va qutb inersiya momentlari orasidagi bog'lanishni ko'rib chiqamiz.

VI.1-shakldan ko'rinib turibdiki,

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

ga teng; u holda (VI.6) formula

$$J_{\rho} = \int_{(A)} \rho^2 dA = \int_{(A)} (x^2 + y^2) dA = \int_{(A)} x^2 dA + \int_{(A)} y^2 dA$$

yoki

$$J_{\rho} = J_x + J_y \quad (\text{VI.8})$$

ko'rinishga keladi.

Demak, *tekis shaklning qutb inersiya momenti o'zaro perpendikular bo'lgan va qutb nuqtasidan o'tuvchi o'qlarga nisbatan olingan o'qli momentlarning yig'indisiga teng ekan.*

#### 6.4-§. Eng oddiy tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash

**1. To'g'ri to'rtburchak.** Asosi  $b$  va balandligi  $h$  bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning asosidan o'tuvchi  $x$  o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (VI.2-shakl). Buning uchun  $x$  o'qidan ixtiyoriy  $y$  masofada yuzasi  $dA = b dy$  ga teng bo'lgan cheksiz yupqa qatlam ajratib olamiz.

Inersiya momentining ta'rifiga asosan:

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA = \int_{(A)} y^2 b dy. \quad (\text{a})$$

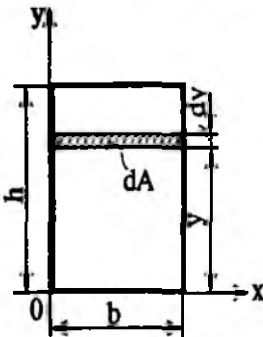
Oxirini ifodani integrallashda uning chegarasi  $0$  dan  $h$  gacha o'zgarishini e'tiborga olamiz:

$$J_x = \int_0^h y^2 b dy = \frac{bh^3}{3}. \quad (\text{VI.9})$$

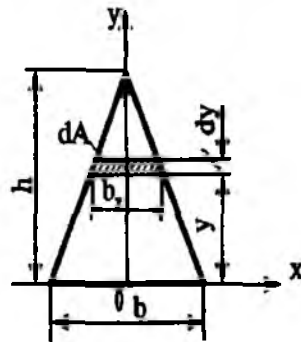
Xuddi shu tartibda vertikal  $y$  o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlab, uning

$$J_y = \frac{hb^3}{3} \quad (\text{VI.10})$$

ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin.



VI.2-shakl.



VI.3-shakl.

2. **Kvadrat.** (VI.4) va (VI.5) formulalarga asosan, tomonlari  $b=h=a$  bo'lgan kvadrat uchun o'qli inersiya momentlarini osongina aniqlaymiz:

$$J_x = J_y = \frac{a^4}{3}. \quad (\text{VI.11})$$

3. **Uchburchak.** Asosi  $b$  va balandligi  $h$  ga teng bo'lgan ixtiyoriy uchburchakning asosidan o'tuvchi  $x$  o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (VI.3-shakl).

Uchburchakning asosidan ixtiyoriy  $y$  masofada qalinligi  $b_y$  bo'lgan cheksiz yupqa trapetsiya ajratib olamiz. Agar trapetsiyaning yuzasini to'g'ri to'rtburchakning yuzasiga taxminan teng deb olsak, u holda  $dA \approx dy$  bo'ladi.

Uchburchaklarning o'xshashligidan

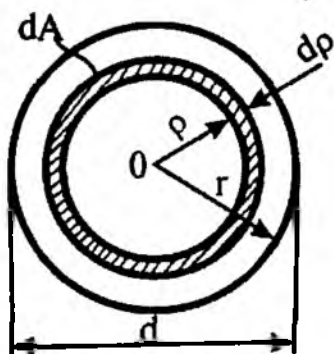
$$\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h} \text{ yoki } b_y = \frac{b}{h}(h-y) \quad (\text{b})$$

munosabatni yozib olib, quyidagi formulani hosil qilamiz:

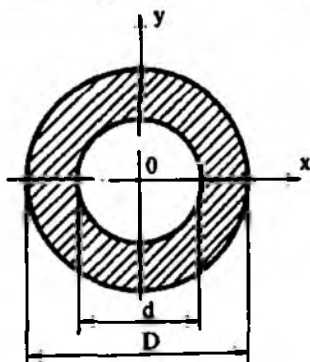
$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA = \int_0^h y^2 \cdot \frac{b}{h} (h-y) dy = \frac{bh^3}{12}. \quad (\text{VI.12})$$

4. **Doira.** Dastlab doiraning qutb inersiya momentini aniqlaymiz: buning uchun uning markazidan ixtiyoriy masofada yuzasi  $dA=2\pi\rho d\rho$  bo'lgan cheksiz yupqa doira ajratib olamiz (VI.4-shakl). U holda (VI.6) formulaga ko'ra quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$J_\rho = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}. \quad (\text{VI.13})$$



VI.4-shakl.



VI.5-shakl.

(VI.8) formuladan foydalanib, doiraning ekvatorial inersiya momentlarini aniqlaymiz. Doira  $Ox$  va  $Oy$  o'qlarga nisbatan simmetrik shakl bo'lganligi uchun uning ekvatorial inersiya momentlari o'zaro teng bo'ladi:

$$J_x = J_y = 0,5J_\rho = \frac{\pi D^4}{64}. \quad (\text{VI.14})$$

5. **Xalqa.** VI.5-shaklda tasvirlangan halqa uchun inersiya momenti tashqi va ichki doiralar qutb inersiya momentlarining ayirmasiga teng bo'ladi:

$$J_\rho = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4). \quad (\text{VI.15})$$

Bunda,  $c = \frac{d}{D}$  – ichki va tashqi diametrlarning nisbati bo'lib, o'lchamsiz miqdordir.

Halqaning ekvatorial inersiya momentlari quyidagi ifodadan topiladi:

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}(1-c^4). \quad (\text{VI.16})$$

### 6.5-§. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash

Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash aniq integralning quyidagi xossasiga asoslangan (VI.6-shakl):

$$\int_{(A)} y^2 dA = \sum_{i=1}^n \left( \int_{A_i} y_i^2 dA = \int_{(A_i)} y^2 dA + \int_{(A_i)} y^2 dA + \dots + \int_{(A_i)} y^2 dA \right), \quad (\text{VI.17})$$

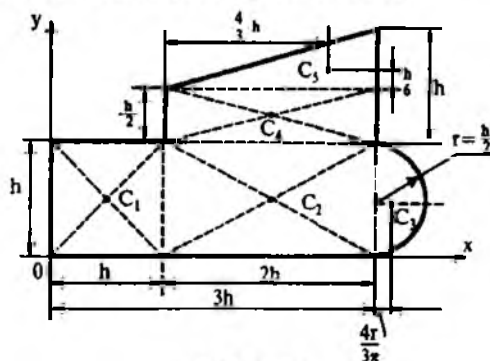
bunda,  $A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$ .

Bu integrallarning har biri tegishli qismning birorta  $x$  o'qiga nisbatan inersiya momentini ifodalaydi:

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + \dots + J_x^n. \quad (\text{VI.18})$$

Oxirgi ifoda murakkab tekis shaklning inersiya momenti uni tashkil etuvchi alohida qismlar inersiya momentlarining yig'indisiga teng deysizga asos bo'ladi.

Bu qoida yordamida murakkab tekis shakllarning markazdan qochirma inersiya momentlarini ham aniqlash mumkin.

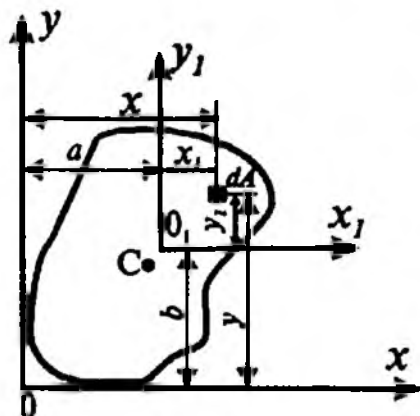


VI.6-shakl.

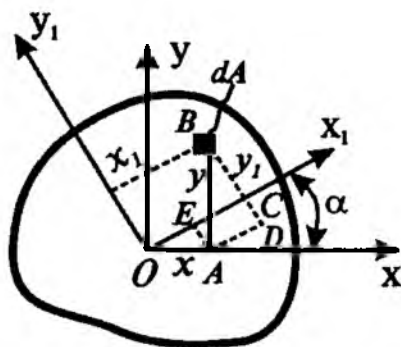
Murakkab ko'rinishdagi tekis shakllarning inersiya momentlarini osonroq aniqlash maqsadida, albatta, uni inersiya momentlari oldindan ma'lum bo'lgan bir necha oddiy: to'g'ri to'rtburchak, uchburchak, doira, tavr, shveller va shu kabi tekis shakllarga ajratish ma'qul.

### 6.6-§. Koordinata o'qlari parallel ko'chganda inersiya momentlarining o'zgarishi

Tekis shaklning ixtiyoriy  $x$  va  $y$  o'qlarga nisbatan olingan  $J_x$ ,  $J_y$  o'qli va  $D_{xy}$  markazdan qochirma inersiya momentlari ma'lum bo'lsin (VI.7-shakl).



VI.7-shakl.



VI.8-shakl.

Masalaning qo'yilishi quyidagicha: *tekis shaklning  $x$  va  $y$  o'qlarga parallel hamda ulardan  $a$  va  $b$  masofalarda joylashgan  $x_1$  va  $y_1$  o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topish talab etiladi.*

Dastlab tekis shakldan ajratilgan  $dA$  elementar yuzacha og'irlik markazning yangi  $x_1$  va  $y_1$  o'qlarga nisbatan vaziyatni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x - a, \\ y_1 &= y - b. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Inersiya momentlarining ta'rifidan foydalanib, yangi o'qlarga nisbatan ularning ifodasini tuzamiz:

$$\left. \begin{aligned}
 J_{x_1} &= \int_{(A)} y_1^2 dA = \int_{(A)} (y-b)^2 dA = \int_{(A)} y^2 dA - 2b \int_{(A)} y dA + b^2 \int_{(A)} dA, \\
 J_{y_1} &= \int_{(A)} x_1^2 dA = \int_{(A)} (x-a)^2 dA = \int_{(A)} x^2 dA - 2a \int_{(A)} x dA + a^2 \int_{(A)} dA, \\
 D_{x_1 y_1} &= \int_{(A)} x_1 y_1 dA = \int_{(A)} (x-a)(y-b) dA = \int_{(A)} xy dA - a \int_{(A)} y dA - \\
 &\quad - b \int_{(A)} x dA + ab \int_{(A)} dA.
 \end{aligned} \right\} \text{(VI.19)}$$

Hosil bo'lgan bu ifodalarning o'ng qismidagi birinchi integrallar tekis shaklning eski o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlaridan iborat:

$$J_x = \int_A y^2 dA, \quad J_y = \int_A x^2 dA, \quad D_{xy} = \int_A xy dA. \quad (\text{b})$$

(VI.2) formulaga asosan  $S_x = \int_A y dA$  va  $S_y = \int_A x dA$  bo'lib, ular tekis shaklning eski o'qlarga nisbatan olingan statik momentlari hisoblanadi.

Integral  $\int_A dA = A$  bo'lib, u tekis shaklning to'la yuzasidir.

Shunday qilib, inersiya momentlari uchun quyidagi umumiy munosabatlar ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned}
 J_{x_1} &= J_x - 2aS_x + b^2A, \\
 J_{y_1} &= J_y - 2bS_y + a^2A, \\
 D_{x_1 y_1} &= D_{xy} - aS_x - bS_y + abA.
 \end{aligned} \right\} \text{(VI.20)}$$

Endi quyidagi ikkita xususiy hollarni tahlil qilib, amalda juda ko'p qo'llaniladigan muhim formulalarni hosil qilamiz:

a) aytaylik,  $O$  va  $S$  nuqtalar ustma-ust tushsin, ya'ni inersiya momentlari ma'lum bo'lgan o'qlar shaklning og'irlik markazidan o'tsin. U holda  $S_x = S_y = 0$  bo'lib, o'qlar o'z-o'ziga parallel qilib ko'chirilganda inersiya momentlarining o'zgargan qiymatlarini hisoblash formulalari quyidagicha soddalashadi:

$$\left. \begin{aligned} J_{x_1} &= J_{x_c} + a_0^2 A \\ J_{y_1} &= J_{y_c} + b_0^2 A \\ D_{x_1 y_1} &= D_{x_c y_c} + a_0 b_0 A. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.21})$$

bunda,  $a_0, b_0$  – markaziy o‘qlar bilan yangi o‘qlar orasidagi masofalar.

(VI.21) formulaning dastlabki ikkitasi quyidagicha ta’riflanadi: *tekis shaklning markaziy o‘qlarga parallel yo‘nalgan ixtiyoriy o‘qlarga nisbatan o‘qli inersiya momentlari shu tekis shakldan markaziy o‘qlarga nisbatan olingan o‘qli inersiya momentlari bilan o‘qlar orasidagi masofa kvadratining butun shakl yuzasiga ko‘paytmasi yig‘indisiga teng.*

(VI.21) formulaning oxirgisini quyidagicha ta’riflaymiz: *tekis shaklning markaziy o‘qlarga parallel yo‘nalgan ixtiyoriy o‘qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti shu tekis shakldan markaziy o‘qlarga nisbatan olingan markazdan qochirma inersiya momenti bilan o‘qlar orasidagi masofalar ko‘paytmasining butun shakl yuzasiga ko‘paytmasi yig‘indisiga teng.*

### 6.7-§. O‘qlar burilganda inersiya momentlarining o‘zgarishi

Aytaylik, tekis shaklning ixtiyoriy  $x$  va  $y$  o‘qlarga nisbatan olingan  $J_x, J_y$  o‘qli va  $D_{xy}$  markazdan qochirma inersiya momentlari ma’lum bo‘lsin (VI.8-shakl).

Masalaning qo‘yilishi quyidagicha: *shu shaklning  $x$  va  $y$  o‘qlarga nisbatan biror  $\alpha$  burchakka burilgan  $x_1$  va  $y_1$  o‘qlarga nisbatan inersiya momentlarini aniqlash talab etiladi.*

Analitik geometriyadan ma’lumki, tekis shakldan ajratilgan  $dA$  elementar yuzacha og‘irlik markazining yangi o‘qlarga nisbatan holati quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x \cos \alpha + y \sin \alpha, \\ y_1 &= y \cos \alpha - x \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (\text{a})$$

Bu tengliklarni nazarda tutib, berilgan tekis shaklning inersiya momentlarini

$$\begin{aligned} J_{x_1} &= \int y_1^2 dA = \int (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int y^2 dA + \sin^2 \alpha \int x^2 dA - \\ &\quad - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int xy dA, \end{aligned}$$

$$J_{y_1} = \int_{(A)} x_1^2 dA = \int_{(A)} (x \cos \alpha + y \sin \alpha) dA = \cos^2 \alpha \int_{(A)} x^2 dA + \sin^2 \alpha \int_{(A)} y^2 dA + 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} xy dA,$$

$$D_{x_1 y_1} = \int_{(A)} x_1 y_1 dA = \int_{(A)} (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) dA = \\ = \cos^2 \alpha \int_{(A)} xy dA + \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} y^2 dA - \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} x^2 dA - \sin^2 \alpha \int_{(A)} xy dA$$

ko'rinishlarda yozib olamiz.

Inersiya momentlarining ta'rifiga ko'ra,

$$J_x = \int y^2 dA, \quad J_y = \int x^2 dA, \quad D_{xy} = \int xy dA \quad (b)$$

ekanligini e'tiborga olib, oxirgi formulalarni quyidagicha yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} J_{x_1} &= J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - D_{xy} \sin 2\alpha, \\ J_{y_1} &= J_y \cos^2 \alpha + J_x \sin^2 \alpha + D_{xy} \sin 2\alpha, \\ D_{x_1 y_1} &= D_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} (J_x - J_y) \sin 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (VI.22)$$

Bu formulalar yordamida koordinata o'qlari ma'lum burchakka burilganda inersiya momentlarining o'zgargan qiymatlari hisoblanadi.

(VI.22) ifodaning dastlabki ikkitasini hadlab qo'shib, o'zaro tik o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi o'zgarmas miqdor ekanligiga va o'qlarning burilish burchagiga bog'liq emasligiga ishonch hosil qilamiz:

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y = const. \quad (VI.23)$$



## 6.8-§. Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari

*Bosh inersiya o'qlari* deb, tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasidan o'tuvchi shunday ikkita o'zaro perpendikular o'qlarga aytiladiki, bu o'qlarga nisbatan olingan o'qli inersiya momentlari ekstremal (maksimal yoki minimal) qiymatlarga, markazdan qochirma inersiya momentlari esa nolga teng bo'ladi.

Odatda, bosh inersiya o'qlariga nisbatan olingan inersiya momentlari *bosh inersiya momentlari* deyiladi hamda  $J_{max}$  va  $J_{min}$  lar bilan belgilanadi.

Bosh inersiya o'qlarining yana shunday o'ziga xos xususiyati mavjudki, maksimal o'q doimo o'qli inersiya momenti katta bo'lgan o'q bilan kichik burchak tashkil qiladi.

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, ko'pgina masalalarni echayotganda tekis shakllarning og'irlik markazidan o'tuvchi bosh o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini aniqlashga to'g'ri keladi.

Tekis shaklning og'irlik markazidan o'tuvchi bosh inersiya o'qlari *markaziy bosh inersiya o'qlari* deb ataladi: bu o'qlarga nisbatan olingan bosh inersiya momentlari esa *markaziy bosh inersiya momentlari* deyiladi.

Endi bosh inersiya o'qlarining holatini aniqlashga o'tamiz; buning uchun (VI.22) formulaning birinchisidan  $\alpha = \alpha_0$  argument bo'yicha birinchi tartibli hosila olamiz:

$$\begin{aligned} \left( \frac{dJ}{d\alpha} \right)_{\alpha=\alpha_0} &= 2 J_x \cos \alpha (-\sin \alpha) + 2 J_y \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 2 D_{xy} \cos 2\alpha = \\ &= -2 \left[ \frac{(J_x - J_y)}{2} \sin 2\alpha_0 + D_{xy} \cos 2\alpha_0 \right] = -2 D_{1,1'} \end{aligned} \quad (a)$$

Bosh inersiya o'qlarining ta'rifiga asoslanib, oxirgi ifodaning o'ng tomonini nolga tenglaymiz va qavs ichidagi ifodani  $\alpha_0$  burchakka nisbatan yechamiz:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = - \frac{2D_{xy}}{J_x - J_y} \quad (VI.24)$$

Bu ifodani  $\alpha_0$  ning  $90^\circ$  farq qiladigan ikkita qiymati qanoatlantiradi. Shu sababli, (VI.24) formula yordamida bosh inersiya o'qlarining holati aniqlanadi.

Materiallar qarshiligining to'la kursida bosh inersiya momentlari quyidagicha aniqlanishi isbotlangan:

$$\left. \begin{aligned} J_{\max} &= \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}, \\ J_{\min} &= \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.25})$$

### 6.9-§. Tekis shakllarning qarshilik momentlari

Tekis shaklning o'qli *qarshilik momenti* deb, biror o'qqa nisbatan olingan inersiya momentining shu o'qdan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqttagacha bo'lgan masofaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikka aytiladi:

$x$  o'qiga nisbatan

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} \quad (\text{VI.26})$$

$y$  o'qiga nisbatan

$$W_y = \frac{J_y}{x_{\max}}. \quad (\text{VI.27})$$

Tekis shaklning *qutb qarshilik momenti* deb, qutb inersiya momentining qutb nuqtasidan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqttagacha bo'lgan masofaga nisbati bilan o'lchanadigan kattalikka aytiladi:

$$W_\rho = \frac{J_\rho}{\rho_{\max}}. \quad (\text{VI.28})$$

Tekis shakllarning qarshilik momentlari uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi ( $\text{m}^3$ ) da o'lchanadi.

**Misol.** Oddiy tekis shakllarning markaziy o'qlarga nisbatan qarshilik momentlarini hisoblaymiz.

**1. To'g'ri to'rtburchak.** To'g'ri to'rtburchakli shakl uchun  $y_{\max} = \frac{h}{2}$

va  $x_{\max} = \frac{b}{2}$  bo'lganligi uchun (VI.26) va (VI.27) formulalarga asosan

$$W_{xc} = \frac{bh^2}{6} \quad (\text{VI.29})$$

$$W_{yc} = \frac{hb^2}{6} \quad (\text{VI.30})$$

ekanligi kelib chiqadi.

## 2. Doira. Doiraviy shakllar uchun

$$x_{\max} = y_{\max} = \rho_{\max} = 0,5d$$

bo'lganligini e'tiborga olib, yuqoridagi formulalarga asosan o'qli va qutb qarshilik momentlarini hisoblaymiz:

$$W_{xc} = W_{yc} = \frac{\pi d^3}{32}, \quad (\text{VI.31})$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}. \quad (\text{VI.32})$$

## NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Tekis shaklning statik momenti uning yuzasi va og'irlik markazi koordinatalari orqali qanday ifodalanadi?

2. Tekis shaklning og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan statik momenti nimaga teng?

3. Tekis shaklning og'irlik markazi koordinatalari qanday formulalardan topiladi?

4. O'qli, qutb va markazdan qochirma inersiya momentlari formulalarini yozing hamda tushuntiring.

5. Inersiya momentlarining qaysi biri hamma vaqt musbat qiymatga ega?

6. Markazdan qochirma inersiya momentlari qachon nolga teng bo'ladi?

7. Tekis shaklning statik momenti va inersiya momentlarining o'lchov birliklarini yozing.

8. O'qlar parallel ko'chirilganda yoki ma'lum burchakka burilganda inersiya momentlarining qiymatlari o'zgarishini ifodalovchi formulalarni yozing va ularning mohiyatini tushuntiring.

9. Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari deganda nimani tushunasiz?

10. To'g'ri to'rtburchak, kvadrat, to'g'ri burchakli uchburchak va dairaviy tekis shakllarning markaziy o'qlarga nisbatan o'qli inersiya momentlari qanday formulalar yordamida hisoblanadi?

11. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlari qanday aniqlanadi?

## VII BOB. BURALISH

Agar kuchlanish holatidagi brusning ko'ndalang kesimlarida ichki kuchlardan faqat burovchi moment mavjud bo'lib, qolganlari esa nolga teng bo'lsa, u holda *buralish* deformatsiyasi sodir bo'ladi.

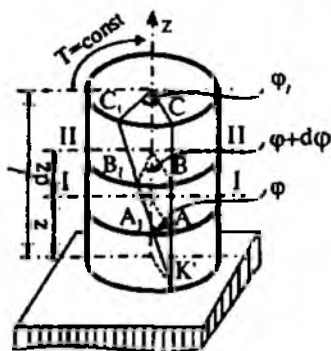
Buralishga qarshilik ko'rsatuvchi doiraviy kesimli brusga *val* deyiladi.

Amalda buralish deformatsiyasini juda ko'p uchratish mumkin. Masalan, tirsakli, transmission va shu singari vallar, fazoviy konstruksiya elementlari, prujinalarning o'ramlari, bolt va shu kabilar, asosan, buralish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatadi.

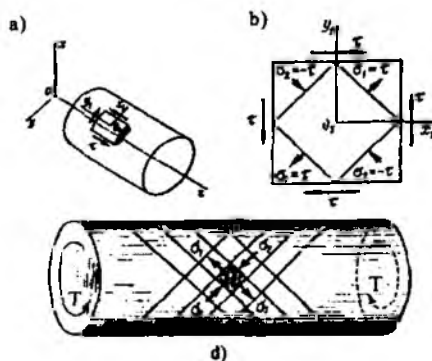
Materiallar qarshiligi fanida faqat doiraviy kesim yuzali yaxlit va g'ovak vallarning buralishi o'rganiladi.

### 7.1-§. Valning buralishi

Aytaylik, bir uchi bilan mahkamlangan, ikkinchi uchiga esa  $T = T_e = \text{const}$  (indeksdagi «e» inglizcha external – tashqi degan ma'noni anglatadi) burovchi moment qo'yilgan doiraviy kesimli yaxlit val buralishga qarshilik ko'rsatayotgan bo'lsin (VII.1-shakl).



VII.1-shakl.



VII.2-shakl.

Valning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash bilan shug'ullanamiz.

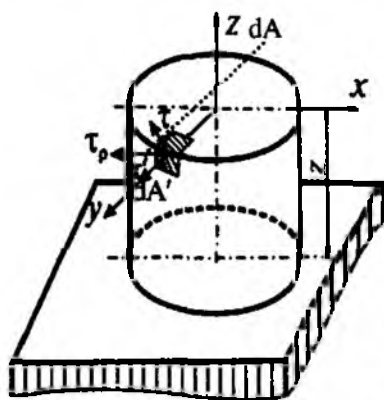
Burovchi moment ta'siridan valning barcha kesimlarida urunma kuchlanishlar paydo bo'lishi oldindan ma'lum. Shu bois tomonlari valning ko'ndalang va bo'y lama kesimlariga parallel bo'lgan element sof siljish holatida bo'ladi (VII.2 a, b-shakl).

Val o'qiga  $45^\circ$  qiyalikdagi yuzalar bosh yuzalar bo'lib, ulardagi cho'zuvchi va siquvchi bosh kuchlanishlar urunma kuchlanishga teng bo'ladi (VII.2 d-shakl).

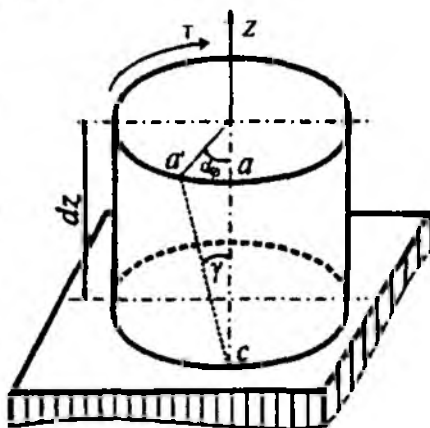
### I. MASALANING STATIK TOMONI

Odatdagidek, quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

- 1) valni tayanchdan ixtiyoriy  $z$  balandlikdan o'tuvchi va simmetriya o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislik bilan fikran kesamiz;
- 2) valning bir qismini tashlab yuborib, qolgan qismini esa alohida ajratib ko'rsatamiz (VII.3-shakl);
- 3) tashlangan qismning ajratib olingan qismga ko'rsatgan ta'sirini burovchi moment bilan almashtiramiz.



VII.3-shakl.



VII.4-shakl.

Radial va urunma yo'nalishlardagi kuchlanishlar quyidagicha teng bo'ladi:

$$r' = \tau_\rho \cos \alpha, \quad \tau = \tau_\rho \cdot \sin \alpha. \quad (a)$$

- 4) statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i = 0 \text{ yoki } \int_{(A)} \tau dA \sin \alpha = 0 \\ \sum Y_i = 0 \text{ yoki } \int_{(A)} \tau dA \cos \alpha = 0 \\ \sum M_{zi} = 0 \text{ yoki } \int_{(A)} \tau dA \rho - T = 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

bunda,  $\tau$  – ixtiyoriy  $dA$  elementar yuzachadagi urunma kuchlanish;  
 $\rho$  – elementar yuzachaning radius-vektor;  
 $\alpha$  – radius-vektorning absissa o'qi bilan tashkil etgan burchagi.

## II. MASALANING GEOMETRIK TOMONI

Masalani geometrik nuqtayi nazardan tahlil qilishdan oldin, vallarning buralishiga oid o'tkazilgan tajribalardan kelib chiqqan quyidagi muhim xulosalar bilan tanishib chiqamiz:

– deformatsiyagacha tekis va valning buralish (bo'ylama simmetriya) o'qiga tik bo'lgan barcha ko'ndalang kesimlar deformatsiyadan keyin yana tekisligicha hamda mazkur o'qqa nisbatan tikligicha qoladi;

– buralish natijasida barcha ko'ndalang kesimlarning radiuslari o'zlarining deformatsiyagacha bo'lgan uzunliklarini o'zgartirmaydi, ya'ni kesim gardishi aylanaligicha qoladi;

– valning sirtidagi to'r hosil qilgan kvadratlar buralish natijasida deyarli bir xil romblarga aylanadi;

– buralish natijasida barcha ixtiyoriy qo'shni ko'ndalang kesimlar orasidagi masofalar o'zgarmaydi.

Endi valdan o'zaro parallel hamda  $z$  o'qiga tik bo'lgan  $I-I$  va  $II-II$  tekisliklari yordamida fikran ajratib olingan cheksiz kichik  $dz$  qalinlikdagi diskni tekshiramiz (VII.4-shakl).

Agar diskni pastki qismi bilan mahkamlangan deb qarasaq, u holda deformatsiya tufayli uning yuqori qismi birorta burchakka aylanishi tabiiy. Aniqrog'i,  $oa$  radius  $d\varphi$  burchakka aylanib,  $oa'$  holatni va  $as$  kesmasi esa  $\gamma$  burchakka siljib  $a'c$  holatni egallaydi.

Endi  $\gamma$  va  $d\varphi$  burchaklari orasidagi bog'lanishni keltirib chiqaramiz. Buning uchun  $aa'$  yoyni, birinchidan  $\Delta aa'c$  uchburchakdan

$$aa' = ac \cdot \operatorname{tg} \gamma \cong dz \gamma \quad (d)$$

va ikkinchidan esa izlanayotgan yoyning  $d\varphi$  markaziy burchakka tiralganligidan foydalanib

$$aa' = oa \cdot d\varphi = r \cdot d\varphi \quad (e)$$

ko'rinishlarda aniqlaymiz.

(d) va (e) ifodalarni o'zaro tenglab, val sirtidagi nisbiy siljishni

$$\gamma = r \cdot \frac{d\varphi}{dz} \quad (f)$$

shaklida yozib olamiz.

(f) ifodadagi  $\frac{d\varphi}{dz}$  miqdorining o'lchami  $m^{-1}$  bo'lib, *nisbiy buralish burchagi* deyiladi va  $\theta_z$  bilan belgilanadi:

$$\theta_z = \frac{d\varphi}{dz}. \quad (VII.1)$$

Demak, nisbiy siljish va nisbiy buralish burchaklari orasida quyidagi munosabat mavjud ekan:

$$\gamma = r \cdot \theta_z. \quad (VII.2)$$

### III. MASALANING FIZIK TOMONI

Biz masalani geometrik nuqtayi nazardan tekshirganimizda valdan ajratilgan elementar diskning sof siljish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatishiga ishonch hosil qildik. Shu sababli, buralish paytida vallarning ko'ndalang kesimlaridagi urunma kuchlanishlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\tau = G\gamma = Gr\theta \quad \text{yoki} \quad \tau_\rho = G\rho\theta. \quad (VII.3)$$

Demak, *urunma kuchlanish kesimning radius-vektoriga to'g'ri mutanosib bog'lanishda bo'lib, qutb burchagiga bog'liq emas* ekan.

### IV. SINTEZ

(VII.3) ifodani e'tiborga olib, muvozanat tenglamalarining dastlabki ikkitasini quyidagicha yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} \tau_{\rho} dA \sin \alpha &= \int_{(A)} G \rho \theta dA \sin \alpha = G \theta \int_{(A)} y dA = 0, \\ \int_{(A)} \tau_{\rho} dA \cos \alpha &= \int_{(A)} G \rho \theta dA \cos \alpha = G \theta \int_{(A)} x dA = 0. \end{aligned} \right\}$$

Oxirgi tenglamalardagi  $G \theta \neq 0$ , lekin  $S_x = \int_{(A)} y dA$  va  $S_y = \int_{(A)} x dA$  statik momentlar esa nolga teng bo'ladi, chunki  $x$  va  $y$  o'qlar doiraviy kesim yuzaning markaziy o'qlari ekanligi chizmadan yaqqol ko'rinib turibdi.

Demak, valning ko'ndalang kesimidan o'tuvchi buruvchi momentni urunma kuchlanishlar muvozanatlar ekan:

$$T = \int_{(A)} \tau_{\rho} \rho dA.$$

(VII.3) ifodadagi  $\tau_{\rho}$  ning qiymatini oxirgi formulaga keltirib qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$T = \int_{(A)} G \theta \rho^2 dA = G \theta J_{\rho}.$$

Bunda  $\int_{(A)} \rho^2 dA = J_{\rho}$  doira yuzining qutb inersiya momenti ekanligi bizga avvaldan ma'lum.

Oxirgi ifodadan

$$\theta = \frac{T}{G J_{\rho}} \quad (\text{VII.4})$$

ekanligini e'tiborga olib, ko'ndalang kesimning istalgan nuqtasidagi urunma kuchlanishni aniqlovchi formulani hosil qilamiz:

$$\tau_{\rho} = \frac{T}{J_{\rho}} \rho \quad \text{yoki} \quad \tau_{\rho} = \frac{T}{W_{\rho}}, \quad (\text{VII.5})$$

bunda,  $W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{\rho}$  – buralishdagi qarshilik momenti.

Endi vallarning buralishdagi deformatsiyasi – buralish burchagini aniqlashga o'tamiz.



(VII.1) ifodani e'tiborga olib, (VII.4) formulani quyidagicha yozamiz (keyinchalik  $T=T_c=const$  deb o'qiladi):

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{T_c}{GJ_\rho}$$

yoki

$$d\varphi = \frac{T_c}{GJ_\rho} dz \quad (VII.6)$$

Burovchi moment va valning bikrligi  $GJ_\rho$  ni o'zgarmas deb, oxirigi tenglamani  $z$  bo'yicha integrallaymiz:

$$\varphi_z = \frac{T_c}{GJ_\rho} \cdot z + C \quad (VII.7)$$

Valning mahkamlangan kesimi burilmasligini ifodalovchi shartdan foydalanib, integral doimiysi  $C$  ni aniqlaymiz:

$z=0$  bo'lganda  $A$  kesim burilmaydi, ya'ni  $\varphi_z = \varphi_A = 0$  bo'ladi. Shuning uchun integral doimiysi  $C=0$  bo'lib,

$$\varphi_z = \frac{T_c}{GJ_\rho} \cdot z \quad (VII.8)$$

ekanligi kelib chiqadi.

Demak, valning mahkamlangan kesimiga nisbatan  $z$  masofada joylashgan kesimning buralish burchagi mazkur masofaga to'g'ri mutanosib ravishda o'zgarar ekan.

## 7.2-§. Valning buralishdagi mustahkamlik sharti

Valning buralishdagi mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_\rho} \leq \tau_{adm} \quad (VII.9)$$

bunda,  $\tau_{adm}$  – urunma kuchlanishning joiz qiymati bo'lib, u ko'pincha oddiy cho'zilish yoki siqilishdagi joiz normal kuchlanishning  $0,5 \div 0,6$  qismiga teng qilib olinadi.

(VII.9) hisob tenglamasi yordamida doiraviy kesimli yaxlit va g'ovak vallar uchun quyidagi uchta masalani yechish mumkin:

a) valning kesimidagi kuchlanishni tekshirish masalasi; bu masalaning mohiyati shundaki, agar valning kesim yuza o'lchamlari va unga qo'yilgan  $T$  ma'lum bo'lsa, u holda (VII.9) formula bo'yicha o'ziga xos kesimdagi maksimal urunma kuchlanish aniqlanib,  $\tau_{adm}$  bilan taqqoslang:

$$\tau_{max} \leq \tau_{adm} \quad (a)$$

b) val uzata oladigan maksimal burovchi momentni aniqlash masalasi; agar valning kesim yuza o'lchamlari va uning materiali uchun joiz urunma kuchlanish ma'lum bo'lsa, u holda bu masala

$$T_{max} \leq \tau_{adm} \cdot W_{\rho} \quad (b)$$

formula yordamida yechiladi.

d) yangi vallarni loyihalash masalasi; bu masalani yechish uchun val materialining joiz urunma kuchlanishi va o'ziga xos kesimdagi eng katta burovchi moment ma'lum bo'lishi kerak. Masalan, (b) formulaga qarshilik momentning ifodasini qo'yib, yaxlit val uchun quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$\frac{16T}{\pi D^3} \leq \tau_{adm}, \quad (d)$$

bundan

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \tau_{adm}}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{\tau_{adm}}}. \quad (VII.10)$$

Xuddi shu tarzda ichi g'ovak vallar uchun quyidagi munosabatni yozamiz:

$$D \geq 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{(1-\alpha^4) \cdot \tau_{adm}}}, \quad (VII.11)$$

bunda,  $\alpha = \frac{d}{D}$  ichki diametrning tashqi diametrga nisbati.

Amalda valga mustahkamlik shartidan tashqari bikrlilik sharti ham qo'yiladi.

Bikrlilik sharti

$$\theta_{max}^0 = \left| \frac{180^0}{\pi} \cdot \frac{T_e}{GJ_{\rho}} \right| \leq \theta_{adm}^0 \quad (VII.12)$$

ko'rinishga ega bo'lib, valning o'ta darajada deformatsiyalanmasligini ta'minlaydi.

Bunda  $\theta_{adm}^0$  – valning bir metr uzunligiga to'g'ri keluvchi joiz nisbiy buralish burchagi bo'lib, u tajribalardan aniqlanadi.

### 7.3-§. Buralishda deformatsiyaning potensial energiyasi

Elastik deformatsiyalar chegarasida burovchi moment  $T_e$  bilan buralish burchagi  $\varphi$  orasida to'g'ri chiziqli bog'lanish mavjudligi buralish deformatsiyasiga oid tajribalardan tasdiqlangan.

Valni elastiklik chegarasida burash uchun sarf bo'lgan burovchi momentning bajargan ishi:

$$A_T = \frac{1}{2} T_e \varphi. \quad (a)$$

Burovchi moment valga statik ravishda qo'yilganligi sababli bu ish deformatsiyaning potensial energiyasiga to'liq aylanadi:

$$A_T = U = \frac{1}{2} \cdot T_e \varphi. \quad (b)$$

(VII.8) ifodani e'tiborga olib, buralishda deformatsiyaning potensial energiyasini quyidagicha yozamiz:

$$U = \frac{T_e^2 \cdot l}{2GJ_\rho}. \quad (VII.13)$$

Pog'onali val uchun oxirgi formulani quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{T_{ei}^2 l_i}{2GJ_{i\rho}}. \quad (VII.14)$$

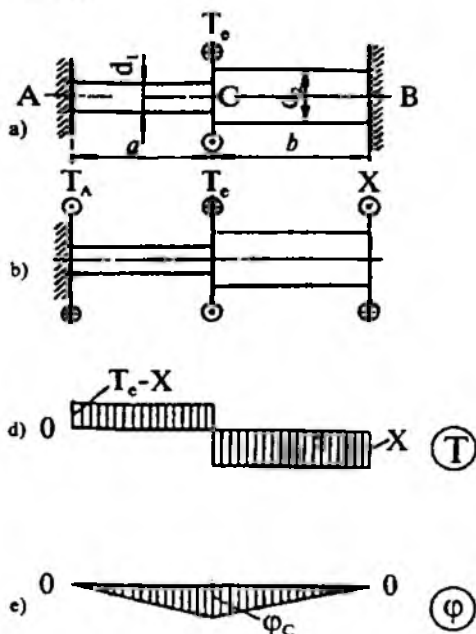
Bunda,  $n$  – pog'onalar soni.

### 7.4-§. Buralishda statik aniqmas masalalar

Buralish deformatsiyasiga oid masalalarni yechish deganda, vallarning mahkamlangan uchlarida hosil bo'ladigan reaktiv momentlarni, istalgan ko'ndalang kesimlardagi burovchi moment va kuchlanishlarni, kesimlarning buralish burchagini aniqlash tushuniladi.

Agar bunday masalalar birgina statikaning muvozanat tenglamalari yordamida yechilmasa, ularga *buralishdagi statik aniqmas masalalar* deb ataladi.

Ikkala uchi bilan mahkamlangan va birkirlikli mos ravishda  $GJ_{\rho_1}$  va  $GJ_{\rho_2}$  bo'lgan pog'onali brus buralishda statik aniqmas masalaga misol bo'ladi (VII.5 a-shakl).



VII.5-shakl.

Mazkur masalani yechish deganda avvalo brusning mahkamlangan uchlari hosil bo'ladigan reaktiv momentlar topish, keyin esa burovchi moment va buralish burchaklarining epyuralarini qurish tushuniladi.

Dastlab valning tayanchlarini  $T_A$  va  $T_V$  reaktiv momentlar bilan almashtirib, teng kuchli tizim hosil qilamiz.

Valning muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum_{i=1}^n M_{z_i} = 0 \text{ yoki } T_A + T_B - T_c = 0. \quad (\text{a})$$

Demak, bu masala bir marta statik aniqlamas ekan, chunki statikaning bitta tenglamasida ikkita  $T_A$  va  $T_B$  noma'lumlar bor.

Qo'shimcha tenglama tuzish uchun valning chap uchini bog'lanishdan ozod qilib, uning ta'sirini reaktiv moment  $X=T_B$  bilan almashtiramiz (VII.5 b-shakl).

$B$  kesimning buralish burchagini aniqlaymiz:

$$\varphi_B = \frac{X \cdot a}{GJ_\rho^I} + \frac{X \cdot b}{GJ_\rho^{II}} - \frac{T_e \cdot a}{GJ_\rho^I}, \quad (b)$$

bunda,  $J_\rho^I \approx 0,1d_1^4$ ,  $J_\rho^{II} \approx 0,1d_2^4$ .

Statik aniqlamas tizimda  $A$  kesim mahkamlanganligidan undagi buralish burchagi nolga teng bo'ladi:

$$\varphi_B = 0 \text{ yoki } \frac{X \cdot a}{0,1Gd_1^4} + \frac{X \cdot b}{0,1Gd_2^4} - \frac{T_e \cdot a}{0,1Gd_1^4} = 0. \quad (d)$$

Oxirgi ifodadan  $X=T_B$  ni, muvozanat tenglamasidan esa  $T_A$  ni osongina aniqlash mumkin.

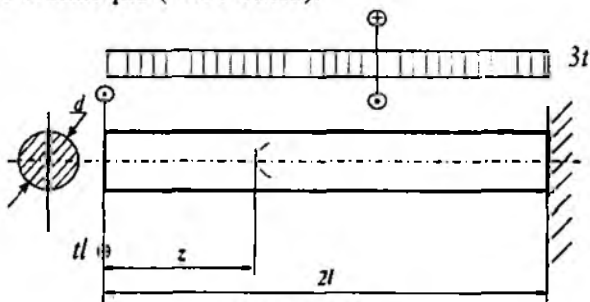
Sterjenning har bir oralig'i uchun kesish usulini tatbiq etib, burovchi momentning epyurasini chizamiz (VII.5 d-shakl).

Tayanch nuqtalarda buralish burchagi nolga,  $C$  kesimda esa

$$\varphi_c = \frac{X \cdot b}{0,1Gd_2^4} = const$$

ekanligini nazarda tutib, buralish burchagining epyurasini quramiz (VII.5 e-shakl).

17-masala. O'ng uchi bilan tayanchga qistirib mahkamlangan val to'plangan va yoyilgan momentlar ta'sirida buralish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatmoqda (VII.6-shakl).



VII.6-shakl

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

– tayanch reaksiya kuchini;

– burovchi moment  $T_{(z)}$ , urunma kuchlanish  $\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3}$  va buralish

ish burchagi  $\varphi(z)$  larning analitik ifodalarini tuzish;

– burovchi moment, urunma kuchlanish va buralish burchagining epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar							
$t$	$l$	material	$G$	$r_{max}$	$\theta_{max}^0$	Kesim yuza shakli	Oralliklar soni
kNm/m	m	cho'yan	MPa	MPa	rad/m		
75	0,9	CЧ 15-32	$4 \cdot 10^4$	24	2	Doiraviy	1

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

– tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;

– kesish usulini qo'llab, burovchi momentning analitik ifodasini tuzish;

– doiraviy kesimlar uchun quyidagi formulalarning mohiyatini bilish:

$$\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3} \quad \text{yoki} \quad d^3 \tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi}$$

$$\varphi(z) = \int_l \frac{T(z)}{GJ_p} dz \quad \text{yoki} \quad d^4 \varphi(z) = \frac{32}{\pi G} \int_l T(z) dz$$

– buralishda mustahkamlik va bikrlilik shartlarini yoza olish.

**Masalani yechish tartibi:**

– burovchi momentning ifodasini yozish (17.1-jadval);

– urunma kuchlanish va buralish burchagining analitik ifodalarini tuzish;

- burovchi moment, urunma kuchlanish va buralish burchaklarining analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $T$ ,  $\tau$  va  $\varphi$  larni aniqlash;

- aniq masshtab tanlab,  $T$ ,  $\tau$  va  $\varphi$  larning epyuralarini qurish va xavfli kesimni aniqlash (VII.7-shakl);

- mustahkamlik va bikrlk shartlaridan foydalanib, valning diametri ni hisoblash (17.2-jadval).

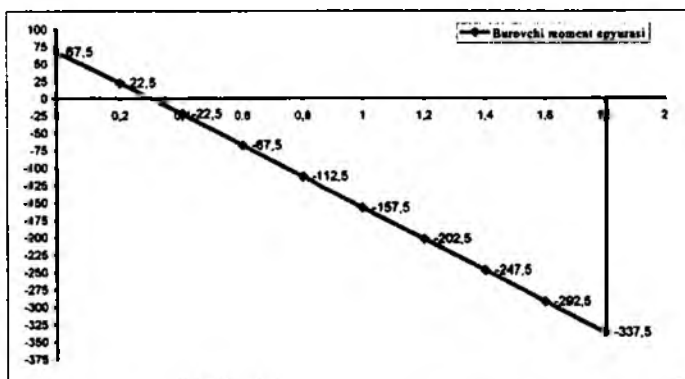
17.1-jadval

№	Oraliq	$T$ , $\tau$ va $\varphi$ larning analitik ifodalari
I	$0 \leq z \leq 2l$	$T(z) = tl - 3tz$
II		$d^3 \tau(z) = \frac{16}{\pi} (tl - 3tz)$
III		$(10d)^4 \varphi(z) = \frac{32}{\pi 4} \int (tl - 3tz) dz =$ $= \frac{32}{4\pi} \cdot (-4tl^2 - tlz + 3t \frac{z^2}{2})$
<b>Xulosa</b>		Burovchi momentning epyurasidan tayanch reaksiyasi $T=T(\max)=337,5$ kNm ga tengligi kelib chiqadi.

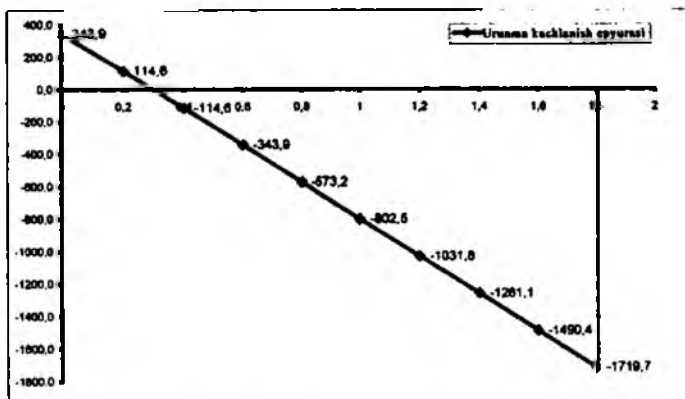
17.2-jadval

Kesim vuza o'lchamlarini aniqlash			
Normal kuchlanish epyurasidan quyidagilarni aniqlaymiz			Hisoblash
Mustahkamlik sharti	337,5 kNm	$\frac{16 T(\max)}{\pi d^3} \leq 24$	$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 337,5 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 24 \cdot 10^2}} \approx 8,95 \text{ sm} = 89,5 \text{ mm}$
Bikrlk sharti	337,5 kNm	$\left  \frac{180'' T(\max)}{\pi G J_p} \right  \leq \theta''_{\text{qabul}}$	$d \geq 4,92 \sqrt[3]{\frac{T(\max)}{G \theta''_{\text{qabul}}}} =$ $= 4,92 \sqrt[3]{\frac{337,5 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3}} \approx 12,54 \text{ sm} = 125,4 \text{ mm}$
Javob	Diametring eng kattasi qabul qilinadi		$d_n \approx 130 \text{ mm}$

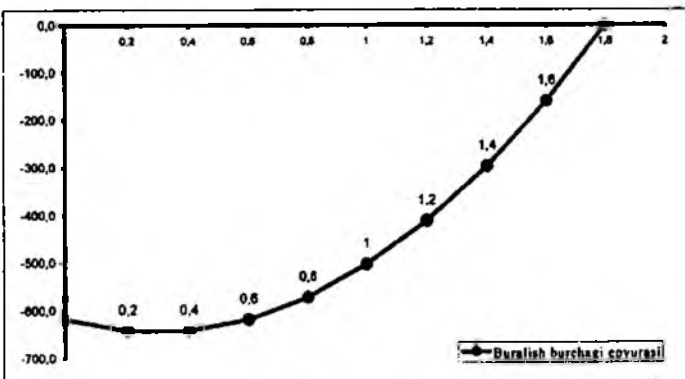
$z$	$T(z)$
0	87,5
0,2	22,5
0,4	-22,5
0,6	-67,5
0,8	-112,5
1	-157,5
1,2	-202,5
1,4	-247,5
1,6	-292,5
1,8	-337,5



$z$	$d^3 r(z)$
0	343,9
0,2	114,6
0,4	-114,6
0,6	-343,9
0,8	-573,2
1	-802,5
1,2	-1031,8
1,4	-1261,1
1,6	-1490,4
1,8	-1719,7



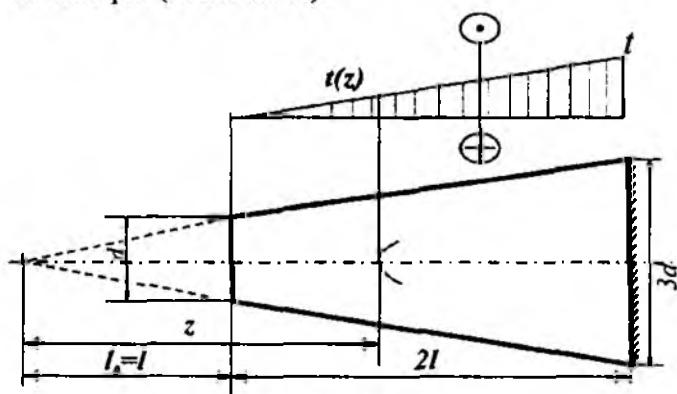
$z$	$[Q]'/\varphi(z)$
0	-619,1
0,2	-642,0
0,4	-642,0
0,6	-619,1
0,8	-573,2
1	-504,5
1,2	-412,7
1,4	-298,1
1,6	-160,5
1,8	0,0



VII.7-shakl.



18-masala. O'ng uchi bilan tayanchga qistirib mahkamlangan kesik konus shaklidagi valni chiziqli qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi yoyilgan moment buramoqda ( VII.8-shakl).



VII.8 -shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

– tayanch reaksiya kuchini;

– burovchi moment  $T(z)$ , urunma kuchlanish  $\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3}$  va buralish burchagi  $\varphi(z)$  larning analitik ifodalarini tuzish; burovchi moment, urunma kuchlanish va buralish burchagining epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar						
t	l	material	G	$\tau_{adm}$	Kesim yuza shakli	Oralliklar soni
kNm/m	m	po'lat	MPa	MPa		
120	1,1	CT 5	$8.2 \cdot 10^4$	90	doiraviy	1

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

– tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;

– kesish usulini qo'llab, burovchi momentning analitik ifodasini tuzish;

– doiraviy kesimlar uchun quyidagi formulalarning mohiyatini bilish:

$$\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3} \quad \text{yoki} \quad d^3 \tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi}$$

$$\varphi(z) = \int \frac{T(z)}{GJ_\rho} dz \quad \text{yoki} \quad d^4 \varphi(z) = \frac{32}{\pi G} \int T(z) dz$$

### Masalani yechish tartibi:

– o'xshashlik alomatidan foydalanib, valning  $z$  kesimga mos keluvchi diametrini va burovchi momentning o'zgarish qonuniyatini aniqlaymiz (18.1-jadval);

– burovchi moment urunma kuchlanish va buralish burchagining analitik ifodalarini tuzish (18.2-jadval);

– burovchi moment, urunma kuchlanish va buralish burchaklarining analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $T$ ,  $\tau$  va  $\varphi$  larni aniqlash; aniq masshtab tanlab,  $T$ ,  $\tau$  va  $\varphi$  larning epyuralarini qurish va xavfli kesimlarni aniqlash (VII.9-shakl);

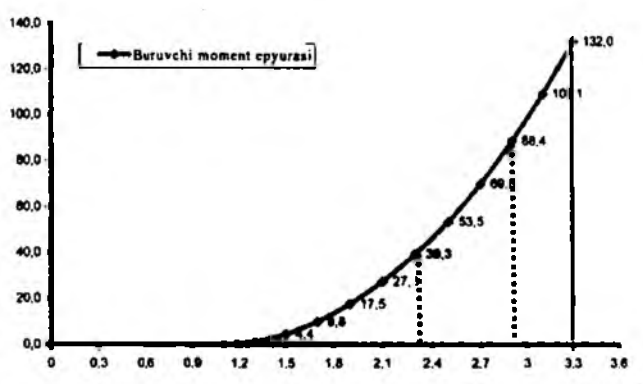
18.1-jadval

Diametrning o'zgarishi	$d(z) = \frac{d}{\ell} \cdot z$
Tashqi momentning o'zgarishi	$t(z) = \frac{(z-\ell)}{2\ell} \cdot t$

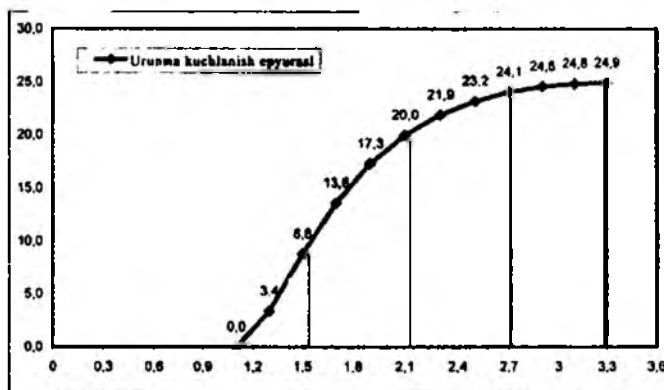
18.2-jadval

№	Oraliq	$T$ , $\tau$ va $\varphi$ larning analitik ifodalari
I	$\ell \leq z \leq 3\ell$	$T(z) = \frac{1}{2} t(z-\ell) = \frac{t}{4\ell} (z-\ell)^2$
II		$d^3 \tau(z) = \frac{16}{\pi} \cdot \left(\frac{\ell}{z}\right)^3 \cdot \frac{t}{4\ell} (z-\ell)^2 = \frac{4t\ell^2}{\pi} \cdot \frac{(z-\ell)^2}{z^3}$
III		$(10d)^4 \varphi(z) = \int \frac{32T(z)}{8\pi} \left(\frac{\ell}{z}\right)^4 dz =$ $= \frac{2t\ell^3}{\pi} \cdot \left(-\frac{19}{81\ell} + \frac{1}{z} - \frac{\ell}{z^2} + \frac{\ell^2}{3z^3}\right)$
Xulosa		Burovchi momentning epyurasidan tayanch reaksiyasi $T(\max)=132 \text{ kNm}$ ga tengligi kelib chiqadi.

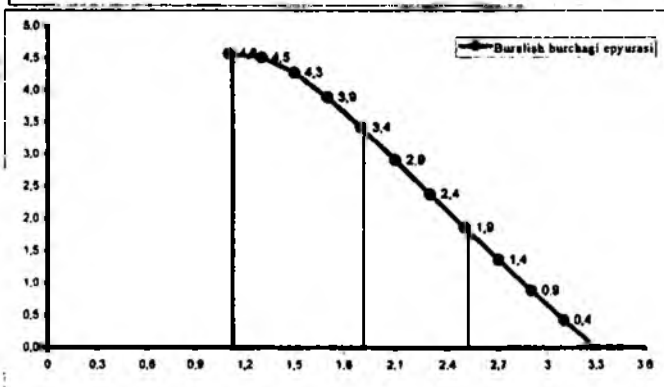
z	T(z)
1.1	0.0
1.3	1.1
1.5	4.4
1.7	9.8
1.9	17.5
2.1	27.3
2.3	39.3
2.5	53.5
2.7	69.8
2.9	88.4
3.1	109.1
3.3	132.0



z	$d^3 r(z)$
1.1	0.0
1.3	3.4
1.5	8.8
1.7	13.6
1.9	17.3
2.1	20.0
2.3	21.9
2.5	23.2
2.7	24.1
2.9	24.6
3.1	24.8
3.3	24.9

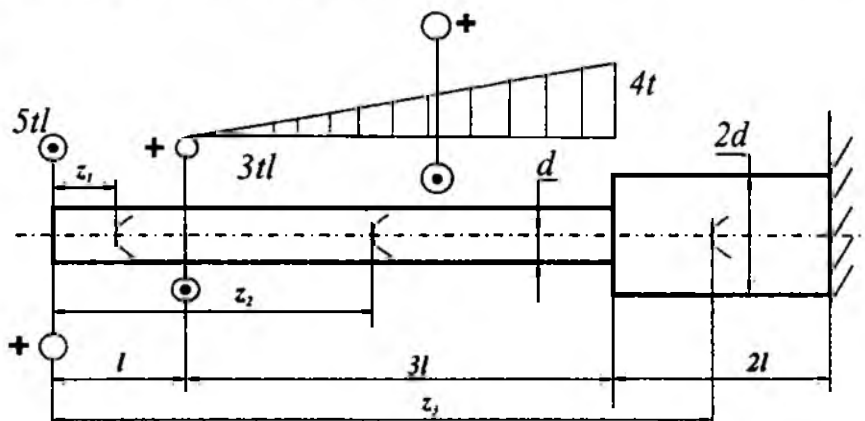


z	$(10d)^2 \alpha(z)$
1.1	4.8
1.3	4.5
1.5	4.3
1.7	3.9
1.9	3.4
2.1	2.9
2.3	2.4
2.5	1.9
2.7	1.4
2.9	0.9
3.1	0.4
3.3	0.0



VII.9-shaki.

19-masala. O'ng uchi bilan tayanchga qistirib mahkamlangan val to'plangan va yoyilgan momentlar ta'sirida buralish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatmoqda ( VII.10-shakl).



VII.10-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

– tayanch reaksiya kuchini;

– burovchi moment  $T(z)$  va urunma kuchlanish  $\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3}$  lar-

ning analitik ifodalarini tuzish;

– burovchi moment va urunma kuchlanish epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar							
t	l	material	G	$r_{\text{val}}$	$\theta'_{\text{val}}$	Kesim yuza shakli	Oraliq- lar soni
kNm/m	m	chuyan	MPa	MPa	rad/m		
50	1,2	CH 15-32	$4 \cdot 10^4$	24	2	doraviy	3

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

– tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;

– kesish usulini qo'llab, burovchi momentning analitik ifodasini tuzish;

– doiraviy kesimlar uchun quyidagi formulalarning mohiyatini bilish:

$$\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3} \quad \text{yoki} \quad d^3 \tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi}$$

– buralishda mustahkamlik va bikrlilik shartlarini yoza olish.

**Masalani yechish tartibi:**

– o'xshashlik alomatidan foydalanib, burovchi momentning o'zgarish qonuniyatini aniqlaymiz (19.1-jadval);

– burovchi momentning ifodasini yozish;

– urunma kuchlanish va buralish burchagining analitik ifodalari tuzish (19.2-jadval);

– burovchi moment va urunma kuchlanishlarning analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $T$  va  $\tau$  larni aniqlash;

– aniq masshtab tanlab,  $T$  va  $\tau$  larning epyuralarini qurish va xavfli kesimni aniqlash (VII.11-shakl);

– mustahkamlik va bikrlilik shartlaridan foydalanib, valning diametri ni hisoblash (19.3-jadval).

**19.1-jadval**

Tashqi momentning o'zgarishi		$t(z) = \frac{4t}{3\ell} \cdot (z_2 - t)$
№	Oralliq	$T$ ning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$T(z_1) = 5t\ell$
II	$\ell \leq z_2 \leq 4\ell$	$T(z_2) = 5t\ell - 3t\ell - \frac{1}{2}t(z_2 - \ell) \cdot \frac{1}{3}(z_2 - \ell) = 2t\ell - \frac{4t}{18\ell}(z_2 - \ell)^3$
III	$4\ell \leq z_3 \leq 6\ell$	$T(z_3) = 5t\ell - 3t\ell - \frac{1}{2}4t \cdot 3\ell = -4t\ell$
Xulosa		Burovchi momentning epyurasidan tayanch reaksiyasi $T=240 \text{ kNm}$ ga tengligi kelib chiqadi.

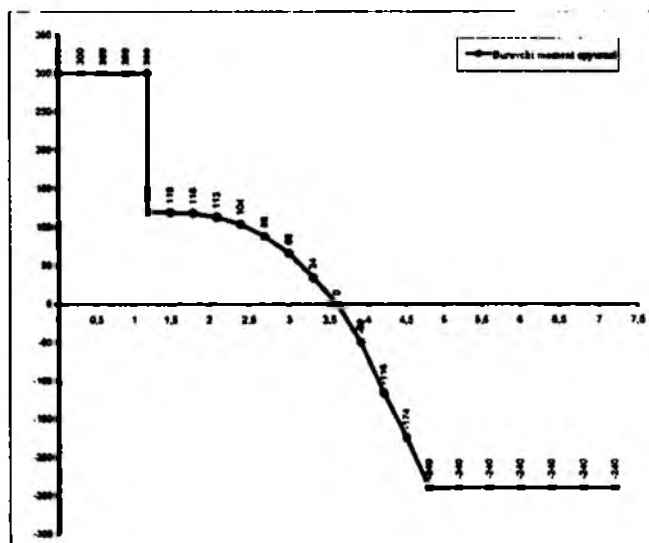
19.2-jadval

N <sub>2</sub>	Oraliq	$r(z)$ ning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq \ell$	$r(z_1) = d^{-3} \frac{16}{\pi} 5\ell$
II	$\ell \leq z_2 \leq 4\ell$	$r(z_2) = d^{-3} \frac{16}{\pi} \left[ 2\ell - \frac{2\ell}{3\ell} (z_2 - \ell)z_2 \right] = d^{-3} \frac{32\ell}{\pi} \left( \ell + \frac{z_2}{3} - \frac{z_2^2}{3\ell} \right)$
III	$4\ell \leq z_3 \leq 6\ell$	$r(z_3) = d^{-3} \frac{16}{\pi} \left( 5\ell - 3\ell - \frac{1}{2} 4\ell 3\ell \right) = -d^{-3} \frac{64}{\pi} \ell$

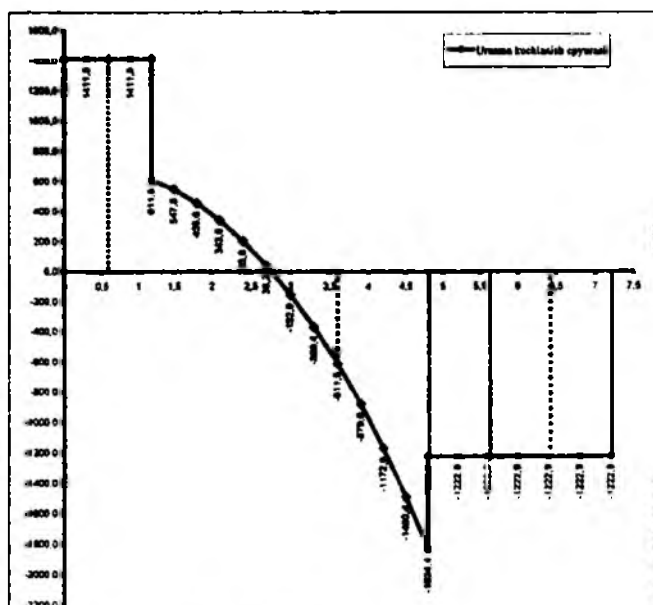
19.3-jadval

Kesim yuza o'lchamlarini aniqlash			
Normal kuchlanish epyurasidan quvidagilarni aniqlaymiz			Hisoblash
Mustahkamlik sharti	360 kNm	$\frac{16 T(\max)}{\pi d^3} \leq 24$	$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 360 \cdot 10^3}{3.14 \cdot 24 \cdot 10^2}} \approx 9,14 \text{ sm} = 91,4 \text{ mm}$
Bikrlik sharti	360 kNm	$\left  \frac{180^\circ T(\max)}{\pi G J_p} \right  \leq \theta_{\max}^o$	$d \geq 4,92 \sqrt[3]{\frac{T(\max)}{G \theta_{\max}^o}} =$ $= 4,92 \sqrt[3]{\frac{360 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^3}} \approx 7,15 \text{ sm} = 71,5 \text{ mm}$
Javob	Diametrning eng kattasi qabul qilinadi		$d_0 \approx 95 \text{ mm}$

z	T(z)
0	300
0.3	290
0.6	280
0.9	270
1.2	260
1.5	250
1.8	240
2.1	230
2.4	220
2.7	210
3	200
3.3	190
3.6	180
3.9	170
4.2	160
4.5	150
4.8	140
5.1	130
5.4	120
5.7	110
6	100
6.3	90
6.6	80
6.9	70
7.2	60

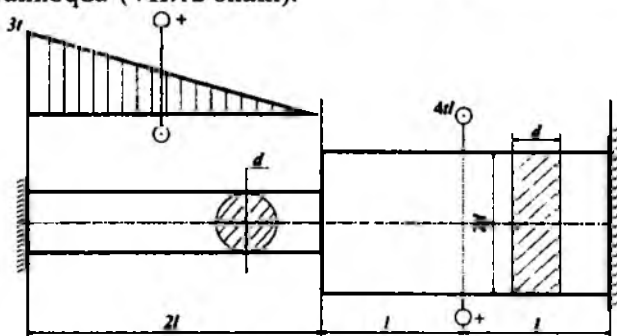


z	T(z)
0	1411.8
0.3	1411.8
0.6	1411.8
0.9	1411.8
1.2	1411.8
1.5	811.8
1.8	547.8
2.1	458.8
2.4	343.8
2.7	263.8
3	182.8
3.3	-152.8
3.6	-308.4
3.9	-411.8
4.2	-478.0
4.5	-517.0
4.8	-548.4
5.1	-572.8
5.4	-592.8
5.7	-608.8
6	-622.8
6.3	-632.8
6.6	-638.8
6.9	-642.8
7.2	-644.8



VII.11-shakl.

20-masala. Ikkala uchlari bilan tayanchga qistirib mahkamlangan val chiziqli qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi yoyilgan moment va juft kuch bilan buralmoqda (VII.12-shakl).



VII.12-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

– tayanch reaksiya kuchlarini;

– burovchi moment  $T(z)$ , urunma kuchlanish  $\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3}$  va bural-

ish burchagi  $\varphi(z)$  larning analitik ifodalarini tuzish;

– burovchi moment, urunma kuchlanish va buralish burchagining epyuralarini qurish;

Berilgan kattaliklar						
t	l	material	G	Kesim yuza shakli		Oraliqlar soni
kNm/m	m	po'lat	MPa	I	II, III	
80	1,4	Ст 5	$8 \cdot 10^4$	doiraviy	to'g'ri-to'rtburchak	3

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

– tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;



– kesish usulini qo'llab, burovchi momentning analitik ifodasini tuzish;

– quyidagi formulalarning mohiyatini bilish:

$$\tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi d^3} \quad \text{yoki} \quad d^3 \tau(z) = \frac{16T(z)}{\pi}$$

$$\varphi(z) = \int \frac{T(z)}{GJ_p} dz \quad \text{yoki} \quad d^4 \varphi(z) = \frac{32}{\pi G} \int T(z) dz$$

doiraviy kesimlar uchun:  $W_p = 0,1 d^3$  va  $J_p = 0,1 d^4$

to'g'ri to'rtburchakli kesimlar uchun ( $h:b=2$  bo'lganda):

$W_p \approx 0,5 d^3$  va  $J_p \approx 0,46 d^4$ .

**Masalani yechish tartibi:**

– o'xshashlik alomatidan foydalanib, valning  $z$  kesimga mos keluvchi diametrini va burovchi momentning o'zgarish qonuniyatini aniqlaymiz (20.1-jadval);

– burovchi momentning ifodasini yozish (20.2-jadval);

– urunma kuchlanish va buralish burchagining analitik ifodalari tuzish (20.3-jadval);

– burovchi moment, urunma kuchlanish va buralish burchaklarining analitik ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $T$ ,  $\tau$  va  $\varphi$  larni aniqlash;

– aniq mashtab tanlab,  $T$ ,  $\tau$  va  $\varphi$  larning epyuralarini qurish (VII.13-shakl).

20.1-jadval

<b>Tashqi momentning o'zgarishi</b>	$t(z) = \frac{3t}{2\ell} \cdot (2\ell - z)$
<b>Tayanch reaksiyalarini aniqlash</b>	$\sum T_x = 0, \quad T_B - 4t\ell + \frac{1}{2} 3t 2\ell - T_A = 0$
(masala I marta statik aniqmas bo'lganligi uchun statika tenglamasiga	$\varphi_B = 0,$
qo'shimcha ravishda I ta tenglama tuzish lozim)	$\varphi_A = \frac{T_A 2\ell}{GJ_p} + \frac{T_A 2\ell}{GJ'} - \frac{1}{2} \frac{3t 2\ell}{GJ_p} - \frac{2}{3} \frac{2\ell}{GJ'} - \frac{1}{2} \frac{3t 2\ell 2\ell}{GJ'} + \frac{4t\ell}{GJ'} = 0$
	$T_A = 1,82 t\ell = 203,84 \text{ kNm}, \quad T_B = 2,82 t\ell = 315,84 \text{ kNm}$

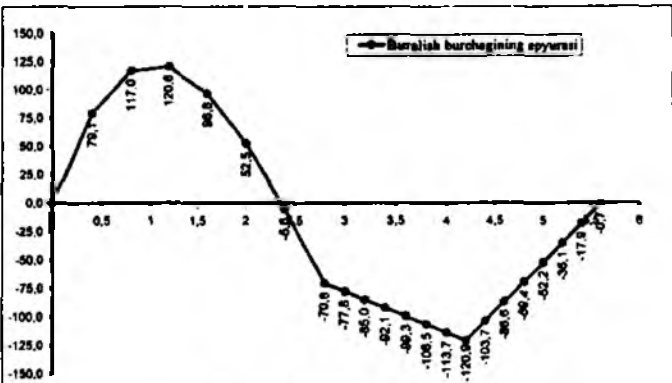
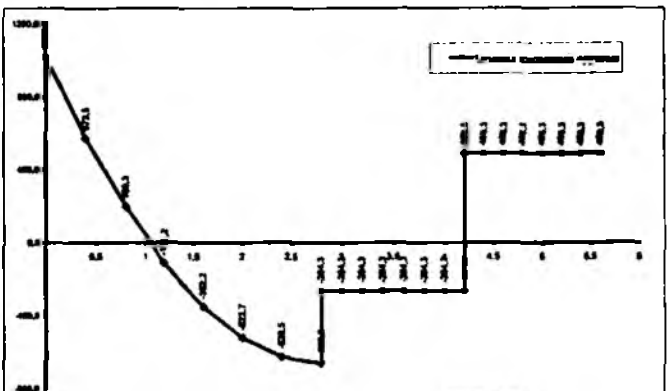
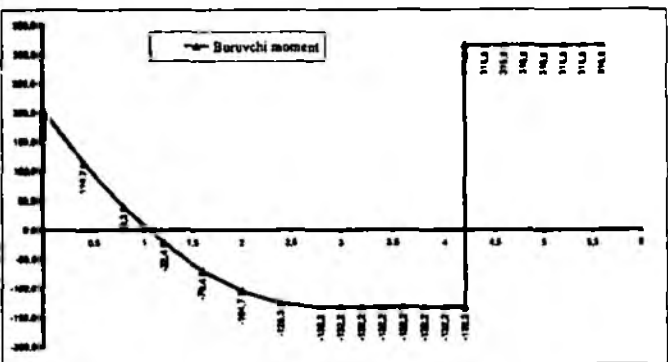
20.2-jadval

№	Oraliq	$T$ ning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$T(z_1) = T_A - \frac{1}{2}[3y - t(z_1)]z_1 - t(z_1) = \frac{3y}{4\ell}z_1^2 - 3tz_1 + 1,82t\ell$
II	$2\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$T(z_2) = T_A - \frac{1}{2}3t \cdot 2\ell = -1,18t\ell$
III	$3\ell \leq z_3 \leq 4\ell$	$T(z_3) = T_A - 3t\ell + 4t\ell = 2,82t\ell$
Xulosa		Burovchi momentning epyurasidan tayanch reaksiyasi $T(\max) = 315,8 \text{ kNm}$ ga tengligi kelib chiqadi.

20.3-jadval

№	Oraliq	$r$ ning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$r(z_1) = \frac{1}{W_p}T(z_1) = d^{-3} \cdot \frac{1}{0,2} \left( \frac{3y}{4\ell} z_1^2 - 3tz_1 + 1,82t\ell \right)$
II	$2\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$r(z_2) = \frac{1}{W_p}T(z_2) = d^{-3} \cdot \frac{1}{0,5} (-1,18t\ell) = -d^{-3} \cdot 2,36t\ell$
III	$3\ell \leq z_3 \leq 4\ell$	$r(z_3) = \frac{1}{W_p}(T_A - 3t\ell + 4t\ell) = d^3 \cdot 5,64t\ell$
№	Oraliq	$\varphi$ ning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$\varphi(z_1) = \int_0^{z_1} \frac{T(z_1)}{GJ_p} dz_1 =$ $= (10d)^{-4} \left[ \frac{1}{8 \cdot 0,1} \left( \frac{t}{4\ell} z_1^3 + \frac{3y}{2} z_1^2 + 1,82t\ell z_1 \right) \right]$
II	$2\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$\varphi(z_2) = \varphi(2\ell) + \frac{T(z_2)}{GJ_p} (z_2 - 2\ell) =$ $= -70,6 \cdot (10d)^{-4} + (10d)^{-4} \left[ \frac{-1,18t\ell}{8 \cdot 0,1 \cdot 4,6} (z_2 - 2\ell) \right]$
III	$3\ell \leq z_3 \leq 4\ell$	$\varphi(z_3) = \varphi(3\ell) + \frac{T(z_3)}{GJ_p} (z_3 - 3\ell) =$ $= -120,9 \cdot (10d)^{-4} + (10d)^{-4} \left[ \frac{2,82t\ell}{8 \cdot 0,1 \cdot 4,6} (z_3 - 3\ell) \right]$

0	200.0
0.4	154.7
0.8	86.3
1.2	-22.2
1.6	-107.7
2.0	-193.2
2.4	-278.7
2.8	-364.2
3.2	-449.7
3.6	-535.2
4.0	-620.7
4.4	-706.2
4.8	-791.7
5.2	-877.2
5.6	-962.7
6.0	-1048.2
6.4	-1133.7
6.8	-1219.2
7.2	-1304.7
7.6	-1390.2
8.0	-1475.7
8.4	-1561.2
8.8	-1646.7
9.2	-1732.2
9.6	-1817.7
10.0	-1903.2
10.4	-1988.7
10.8	-2074.2
11.2	-2159.7
11.6	-2245.2
12.0	-2330.7
12.4	-2416.2
12.8	-2501.7
13.2	-2587.2
13.6	-2672.7
14.0	-2758.2
14.4	-2843.7
14.8	-2929.2
15.2	-3014.7
15.6	-3100.2
16.0	-3185.7
16.4	-3271.2
16.8	-3356.7
17.2	-3442.2
17.6	-3527.7
18.0	-3613.2
18.4	-3698.7
18.8	-3784.2
19.2	-3869.7
19.6	-3955.2
20.0	-4040.7
20.4	-4126.2
20.8	-4211.7
21.2	-4297.2
21.6	-4382.7
22.0	-4468.2
22.4	-4553.7
22.8	-4639.2
23.2	-4724.7
23.6	-4810.2
24.0	-4895.7
24.4	-4981.2
24.8	-5066.7
25.2	-5152.2
25.6	-5237.7
26.0	-5323.2
26.4	-5408.7
26.8	-5494.2
27.2	-5579.7
27.6	-5665.2
28.0	-5750.7
28.4	-5836.2
28.8	-5921.7
29.2	-6007.2
29.6	-6092.7
30.0	-6178.2
30.4	-6263.7
30.8	-6349.2
31.2	-6434.7
31.6	-6520.2
32.0	-6605.7
32.4	-6691.2
32.8	-6776.7
33.2	-6862.2
33.6	-6947.7
34.0	-7033.2
34.4	-7118.7
34.8	-7204.2
35.2	-7289.7
35.6	-7375.2
36.0	-7460.7
36.4	-7546.2
36.8	-7631.7
37.2	-7717.2
37.6	-7802.7
38.0	-7888.2
38.4	-7973.7
38.8	-8059.2
39.2	-8144.7
39.6	-8230.2
40.0	-8315.7
40.4	-8401.2
40.8	-8486.7
41.2	-8572.2
41.6	-8657.7
42.0	-8743.2
42.4	-8828.7
42.8	-8914.2
43.2	-9000.7
43.6	-9085.2
44.0	-9170.7
44.4	-9256.2
44.8	-9341.7
45.2	-9427.2
45.6	-9512.7
46.0	-9598.2
46.4	-9683.7
46.8	-9769.2
47.2	-9854.7
47.6	-9940.2
48.0	-10025.7
48.4	-10111.2
48.8	-10196.7
49.2	-10282.2
49.6	-10367.7
50.0	-10453.2
50.4	-10538.7
50.8	-10624.2
51.2	-10709.7
51.6	-10795.2
52.0	-10880.7
52.4	-10966.2
52.8	-11051.7
53.2	-11137.2
53.6	-11222.7
54.0	-11308.2
54.4	-11393.7
54.8	-11479.2
55.2	-11564.7
55.6	-11650.2
56.0	-11735.7
56.4	-11821.2
56.8	-11906.7
57.2	-11992.2
57.6	-12077.7
58.0	-12163.2
58.4	-12248.7
58.8	-12334.2
59.2	-12419.7
59.6	-12505.2
60.0	-12590.7
60.4	-12676.2
60.8	-12761.7
61.2	-12847.2
61.6	-12932.7
62.0	-13018.2
62.4	-13103.7
62.8	-13189.2
63.2	-13274.7
63.6	-13360.2
64.0	-13445.7
64.4	-13531.2
64.8	-13616.7
65.2	-13702.2
65.6	-13787.7
66.0	-13873.2
66.4	-13958.7
66.8	-14044.2
67.2	-14129.7
67.6	-14215.2
68.0	-14300.7
68.4	-14386.2
68.8	-14471.7
69.2	-14557.2
69.6	-14642.7
70.0	-14728.2
70.4	-14813.7
70.8	-14899.2
71.2	-14984.7
71.6	-15070.2
72.0	-15155.7
72.4	-15241.2
72.8	-15326.7
73.2	-15412.2
73.6	-15497.7
74.0	-15583.2
74.4	-15668.7
74.8	-15754.2
75.2	-15839.7
75.6	-15925.2
76.0	-16010.7
76.4	-16096.2
76.8	-16181.7
77.2	-16267.2
77.6	-16352.7
78.0	-16438.2
78.4	-16523.7
78.8	-16609.2
79.2	-16694.7
79.6	-16780.2
80.0	-16865.7
80.4	-16951.2
80.8	-17036.7
81.2	-17122.2
81.6	-17207.7
82.0	-17293.2
82.4	-17378.7
82.8	-17464.2
83.2	-17549.7
83.6	-17635.2
84.0	-17720.7
84.4	-17806.2
84.8	-17891.7
85.2	-17977.2
85.6	-18062.7
86.0	-18148.2
86.4	-18233.7
86.8	-18319.2
87.2	-18404.7
87.6	-18490.2
88.0	-18575.7
88.4	-18661.2
88.8	-18746.7
89.2	-18832.2
89.6	-18917.7
90.0	-19003.2
90.4	-19088.7
90.8	-19174.2
91.2	-19259.7
91.6	-19345.2
92.0	-19430.7
92.4	-19516.2
92.8	-19601.7
93.2	-19687.2
93.6	-19772.7
94.0	-19858.2
94.4	-19943.7
94.8	-20029.2
95.2	-20114.7
95.6	-20200.2
96.0	-20285.7
96.4	-20371.2
96.8	-20456.7
97.2	-20542.2
97.6	-20627.7
98.0	-20713.2
98.4	-20798.7
98.8	-20884.2
99.2	-20969.7
99.6	-21055.2
100.0	-21140.7



VII.13-shakl.

## NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Nisbiy buralish burchagi qanday aniqlanadi?
2. Nisbiy siljish va nisbiy buralish burchaklari orasida qanday munosabat mavjud?
3. Buralishda qarshilik momenti qanday aniqlanadi? Uning o'lchov birligini yozing.
4. Qanday kattalik buralishdagi birklik deyiladi? Uning o'lchov birligini yozing.
5. Buralishda Guk qonuni qanday ifodalanadi?
6. Kesimi doiraviy vallar buralganda kesimining qaysi nuqtalarida eng katta urunma kuchlanishlar paydo bo'ladi?
7. Kesimi doiraviy vallar buralganda mustahkamlik sharti qanday ko'rinishda yoziladi?
8. Buralishda deformatsiyaning potensial energiyasini aniqlash formulasini yozing va uni tushuntiring.
9. Buralishda statik aniqmas masalalar qanday tartibda yechiladi?

## VIII BOB. TEKIS EGILISH. EGILISHDAGI KUCHLANISHLARNI ANIQLASH

### 8.1-§. Asosiy tushunchalar

Sterjenlarning markaziy cho'zilishi yoki siqilishi va vallarning buralishini oldingi boblarda tahlil qilib, ularning deformatsiyagacha bo'lgan bo'ylama to'g'ri o'qi deformatsiyadan keyin ham to'g'riligicha qolishi-ga ishonch hosil qildik.

Ammo to'sin yoki ramalar egilishining o'ziga xos xususiyatlari shundaki, o'zaro parallel ko'ndalang kesimlarning bir-birlariga nisbatan og'ishi va bo'ylama o'q ustida yotuvchi barcha nuqtalarning vertikal

ko'chishi natijasida to'g'ri chiziqli geometrik o'q egri chiziqqa aylana-  
di.

To'sinlar egilganda barcha kesimlarda ichki kuchlardan faqat ko'ndalang kuch  $Q$  va eguvchi moment  $M$  lar hosil bo'ladi; ramalar egilganda esa  $Q$  va  $M$  lardan tashqari bo'ylama kuch  $N$  ham paydo bo'ladi.

Tashqi yuklarning qo'yilishi va to'sin(rama)larning tayanchlarga mah-  
kamlanish usullariga ko'ra, egilishlar turli xil bo'ladi.

Agar barcha tashqi yuklar (tayanch reaksiyalari ham) to'sinning bo'ylama o'qidan o'tuvchi bitta tekislikda yotsa va bu tekislik simmetriya tekisliklari bilan ustma-ust tushsa, u holda egilish ham mazkur simmetriya tekisligida sodir bo'ladi, odatda, bunday egilish *tekis egilish* deb yuritila-  
di.

Agar barcha tashqi yuklar (tayanch reaksiyalari ham) to'sinning bo'ylama o'qidan o'tuvchi bitta tekislikda yotsa, lekin bu tekislik bosh inersiya tekisliklari bilan ustma-ust tushmasa, u holda bunday egilish *qiyshiq egilish* deyiladi.

Bu bobda faqat tekis egilish o'rganiladi.

Tashqi yuklarning qo'yilishi va to'sinlarning tayanchlarga mahkam-  
lanish usullariga qarab tekis egilish sof va ko'ndalang egilishlarga ajratila-  
ladi.

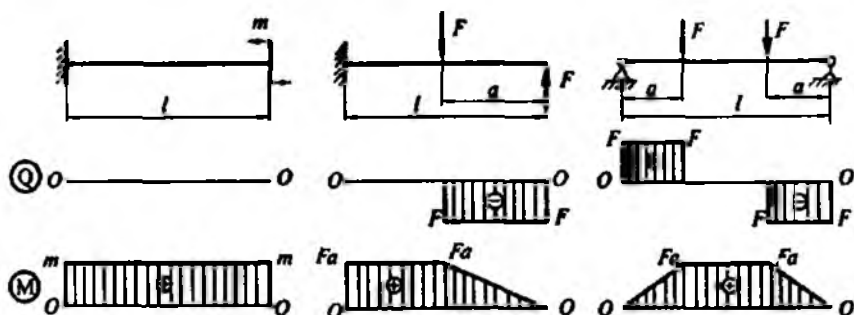
*Sof egilishda* to'sinning ko'ndalang kesim yuzalarida kesuvchi kuch nolga teng bo'lib, eguvchi moment o'zgarmas miqdorga teng bo'ladi; *ko'ndalang egilishda* esa kesim yuzalarda eguvchi momentdan tashqari kesuvchi kuch ham paydo bo'ladi.

VIII.1-shaklda tasvirlangan to'sinlarning kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarini tahlil qilib, quyidagi xulosalarga kelish mumkin (bu yerda to'sinlarning xususiy og'irlik kuchlari e'tiborga olinmagan):

VIII.1 a-shaklda tasvirlangan to'sin faqat sof egilishga qarshilik ko'rsatadi;

VIII.1 b-shaklda tasvirlangan to'sinning chap qismi sof egilishga, o'ng qismi esa ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatadi;

VIII.1 d-shaklda tasvirlangan to'sinning faqat o'rta qismi sof egilishga, chap va o'ng qismlari esa ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatadi.



VIII.1-shakl.

To'sinning ko'ndalang kesimlaridagi ichki zo'riqishlarni mazkur kesimlarda paydo bo'luvchi kuchlanishlar muvozanatlaydi. Aniqrog'i, eguvchi momentni normal kuchlanish, kesuvchi kuchni esa urunma kuchlanish muvozanatlaydi.

Demak, normal kuchlanish faqat eguvchi momentga, urunma kuchlanish esa kesuvchi kuchga bog'liq ekan:

$$\sigma = \sigma(M),$$

$$\tau = \tau(Q).$$

Bu xulosa normal va urunma kuchlanishlarni alohida aniqlashga, ya'ni sof va ko'ndalang egilishlarni bir-biridan mustaqil ravishda o'rganishga imkon beradi.

### 8.2-§. Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash

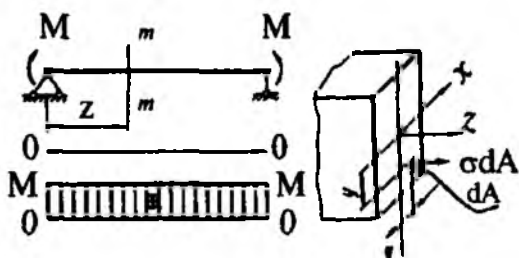
Sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinni tekshiramiz (VIII.2 a-shakl).

To'sinning ixtiyoriy kesimlarida paydo bo'luvchi eguvchi momentlarni muvozanatlovchi normal kuchlanishni aniqlash maqsadida masalaga statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan yondashish zarur.

#### I. MASALANING STATIK TOMONI

Quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

1) to'sinni chap tayanchdan ixtiyoriy  $z$  absissa bo'yicha  $m-m$  tekislik bilan fikran qirqamiz.



VIII.2- shakl.

2)  $m-m$  kesimning o'ng tomonini tashlab yuborib, to'sinning qolgan qismini alohida ajratamiz (VIII.2 b-shakl). Kesimdan koordinatalari  $x$ ,  $y$  va yuzasi  $dA$  bo'lgan element ajratib olamiz; bu elementga faqat

$$dN = \int_{(A)} \sigma dA \text{ ichki zo'riqish ta'sir ko'rsatadi;}$$

3) ajratilgan qismning muvozanatini tekshiramiz. Umumiy holda oltita muvozanat tenglamasini tuzish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i &= 0, & \sum M_{xi} &= 0, \\ \sum Y_i &= 0, & \sum M_{yi} &= 0, \\ \sum Z_i &= 0, & \sum M_{zi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Biz tekshirayotgan holat uchun yuqoridagi tenglamalarning dastlabki ikkitasi ayniyat ravishda nolga aylanadi; chunki  $dN_z$  ichki zo'riqish kuchi  $Ox$  va  $Oy$  o'qlariga nisbatan tik yo'nalgan.

Muvozanat tenglamalarining uchinchisi quyidagicha yoziladi:

$$\int_{(A)} \sigma dA = 0, \quad (b)$$

to'rtinchisi

$$M - \int_{(A)} \sigma dA y = 0 \quad (d)$$

va beshinchisi esa

$$\int_{(A)} \sigma dA x = 0 \quad (e)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Nihoyat, muvozanat tenglamalarining oxirgisi ayniyat ravishda nolga aylanadi, chunki  $dN_z$  zo'riqish kuchi  $Oz$  o'qiga parallel yo'nalgan. Shunday qilib, cheksiz ko'p noma'lum miqdor  $\sigma$  ga ega bo'lgan

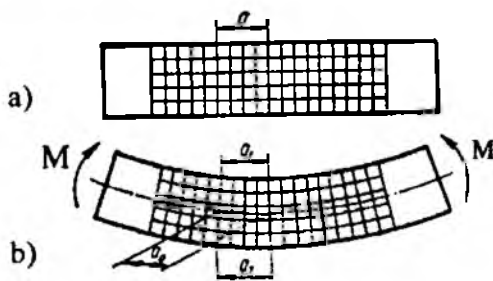
$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} \sigma dA &= 0 \\ \int_{(A)} \sigma y dA - M &= 0, \\ \int_{(A)} \sigma x dA &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

ko'rinisdagi uchta tenglamalar tizimiga ega bo'ldik. Shu jihatdan qaraganda sof egilishda normal kuchlanishni aniqlash masalasi statik aniqmas ekan.

## II. MASALANING GEOMETRIK TOMONI

Sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sin (masalan, rezinadan yasalgan)ning sirtiga to'r chizib (VIII.3 a-shakl), deformatsiyadan so'ng quyidagi hodisalar namoyon bo'lishini kuzatish mumkin:

- to'sinning sirtidagi bo'ylama chiziqlar deformatsiyadan keyin oraliq masofani o'zgartirmasdan egrilanadi; ko'ndalang chiziqlar esa to'g'riligicha qoladi. Bu hol, birinchidan  $y$  o'qi yo'nalishida chiziqli deformatsiya ( $\varepsilon_y = 0$ ) mavjud emasligini, ikkinchidan esa Bernulli gipotezasining to'g'ri ekanligini tasdiqlaydi.



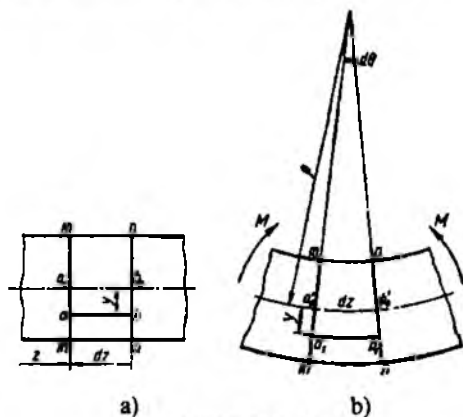
VIII.3-shakl.



– to'sinning qavariq tomonidagi tolalari cho'zilib ( $a_2 > a$ ), botiq tomonidagi tolalari esa siqiladi ( $a_1 < a$ ); ular orasida yotuvchi qandaydir tolalar o'z uzunliklarini o'zgartirmaydi:  $a_0 = a = \text{const}$  bo'ladi (VIII.3 b-shakl). Demak, to'sinning cho'zilgan va siqilgan tolalar qatlami orasida shunday qatlam mavjud ekanki, unda yotuvchi tolalar to'sin egilganda ham o'z uzunliklarini o'zgartirmas ekan.

To'sinning cho'zilmagan va siqilmagan tolalari yotgan qatlami *neytral qatlam* deyiladi. Neytral qatlam tekisligi bilan to'sinning ko'ndalang kesim tekisligi kesishgan chiziq mazkur kesimning *neytral o'qi* deb ataladi. To'sin egilganda har bir ko'ndalang kesim o'zining neytral o'qi atrofiga aylanadi.

Brusdan ajratib olingan  $dz$  uzunlikdagi elementni ko'rib chiqamiz (VIII.4 a-shakl); neytral qatlamdan yuqoridagi barcha tolalar cho'zilib, pastki tolalar esa siqiladi. Masalan, neytral qatlamdan  $y$  masofadagi biror  $ab$  tola cho'zilib, uzunlikka ega bo'ladi (VIII.4 b-shakl).



VIII.4-shakl.

Chizmadan tolaning dastlabki uzunligini  $a'_0 b'_0 = dz = \rho d\theta$  ko'rinishda yozish mumkin.

Bunda  $\rho$  – neytral qatlamning hozircha noma'lum bo'lgan egrilik radiusi.

Qaralayotgan tolaning cho'zilishdagi mutlaq deformatsiyasi

$$\Delta(dz) = a'b' - ab = (\rho + y)d\theta - \rho d\theta = yd\theta$$

va nisbiy cho'zilishi esa

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta(dz)}{dz} = \frac{y d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \quad (\text{VIII.1})$$

ga teng bo'ladi.

Demak, tekshirilayotgan tolaniq nisbiy cho'zilishi neytral o'qqacha bo'lgan masofaga to'g'ri mutanosib ekan.

### III. MASALANING FIZIK TOMONI

Masalani fizik nuqtayi nazardan tahlil qilish uchun tekshirilayotgan  $ab$  tolaniq kuchlanish holatini bilish muhimdir. Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, birinchidan tolaniq  $dA$  ko'ndalang kesimida urunma kuchlanish ta'sir ko'rsatmaydi; u holda urunma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan, to'sin o'qiga parallel kesimlarda ham urunma kuchlanishlar paydo bo'lmaydi. Ikkinchidan qo'shni tolalarning  $y$  o'qi yo'nalishidagi o'zaro ta'sirini ifodalovchi normal kuchlanish ham nolga teng, chunki mazkur yo'nalishda chiziqli deformatsiya ( $\varepsilon_y = 0$ ) mavjud emas.

Bundan chiqdi, to'sinning barcha bo'ylama tolalari bir-birlariga bosim ko'rsatmasdan, balki ular chiziqli kuchlanish holatida bo'lib, mustaqil ravishda faqat cho'zilar yoki siqilar ekan; bu xulosa neytral o'qdan  $y$  masofada turgan tolalardagi normal kuchlanishlarni aniqlash uchun oddiy cho'zilish yoki siqilishdagi Guk qonunini qo'llashga imkon beradi:

$$\sigma = E\varepsilon_z. \quad (\text{VIII.2})$$

### IV. SINTEZ

(VIII.1) munosabatni nazarda tutib, normal kuchlanish uchun quyidagi ifodani yozamiz:

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}. \quad (\text{VIII.3})$$

Bunda  $E$  va  $\rho$  parametrlar kesim yuzasi  $dA$  ga teng bo'lgan elementning holatiga bog'liq bo'lmagan miqdordir.

Demak, sof egilishda to'sinning ko'ndalang kesimida yotgan barcha nuqtalarning normal kuchlanishi, mazkur nuqtadan neytral o'qqacha bo'lgan masofaga to'g'ri mutanosib ravishda o'zgarar ekan.

Oxirgi formula garchi normal kuchlanishning kesim yuza balandligi bo'yicha chiziqi qonuniyat bilan o'zgarishini ifodalasa-da, ammo uning yordamida kuchlanishni hisoblab bo'lmaydi, chunki neytral o'qning holati va neytral qatlamning egrilik radiusi hozircha bizga ma'lum emas. Shu bois, (VIII.3) ifodani e'tiborga olgan holda (f) tenglamalar tizimini quyidagicha yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} E \frac{y}{\rho} dA &= \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y dA = 0, \\ \int_{(A)} E \frac{y}{\rho} y dA - M &= \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y^2 dA - M = 0, \\ \int_{(A)} E \frac{y}{\rho} x dA &= \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y x dA = 0. \end{aligned} \right\} \quad (g)$$

Bizga ma'lumki, (g) ifoda tarkibidagi integral munosabatlar, tegishli-cha ko'ndalang kesim yuzaning neytral o'qqa nisbatan statik momentini, o'qli inersiya momentini hamda  $x$  va  $y$  o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini ifodalaydi (VI-bobga qarang):

$$S_x = \int_{(A)} y dA, \quad J_x = \int_{(A)} y^2 dA, \quad D_{xy} = \int_{(A)} xy dA. \quad (h)$$

Shuni ham qayd qilish muhimki,  $\frac{E}{\rho} = \text{const}$  va nolga teng bo'lmagan miqdordir.

Demak, oxirgi ifodaning birinchi va uchinchisidan  $S_x = 0$  va  $D_{xy} = 0$  ekanligi kelib chiqadi.  $S_x$  ning nolga teng bo'lishi  $x$  o'qining kesim yuza og'irlik markazidan o'tishini,  $D_{xy}$  ning nolga teng bo'lishi esa  $Ox$  va  $Oy$  o'qlarning bosh o'qlar ekanligidan dalolat beradi.

(h) ifodaning ikkinchisidan neytral qatlamning egriligini topamiz:

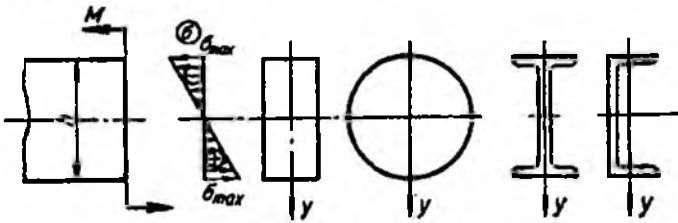
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x}. \quad (\text{VIII.4})$$

Nihoyat, oxirgi ifodani (VIII.3) ga qo'yib, quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

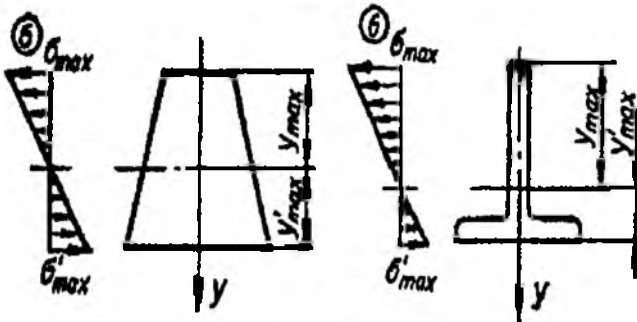
$$\sigma = \frac{M}{J_x} y. \quad (\text{VIII.5})$$

Bunda,  $M=M_x$  – kuchlanish topiladigan kesimdagi eguvchi moment. Olingan ifoda sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning ko'ndalang kesimida yotuvchi istalgan nuqtadagi *normal kuchlanish*ni aniqlash formulasi yoki *Nave formulasi* deyiladi.

(VIII.5) formuladan ko'rinib turibdiki, normal kuchlanish  $y$  masofaga chiziqli bog'liqdir; VIII.5-shaklda neytral o'qqa nisbatan simmetrik, VIII.6-shaklda esa nosimmetrik bo'lgan ba'zi kesim yuzalar uchun normal kuchlanishning kesim yuza balandligi bo'yicha taqsimlanishini ko'rsatuvchi normal kuchlanish epyurasi keltirilgan. Ushbu epyuradagi musbat ishora tolalarning cho'zilishini, manfiy ishora esa ularning siqilishini ko'rsatadi.



VIII.5- shakl.



VIII.6-shakl.

Normal kuchlanish epyurasidan ko'rinib turibdiki, birinchidan simmetrik kesim yuzalarning neytral o'qdan baravar uzoqlikda joylashgan

barcha tolalarining normal kuchlanishlari tengdir. Ikkinchidan esa eng katta cho'zuvchi va siquvchi normal kuchlanishlar ko'ndalang kesimning neytral o'qdan eng uzoqda joylashgan nuqtalarida hosil bo'ladi; ularning qiymati esa (VIII.5) formulaga  $y = y_{\max}$  yoki  $y = y'_{\max}$  larni qo'yish yo'li bilan topiladi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max}^v &= \frac{M}{J_x} y_{\max} = \frac{M}{\frac{J_x}{y_{\max}}}, \\ \sigma_{\max}^c &= \frac{M}{J_x} y'_{\max} = \frac{M}{\frac{J_x}{y'_{\max}}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.6})$$

Oxirgi formulalarning maxrajidagi ifodalar ko'ndalang kesim yuzaning neytral o'qqa nisbatan qarshilik momentini ifodalaydi (6.9-§ ga qarang):

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}, \quad W'_x = \frac{J_x}{y'_{\max}}.$$

Shunday qilib, cho'zilgan tolalardagi normal kuchlanish quyidagiga teng ekan:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}. \quad (\text{VIII.7})$$

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, (VIII.5) formula garchi sof egilish holati uchun chiqarilgan bo'lsada, undan ko'ndalang egilgan to'sinning kesimidagi har qanday nuqtaning normal kuchlanishini aniqlashda ham foydalanish mumkin.

### 8.3-§. Ko'ndalang egilishda urunma kuchlanishlarni aniqlash

Aytaylik, ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning ixtiyoriy kesimlarida hosil bo'luvchi urunma kuchlanishlarning miqdori va kesim yuza bo'yicha taqsimlanish qonuniyatlarini aniqlash talab etilsin.

## I. MASALANING STATIK TOMONI

Har galgidek, quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

1) kesish usuliga asoslanib, to'sinning tayanchidan  $z$  masofada joylashgan  $dz$  uzunlikdagi cheksiz kichik element-bo'lakchani ajratib olamiz (VIII.7 a-shakl).

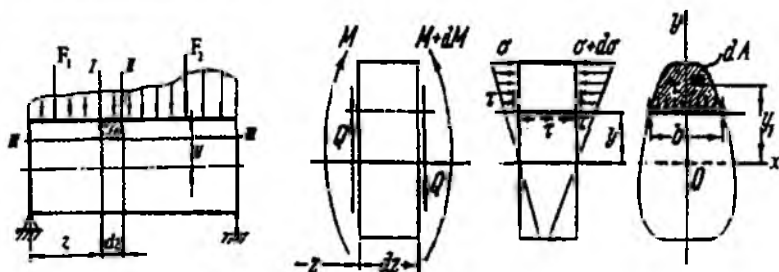
2) ajratilgan bo'lakchani muvozanat holatini saqlash uchun unga tashlab yuborilgan qismlarning ko'rsatgan ta'sirini ichki kuch ( $M$  va  $Q$ )lar bilan almashtiramiz (VIII.7 b-shakl).

Kesimlarda paydo bo'luvchi normal kuchlanishning faqat eguvchi momentga va urunma kuchlanishning esa ko'ndalang kuchga bog'liq ekanligini 8.1-§ da ko'rib o'tgan edik. Ana shu xulosaga va kuchlar ta'sirining bir-biriga xalal bermaslik tamoyiliga asoslanib, elementga faqat  $Q$  ning ko'rsatgan ta'sirini o'rganamiz.

Quyidagi cheklanishlarga tayanamiz:

– ko'ndalang kesimda hosil bo'luvchi urunma kuchlanishlar kesuvchi kuchga parallel yo'nalgan;

– neytral o'qdan baravar masofada turgan barcha nuqtalardagi urunma kuchlanishlar teng.



VIII.7-shakl.

Kesim yuza bo'yicha ta'sir qilayotgan urunma kuch (kuchlanish) lar yig'indisi faqat ko'ndalang kuch bilan muvozanatlashadi:

$$Q = \int_{(A)} \tau_x dA$$

Demak, urunma kuchlanishlar miqdor jihatidan ko'ndalang kuchga teng, yo'nalishi esa uning yo'nalishiga teskari ekan.

Endi urunma kuchlanishlarning kesim yuza bo'yicha qanday taqsimlanganligini ko'rib chiqamiz. Buning uchun esa avvalo ko'ndalang kesimning o'ziga xos nuqtalari atrofidan olingan ixtiyoriy  $dA$  yuzachalardagi kuchlanishlarni aniqlash zarur. Masalan, to'sinning sirtida yotuvchi nuqtalardan o'tuvchi  $dA$  yuzachaga urunma kuchlar ta'sir etmaydi, chunki to'sinning sirtida urunma kuchlar yo'q. Shu sababli urunma kuchlanishlarning juftlik qonuniga tayanib, ko'ndalang kesimning sirti (konturi)ga cheksiz yaqin joylashgan yuzachalardagi urunma kuchlanishlarning nolga tengligiga ishonch hosil qilish mumkin.

Ko'ndalang kesimlardagi boshqa barcha nuqtalardan o'tuvchi yuzalardagi urunma kuchlanishning qiymati noldan farqli.

Yuqoridagi mulohazalardan ko'ndalang kesimdagi urunma kuchlanishlar umumiy holda  $\tau_y = \tau(y)$  egri chiziqli qonuniyat bo'yicha uzluksiz o'zgaradi, degan xulosaga kelish mumkin.

## II. MASALANING GEOMETRIK TOMONI

Kesimlarda hosil bo'luvchi urunma kuchlanishlar natijasida siljish deformatsiyasi sodir bo'lishi tabiiy. Shu sababli siljish deformatsiyasi ham kesim yuza balandligi bo'yicha  $\gamma = \gamma(y)$  egri chiziqli qonuniyat asosida uzluksiz o'zgarishi shart.

Ko'ndalang kesimi urunma kuchlanishlar ta'siri ostidagi rezina materialidan yasalgan prizmatik brusning egilishini kuzatish natijasida neytral qatlamdagi tolalarning nisbiy siljishi eng katta va kesim sirtidagi tolalarning nisbiy siljishi esa nolga yaqinligi tajribada tasdiqlangan.

Endi deformatsiyalarning uzluksizligini e'tiborga olib, tajriba natijalarini ikkinchi tartibli egri chiziq ko'rinishida ifodalaymiz. Bu egri chiziqni parabolaning tenglamasi ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$\gamma_y = \gamma_{\max} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) \quad (\text{VIII.8})$$

Bunda,  $\gamma_{\max}$  – eng katta siljish burchagi bo'lib, tenglamaning parametri hisoblanadi.

### III. MASALANING FIZIK TOMONI

(VIII.8) formulani nazarda tutib, siljishdagi Guk qonunini quyidagicha yozamiz:

$$\tau_y = G \gamma_{\max} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right). \quad (\text{VIII.9})$$

Demak, urunma kuchlanish  $y$  koeffitsienti va  $\gamma_{\max}$  parametrlar bilan funksional bog'lanishda ekan.

### IV. SINTEZ

Endi  $\gamma_{\max}$  parametрни aniqlashga o'tamiz.

(VIII.9) formulani e'tiborga olib, statikaning muvozanat tenglamasini tubandagicha yozamiz:

$$Q = \int_{(A)} G \gamma_{\max} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) dA = G \gamma_{\max} \left[ \int_{(A)} dA - \frac{4}{h^2} \int_{(A)} y^2 dA \right]. \quad (\text{b})$$

Qavs ichidagi birinchi integral kesim yuza  $A$  ga, ikkinchisi esa neytral o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti  $J_x$  ga teng; shu bois, eng katta siljish burchagini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\gamma_{\max} = \frac{Q}{G(A - 4 \frac{J_x}{h^2})}. \quad (\text{VIII.10})$$

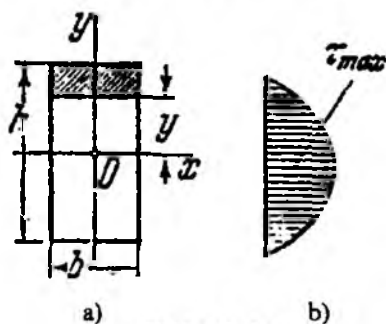
Oxirgi ifodani e'tiborga olib, (VIII.9) formulani quyidagicha yozamiz:

$$\tau_y = \frac{\left( 1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right)}{A - 4 \frac{J_x}{h^2}} Q = \frac{Q \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{h^2 A - J_x}. \quad (\text{VIII.11})$$

(VIII.11) formula bilan ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi urunma kuchlanishni aniqlash mumkin. Ammo bu formula deyarli barcha adabiyotlarda birmuncha boshqacharoq ko'rinishda keltirilgan. Shu sababli, quyidagi xususiy holni tahlil qilish maqsadga muvofiqdir.



Aytaylik, to'sinning kesimi to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lsin (VIII.8 a-shakl).



VIII.8-shakl.

To'g'ri to'rtburchakli kesim yuzasi uchun  $A=bh$ ,  $J_x = \frac{bh^3}{12}$  ekanligini nazarda tutsak, tegishli soddalashtirishdan so'ng

$$\tau_y = \frac{(1 - 4 \frac{y^2}{h^2})}{\frac{2}{3}bh} Q$$

yoki

$$\tau_y = \frac{\frac{b}{2} \frac{h^2}{4} (1 - 4 \frac{y^2}{h^2})}{\frac{b}{2} \frac{h^2}{4} \frac{2}{3} bh} Q = \frac{\frac{b}{2} ( \frac{h^2}{4} - y^2 )}{bJ_x} Q \quad (\text{VIII.12})$$

ifodani hosil qilamiz.

Oxirgi ifodaga  $S_x^{qir} = \frac{b}{2} ( \frac{h^2}{4} - y^2 )$  belgilashni kiritib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\tau_y = \frac{Q S_x^{qir}}{bJ_x} \quad (\text{VIII.13})$$

Bunda,  $S_x^{ajr}$  – ko'ndalang kesimdan urunma kuchlanishi topilishi kerak bo'lgan qatlarning yuqorisidan ajratib olingan yuzachaning neytral o'qqa nisbatan statik momenti;

$b=b_y$  – urunma kuchlanishi topiladigan qatlamdagi ko'ndalang kesimning eni;

$J_x$  – ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

$Q = Q_x$  – tekshirilayotgan ko'ndalang kesimdagi kesuvchi kuch.

(VIII.13) formulani dastlab rus muhandisi D.I. Juravskiy keltirib chiqargan; shuning uchun bu formula **Juravskiy** formulasi yoki ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi **urunma kuchlanishni aniqlash formulasi** deb ataladi.

(VIII.13) formula yordamida urunma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asoslanib to'sinning bo'ylama kesimlaridagi urunma kuchlanishlarni ham aniqlash mumkin.

Juravskiy formulasidan ko'rinib turibdiki, umumiy holda urunma

kuchlanishlarning kesim yuzasi balandligi bo'yicha taqsimlanishi  $\frac{S_x^{ajr}}{b_y}$

o'zgaradigan qonuniyatga mos keladi. Ammo  $b_y = b = const$  bo'lgan kesimlarda, xususan to'g'ri to'rtburchakli kesimlarda esa urunma kuchlanishlar kesim balandligi bo'yicha  $S_x^{ajr}$  ni ifodalovchi qonuniyatga binoan o'zgaradi.

Misol tariqasida to'g'ri to'rtburchakli kesimning balandligi bo'yicha urunma kuchlanishning taqsimlanish qonuniyatini tahlil qilamiz.

Dastlab, urunma kuchlanishi topilishi talab etilayotgan nuqtadan yuqorida joylashgan yuzaning neytral o'qqa nisbatan statik momentini aniqlaymiz:

$$S_x^{ajr} = A_{ajr} \cdot y_c = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (\text{VIII.14})$$

chunki

$$A_{ajr} = b \left( \frac{h}{2} - y \right), \quad y_c = y + \frac{\left( \frac{h}{2} - y \right)}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right).$$

Bundan tashqari,  $J_x = \frac{bh^3}{12}$ ,  $b = \text{const}$  ekanliklari ma'lum. Natijada quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\tau_y = \frac{Q \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{b \frac{bh^3}{12}} = \frac{6Q}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right). \quad (\text{VIII.15})$$

Demak, urunma kuchlanish kesim yuza balandligi bo'yicha parabola qonuniyatiga mos ravishda o'zgarar ekan.

Urunma kuchlanishning epyurasini quramiz:

$y = 0,5 h$  bo'lganda  $\tau = 0$  bo'ladi;

$y = 0$  bo'lganda  $\tau = \frac{3Q}{2A}$  bo'ladi.

Urunma kuchlanish  $\tau$  ning epyurasi VIII.8 b-shaklda ko'rsatilgan.

Eng katta urunma kuchlanish neytral o'q ustidagi nuqtalarda bo'lib, uning qiymati quyidagiga tengdir:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{\max}}{A}. \quad (\text{VIII.16})$$

Demak, ko'ndalang egilishdagi eng katta urunma kuchlanish sof siljish

holatidagi o'rtacha urunma kuchlanish  $\tau_{o'rt} = \frac{Q_{\max}}{A}$  dan 1,5 marta katta ekan.

#### 8.4-§. To'sinlarning mustahkamligini normal kuchlanishlar bo'yicha tekshirish

Agar to'sinning ixtiyoriy ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi normal kuchlanishning eng katta qiymati uning materiali uchun joiz normal kuchlanishdan ortib ketmasa, u holda to'sinning mustahkamligi ta'minlangan deb hisoblanadi.

Cho'zilish va siqilishga bir xilda qarshilik ko'rsatuvchi materiallardan yasalgan va kesim shakli neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan to'sinlarning *mustahkamlik sharti* quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}, \quad (\text{VIII.17})$$

bunda,  $M_{\max}$  – to'sinning xavfli kesimidagi eguvchi moment;

$\sigma_{adm}$  – to'sin materiali uchun joiz kuchlanish.

To'sinning mustahkamlik sharti quyidagi uch xil masalani hal qilishga imkon beradi:

a) *mustahkamlikka tekshirish:*

Agar ko'ndalang kesim o'lchamlari oldindan berilgan to'singa qo'yilgan tashqi kuchlarning miqdori ma'lum bo'lsa, u holda xavfli kesimdagi normal kuchlanish  $\sigma_{\max}$  aniqlanib, uni to'sin materiali uchun joiz kuchlanish  $\sigma_{adm}$  bilan taqqoslab ko'rish mumkin:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{adm}. \quad (\text{a})$$

Bu kuchlanishlar orasidagi farq 5 foizdan ortmasligi kerak, aks holda to'sinning mustahkamligi yoki materialning tejalishi ta'minlanmay qoladi.

b) *mustahkam kesim yuza tanlash.*

Agar to'singa qo'yilgan tashqi kuchlarning miqdori va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda to'sin ko'ndalang kesimining xavfsiz o'lchamlarini topib, mustahkam kesim yuza tanlash mumkin. Buning uchun kesimning muayyan shakliga ko'ra qarshilik momentining geometrik ifodasi tuziladi va u

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} \quad (\text{b})$$

formuladan aniqlangan qarshilik momenti bilan tenglashtiriladi hamda undan kerakli o'lchamlar aniqlanadi.

Bordi-yu, to'sin prokat po'latdan yasalgan bo'lsa, (b) formuladan topilgan  $W_x$  ning qiymatiga ko'ra to'sinning ko'ndalang kesim o'lchamlari sortamentdan tanlanadi (qo'shtavr, shveller va boshqalar).

d) *to'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni topish.*

Agar to'sinning ko'ndalang kesim o'lchamlari va uning materiali oldindan ma'lum bo'lsa, u holda to'sin ko'tara oladigan tashqi kuchning eng katta qiymatini aniqlash mumkin. Buning uchun

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} \quad (d)$$

formuladan xavfli kesimdagi eguvchi momentni aniqlab, uni to'singa qo'yilgan tashqi kuchlar bilan bog'lash yetarli; hosil qilingan ifodadan to'singa qo'yilishi mumkin bo'lgan tashqi kuchlar topiladi.

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, agar to'sin cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatuvchi material (masalan, mo'rt material)lardan yasalgan bo'lsa hamda kesim shakli neytral o'qqa nisbatan nosimmetrik bo'lsa, u holda mustahkamlik shartini cho'ziluvchi va siqiluvchi kesimlar uchun alohida-alohida tuzish zarur:

$$\sigma_{\max}^+ = \frac{M_{\max}}{W_x^+} \leq \sigma_{adm}^+, \quad \sigma_{\max}^- = \frac{M_{\max}}{W_x^-} \leq \sigma_{adm}^-, \quad (e)$$

bunda,  $\sigma_{\max}^+$  - cho'zilishdagi eng katta normal kuchlanish;

$\sigma_{\max}^-$  - siqilishdagi eng katta normal kuchlanish.

Oxirgi formulalardagi keltirilgan qarshilik momentlari quyidagilarga teng:

$$W_x^+ = \frac{J_x}{y_{\max}}; \quad W_x^- = \frac{J_x}{y'_{\max}}. \quad (f)$$

### 8.5-§. To'sinlarning mustahkamligini urunma kuchlanishlar bo'yicha tekshirish

To'sinlarning urunma kuchlanishga puxta qarshilik ko'rsatishini ta'minlash uchun uning kesimlarida paydo bo'luvchi maksimal urunma kuchlanish  $\tau_{\max}$  ning mazkur to'sin materiali uchun joiz urunma kuchlanishdan ortib ketishiga yo'l qo'ymaslik kerak:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{x(\max)}^{qjr}}{b J_x} \leq \tau_{adm} \quad (VIII.18)$$

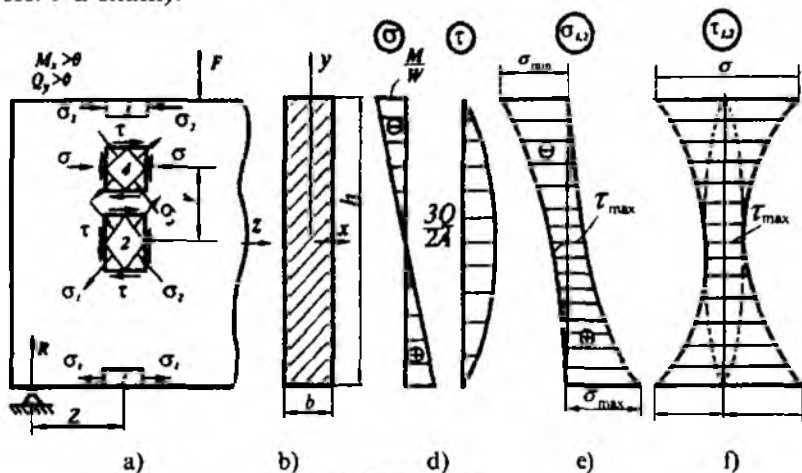
bunda,  $S_{x(\max)}^{qjr}$  - ko'ndalang kesimning neytral o'qdan bir tomonda joylashgan yuzaning mazkur o'qqa nisbatan statik momenti;

$\tau_{adm}$  – to'sin materiali uchun joiz kuchlanish po'latdan yasalgan to'sinlar uchun  $\tau_{adm} \approx 0,6 \cdot \sigma_{adm}$ .

Ba'zi materiallar, xususan yog'och materiallari siljish (urunma kuchlanish)ga zaif qarshilik ko'rsatadi. Aniqrog'i, yog'ochdan yasalgan to'sinlarning neytral qavatidagi tolalari urunma kuchlanishlarga chidash bera olmasdan neytral qavat tekisligi bo'yicha yorilib ketadi. Shu sababli, bunday to'sinlarning mustahkamligini albatta, urunma kuchlanishlarga nisbatan tekshirib ko'rish lozim.

### 8.6-§. To'sinlarning mustahkamligini bosh kuchlanishlar asosida tekshirish

Ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlarning ixtiyoriy kesimlaridagi normal va urunma kuchlanishlarning epyuralarini tahlil qilib, xavfli nuqtalar haqida quyidagi mulohazalarni aytish mumkin (VIII.9 a-shakl):



VIII.9-shakl.

a) normal kuchlanishlari eng katta qiymatga erishgan nuqtalari xavfli nuqtalar deb hisoblanadi. Bunday nuqtalar kesim yuzaning eng chekka tolalarida joylashgan bo'ladi (VIII.9 b-shakl); ularning atrofida ajratib olingan element 1 chiziqli kuchlanish holatida bo'lib, uning mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}; \quad (\text{VIII.19})$$

b) urunma kuchlanishlari eng katta qiymatga ega bo'lgan nuqtalar xavfli nuqtalar deb hisoblanadi. Bunday nuqtalar neytral qatlamda joylashadi (VIII. 9d-shakl); ularning atrofidan ajratib olingan element 2 sof siljish holatida bo'ladi va mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau_{\max} = \frac{Q S_{x(\max)}^{ajr}}{b J_x} \leq \tau_{adm}. \quad (\text{VIII.20})$$

d) normal va urunma kuchlanishlari (garchi ular eng katta qiymatlar-ga erishmasa ham) birdaniga yetarli darajada katta qiymatga ega bo'lgan nuqtalar xavfli nuqtalar deb hisoblanadi. Bunday nuqtalar neytral qatlamdan birorta  $y$  masofada joylashgan bo'lib, ularning atrofidan ajratib olingan element 4 tekis kuchlanish holatida bo'ladi. Bunday elementlarning mustahkamligini tekshirish uchun tekis kuchlanish holatining umumiy nazariyasiga tayanib, avvalo bosh kuchlanishlarni topish zarur; so'ngra mustahkamlik nazariyalaridan biri yordamida mustahkamlik sharti yoziladi. Masalan, mustahkamlikning III nazariyasiga muvofiq:

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq \sigma_{adm}. \quad (\text{a})$$

Ma'lumki, tekis kuchlanish holati uchun bosh kuchlanishlar

$$\sigma_{1,2} = 0,5(\sigma_x + \sigma_y) \pm 0,5\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2},$$

ekstremal urunma kuchlanishlar esa

$$\tau_{1,2} = \pm 0,5\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

formulalar yordamida aniqlanadi.

Bosh yuzalarning yo'nalishlari esa quyidagicha topiladi:

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_{1,2}}.$$

Biz tekshirayotgan hol uchun  $\sigma_x = \sigma$ ,  $\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \tau$  ga teng; bundan tashqari, to'sinning o'qiga tik yo'nalishdagi  $\sigma_y$  normal kuchlanishlar nolga teng bo'ladi, chunki deformatsiya vaqtida to'sinning

bo'ylama tolalari bir-birlariga bosim ko'rsatmaydi. Shu sababli yuqoridagi formulalar ancha soddalashadi:

$$\sigma_{1,2} = 0,5\sigma \pm 0,5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad (b)$$

$$\tau_{1,2} = \pm 0,5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \quad (d)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{1,2} = -\frac{\tau}{\sigma_{1,2}}. \quad (e)$$

Bu formulalar tarkibidagi  $\sigma$  va  $\tau$  larning qiymati mos ravishda Nav'e va Juravskiy formulalaridan topiladi.

(b) munosabatni nazarda tutib, (a) dan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{udm}. \quad (f)$$

Xuddi shu tarzda, mustahkamlikning IV nazariyasidan

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{udm} \quad (g)$$

ifodani hosil qilamiz.

To'sinning mustahkamligini istalgan mustahkamlik nazariyasi yordamida tekshirmaylik, bari-bir muayyan kesimlarning qaysi nuqtalarida  $\sigma$  va  $\tau$  ning ikkalasi ham birdaniga yetarli darajada katta qiymatga erishadi, degan savolga duch kelamiz. Tekshirishlardan ma'lumki, quyidagi ikki shart bajarilgan taqdirdagina  $\sigma$  va  $\tau$  lar birdaniga yetarli darajada katta qiymatga ega bo'lar ekan:

1. *Eguvchi moment va ko'ndalang kuchlar birdaniga o'zlarining eng katta yoki unga yaqinroq qiymatlariga erishuvchi kesimlarida.*

Umumiy holda,  $M$  va  $Q$  larning birdaniga maksimal qiymatga erishgan kesimlarini uchratish qiyin. Ammo ba'zi hollarda, xususan konsolning qistirib mahkamlangan kesimlarida, og'ir yuk quyilgan nuqta tayanchga yaqin o'rnatilgan hollardagina  $M$  va  $Q$  lar birdaniga eng katta qiymatga erishadi.

2. *Ko'ndalang kesim to'satdan o'zgargan joylarda.*

Masalan, qo'shtavrlari yoki ichi g'ovak to'g'ri to'rtburchakli kesimlarda  $\tau$  neytral o'qdan chetga tomon juda sekin kamayadi. Kesimning devori bilan tokchasi qo'shilgan joyda  $\sigma$  va  $\tau$  larning qiymatlari yetarli darajada katta bo'ladi.



Shuni ta'kidlab o'tish zarurki, to'g'ri to'rtburchakli va doiraviy kesimlarda birdaniga  $\sigma$  va  $\tau$  lar eng katta qiymatga ega bo'ladigan nuqtalar uchramaydi.

Endi (b), (d) va (e) formulalarga tayanib, bitta ko'ndalang kesim yuzasida, ammo turlicha balandliklarda yotuvchi nuqta atrofidan olingan elementlarning kuchlanganlik holatini tekshiramiz.

$$1 \text{ nuqtada } (\sigma = -\frac{M_x}{W_x}, \quad \tau = 0)$$

$$\sigma_1 = -0,5 \left( -\frac{M_x}{W_x} \right) + 0,5 \sqrt{\left( -\frac{M_x}{W_x} \right)^2} = 0$$

$$\sigma_2 = -0,5 \left( -\frac{M_x}{W_x} \right) - 0,5 \sqrt{\left( -\frac{M_x}{W_x} \right)^2} = \sigma$$

$$\tau_{1,2} = \pm 0,5\sigma, \quad \alpha_1 = 90^\circ, \quad \alpha_2 = 0$$

(chiziqli kuchlanish holati).

$$2 \text{ nuqtada } (\sigma = 0, \quad \tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{A})$$

$$\sigma_1 = \tau_1, \quad \sigma_2 = \tau_1,$$

$$\gamma_1 = 135^\circ, \quad \gamma_2 = 45^\circ$$

(sof siljish holati).

$$3 \text{ nuqtada } (\sigma = \frac{M_x}{W_x}, \quad \tau = 0)$$

$$\sigma_1 = -\sigma, \quad \sigma_2 = 0, \quad \tau_{1,2} = \pm\sigma,$$

$$\gamma_1 = 0^\circ, \quad \gamma_2 = 90^\circ$$

(chiziqli kuchlanish holati).

VIII.9 e, f - shakllarda tegishlicha bosh kuchlanishlar va ekstremal kuchlanishlar epyurasining umumiy ko'rinishi tasvirlangan; bu epyuralarning o'ziga xos tomoni shundaki, ularning neytral o'qidagi ordinatlari bir xildir.

### 8.7-§. To'sin kesimlarining ratsional shakllari

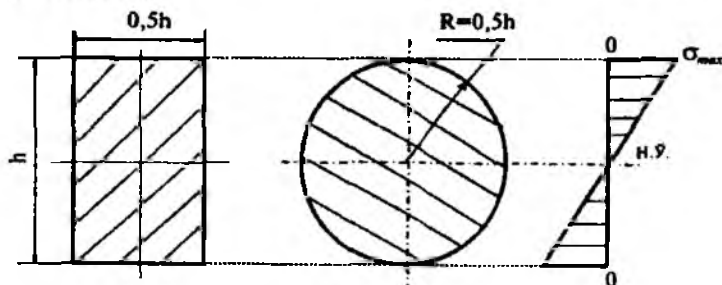
To'sinlarning ko'ndalang kesim shakli ratsional deb hisoblanadi, qanchonki u bir vaqtning o'zida mustahkamlik va iqtisodiy (tayyorlash jarayonida kam materiallar talab qilishi) shartlarni qanoatlantirsa; o'z-o'zidan ravshanki, iqtisodiy talabga javob beruvchi to'sinlarning og'irliklari ham kamayadi.

Odatda, kesimlarning ratsional shakllari quyidagi koeffitsient bilan baholanadi:

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{A^3}{W^2}} \quad (\text{VIII.21})$$

Bunda,  $\eta$  – o'lchamsiz miqdor bo'lib, kesim shaklining ratsional koeffitsienti deb ataladi; bu koeffitsient qancha kichik bo'lsa, tanlangan kesim eng ratsional deb hisoblanadi.

Qanday ko'rinishdagi kesim ratsional bo'lishini aniqlash uchun, bir xil balandlikdagi kesimlar o'zaro taqqoslanadi. Masalan, kesim yuzasi  $A$  ga teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli va doiraviy shakllarni qarab chiqaylik (VIII.10-shakl).



VIII.10-shakl.

To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun:

$$W = \frac{0,5h \cdot h^2}{6} = \frac{h^3}{12}; \quad A = 0,5h^2; \quad \eta = \sqrt[3]{18}.$$

Doiraviy kesim uchun:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi h^3}{32}; \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi h^2}{4}; \quad \eta = \sqrt[3]{48}.$$

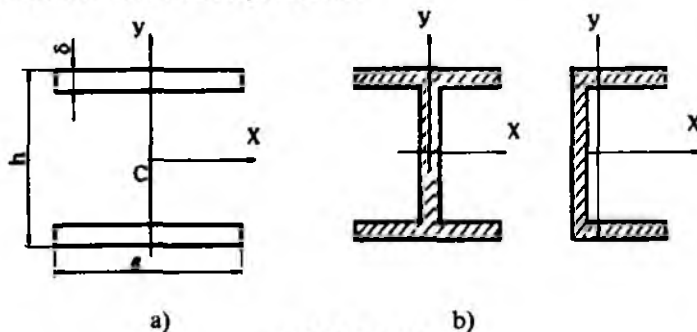
Bundan chiqdi, to'g'ri to'rtburchakli kesim doiraviy kesimga nisbatan birmuncha ratsional bo'lar ekan. Shu o'rinda, mazkur to'g'ri to'rtburchakli kesimdan yanada ratsionalroq foydalanish mumkinmi?, – degan savol tug'ilishi tabiiy.

Qolaversa, normal kuchlanishning kesim yuza balandligi bo'yicha taqsimlanish qonuniyatini tahlil qilib, to'sin yasash uchun materiallar keragidan ham ortiqcha sarflangan, ya'ni neytral qatlam atrofida normal kuchlanish kichik bo'lishiga qaramasdan, u yerda material tejalman, degan xulosaga kelish mumkin.

Materiallardan tejamliroq foydalanish maqsadida kesim yuzani o'zgartirmasdan uni iloji boricha yuqori va pastki chekkalarga yaqin joylashgan elementlarga surish kifoya (VIII.11 a-shakl); bu fikrni inersiya momentining

$$J_x = \int_{(A)} y^2 \cdot dA$$

ko'rinishdagi formulasi ham tasdiqlaydi: kesim yuzani «tashkil etgan zarralar» uzoqlashgan sari ayni balandlikda inersiya momenti ham, qarshilik ham kattalashib, h kamaya boradi.



VIII.11-shakl.

VIII.11-shaklda keltirilgan kesim uchun:

$$J_x = J_o + A \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 \approx A \cdot \frac{h^2}{4},$$

chunki  $J_o = \frac{a\delta^3}{12} = A \cdot \frac{\delta^2}{24} \approx 0$ :

$$W_x = \frac{J_x}{h} = A \cdot \frac{h}{2}; \quad \eta = \sqrt[3]{\frac{A^3}{(Ah)^2}} = \sqrt[3]{2}.$$

Ammo, VIII.11 a-shaklda tasvirlangan kesimdan muhandislik amaliyotida foydalanib bo'lmaydi. o'z-o'zidan ravshanki, bunday hollarda to'sin bir butun holda egilishga qarshilik ko'rsata olmaydi. Shu sababi, kesimning yuqori va pastki qismlarini qandaydir devor bilan tutashtirish zarur.

Bunday fikr-mulohazalar yuritish natijasida qo'shtavr, shveller kabi standart profilli kesimlar «paydo bo'lgan» deyishimizga asos bo'ladi (VIII.11 b-shakl). Demak, qo'shtavr, shveller singari standart profilli kesimlarning ratsionalligi VIII.11 a-shaklda tasvirlangan, «ideal holat»dagi kesimga har holda ancha yaqin ekan.

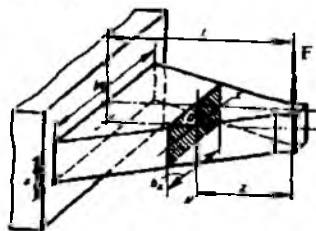
### 8.8-§. Teng qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlar

To'sinlar mustahkamlikka hisoblanayotganda kesim yuzasi eng ko'p kuchlangan, ya'ni eguvchi moment maksimal qiymatga erishgan kesim bo'yicha tanlanadi.

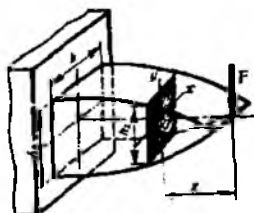
Eguvchi moment qiymatlari kichik bo'lgan boshqa kesimlarda ko'ndalang kesim yuza o'lchamlari kamaytiriladi. Natijada kesim yuzasi o'zgaruvchan to'sin paydo bo'ladi.

Barcha kesim yuzalaridagi eng katta normal kuchlanishlari joiz kuchlanishga teng bo'lgan to'sin teng qarshilik ko'rsatuvchi to'sin deb aytiladi. Bunday to'sinlar uchun uzunlik bo'yicha kesim yuza o'lchamlarining ratsional o'zgarish qonuniyatini bilish muhimdir.

Aytaylik, ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri to'rtburchakli, balandligi o'zgarmas ( $h=const$ ) to'sinning uchiga to'plangan kuch qo'yilgan bo'lsin (VIII.12-shakl).



VIII.12-shakl.



VIII.13-shakl.

$F$  kuchdan  $z$  masofada joylashgan kesimdagi eguvchi moment:

$$M = -Fz.$$

Tayanch kesimda esa eng katta eguvchi moment paydo bo'ladi:

$$M = -F\ell.$$

Yuqorida ta'rif berganimizdek, teng qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlarning mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M|}{W} \leq \sigma_{adm}.$$

Bundan

$$W \geq \frac{|M|}{\sigma_{adm}}.$$

Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli to'sin uchun qarshilik momenti

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

ekanligi oldindan ma'lum.

Oxirgi ikkala ifodalarni o'zaro tenglab, to'sinning eni chiziqli qonuniyat bo'yicha o'zgarishiga ishonch hosil qilamiz:

$$\frac{bh^2}{6} = \frac{Fz}{\sigma_{adm}}$$

yoki 
$$b = \frac{6Fz}{h\sigma_{adm}} = k_1 z. \quad (\text{VIII.22})$$

Bunda

$$k_1 = \frac{6F}{h\sigma_{adm}}. \quad (\text{VIII.23})$$

Endi ko'ndalang kesim yuzasining eni o'zgarmas ( $b = \text{const}$ ), balandligi esa o'zgaruvchan bo'lgan teng qarshilik ko'rsatuvchi to'sinni tahlil qilamiz (VIII.13-shakl).

Yuqoridagi tenglikdan quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$h = \sqrt{6 \frac{Fz}{b\sigma_{adm}}} = k_2 \sqrt{z}. \quad (\text{VIII.24})$$

Bunda

$$k_2 = \sqrt{6 \frac{F}{b \sigma_{adm}}} \quad (\text{VIII.25})$$

Demak, ko'ndalang kesim yuzasining balandligi to'sin uzunligi bo'ylab parabola qonuniyati bo'yicha o'zgarar ekan.

Teng qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlarni tayyorlash jarayoni ko'p mehnat sarflashni talab qilganligi sababli, amalda uning o'rniga «go'yoki» teng qarshilikli to'singa o'xshaydigan ayrim po'lat listlardan tuzilgan resoralar ishlatiladi.

### 8.9-§. Egilishda deformatsiyaning potensial energiyasi

Egilgan to'sinlarning kesimlarida to'planuvchi deformatsiyaning potensial energiyasini aniqlashda solishtirma potensial energiya formulasidan foydalanish ma'qulroq.

To'sinning ko'ndalang kesimidagi ixtiyoriy nuqta atrofidan olingan element umumiy holda, tekis kuchlanish holatida bo'ladi; shu sababli (IV.25) formula quyidagilar ko'rinishni egallaydi:

$$a = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_2). \quad (\text{a})$$

8.7-§ dagi (b) formulani ko'zda tutib oxirgi ifodani quyidagicha yozamiz:

$$a = \frac{1}{2E} \left\{ 2 \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 + \tau^2 \right] - 2\mu \left[ \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 - \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 - \tau^2 \right] \right\} \quad (\text{b})$$

Tegishli soddalashtirishdan keyin tubandagi ko'rinishdagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$a = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\tau^2}{2} \cdot \frac{2(1+\mu)}{E} \quad \text{yoki} \quad a = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\tau^2}{2G}. \quad (\text{VIII.26})$$

Navye va Juravskiy formulalariga tayanib, oxirgi ifodani quyidagicha yozamiz:

$$a = \frac{M^2}{2EJ_x} y^2 + \frac{Q^2 (S_x^{qr})^2}{2GJ_x^2 b^2}. \quad (\text{VIII.27})$$

To'sinning  $dz$  uzunlikdagi qismida to'plangan potensial energiyani aniqlaymiz:

$$dU = a dV \text{ yoki } dU = a dA dz.$$

Bu ifodani to'sinning butun hajmi bo'yicha integrallab (yig'ib), potensial energiyani hisoblaymiz (keyinchalik  $S_x = S_x^{avr}$  deb e'tirof etiladi):

$$U = \iiint \left( \frac{M^2}{2EJ_x^2} \cdot y^2 + \frac{Q^2 \cdot S_x^2}{2GJ_x^2 \cdot b^2} \right) dV. \quad (\text{VIII.28})$$

Elementlar hajmni

$$dV = dA dz$$

ko'paytma ko'rinishda yozib, oxirgi ifodani quyidagicha o'zgartiramiz:

$$U = \int_{(l)} dx \int_{(A)} \frac{M^2 \cdot y^2}{2EJ_x^2} dA + \int_{(l)} dx \int_{(A)} \frac{Q^2 S_x^2}{2GJ_x^2 b^2} dA. \quad (\text{a})$$

$M, J_x, Q, E, G$  larning tekshirilayotgan kesimda o'zgarmasligini nazarda tutib quyidagi ko'rinishdagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$U = \int_{(l)} \frac{M^2 dz}{2EJ_x^2} \int_{(A)} y^2 dA + \int_{(l)} \frac{Q^2 dz}{2GJ_x^2} \cdot \int_{(A)} \frac{S_x^2}{b^2} dA. \quad (\text{b})$$

Bunda  $\int_{(A)} y^2 dA = J_x$  ga teng; agar

$$\eta = \frac{A}{J_x^2} \cdot \int_{(A)} \frac{S_x^2}{b^2} dA \quad (\text{d})$$

belgilashni kiritsak, to'sinning  $l$  uzunlikdagi qismida to'plangan potensial energiya quyidagicha bo'ladi:

$$U = \int_{(l)} \frac{M^2}{2EJ_x} dz + \int_{(l)} \eta \frac{Q^2}{2G \cdot A} dz. \quad (\text{VIII.29})$$

Bunda  $\eta$  – urunma kuchlanishlarning kesim yuza bo'yicha notekis taqsimlanishini hisobga oluvchi o'lchamsiz miqdor; u ko'ndalang kesimning shakliga bog'liq bo'lib, to'g'ri to'rtburchakli kesim uchun

$\eta = 1,2$  ga, doiraviy kesim uchun esa  $\eta = \frac{10}{9}$  ga teng va hokazo.

O'zgarmas kesimli to'sinlar uchun deformatsiyaning potensial energiyasi quyidagicha bo'ladi:

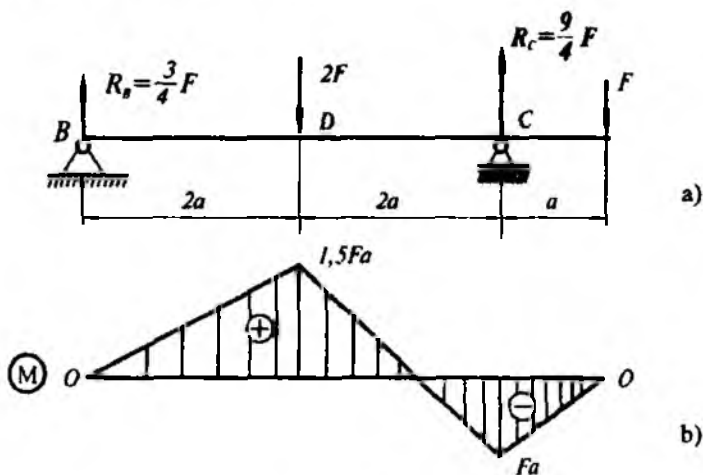
a) ko'ndalang egilishda

$$U = \frac{1}{2EJ_x} \int_{(l)} M^2 dz + \frac{\eta}{2GA} \int_{(l)} Q^2 dz, \quad (\text{VIII.30})$$

b) sof egilishda

$$U = \frac{1}{2EJ_x} \int_{(l)} M^2 dz. \quad (\text{VIII.31})$$

**21-masala.** Uzunligi  $l=5a$  bo'lgan qo'shtvar kesimli to'sinning sortament jadvalidagi nomeri 20 (GOST 8239-72) bo'lib, to'plangan kuchlar bilan yuklangan (VIII.14 a-shakl).



VIII.14-shakl.



Normal kuchlanish  $\sigma = 140 \text{ MPa}$  dan oshmasligi uchun  $F$  kuchning eng katta qiymati qancha bo'ladi?

Hisoblashda  $a = 0,6 \text{ m}$  ga teng deb olinsin.

### Yechish

20 profil uchun  $W_z = 184 \text{ sm}^3$ ; to'sinning mustahkamlik shartidan quyidagicha bo'ladi:

$$M_{\max} = \sigma_{\max} \cdot W_z = 140 \cdot 10^6 \cdot 184 \cdot 10^{-6} = 25760 \text{ N} \cdot \text{m} = 25,76 \text{ kN} \cdot \text{m}. \quad (\text{a})$$

Eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdiki (VIII.14 b-shakl), to'sinning kesimi xavfli kesim bo'lib, unga eng katta eguvchi moment mos keladi:

$$M_{\max} = 1,5 Fa. \quad (\text{b})$$

(a) va (b) ifodalarni taqqoslab kuchning eng katta qiymatini aniqlaymiz:

$$1,5 Fa = 25,76 \text{ kN}, \quad F = 28,62 \text{ kN}.$$

**22-masala.** Asosiy to'sinning o'rtasiga shunday  $F$  kuch qo'yilganki, uning ta'sirida xavfli kesimda vujudga keladigan eng katta normal kuchlanish to'sin materiali uchun joiz normal kuchlanish  $\sigma_{adm}$  dan 30 foizdan ortib ketadi (VIII.15 a-shakl). Ortiqcha kuchlanishni yo'qotish maqsadida yordamchi to'sindan foydalanilgan (VIII.15 b-shakl).

Yordamchi to'sinning uzunligini aniqlang.

### Yechish

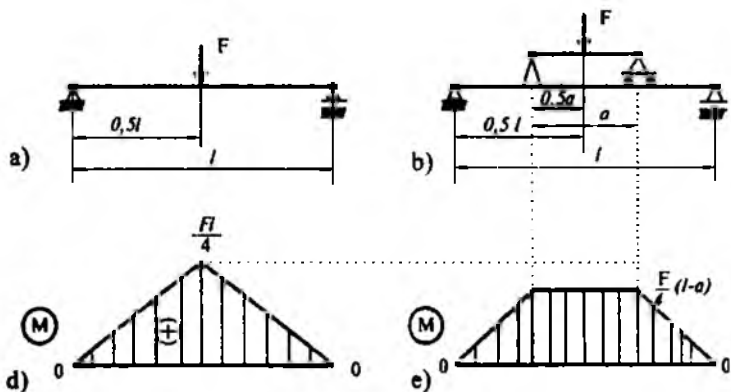
Ikkala hol uchun ham eguvchi moment epyuralarini qurib, xavfli kesimlardagi eng katta eguvchi momentlarini aniqlaymiz.

*1-hol:* yordamchi to'sin bo'lmaganda (VIII.20 d-shakl):

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4}.$$

*2-hol:* yordamchi to'sin bo'lganda (VIII.20 e-shakl):

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4} - \frac{Fa}{4}.$$



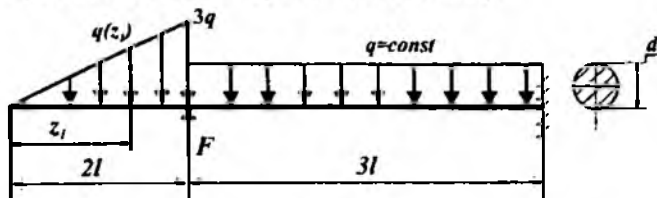
VIII.15-shakl.

Ortiqcha kuchlanishni yo'qotish uchun  $\frac{Fl}{4}$  ni 30 foizga kamaytirish kifoya:

$$0,3 \cdot \frac{Fl}{4} - \frac{Fa}{4} = 0,$$

bundan  $a=0,3l$  ga teng ekanligi kelib chiqadi.

23-masala. To'plangan va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan konsol egilishga qarshilik ko'rsatmoqda (VIII.16-shakl).

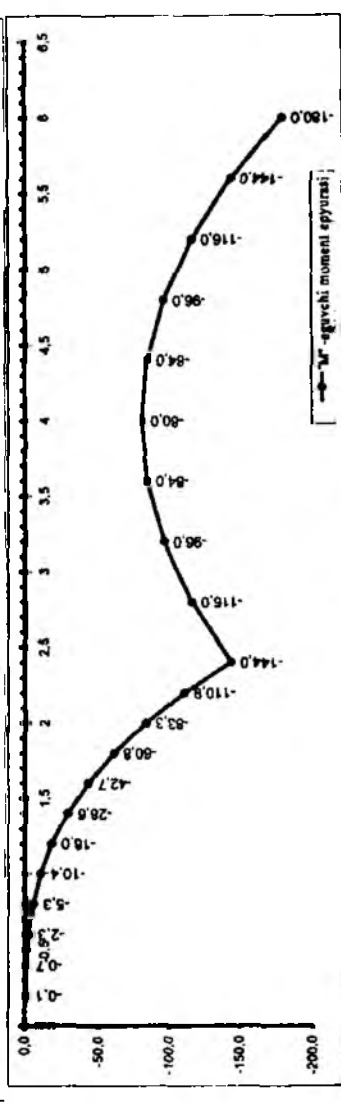
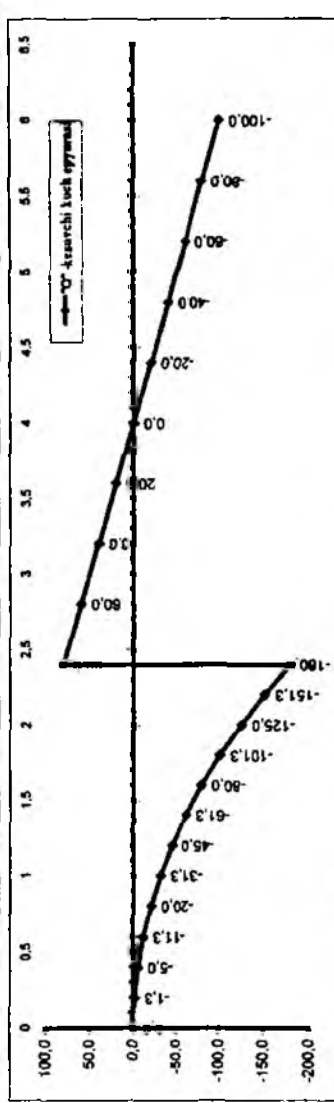


VIII.16-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- har bir oraliq uchun kesuvchi kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun eguvchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish;
- tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash;
- mustahkam kesim yuza tanlash (mustaqil bajarish tavsiya qilinadi).

Oraliq	I										II																													
	$0 \leq z_i \leq 2\ell$																																							
$\gamma$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4	4.6	4.8	5	5.2	5.4	5.6	5.8	6									
$Q$	0.0	-1.3	-4.0	-11.3	-26.0	-51.3	-80.0	-101.3	-113.3	-118.0	-125.0	-135.0	-148.0	-160.0	-170.0	0.0	60.0	140.0	250.0	380.0	500.0	600.0	680.0	740.0	780.0	800.0	800.0	780.0	740.0	680.0	600.0	500.0	400.0	300.0	200.0	100.0				
$\beta$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4	4.6	4.8	5	5.2	5.4	5.6	5.8	6									
$M$	0.0	-0.1	-0.7	-2.1	-4.3	-9.4	-16.0	-26.8	-42.7	-60.8	-82.3	-105.8	-140.0	-180.0	-220.0	80.0	200.0	300.0	380.0	440.0	480.0	500.0	500.0	480.0	440.0	380.0	300.0	200.0	100.0	0.0	-100.0	-200.0	-300.0	-400.0	-500.0	-600.0	-700.0	-800.0	-900.0	-1000.0



VIII.17-shakl.

Berilgan kattaliklar						
$F$	$q$	$\ell$	Material	$\sigma_{adm}$	Kesim yuza:	Oraliq- lar soni
kN	KN/m	m		MPa	doiraviy	
260	50	1,2	po'lat	160		2

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, ishoralar qoidasiga amal qilgan holda kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish:

$$Q = \pm \sum Z(F_i); \quad M = \pm \sum M_0(F_i).$$

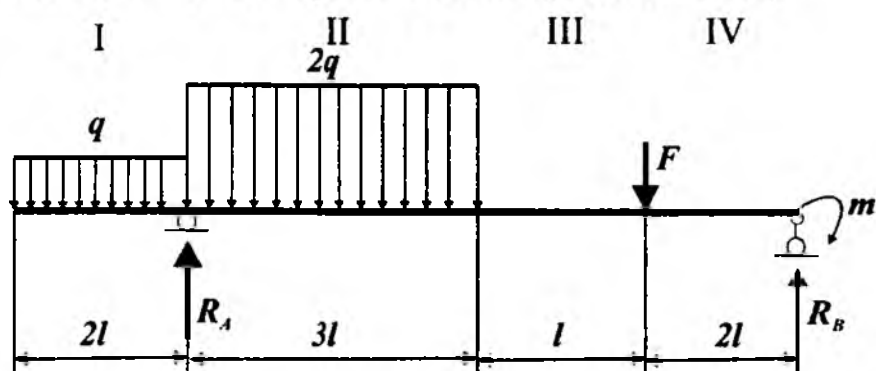
Masalani yechish tartibi:

- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning tenglamalarini tuzish (23.1-jadval);
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish va xavfli kesimni aniqlash (VIII.17-shakl);
- tayanch reaksiyalarini aniqlash;
- mustahkamlik sharti asosida kesim yuza tanlash.

23.1-jadval

Oraliq		Kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$Q(z_1) = -\frac{1}{2} \cdot q(z_1) \cdot z_1 = -\frac{3q}{4\ell} z_1^2$
		$M(z_1) = -\frac{1}{2} \cdot q(z_1) z_1 \cdot \frac{1}{3} z_1 = -\frac{q}{4\ell} \cdot z_1^3$
II	$2\ell \leq z_2 \leq 5\ell$	$Q(z_2) = -\frac{1}{2} 3q 2\ell + F - q(z_2 - 2\ell) = F - q\ell - qz_2$
		$M(z_2) = -\frac{1}{2} \cdot 3q 2\ell \cdot (\frac{1}{3} 2\ell + z_2) + Fz_2 - qz_2^2 = Fz_2 - \frac{1}{2} qz_2^2 - 2q\ell^2$

24-masala. To'plangan kuch, juft kuch va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan to'sin egilishga qarshilik ko'rsatmoqda ( VIII.18-shakl).



VIII.18-shakl

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- har bir oraliq uchun kesuvchi kuchning analitik ifodasini tuzish;
- har bir oraliq uchun eguvchi momentning analitik ifodasini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar					
$F$	$m$	$q$	$l$	material	Oraliklar soni
kN	kN/m	kN/m	m		
50	30	20	1,5	po'lat	4

### Masalaning echilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish

**Masalani yechish tartibi:**

– tayanch reaksiyalarini aniqlash va ularning to'g'riligini tekshirib qurish (24.1-jadval);

– kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzish (24.2-jadval);

– kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish (VIII.19-shakl).

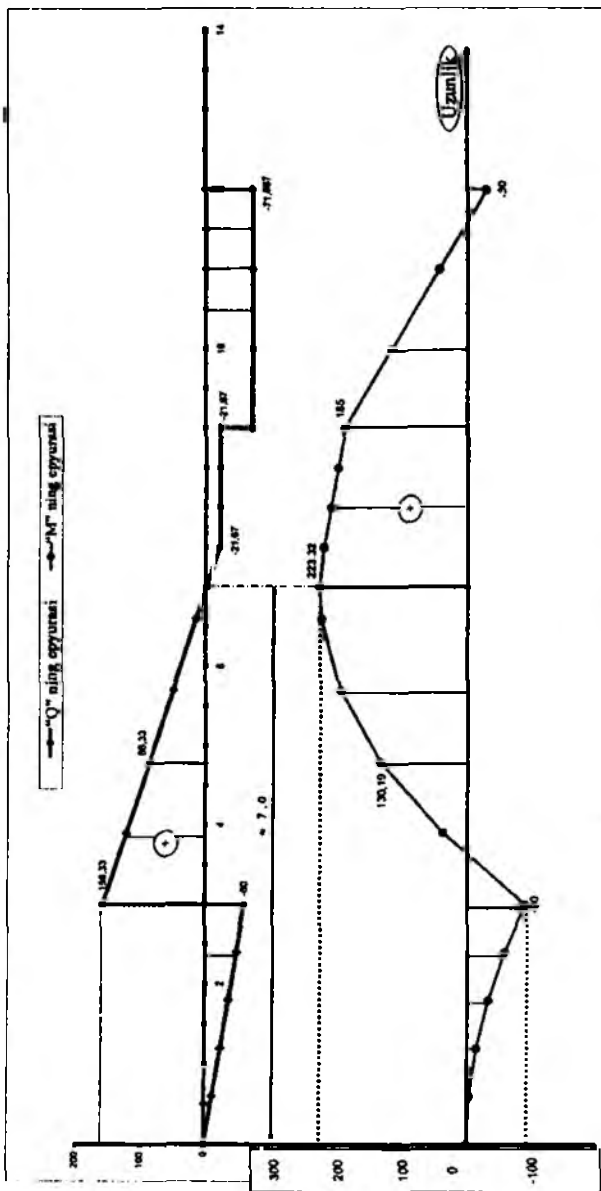
24.1-jadval

1	$R_A = \pm \frac{1}{6\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_B(F_i) \right) = \frac{1}{6\ell} \left( -m + F2\ell + q2\ell \cdot (\ell + 6\ell) + 2q \cdot 3\ell \left( \frac{3\ell}{2} + 3\ell \right) \right)$ $R_B = \pm \frac{1}{6\ell} \left( \sum_{i=1}^4 M_A(F_i) \right) = \frac{1}{6\ell} \left( m + F4\ell + 2q3\ell \cdot \frac{3\ell}{2} - q2\ell \cdot \ell \right)$
2	$\delta = \left  \sum Y_i(R) - \sum Y_i(F) \right  = R_A + R_B - F - 2q \cdot 3\ell - q \cdot 2\ell$

24.2-jadval

Oraliq		Bo'ylama kuch va normal kuchlanishlarning analitik ifodalari
I	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$Q_1 = -q \cdot z_1$
		$M_1 = -0,5 \cdot q \cdot z_1^2$
II	$2\ell \leq z_1 \leq 5\ell$	$Q_2 = R_A - q2\ell - 2q(z_2 - 2\ell)$
		$M_2 = R_A(z_2 - 2\ell) - q2\ell(z_2 - \frac{2\ell}{2}) - 2q \frac{1}{2} (z_2 - 2\ell)^2$
III	$5\ell \leq z_1 \leq 6\ell$	$Q_3 = R_A - q \cdot 2\ell - 2q \cdot 3\ell$
		$M_3 = R_A(z_3 - 2\ell) - q \cdot 2\ell(z_3 - \frac{2\ell}{2}) - 2q \cdot 3\ell(z_3 - 2\ell - \frac{3\ell}{2})$
IV	$6\ell \leq z_1 \leq 8\ell$	$Q_4 = -R_B$
		$M_4 = -m + R_B \cdot (8\ell - z_4)$

R <sub>q</sub>	1	0 ≤ z <sub>1</sub> ≤ 2ℓ												2ℓ ≤ z <sub>2</sub> ≤ 5ℓ						5ℓ ≤ z <sub>3</sub> ≤ 6ℓ						6ℓ ≤ z <sub>4</sub> ≤ 8ℓ																										
		Oraliq	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																					
71,0007	Z	0	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6	6,6	7,2	7,8	8,4	9	9,6	10,2	10,8	11,4	12	12,6	13,2	13,8	14,4	15	15,6	16,2	16,8	17,4	18	18,6	19,2	19,8	20,4	21	21,6	22,2	22,8	23,4	24	24,6	25,2	25,8	26,4	27	27,6	28,2	28,8	29,4	30
0	Q	0	-12	-24	-36	-48	-60,33	-72,33	-84,33	-96,33	-108,33	-120,33	-132,33	-144,33	-156,33	-168,33	-180,33	-192,33	-204,33	-216,33	-228,33	-240,33	-252,33	-264,33	-276,33	-288,33	-300,33	-312,33	-324,33	-336,33	-348,33	-360,33	-372,33	-384,33	-396,33	-408,33	-420,33	-432,33	-444,33	-456,33	-468,33	-480,33	-492,33	-504,33	-516,33	-528,33	-540,33	-552,33	-564,33	-576,33	-588,33	-600,33
-400	M	0	-400	-800	-1200	-1600	-2000	-2400	-2800	-3200	-3600	-4000	-4400	-4800	-5200	-5600	-6000	-6400	-6800	-7200	-7600	-8000	-8400	-8800	-9200	-9600	-10000	-10400	-10800	-11200	-11600	-12000	-12400	-12800	-13200	-13600	-14000	-14400	-14800	-15200	-15600	-16000	-16400	-16800	-17200	-17600	-18000	-18400	-18800	-19200	-19600	-20000



VIII.19-shakl.

### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

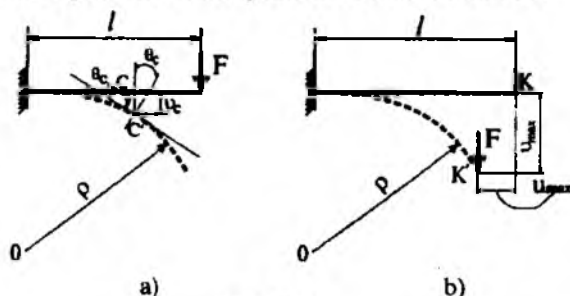
1. Egilishda ichki kuch omillaridan qaysilari paydo bo'ladi?
2. Sof egilish va ko'ndalang egilish nima?
3. Neytral qatlam va neytral o'q nima?
4. Sof egilishda normal kuchlanish formulasini yozing.
5. Ko'ndalang egilishda normal kuchlanish qanday formula yordamida aniqlanadi?
6. Normal kuchlanish bo'yicha to'sinlarning mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
7. Urunma kuchlanish bo'yicha to'sinlarning mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
8. To'sinlarning mustahkamligini bosh kuchlanishlar asosida tekshirish tartibini izohlang.
9. Kesim shaklining ratsional koeffitsienti nimalarga bog'liq?
10. Solishtirma potensial energiya formulasini yozing va uning mohiyatini tushuntiring.



9.1-§. Umumiy mulohazalar

Biz shu vaqtgacha to'sinlarni kuchlanish (normal, urunma va bosh kuchlanish)lar bo'yicha mustahkamlikka tekshirish masalalari bilan shug'ullandik. Endi esa to'sinlarni bikrlikka tekshirishning o'ziga xos muammolari haqida fikr-mulohazalar yuritamiz.

To'sinlarni bikrlikka hisoblash jarayonlarida ularning tashqi kuchlar ta'siri natijasida olgan deformatsiyalarini bilish muhimdir.



IX.1-shakl.

To'sinlarning deformatsiyalarini istalgan ko'ndalang kesimlarning vaziyatlarini tavsiflay oladigan quyidagi ikkita ko'chishlardan iborat deb qarash mumkin (IX.1 a-shakl):

- a) istalgan nuqtalarning salqiligi-chiziqli ko'chish;
- b) istalgan ko'ndalang kesimlarning aylanish burchaklari – burchakli ko'chish.

To'sinning ko'ndalang kesimi og'irlik markazining to'sin o'qiga tik (perpendikular) yo'nalishdagi ko'chishi uning mazkur kesimdagi *salqiligi* deyiladi va  $\nu_c$  yoki  $f_{max}$  harflari bilan belgilanadi.

To'sin uzunligi bo'yicha olingan ixtiyoriy ko'ndalang kesimning dastlabki (deformatsiyalanmagan) vaziyatga nisbatan tekis qolgan holda neytral o'q atrofida ma'lum burchakka og'ishiga mazkur kesimning *aylanish burchagi* deyiladi va  $\theta$  harfi bilan belgilanadi.

Deformatsiyalangan to'sinning barcha ko'ndalang kesim og'irlik markazlarining geometrik o'rniga *egilgan o'q* yoki *elastik chiziq* deyiladi; elastik chiziq tekis egri chiziq bo'lib, u kuch tekisligida yotadi.

To'sinlarning deformatsiyasi yoki bikrligini tahliliy o'rganish masalasi asosan, elastik chiziqning  $v = v(z)$  ko'rinishdagi tenglamasini aniqlashga keltiriladi.

To'sinlarni bikrikka hisoblash uchun avvalo, joiz salqilikni quyidagi formula yordamida aniqlash zarur:

$$v_{adm} = \frac{1}{m}. \quad (a)$$

Bunda  $m$  – loyihalash me'yorlariga muvofiq 300 dan 1000 gacha bo'lgan oraliqdagi o'zgarmas son hisoblanadi; o'ta muhim inshootlar, xususan temir yo'l ko'priklarini loyihalashda  $m=1000$  tanlanadi.

Muhandislik amaliyotida foydalaniladigan juda ko'p to'sinlarda gorizontal ko'chish  $u_{max}$  vertikal ko'chish  $v_{max}$  ga nisbatan yetarlicha kichik ekanligi tasdiqlangan (IX.1 b-shakl). Bu xulosa to'sinlarni loyihalash-hisoblash jarayonlarida gorizontal ko'chishni e'tiborga olmasa ham bo'ladi yoki boshqacha aytganda, barcha nuqtalar faqat vertikal yo'nalishda ko'chadi, degan muhim cheklanish kiritishga imkon beradi.

Egilishdagi deformatsiyalarni aniqlashning bir qancha usullari mavjud; biz bu bobda faqat quyidagi usullar bilan qisqacha tanishib chiqamiz, xolos:

- *egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini bevosita integrallash usuli;*
- *boshlang'ich parametrlar usuli yoki universal formula;*
- *Mor usuli;*
- *Vereshagin usuli.*

## 9.2-§. Egilgan o'qning differensial tenglamasi

Egilgan o'qning differensial tenglamasini keltirib chiqarishda quyidagi cheklanishlarga tayanamiz:

- *salqilik to'sin uzunligiga nisbatan juda kichik deb faraz qilinadi; bu*

esa  $\frac{dv_z}{dz} = tg\theta \approx \theta$  munosabatdan foydalanishga imkon beradi: *deformatsiya*

*vaqtida biror kesimdagi salqilikdan absissa o'qi bo'yicha olingan birinchi tartibli hosila mazkur kesimning aylanish burchagiga tengdir;*

- *to'sinning kesimi deformatsiyadan keyin ham tekisligicha qoladi (Bernulli gipotezasi);*

– ko‘ndalang kuchlardan hosil bo‘luvchi siljish deformatsiyalari e‘tiborga olinmaydi, deb faraz qilinadi; bu taxmin ko‘ndalang kesim tekisligi to‘sin egilgandan keyin ham elastik chiziqqa tikligicha qoladi, deyishga asos bo‘ladi.

Ma‘lumki, elastik chiziqning egriligi  $\frac{1}{\rho}$  eguvchi momentga to‘g‘ri, bikrikka esa teskari mutanosib bog‘lanishda edi (8.2-§ ga qarang):

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{M(z)}{EJ_x}. \quad (a)$$

Tenglamadagi manfiy ishora to‘sinning yuqori tolalari cho‘zilayotganligini ko‘rsatadi.

Oliy matematikadan ma‘lumki, tekis egri chiziq ustida yotuvchi va koordinatlari  $v, z$  bo‘lgan ixtiyoriy nuqtadagi egrilik quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (b)$$

Endi (a) va (b) ifodalarni tenglashtiramiz:

$$\pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M(z)}{EI_x}. \quad (IX.1)$$

Bunga elastik chiziqning aniq differensial tenglamasi deyiladi; bu tenglamani integrallash ancha murakkab, chunki maxrajda chiziqli

bo‘lmagan  $\left(\frac{dv}{dz}\right)^2$  had ishtirok etmoqda.

Bu qiyinchiliklardan qutilish maqsadida yuqorida qayd etilgan cheklanishlarga murojaat qilamiz.

Amaliyotda qo'llaniladigan juda ko'p to'sinlarning maksimal salqiligi bilan uzunligi o'rtasidagi munosabat  $v_{\max} = \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{3000}\right)l$  ekanligi, birinchidan elastik chiziqning deformatsiyalanmagan o'qdan kam farq qilishini, qolaversa, maxrajdagi  $\left(\frac{dv}{dz}\right)^2 \approx \theta^2$  ning birga nisbatan juda kichik bo'lishini tasdiqlaydi.

Shu sababli quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

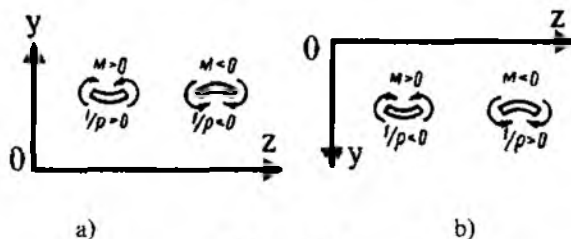
$$\pm \frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M(z)}{EJ_x} \quad (\text{IX.2})$$

Bunga egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasi deyiladi.

Endi (a) ifodaning ishoralarini tanlash haqida fikr-mulohazalar yuritimiz.

Eguvchi moment  $M(z)$  ning ishorasi koordinata o'qlarining yo'nalishiga bog'liq emas; lekin elastik chiziqning egriligi  $\frac{1}{\rho}$  va ikkinchi tartibli hosila  $\frac{d^2v}{dz^2}$  ning ishoralari o'zaro mos tushib, ular koordinata o'qlarining yo'nalishiga bog'liqdir (IX.2 a, b-shakl).

Bundan xulosa shuki, (a) ifodaga qat'iy bir ishora berish uchun o'qi doimo yuqoriga yo'naltiriladi hamda ifodaning ishorasi eguvchi moment  $M(z)$  uchun ilgari qabul qilingan ishoralar qoidasiga muvofiq olinadi.



IX.2-shakl.

Demak, oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \pm \frac{M(z)}{EJ_x}. \quad (\text{IX.3})$$

### 9.3-§. Elastik chiziqning taqribiy differensial tenglamasini integrallash. Chegaraviy shartlar

Salqilik va aylanish burchaklarining analitik ifodasini olish uchun (IX.3) differensial tenglamani ketma-ket integrallash kifoya.

(IX.3) tenglamani o'ng tomoni faqat  $z$  ga bog'liq ma'lum funktsiya bo'lganligi sababli, u oddiy differensial tenglamadir. Uni bir marta integrallab, aylanish burchagining tenglamasini hosil qilamiz:

$$\theta(z) = \frac{dv}{dz} = \pm \int \frac{M(z)}{EJ} dz + C. \quad (\text{IX.4})$$

Ikkinchi marta integrallab esa egilgan to'sin o'qining tenglamasini olamiz:

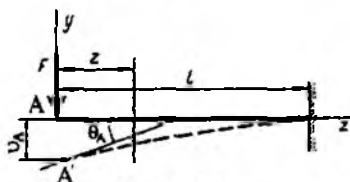
$$v(z) = \int \left[ \pm \int \frac{M(z)}{EJ} dz + C \right] dz + D. \quad (\text{IX.5})$$

(IX.4) va (IX.5) ifodalar tarkibidagi  $C$  va  $D$  integral o'zgarmlari to'sinning tayanchlarga mahkamlanish usuliga bog'liq bo'lgan chegaraviy shartlardan topiladi.

Ikki yoki undan ortiq oraliqlarga ega bo'lgan to'sinlar uchun esa qo'shimcha chegaraviy shartlar tuzish lozim; chegaraviy shartlar oraliqlar uchun umumiy kesimda elastik chiziqning uzluksiz va silliq bo'lish shartidan foydalanib tuziladi.

Masalani chegaraviy shartlari haqida bir muncha kengroq tushuncha olish maqsadida quyidagi uchta misolni tahlil qilib chiqamiz.

**1-misol.** Chap uchiga  $F$  kuch qo'yilgan konsol uchun chegaraviy shartni yozing (IX.3-shakl).



IX.3-shakl.

### Yechish

Konsol bitta oraliqdan iborat bo'lganligi bois 2 ta integral o'zgar-maslari paydo bo'ladi; bu o'zgar-mas sonlarni aniqlash uchun esa albat-ta, ikkita chegaraviy shart zarur.

Konsolning qistirib mahkamlangan kesimining salqiligi va aylanish burchagi nolga tengligidan quyidagi chegaraviy shartlarga ega bo'lamiz:

$$z = l \text{ bo'lganda } \theta(l) = 0;$$

$$z = l \text{ bo'lganda } v(l) = 0.$$

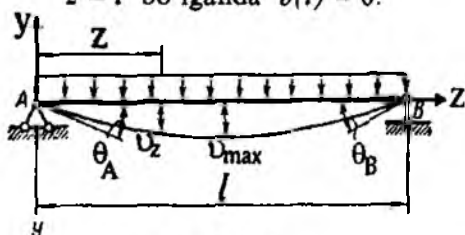
**2-misol.** IX.4-shaklda tavrirlangan oddiy to'sin uchun chegaraviy shart-larni tuzing.

To'sin bitta oraliqdan iborat, shuning uchun ikkita integral o'zgar-maslari paydo bo'ladi.

To'sinning tayanchlarga tiralgan uchlardagi salqiligi nolga teng; bun-dan quyidagi chegaraviy shartlarni yozish imkoniyati kelib chiqadi:

$$z = 0 \text{ bo'lganda } \theta(0) = 0;$$

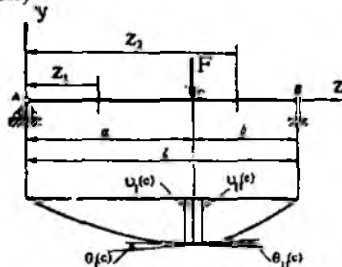
$$z = l \text{ bo'lganda } v(l) = 0.$$



IX.4-shakl.

Bu chegaraviy shartlar ikkita integral o'zgar-maslarini aniqlash uchun yetarlidir.

**3-misol.**  $F$  kuch bilan yuklangan oddiy to'sin uchun chegaraviy shart-larni yozing (IX.5-shakl).



IX.5-shakl.

To'sin ikki oraliqdan iborat bo'lganligi sababli to'rtta integral o'zgarmlari paydo bo'ladi. Albatta, to'rtta o'zgarmlar sonni aniqlash uchun to'rtta chegaraviy shart zarur.

To'sinning tayanchlarga tiralgan kesimlarida salqilik nolga tengligidan quyidagi ikkita chegaraviy shart kelib chiqadi:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } v_1(0) = 0;$$

$$z_2 = l \text{ bo'lganda } v_2(l) = 0.$$

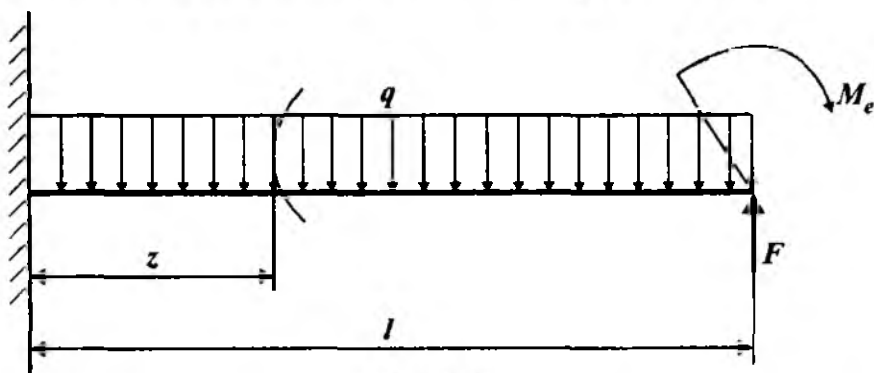
Qolgan ikkita qo'shimcha shartlarni oraliqlarning  $C$  kesimda qo'shilish shartidan yoki, boshqacha aytganda, elastik chiziqning bir oraliqdan qo'shni ikkinchi oraliqqa o'tishda uzluksiz va silliq bo'lishi shartidan foydalanib tuzamiz:

$$z_1 = z_2 = a \text{ bo'lganda } v_1(a) = v_2(a);$$

$$z_1 = z_2 = a \text{ bo'lganda } \theta_1(a) = \theta_2(a).$$

Shunday qilib, to'rtta chegaraviy shartdan to'rtta algebraik tenglama hosil bo'ladi, ular birgalikda yechilganda to'rtta integral o'zgarmlari topiladi.

**25-masala.** Yoyilgan kuch bilan yuklangan konsolning erkin uchiga juft kuch va to'plangan kuch ta'sir ko'rsatmoqda (IX.6-shakl).



IX.6-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini;
- ichki kuchlarning tenglamalarini tuzish;
- aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $v(z)$  larning analitik ifodalarini tuzish;

- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish;
- eguvchi moment epyurasidan foydalanib, xavfli kesimni topish;
- aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $\nu(z)$ larning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar						
$F$	$M_e$	$q$	$l$	material	egilishdagi bikrlik o'zgarmas	Oraliqlar soni
kN	kNm	kN/m	m	po'lat	$EJ_x = const$	1
90	45	110	1.8	St 5		

### Masalaning yechilishi

**Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:**

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, ichki kuchlarning analitik ifodasini tuzish;
- egilgan o'qning takribiy differensial tenglamasining mohiyatini bilish:

$$\frac{d^2\nu(z)}{dz^2} = \pm \frac{M(z)}{EJ_x};$$

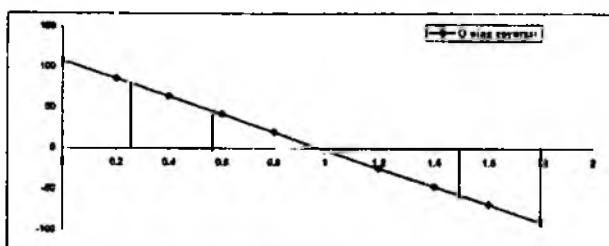
- to'sinlarning tayanchga mahkamlanishiga qarab, chegaraviy shartlarni yoza olish.

#### Masalani yechish tartibi:

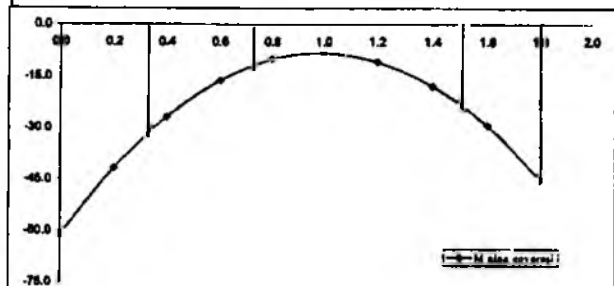
- kesish usuli yordamida ichki kuchlarning ifodalarini tuzish va aniq masshtab tanlab, ularning epyuralarini qurish;
- epyuralardan foydalanib, tayanch reaksiyalarini va xavfli kesimni topish;
- egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini berilgan masalaga qo'llash (bunda  $M$  ning ishoralariga alohida e'tibor berish lozim);
- egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini 2 marta ketma-ket integrallash;
- chegaraviy shartlardan foydalanib, integral o'zgarmaslarini topish;
- umumiy holda aylanish burchagi va salqilikning ifodalarini yozish;
- aylanish burchagi va salqilikning ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $\theta$  va  $\nu$  larning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $\nu(z)$  larning epyuralarini qurish;
- xulosa qilish.



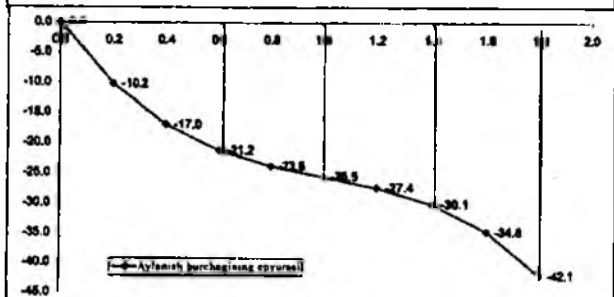
$x$	$Q$
0	100
0.2	80
0.4	64
0.6	47
0.8	30
1	7
1.2	-24
1.4	-48
1.6	-78
1.8	-100



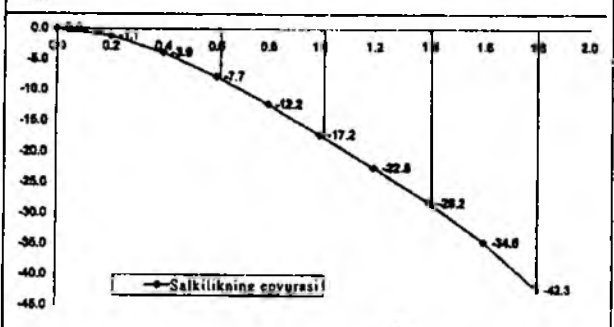
$x$	$M$
0.0	-81.2
0.2	-41.8
0.4	-28.6
0.6	-18.2
0.8	-10.0
1.0	-4.2
1.2	-10.8
1.4	-17.8
1.6	-29.2
1.8	-45.0



$x$	$\theta$
0.0	0.0
0.2	-10.2
0.4	-17.0
0.6	-21.2
0.8	-23.8
1.0	-26.5
1.2	-27.4
1.4	-30.1
1.6	-34.8
1.8	-42.1



$x$	$U$
0.0	0.0
0.2	-1.1
0.4	-3.8
0.6	-7.7
0.8	-12.2
1.0	-17.2
1.2	-22.6
1.4	-28.2
1.6	-34.8
1.8	-42.3

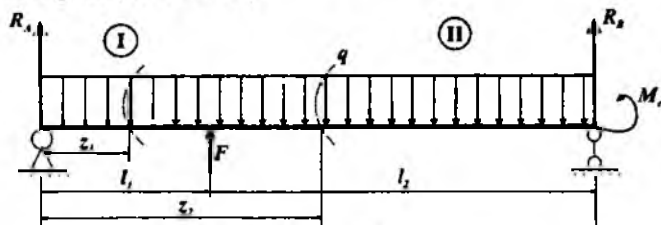


umumiy xal

IX.7-shaki

Masalani yechish tartibi		Oraliq: $0 \leq z \leq l$	
I	Q va M ning analitik ifodalarini tuzish	$Q(z) = -F + q(\ell - z)$	
		$M(z) = F(\ell - z) - M_0 - 0.5q(\ell - z)^2$	
II	egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini yozish va uni ketma-ket integrallash	$EJ_z \cdot v''(z) = F(\ell - z) - M_0 - 0.5q(\ell - z)^2$	
		$EJ_z \cdot \theta(z) = \int (F(\ell - z) - M_0 - 0.5q(\ell - z)^2) dz + C$	
		$EJ_z \cdot v(z) = \int dz \left[ (F(\ell - z) - M_0 - 0.5q(\ell - z)^2) dz + Cz + D \right]$	
III	chegaraviy shartlarni tuzish	$z=0$ da $\theta(0) = v(0) = 0$ bo'ladi	natija:
			$S=D=0$
IV	egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini yozish (umumiy hol)	$EJ_z \cdot \theta(z) = -(0.5q\ell^2 + M_0 - F\ell)z + (q\ell - F)\frac{z^2}{2} - \frac{qz^3}{6}$	
		$EJ_z \cdot v(z) = -(0.5q\ell^2 + M_0 - F\ell)\frac{z^2}{2} + (q\ell - F)\frac{z^3}{6} - \frac{qz^4}{24}$	

26-masala. Oddiy to'sin to'plangan kuch, juft kuch va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan (IX.8-shakl).



IX.8-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash;
- ichki kuchlarning tenglamalarini tuzish;
- aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $v(z)$  larning analitik ifodalarini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish;
- eguvchi moment epyurasidan foydalanib, xavfli kesimni topish;
- aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $v(z)$  larning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar							
$F$	$M$	$q$	$\zeta_1$	$\zeta_2$	material	egilishdagi bikrlik o'zgarmas	Oraliq- lar soni
kN	kNm	kN/m	m	m	po'lat	$EJ_x = \text{cm}^4$	
100	50	80	0,8	2,2	St 5		2

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarini aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, ichki kuchlarning analitik ifodasini tuzish;
- egilgan o'qning takribiy differensial tenglamasining mohiyatini bilish:

$$\frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \pm \frac{M(z)}{EJ_x};$$

- to'sinlarning tayanchga mahkamlanishiga qarab, chegaraviy shartlarni yoza olish.

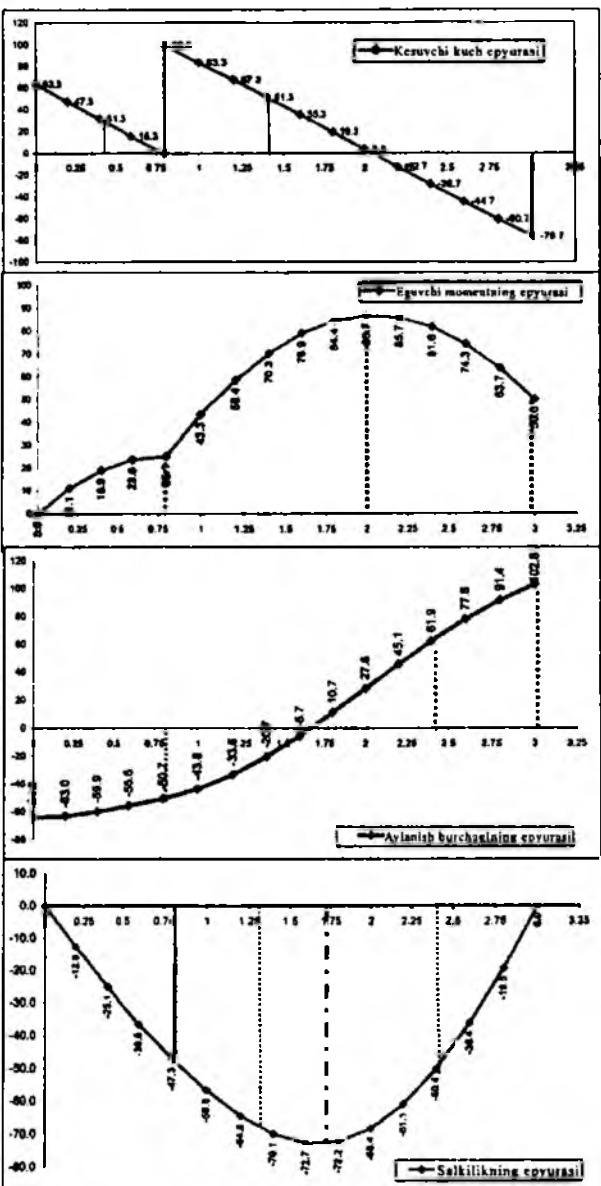
#### Masalani yechish tartibi:

- kesish usuli yordamida ichki kuchlarning ifodalarini tuzish va aniq masshtab tanlab, ularning epyuralarini qurish;
- epyuralardan foydalanib, tayanch reaksiyalarini va xavfli kesimni topish;
- egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini berilgan masalaga qo'llash (bunda  $M$  ning ishoralariga alohida e'tibor berish lozim);
- egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini 2 marta ketma-ket integrallash;
- chegaraviy shartlardan foydalanib, integral o'zgarmaslarini topish;
- umumiy holda aylanish burchagi va salqilikning ifodalarini yozish;
- aylanish burchagi va salqilikning ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $\theta$  va  $v$  larning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $v(z)$  larning epyuralarini qurish (IX.9-shakl);
- xulosa qilish.

<b>Tayanch reaksiyalarini aniqlash</b>	
$R_A = \frac{1}{\ell_1 + \ell_2} \sum M_n = \frac{1}{\ell_1 + \ell_2} (M_c - F\ell_2 + 0.5q(\ell_1 + \ell_2)^2)$	
$R_B = \frac{1}{\ell_1 + \ell_2} \sum M_{A_i} = \frac{1}{\ell_1 + \ell_2} (-M_c - F\ell_1 + 0.5q(\ell_1 + \ell_2)^2)$	
<b>Tekshirish:</b> $\sum Y_i = R_1 + R_B + F - q(\ell_1 + \ell_2) = 0$	
<b>Q va M ning analitik ifodalarini tuzish</b>	
$0 \leq z_1 \leq \ell_1$	$\ell_1 \leq z_2 \leq (\ell_1 + \ell_2)$
$Q(z_1) = R_A - qz_1$	$Q(z_2) = R_A + F - qz_2$
$M(z_1) = R_A z_1 - 0.5qz_1^2$	$M(z_2) = R_A z_2 - 0.5qz_2^2 + F(z_2 - \ell_1)$
<b>Egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasini yozish va uni ketma-ket integrallash</b>	
$EJv''(z_1) = \pm M(z_1) = R_A z_1 - 0.5qz_1^2$	$EJv''(z_2) = \pm M(z_2) = R_A z_2 - 0.5qz_2^2 + F(z_2 - \ell_1)$
$EJ\theta(z_1) = 0.5R_A z_1^2 - \frac{1}{6}qz_1^3 + C_1$	$EJ\theta(z_2) = R_A \frac{z_2^2}{2} + F \frac{(z_2 - \ell_1)^2}{2} - \frac{1}{6}qz_2^3 + C_2$
$EJv(z_1) = \frac{1}{6}R_A z_1^3 - \frac{1}{24}qz_1^4 + C_1 z_1 + D_1$	$EJv(z_2) = R_A \frac{z_2^3}{6} + F \frac{(z_2 - \ell_1)^3}{6} - \frac{1}{24}qz_2^4 + C_2 z_2 + D_2$
<b>Izoh:</b> ikkinchi oraliqdagi $(z_2 - \ell_1)$ ifodani qavsni ochmasdan integrallash lozim	
<b>Chegaraviy shartlarni tuzish</b>	
1	$z_1 = 0$ bo'lganda $v(z_1) = v(0) = 0$ bo'ladi
2	$z_2 = \ell_1 + \ell_2$ bo'lganda $v(z_2) = v(\ell_1 + \ell_2) = 0$ bo'ladi
3	$z_1 = z_2 = \ell_1$ bo'lganda $\theta(z_1) = \theta(z_2)$ bo'ladi
4	$z_1 = z_2 = \ell_1$ bo'lganda $v(z_1) = v(z_2)$ bo'ladi
<b>4 ta chegaraviy shartlar yordamida 4 ta integral o'zgarmaslari aniqlanadi</b>	
$C_1 = -64.15$	$C_2 = -64.15$
$D_1 = 0$	$D_2 = 0$

<b>Egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasi (umumiy hol)</b>	
$EJ\theta(z_1) = 0.5R_A z_1^2 - \frac{1}{6}qz_1^3 - 64.15$	$EJ\theta(z_2) = R_A \frac{z_2^2}{2} + F \frac{(z_2 - \ell_1)^2}{2} - \frac{1}{6}qz_2^3 - 64.15$
$EJv(z_1) = \frac{1}{6}R_A z_1^3 - \frac{1}{24}qz_1^4 - 64.15z_1$	$EJv(z_2) = R_A \frac{z_2^3}{6} + F \frac{(z_2 - \ell_1)^3}{6} - \frac{1}{24}qz_2^4 - 64.15z_2$

$R$	$R_1$	$\delta$
0.2	0.2	0.0
0.4	0.4	0.0
0.6	0.6	0.0
0.8	0.8	0.0
1.0	1.0	0.0
1.2	1.2	0.0
1.4	1.4	0.0
1.6	1.6	0.0
1.8	1.8	0.0
2.0	2.0	0.0
2.2	2.2	0.0
2.4	2.4	0.0
2.6	2.6	0.0
2.8	2.8	0.0
3.0	3.0	0.0
0.0	0.0	0.0
0.2	0.2	11.1
0.4	0.4	18.8
0.6	0.6	24.8
0.8	0.8	29.1
1.0	1.0	31.8
1.2	1.2	33.8
1.4	1.4	35.1
1.6	1.6	35.7
1.8	1.8	35.7
2.0	2.0	35.1
2.2	2.2	33.8
2.4	2.4	31.8
2.6	2.6	29.1
2.8	2.8	24.8
3.0	3.0	18.8
0.0	0.0	0.0
0.2	0.2	-12.8
0.4	0.4	-25.1
0.6	0.6	-38.8
0.8	0.8	-47.3
1.0	1.0	-50.8
1.2	1.2	-52.8
1.4	1.4	-53.1
1.6	1.6	-52.8
1.8	1.8	-51.1
2.0	2.0	-47.3
2.2	2.2	-41.1
2.4	2.4	-32.8
2.6	2.6	-22.8
2.8	2.8	-12.8
3.0	3.0	0.0



IX.9-shakl.

### 9.4-§. Boshlang'ich parametrlar usuli

Bundan oldingi paragrafda ko'rib chiqilgan usulning asosiy kamchiligi quyidagilardan iborat:

– har bir oraliq uchun eguvchi momentning ifodasini yozish va (IX.3) tenglamani ketma-ket integrallash zarur;

– integral o'zgarmlari soniga qarab chegaraviy shartlar tuzish kerak (bordi-yu, to'sinlar  $n$  ta oraliqdan iborat bo'lsa, chegaraviy shartlar asosida tuzilgan  $2n$  algebraik tenglamani integral o'zgarmlariga nisbatan yechish lozim).

Garchi bu ishlar matematik nuqtayi nazardan qaraganda qiyinchilik tug'dirmasada, ko'p mehnat talab qiladi. Shu bois, yuqoridagi kamchiliklardan xoli bo'lgan boshlang'ich parametrlar usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Bu usul quyidagi asosiy qoidalarga tayanadi:

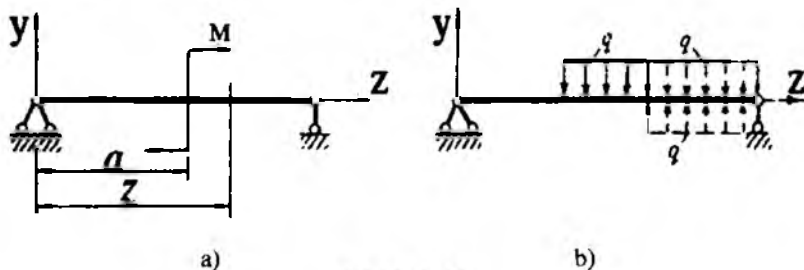
– koordinata boshi to'sinning chap uchidan tanlanadi va u hamma oraliqlar uchun umumiy hisoblanadi;

– qirqimdan chap tomonda joylashgan tashqi kuchlardan eguvchi moment ifodasi tuziladi;

–  $(z-a)^n$  ko'rinishdagi ko'phadlarni integrallashda qavslarni ochmaslik lozim:

$$\int (z-a)^n dz = \frac{(z-a)^{n+1}}{n+1} + C; \quad (a)$$

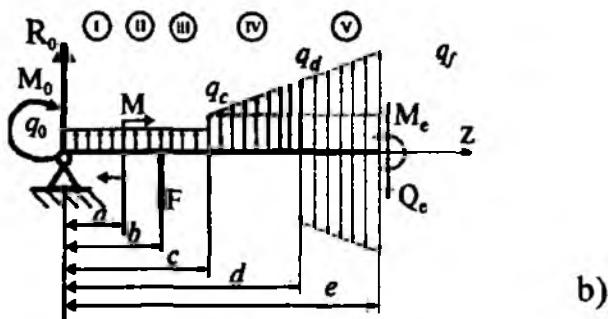
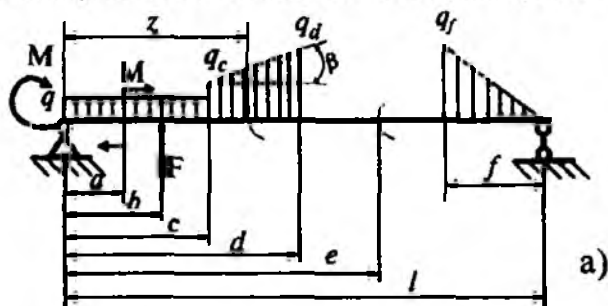
– to'singa qo'yilgan juft kuchlardan eguvchi moment ifodasini tuza-yotganda uni  $(z-a)^0=1$  binomga ko'paytirish tavsiya qilinadi; bunda  $a$  - koordinata boshidan juft kuchlar qo'yilgan kesimgacha bo'lgan masofa (IX.10 a-shakl);



IX.10-shakl.

– agar tekis yoyilgan yuk ( $q = \text{const}$ ) to'sinning oxirgi uchiga yetmagan bo'lsa, u «sun'iy» ravishda davom ettiriladi (IX.10 b-shakl). Ammo to'sinning muvozanatini buzmaslik uchun intensivligi  $q$  ga teng va unga teskari yo'nalishdagi yuk tegishli masofaga qo'yiladi; bu yukda ingichka chiziq bilan tasvirlangan.

Yuqorida aytilgan shartlar asosida ixtiyoriy tashqi kuchlar bilan yuklangan  $n$  ta oraliqdan iborat to'sinni ko'rib chiqamiz (IX.11 a-shakl).



IX.11-shakl.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, yoyilgan kuch

$$q(z) = q_c + k(z-c) \quad (b)$$

qonuniyat bo'yicha ta'sir etmoqda.

Bunda  $k = \text{tg}\beta = \frac{q_d - q_c}{d - c}$  – og'ma chiziqning burchak  $q'(z) = k$  koeffitsienti;

(b) dan  $q'(z) = k$  ekanligi kelib chiqadi.

Kesish usulidan foydalanib, to'sinning ixtiyoriy ikki qo'shni oraliq'i, masalan IV va V oraliqlari uchun eguvchi momentning ifodasini tuza-miz (IX.11 b-shakl):

IV oraliq

$$\begin{aligned} M(z) &= M_0 + Q_0 z + q_0 z \frac{z}{2} + M(z-a)^0 + F(z-b) + q_c \frac{(z-c)^2}{2} + \frac{1}{2}(q_c - q_c)(z-c) \frac{(z-c)}{3} = \\ &= M_0 + Q_0 z + q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a)^0 + F(z-b) + q_c \frac{(z-c)^2}{2} + q'(z) \frac{(z-c)^3}{6} \end{aligned}$$

V oraliq

$$\begin{aligned} M(z) &= M_0 + Q_0 z + q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a)^0 + F(z-b) + q_c \frac{(z-c)^2}{2} + q'(z) \frac{(z-c)^3}{6} - \\ &\quad - q_d \frac{(z-d)^2}{2} - q'(z) \frac{(z-d)^3}{6}. \end{aligned}$$

Bularni navbat bilan egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasi

$$EJv''_z = M(z)$$

ga qo'yib, uni ketma-ket ikki marta integrallaymiz:

IV oraliq

$$\begin{aligned} EJ\theta_z &= M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + q_0 \frac{z^3}{6} \Big|_l + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + q_c \frac{(z-c)^3}{6} + q'(z) \frac{(z-c)^4}{24} + C_4, \\ EJv_z &= M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + q_0 \frac{z^4}{24} \Big|_l + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + q_c \frac{(z-c)^4}{24} + \\ &+ q'(z) \frac{(z-c)^5}{120} + C_4 z + D_4. \end{aligned}$$

V oraliq

$$\begin{aligned} EJ\theta_z &= M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + q_0 \frac{z^3}{6} \Big|_l + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + q_c \frac{(z-c)^3}{6} + q'(z) \frac{(z-c)^4}{24} - \\ &\quad - q_d \frac{(z-d)^3}{6} - q'(z) \frac{(z-d)^4}{24} + C_5, \\ EJv_z &= M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + q_0 \frac{z^4}{24} \Big|_l + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + q_c \frac{(z-c)^4}{24} + q'(z) \frac{(z-c)^5}{120} - \\ &\quad - q_d \frac{(z-d)^4}{24} - q'(z) \frac{(z-d)^5}{120} + C_5 z + D_5. \end{aligned}$$



$C$  va  $D$  integral o'zgarmlarini  $IV$  va  $V$  oraliqlar qo'shilgan kesimda elastik chiziqning uzluksiz va silliq bo'lishi shartidan foydalanib topamiz.

Aniqrog'i,  $z=d$  bo'lganda, ya'ni  $IV$  va  $V$  oraliqlarning qo'shilgan joyida:

$$\theta_4 = \theta_5 \text{ va } v_4 = v_5.$$

Bundan  $C_4 = C_5$  va  $D_4 = D_5$  ekanligi kelib chiqadi.

Xuddi shu tartibda  $n-1$  va  $n$  oraliqlar uchun quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$C_{n-1} = C_n \text{ va } D_{n-1} = D_n.$$

Shunday qilib,  $n$  ta oraliqdan iborat to'sin uchun:

$$C_1 = C_2 = \dots = C_n = C_{n+1} = C$$

$$D_1 = D_2 = \dots = D_{n-1} = D_n = D_{n+1} = D.$$

Demak, bundan shunday muhim xulosa kelib chiqadi: to'sin qancha oraliqlardan iborat bo'lishidan qat'iy nazar, integral o'zgarmlari soni ikkitadan ortmas ekan.

Bu xulosa integral o'zgarmlarini to'sinning ixtiyoriy oralig'idan aniqlashga imkon beradi; tabiiyki, ko'chishlarni aniqlashga oid masalalar yechayotganda  $C$  va  $D$  larni to'sinning  $I$  oralig'idan aniqlash ancha qulaylik tug'diradi.

Shu bois:

$$z = 0 \text{ bo'lganda } EJ\theta_0 = C,$$

$$z = 0 \text{ bo'lganda } EJv_0 = D.$$

$C$  va  $D$  larning topilgan qiymatlarini  $V$  oraliq uchun yozilgan ifodalarga keltirib qo'yamiz (bu ifodalar umumiy holda yozilgan bo'lib, ularda to'sinning  $z$  oralig'iga amalda bir nechta juft kuch, to'plangan kuch va yoyilgan kuchlar tizimi ta'sir ko'rsatishi ham mumkinligi e'tiborga olingan):

$$EJ\theta_z = EJ\theta_0 + M_0 \frac{z^2}{2!} + Q_0 \frac{z^3}{3!} + q_0 \frac{z^4}{4!} + \sum M \frac{(z-a)^2}{2!} + \sum F \frac{(z-b)^2}{2!} + \sum q_c \frac{(z-c)^2}{2!} + \sum q'(z) \frac{(z-c)^4}{4!} + \sum q_d \frac{(z-d)^3}{3!} + \sum q'(z) \frac{(z-d)^4}{4!},$$

$$EJv_z = EJv_0 + EJ\theta_0 z + M_0 \frac{z^2}{2!} + Q_0 \frac{z^3}{3!} + q_0 \frac{z^4}{4!} + \sum M \frac{(z-a)^2}{2!} + \sum F \frac{(z-b)^2}{2!} + \sum q_c \frac{(z-c)^4}{4!} + \sum q'(z) \frac{(z-c)^5}{5!} + \sum q_d \frac{(z-d)^4}{4!} + \sum q'(z) \frac{(z-d)^5}{5!} \quad (IX.6)$$

(IX.6) formulalarga elastik chiziqning *universal formulari* deb ataladi.

(IX.6) formulaning birinchisi yordamida to'sinning ixtiyoriy kesimlaridagi aylanish burchaklari, ikkinchisi yordamida esa salqiligi topiladi.

Bunda,  $\theta_0$  – koordinata boshidagi kesimning aylanish burchagi;

$\nu_0$  – koordinata boshidagi salqilik.

$a, b, c$  – koordinata boshidan mos ravishda juft kuch, to'plangan kuch va yoyilgan kuchlargacha bo'lgan masofalar.

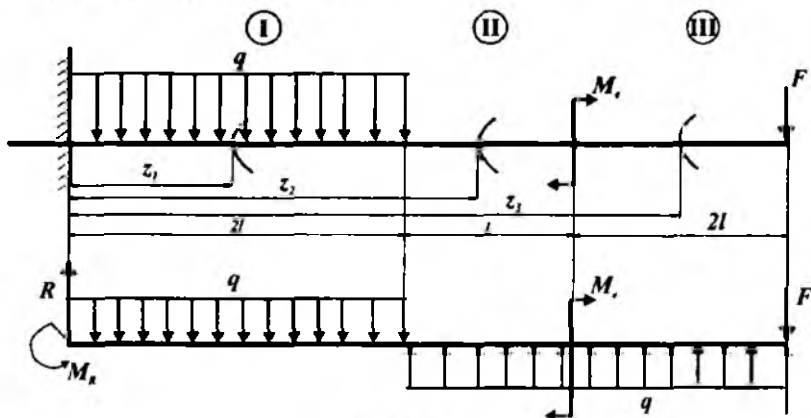
Odatda, universal formulalar tarkibidagi to'sinning I oralig'iga tegishli bo'lgan  $M_0, Q_0, q_0, \theta_0$  va  $\nu_0$  parametrlar boshlang'ich parametrlar deb ataladi.

Koordinata boshidagi ikkita  $\theta_0$  va  $\nu_0$  boshlang'ich parametrlar masalaning chegaraviy shartlari yordamida topiladi.

Agar to'singa qo'yilgan yoyilgan kuchlar bir tekisda taqsimlansa, u holda universal formulalar birmuncha soddaroq ko'rinishni egallaydi:

$$\left. \begin{aligned}
 EJ\theta_z &= EJ\theta_0 + M_0 \frac{z}{1!} + Q_0 \frac{z^2}{2!} + q_0 \frac{z^3}{3!} \Big|_I + \sum M \frac{(z-a)^1}{1!} + \sum F \frac{(z-b)^2}{2!} + \sum q \frac{(z-c)^3}{3!}, \\
 EJ\nu_z &= EJ\nu_0 + EJ\theta_0 z + M_0 \frac{z^2}{2!} + Q_0 \frac{z^3}{3!} + q_0 \frac{z^4}{4!} \Big|_I + \sum M \frac{(z-a)^2}{2!} + \sum F \frac{(z-b)^3}{3!} + \sum q \frac{(z-c)^4}{4!}
 \end{aligned} \right\} \text{(IX.7)}$$

**27-masala.** Konsol to'plangan kuch, juft kuch va yoyilgan kuchlar bilan yuklangan (IX.12-shakl).



IX.12-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash;
- ichki kuchlarning tenglamalarini tuzish;
- universal formula asosida  $\theta(z)$  va  $\nu(z)$  larning ifodalarini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish;
- eguvchi moment epyurasidan foydalanib, xavfli kesimni topish;
- aylanish burchagi va  $\theta(z)$  salqilik  $\nu(z)$  larning epyuralarini qurish.

Berilgan kattaliklar						
$F$	$M_r$	$q$	$l$	material	egilishdagi biktirlik o'zgarmas	Orallqlar soni
kN	kNm	kN/m	m	po'lat	$EJ_z = const$	3
45	50	30	1,2	CT 5		

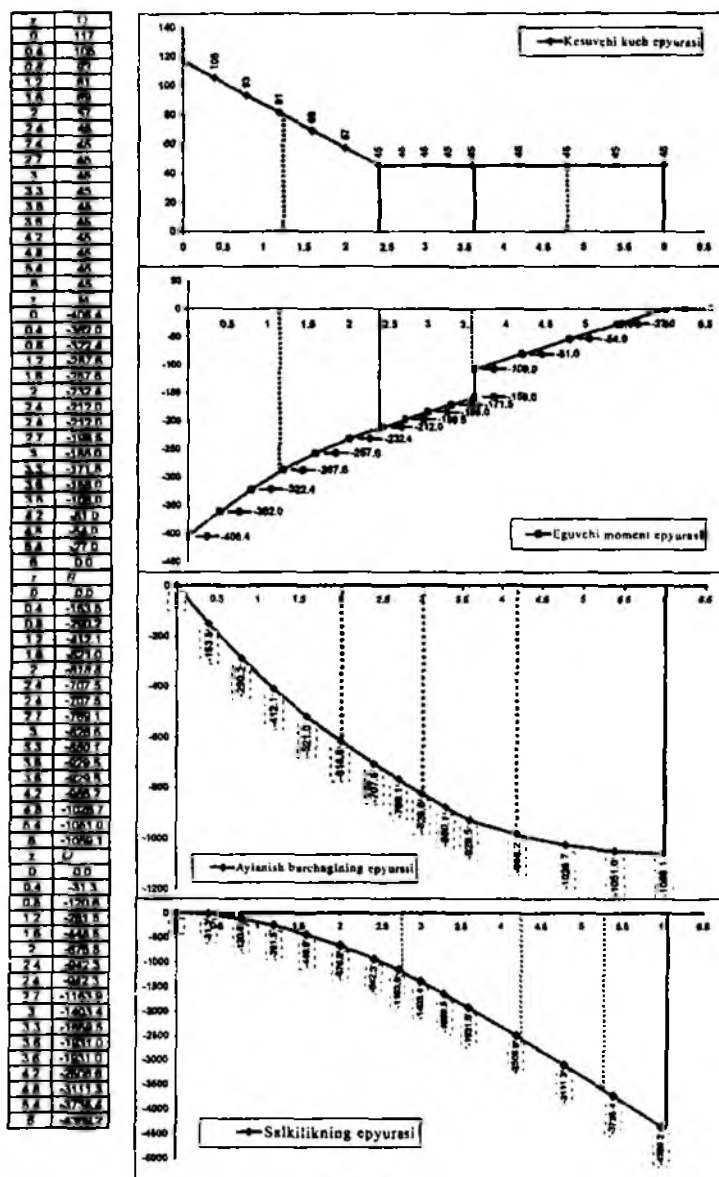
### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, ichki kuchlarning analitik ifodasini tuzish;
- boshlang'ich parametrlar usulini amalda qo'llash tartibini bilish;
- universal formulani berilgan masala uchun tatbiq etib,  $\theta_0$  va  $\nu_0$  lar uchun chegaraviy shartlarni yozish.

**Masalani yechish tartibi:**

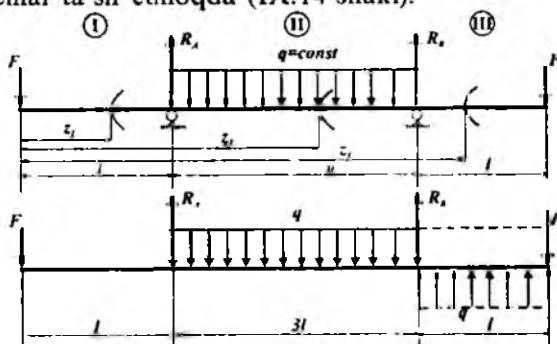
- muvozanat tenglamalaridan tayanch reaksiyalarini aniqlash;
- kesish usuli yordamida ichki kuchlarning ifodalarini tuzish va aniq masshtab tanlab, ularning epyuralarini qurish (IX.13-shakl);
- epyuralardan foydalanib xavfli kesimni topish;
- universal formulani berilgan masalaga qo'llash;
- chegaraviy shartlardan foydalanib, boshlang'ich parametr:  $\theta_0$  va  $\nu_0$  larni hisoblash;
- umumiy holda aylanish burchagi va salqilikning ifodalarini yozish;
- aylanish burchagi va salqilikning ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $\theta$  va  $\nu$  larning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $\nu(z)$  larning epyuralarini qurish (IX.13-shakl);
- xulosa qilish.



IX.13-shakl.

<b>Tayanch reaksiyalarini aniqlash</b>		
$\sum M_{to} = M_r + F5\ell + q2\ell(\ell - M_R = 0$		$M_R = M_r + 5F\ell + 2q\ell^2 = 406,4 \text{ kNm}$
$\sum Y_i = R - F - q2\ell = 0$		$R = F + 2q\ell = 117 \text{ kN}$
<b>Q va M ning analitik ifodalarini tuzish</b>		
<b>I</b>	$0 \leq z_1 \leq 2\ell$	$Q(z_1) = R - qz_1$
		$M(z_1) = -M_R + Rz_1 - 0,5qz_1^2$
<b>II</b>	$2\ell \leq z_2 \leq 3\ell$	$Q(z_2) = R - q2\ell$
		$M(z_2) = -M_R + Rz_2 - q2\ell(z_2 - \ell)$
<b>III</b>	$3\ell \leq z_3 \leq 5\ell$	$Q(z_3) = R - q2\ell$
		$M(z_3) = -M_R + Rz_3 - q2\ell(z_3 - \ell) + M_r$
<b>Universal tenglamaning tatbiq etilishi</b>		
aylanish burchagi	$EJ_z \cdot \theta(z) = EJ_z \theta_0 - M_R \frac{z}{1!} + R \frac{z^2}{2!} - q \frac{z^3}{3!} \Big _{z=0}^z + q \frac{(z-2\ell)^3}{3!} \Big _{z=2\ell}^z + M_r \frac{(z-3\ell)^3}{1!} \Big _{z=3\ell}^z$	
salqilik	$EJ_z \cdot u(z) = EJ_z u_0 + EJ_z \theta_0 z - M_R \frac{z^2}{2!} + R \frac{z^3}{3!} - q \frac{z^4}{4!} \Big _{z=0}^z + q \frac{(z-2\ell)^4}{4!} \Big _{z=2\ell}^z + M_r \frac{(z-3\ell)^2}{2!} \Big _{z=3\ell}^z$	
<i>Izoh: 1) konsol o'ng uchi bilan qistirib mahkamlanganligi uchun <math>\theta_0 = u_0 = 0</math> ga teng;</i>		
<i>2) konsolning II va III oraliqlari sun'iy ravishda tekis taralgan kuchlar bilan yuklangan.</i>		
<b>Universal tenglama (umumiy hol)</b>		
aylanish burchagi	$EJ_z \cdot \theta(z) = -M_R \frac{z}{1} + R \frac{z^2}{2} - q \frac{z^3}{6} \Big _{z=0}^z + q \frac{(z-2\ell)^3}{6} \Big _{z=2\ell}^z + M_r \frac{(z-3\ell)^3}{1} \Big _{z=3\ell}^z$	
salqilik	$EJ_z \cdot u(z) = -M_R \frac{z^2}{2} + R \frac{z^3}{6} - q \frac{z^4}{24} \Big _{z=0}^z + q \frac{(z-2\ell)^4}{24} \Big _{z=2\ell}^z + M_r \frac{(z-3\ell)^2}{2} \Big _{z=3\ell}^z$	

**28-masala.** Ikki konsolli to'singa simmetrik ravishda to'plangan va yo'yilgan kuchlar ta'sir etmoqda (IX.14-shakl).



IX.14-shakl.

**Jadvalda berilgan qiymatlar asosida quyidagilarni aniqlash talab etiladi:**

- tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash;
- ichki kuchlarning tenglamalarini tuzish;
- universal formula asosida  $\theta(z)$  va  $\nu(z)$  larning ifodalarini tuzish;
- kesuvchi kuch va eguvchi momentlarning epyuralarini qurish;
- eguvchi moment epyurasidan foydalanib, xavfli kesimni topish;
- aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $\nu(z)$  larning epyuralarini qurish.

<b>Berilgan kattaliklar</b>					
$F$	$q$	$\ell$	material	egllshdagi bikriik o'zgarimas	Oraliq- lar soni
kN	kN/m	m	po'lat	$EJ_x = const$	3
100	180	0,8	СТ 5		

### **Masalaning yechilishi**

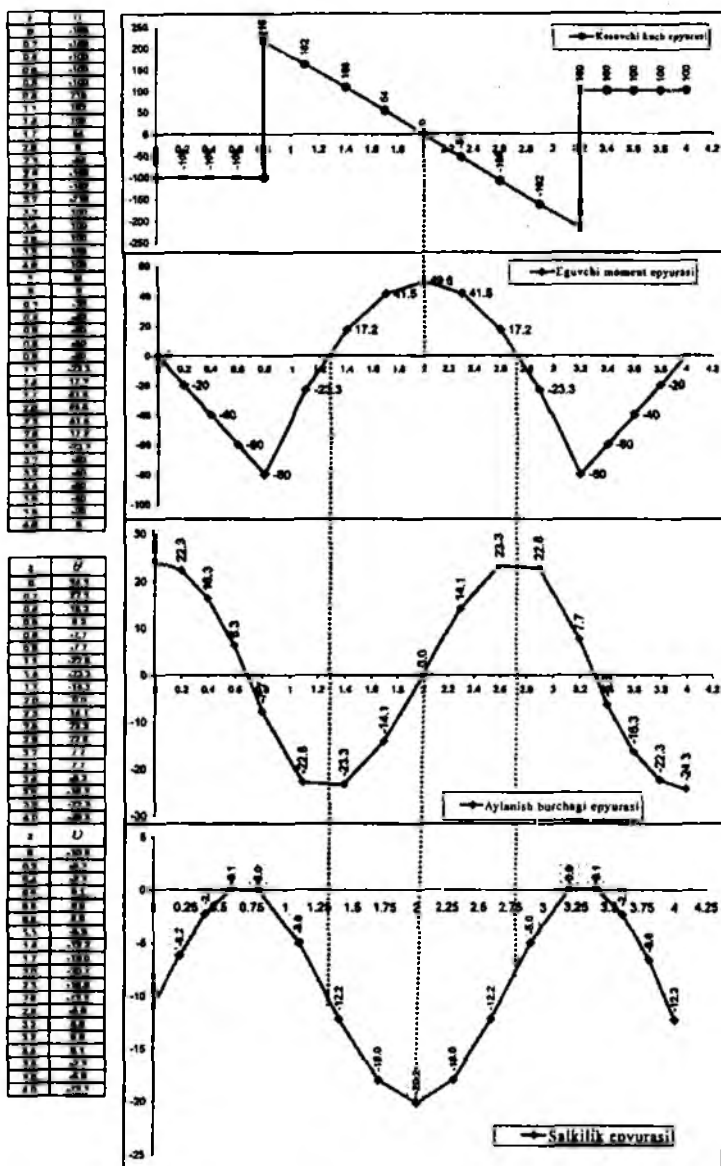
**Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:**

- tayanch reaksiyalarni aniqlashda statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish;
- kesish usulini qo'llab, ichki kuchlarning analitik ifodasini tuzish;
- boshlang'ich parametrlar usulini amalda qo'llash tartibini bilish;
- universal formulani berilgan masala uchun tatbiq etib,  $\theta_0$  va  $\nu_0$  lar uchun chegaraviy shartlarni yozish.

**Masalani yechish tartibi:**

- muvozanat tenglamalaridan tayanch reaksiyalarini aniqlash;
- kesish usuli yordamida ichki kuchlarning ifodalarini tuzish va aniq masshtab tanlab, ularning epyuralarini qurish (IX.15-shakl);
- epyuralardan foydalanib xavfli kesimni topish;
- universal formulani berilgan masalaga qo'llash;
- chegaraviy shartlardan foydalanib, boshlang'ich parametr:  $\theta_0$  va  $\nu_0$  larni hisoblash;
- umumiy holda aylanish burchagi va salqilikning ifodalarini yozish;
- aylanish burchagi va salqilikning ifodalari asosida  $z$  ning o'zgarish chegarasini inobatga olib, tegishli  $\theta$  va  $\nu$  larning qiymatlarini aniqlash;
- aniq masshtab tanlab, aylanish burchagi  $\theta(z)$  va salqilik  $\nu(z)$  larning epyuralarini qurish (IX.15-shakl);
- xulosa qilish.

<b>Tavanch reaksiyalarini aniqlash</b>		
	$R_A = \frac{1}{3l} \sum M_B = \frac{1}{3l} \left[ F(3l+l) + q3l \cdot \frac{3l}{2} - F l \right]$	$R_A = 316 \text{ kN}$
	$R_B = \frac{1}{3l} \sum M_A = \frac{1}{3l} \left[ F(3l+l) + q3l \cdot \frac{3l}{2} - F l \right]$	$R_B = 316 \text{ kN}$
<b>Tekshirish:</b> $\sum Y_i = R_A + R_B - 2F - q3l = 0$		
<b>Q va M ning analitik ifodalarini tuzish</b>		
I	$0 \leq z_1 \leq l$	$Q(z_1) = -F$ $M(z_1) = -Fz_1$
II	$l \leq z_2 \leq 4l$	$Q(z_2) = -F + R_A - q(z_2 - l)$ $M(z_2) = -Fz_2 + R_A(z_2 - l) - 0.5q(z_2 - l)^2$
III	$4l \leq z_3 \leq 5l$	$Q(z_3) = F$ $M(z_3) = -F(5l - z_3)$
<b>Universal tenglamaning tatbiq etilishi</b>		
aylanish burchagi	$EJ_x \cdot \theta(z) = EJ_x \theta_0 - F \frac{z^2}{2!} \Big _{z=0}^z + R_A \frac{(z-l)^2}{2!} - q \frac{(z-l)^3}{3!} \Big _{z=l}^z + R_B \frac{(z-4l)^2}{2!} + q \frac{(z-4l)^3}{3!} \Big _{z=4l}^z$	
salqilik	$EJ_x \cdot v(z) = EJ_x v_0 + EJ_x \theta_0 z - F \frac{z^3}{3!} \Big _{z=0}^z + R_A \frac{(z-l)^3}{3!} - q \frac{(z-l)^4}{4!} \Big _{z=l}^z + R_B \frac{(z-4l)^3}{3!} + q \frac{(z-4l)^4}{4!} \Big _{z=4l}^z$	
<b>Chegaraviy shartlarni tuzish</b>		
1	$z = l: v(z) = 0$	$0 = EJ_x v_0 + EJ_x \theta_0 l - \frac{F l^3}{6}$
2	$z = 4l: v(z) = 0$	$0 = EJ_x v_0 + EJ_x \theta_0 4l - F \frac{(4l)^3}{6} + R_A \frac{(3l)^3}{6} - q \frac{(3l)^4}{24}$
2 ta chegaraviy shartlardan foydalanib, 2 ta boshlang'ich parametrlarni aniqlaymiz: $EJ_x v_0 = -10.92$ va $EJ_x \theta_0 = 24.32$		
<b>Universal tenglama (umumiy hol uchun)</b>		
aylanish burchagi	$EJ_x \cdot \theta(z) = 24.32 - F \frac{z^2}{2!} \Big _{z=0}^z + R_A \frac{(z-l)^2}{2!} - q \frac{(z-l)^3}{3!} \Big _{z=l}^z + R_B \frac{(z-4l)^2}{2!} + q \frac{(z-4l)^3}{3!} \Big _{z=4l}^z$	
salqilik	$EJ_x \cdot v(z) = -10.92 + 24.32 \cdot z - F \frac{z^3}{3!} \Big _{z=0}^z + R_A \frac{(z-l)^3}{3!} - q \frac{(z-l)^4}{4!} \Big _{z=l}^z + R_B \frac{(z-4l)^3}{3!} + q \frac{(z-4l)^4}{4!} \Big _{z=4l}^z$	



IX.15-shakl



### 9.5-§. Mor usuli yordamida ko'chishlarni aniqlash

Oldingi paragraflarda to'sinlarning ko'chishlari (salqiligi va aylanish burchaklari) ni aniqlash usullari ko'rib o'tilgan edi.

Endi esa faqat to'sinlardagi emas, balki rama va egri bruslardagi ko'chishlarni aniqlashda keng qo'llaniladigan universal usul – Mor usuli bilan tanishib chiqamiz.

Materiallar qarshiligining to'la kursida *Mor formulasi* yoki *Mor integrali* bir necha oraliqlardan iborat bo'lgan brus uchun

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int_{(S)} \frac{N_F \bar{N}_i}{EA} ds + \sum_{i=1}^n \int \bar{\eta} \frac{Q_F \bar{Q}_i}{GA} ds + \sum_{i=1}^n \int \frac{M_F \bar{M}_i}{EJ} ds \quad (\text{IX.8})$$

ko'rinishda yozilishi isbotlangan.

Bunda  $n$  – oraliqlar soni.

Bunda  $N_F, Q_F, M_F$  – tashqi kuchlar bilan yuklangan (asosiy holat) brusning ixtiyoriy kesimidagi ichki zo'riqishlarning ifodasi;

$\bar{N}_i, \bar{Q}_i, \bar{M}_i$  – birlik kuchlar bilan yuklangan (yordamchi holat) brusning ixtiyoriy kesimidagi ichki zo'riqishlarning ifodasi;

$EA, GA, EJ$  – brusning tegishlicha cho'zilish (siqilish), siljish va egilishdagi birkliklari.

*Xususiy hollar.* Mor integrali yordamida to'sin, rama va arkalardagi ko'chishlarni aniqlayotganda ko'pincha bo'ylama deformatsiya va siljish deformatsiyalarining ta'sirini e'tiborga olmaslik ham mumkin; bunday holatlarda Mor integrali

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int \frac{M_F \bar{M}_i}{EJ} ds \quad (\text{IX.9})$$

ko'rinishda ifodalanadi.

To'g'ri sterjenlardan tuzilgan fermalar, asosan, cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatganliklari sababli, ularni hisoblashda Mor integralining

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int \frac{N_F \bar{N}_i}{EA} ds \quad (\text{IX.10})$$

hadidan foydalanish kifoya.

Mor usulida ko'chishlar quyidagi tartibda aniqlanadi:

1. Elastik deformatsiyalanuvchi brus (to'sin, sterjen, rama, arka) oraliqlarga ajratilib, tayanch reaksiyalari topiladi.

2. Brusning yordamchi holati qurilib, u ko'chishi aniqlanadigan kesimga qarab birlik kuch bilan yuklanadi:

– chizikli ko'chishni aniqlashda kesimga birlik to'plangan kuch qo'yiladi;

– burchakli ko'chishni aniqlashda kesimga birlik juft kuch (moment) qo'yiladi.

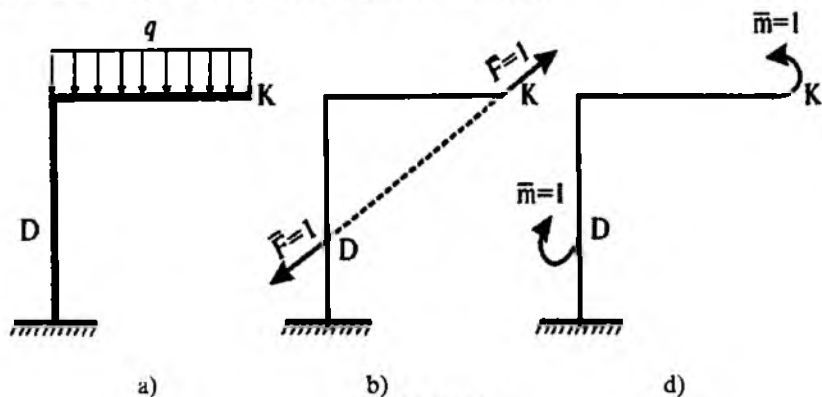
3. Brusning har bir oralig'i uchun kesish usulini qo'llab, (asosiy holat bo'yicha) hamda  $\bar{N}_i, \bar{Q}_i, \bar{M}_i$  (yordamchi holat bo'yicha) larning analitik ifodasi tuziladi.

4. Brusning barcha oralig'i bo'yicha Mor integrali hisoblanadi.

*Eslatma:* agar aniqlangan ko'chish  $\Delta$  musbat ishorali bo'lsa, unda ko'chishning haqiqiy yo'nalishi birlik kuch yo'nalishiga mos keladi; aksincha, manfiy ishorali ko'chish kesimning haqiqiy ko'chishi birlik kuch yo'nalishiga mos kelmasligini ko'rsatadi.

Ba'zan konstruktsiya qismlarini hisoblashda undagi ayrim kesimlarning bir-birlariga nisbatan ko'chishlarini Mor usulida aniqlashga to'g'ri keladi.

Masalan, ramadagi  $K$  va  $D$  kesimlarning o'zaro yaqinlashishi yoki uzoqlashishini hamda bu ikkala kesimlarning bir-birlariga nisbatan aylanishini aniqlash talab etilsin (IX.16 a-shakl).



IX.16-shakl.

Bunday hollarda ikkala kesimga ham bir vaqtning o'zida birlik kuchlar qo'yib, har bir oraliqdagi ichki zo'riqish  $\bar{N}_i$ ,  $\bar{Q}_i$ ,  $\bar{M}_i$  larning ifodasini tuzish zarur (IX.16 b, d-shakl). Hisoblashning qolgan qismi yuqoridagi tartibda olib boriladi.

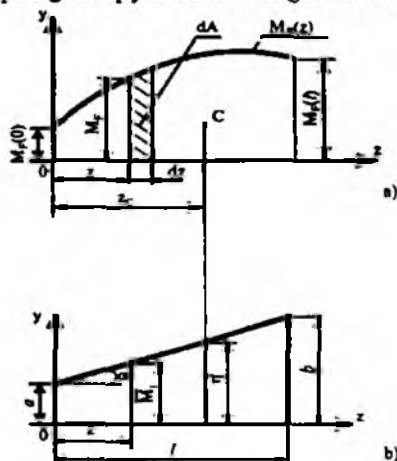
### 9.6-§. Mor integralini Vereshagin usulida hisoblash

Elastik brus (to'sin yoki rama) larning oraliqlari soni ko'p bo'lgan hollarda Mor integrali yordamida ko'chishlarni aniqlash birmuncha qiyinchiliklar tug'diradi. Chunki, har bir oraliq uchun ichki zo'riqishlarning analitik ifodasini tuzib, so'ngra ularni tegishli oraliqlarda integrallash kerak.

1925-yilda Moskva temir yo'l muhandislari oliygo'hining talabasi A.N.Vereshagin grafo-analitik usul yordamida Mor integralini hisoblashni taklif etgan. Ba'zan bu usul epyuralarni o'zaro *ko'paytirish usuli* ham deb yuritiladi.

Odatda, birlik kuchlar to'plangan yoki juft kuchlar bo'lganligi sababli, ulardan qurilgan eguvchi moment epyurasi doimo to'g'ri chiziq bilan chegaralanadi; tashqi kuchlardan qurilgan  $M_f$  epyuralar esa umumiy holda egri chiziq qonuniyati bo'yicha o'zgaradi.

Aytaylik, birligi  $\ell$  oraliqda o'zgarmas bo'lgan brusning tashqi va birlik kuchlardan qurilgan epyuralari berilgan bo'lsin (IX.17 a-shakl).



IX.17-shakl.

Tekshirilayotgan hol uchun (IX.9) formula quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \int_{(A)} M_F \bar{M}_1 dz, \quad (a)$$

$M_F dz$  ko'paytma  $M_F$  epyurasidagi shtrixlangan elementar yuzachaga taxminan teng:

$$M_F \cdot dz \approx dA. \quad (b)$$

$k = tg\alpha - \bar{M}_1$  miqdorni esa birlik kuch epyurasidan topamiz (IX.18-shakl):

$$\bar{M}_1 = a + k \cdot z. \quad (d)$$

Bunda  $k = tg\alpha$  og'ma chiziqning burchak koeffitsienti.

(b) va (d) larni nazarda tutib hamda integral chegaralarini  $\ell$  dan  $A$  ga o'zgartirib, Mor integralini quyidagicha yozamiz:

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \int_{(A)} (a + k \cdot z) \cdot dA = \frac{a}{EJ} \int_{(A)} dA + \frac{k}{EJ} \int_{(A)} z \cdot dA. \quad (e)$$

Birinchi integral tashqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasining yuzasi  $A$  ga teng; ikkinchi integral esa shu yuzadan brusning bo'ylama o'qiga tik va koordinata boshidan o'tuvchi vertikal  $Oy$  o'qqa nisbatan olingan statik momentdan iborat:

$$\int_A z dA = S_y.$$

Statik moment  $S_y$  ni yana quyidagicha yozish mumkin:

$$S_y = z_c \cdot A.$$

Bunda  $z_c$  -  $M_F$  epyurasi og'irlik markazining absissasi.

Demak,

$$\Delta = \frac{A}{EJ} (a + k \cdot z_c).$$

Geometrik nuqtayi nazardan qavs ichidagi ifodani

$$\eta^c = a + k \cdot z_c$$

ko'rinishda yozish mumkin. U holda ko'chish formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta = \frac{A \cdot \eta^c}{EJ} \quad (IX.11)$$

(IX.11) formula *Vereshagin formulasi* deb ataladi.

Demak, Vereshagin usulida ko'chishni aniqlash uchun tashqi kuchdan qurilgan epyura yuzasi  $A$  ni mazkur yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi birlik kuch epyurasining ordinatasi  $\eta^c$  ga ko'paytirib, olingan natijani brusning bikrligi  $EJ$  ga bo'lish kifoya ekan.

Agar elastik brus  $n$  ta oraliqdan iborat bo'lsa, Vereshagin formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^n A_i \cdot \eta_i^c. \quad (\text{IX.12})$$

Bikrligi pog'onali ravishda o'zgaruvchi  $n$  ta oraliqli elastik bruslar uchun Vereshagin formulasi quyidagi ko'rinishni egallaydi:

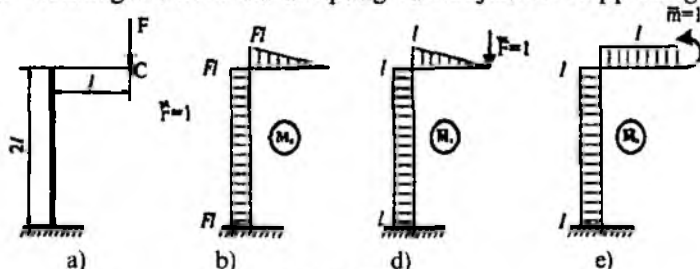
$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{A_i \eta_i^c}{EJ_i} \quad (\text{IX.13})$$

Shuni ta'kidlab o'tish lozimki, o'zgaruvchan kesimli bruslarning ko'chishlarini Vereshagin usulida aniqlab bo'lmaydi; bunday hollarda Mor integralidan foydalanish ma'qul. Bundan tashqari,  $\eta^c$  ordinalarini faqat to'g'ri chiziq bilan chegaralangan eguvchi moment epyuralaridan olishni unutmash kerak.

Agar tashqi va birlik kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyuralari brusning bo'ylama o'qidan bir tomonda yotsa,  $A_i \cdot \eta_i^c$  ko'paytma musbat, aksincha, turli tomonlarda yotsa manfiy ishorali hisoblanadi.

29-masala. Yarim ramaning erkin uchiga  $F$  kuch ta'sir etmoqda (IX.18 a-shakl); ustunning egilishdagi bikrligi rigelnikiga nisbatan 2 marta katta.

Kuch qo'yilgan kesimning vertikal ko'chishi va aylanish burchagini Mor va Vereshagin usullarida aniqlang va natijalarni taqqoslang.



IX.18-shakl.

### Yechish

**Mor usuli.** Tashqi kuch  $F$ , vertikal yo'nalgan birlik kuch  $\bar{F}_1 = 1$ , juft birlik moment  $\bar{m}_1 = 1$  lardan rigel va ustunlarda hosil bo'luvchi eguvchi momentlarning analitik ifodalarini tuzamiz.

Oraliq	Tashqi kuch	Birik vertikal kuch	Birik juft kuch
rigel ( $0 \leq z_1 \leq l$ )	$M'_1 = -Fz_1$	$\bar{M}'_1 = -Fz_1 = -z_1$	$\bar{M}'_1 = -\bar{m} = -1$
ustun ( $0 \leq z_2 \leq 2l$ )	$M''_1 = -Fl$	$\bar{M}''_1 = -Fl = -l$	$\bar{M}''_1 = -\bar{m} = -1$

Jadvaldagi ifodalarni (IX.9) formulaga qo'yib, navbat bilan vertikal ko'chish va aylanish burchaklarini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} v_c &= \int_0^l \frac{M'_1 \bar{M}'_1}{EJ} dz_1 + \int_0^{2l} \frac{M''_1 \bar{M}''_1}{2EJ} dz_2 = \int_0^l \frac{(-Fz_1)(-z_1)}{EJ} dz_1 + \\ &+ \int_0^{2l} \frac{(-Fl)(-l)}{2EJ} dz_2 = \frac{F}{EJ} \int_0^l z_1^2 dz_1 + \frac{Fl^2}{2EJ} \int_0^{2l} dz_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{Fl^3}{EJ} \\ \theta_c &= \int_0^l \frac{M'_1 \bar{M}'_2}{EJ} dz_1 + \int_0^{2l} \frac{M''_1 \bar{M}''_2}{2EJ} dz_2 = \int_0^l \frac{(-Fz_1)(-1)}{EJ} dz_1 + \\ &+ \int_0^{2l} \frac{(-Fl)(-1)}{2EJ} dz_2 = \frac{F}{EJ} \int_0^l z_1 dz_1 + \frac{Fl}{2EJ} \int_0^{2l} dz_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{Fl^2}{EJ} \end{aligned}$$

**Vereshagin usuli.** Yarim rama uchun tashqi va birlik kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyuralaridan foydalanib, (IX.13) formulani quyidagicha yozib olamiz:

*salqilik*

$$v_c = v_c(M_F, \bar{M}_1) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} Fl \cdot l \cdot \frac{2l}{3} + \frac{1}{2EJ} \cdot Fl \cdot 2l \cdot l = \frac{4}{3} \frac{Fl^3}{EJ}$$

*aylanish burchagi*

$$\theta_c = \theta_c(M_F, \bar{M}_2) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} Fl \cdot l \cdot 1 + \frac{1}{2EJ} \cdot Fl \cdot 2l \cdot 1 = \frac{3}{2} \frac{Fl^2}{EJ}$$

Shunday qilib, ikkala usulda ham bir xil natijalar olindi.

### 9.7-§. Statik aniqmas to'sinlarni hisoblash

Bitta tekislikda joylashgan ixtiyoriy tashqi kuchlarni qabul qila oluvchi to'sinni qattiq jism singari qo'zg'ala olmaydigan qilib mahkamlash uchun bog'lanish bo'lishi shart (qistirib mahkamlangan tayanch uchta, qo'zg'almas sharnirli tayanch va qo'zg'aluvchi sharnirli tayanch esa bita bog'lanishga ega); bu uchta bog'lanishlar mutlaq zarur hisoblanib, ulardagi reaksiya kuchlari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida topiladi. Agar mutlaq bog'lanishlarning birortasi olib tashlansa to'sin geometrik o'zgaruvchi tizim – mexanizmga aylanadi, ya'ni to'sin deformatsiyalanmasa ham uning barcha nuqtalari ko'chadi.

Amalda to'sinlardan samaraliroq foydalanish, ya'ni ularning bikrligini orttirib, egilishga moyilligini kamaytirish maqsadida tayanchlar sonini oshirishga to'g'ri keladi. Ammo qo'shimcha tayanchlarning o'rnatilishi natijasida bog'lanishlar soni ortib, statik aniq to'sin statik aniqmas to'singa aylanadi.

Boshqacha aytganda, mutlaq zarur bog'lanishlar hamda «ortiqcha» bog'lanishlar yordamida mahkamlangan to'sin *statik aniqmas to'sin* deyiladi.

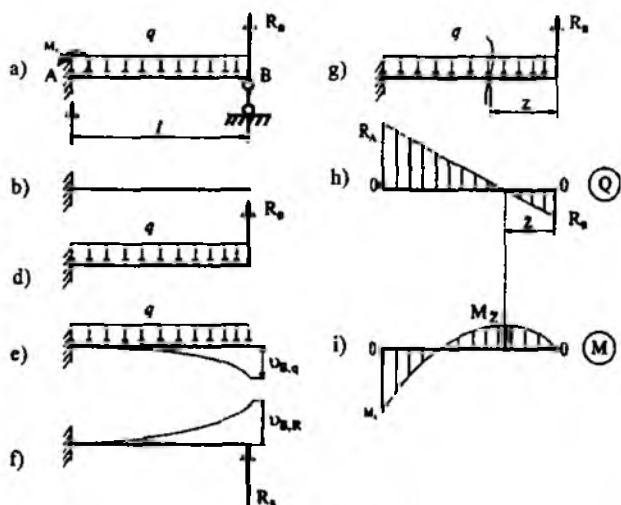
Shuni ta'kidlash muhimki, «ortiqcha» bog'lanishlar so'zini «kerak emas» bog'lanishlar deb emas, balki «keragidan ham ortiqcha» bog'lanishlar deb tushunmoq kerak, chunki ular to'sinlardan amalda yanada unumliroq foydalanishga imkoniyat yaratadi.

Ortiqcha noma'lum (bog'lanish)lar soni statik aniqmaslik darajasini bildiradi; to'sinlarning statik aniqmaslik darajasi  $S$  quyidagicha aniqlanadi:

$$S = n - 3 \quad (a)$$

bunda,  $n$  – tayanchlarda hosil bo'luvchi bog'lanishlar soni.

**30-masala.** Deformatsiyalarni solishtirish usuli bilan IX.19 a-shaklda tasvirlangan statik aniqmas to'sin uchun ichki zo'riqishlarning epyuralarini quramiz va uning eng katta salqiligini aniqlaymiz.



IX.19-shakl.

Dastlab to'sinning statik aniqlanish darajasi aniqlanadi:

$$S = n - 3 = 4 - 3 = 1.$$

Demak, to'sin bir marta statik aniqlanish ekan.

Masala quyidagi umumiy reja asosida yechiladi:

1. To'sining muvozanati tekshiriladi:

$$\left. \begin{aligned} \sum_1^3 M_{Ai} = 0, & \quad -M_A - R_B \cdot l + ql \frac{l}{2} = 0 \\ \sum_1^3 M_{Bi} = 0, & \quad -M_A - R_A \cdot l + ql \frac{l}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Ikkita tenglamada uchta:  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $M_A$  noma'lumlar bor; to'sin bitta ortiqcha bog'lanishga ega.

2. Ortiqcha bog'lanish olib tashlanib biror variantda asosiy tizim (IX.19 b-shakl), keyin esa teng kuchli tizim (IX.19 d-shakl) tanlanadi.

Haqiqatan ham to'sining deformatsiyalanish shartiga ko'ra ortiqcha bog'lanish  $R_B$  qo'yilgan B kesim vertikal yo'nalishda ko'chmaydi. Bu shartni quyidagicha yozish mumkin:

$$U_B = U_{B,q} + U_{B,R_A} \quad (d)$$



Bunda  $U_{B,q}$  – tekis taralgan  $q$  yuk ta'sirida asosiy tizimning  $B$  kesimidagi salqiligi (IX.19 e-shakl);

$U_{B,R_B}$  – ortiqcha bog'lanish  $R_B$  ta'siridan paydo bo'lgan asosiy tizimning  $B$  kesimidagi salqilik (IX.19 f-shakl).

Oxirgi tenglama qo'shimcha deformatsiya tenglamasi deb atalib deformatsiyalarni solishtirish usulining mohiyatini tavsiflaydi: *asosiy tizim tashqi yuklar va ortiqcha bog'lanishlar ta'siridan xuddi berilgan statik aniqlanmas to'sindek deformatsiyalanishi uchun ortiqcha bog'lanishi yo'qotilgan kesimning tashqi yuk va ortiqcha bog'lanish ta'siridan hosil bo'lgan ko'chishlari o'zaro teng, lekin yo'nalishlari teskari bo'lishi shart.*

(d) tenglama tarkibidagi ko'chishlarni oldingi paragraflarda ko'rib o'tilgan barcha usullar yordamida aniqlash mumkin.

$B$  kesimning yoyilgan kuch va  $R_B$  ta'siridan hosil bo'lgan ko'chishlarini topamiz:

$$U_{B,q} = -\frac{q\ell^4}{8EJ_x};$$

$$U_{B,R_B} = \frac{R_B \cdot \ell^3}{3EJ_x}.$$

Bularni ko'zda tutib, qo'shimcha deformatsiya tenglamasi (d) dan

$$R_B = \frac{3}{8} q\ell$$

ekanligini aniqlaymiz.

3. **Sintez.**  $R_B$  aniqlangach, muvozanat tenglamalaridan  $A$  tayanchdagi reaksiyalar osongina topiladi:

$$M_A = 0,5q\ell^2 - \frac{3}{8}q\ell = \frac{1}{8}q\ell^2;$$

$$R_A = \frac{1}{\ell}(0,5q\ell^2 + \frac{1}{8}q\ell^2) = \frac{5}{8}q\ell.$$

To'sinning qolgan hisoblash ishlari statik aniq to'sinlarniki singari davom ettiriladi.

Kesish usulini qo'llab,  $B$  tayanchdan  $z$  masofada yotgan biror kesim uchun ichki zo'riqishlarning tenglamalarini tuzamiz (IX.19 g-shakl):

$$Q(z) = -\frac{3}{8}q\ell + qz = q(z - \frac{3}{8}\ell);$$

$$M(z) = \frac{3}{8}ql \cdot z - 0,5qz^2.$$

Ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan kesimdagi eguvchi momentni aniqlaymiz:

$$\frac{dM}{dz} = \frac{3}{8}ql - qz = 0,$$

bundan  $z = z_0 = \frac{3}{8}\ell = 0,375\ell$ .

Demak,  $M_{\max} = \frac{3}{8}ql\left(\frac{3}{8}\ell\right) - 0,5q\left(\frac{3}{8}\ell\right)^2 = \frac{9}{128}q\ell^2$ .

IX.19 h, i-shakllarda ko'ndalang va eguvchi momentlarning epyuralari tasvirlangan.

Universal formula yordamida salqilik tenglamasini yozamiz:

$$EJ_x \cdot v_2 = -M_A \frac{z}{2} + R_A \frac{z^3}{6} - G \frac{z^4}{24} = \frac{q\ell^2}{8} \cdot \frac{z^2}{2} + \frac{5}{8} q\ell \frac{z^3}{6} - \frac{qz^4}{24}.$$

Maksimal salqilikning vaziyatini aniqlash uchun  $\frac{dv_z}{dz} = \theta_z$  ifodani nolga tenglaymiz:

$$EJ_x \theta_z = -\frac{q\ell^2}{8} \cdot z + \frac{5}{16} q\ell \cdot z^2 - \frac{qz^3}{6} = 0$$

yoki  $z\left(\frac{z^2}{3} - \frac{5\ell}{8}\ell \cdot z + \frac{\ell^2}{4}\right) = 0$ .

Bundan  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = \frac{20,54}{16}\ell \geq \ell$ ,  $z_3 = \frac{9,46}{16}\ell \leq \ell$  ekanligi kelib chiqadi.

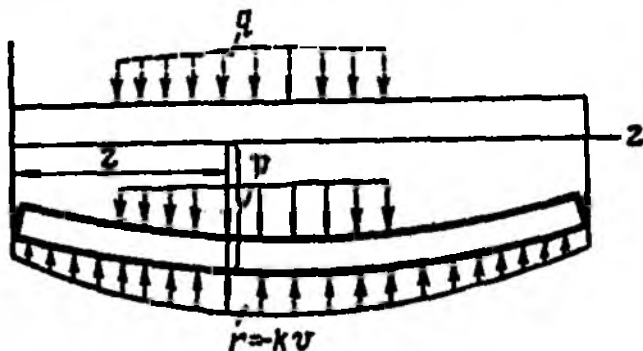
Demak,  $z = \frac{9,46}{16}\ell = 0,579\ell$  bo'lganda  $v_{\max} = -\frac{q\ell^4}{185EJ_x}$ .

### 9.8-§. Elastik tayanchda yotuvchi to'sinlar

Muhandislik amaliyotida temir yo'l shpallari, binolarning bevosita zaminga tegib turadigan poydevorlari, to'g'on poydevorlari va shu sin-gari yaxlit elastik zaminda yotuvchi to'sinlar ko'p uchraydi.

Elastik zaminda yotuvchi to'sinlar masalasi statik noaniq masala bo'lib, uni yechishda, odatda, zamin cho'kishini reaksiya miqdori bilan bog'lovchi turli cheklanishlardan foydalaniladi.

Eng ko'p ishlatiladigan cheklanishlardan biri reaksiya bilan zamin cho'kishining o'zaro mutanosib bog'liqligi haqidagi cheklanish bo'lib, uni dastlab 1801-yili akademik N.N. Fuss taklif etgan hamda professor Ye.Vinkler elastik zamindagi to'sinlarni hisoblashda qo'llagan.



IX.20-shakl.

Aytaylik, elastik tayanchda yotgan to'sin  $q(x)$  ta'sirida bo'lsin (IX.20-shakl). Bunday to'singa poydevorga qo'yilgan to'sinlar yoki cho'kuvchi tayanchlarda yotuvchi to'sinlar misol bo'ladi. To'sin egilganda uning elastik tayanchida  $p(z)$  reaksiya kuchi hosil bo'ladi.

Fuss-Vinkler cheklanishiga muvofiq, har bir nuqtada zamin tomonidan bo'ladigan reaksiya salqilikka to'g'ri mutanosib deb qabul qilinadi:

$$r = -k v,$$

bunda

$$k = k' b. \quad (\text{IX.14})$$

Bunda,  $r$  – to'sin uzunligi birligiga to'g'ri keladigan zamin reaksiyasi, N/m;

$v$  – zaminning cho'kishi, m;

$k$  – zaminning qayishqoqlik koeffitsienti, N/m<sup>3</sup>; bu koeffitsient bir birlikka cho'kishda zaminning 1m<sup>2</sup> ga to'g'ri keladigan qarshiligini bildiradi.

$b$  – to'sinning eni.

Yuqoridagi ifodadagi manfiy ishora reaksiya cho'kishga nisbatan teskari tomonga yo'nalganligini bildiradi.

To'sinning istalgan kesimiga qo'yilgan taqsimlangan nagruzkaning umumiy intensivligini  $r$  orqali belgilaymiz:

$$p = r + q = -k v + q,$$

bunda,  $q$  – to'singa qo'yilgan taqsimlangan nagruzkaning intensivligi, agar u yuqoriga qarab yo'nalgan bo'lsa, musbat hisoblanadi.

Ushbu statik noaniq masalani yechish uchun brus egilgan o'qining differensial tenglamasidan foydalanamiz:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{M}{EJ}. \quad (\text{IX.15})$$

Lekin oxirgi tenglamadan bevosita foydalanib bo'lmaydi, chunki brusning istalgan kesimidagi eguvchi moment qiymati salqilik  $v$  orqali integral yordamida ifodalanadi.

Differensial tenglama tartibini orttirib, masalani soddalashtirish qulay hisoblanadi.

(IX.15) tenglamani ikki marta differensiallaymiz:

$$\frac{d}{dz} \left[ EJ \frac{d^2 v}{dz^2} \right] = \frac{dM}{dz} = Q,$$

$$\frac{d}{dz^2} \left[ EJ \frac{d^2 v}{dz^2} \right] = \frac{dQ}{dz} = p.$$

Bundan keyin bikrligi o'zgarmas to'sinlarni ko'rib chiqamiz. Shuning uchun oxirgi ifoda quyidagi ko'rinishni egallaydi:

$$\frac{d^4 v}{dz^4} = \frac{p}{EJ}. \quad (\text{IX.16})$$

(IX.16) ifodadan taqsimlangan yuk intensivligini oxirgi tenglamaga qo'yamiz:

$$\frac{d^4 v}{dz^4} = \frac{-k v + q}{EJ} \quad \text{yoki} \quad \frac{d^4 v}{dz^4} + \frac{k}{EJ} v = \frac{q}{EJ}. \quad (\text{IX.17})$$

Quyidagicha belgilashni kiritamiz:

$$\frac{k}{EJ} = 4\beta^4. \quad (\text{IX.18})$$

Natijada to'rtinchi tartibli o'zgarmas koeffitsientli chiziqli differensial tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^4 v}{dz^4} + 4\beta^4 v = \frac{q}{EJ}. \quad (\text{IX.19})$$

Oxirgi tenglamaning umumiy integrali quyidagi ko'rinishda izlanadi:

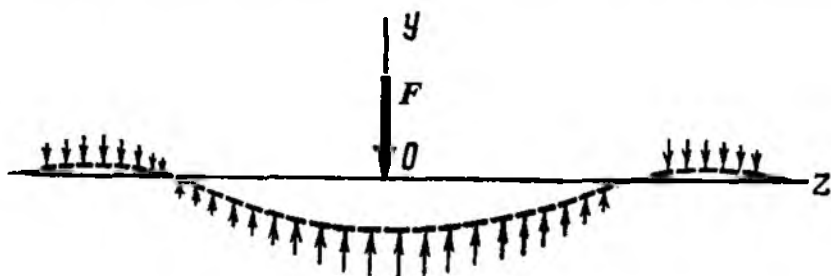
$$v(z) = e^{\beta z}(A \cos \beta z + B \sin \beta z) + e^{-\beta z}(C \cos \beta z + D \sin \beta z). \quad (\text{IX.20})$$

Bunda  $A$ ,  $B$ ,  $C$  va  $D$  - chegaraviy shartlardan topiladigan ixtiyoriy o'zgarmas sonlardir.

Bu integral yordamida turlicha yuklangan va chegara shartlari har xil elastik zaminda yotuvchi to'sinlar hisoblanadi.

### 9.9- §. To'plangan kuch ta'siridagi elastik tayanchda yotuvchi to'sinlarni hisoblash

Cheksiz uzun to'singa bitta to'rlangan kuch  $F$  ta'sir ko'rsatmoqda (IX.21-shakl).



IX.21-shakl.

To'sinning simmetrikligini inobatga olib, uning yuk qo'yilgan kesimining bir tomonidagi qismini ko'rib chiqamiz. Kuch qo'yilgan nuqtani koordinata boshi deb hisoblaymiz.

To'singa taqsimlangan yuk intensivligi qo'yilmaganligi uchun (IX.19) tenglama bir jinsli tenglamaga aylanadi:

$$\frac{d^4 v}{dz^4} + 4\beta^4 v = 0. \quad (\text{IX.21})$$

$F$  kuch qo'yilgan nuqtadan cheksiz uzoqlikda joylashgan nuqtalarda egilish va elastik o'qning egriligi nolga tengdir:

$$z = \infty \text{ bo'lganda } v = 0, \quad v' = 0 \text{ bo'ladi.}$$

Bundan  $A=B=0$  ekanligi kelib chiqadi.

$C$  va  $D$  lar kuch qo'yilgan kesimning deformatsiyalanish shartidan topiladi. Mazkur kesimda simmetrik egilgan o'qning urunmasi gorizontal yo'nalishda bo'lishi kerak:

$$\left( \frac{dv}{dz} \right)_{z=0} = 0.$$

Bu shartdan  $C=D$  ekanligi kelib chiqsa-da, hozircha ularning qiymati noma'lum.

Yuqoridagilarga, asosan, umumiy integralni quyidagicha yozamiz:

$$v(z) = C e^{-\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z).$$

Bundan ketma-ket uchta hosila olamiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dz} &= 2\beta C \cdot e^{-\beta z} \sin \beta z, \\ \frac{d^2 v}{dz^2} &= -2\beta^2 C \cdot e^{-\beta z} (\sin \beta z - \cos \beta z), \\ \frac{d^3 v}{dz^3} &= -4\beta^3 C \cdot e^{-\beta z} \cos \beta z. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX.22})$$

To'sinning kuch qo'yilgan nuqtasidagi qiruvchi kuch  $-0,5 F$  ga teng. Bundan

$$|Q|_{z=0} = -EJ \left( \frac{d^3 v}{dz^3} \right)_{z=0} = -\frac{F}{2}$$

ekanligi kelib chiqadi. Bu tenglikka (IX.12) ifodaning oxirgisini keltirib qo'ysak, to'rtinchi o'zgarmas sonni osongina aniqlash mumkin:

$$C = \frac{F}{8\beta^3 EJ}.$$

Shunday qilib, egilgan o'q tenglamasi va eguvchi moment ifodalarini hosil qilamiz:

$$v(z) = \frac{F}{8\beta^3 EJ} \cdot e^{-\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z),$$

$$M(z) = \frac{F}{4\beta} \cdot e^{-\beta z} (\cos \beta z - \sin \beta z).$$

### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Egilishdagi ko'chishlarni izohlang.
2. Egilishdagi chiziqli va burchakli ko'chishlar qanday usullar yordamida aniqlanadi?
3. Egilgan o'qning differensial tenglamasini yozing va uni umumiy holda integrallang.
4. Boshlang'ich parametrlar usulini qo'llashda qaysi qoidalarga tayanish lozim?
5. Universal formulani yozing va uni tushuntiring.
6. Mor integrali qanday ko'rinishga ega?
7. Vereshagin formulasini yozing va uni tushuntiring.
8. Bir necha ko'rinishlarda statik aniqmas to'sinlar chizing va ularning har biri uchun statik aniqmaslik darajasini toping.
9. Bir necha ko'rinishlarda statik aniqmas to'sinlar chizing hamda ularning har biri uchun asosiy va teng kuchli tizimlar tanlang.
10. Statik aniqmas to'sinlar qanday usullar yordamida hisoblanadi?
11. Elastik zaminda yotuvchi to'sinlarni misollar yordamida tushuntiring.
12. Elastik zaminda yotuvchi to'sinlarni hisoblashda ishlatiladigan cheklanishlarni izohlang.
13. Elastik zaminda yotuvchi to'sinlar uchun egilgan o'q tenglamasi va eguvchi moment ifodalarini yozing va ularning mazmunini tushuntiring.

## X BOB. MURAKKAB QARSHILIK

### 10.1-§. Asosiy tushunchalar

Biz oldingi boblarda konstruktsiya qismlarining markaziy cho'zilish yoki siqilish, siljish, buralish, sof va ko'ndalang egilish kabi oddiy deformatsiyalarini o'rgandik.

Odatda, oddiy deformatsiyalar sodir bo'lishi uchun tekshirilayotgan jismlarning istalgan ko'ndalang kesim yuzalarida ichki zo'riqishlardan faqatgina bittasi ta'sir ko'rsatishi kerak. Masalan, agar sterjenlarning istalgan ko'ndalang kesim yuzalari faqat bo'ylama kuchlar ta'sirida bo'lsa, u holda markaziy cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasi sodir bo'ladi. Bordi-yu, sterjenning barcha ko'ndalang kesim yuzaga tekisliklariga mazkur tekisliklarda yotuvchi juft kuchlar ta'sir ko'rsatsa, buralish deformatsiyasi yuzaga keladi.

Garchi ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlarning kesimlarida ichki zo'riqishlardan ikkitasi – ko'ndalang kuch va eguvchi moment mavjud bo'lsa-da, ko'ndalang egilishni ham oddiy deformatsiya tarzida o'rganib chiqqanimizni alohida ta'kidlashimiz o'rinlidir. Chunki xavfli kesimda paydo bo'luvchi eng katta normal kuchlanish  $\sigma_M^{\max}$

mazkur kesimdagi eng katta urunma kuchlanish  $\tau_Q^{\max}$  dan yetarlicha katta bo'lib, to'sin ko'pincha eguvchi moment bo'yicha mustahkamlikka hisoblanadi.

Ammo, amalda konstruktsiya qismlari bir vaqtning o'zida ikki yoki undan ortiq oddiy deformatsiyalarga duchor bo'lishi tabiiy. Masalan, harakatdagi avtotransport vositalarining vallari bir vaqtning o'zida buralishi hamda egilishi mumkin. Chunki bunday hollarda ularning istalgan ko'ndalang kesimlariga ichki zo'riqishlardan faqat burovchi va eguvchi momentlar ta'sir ko'rsatadi. Ko'prik yoxud kran fermalari tarkibidagi sterjenlarning cho'zilish yoki siqilish bilan birgalikda egilishga ham qarshilik ko'rsatishi, albatta ularning barcha kesimlari bo'ylama kuch va eguvchi momentlar ta'sirida ekanligidan dalolat beradi.

Inshoot, mashina va mexanizm qismlarining barcha ko'ndalang kesim yuzalariga ta'sir ko'rsatuvchi ikki yoki undan ortiq ichki zo'riqishlar

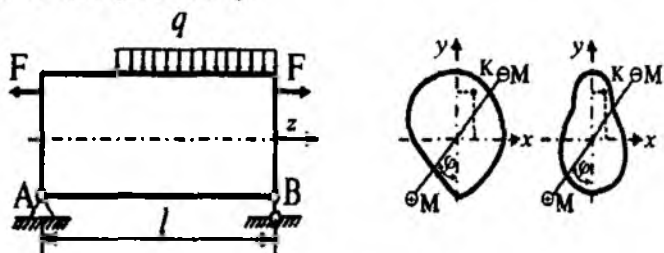


natijasida vujudga keladigan deformatsiyalar *murakkab deformatsiya yoki murakkab qarshilik* deyiladi.

Murakkab deformatsiyaga uchraydigan bika konstruksiya va uning tuzilmalari ko'ndalang kesimlaridagi barcha nuqtalarda umumiy holda uchta normal ( $\sigma_{N_x}, \sigma_{M_x}, \sigma_{M_y}$ ) va uchta urunma ( $\tau_{Q_x}, \tau_{Q_y}, \tau_{T_z}$ ) kuchlanishlar paydo bo'ladi.

### 10.2-§. Egilish va cho'zilish (siqilish)

Aytaylik, egilish va cho'zilishga birgalikda qarshilik ko'rsatayotgan brusning ixtiyoriy kesimida eguvchi moment va bo'ylama kuch ta'sir etayotgan bo'lsin (X.1-shakl).



X.1-shakl.

Natijaviy eguvchi moment tekisligining izi  $mn$  chiziq  $Ox$  o'qi bilan  $\varphi$  burchak hosil qilgan va bo'ylama kuch qutb nuqtasi deb ataluvchi  $K(x, y)$  nuqtaga qo'yilgan, deb faraz qilinadi.

#### a) masalaning statik tomoni

Tekshirilayotgan hol uchun (I.1) muvozanat tenglamalari quyidagicha bo'ladi (1.4-§ ga qarang):

$$\left. \begin{aligned} \int_A \sigma_z dA - N_z &= 0, \\ \int_A \sigma_z dA \cdot x - M_y &= 0, \\ \int_A \sigma_z dA \cdot y - M_x &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Bu yerda,

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M \cos \varphi + N_z y_F \\ M_y &= M \sin \varphi + N_z x_F \end{aligned} \right\} \quad (\text{b})$$

bunda,  $x_F, y_F$  – qutb nuqtasi bo'lgan  $K$  nuqtaning koordinatalari;  
 $\varphi$  – kuch tekisligi izi  $mn$  ning absissa o'qi bilan tashkil qilgan burchagi.

**b) masalaning geometrik tomoni**

Bernulli gipotezasiga asosan nisbiy deformatsiyani

$$\varepsilon_z = a_0 + b_0 x + c_0 y \quad (\text{X.1})$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Bunda,  $a_0, b_0, c_0$  – o'zgarmas sonlar.

**d) masalaning fizik tomoni**

Ma'lumki, elastiklik chegarasida kuchlanish nisbiy deformatsiyaning chiziqli funksiyasi hisoblanadi; buni umumiy holda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_z = E \varepsilon_z \quad (\text{d})$$

yoki

$$\sigma_z = a + b x + c y. \quad (\text{X.2})$$

Bunda  $a = E a_0, b = E b_0, c = E c_0$  – o'zgarmas sonlar;

$x, y$  – kuchlanishi topiladigan nuqtaning koordinatalari.

**e) sintez**

(X.2) ni muvozanat tenglamalariga qo'yib, o'zgarmas  $a, b, c$  larga nisbatan uchta tenglama hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} (a + b x + c y) dA - N_z &= 0, \\ \int_{(A)} (a + b x + c y) x dA - M_y &= 0, \\ \int_{(A)} (a + b x + c y) y dA - M_x &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{e})$$

Bundan:

$$a = \frac{N_z}{A}; \quad b = \frac{M_y J_x - M_x D_{xy}}{J_y J_x - D_{xy}^2}; \quad c = \frac{M_x J_y - M_y D_{xy}}{J_x J_y - D_{xy}^2}. \quad (f)$$

Shunday qilib, egilish va cho'zilishning birgalikdagi ta'siri e'tiborga olinganda normal kuchlanish quyidagicha topiladi:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y J_x - M_x D_{xy}}{J_y J_x - D_{xy}^2} x + \frac{M_x J_y - M_y D_{xy}}{J_x J_y - D_{xy}^2} y \quad (X.3)$$

Neytral o'qning tenglamasini yozish uchun normal kuchlanishning ifodasini nolga tenglash kifoya:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y J_x - M_x D_{xy}}{J_y J_x - D_{xy}^2} x + \frac{M_x J_y - M_y D_{xy}}{J_x J_y - D_{xy}^2} y = 0 \quad (g)$$

yoki bundan:

$$y = \frac{N_z}{A} \frac{(J_x J_y - D_{xy}^2)}{M_x J_y - M_y D_{xy}} - \frac{(M_y J_x - M_x D_{xy})}{M_x J_y - M_y D_{xy}} x. \quad (X.4)$$

(X.4) ga *neytral o'q* tenglamasi deyiladi.

Aytaylik,  $O_x$  yoki  $O_y$  lardan biri kesimning bosh o'qlari bo'lsin. U holda cho'zilish (siqilish) va egilishning birgalikdagi ta'siri uchun natijaviy normal kuchlanish formulasi

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y \quad (X.5)$$

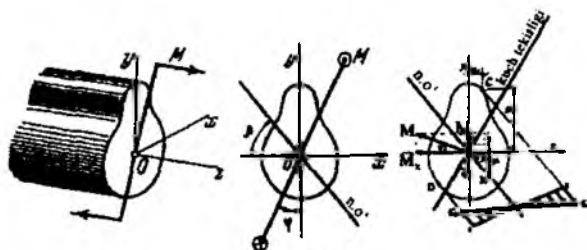
ko'rinishda, neytral o'q tenglamasi esa quyidagi ko'rinishda ifodalana-di:

$$y = -\frac{N_z}{A} \frac{J_x}{M_x} - \frac{M_y J_x}{M_x J_y} x. \quad (X.6)$$

Bu yerda  $M_x$  va  $M_y$  lar (b) formuladan topiladi.

#### XUSUSIY HOLLAR

1. Aytaylik,  $N_z = F = 0$  bo'lsin. U holda brus (to'sin) o'z o'qiga tik yo'nalgan va bosh tekisliklardan birining ham ustida yotmagan natijaviy eguvchi moment ta'siridan egiladi (X.2-shakl).



X.2-shakl.

Odatda, to'sinning bu holdagi egilishi *qiyshiq egilish* deb ataladi; qiyshiq egilishda natijaviy eguvchi moment tekisligi bilan egilish tekisligi ustma-ust tushmaydi (X.2-shakl).

(X.5) formuladan foydalanib, qiyshiq egilishda natijaviy normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_z = \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y. \quad (\text{X.7})$$

Oxirgi ifoda qiyshiq egilishni kesimning markaziy bosh inersiya o'qlariga nisbatan olingan eguvchi momentlar ta'siridan hosil bo'lgan ikkita to'g'ri egilishlar yig'indisidan iborat ekanligini tasdiqlaydi. Demak, qiyshiq egilish bosh inersiya tekisliklarida sodir bo'lgan ikkita to'g'ri egilishlar yig'indisidan iborat ekan.

(X.7) formula bo'yicha kesimning istalgan nuqtasidagi normal kuchlanish topiladi. Shuni ta'kidlash muhimki, (X.7) formuladan foydalanilayotganda kuchlanishi topiladigan nuqtaning koordinatalari ishorasini, albatta e'tiborga olish zarur:

$$\sigma_z = \pm \frac{M_y}{J_y} x \pm \frac{M_x}{J_x} y. \quad (\text{X.8})$$

Tekshirilayotgan holda  $M_x = M \cos \varphi$ ,  $M_y = M \sin \varphi$  ekanligini e'tiborga olib, oxirgi ifodani nolga tenglab, uni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$y = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \cdot x \quad (\text{X.9})$$

(X.9) qiyshiq egilishda *neytral o'q tenglamasi* deyiladi.

Neytral o'q koordinata boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqdan iborat bo'lib, uning vaziyatini  $\beta$  burchak orqali aniqlash mumkin (X.2-shakl).

(X.9) formulani neytral o'q ustida yotuvchi birorta  $K(x_0, y_0)$  nuqta uchun yozamiz:

$$y_0 = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \cdot x_0,$$

bundan 
$$-\frac{y_0}{x_0} = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \quad \text{yoki} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \quad (\text{X.10})$$

ekanligi kelib chiqadi.

(X.10) formula yordamida **neytral o'qning holati** aniqlanadi. Bu formula qiyshiq egilishda neytral o'qning natijaviy eguvchi moment tekisligining iziga tik emasligini tasdiqlaydi.

Kvadrat, doiraviy, halqa kabi kesimli to'sinlar qiyshiq egilishga qarshilik ko'rsatmaydi, chunki ularda  $J_x = J_y$  va nihoyat  $\beta = \varphi$  bo'lib, egilish faqat kuch tekisligida sodir bo'ladi.

Neytral o'qqa parallel holda kesim konturiga urunma o'tkazib, kesim yuzada normal kuchlanish epyurasini quramiz.

Epyuradan ko'rinib turibdiki, neytral o'qdan eng uzoqda joylashgan  $C$  va  $D$  nuqtalarda tegishli eng katta  $\sigma_C$  cho'zuvchi va  $\sigma_D$  siquvchi kuchlanishlar paydo bo'ladi. Bu kuchlanishlar bo'yicha qiyshiq egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlar mustahkamlikka tekshiriladi.

Materiali cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatuvchi hamda ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lmagan to'sinlar uchun mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_C = \frac{M_y}{J_y} x_C + \frac{M_x}{J_x} y_C \leq \sigma_{\text{max}}^+ \quad (\text{X.11})$$

$$\sigma_D = \frac{M_y}{J_y} x_D + \frac{M_x}{J_x} y_D \leq \sigma_{\text{max}}^- \quad (\text{X.12})$$

Agar to'sin materiali cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatsa, u holda mustahkamlik sharti bu kuchlanishlarning eng kattasi bo'yicha bajariladi.

Mo'rt materialli to'sinlarni mustahkamlikka tekshirishda (X.12) shartdan foydalanish lozim.

Ma'lumki, to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr kabi kesimlarning burchak uchlaridagi nuqtalar koordinatalarining moduli maksimal qiymatga erishib, bu nuqtalarda absolut qiymat jihatidan eng katta kuchlanishlar paydo bo'ladi. Shu sababli to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr kabi kesimli to'sinlarning mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_x}{W_x} \leq \sigma_{adm}. \quad (X.13)$$

Bunda,  $W_x$  va  $W_y$  – kesimning qarshilik momentlari.  
Oxirgi shartdan:

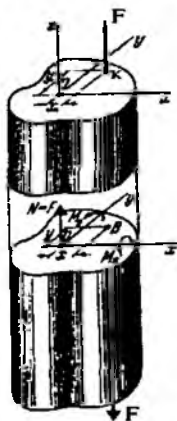
$$W_x \geq \frac{M_x + k_0 M_y}{\sigma_{adm}} \quad (X.14)$$

bunda,  $k_0 = \frac{W_y}{W_x}$  – o'lchamsiz miqdor.

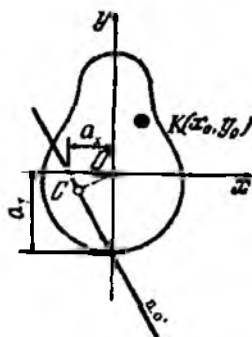
(X.14) ifoda yordamida kesim yuza o'lchamlari tanlanadi.

To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun  $k_0 = h/b$  ga teng; qo'shtavrli kesim uchun esa uning qiymati  $k_0 = 8,5 \div 10$  chegarada olinadi.

2. Faraz qilaylik,  $M = 0$ ,  $N_z = F$  bo'lsin. Bu holda  $M_x = F_x$ ,  $M = F_{x_F}$  bo'lib, brus *markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishga qarshilik* ko'rsatadi.



X.3-shakl.



X.4-shakl.

Markazlashmagan cho'zilishga qarshilik ko'rsatuvchi brus uchun (X.15) formula quyidagicha yoziladi (X.3-shakl):

$$\sigma_z = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_F}{i_x^2} x + \frac{y_F}{i_y^2} y \right) \quad (\text{X.15})$$

Endi  $i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}$ ,  $i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$  belgilashlarni kiritib, neytral o'q tenglamasi ni

$$\left( 1 + \frac{x_F}{i_x^2} x + \frac{y_F}{i_y^2} y \right) = 0 \quad (\text{X.16})$$

ko'rinishda yozib olamiz, chunki  $F/A \neq 0$  bo'ladi.

Bunda,  $i_x, i_y$  – inersiya radiuslari deb yuritiladi.

(X.15) formula yordamida markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi brusning ixtiyoriy ko'ndalang kesimlarida yotuvchi nuqtalarda paydo bo'luvchi normal kuchlanishlar topiladi.

Endi neytral o'qning holatini aniqlashga o'tamiz.

(X.16) tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$\frac{x}{\left( -\frac{i_y^2}{x_F} \right)} + \frac{y}{\left( -\frac{i_x^2}{y_F} \right)} = 1. \quad (\text{X.17})$$

Bu tenglamadan ko'rinib turibdiki, neytral o'q kesimning og'irlik markazidan o'tmasdan, bosh inersiya o'qlaridan quyidagi kesmalar ajratgan holda o'tar ekan (X.4-shakl):

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}, \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F}. \quad (\text{X.18})$$

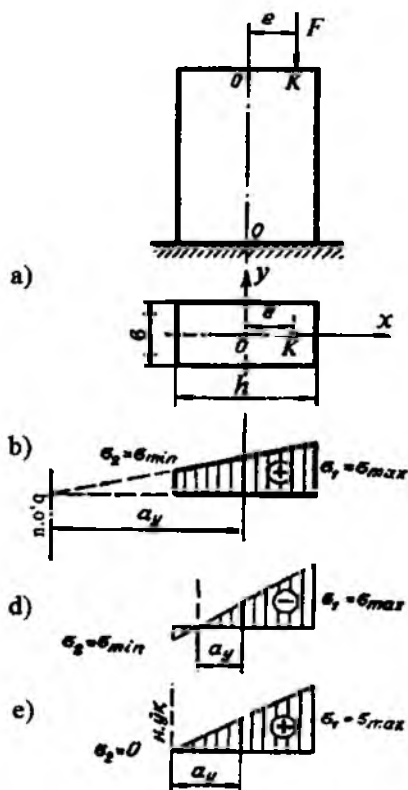
Demak, neytral o'qning holati kuchning miqdoriga bog'liq bo'lmasdan, balki kuch qo'yilgan nuqtaning holatigagina bog'liq ekan.

Analitik geometriyadan ma'lumki, koordinata boshidan birorta

$$ax + by + c = 0$$

ko'rinishdagi to'g'ri chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofa quyidagi ifoda orqali topiladi:

$$\overline{OC} = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$



X.5-shakl.

Tekshirilayotgan hol uchun:

$$\overline{OC} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x_F^2}{i_y^4} + \frac{y_F^2}{i_x^4}}}. \quad (\text{X.19})$$

Oxirgi ifoda ham neytral o'qning holatini aniqlaydi: *qutb nuqtasi kesim og'irlik markaziga yaqinlashgan sari neytral o'q undan uzoqlasha boradi, aksincha neytral o'q yaqinlashadi.*

Bundan chiqdi, kuchning qo'yilish nuqtasiga qarab (aytaylik, brus siquvchi kuch ta'sirida bo'lsin), quyidagi xulosalarga kelish mumkin (X.5 a-shakl):



a) neytral o'q kesim yuzani kesib o'tadi (X.5 b-shakl); bunday holda kesimda ikki xil ishorali kuchlanish paydo bo'ladi;

b) neytral o'q kesimga tegib o'tadi (X.5 d-shakl); kesimda bir xil ishorali kuchlanish paydo bo'ladi;

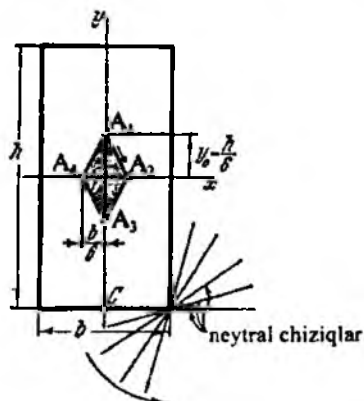
d) neytral o'q kesimning tashqarisidan o'tadi (X.5 e-shakl); kesimda bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

Cho'zilishga zaif qarshilik ko'rsatuvchi cho'yan, beton, g'isht kabi mo'rt materiallardan yasalgan brus (masalan, ustun) ni loyihalayotganda uning ko'ndalang kesim yuzida faqat siquvchi kuchlanish hosil bo'lishini ta'minlash maqsadga muvofiqdir. Shu jihatdan olganda neytral o'q ustunning kesim yuzasini kesib o'tmasligi shart yoki boshqacha aytganda, qutb nuqtasining kesim og'irlik markazidan uzoqlashib ketishiga yo'l qo'ymaslik kerak.

Markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi brusning kesim og'irlik markazi atrofida shunday yopiq soha mavjud ekanki, agar kuch shu sohaning ichkarisiga yoki uning konturiga qo'yilsa, kesimda faqat bir xil ishorali kuchlanish paydo bo'ladi. Bu yopiq soha *kesim yadrosi* deyiladi.

Shunday qilib, mo'rt materiallardan yasalgan bruslar uchun kesim yadrosining shakli va o'lchamlarini bilish muhimdir.

Tomonlari  $b$  va  $h$  bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli kesim uchun kesim yadrosini qurishni ko'rib chiqamiz (X.6-shakl).



X.6-shakl.

a) kuchni  $A_1(0, y_F)$  nuqtaga qo'yaylikki, neytral o'q kesimning pastki asosiga tegib o'tsin, ya'ni  $\overline{OC} = 0,5h$  bo'lsin.

Agar

$$A = bh, \quad J_x = \frac{bh^3}{12}, \quad i_x^2 = \frac{J_x}{A} = \frac{h^2}{12}$$

larni e'tiborga olsak, u holda (X.19) formuladan  $y_F = \frac{h}{6}$  ekanligi kelib chiqadi.

b) kuchni  $A_2(x_F, 0)$  nuqtaga ko'chiramiz; qutb nuqtasini shunday tanlaylikki, neytral o'q kesimning chap tomoniga tegib o'tsin. Bu holda  $\overline{OC} = 0,5b$  ga teng bo'ladi.

$i_y^2 = \frac{b^2}{12}$  ni nazarda tutib, (X.19) formuladan  $x_F = \frac{b}{6}$  ni hosil qilamiz.

d) shu tariqa neytral o'qni kesim konturiga urunma holda uning atrofiga aylantirib, kuchni  $A_3(0, -y_F)$  va  $A_4(-x_F, 0)$  nuqtalarga navbat bilan qo'yib chiqamiz hamda qutb nuqtasining holatlarini aniqlaymiz:

$$y_F = \frac{h}{6}, \quad x_F = \frac{b}{6}.$$

Kesim yadrosini qurish uchun qutb nuqtalari tutashtiriladi. Natijada diagonallari  $\frac{b}{3}$  va  $\frac{h}{3}$  ga teng bo'lgan  $A_1A_2A_3A_4$  romb shaklidagi kesim yadrosi hosil bo'ladi.

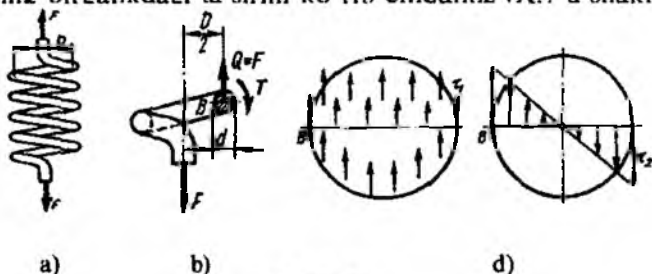
Cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatuvchi bruslarni mustahkamlikka tekshirish uchun neytral o'qdan eng uzoqda joylashgan  $C(x_C, y_C)$  va  $D(-x_D, -y_D)$  nuqtalardagi kuchlanishlarni topish kifoya:

$$\sigma_C = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_F x_C}{i_y^2} + \frac{y_F y_C}{i_x^2} \right) \leq \sigma_{adm}^+ \quad (\text{X.20})$$

$$\sigma_D = \frac{F}{A} \left( 1 - \frac{x_F x_D}{i_y^2} - \frac{y_F y_D}{i_x^2} \right) \leq \sigma_{adm}^- \quad (\text{X.21})$$

### 10.3-§. Siljish va buralishning birgalikdagi ta'siri

Cho'zuvchi yoki siquvchi kuchlar bilan yuklangan kichik qadamli vintsimon prujinalarni mustahkamlikka hisoblash misolida siljish va buralishning birgalikdagi ta'sirini ko'rib chiqamiz (X.7 a-shakl).



X.7-shakl.

Zamonaviy mashina, dastgoh va o'lichov asboblarning eng asosiy detallaridan biri hisoblangan vintsimon prujinalarning elastiklik xossalardan quyidagi maqsadlarda foydalaniladi:

- mufta va tormozlarda tortuvchi yoki siquvchi kuchlarni vujudga keltirishda;
- energiyalarni ma'lum muddatgacha to'plash paytida (soatsozlikda, zarbli mexanizmlarda);
- zarbli silkinishlarni so'ndirish maqsadlarida (ressora, amortizator va shu kabilarda);
- kulachokli mexanizm klapanlarini avtomatik ravishda qaytarish maqsadlarida va hokazo.

Vintsimon prujinalar ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan sterjen-simlardan yasaladi. Cho'zilgan (siqilgan) vintsimon prujinalarning simlari bir vaqtning o'zida siljish, buralish va egilish kabi oddiy deformatsiyalarga qarshilik ko'rsatishlari tajribalarda tasdiqlangan. Ammo kichik qadamli vintsimon prujina o'ramlarining qiyalik burchaklari kichik bo'lganligi tufayli, ko'pincha simlarning egilishi e'tiborga olinmaydi.

Kesish usulini qo'llab, prujina simining ko'ndalang kesimlaridagi ichki zo'riqishlarini aniqlaymiz (X.7 b-shakl).

Aytaylik, prujinaning o'rtacha radiusi  $R$ , o'ramlar soni  $n$ , simi ko'ndalang kesimining radiusi  $r$  va materiali uchun siljishdagi elastiklik moduli  $G$  bo'lsin.

Prujinadan ajratilgan qismning muvozanatini ta'minlash uchun bir-ichidan, prujina o'qiga parallel va yuqoriga yo'nalgan  $Q=F$  ko'ndalang kuchni qirqilgan ko'ndalang kesim markaziga, ikkinchidan esa kesim tekisligiga  $T=FR$  buruvchi momentni ta'sir ettirish lozim.

Ko'ndalang kuch  $Q$  kesim yuzani yuqori tomonga siljitishga intiladi va kesimda tekis taralgan

$$\tau_Q = \frac{Q}{A} = \frac{F}{\pi r^2} \quad (\text{a})$$

urunma kuchlanishni hosil qiladi (X.7 d-shakl).

Buruvchi moment  $T$  esa prujina simini burashga intiladi; natijada kesimda chiziqli qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi  $\tau_T$  urunma kuchlanishni paydo qiladi;  $\tau_T$  kuchlanish kesimning chetki nuqtalarida eng katta qiymatga erishadi:

$$\tau_T^{(\max)} = \frac{T}{W_p} = \frac{2FR}{\pi r^3}. \quad (\text{b})$$

Kuchlanish epyuralaridan ko'rinib turibdiki, kesim konturida joylashgan  $B$  nuqta xavfli nuqta hisoblanadi. Chunki undagi urunma kuchlanishlar bir xil yo'nalishga ega.

Eng katta urunma kuchlanishni topib, hisob tenglamasini

$$\tau_{\max} = \tau_Q + \tau_T^{\max} \leq \tau_{adm}$$

yoki

$$\tau_{\max} = \frac{2FR}{\pi r^3} + \frac{F}{\pi r^2} = \frac{2FR}{\pi r^3} \left( 1 + \frac{r}{2R} \right) \leq \tau_{adm} \quad (\text{X.22})$$

ko'rinishlarda yozamiz.

Ko'pincha qavs ichidagi ikkinchi qo'shiluvchi had  $\frac{r}{2R}$  birga nisbatan yetarlicha kichik bo'lganligi sababli uni tashlab yuborib, faqat buralishdagi kuchlanish e'tiborga olinadi. Natijada hisob tenglamasi birmuncha soddalashadi:

$$\tau_{\max} \approx \frac{2FR}{\pi r^3} \leq \tau_{adm}. \quad (\text{X.23})$$

Loyihalalayotgan prujinalarning mustahkamligini tekshirish bilan bir qatorda ularning cho'kishi (uzunligining o'zgarishi)ni ham oldindan bilish muhimdir.

Prujinaning cho'kishi  $\delta$  ni aniqlashda energiyaning saqlanish qonunidan foydalanamiz:

$$W = U \quad (d)$$

bunda  $W$  – tashqi kuchning bajargan ishi;

$U$  – buralishdagi deformatsiyaning potensial energiyasi.

Tashqi kuch  $F$  ning  $\delta$  ko'chishda bajargan ishi quyidagi ifodadan topiladi:

$$W = \frac{F\delta}{2}. \quad (e)$$

Endi buralishda deformatsiyaning potensial energiyasini aniqlashga o'tamiz (VII.27 formulaga qarang):

$$U = \frac{1}{2} \frac{T^2 l}{GJ_n} = \frac{(FR)^2 l}{2GJ_n}. \quad (f)$$

Bunda,  $l = 2\pi Rn$  – prujina simining to'la uzunligi.

Energiyaning saqlanish qonuniga asosan:

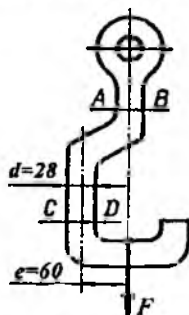
$$\frac{F\delta}{2} = \frac{(FR)^2 2\pi Rn}{2GJ_n},$$

bundan

$$\delta = \frac{2\pi FR^3 n}{GJ_n} \text{ yoki } \delta = 8 \frac{FD^3 n}{Gd^4}. \quad (X.24)$$

(X.24) formula yordamida prujinaning cho'kishi aniqlanadi.

**31-masala.** Po'lat materialidan tayyorlangan ilgakka 5 kN kuch osilgan (X.8-shakl). Ilgakning  $AB$  va  $CD$  kesimlarida paydo bo'luvchi kuchlanishlarni aniqlang. O'lchamlar millimetrlarda berilgan.



X.8-shakl.

### Yechish

Kesish usuli  $AB$  kesimda  $N=F$  bo'ylama kuch mavjudligini va mazkur qismning faqat cho'zilishga qarshilik ko'rsatishini tasdiqlaydi. Normal kuchlanishni aniqlaymiz:

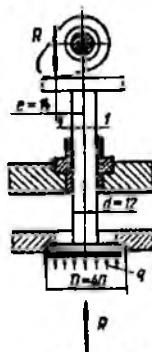
$$\sigma_{AB} = \frac{N}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^3}{(3,14 \cdot 28 \cdot 28 \cdot 10^{-6})} = 8,124 \cdot 10^6 \text{ Pa}.$$

Ilgakning  $CD$  kesim  $N=F$  joylashgan qismi egilish va cho'zilishning birgalikdagi ta'siriga duch keladi. Shu sababli  $CD$  kesimdagi normal kuchlanish quyidagicha topiladi:

$$\sigma_{CD} = \sigma(\max) = \frac{N}{A} + \frac{F e}{W} = 8,124 \cdot 10^6 + \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 60}{(0,1 \cdot 28 \cdot 28 \cdot 28 \cdot 10^{-9})} \approx 21,79 \cdot 10^6 \text{ Pa}.$$

**32-masala.** Klapanga  $q=3 \text{ MPa}$  bosim ta'sir etmoqda (X.9-shakl).

Klapanning ochilish paytida 1-1 doiraviy kesimda paydo bo'luvchi normal kuchlanishni aniqlang. O'lchamlar millimetrlarda berilgan.



X.9-shakl.

### Yechish

Berilgan mexanizm markaziy bo'lmagan siqilishga qarshilik ko'rsatadi. Shuning uchun eng katta normal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma(\max) = \frac{R}{A} - \frac{R e}{W}.$$

Klapanning tarelkasiga ta'sir qiluvchi bosim kuchi  $R$  quyidagiga teng:

$$R = \frac{\pi D^2}{4} q = \frac{3.14 \cdot (50)^2 \cdot 10^{-6}}{4} \cdot 3 \cdot 10^6 = 5887,5 \text{ N.}$$

Egilishdagi qarshilik momenti:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3 = 0,1 \cdot (16)^3 \cdot 10^{-9} = 409,6 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3.$$

Bularni e'tiborga olib, eng katta normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma(\max) = -\frac{5887,5}{\pi d^2} \cdot \frac{5887,5 \cdot 18}{409,6 \cdot 10^{-9}} \approx -727,79 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -727,29 \text{ MPa}.$$

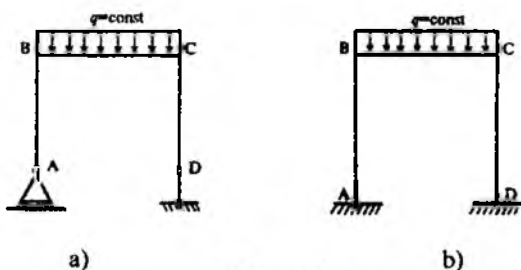
### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Murakkab deformatsiya yoki murakkab qarshilik deganda nimani tushunasiz?
2. Qaysi holdagi egilish qiyshiq egilish deyiladi?
3. Qiyshiq egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
4. Qiyshiq egilishdagi neytral o'q tenglamasini yozing va uni tushuntiring.
5. Markazlashmagan cho'zilish yoki siqilish nima?
6. Markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishda normal kuchlanish va neytral o'q qanday aniqlanadi?
7. Kesim yadrosi nima? To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun kesim yadrosi qanday quriladi?
8. Siljish va burilishning birgalikdagi ta'sirlarini misollar yordamida tushuntiring.

## XI BOB. STATIK ANIQMAS RAMALARNI KUCH USULIDA HISOBLASH

### 11.1-§. Asosiy tushunchalar

Bir qancha to'g'ri bruslarning o'zaro biki qilib tutashtirilishidan hosil bo'lgan elastik tizim *rama* deyiladi (XI.1-shakl).



XI.1-shakl.

Ramani tashkil etuvchi gorizontaal  $BC$  brus *rigel*, vertikal  $AB$  va  $DC$  bruslar esa *ustunlar* deb ataladi.

Rigel va ustunlar  $B$ ,  $C$  tugunlarda shunday biktir qilib tutashtirilganki, rama deformatsiyalanganda ham tugunga tutashgan elementlar bir-birlariga nisbatan burila olmaydi.

Rigel va ustunlar tugunlarda to'g'ri burchak hosil qilgan bo'lsa, bu to'g'ri burchak deformatsiyadan keyin ham o'zgarimasdan qoladi.

Biz bu bobda faqat tekis ramalarni hisoblash bilan chegaralanamiz, xolos. Tekis ramalarda rigel va ustunlarning o'qlari, ularga qo'yilgan tashqi yuklar hamda tayanchlardagi reaksiya kuchlari doimo bitta tekislikda yotadi.

Tayanchlarida paydo bo'luvchi reaksiya kuchlari hamda barcha ko'ndalang kesimlaridagi ichki zo'riqish kuchlari faqat statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanmaydigan ramaga *statik aniqmas* rama deyiladi (XI.1 b-shakl).

Barcha statik aniqmas ramalar «ortiqcha» bog'lanishlar soniga teng bo'lgan statik aniqmaslik darajasi bilan tavsiflanadi.

Uch xil statik aniqmaslik mavjud: *tashqi*, *ichki* va *aralash*.

Tashqi statik aniqmaslik ortiqcha tayanch bog'lanishlari soni bilan tavsiflanib, quyidagicha hisoblanadi:

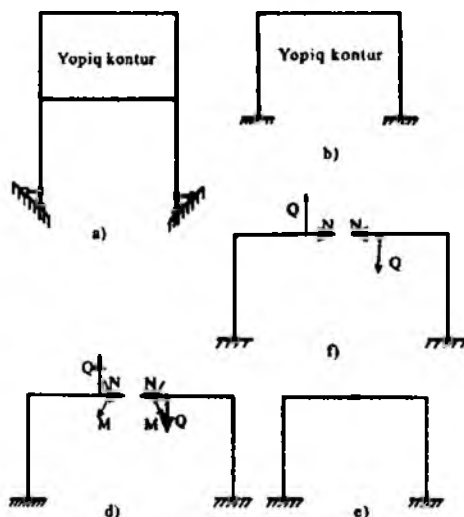
$$S_T = C_R - 3. \quad (\text{XI.1})$$

Bunda,  $C_R$  – ramadagi tayanch bog'lanishlari soni.

Ichki statik aniqmaslik ramadagi yopiq konturlar soni bilan tavsiflanadi.

Bir qancha egri yoki to'g'ri bruslar bir-birlari bilan biktir bog'lanib, yopiq zanjir hosil qilsa, ular yopiq kontur deyiladi (XI.2 a-shakl).





XI.2-shakl.

Sharnirsiz rama ham kontur deb hisoblanadi, chunki u pastdan yer bilan chegaralangan (XI.2 b-shakl).

Har bir sharnirsiz yopiq kontur tekislikda uchta  $N$ ,  $Q$  va  $M$  ichki bog'lanishlarni hosil qiladi. Aniqlash uchun, har bir sharnirsiz yopiq konturning ichki statik aniqlash darajasi uchga tengdir (XI.2 d-shakl).

Agar yopiq konturning tugunlariga yoki bruslaridan biriga sharnir kiritilsa (XI.2 e-shakl), bu nuqtadagi kesimning aylanishini cheklaydigan bog'lanish yo'qolib, uning ichki statik aniqlash darajasi bittaga kamayadi (XI.2 f-shakl). Ikkita brusni tutashiruvchi bunday sharnirlar *oddiy sharnirlar* deb yuritiladi.

Shunday qilib, ichki statik aniqlash darajasi quyidagi formuladan topiladi:

$$S_u = 3 \cdot K - Sh. \quad (XI.2)$$

Bunda  $K$  – yopiq konturlar soni;

$Sh$  – oddiy sharnirlar soni.

Aralash statik aniqlash bir paytda ortiqcha tayanch bog'lanishlari soni hamda yopiq konturlar soni bilan tavsiflanadi.

Aralash yoki to'liq statik aniqlash darajasi  $S$  quyidagiga teng:

$$S = S_T + S_i. \quad (XI.3)$$

Shunday qilib, barcha statik aniqmas ramalar tayanch reaksiyalari va ichki zo'riqishlardan iborat ortiqcha bog'lanish (noma'lum)larga ega bo'ladi; agar ulardan ortiqcha bog'lanishlar olib tashlansa, geometrik o'zgarmas (tashqi kuchlar ta'siridan qo'zg'almaydigan) statik aniq ramalar hosil bo'ladi. Bordi-yu, agar statik aniq ramalardan ham birorta bog'lanish yo'qotilsa, u holda geometrik o'zgaruvchi tizim-mexanizm paydo bo'ladi. Shu sababli statik aniqmas ramalardan ortiqcha bog'lanishlarni yo'qotayotganda mexanizm hosil bo'lishiga yo'l qo'ymaslik kerak.

Ramadagi ortiqcha bog'lanishlarni olib tashlash yo'li bilan hosil qilinadigan statik aniq va geometrik o'zgarmas tizim *asosiy tizim* deyiladi.

Ramaga qo'yilgan tashqi kuchlar va ortiqcha bog'lanishlar bilan yuklangan asosiy tizimga *teng kuchli (ekvivalent) tizim* deyiladi.

### 11.2-§. Kuch usulining kanonik tenglamalari

Ikki marta statik aniqmas rama uchun kuch usulining kanonik tenglamalar sistemasini keltirib chiqamiz (XI.3 a-shakl).

Oldingi paragraflarda bayon etilgan tartibda asosiy va teng kuchli tizim tanlaymiz (XI.3 b, d-shakl).

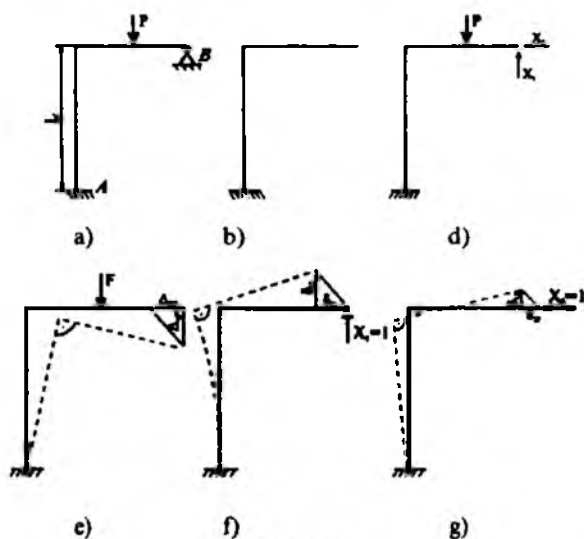
Tekshirilayotgan rama ikkita:  $X_1$  va  $X_2$  ortiqcha bog'lanishlarga ega.  $X_1$ ,  $X_2$  bog'lanishlarni shunday tanlash kerakki, berilgan tizim bilan teng kuchli tizimning deformatsiyasi bir xil bo'lsin. Berilgan tizimning  $B$  uchi qo'zg'almas sharnirli tayanchga tiralganligi sababli gorizontaal va vertikal yo'nalishlardagi ko'chishlar nolga teng bo'ladi. Xuddi shu shart teng kuchli tizim uchun ham bajarilishi shart.

Tekshirilayotgan hol uchun ortiqcha bog'lanishlar qo'yilgan  $B$  kesimning tegishlicha vertikal va gorizontaal yo'nalishlardagi ko'chishlarining nolga teng bo'lish shartlari quyidagicha yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1(X_1, X_2, F)} &= 0 \\ \Delta_{2(X_1, X_2, F)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad a)$$

Bunda  $\Delta_{1(X_1, X_2, F)}$  –  $B$  kesimning vertikal ko'chishi ( $X_1$  kuch yo'nalishidagi  $X_1$ ,  $X_2$  va  $F$  kuchlardan hosil bo'lgan ko'chish);

$\Delta_{2(X_1, X_2, F)}$  –  $B$  kesimning gorizontaal ko'chishi ( $X_2$  kuch yo'nalishidagi  $X_1$ ,  $X_2$  va  $F$  kuchlardan hosil bo'lgan ko'chish).



XI.3-shakl.

Kuchlar ta'sirining o'zaro xalal bermaslik tamoyiliga asosan oxirgi tenglamalar tizimini quyidagicha yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1X_1} + \Delta_{1X_2} + \Delta_{1F} &= 0, \\ \Delta_{2X_1} + \Delta_{2X_2} + \Delta_{2F} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Bunda  $\Delta_{1F}$ ,  $\Delta_{2F}$  – tashqi kuchdan hosil bo'lgan ko'chishlar (XI.3 d-shakl).

Har bir ko'chishning elastiklik chegarasida shu ko'chishni yuzaga keltiruvchi kuchga bog'liq ekanligidan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$D_{iX_k} = \delta_{ik} \cdot X_k \quad (d)$$

Oxirgi ifodani berilgan rama uchun tatbiq etamiz:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1X_1} &= \delta_{11} X_1; & \Delta_{1X_2} &= \delta_{12} X_2 \\ \Delta_{2X_1} &= \delta_{21} X_1; & \Delta_{2X_2} &= \delta_{22} X_2 \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

Bunda,  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}$  – asosiy tizimning  $B$  tayanchidagi  $X_1=1$  va  $X_2=1$  kuchlardan hosil bo'lgan vertikal yo'nalishdagi birlik ko'chishlar (XI.3 f, g-shakl);

$\delta_{22}$ ,  $\delta_{21}$  – asosiy tizimning  $B$  tayanchidagi  $X_1=1$  va  $X_2=1$  kuchlardan hosil bo'lgan gorizontaal yo'nalishdagi birlik ko'chishlar.

(e) ni e'tiborga olib, (b) ni quyidagicha yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.4})$$

Bu tenglamalar kuch usulining *kanonik tenglamalari* deyiladi. Ularning soni elastik tizimning statik aniqmaslik darajasiga teng bo'ladi.

Bu usulni kuch usuli deyilishga sabab shuki, kanonik tenglamalarda noma'lumlar sifatida ortiqcha bog'lanishlardagi kuchlar – tayanch reaksiyalari va ichki zo'riqishlar olinadi.

$n$  marta statik aniqmas rama uchun kanonik tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2F} &= 0, \\ \dots & \\ \dots & \\ \delta_{(n-1)1}X_1 + \delta_{(n-1)2}X_2 + \dots + \delta_{(n-1)n}X_n + \Delta_{(n-1)F} &= 0, \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nF} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.5})$$

Bunda,  $\delta_{ii}$  – birlik kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar;

$\delta_{ik} = \delta_{ki}$  – birlik kuchlardan hosil bo'lgan yordamchi ko'chishlar\*;

$\Delta_{iF}$  – tashqi kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar.

(XI.5) kanonik tenglamalar tizimi tarkibidagi ko'chishlar Mor integralidan

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ii} &= \sum_{(i)} \int \frac{\overline{M}_i^2}{EJ_x} dz \\ \delta_{ik} &= \sum_{(i)} \int \frac{\overline{M}_i \overline{M}_k}{EJ_x} dz \\ \Delta_{iF} &= \sum_{(i)} \int \frac{\overline{M}_i M_F}{EJ_x} dz \end{aligned} \right\} \quad (\text{XI.6})$$

\* Bu tenglik Maksvell teoremasi (ko'chishlarning o'zaro bog'liqligi haqidagi teorema) dan kelib chiqadi.

yoki Vereshagin formulasi bilan topiladi:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ii} &= \sum \frac{A_i \eta_i^C}{EJ_x} \\ \delta_{ik} &= \sum \frac{A_i \eta_k^C}{EJ_x} \\ \Delta_{iF} &= \sum \frac{A_{Fi} \eta_i^C}{EJ_x} \end{aligned} \right\} \quad (XI.7)$$

Bunda  $\bar{M}_i$ ,  $\bar{M}_k$  va  $M_F$  – teng kuchli tizimda  $X_i=1$ ,  $X_k=1$  birlik kuchlar va tashqi yuklar ta'siridan ixtiyoriy ko'ndalang kesimlarda hosil bo'lgan eguvchi momentlarning ifodasi.

$A_i$  va  $A_{Fi}$  – birlik kuchlardan va tashqi yukdan qurilgan eguvchi moment epyurasining yuzasi;  $\eta_i^C$ ,  $\eta_k$  – shu yuzaning og'irlik markaziga to'g'ri kelgan ordinatalar.

(XI.5) tarkibidagi birinchi tenglama teng kuchli tizimga qo'yilgan ortiqcha noma'lum  $X_1$  yo'nalishida tashqi yukdan va barcha noma'lumlardan hosil bo'lgan ko'chishlar yig'indisining nolga tengligini ifodalaydi; ikkinchi tenglama  $X_2$ , uchinchi esa  $X_3$  va hokazo noma'lum kuchlar yo'nalishidagi ko'chishlarning nolga tengligini ifodalaydi.

### 11.3-§. Statik aniqlash ramalari kuch usulida hisoblash rejasi

Hisoblash quyidagi reja asosida olib boriladi:

- ramalarning statik aniqlash darajasi topiladi;
- asosiy va teng kuchli (ekvivalent) tizimlar tanlanadi;
- kanonik tenglama yoki tenglamalar tizimi tuziladi;
- birlik kuchlardan va tashqi yuklardan hosil bo'lgan ko'chishlar aniqlanadi;
  - noma'lum bog'lanish kuchlariga nisbatan kanonik tenglama yoki tenglamalar tizimi yechiladi;
  - eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlarning tugallangan epyuralari quriladi;

- tugallangan epyuralarning qanchalik darajada to'g'ri qurilganligi statik va deformatsion tekshiriladi.

**32-masala.** XI.4 a-shaklda tasvirlangan rama uchun tugallangan eguvchi moment, kesuvchi va bo'ylama kuch epyuralari qurilsin.

Rigel va ustunning o'lchamlari, bikrliklari shaklda ko'rsatilgan:

$$a = l, \quad b = 2l, \quad EJ = \text{const}, \quad F = ql.$$

### **Yechish**

Masalani kuch usulida yechamiz.

1. Dastlab berilgan ramaning statik aniqmaslik darajasini aniqlaymiz:

$$S = n - 3 = 5 - 3 = 2.$$

Demak, ramani hisoblash uchun statikaning muvozanat tenglamalaridan tashqari yana ikkita qo'shimcha deformatsiya tenglamasini tuzish zarur ekan.

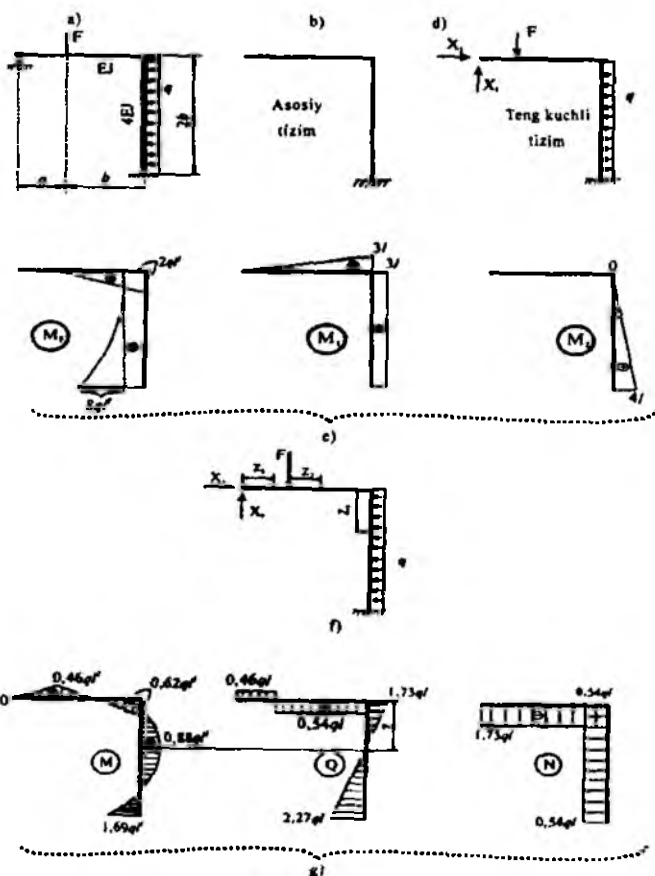
2. Ramani qo'zg'almas sharnirli tayanchdan ozod qilib, asosiy tizim tanlaymiz (XI.4 b-shakl), keyin uni tashqi kuchlar hamda noma'lum reaksiya kuchlari  $X_1$  va  $X_2$  lar bilan yuklab, teng kuchli - ekvivalent tizimlarni tuzamiz (XI.4 d-shakl).

3. Teng kuchli tizim uchun kanonik tenglamalar tizimi quyidagicha yoziladi:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Asosiy tizimni alohida-alohida tashqi kuch hamda noma'lum  $X_1$  va  $X_2$  reaksiya kuchlari o'rniga qo'yilgan  $\bar{X}_1=1$  va  $\bar{X}_2=1$  birlik kuchlar bilan yuklaymiz; keyin esa ular uchun  $M_F$ ,  $\bar{M}_1$  va  $\bar{M}_2$  eguvchi moment epyuralarini quramiz (XI. 4 e-shakl).

Asosiy tizim bitta tayanchga ega bo'lganligi uchun uning reaksiya kuchlari aniqlanmaydi.



XI.4-shaki.

$$\delta_{11} = (\bar{M}_1, \bar{M}_1) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{3l \cdot 3l}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3l + \frac{1}{4EJ} \cdot 3l \cdot 2b \cdot 3l = \frac{18l^3}{EJ}$$

$$\delta_{22} = (\bar{M}_2, \bar{M}_2) = \frac{1}{4EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l \cdot 2b \cdot \frac{2}{3} \cdot 4l = \frac{16l^3}{3EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{M}_1, \bar{M}_2) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l \cdot 2b \cdot 3l = \frac{6l^3}{EJ}$$

$$\Delta_{1F} = (\bar{M}_1, M_F) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2ql^2) \cdot \frac{7l}{3} + \frac{1}{4EJ} \left[ (-2ql^2) \cdot 2b \cdot 3l + \frac{1}{3} (-8ql^2) \cdot 2b \cdot 3l \right] =$$

$$= -\frac{56}{3} \cdot \frac{ql^4}{EJ}.$$

$$\Delta_{2F} = (\bar{M}_2, M_F) = \frac{1}{4EJ} \left[ (-2ql^2) \cdot 2b \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l + (-8ql^2) \cdot 2b \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 4l \right] = -\frac{12ql^4}{EJ}.$$

$$\begin{cases} \frac{18l^3}{EJ} \cdot X_1 + \frac{6l^3}{EJ} \cdot X_2 - \frac{56}{3} \cdot \frac{ql^4}{EJ} = 0 \\ \frac{6l^3}{EJ} \cdot X_1 + \frac{16l^3}{3EJ} \cdot X_2 - \frac{12ql^4}{EJ} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \times \frac{3EJ}{l^3} \\ \times \frac{3EJ}{l^3} \end{cases}$$

bundan  $X_1 = 0,46ql$ ,  $X_2 = 1,73ql$ .

4. Eguvchi moment, kesuvchi kuch va bo'ylama kuchlarning tugalangan epyuralarini qurish.

Kesish usulidan foydalanib quyidagi ifodalarni yozamiz (XI.5 f-shakl).

1-oraliq:  $0 \leq z_1 \leq a$

$$N_{z_1} = -X_2 = -1,73ql,$$

$$Q_{z_1} = -X_1 = 0,46ql.$$

$$M_{z_1} = X_1 \cdot z_1; \quad M_{z_1=0} = 0; \quad M_{z_1=a} = X_1 a = 0,46ql^2.$$

2-oraliq:  $0 \leq z_2 \leq b$

$$N_{z_2} = -X_2 = -1,73ql,$$

$$Q_{z_2} = X_1 - F = -0,54ql,$$

$$M_{z_2} = X_1(a + z_2) - F \cdot z_2;$$

$$(M_{z_2=0} = 0,46ql^2; \quad M_{z_2=b} = 0,62ql^2)$$

3-oraliq:  $0 \leq z_3 \leq 2b$

$$N_{z_3} = X_1 - F = -0,54ql;$$



$$Q_{z_1} = X_2 - qz_3; \quad (Q_{z_1=0} = 1,73ql; \quad Q_{z_1=2b} = -2,27ql)$$

$$M_{z_3} = X_1(a+b) - F \cdot b + X_2 \cdot z_3 - q \frac{z_3^2}{2};$$

$$(M_{z_1=0} = -0,62ql^2; \quad M_{z_1=1,73a} = 0,88ql^2; \quad M_{z_1=2b} = -1,69ql^2)$$

agar  $Q_{z_1} = 0$  bo'lganda  $z_3 = \frac{X_2}{q} = 1,73a$  ekanligi kelib chiqadi.

Hosil qilingan qiymatlar asosida  $M$ ,  $Q$  va  $N$  larning tugallangan epyuralarini quramiz (XI. 4 g-shakl).

5. Epyuralarni deformatsion tekshirish.

Buning uchun tugallangan  $M$  epyurasini  $\bar{M}_1$  va  $\bar{M}_2$  epyuralarga ko'paytiramiz:

$$\sum \frac{M_i M_1}{EJ} = 0$$

yoki

$$\delta(M, \bar{M}_1) = \sum \frac{A_i \eta_i'}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left[ \frac{0,46ql^2 l}{2} \cdot \frac{2}{3} l - \frac{0,62ql^2 2l}{2} \left(1 + \frac{2}{3}\right) l + \frac{0,46ql^2 2l}{2} \left(1 + \frac{1}{3}\right) l \right] +$$

$$+ \frac{1}{4EJ} \left[ -\frac{1,69ql^2 \cdot 4l}{2} \cdot 3l - \frac{0,62ql^2 \cdot 4l}{2} \cdot 3l + 2ql^2 \cdot 4l \cdot 3l \right] = \frac{0,26ql^4}{EJ}.$$

Bu qiymat  $\Delta_{1F} = -\frac{56}{3} \cdot \frac{ql^4}{EJ}$  ning atigi 1,4 foizini tashkil etganligi bois, uni nolga teng deb qabul qilish mumkin.

$$\delta(M, \bar{M}_2) = \frac{1}{4EJ} (A_3 \eta_3' + A_3 \eta_3' + A_3 \eta_3') =$$

$$= \frac{1}{4EJ} \left[ -\frac{1,69ql^2}{2} \cdot 4l \cdot \frac{2}{3} \cdot 4l - \frac{0,62ql^2 \cdot 4l}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4l + \frac{2}{3} \cdot 2ql^2 \cdot 4l \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l \right] = 0.$$

### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Statik aniqmas konstruksiyalar deb nimaga aytiladi?
2. Statik aniqmas konstruksiyalarni hisoblashda qanday usullar qo'llaniladi?
3. Kuch usulining mohiyatini tushuntiring.
4. Statik aniqmaslik darajasini topish formulasini yozing va uni tushuntiring.
5. Statik aniqmas tizimlar qanday xususiyatlarga ega?
6. Kuch usulining kanonik tenglamalari tarkibidagi hadlar qanday aniqlanadi?
7. Kanonik tenglama koeffitsientlarini aniqlash ketma-ketligini ko'rsating.
8. Kuch usulida hisoblangan tizim qanday tekshiriladi?

## XII BOB. MATRITSALAR YORDAMIDA STATIK ANIQMAS TIZIMLARNI HISOBLASH

### 12.1-§. Matritsa usulida Mor integralini hisoblash

(IX.9) formulaga tayanib (9.5-§ ga qarang), bikrligi o'zgaruvchan bo'lgan elastik tizimlar uchun Mor integralini quyidagicha yozish mumkin:

$$\Delta_{KF} = \int_a^b \frac{M_i \cdot M_F}{E \cdot J} dz. \quad (a)$$

Bunda  $M=M_i$  – birlik yukning eguvchi momenti;

$M = M_F$  – tashqi yukning eguvchi momenti;

$EJ=EJ_x(z)$  – egilishdagi bikrlik.

Elektron hisoblash mashinasi yordamida integral belgisi ostidagi

$\frac{M_i M_F}{EJ} = f(z)$  uzluksiz funksiyani hisoblash uchun taqribiy usullardan foydalanish zarur.

Ma'lumki,  $\int_a^b f(z) dz$  aniq integralni hisoblash geometrik nuqtayi

nazardan qaraganda, abssisa o'qi  $z$ ,  $z=a$  va  $z=b$  to'g'ri chiziqlar hamda  $f(z)$  funksiya bilan chegaralangan egri chizikli trapetsiyaning yuzasini hisoblashga keltiriladi (XII.1-shakl).

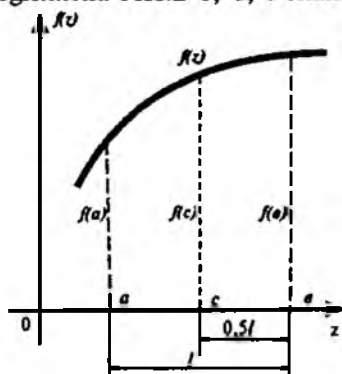
Simpson formulasi yordamida bu yuza

$$\int_a^b f(z) dz \approx \frac{l}{6} [f(a) + 4f(c) + f(b)] \quad (\text{XII.1})$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Aytaylik, umumiy holda  $\frac{M_i M_F}{EJ}$  funksiya tekshirilayotgan oraliqda uchinchi tartibli egri chiziq bilan chegaralangan bo'lsin (XII.2 a-shakl).

Unda  $\frac{1}{J}$  funksiyaning grafigi hamda birlik va tashqi yuklardan qurilgan epyuralar ham tegishlixa XII.2 b, d, e-shakllarda tasvirlangandek bo'ladi.



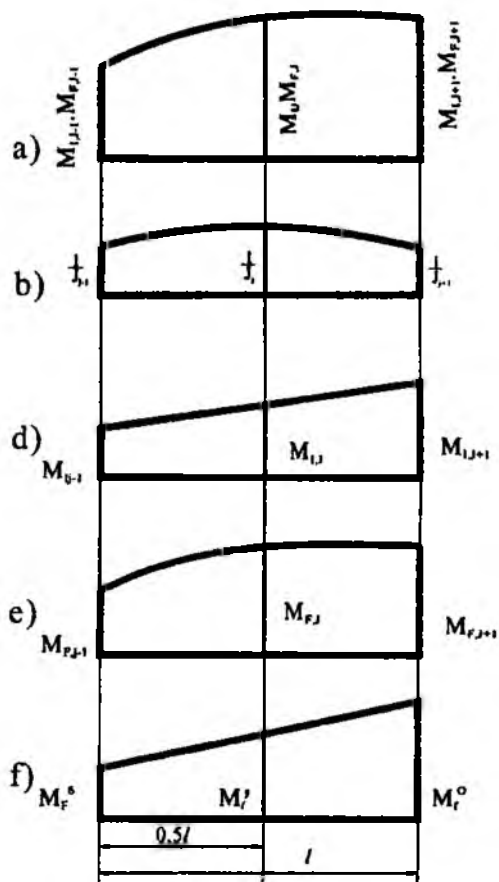
XII.1-shakl.

Simpson formulasini qo'llab, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\Delta_{KF} = \int_a^b \frac{\overline{MM}}{EJ} dz = \frac{l}{6} \left( \frac{M_{i,j-1} \cdot M_{F,j-1}}{EJ_{j-1}} + 4 \frac{M_{i,j} \cdot M_{F,j}}{EJ_j} + \frac{M_{i,j+1} \cdot M_{F,j+1}}{EJ_{j+1}} \right) \quad (\text{b})$$

Oxirgi ifodani matritsa shaklida yozamiz:

$$\Delta_{KF} = \begin{bmatrix} M_{i,j-1} & M_{i,j} & M_{i,j+1} \end{bmatrix} \frac{l_j}{6EI_0} \begin{bmatrix} a_{j-1} & 0 & 0 \\ 0 & 4a_j & 0 \\ 0 & 0 & a_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{F,i-1} \\ M_{F,j} \\ M_{F,j+1} \end{bmatrix} = \overline{M}_i^T B_j M_F \quad (d)$$



XII.2- shakl.

Bunda  $a_j = \frac{J_0}{J_j}$  – nisbiy moyillik koeffitsienti;

$J_0$  – o'zgarmas miqdor.

Shunday qilib, Mor integralining matritsa shakli quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta_{KF} = \overline{M}_i^T \cdot B_i \cdot M_F \quad (\text{XII.2})$$

Bunda  $\overline{M}_i^T = [M_i^d, M_i^o, M_i^e]$  – birlik momentlar (oraliq boshidagi  $M_i^b$ , o'rtasidagi  $M_i^o$ , va oxiridagi  $M_i^e$ ) matritsasining satri yoki transponirlanuvchi ustun;

$$B_i = \frac{l_i}{6EJ_0} \begin{bmatrix} a_{j-1} & 0 & 0 \\ 0 & 4a_j & 0 \\ 0 & 0 & a_{j+1} \end{bmatrix} \quad \text{– moyillik matritsasi};$$

$$M_F = \begin{bmatrix} M_F^d \\ M_F^y \\ M_F^e \end{bmatrix} \quad \text{– tashqi yuklar (oraliq boshidagi } M_F^b, \text{ o'rtasidagi } M_F^y \text{ va}$$

oxiridagi  $M_F^e$ ) matritsasining ustuni.

Agar tekshirilayotgan oraliqda tashqi yuklardan qurilgan eguvchi moment epyurasi  $M_F$  chiziqli o'zgarsa (XII.2 f-shakl), u holda oraliq o'rtasidagi eguvchi moment

$$M_F^{o'} = 0,5(M_F^d + M_F^e) \quad (\text{e})$$

ko'rinishda bo'ladi.

Shu sababli (b) formula birmuncha soddalashadi:

$$\begin{aligned} \Delta_{KF} &= \frac{l_i}{6} \left( \frac{M_i^d M_F^d}{EJ^\delta} + 4 \frac{(M_i^d + M_i^e) \cdot (M_F^d + M_F^e)}{2EJ^y} + \frac{M_i^e \cdot M_F^e}{EJ^o} \right) = \\ &= \frac{l_i}{6} \left[ \left( \frac{1}{EJ^\delta} + \frac{1}{EJ^y} \right) M_i^d M_F^d + \frac{M_i^e M_F^d}{EJ^y} + \frac{M_i^d M_F^e}{EJ^y} + M_i^e M_F^e \left( \frac{1}{EJ^y} + \frac{1}{EJ^o} \right) \right] \end{aligned}$$

yoki matritsa shaklida:

$$\Delta_{KF} = \left| M_i^6 \cdot M_i^0 \right| \cdot \frac{l_i}{6EJ_0} \begin{bmatrix} a^\delta + a^y & a^y \\ a^y & a^0 + a^y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_F^6 \\ M_F^0 \end{bmatrix} = \overline{M}_i^T B_i M_F \quad (\text{XII.3})$$

Bunda

$$\left. \begin{aligned} \overline{M}_i^T &= \left| M_i^6 \quad M_i^0 \right| \\ B_i &= \frac{l_i}{6EJ_0} \begin{bmatrix} (a^\delta + a^y) & a^y \\ a^y & (a^0 + a^y) \end{bmatrix} \\ M_F &= \begin{bmatrix} M_F^6 \\ M_F^0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XII.4})$$

$a^\delta = \frac{J^0}{J^\delta}$ ;  $a^y = \frac{J^0}{J^y}$ ,  $a^0 = \frac{J^0}{J^0}$  - nisbiy moyillik koeffitsienti.

Agar bikrlilik  $EJ = \text{const}$  bo'lsa, moyillik matritsasi quyidagicha bo'ladi:  
 -  $M_F$  epyurasi egri chiziq bilan chegaralangan holda

$$B_i = \frac{l_i}{6EJ_i} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

-  $M_F$  epyurasi to'g'ri chiziq bilan chegaralangan holda

$$B_i = \frac{l_i}{6EJ_i} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Agar tekshirilayotgan elastik tizim  $n$  ta oraliqdan iborat bo'lsa, yuqoridagi matritsalar quyidagicha yoziladi:

a)  $M_F$  epyurasi egri chiziq bilan chegaralanganda

$$\overline{M} = \overline{M}^T = \left| \underbrace{M_1^{\sigma} M_1^y M_1^0}_{1\text{-oraliq}} \dots \underbrace{M_i^{\sigma} M_i^y M_i^0}_{i\text{-oraliq}} \dots \underbrace{M_n^{\sigma} M_n^y M_n^0}_{n\text{-oraliq}} \right|$$

$$B = \left| \begin{array}{ccccccc} B_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & . & \dots & . & \dots & 0 & 0 \\ 0 & . & \dots & . & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & B_i & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & B_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & B_n \end{array} \right|$$

$$M_F = \left| \begin{array}{c} M_{1F}^{\sigma} \\ M_{1F}^y \\ M_{1F}^0 \\ . \\ . \\ . \\ M_{iF}^{\sigma} \\ M_{iF}^y \\ M_{iF}^0 \\ . \\ . \\ . \\ M_{nF}^{\sigma} \\ M_{nF}^y \\ M_{nF}^0 \end{array} \right| \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \phantom{M_{1F}^{\sigma}} \\ \phantom{M_{1F}^y} \\ \phantom{M_{1F}^0} \end{array} \right\} 1\text{-oraliq} \\ \left. \begin{array}{l} \phantom{M_{iF}^{\sigma}} \\ \phantom{M_{iF}^y} \\ \phantom{M_{iF}^0} \end{array} \right\} i\text{-oraliq} \\ \left. \begin{array}{l} \phantom{M_{nF}^{\sigma}} \\ \phantom{M_{nF}^y} \\ \phantom{M_{nF}^0} \end{array} \right\} n\text{-oraliq} \end{array} \right.$$

b)  $M_F$  epyurasi to'g'ri chiziq bilan chegaralanganda

$$\overline{M}_i^T = \left\| \underbrace{\overline{M}_i^T \cdot \overline{M}_i^0}_{1\text{-oralik}} \cdot \dots \cdot \underbrace{\overline{M}_i^6 \cdot \overline{M}_i^0}_{i\text{-oralik}} \cdot \dots \cdot \underbrace{\overline{M}_n^6 \cdot \overline{M}_n^0}_{n\text{-oralik}} \right\|$$

$$B = \left\| \begin{array}{cccccccc} B_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & \dots & . & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & \dots & . & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & B_i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & B_{n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & B_n \end{array} \right\|$$

$$M_F = \left\| \begin{array}{l} M_{1F}^6 \\ M_{1F}^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ M_{iF}^6 \\ M_{iF}^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ M_{nF}^6 \\ M_{nF}^0 \end{array} \right\| \left. \begin{array}{l} 1\text{-oralik} \\ \\ i\text{-oralik} \\ \\ n\text{-oralik} \end{array} \right\|$$



### 12.2-§. Statik aniqlama tizimlari matritsalar yordamida kuch usulida hisoblash

Statik aniqlama tizimlari hisoblashning kuch usuli XI bobda batafsil bayon etilgan edi. Kuch usuli yordamida masalalar yechayotganda statik aniqlama darajasini topish, asosiy va teng kuchli tizimlar tanlash hamda quyidagi ko'rinishdagi kanonik tenglamalar tizimini tuzish zarurligi aytilgan edi:

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1F} &= 0 \\
 \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2F} &= 0 \\
 \dots & \\
 \dots & \\
 \delta_{(n-1)1}X_1 + \delta_{(n-1)2}X_2 + \dots + \delta_{(n-1)n}X_n + \Delta_{(n-1)F} &= 0 \\
 \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nF} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad \text{(XII.5)}$$

Endi kanonik tenglamalar tizimini yechishning matritsalar usuli bilan tanishib chiqamiz.

(XII.5) tenglamalar tizimining matritsa shaklida yozilishi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\delta_1 \cdot \bar{X} + \bar{\Delta}_p = 0. \quad \text{(XII.6)}$$

Bunda

$$\delta_1 = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{— noma'lumlar oldidagi koeffitsientlar matrit-}$$

sasi yoki birlik kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar matritsasi;

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{n-1} \\ X_n \end{pmatrix} \quad \text{-- noma'lumlar matritsasi (vektor);}$$

$$\bar{\Delta}_F = \begin{pmatrix} \Delta_{1F} \\ \Delta_{2F} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta_{(n-1)F} \\ \Delta_{nF} \end{pmatrix} \quad \text{-- ozod hadlar matritsasi (vektor) yoki tashqi yuklar-}$$

dan hosil bo'lgan ko'chishlar matritsasi.

$\delta_1$  va  $\bar{\Delta}_F$  matritsalarini aniqlashda quyidagi formulalar qo'llaniladi:

$$\delta_1 = \bar{M} B \bar{M}^T = \mu \bar{M}^T; \quad (\text{XII.7})$$

$$\bar{\Delta}_F = \bar{M} B M = \mu M, \quad (\text{XII.8})$$

bunda  $\bar{M}$  – birlik momentlarning satr matritsasi;

$\bar{M}^T$  –  $\bar{M}$  ga transponirlangan matritsa;

$M$  – tashqi yuklarning ustun matritsasi;

$V$  – moyillik matritsasi.

(XII.7) ning ikkala tomonini  $\delta_1$  ga teskari bo'lgan  $\delta_1^{-1}$  matritsaga ko'paytiramiz:

$$\delta_1^{-1} \delta_1 \bar{X} = -\delta^{-1} \bar{\Delta}_F.$$

Teskari matritsalar xossasiga ko'ra

$$\delta_1^{-1} \delta_1 = E.$$

Bunda  $E$  - birlik matritsa.

Shu sababli

$$\bar{X} = \left\| \bar{X}_j \right\| = -\delta_1^{-1} \cdot \bar{\Delta}_F. \quad (\text{XII.9})$$

Demak, *ortiqcha bog'lanishlarni topish uchun birlik kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar matritsasiga teskari matritsa va tashqi yuklardan hosil bo'lgan ko'chishlar matritsasini hisoblash zarur ekan.*

Yuqoridagi ifodalarni e'tiborga olib, oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\bar{X} = -(\mu \bar{M}^T)^{-1} \cdot \mu M. \quad (\text{XII.10})$$

Eguvchi momentning tugallangan epyurasini qurish uchun tashqi yuklar ta'siri ostida tizimda hosil bo'lgan zo'riqishlarni topish lozim:

$$M_{um} = \dot{I} + \sum_{j=0}^n \bar{M}_j \bar{O}_j,$$

yoki

$$M_{um} = \dot{I} + \bar{I} (-\mu \cdot \bar{I}^0)^{-1} \cdot \mu \dot{I}. \quad (\text{XII.11})$$

Bu formulalarda birinchi had asosiy tizimda tashqi yuklardan hosil bo'lgan zo'riqishlarni, ikkinchi had esa ortiqcha bog'lanishlardan hosil bo'lgan zo'riqishlarni ifodalaydi.

Tashqi yuklardan hosil bo'lgan ko'chishlarni topamiz:

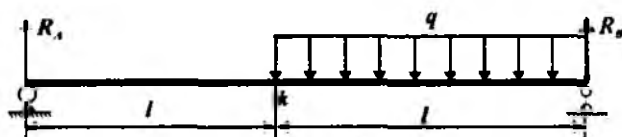
$$\Delta = \bar{M} \cdot B \cdot M_{um}$$

yoki

$$\Delta = \mu [M + \bar{M} (-\mu \bar{M}^T)^{-1} \cdot \mu \cdot M]. \quad (\text{XII.12})$$

Bu kattalik eguvchi momentning tugallangan epyurasi qanchalik aniq qurilganligini tekshirishda muhim rol o'ynaydi; agar  $\Delta=0$  bo'lsa, hisoblash ishlari to'g'ri bajarilgan deb hisoblanadi.

**34-masala.** Oddiy to'sinning bikrligi  $EJ=3EJ_x$  bo'lgan oralig'i yoyilgan kuchlar bilan yuklangan (XII.3 a-shakl).



XII.3-shakl.

Jadvalda berilgan qiymatlar asosida  $K$  kesimning salqiligini aniqlash talab etiladi.

Berilgan kattaliklar				
$q$	$l$	material	egilishdagi birlik o'zgarmas	Oraliqlar soni
kN/m	m	po'lat	$3EJ, = const$	2
120	1,4	Ст 5		

### Masalaning yechilishi

Masalani yechish uchun quyidagilarni bilish va qo'llay olish tavsiya etiladi:

- tayanch reaksiyalarni aniqlash;
- kesish usulini qo'llab, eguvchi momentning  $M_F$  va  $\bar{M}$  epyurasini qurish (6-masalaga qarang);
- Mor integralini matritsa shaklida ifodalay olish hamda matritsa ustida tegishli amallarni bajara olish;
- tashqi yukning matritsa-ustunini, birlik momentning matritsa-satrini va moyillik matritsasini tuzish tartibini bilish.

Masalani yechish tartibi:

- muvozanat tenglamalaridan tayanch reaksiyalarini aniqlash;
- kesish usuli yordamida aniq masshtab tanlab, eguvchi momentlarning epyuralarini qurish;
- tashqi yukning matritsa-ustunini, birlik momentning matritsa-satrini va moyillik matritsasini tuzish;
- salqiligni aniqlash.

Tayanch reaksiyalarini aniqlash		
$\sum M_a = -R_B 2l + ql \left( l + \frac{l}{2} \right) = 0$	$R_B = \frac{3}{4} ql = 105 \text{ kN}$	
$\sum M_b = R_A 2l - ql \frac{l}{2} = 0$	$R_A = \frac{1}{4} ql = 35 \text{ kN}$	
$\sum Y = R_A + R_B - ql = 0$		
(tekshirish)		
$M$ va $\bar{M}$ larning analitik ifodalarini tuzish		
I	$0 \leq z_1 \leq l$	$M(z_1) = R_A \cdot z_1$
		$\bar{M}(z_1) = \frac{1}{2} \cdot z_1$

II	$l \leq z_2 \leq 2l$	$M(z_2) = R_1 \cdot z_2 - q(z_2 - l) \frac{(z_2 - l)}{2}$
		$\bar{M}(z_1) = \frac{1}{2} \cdot z_2 - 1 \cdot (z_2 - l)$

**Matritsa usulining tatbiq etilishi**

tashqi yukning matritsa-ustuni	$M = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} q l^2 \\ \frac{1}{4} q l^2 \\ 2 q l^2 \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{4} q l^2 \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 8 \\ 0 \end{vmatrix}$
--------------------------------	---

birlik momentning matritsa-satri	$\bar{M} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{l}{2} & \frac{l}{2} & \frac{l}{4} & 0 \end{vmatrix} = \frac{l}{2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$
----------------------------------	---

moyillik matritsasi	$B_1 = \frac{l}{6EJ} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad B_2 = \frac{l}{6(3EJ)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{l}{6EJ} \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$
	$B = \begin{vmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{vmatrix} = \frac{l}{6EJ} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$

**K kesimning salqiliginani aniqlash**

$$\Delta_K = \bar{M} B M = \frac{l}{2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{l}{6EJ} \\ \frac{l}{6EJ} \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 8 \\ 0 \end{vmatrix} = 0.014 \frac{q l^4}{EJ}$$

## NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. *Mor integralining matritsa shaklini yozing va qisqacha tushuntiring.*
2. *Kanonik tenglamalar tizimini yechishning matritsa usulini izohlang.*

### XIII BOB. SIQILGAN STERJENLARNING USTUVORLIGI (*Bo'ylama egilish*)

#### 13.1-§. Asosiy tushunchalar

Nazariy mexanikadan ma'lumki, mutlaq qattiq jismlarning muvozanat holatlari uch xil bo'ladi: *turg'un, farqsiz va turg'unmas*.

Masalan, botiq sirt ichida sharcha (zoldir)ning muvozanati ustuvor bo'ladi, chunki sharcha joyidan bir oz qo'zg'atilib, qo'yib yuborilgach, yana o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytib keladi (XIII.1 a-shakl).

Gorizontal tekislikda yotgan sharcha farqsiz muvozanat holatda bo'ladi (XIII.1 b-shakl); muvozanat holatdan chiqarilgan sharcha tashqi kuch ta'siri to'xtatilgach, o'zining dastlabki holatiga qaytmasdan yangi muvozanat holatni egallaydi.

Nihoyat, qavariq sirt ustida turgan sharcha noustuvor muvozanat holatda bo'ladi (XIII.1 d-shakl); muvozanatdan chiqarilgan sharcha kuch ta'siri to'xtatilgandan keyin oldingi holatiga qaytmaydi.

Shunga o'xshash misollarni deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarda, xususan siqilgan sterjenlarning muvozanatini o'rganish jarayonida ham uchratish mumkin.

Yuqorida tekshirilgan misollardan ko'rinib turibdiki, mutlaq qattiq jismlarning ustuvorligi ularga qo'yilgan tashqi kuchlarga bog'liq emas. Masalan, sharchaning og'irligi uning ustuvorligiga «go'yoki» ta'sir ko'rsatmaydi. Ammo deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning ustuvorligi ularga ta'sir etuvchi kuchning qiymati, yo'nalishi, qo'yilish joyi, ta'sir etish turi, jismlarning materiali kabi bir qancha omillarga uzviy bog'liqdir.

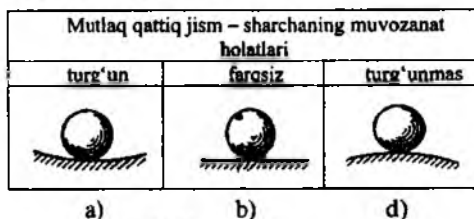
Faraz qilaylik, qo'zg'aluvchan va qo'zg'almas sharnirli tayanchlar yordamida mahkamlangan to'g'ri chiziqli uzun va ingichka sterjenning yuqori uchiga statik ravishda asta-sekin oshib boruvchi siquvchi kuch qo'yilgan bo'lsin (XIII.2-shakl).

Agar yetarli darajada kichik siquvchi kuch ta'siridagi sterjenni birorta ko'ndalang kuch bilan yon tomondan turtib yuborsak, kuchlar ta'siri to'xtatilgach, sterjen bir oz tebranib o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga qaytadi (XIII.2 a-shakl). Sterjenning bu holati *ustuvor muvozanat* deyiladi.

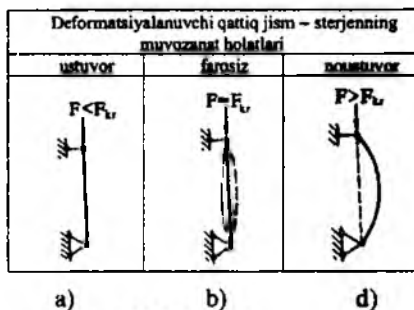
Siquvchi kuchni sekin-asta oshira borib, uning shunday qiymatini topish mumkinki, bu qiymatda ko'ndalang yo'nalishdagi turtkidan keyin tashqi ta'sir to'xtatilgach, sterjen to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan, egilganicha qoladi (XIII.2 b-shakl).

Bordi-yu, sterjen to'g'rilab qo'yilsa, u o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatini egallaydi. Sterjenning bu holati *farqsiz muvozanat* deyiladi; bu holatga to'g'ri keluvchi siquvchi kuchning qiymati esa *kritik qiymat* yoki *kritik kuch* deb aytiladi hamda  $F_{kr}$  harfi bilan belgilanadi.

Kritik kuchdan kattaroq kuch bilan siqilgan sterjen tabiiyki, kuch ta'siri to'xtatilgach, u dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga to'liq qaytmaydi, balki egilib, ustuvorligini yo'qotadi (XIII.2 d-shakl). Sterjenning bu holati *noustuvor muvozanat* deyiladi.



XIII.1-shakl.



XIII.2-shakl.

Shunday qilib, kritik kuch farqsiz muvozanat holatiga tegishli shunday kuch ekanki, agar uning qiymati «salgina» kamaytirilsa sterjen ustuvor, aksincha oshirilsa, u noustuvor muvozanat holatni egallaydi.

To'g'ri chiziqli uzun va ingichka siqilgan sterjenlar ustuvorligining yo'qolish hodisasi *bo'ylama egilish* deb ataladi.

Konstruksiya qismlarining bo'ylama egilishi xavfli bo'lganligi sababli unga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Masalan, siquvchi kuch  $F_{kr}$  dan salgina oshirilgandayoq egilish juda tez o'sib (salqilik bilan siquvchi kuch orasida chiziqli bog'lanish mavjud) sterjen to'satdan yemirilishi ham mumkin.

Shu jihatdan qaraganda, siqilgan sterjenlarning xavf-xatarsiz ishlashini ta'minlovchi siquvchi kuchning haqiqiy qiymati  $F$  ni kritik kuch  $F_{kr}$  dan kichik qilib olish maqsadga muvofiqdir:

$$F = \frac{F_{kr}}{n^s}. \quad (\text{XIII.1})$$

Bunda  $n^s$  – ustuvorlikning hisoblab aniqlanadigan yoki haqiqiy ehtiyot koeffitsienti\*.

Ustuvorlikning talab etiladigan yoki zaruriy ehtiyot koeffitsienti maxsus jadvallardan olinadi. Masalan, mashinasozlik konstruksiyalarining po'lat materiallardan yasalgan qismlarini hisoblashda  $n_{adm}^s = 4 \div 5$  oraliqda, qurilish konstruksiyalarining qismlarini hisoblashda esa  $n_{adm}^s$  quyidagicha olinadi:

$$n_{adm}^s = 1,8 \div 3 \text{ (po'lat uchun), } n_{adm}^s = 2,8 \div 3,2 \text{ (yog'och uchun),}$$

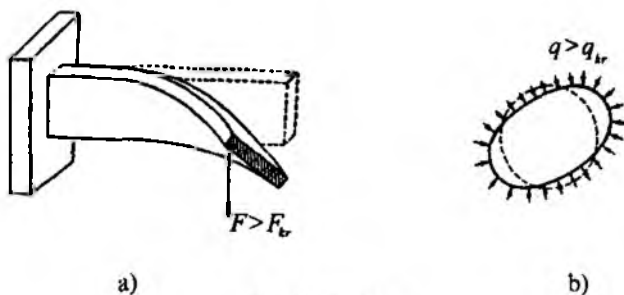
$$n_{adm}^s = 2,8 \div 5,5 \text{ (cho'yan uchun).}$$

Ustuvorlikning yo'qolish hodisasi faqat siqilgan sterjenlargagina xos bo'lmasdan, balki konstruksiyalarning boshqa xildagi elementlarida ham juda ko'p uchraydi. Masalan, tekis egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'g'ri to'rtburchak kesimli, yupqa devorli konsol kuch kritik qiymatdan oltirilganda ustuvorligini yo'qotib egilish va buralishga birgalikda qarshilik ko'rsatadi (XIII.3 a-shakl); radial yo'nalishda siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi yupqa halqa  $q > q_{kr}$  kuch ta'sirida shaklini o'zgartirib, siqilish bilan egilishga birgalikda qarshilik ko'rsatadi va ustuvorligini yo'qotadi (XIII.3 b-shakl).

---

\*s – darajasi ingliz tilidagi stabilite (ustuvorlik) so'zidan olingan.





XIII.3-shakl.

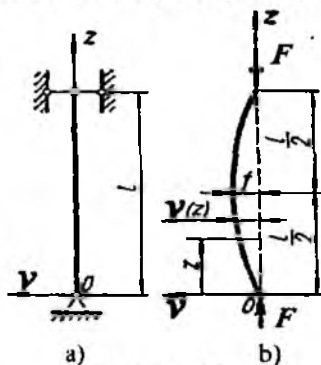
Bu misollar ustuvorlik yo'qolganda konstruktsiya qismlarining deformatsiyalanish holati ham sifat jihatidan o'zgarib ketishini, ya'ni oddiy deformatsiyaning murakkab deformatsiyaga aylanishini to'liq tasdiqlaydi.

Yuqoridagi mulohazalardan kelib chiqib shuni aytish mumkinki, ustuvorlikka oid masalalarni yechishda kritik kuch va kritik kuchlanishlarni aniqlash muhim ahamiyatga ega.

### 13.2-§. Kritik kuchni topishning Eyler formulasi

Eyler formulasini keltirib chiqarish uchun bikrligi o'zgarmas, uchlari sharnirli mahkamlangan prizmatik sterjendan foydalanamiz (XIII.4 a-shakl).

Sterjenni miqdor jihatidan teng, ammo yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lgan ikkita siquvchi kuch bilan yuklaymiz (XIII.4 b-shakl).



XIII.4-shakl.

Siquvchi kuch  $F = F_{kp}$  bo'lganda, sterjen egri chiziqli muvozanat holatiga o'tadi. Sterjenning deformatsiyasini juda kichik deb faraz qilib, elastik chiziqning taqribiy differensial tenglamasini quyidagicha yozamiz:

$$EJ_x v_z'' = \pm M_z. \quad (a)$$

Bunrda,  $EJ_x = EJ_{\min}$  ga teng, chunki ustuvorlikning yo'qolishi bikrligi kichik tekislikda sodir bo'ladi.

Istalgan kesimdagi eguvchi moment  $M_z = -F_{kp} \cdot v_z$  ga teng; bu yerda minus ishora egrilikning kamayishini ko'rsatadi.

Eguvchi momentning ifodasini (a) ga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$EJ_{\min} v_z'' = -F_{kr} v_z \quad \text{yoki} \quad v_z'' + \kappa^2 v_z = 0. \quad (b)$$

Bunda 
$$\kappa^2 = \frac{F_{kr}}{EJ_{\min}}. \quad (d)$$

Hosil qilingan bir jinsli differensial tenglamaning umumiy integrali quyidagi ko'rinishga ega.

$$v_z = A \cos \kappa z + B \sin \kappa z. \quad (e)$$

Ixtiyoriy  $A$  va  $B$  integral o'zgarmlarini quyidagi chegaraviy shartlardan foydalanib topamiz:

$$z = 0 \quad \text{bo'lganda, salqilik} \quad v_z = 0 \quad \text{bo'ladi};$$

$$z = \ell \quad \text{bo'lganda, salqilik} \quad v_z = 0 \quad \text{bo'ladi}.$$

Birinchi chegaraviy shartdan  $A=0$  ekanligi kelib chiqadi; shu sababli

$$v_z = B \sin \kappa z \quad (f)$$

ko'rinishda yoziladi.

Ikkinchi chegaraviy shartdan

$$B \sin \kappa \ell = 0$$

tenglamani hosil qilamiz.

Matematik nuqtayi nazardan qaraganda bu tenglamada  $B=0$  yoki  $\sin \kappa \ell = 0$  bo'lishi kerak.

Ammo  $B$  nolga teng bo'lishi mumkin emas, chunki bu shartning bajarilishi sterjenning o'qi to'g'ri chiziqlicha qoladi degan ma'noni anglatadi, tabiiyki, bu masalaning shartiga zid.

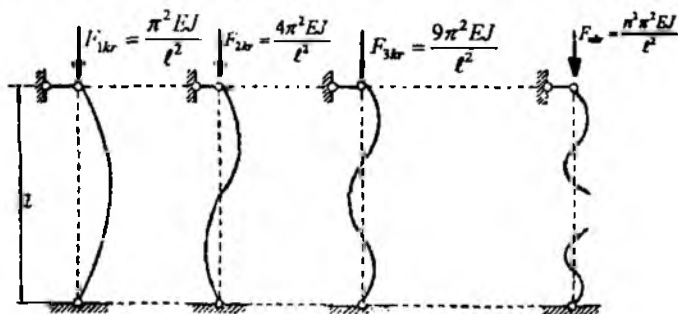
Bundan chiqdi,  $\sin \kappa l = 0$  bo'ladi.

Bu tenglamadan  $\kappa l = n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) yoki  $\kappa = \frac{n\pi}{l}$  ekanligi kelib chiqadi.

Oxirgi ifodaning ikkala tomonini kvadratga oshirgandan so'ng uni (d) ifoda bilan tenglashtiramiz:

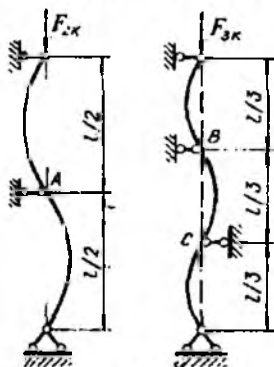
$$F_{kr.} = \frac{n^2 \pi^2 EJ_{\min}}{l^2}. \quad (\text{XIII.2})$$

Har bir kritik kuchga tegishli muvozanat holati mavjud (XIII.5-shakl).



XIII.5-shakl.

Shuni ta'kidlash muhimki, egilishning faqat birinchi shakliga mos keluvchi muvozanat ustuvor bo'ladi (bu holatda  $n=1$  ga teng). Qolgan barcha ko'rinishdagi muvozanat esa toki B, C kesimlarga qo'shimcha tayanch qo'yilmaguncha noustuvor bo'ladi (XIII.6-shakl).



XIII.6-shakl.

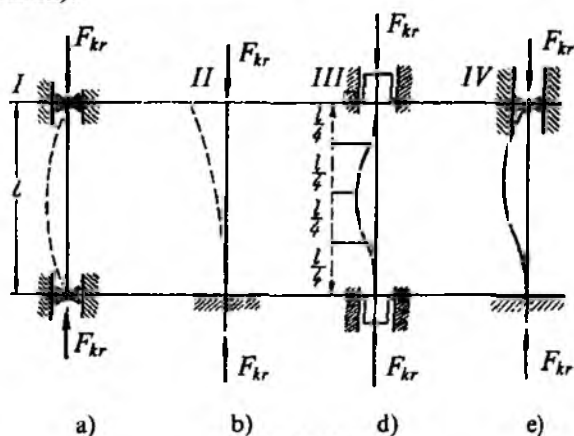
Kritik kuchning eng kichik qiymatini aniqlash amaliy jihatdan muhim ahamiyatga ega:

$$F_{kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{\ell^2}. \quad (\text{XIII.3})$$

Bu formulani 1744-yilda Peterburg Fanlar Akademiyasining a'zosi Leonard Eyer birinchi bo'lib taklif etganligi sababli uni *Eyer formulasi*, bu formula bo'yicha topilgan kuchni esa *Eyer kuchi* deb ataladi.

### 13.3-§. Sterjen uchlari mahkamlanish usullarining kritik kuchga ta'siri

Sterjen uchlarning qanday usulda tayanchga o'rnatilganligi yoki mahkamlanganligiga qarab kritik kuchning kattaligi sezilarli darajada o'zgaradi: ortadi yoki kamayadi. Buni oydinlashtirish maqsadida uchlari tayanchga turlicha birlashtirilgan sterjenlar uchun kritik kuchni aniqlaymiz (XIII.7-shakl).



XIII.7-shakl.

a) sterjenning uchlari vertikal yo'nalishda erkin harakatlana oluvchi polzunga sharnir vositasida XIII.7 a-shaklda tasvirlanganidek mahkamlangan (asosiy hol).

Birinchi usul bo'yicha tayanchlarga mahkamlangan sterjenlar uchun kritik kuch quyidagi formuladan topiladi:

$$F_{1kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{\ell^2}. \quad (\text{a})$$

b) sterjenning faqat pastki uchi qistirilgan holda tayanchga tiralgan (XIII.7 b-shakl).

Sterjenning o'q chizig'ini chizmada ko'rsatilgandek, davom ettirib quyidagi xulosaga kelish mumkin: *bir uchi tayanchga qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa mutlaqo erkin turgan sterjen uzunligi 2l ga teng bo'lgan va asosiy usul bo'yicha mahkamlangan sterjen kabi sharoitda qarshilik ko'rsatadi.*

Bundan chiqdi, ikkinchi usul bo'yicha mahkamlangan sterjen uchun kritik kuchni topishda (XIII.3) formuladagi  $l$  ni  $2l$  ga almashtirish kifoya:

$$F_{2kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{4l^2} \text{ yoki } F_{2kr.} = \frac{1}{4} F_{1kr.}; \quad (b)$$

d) sterjen ikki uchi bilan qistirib tiralgan yoki sterjenning ikkala uchi ham vertikal yo'nalishda erkin harakatlanuvchi polzunga birlashtirilgan (XIII.7 d-shakl).

Sterjenning elastik chizig'i ikkita: burilish nuqtalariga ega bo'lgan uchta bo'lakchadan iborat; *uzunligi 0,5l ga teng bo'lgan bo'lakcha «go'yoki» asosiy usul bo'yicha mahkamlangan sterjen kabi sharoitda qarshilik ko'rsatadi.* Shu sababli (XIII.3) dagi  $l$  ning o'rniga  $0,5 l$  ni qo'yish lozim:

$$F_{3kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(0,5l)^2} = \frac{4\pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \text{ yoki } F_{3kr.} = 4 F_{1kr.} \quad (d)$$

e) sterjenning bir uchi qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchga yoki vertikal yo'nalishda erkin harakatlanuvchi polzunga sharnir vositasida mahkamlangan (XIII.7 e-shakl).

Elastik chiziqda bitta burilish nuqtasi mavjud bo'lib, u ikki bo'lakdan iborat; *sterjenning 0,7l qismi asosiy usul bo'yicha mahkamlangan sterjen singari sharoitda qarshilik ko'rsatadi.*

Tekshirilayotgan hol uchun kritik kuch quyidagi ko'rinishlarda ifodalaniadi:

$$F_{4kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(0,7l)^2} \text{ yoki } F_{4kr.} \cong 2 F_{1kr.} \quad (e)$$

Shunday qilib, yuqorida bayon etilgan barcha hollar uchun kritik kuch aniqlanadigan formulalarni

$$F_{kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{\ell_{kel}^2} \quad (\text{XIII.4})$$

ko'rinishda umumlashtirish mumkin.

Bunda,  $\ell_{kel} = \mu \cdot \ell$  – sterjenning keltirilgan uzunligi;

$\mu$  – uzunlikni keltirish koeffitsienti bo'lib, u sterjen uchlarining tay-anchlarga mahkamlanishiga bog'liq.

### 13.4-§. Kritik kuchlanish. Eyer formulasi tatbiq etilish chegarasi

Eyer formulasi bo'yicha kritik kuch topilgach, kritik kuchlanishni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_{kr.} = \frac{F_{kr.}}{A}, \quad \sigma_{kr.} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu\ell)^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu\ell}{i_{\min}}\right)^2}$$

yoki

$$\sigma_{kr.} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu\ell}{i_{\min}}\right)^2} \quad (\text{XIII.5})$$

bunda  $A$  – sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi;

$i_{\min}$  – ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya radiusi.

Oxirgi formulaning maxrajidagi miqdorni  $\lambda$  harfi bilan belgilaymiz:

$$\lambda = \frac{\mu\ell}{i_{\min}}, \quad (\text{XIII.6})$$

bunda  $\lambda$  – sterjenning egiluvchanligi bo'lib, o'lchamsiz miqdordir.

Oxirgi ifodani e'tiborga olib, kritik kuchlanishni quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{kr.} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (\text{XIII.7})$$

Eyer formulasini hamma vaqt ham tatbiq etib bo'lmaydi, chunki u Guk qonuni kuchga ega bo'lgan chegarada keltirib chiqarilgan edi. Boshqacha aytganda, sterjenning egilgan o'qini aniqlashda Guk qonuni asosida chiqarilgan differensial tenglama qo'llanilgan edi. Bundan chiq-

di, Eyler formulasidan faqat mutanosiblik chegarasidagina foydalanish mumkin, ya'ni uni qo'llashda

$$\sigma_{kr.} \leq \sigma_{mul} \text{ yoki } \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{mul} \quad (\text{XIII.8})$$

shartni buzmaslik kerak.

Bunda,  $\sigma_{mul}$  – sterjen materialining mutanosiblik chegarasi bo'lib, uning qiymati tajribalardan aniqlanadi.

Eyler formulasini tatbiq etilish chegarasini aniqlash maqsadida (XIII.8) shartdan  $\lambda$  ni ushbu ko'rinishda yozib olamiz:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{mul}}} \quad (\text{XIII.9})$$

Yuqoridagi jadvalda egiluvchanlikning chegaraviy qiymati keltirilgan.

Demak, St 3 navli po'latdan yasalgan sterjenlar uchun Eyler formulasini egiluvchanlik 100 dan katta bo'lgandagina tatbiq etish mumkin, xolos.

Bordi-yu, tekshirilayotgan sterjenning egiluvchanligi jadvalda berilgan qiymatlardan kichik bo'lsa, F.S. Yasinskiy tomonidan taklif etilgan quyidagi empirik (tajribalar natijasiga asoslangan) formula qo'llaniladi:

$$\sigma_{kr.} = a - b \cdot \lambda \quad (\text{XIII.10})$$

yoki cho'yan uchun

$$\sigma_{kr.} = a - b \cdot \lambda + c\lambda^2 \quad (\text{XIII.11})$$

bunda  $a, b, c$  – materiallarning xossasiga bog'liq bo'lgan o'zgarmaslar bo'lib, ular tajribalardan aniqlanadi.

XIII.8-shaklda Cт 3 navli po'lat materialidan yasalgan sterjen uchun kritik kuchning egiluvchanlikka bog'liqlik grafigi tasvirlangan. Grafikning  $\lambda = 0 \div 40$  oralig'ida kritik kuchlanishning qiymati o'zgarmas bo'lib,  $\sigma_{kr.} = \sigma_{o.ch.}$  ga teng.

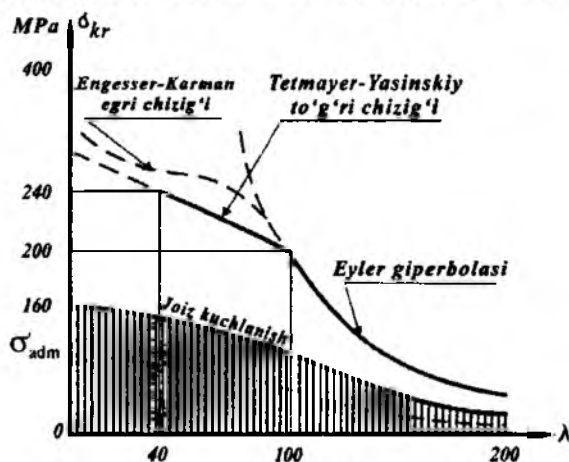
Grafikning  $\lambda = 40 \div 100$  oralig'i (XIII.10) formula yordamida qurilgan.

Grafikning  $\lambda > 100$  qismi giperbola ko'rinishida bo'lib, (XIII.7) formula asosida chizilgan.

Shunday qilib, bo'ylama egilishga hisoblanayotgan sterjenlarni uchta: bikr, bikrligi o'rtacha va egiluvchan sterjenlar guruhiga ajratish mumkin:

$$\sigma_{kr} = \begin{cases} \sigma_{i.ch} = const, & 0 \leq \lambda \leq 40 \text{ (bikr sterjen);} \\ \dot{\alpha} - \dot{\alpha}\lambda, & 0 \leq \lambda \leq 100 \text{ (o'rtacha bikrligidagi sterjenlar);} \\ \frac{\pi^2 A}{\lambda^2}, & \lambda > 100 \text{ (egilevchan sterjenlar).} \end{cases}$$

Tajriba natijalari va Eyer formulasi tayanib, boshqa materiallar uchun ham  $\sigma_{kr} = f(\lambda)$  bog'lanish grafigini qurish mumkin.



XIII.8-shakl.

### 13.5-§. Siqilgan sterjenlarni amalda hisoblash usuli

(XIII.4) formula yordamida siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka hisoblash ancha noqulay, chunki kritik kuchning har bir formulasi uchun o'ziga tegishli egiluvchanlikning alohida o'zgarish oralig'i mavjud. Aytilgan kamchilikni bartaraf etish uchun uchta formulani sterjenning istalgan egiluvchanligi uchun yaroqli bo'lgan bitta formula bilan almashtirish maqsadga muvofiqdir; bunga erishishning yo'li (XIII.4) ifoda bo'yicha



aniqlanuvchi kritik kuchlanishdan bo'ylama egilish (ustuvorlik) dagi joiz kuchlanishga o'tishdan iborat.

Yuqorida aytib o'tilganidek,  $F_{kr}$  emiruvchi, xavfli kuch hisoblanadi. Shu sababli sterjenning ustuvorligi va mustahkamligini ta'minlay oladigan siquvchi kuchning joiz qiymati yoki boshqacha aytganda, joiz kritik  $F_{adm}^s$  kuch kritik kuch  $F_{kr}$  dan  $n^s_{adm}$  marta kichik bo'lishi lozim:

$$F_{adm}^s = \frac{F_{kr}}{n_{adm}^s}. \quad (\text{XIII.12})$$

Bu ifodaning ikkala tomonini  $A$  marta kamaytirib, ustuvorlik uchun berilgan joiz kritik kuchlanish  $\sigma_{adm}^s$  ham kritik kuchlanish  $\sigma_{kr}$  ning  $n_s$  qismini tashkil etishini ko'ramiz:

$$\sigma_{adm}^s = \frac{\sigma_{kr}}{n_{adm}^s}. \quad (\text{XIII.13})$$

Oldingi paragrafda berilgan  $\sigma_{kr} = f(\lambda)$  grafikdan foydalanib, kritik kuchlanishning har bir qiymatini  $n$  marta kamaytirib,  $\sigma_{adm}^s$  ning egiluvchanlikka bog'liqlik grafigini quramiz (bu grafik ingichka chiziq bilan ko'rsatilgan).

Ustuvorlik uchun berilgan joiz kuchlanish  $\sigma_{adm}^s$  bilan mustahkamlik uchun berilgan asosiy (oddiy siqilishdagi) joiz kuchlanish  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{n}$  ni o'zaro taqqoslab,

$$\sigma_{adm}^s < \sigma_{adm}$$

ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

Oxirgi ifodaning o'ng tomonini  $\varphi < 1$  miqdorga ko'paytirib, tengsizlik belgisidan tenglik belgisiga o'tiladi va quyidagi muhim formula hosil qilinadi:

$$\sigma_{adm}^s = \varphi \cdot \sigma_{adm}. \quad (\text{XIII.14})$$

Bunda,  $\varphi$  – mustahkamlik uchun berilgan asosiy joiz kuchlanishni kamaytirish (bo'ylama egilish) koeffitsienti.

(III.15) (3.3-§ ga qarang) va (XIII.13) formulalarni e'tiborga olib,  $\varphi$  ni quyidagicha yozamiz:

$$\varphi = \frac{\sigma_{kr}}{n_{adm}^s} \cdot \frac{n_{adm}}{\sigma_{o.ch.}}$$

yoki

$$\varphi = \frac{\pi^2 E}{\sigma_u} \cdot \frac{n_{adm}}{n_{adm}^s} \cdot \frac{1}{\lambda^2}. \quad (\text{XIII.15})$$

Demak,  $\varphi$  sterjen materiali va uning egiluvchanligiga bog'liq ekan; turli materiallar uchun  $\varphi$  ning qiymatini XIII.9-shaklda keltirilgan grafikdan olish mumkin.

Quyidagi ikkita shart bajarilgan holda siqilgan sterjenlar tashqi siquvchi kuchga yetarli darajada qarshilik ko'rsata oladi:

– ustuvorlik sharti

$$\sigma^s = \frac{F^s}{A} \leq \sigma_{adm}^s \quad (\text{XIII.16})$$

– mustahkamlik sharti

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}. \quad (\text{XIII.17})$$

Shuni eslatib o'tish muhimki, sterjenni ustuvorlikka hisoblashda kesimning to'liq yuzasi olinadi, ya'ni  $A = A_{br}$  qabul qilinadi.

Mustahkamlikni hisoblashda esa parchin mixlar uchun teshiklar va turli xil o'yiqlar ochish natijasida zaiflashtirilgan haqiqiy kesim yuza  $A = A_{net}$  ishlatiladi.

(XIII.14) ifodani e'tiborga olsak, siqilgan sterjenlarning ustuvorlik sharti

$$\frac{F^s}{\varphi \cdot A_{br}} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.18})$$

ko'rinishni egallaydi; ko'pincha, (XIII.18) ifoda *ustuvorlikdagi hisob tenglamasi* ham deb yuritiladi.

Hisob tenglamasidan joiz kritik kuchni aniqlaymiz:

$$F_{adm}^s = A_{br} \cdot \varphi \cdot \sigma_{adm}. \quad (\text{XIII.19})$$

O'z-o'zidan ravshanki, agar ustuvorlikning haqiqiy ehtiyot koeffitsienti zaruriy ehtiyot koeffitsientidan kichik bo'lmasa, siqilgan sterjenlarning ustuvorligi ta'minlangan bo'ladi:

$$n^s \geq n_{adm}^s. \quad (\text{XIII.20})$$

Bu tengsizlik ham ustuvorlik shartini ifodalaydi.

(XIII.1) va (XIII.9) formulalarni e'tiborga olib, (XIII.20) ni birmuncha o'zgartirib yozamiz:

$$\frac{F_{kr.}}{F} \geq \frac{F_{kr.}}{F_{adm}^s} \text{ yoki } F \leq F_{adm}^s. \quad (\text{XIII.21})$$

Oxirgi tengsizlikning ikkala tomonini  $A_{br}$  marta kamaytirib, ustuvorlik shartini kuchlanishlar orqali ifodalaymiz:

$$\sigma \leq \sigma_{adm}^s. \quad (\text{XIII.22})$$

Bunda  $\sigma = \frac{F}{A_{br}}$  – siquvchi kuchlanishning haqiqiy qiymati.

Ustuvorlikka hisoblash ikki usulda olib boriladi.

1. *Tekshiruv hisobi (joiz kritik kuchni topish).*

Ko'ndalang kesimning geometrik tavsifnomasi va sterjen uchlarining tayanchlarga mahkamlanish usuliga qarab, uning egiluvchanligi  $\lambda$  aniqlanadi; so'ngra sterjen materiali uchun  $\lambda$  bo'yicha bo'ylama egilish koeffitsienti  $\varphi$  topiladi.

Nihoyat, joiz kritik kuch

$$F_{adm}^s = A \cdot \varphi \cdot \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.23})$$

yoki joiz kritik kuchlanish

$$\sigma_{adm}^s = \varphi \cdot \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.24})$$

lar topilib, tegishli  $F \leq F_{adm}^s$  yoki  $\sigma \leq \sigma_{adm}^s$  shartlar tekshirib ko'riladi. Bardi-yu, bu shartlar bajarilmasa, tekshirilayotgan sterjen noustivor muvozanat holatida deb hukm yuritiladi.

2. *Loyiha hisobi (ustuvorlikni ta'minlay oladigan kesim yuza tanlash).*

Ustuvorlikdagi hisob tenglamasi (XIII.18) dan ko'rinib turibdiki, uning tarkibida ikkita noma'lum bor: bo'ylama egilish koeffitsienti  $\varphi$  va aniqlanishi zarur bo'lgan  $A_{br}$  kesim yuza. Shuning uchun loyiha hisobida ketma-ket yaqinlashish usulini qo'llab, quyidagi ishlarni navbat bilan bajarish tavsiya etiladi:

- a) bo'ylama egilish koeffitsientining boshlang'ich qiymati  $\varphi_1 = 0,5 \div 0,6$  oralig'ida tanlanadi;
- b) kesim yuza aniqlanadi:

$$A_i = \frac{F}{\varphi_i \cdot \sigma_{adm}},$$

bunda  $i = 1, 2, 3, \dots$  – ketma-ket yaqinlashishdagi qadamlar soni;

d) hosil qilingan  $A$  bo'yicha kesim yuza o'lchamlari (sortamentlar uchun esa zaruriy ma'lumotlar olinadi) aniqlangach, egiluvchanlik quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}},$$

e) topilgan  $t_i$  uchun sterjen materialiga qarab bo'ylama egilish koeffitsientining haqiqiy qiymati  $\varphi_i'$  aniqlanadi. Agar  $\varphi_i'$  va  $\varphi_i$  lar orasida katta farq mavjud bo'lsa,  $\sigma_h$  kuchlanish ham asosiy joiz kuchlanishdan katta farq qiladi.

Odatda, kuchlanishlar orasidagi farq 5% dan oshmasligi lozim. Bordi-yu, bu shart bajarilmasa

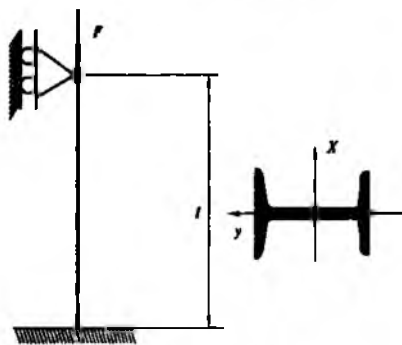
$$\varphi_{i+1} = 0,5(\varphi_i + \varphi_i')$$

bo'yicha yangi «urinish» qilib,  $\varphi_{i+1}'$  ni aniqlamaguncha hisoblashni davom ettirish kerak;

f) joiz kritik kuch yoki kuchlanishlar topilgach, tegishli (XIII.16) yoki (XIII.17) shartlar tekshirib ko'riladi.

**35-masala.** XIII.9-shaklda ko'rsatilgan ustun uchun sortament jadvalidan qo'shtavrlri kesim yuzani tanlang.

Ustunning uzunligi  $l=2,2$  m, unga qo'yilgan siquvchi kuch  $F=180$  kN, materiali St 5 navli po'lat, siqilishdagi joiz kuchlanish  $\sigma_{adm}=160$  MPa.



XIII. 9-shakl.

### Yechish

Ustuvorlikni ta'minlay oladigan kesim yuza tanlash uchun ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanamiz.

Birinchi galda  $\varphi_1 = 0,5$  deb qabul qilamiz va (XIII.18) hisob tenglasidan zaruriy ko'dalang kesim yuzani aniqlaymiz:

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_1 \cdot \sigma_{udm}} = \frac{190 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 23,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Sortament jadvalidan tartib raqami 20 bo'lgan qo'shtavrni tanlaymiz: bu qo'shtavrning yuzasi  $A_1^I = 26,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , minimal inersiya radiusi esa  $i_{\min} = 2,07 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  ga teng.

Ustunning egiluvchanligini hisoblaymiz:

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 2,2}{2,07 \cdot 10^{-2}} = 74,38.$$

Egiluvchanlikning bu qiymatga mos keluvchi  $\varphi$  ni aniqlash uchun jadvalga murojaat qilamiz.  $\lambda=80$  va  $\lambda=90$  orasidagi qiymatlarni chiziqli interpolatsiyalaymiz:

$$\varphi_1' = \varphi_{\lambda=87,92} = \varphi_{\lambda=80} - \frac{(\varphi_{\lambda=80} - \varphi_{\lambda=90})}{10} (87,92 - 80) = 0,75 - \frac{(0,75 - 0,69)}{10} \cdot 7,92 = 0,7025.$$

$\varphi_1$  va  $\varphi_1'$  lar orasidagi farq ancha katta, shu sababli hisoblashni yana takrorlaymiz:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = 0,6013.$$

Yangi kesim yuzani topamiz:

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 \sigma_{udm}} = \frac{190 \cdot 10^3}{0,6013 \cdot 160 \cdot 10^6} = 19,79 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Bu kesim yuzaga profili 18 bo'lgan qo'shtavr to'g'ri keladi.

Ustunning egiluvchanligini aniqlaymiz:

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 2,2}{1,88 \cdot 10^{-2}} = 81,92.$$

Chiziqli interpolyatsiyalab  $\varphi'_2 = 0,6287$  ni hosil qilamiz, shu koefitsient bilan kesimda paydo bo'ladigan haqiqiy kuchlanishni aniqlaymiz va uni  $\varphi_{adm}$  bilan taqqoslaymiz:

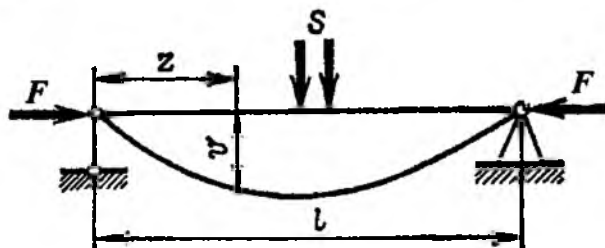
$$\sigma_x = \frac{F}{\varphi'_2 A_{z1}} = \frac{190 \cdot 10^3}{0,6287 \cdot 19,79 \cdot 10^{-4}} = 152,71 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 152,71 \text{ MPa} < 160 \text{ MPa}$$

$$\text{Ustun } \delta_\sigma = \frac{|152,71 - 160|}{160} \cdot 100\% = 4,66\% \text{ ga yuklanmagan.}$$

Bu farq 5% dan kam bo'lganligi uchun hisoblashni to'xtatamiz va ustunning kesimi uchun profil nomeri 18 bo'lgan qo'shtavr mos kelishiga ishonch hosil qilamiz.

### 13.6-§. Bo'ylama - ko'ndalang egilish

Agar sterjenga bir yo'la bo'ylama (siquvchi) va ko'ndalang (eguvchi) yuklar ta'sir etsa, u holda bo'ylama-ko'ndalang egilish sodir bo'ladi (XIII.10-shakl).



XIII.10-shakl.

Shuni ta'kidlash lozimki, ko'prik tayanchlari kabi vazmin, bikrligi katta konstruksiya qismlari, garchi bir yo'la siquvchi va eguvchi kuchlar ta'sirida bo'lsada, ularni hisoblashda kuchlarning o'zaro xalal bermaslik tamoyilidan foydalanish mumkin. Ammo bo'ylama-ko'ndalang yuklar ta'siridagi egiluvchan, ya'ni bikrligi kichik sterjenlarning kuchlanish-deformatsiyalanish holatlarini tahliliy o'rganish uchun bu tamoyilni tatbiq etib bo'lmaydi. Chunki bunda bo'ylama kuchning ta'siri natijasida «qo'shimcha» egilish sodir bo'ladi va sezilarli ko'chish paydo bo'ladi.

Shuning uchun eguvchi momentni ikkita moment yig'indisidan iborat deb hisoblash zarur:

$$M = M_0 + Fv. \quad (\text{XIII.25})$$

Bunda,  $M_0$  – faqat ko'ndalang kuchdan hosil bo'ladigan eguvchi moment bo'lib, odatdagi usul bilan topiladi;

$Fv$  – bo'ylama kuchdan hosil bo'ladigan eguvchi moment.

Yuqoridagi ifodadan ko'rinib turibdiki, ko'chish  $v$  ma'lum bo'lgandagina natijaviy eguvchi momentni aniqlash mumkin. Demak, bo'ylama-ko'ndalang egilishga doir masala statik aniqmas ekan.

Brus egilgan o'qining differensial tenglamasini tuzamiz:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_0 + Fv}{EJ} \text{ yoki } \frac{d^2v}{dz^2} + \frac{F}{EJ}v = -\frac{M_0}{EJ}. \quad (\text{XIII.26})$$

Ma'lumki, bu tenglamaning umumiy yechimi ikkita integral yig'indisidan iborat: birinchisi bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi, ikkinchisi esa tenglamaning o'ng tomoniga bog'liq bo'lgan xususiy integraldir.

Biz bu yerda bo'ylama-ko'ndalang egilishda salqilikni topishning taqribiy usulini aniq misol yordamida ko'rib chiqish bilan chegranalanamiz, xolos.

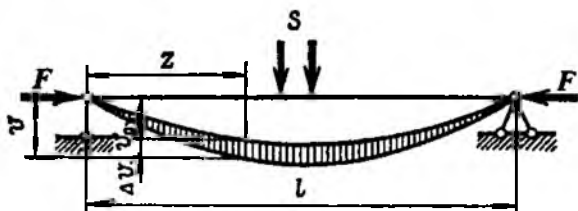
Faraz qilaylik, sharnirli tayanchlarga o'rnatilgan to'singa  $F$  bo'ylama va  $S$  ko'ndalang kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (XIII.11-shakl). Bu yuklardan paydo bo'luvchi salqilikni

$$v = v_0 + \Delta v \quad (\text{a})$$

ko'rinishda ifodalash mumkin.

Bu yerda  $v_0$  – faqat ko'ndalang kuchdan hosil bo'ladigan salqilik;

$\Delta v$  – bo'ylama siquvchi kuchdan hosil bo'ladigan «qo'shimcha» salqilik.



XIII.11-shakl.

Bu ifodani brus egilgan o'qining differensial tenglamasiga qo'yamiz:

$$\frac{d^2 v_0}{dz^2} + \frac{d^2 \Delta v}{dz^2} = -\frac{M_0}{EJ} - \frac{F}{EJ} v.$$

Agar  $F$  ta'sir etmasa, ko'ndalang yukdan hosil bo'ladigan salqilik uchun quyidagi tenglamani yozish mumkin:

$$\frac{d^2 v_0}{dz^2} = -\frac{M_0}{EJ}.$$

Buni inobatga olgan holda asosiy tenglamadan quyidagini olamiz:

$$\frac{d^2 \Delta v}{dz^2} = -\frac{F}{EJ} v.$$

Qo'shimcha salqiliklar sinusoida qonuniyati bilan o'zgaradi, deb taxmin qilish mumkin:

$$\Delta v = f \sin \frac{\pi z}{l}. \quad (b)$$

$$\text{Unda } \frac{d^2 \Delta v}{dz^2} = -\frac{\pi^2}{l^2} f \sin \frac{\pi z}{l} = -\frac{\pi^2}{l^2} \Delta v.$$

Olingan ifodani (XIII.26) tenglamaga qo'yib,

$$\frac{\pi^2}{l^2} \Delta v = \frac{F}{EJ} v$$

yoki (a) tenglikka muvofiq

$$\frac{\pi^2}{l^2} (v - v_0) = \frac{F}{EJ} v$$

undan esa quyidagiga ega bo'lamiz:

$$v = \frac{v_0}{1 - \frac{F l^2}{\pi^2 EJ}} = \frac{v_0}{1 - \frac{F}{F_{kr}}} \quad (d)$$

Bunda,  $F_{kr}$  - Eyler kritik kuchi;

$J = J_{\max}$  - inersiya momentining maksimal qiymati.

Oxirgi formula yordamida bo'ylama va ko'ndalang egilishga duch keluvchi bruslarni hisoblash mumkin.

- shaklda  $F$  va  $v$  lar orasidagi bog'lanish ko'rsatilgan.

Endi eguvchi moment va siquvchi kuchlanishlarning maksimal qiymatini osongina aniqlash mumkin:

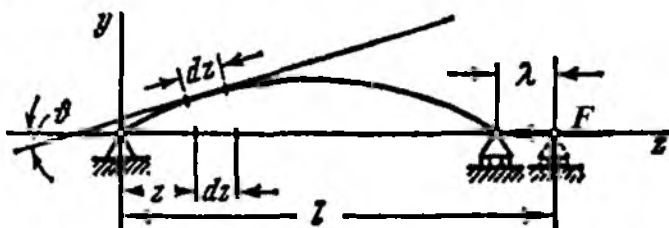


$$M_{\max} = M_0 + F \cdot \frac{v_0}{1 - \frac{F}{F_{kr}}} \quad (\text{XIII.27})$$

### 13.7-§. Kritik kuchni energetik usulda aniqlash

Ustuvorlikka oid murakkab masalalar (bikrligi o'zgaruvchan, tayanchlar va oraliqlar soni ko'p bo'lgan bruslarning bo'ylama siqilishi) ni yechishda kritik kuchni taqribiy aniqlashning energetik usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Siquvchi kuch kritik qiymatga erishganda sterjen birmuncha egiladi (XIII.12-shakl).



XIII.12-shakl.

Aniqrog'i  $J_x < J_y$  bo'lganda sterjen chizma tekisligida egiladi. Egilish jarayonida sterjenning geometrik o'qi uzaymaydi va kuch qo'yilgan kesim esa  $\delta$  ga ko'chadi, deb taxmin qilamiz. Bunday mulohazalar yuritish ustuvorlik yo'qolganda sterjen egilishi natijasida paydo bo'lgan deformatsiyaning potensial energiyasi  $u$  siquvchi kuchning  $\delta$  ko'chishda bajargan ishiga teng deyishga asos bo'ladi:

$$u = W. \quad (\text{XIII.28})$$

Egilishda deformatsiyaning potensial energiyasi

$$u = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\zeta} \frac{M_z^2}{EJ_{\min}} dz$$

ga tengligi bizga oldindan ma'lum.

Eguvchi momentning  $M_z = EJ_{\min} \cdot u''$  ga tengligini e'tiborga olib, oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$u = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\ell} EJ_{\min} \cdot (v'')^2 dz.$$

Siquvchi  $F$  kuchning  $\delta$  ko'chishda bajargan ishini hisoblaymiz:

$$W = F_{kr} \cdot \delta.$$

Chizmadan foydalanib  $\delta$  ko'chishni osongina aniqlash mumkin:

$$d\delta = dz - dz \cos \nu = dz \cdot \frac{1}{2} \sin^2 \nu.$$

Kichik burchaklar uchun  $\sin \nu \approx \operatorname{tg} \nu \approx \nu = \nu'$  ekanligi ma'lum. Shuning uchun

$$d\delta = dz \cdot \frac{1}{2} (\nu')^2 \text{ yoki } \delta = \frac{1}{2} \int_{\ell} (\nu')^2 dz.$$

Yuqoridagilarni e'tiborga olib, (XIII.28) tenglikni tuzamiz:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\ell} EJ_{\min} \cdot (v'')^2 dz = F_{kr} \cdot \frac{1}{2} \int_{\ell} (\nu')^2 dz.$$

Bundan izlanayotgan kritik kuchning quyidagi formula bo'yicha aniqlanishi kelib chiqadi:

$$F_{kr} = \frac{\sum_{i=1}^n \int_{\ell} EJ_{\min} \cdot (v'')^2 dz}{\int_{\ell} (\nu')^2 dz} \quad (\text{XIII.29})$$

Shuni alohida ta'kidlash muhimki, (XIII.29) formula tarkibidagi  $\nu = \nu(z)$  funksiya – egilgan o'q tenglamasini tanlayotganda quyidagilarga e'tibor berish lozim:

egilgan o'q tenglamasi masalaning kinematik chegaraviy shartlari (salqilik, kesimning aylanish burchagi) ni albatta qanoatlantirishi shart;

egilgan o'q tenglamasi masalaning statik chegaraviy shartlari (eguvchi moment, kesuvchi kuch) ni ham qanoatlantirishi lozim (ayrim holdarda bu shart bajarilmasligi ham mumkin).

(XIII.29) formulaning amaliy hisoblashlarda ancha qulay ekanligiga ishonch hosil qilish maqsadida yuqorida tasvirlangan sterjen uchun kritik kuchning qiymatini aniqlaymiz.

**Yechish:** egilgan o'q tenglamasini  $v = v(z) = C_0 z(\ell - z)$  ko'rinishda tanlaymiz.

Haqiqatan ham bu tenglama  $v(z=0) = 0$ ,  $v(z=\ell) = 0$  bo'lganligi bois, masalaning kinematik chegaraviy shartlarini qanoatlantiradi, ammo statik chegaraviy shart bajarilmaydi. Chunki  $M = EJ_{\min} v'' = \text{const}$  bo'lib, masalaning mohiyatiga ziddir. Aslida eguvchi momentning qiymati sterjenning o'rta qismiga yaqinlashgan sari ortib boradi va  $0,5 \ell$  da o'zining maksimal qiymatiga erishadi.

Kritik kuchni hisoblaymiz:

$$F_{kr} = \frac{\int_0^{\ell} EJ_{\min} (v'')^2 dz}{\int_0^{\ell} (v')^2 dz} = \frac{\int_0^{\ell} EJ_{\min} (-2C_0)^2 dz}{\int_0^{\ell} (C_0 \ell - 2C_0 z)^2 dz} = 12 \frac{EJ_{\min}}{\ell^2}$$

#### NAZORAT SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR

1. Ustuvorlikning yo'qolish belgilarini tushuntiring.
2. Kritik kuch deb nimaga aytiladi?
3. Kritik kuchni aniqlashning Eyl'er formulasini yozing. Ushbu formuladan kritik kuch nimaga bog'liq ekanligini ko'rsating.
4. Kritik kuchlanish qanday aniqlanadi?
5. Sterjenning egiluvchanligi nimani ifodalaydi va u nimalarga bog'liq?
6. Ikki uchi sharnirlar orqali mahkamlangan sterjenning keltirilgan uzunlik koeffitsienti nimaga teng?
7. F.S. Yasinskiy formulasini yozing va uni mazmunini tushuntiring.
8. Siqilgan sterjenlarning ustuvorlik shartini yozing. Bu formulaga sterjenning qanday kesim yuzasi qo'yiladi?
9. Ustuvorlikdagi hisob tenglamasini yozing.
10. Ustuvorlikka oid masalalarni hisoblash ketma-ketligini izohlang.
11. Bo'ylama egilish koeffitsienti nimalarga bog'liq?
12. Bo'ylama-ko'ndalang egilishda salqilikni topishning taqribiy usulini aniq misol yordamida tushuntiring.
13. Energetik usulda kritik kuch aniqlash formulasini yozing va uni amalda qo'llash tartibini izohlang.

## XIV BOB. ZARBALI VA DAVRIY O'ZGARUVCHAN YUKLARDA MUSTAHKAMLIK

### 14.1-§. Zarbali va davriy o'zgaruvchan yuklarning ta'siri haqida umumiy mulohazalar

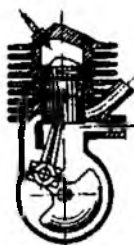
Zarbiy (dinamik) yoki vaqt mobaynida davriy o'zgaruvchan yuklar ta'sirida ishlaydigan harakatdagi inshoot, mashina va mexanizmlar tobora ko'payib, muhandislik amaliyotida ulardan ham keng ko'lamda foydalanilmoqda. Shu bois zarbali va o'zgaruvchan yuklarning konstruksiyalar yoki ular qismlariga ta'sir etish jarayonini mufassal o'rganish hamda ularni loyihalash paytida e'tiborga olish muhim ahamiyatga ega.

Juda ham qisqa vaqt ichida qo'yilgan va tezligi bir lahzada nolga tenglashuvchi yuk *zarbali yuk* deyiladi.

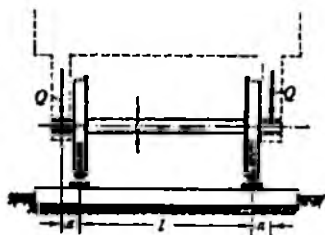
Odatda, zarba hodisasi bir jismning ikkinchi jismga to'qnashuvi tufayli sodir bo'ladi. Zarb beruvchi jismning tezligi juda qisqa muddat davomida nolga intilib, zarblanuvchi jismning deformatsiya va kuchlanishi esa eng katta qiymatga erishadi. Zarblanuvchi jismda asta-sekin so'nuvchi tebranish hosil bo'lganidan keyin unda muvozanat qaror topadi: *zarblanuvchi jismning deformatsiyasi va kuchlanishining qiymatlari zarbali yuk mazkur jismga statik ravishda qo'yilganda hosil bo'ladigan deformatsiya va kuchlanishlarning miqdoriga yetguncha kamayadi.*

Yuklarning zarbiy ta'sirini detallarga bolg'alab ishlov berish paytlari, ko'prik qurishda ustun-qoziq qoqish ishlari, turli xil portlatish ishlari va shu kabi jarayonlarda uchratish mumkin.

Ko'pgina mashina va inshootlar yoki ularning qismlari vaqt mobaynida miqdori va yo'nalishini o'zgartirib turadigan kuchlanishlar hosil qiluvchi o'zgaruvchan yuklar ta'siri ostida ishlaydi. Bunga misol tariqasida ichki yonuv dvigateli shatuni va tirsakli valining (XIV.1-shakl), temir yo'l yoki avtotransport vositalarining reshora, prujina, o'q va g'ildiraklarining hamda relslarning ishlash jarayonlarini keltirish mumkin (XIV.2-shakl).



XIV.1-shakl.



XIV.2-shakl.

Shu jihatdan olganda o'zgaruvchan yuklar ta'sirida ishlovchi konstruksiya qismlarining mustahkamligini tahliliy baholash masalasi ham materiallar qarshiligida alohida o'rinni egallaydi.

#### 14.2-§. Zarbali yuklar ta'siridan hosil bo'ladigan kuchlanishlar

Quyidagi cheklanishlar asosida zarbali yuklarning ta'siri o'rganiladi:

– zarbiy kuchlanishlar mutanosiblik chegarasidan ortmaydi, balki butun zarb jarayonida material to'liq Guk qonuniga bo'ysunadi deb faraz qilinadi;

– zarb beruvchi jism noelastik xususiyatga ega deb faraz qilinadi; bu cheklanish zarb beruvchi va zarblanuvchi jismlar butun zarb jarayonida birbirlaridan ajralmaydi, deb faraz qilishga imkon beradi;

– zarblanuvchi jism bo'ylab deformatsiyalar «bir zumda» tarqaladi deb qaraladi;

– zarb beruvchi jismning kinetik energiyasi zarblanuvchi jism deformatsiyasining potensial energiyasiga to'liq aylanadi deb faraz qilinadi.

Odatda, zarbali yuklarning ta'siri amalda dinamik koeffitsient yordamida baholanadi:

$$k_d = \frac{\lambda_d}{\lambda_{st}} \quad (a)$$

Bunda,  $\lambda_{st}$  – yuk statik ravishda qo'yilganda hosil bo'ladigan ko'chish;

$\lambda_d$  – dinamik (zarbali) yuk ta'siridan paydo bo'lgan ko'chish.

Xuddi shu tarzda zarbali kuchlardan hosil bo'ladigan deformatsiya (kuchlanish)larni tegishlicha statik deformatsiya (kuchlanish)lar orqali ifodalash mumkin:

$$\Delta l_d = k_d \Delta l_{st} \quad (b)$$

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st} \quad (d)$$

Yuqoridagi formulalardan ko'rinib turibdiki, zarba hodisasini o'rganishda  $k_d$  ni aniqlash muhim ahamiyatga ega ekan.

Dinamik koeffitsientni aniqlash uchun XIV.3 a-shaklda tasvirlangan tizimdan foydalanamiz.

Ma'lumki,  $G$  kuchi tizimga statik ravishda qo'yilsa, bikrligi  $s$  bo'lgan prujinaning ko'chishi

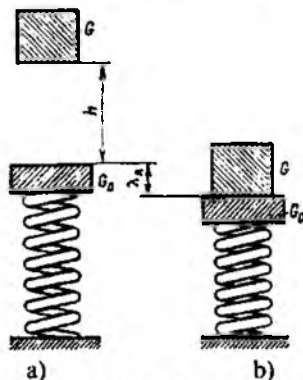
$$\lambda_{st} = \frac{G}{c} \quad (e)$$

ga, zarb natijasida esa

$$\lambda_d = \frac{F_d}{c} \quad (f)$$

teng bo'ladi.

Yuk  $h$  balandlikdan tushishda  $\vartheta_0 = \sqrt{2gh}$  boshlang'ich tezlikka ega bo'ladi. Yuqorida ikkinchi cheklanishda aytib o'tganimizdek, ikkala jism go'yoki bitta bo'lib  $v_1$  tezlik bilan prujinani siqadi (XIV.3 b-shakl).



XIV.3-shakl.

Harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema ko'ra:

$$\frac{G}{g} \vartheta = \left( \frac{G}{g} + \frac{G_0}{g} \right) \vartheta_1 \quad (g)$$

bundan

$$g_1 = \frac{G}{G_0 + G} \cdot g.$$

Endi kinetik energiyani hisoblaymiz:

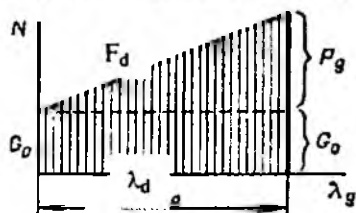
$$T = \frac{G_0 + G}{g} \cdot \frac{g_1^2}{2} = \frac{G^2}{2g(G_0 + G)} g^2. \quad (\text{XIV.1})$$

Ikkala jismning og'irlik kuchi  $\lambda_d$  yo'lda

$$A_1 = (G + G_0)\lambda_d \quad (\text{XIV.2})$$

ish bajaradi.

Prujinaga dastlab  $G_0$ , zarb natijasida esa  $G_0 + F_d$  kuch ta'sir qiladi; kuchning o'zgarish grafigi XIV.4-shaklda keltirilgan.



XIV.4-shakl.

Diagrammaning yuziga miqdor jihatidan teng bo'lgan  $A_2$  ish manfiy bo'ladi, chunki u harakatga teskari yo'nalgan:

$$A_2 = -\left(G_0\lambda_d + \frac{F_d\lambda_d}{2}\right). \quad (\text{XIV.3})$$

Bundan chiqdi, bajarilgan ish – deformatsiyaning potensial energiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$U = (G + G_0)\lambda_d - G_0\lambda_d - \frac{F_d\lambda_d}{2} = G\lambda_d - \frac{F_d\lambda_d}{2}. \quad (\text{XIV.4})$$

To'rtinchi cheklanishga tayanib, energiyaning saqlanish qonunini yozamiz:

$$\frac{G^2}{2g(G_0 + G)} g^2 = G\lambda_d - \frac{F_d\lambda_d}{2}.$$

(e) va (f) ifodalarni e'tiborga olsak,  $\lambda_d$  ga nisbatan kvadrat tenglama ega bo'lamiz:

$$\lambda_d^2 - 2\lambda_{st}\lambda_d - 2h \frac{\lambda_{st}}{1 + \frac{G_0}{G}} = 0 \quad (\text{XIV.5})$$

Oxirgi tenglamani yechib, dinamik ko'chishni aniqlaymiz:

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right)$$

Agar  $\lambda_d > \lambda_{st}$  ekanligini nazarda tutsak, u holda:

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) = \lambda_{st} k_d \quad (\text{XIV.6})$$

Bu yerda zarbali yuk uchun dinamik koefitsient quyidagiga teng:

$$k_d = \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right),$$

yoki

$$k_d = \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{g^2}{g\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) \quad (\text{XIV.7})$$

Dinamik koefitsient aniqlangach, (d) formuladan zarbali yuk ta'siridan paydo bo'lgan kuchlanishni topish mumkin:

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) \quad (\text{XIV.8})$$

Zarba hodisasi mutanosiblik chegarasida ro'y beradi deb hisoblasak, mustahkamlik sharti odatdagi ko'rinishda yoziladi:



$$\sigma_d(\max) = k_d \sigma_{st} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{XIV.9})$$

bunda

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{o.ch.}}{n_{o.ch.}}$$

Shuni ta'kidlash muhimki, zarba hodisasiga uchraydigan konstruktsiya qismlari mustahkamlikka hisoblanayotganda ehtiyot koeffitsienti  $n_{o.ch.} \approx 2$  ga teng deb olinadi.

**A. Bo'ylama zarba.** Aytaylik, massasi  $\lambda Adz$  sterjenning cheksiz kichik bo'lagi

$$g_z = \frac{g_{\max}}{l} z \quad (\text{XIV.12})$$

tezlikka ega bo'lsin (IV.5-shakl). U holda sterjenning kinetik energiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$T = \int_0^l \gamma A \frac{g_z^2}{2} dz = \frac{\gamma A g_{\max}^2}{2l^2} \int_0^l z^2 dz = \frac{\gamma Al}{3} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2}$$

Sterjenning og'irligi  $Q_0 = \gamma Al g$  ekanligi ma'lum; **shu bois:**

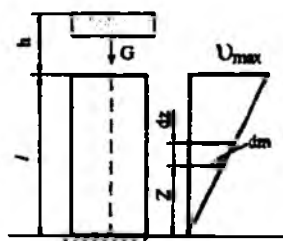
$$T = \frac{1}{3} \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (\text{XIV.13})$$

Ikkinchi tomondan esa kinetik energiya

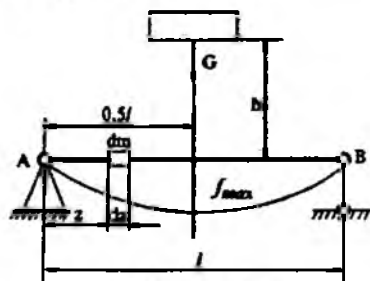
$$T = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (\text{XIV.14})$$

ga teng.

Oxirgi ifodalarni o'zaro taqqoslab, bo'ylama zarbada keltirish koeffitsienti  $\kappa = \frac{1}{3}$  ekanligiga ishonch hosil qilamiz.



XIV.5-shakl.



XIV.6-shakl.

**B. Ko'ndalang zarba.**  $G$  yuk statik ravishda to'singa qo'yilganda qo'zg'almas tayanchdan  $z$  masofadagi kesimning salqiligi

$$v_z = \frac{f_{\max}}{l^3} (3l^2 z - 4z^3) \quad (\text{XIV.15})$$

ifodaga teng bo'ladi (XIV.6-shakl).

Bunda,  $f_{\max} = \frac{Ql^3}{48EJ}$  – eng katta salqilik.

Salqilik tenglamasidan vaqt bo'yicha bir marta hosila olib, massasi  $dm = \gamma A dz$  bo'lgan bo'lakchanning tezligini aniqlaymiz:

$$g_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{f_{\max}}{l^3} (3l^2 z - 4z^3) \right\}.$$

Zarb to'sinning o'rtasiga tushadi deb faraz qilsak, mazkur kesimning tezligi

$$g_{\max} = \frac{df_{\max}}{dt}$$

ga teng bo'ladi. U holda tezlik quyidagi ko'rinishni egallaydi:

$$v_z = \frac{f_{\max}}{l^3} (3l^2 z - 4z^3).$$

To'sinning qo'zg'almas tayanchidan  $z$  masofada joylashgan  $dz$  elementning kinetik energiyasini hisoblaymiz:

$$dT = \frac{\gamma A dz}{g} \cdot \frac{g_z^2}{2} = \frac{\gamma A dz}{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{df_{\max}}{dt} \frac{1}{l^3} (3l^2 z - 4z^3)^2 \right]^2.$$

Tizimning kinetik energiyasini hisoblaymiz:

$$T = 2 \int_0^{0.5l} \frac{\gamma A}{2g} \left( \frac{df_{\max}}{dt} \right)^2 \frac{1}{l^6} (3l^2 z - 4z^3)^2 dz = \frac{17}{35} \cdot \frac{\gamma A l}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2}.$$

Bunda  $\rho A l = Q_0$  bo'lganligi uchun

$$T = \frac{17}{35} \cdot \frac{Q_0 g_{\max}^2}{2g}. \quad (\text{XIV.16})$$

To'sinning keltirilgan massasini zarb tushadigan joyga mahkamlangan deb, kinetik energiyani quyidagi ko'rinishida ifodalaymiz:

$$T = \frac{m_{\text{KCL}} \cdot g_{\text{MAX}}^2}{2} = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\text{MAX}}^2}{2} \quad (\text{XIV.17})$$

Kinetik energiya uchun yuqorida olingan ikkita ifodani o'zaro taqqoslab, ko'ndalang zarbadagi keltirish koeffitsienti  $\kappa = \frac{17}{35}$  ga tengligiga ishonch hosil qilamiz.

Shunday qilib, oddiy to'sinning o'rtasiga yuk kelib urilganda hosil bo'ladigan normal kuchlanish quyidagicha topiladi:

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{v_{st}} \frac{1}{(1 + \frac{17Q_0}{35G})}} \right) \quad (\text{XIV.18})$$

Bunda,  $G$  – zarb beruvchi yukning og'irligi;

$Q_0$  – to'sinning og'irligi;

$h$  – yukning tushish balandligi;

$v_{st}$  – yuk statik ravishda qo'yilganda zarb tushadigan kesimning salqiligi;

$\sigma_{st}$  – statik yuk ta'siridan hosil bo'lgan eng katta normal kuchlanish.

#### 14.3-§. O'zgaruvchan kuchlanishlar. Metallarning charchashi haqida qisqacha mulohazalar

Vagon o'qining ishlash jarayoni misolida o'zgaruvchan kuchlanishlarning amalda paydo bo'lishi va konstruksiya qismlariga ta'sir etishini ko'rib chiqamiz (XIV.2-shakl). Chizmadan ko'rinib turibdiki, o'q asosan egilishga ishlaydi: o'qning  $\ell$  uzunlikdagi o'rta qismi sof egilishga, uzunlikdagi chetki qismlari esa ko'ndalang egilishga qarshilik ko'rsatadi.

O'qning ixtiyoriy ko'ndalang kesimida joylashgan nuqtada kuchlanishning o'zgarish jarayonini kuzatamiz. Masalan, neytral chiziqdan y masofada joylashgan  $K$  nuqtadagi normal kuchlanish

$$\sigma_K = \frac{M_x}{J_x} y \quad (\text{a})$$

ga teng.

XIV.7 a-shakldan  $y=0,5D\sin\varphi$  ekanligini e'tiborga olib, normal kuchlanishni

$$\sigma_K = \frac{M_x D}{2J_x} \sin\varphi \text{ yoki } \sigma_K = \sigma_a \sin\varphi \quad (\text{b})$$

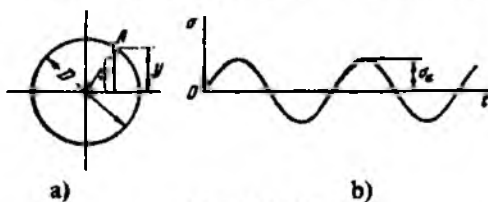
ko'rinishlarda yozib olamiz.

Bunda  $\sigma_a = \frac{M_x D}{2J_x}$  - kuchlanish amplitudasi.

Buralish burchagi  $\varphi$  vaqt bo'yicha aylanish burchak tezlik  $\omega$  ga bog'liq holda  $\varphi = \omega \cdot t$  qonuniyat bo'yicha o'zgaradi. Shu bois, normal kuchlanish

$$\sigma_K = \sigma_a \sin\omega \cdot t \quad (\text{d})$$

ko'rinishdagi sinusoidal qonuniyat bo'yicha o'zgaradi (XIV.7 b-shakl).

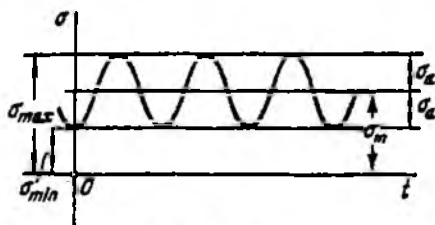


XIV.7-shakl.

Agar  $\omega$  burchak tezlik bilan aylanayotgan vagon o'qiga qo'shimcha ravishda o'zgarimas bo'ylama cho'zuvchi kuch  $F_1$  ham qo'yilsa, u holda  $K$  nuqtadagi normal kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_K = \frac{4F_1}{\pi D^2} + \sigma_a \sin\omega t. \quad (\text{XIV.19})$$

Bu holatda ham kuchlanish sinusoidal qonuniyat bo'yicha o'zgaradi, ammo sinusoida abssissa o'qidan  $\sigma_m = \frac{4F_1}{\pi D^2}$  qadar yuqoriga suriladi (XIV.8-shakl).



XIV.8-shakl.

Yuqoridagi ifodalardan ko‘rinib turibdiki, kuchlanish vaqt o‘tishi bilan davriy ravishda o‘zgarar ekan: ma’lum  $T$  vaqt o‘tishi bilan kuchlanish yana aynan bir xil qiymatga erishadi.

Kuchlanishlarning  $\sigma_{\max}$  dan  $\sigma_{\min}$  gacha kamayib, tag‘in yangidan  $\sigma_{\max}$  gacha ko‘tarilishi *kuchlanish sikli* deb ataladi.

Kuchlanish sikli quyidagi parametrlar bilan tavsiflanadi:

a) siklning eng katta  $\sigma_{\max}(\tau_{\max})$  va eng kichik  $\sigma_{\min}(\tau_{\min})$  kuchlanishlari (algebraik qiymati bo‘yicha);

b) siklning o‘rtacha kuchlanishi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \\ \tau_m &= 0,5(\tau_{\max} + \tau_{\min}) \end{aligned} \right\}$$

d) siklning amplitudasi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \\ \tau_a &= 0,5(\tau_{\max} - \tau_{\min}) \end{aligned} \right\}$$

*Izoh:* siklning eng katta va eng kichik kuchlanishlari algebraik ayir-masining absolut qiymati *sikl kuchlanishining qulochi* (intervali) deyiladi; bundan chiqdi, sikl amplitudasi kuchlanishlar qulochining yarmiga teng ekan.

g) siklning asimmetriya koeffitsienti:

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}; \quad R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}$$

*Izoh:* agar siklning asimmetriya koeffitsientlari bir xil bo‘lsa, ular *o‘xshash sikllar* deyiladi.

Kuchlanish sikli asosan ikkiga ajraladi (XIV.9-shakl):

a) *simmetrik sikl*.

Bu siklda eng katta va eng kichik kuchlanishlar absolut qiymatlari bo‘yicha o‘zaro teng bo‘lsa-da, ular teskari ishorada bo‘ladi; bu siklda:

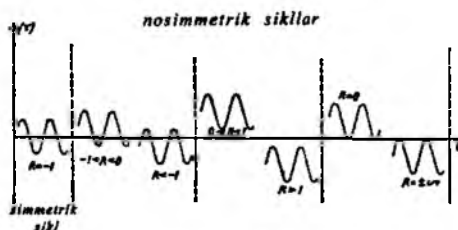
$$\sigma_m = 0, \quad \sigma_a = \sigma_{\max} = -\sigma_{\min}, \quad R_\sigma = -1$$

yoki

$$\tau_m = 0, \quad \tau_a = \tau_{\max} = -\tau_{\min}, \quad R_\tau = -1.$$

b) *nosimmetrik sikl*.

Bu siklda eng katta va eng kichik kuchlanishlar absolut qiymatlari bo‘yicha teng emas; unda  $\sigma_m \neq 0$ ,  $\tau_m \neq 0$  bo‘ladi. Odatda, nosimmetrik sikl o‘zgaruvchan va o‘zgarmas ishorali hamda tepki (noldan boshlanuvchi) sikllarga ajratiladi.



XIV.9-shakl.

Endi metallarning *charchashi (toliqishi)* haqida qisqacha mulohaza yuritamiz.

Barcha mashina detallari miqdori davriy ravishda o'zgaruvchan kuchlanishlar ta'siriga duchor bo'lganda, ular hatto mustahkamlik chegarasi yoki oquvchanlik chegarasiga yetmagan kuchlanishlar ta'siridan ham yemiriladi. Bunday jarayon yana shunisi bilan tavsiflanadiki, detallar plastik materiallardan tayyorlansa-da, ular sezilarli qoldiq deformatsiyalarsiz yemiriladi. Yemirilish oldidan detal sirtida darz (yoriq) lar hosil bo'lib, ular tobora detal tanasiga singib chuqurlasha boradi va yemirilish xavfi tug'iladi. Ilgarilari bunday holni detal «toliqdi» yoki «charchadi» deyilardi.

Umuman olganda, haligacha yemirilish jarayonining fizik mohiyati mukammal hal etilmagan. Ammo, tadqiqotchilar tajriba-sinov usullarini takomillashtirib muhim xulosaga keldilar: *o'zgaruvchan kuchlanishlar ta'siridan materiallarning strukturasi va mexanik xossalari o'zgarishligi aniqlandi.*

Hozirgi paytda *toliqish* deganda, darz paydo bo'lish va yemirilishga olib keladigan davriy o'zgaruvchan kuchlanishlar ta'siridan material shikastlanishining asta-sekin to'planish jarayoni tushuniladi. Materialning toliqishga qarshi tura olish xususiyati *chidamlilik* deyiladi.

IV.10-shaklda relsning singan kesimi tasvirlangan, unda darzning rivojlanish jarayoni kesimning ichki qismidan boshlanganligi ko'rsatilgan.

#### 14.4-§. Simmetrik sikl uchun toliqish egriligi

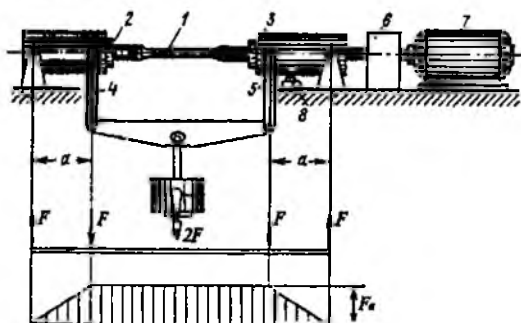
Davriy o'zgaruvchan kuchlanishlar ta'sirida ishlaydigan konstruktsiya qismlarini mustahkamlikka hisoblashda, avvalo materiallarning mexanik xossasi – chidamlilik (toliqish) chegarasini bilish zarur.

**Chidamlilik chegarasi** deb, sikllar soni cheklanmagan holda ko'p bo'lganida detalning toliqish yemirilishiga sabab bo'lmaydigan sikl maksimal kuchlanishining eng katta qiymatiga aytiladi.

Chidamlilik chegarasi  $\sigma_R$  orqali belgilanadi, bunda  $R$  – siklning asimmetriya koeffitsienti. Chidamlilik chegarasi simmetrik siklda  $\sigma_{-1}$ , oddiy cho'zilish va siqilishda  $\sigma_{+1}$ , tepki siklda esa  $\sigma_0$  orqali belgilanadi.

Maxsus sinov mashinalarida tajribalar o'tkazish yo'li bilan turli xil namunalarni toliqishga sinash orqali chidamlilik chegarasi aniqlanadi.

XIV.10-shaklda  $\sigma_{-1}$  ni tajriba yo'li bilan aniqlashda ishlatiladigan sinov mashinasining chizmasi keltirilgan.



XIV.10-shakl.

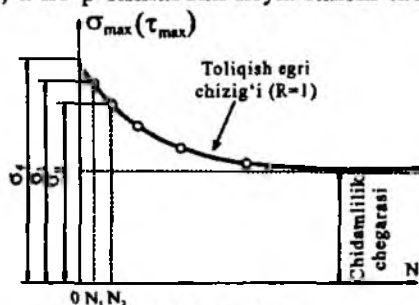
Sinalayotgan materialdan diametri  $7 \div 10$  mm li jilvirlangan  $6 \div 10$  ta-cha silindrik namuna tayyorlanadi. Konussimon qisqich 2 larga o'rnatilgan namuna 1 qo'zg'almas podshipnik 3 lar vositasida oddiy to'sin hosil qiladi. Namunaning sof egilishi momentlar epyurasidan yaqqol ko'rinib turibdi.

Namuna qisqichlar bilan birgalikda elektrodvigatel 5 vositasida aylantiriladi. Namuna aylanganligidan unga osilgan yuk 6 ning og'irligi o'zgarmasa-da, o'zgaruvchan kuchlanishlar hosil bo'ladi. Aylanishlar sonini aylanishlar hisobchisi 4 «sanaydi». Namuna singanda elektrodvigatel va aylanishlar hisobchisi o'z-o'zidan to'xtaydi.

Tajriba o'tkazish quyidagi tartibda olib boriladi.

Birinchi namuna mashinaning qisqichlariga o'rnatilib, unga simmetrik siklli kuchlanish  $\sigma_1 = \sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$  ta'sir ettiriladi. Odatda,  $\sigma_1$  ning qiymati ayni materialning mustahkamlik chegarasi  $\sigma_f$  dan kichik qilib olinadi.

Sikllar soni  $N_f$  ga yetgach (buni aylanishlar hisobchisi sanaydi), namuna yemiriladi hamda mashina o'z-o'zidan to'xtaydi. Shundan so'ng ikkinchi namunani olib, uni  $\sigma_{II} = \sigma_{\max} = -\sigma_{\min} < \sigma_f$  kuchlanish bilan yuklaymiz. Ikkinchi namunaga ta'sir etuvchi kuchlanish  $\sigma_f$  dan kichik bo'lganligi sababli, u ko'p sikllardan keyin sinishi tabiiy, ya'ni  $N_{II} > N_f$



XIV.11-shakl.

Shu tariqa namunalar ketma-ket sinilib, tajriba natijalari asosida *chidamlilik egri chizig'i* deb ataluvchi  $\sigma_{\max} = f(N)$  grafigi quriladi (XIV.12-shakl). Odatda, bu egri chiziqqa *Veler egri chizig'i* deb yuritiladi.

Bunda  $\sigma_{\max}$  – siklning maksimal kuchlanishi;

$N$  – namuna yemirilgan sikllar soni.

Grafikdan chidamlilik chegarasi  $\sigma_f$  egri chiziqning asimptotik ravishda shtrixlangan to'g'ri chiziqqa yaqinlashgan joyidagi ordinatasi olinadi.

Tajribalar shuni tasdiqlaydiki, agar namuna  $10^7$  marta aylangandan so'ng yemirilmasa, undan ko'p aylanishlarda yemirilmaydi. Shuning uchun qora metall (po'lat, cho'yan va shu kabi) lardan yasalgan namunalar sinovi  $10^7$ , rangli metall (mis, aluminiy va shu kabi) lar uchun esa  $10^8$  marta aylanishdan so'ng to'xtatiladi. Rangli metallar uchun qurilgan chidamlilik egri chiziq lari asimptotaga ega bo'lmaydi, balki aylanishlar soni ortishi bilan egri chiziq nolga tushadi. Yuqorida qayd qilingan sikllar soni to'g'risida tasavvurga ega bo'lish uchun quyidagi misolni eslash kifoya: temir yo'l vagoni Moskvadan Vladivostokka boruncha taxminan  $3 \cdot 10^6$  ta siklni o'taydi.

Po'lat material lari ustida o'tkazilgan tajribalar natijasida cho'zilish va buralish deformatsiyalarining chidamlilik chegaralari bilan egilishning chidamlilik chegaralari orasida quyidagi taqribiy bog'lanishlar mavjudligi aniqlangan:



$$\left. \begin{aligned} \sigma_{-1}^0 &= 0,7 \cdot \sigma_{-1} \\ \tau_{-1} &= 0,58 \cdot \sigma_{-1} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Bunda,  $\sigma_{-1}$  – egilishdagi chidamlilik chegarasi;

$\sigma_{-1}^0$  – cho‘zilish va siqilishdagi chidamlilik chegarasi;

$\tau_{-1}$  – buralishdagi chidamlilik chegarasi.

Endi chidamlilik chegaralarini mustahkamlik chegarasi bilan bog‘laydigan empirik formulalarni keltiramiz:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{-1} &= 0,4 \sigma_B, \\ \sigma_{-1}^0 &= 0,28 \sigma_B, \\ \tau_{-1} &= 0,22 \sigma_B. \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

#### 14.5-§. Simmetrik bo‘lmagan sikl uchun chegaraviy amplitudalar diagrammasi

Nosimmetrik siklli kuchlanishlar ta’siridagi konstruktsiya qismlarining chidamlilik chegarasini aniqlashda Veler egri chizig‘idan emas, balki undan boshqacharoq bo‘lgan chegaraviy amplitudalar diagrammasidan foydalanish maqsadga muvofiqdir (XIV.12-shakl).

Agar siklning chegara amplitudasi  $\sigma_a = 0$  bo‘lsa, u holda yemirilish siklning o‘rtacha kuchlanishi  $\sigma_m = \sigma_B$  da sodir bo‘ladi.

Agar  $\sigma_m = 0$  bo‘lsa, yemirilish  $\sigma_a = \sigma_{-1}$  kuchlanishda sodir bo‘ladi.

Chegaraviy amplitudalar diagrammasidagi istalgan nuqtalar uchun chidamlilik chegarasi

$$\sigma_R = \sigma_{\max}^u = \sigma_m^u + \sigma_a^u$$

ga teng.

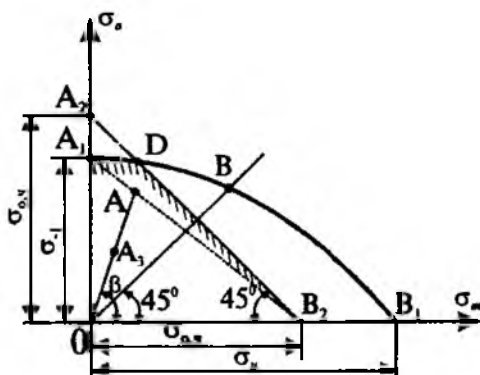
Diagrammadagi  $B$  nuqta tepki siklidagi chidamlilik chegarasiga mos keladi, chunki unda

$$\sigma_a^u = \sigma_m^u = 0,5 \sigma_0.$$

Plastik materiallar uchun

$$\sigma_a + \sigma_m \leq \sigma_y$$

bo‘lganligi sababli,  $\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_y$  tenglama bo‘yicha  $A_2 B_2$  to‘g‘ri chizig‘ini chizish mumkin.



XIV.12-shakl.

Shuni qayd qilib o'tish lozimki, chidamlilik chegarasi aniqlanayotgan nuqta  $A_1DB_2$  chizig'ining tashqarisida yotsa, u holda detal yemirilishga uchragan yoki plastik deformatsiya zonasida ishlayotgan bo'ladi.

Bordi-yu, nuqta  $OA_1DB_2$  soha ichida paydo bo'lsa, u holda detal xavfsiz sikl bilan ishlayotgan bo'ladi.

#### 14.6-§. O'zgaruvchan kuchlanishlarda mustahkamlikka hisoblash

O'zgarmas kuchlanishlarda bo'lganidek, o'zgaruvchan kuchlanishlarda ham konstruktsiya qismlarining mustahkamligini baholashda haqiqiy ehtiyot koeffitsienti  $n$  ni joiz ehtiyot koeffitsienti  $n_{odm}$  bilan taqqoslash lozim:

$$n \geq n_{odm}$$

Ma'lumki, o'zgarmas kuchlanishlar ta'sirida ishlayotgan konstruktsiya qismlari uchun  $n$  ni topishda chegaraviy holatni aniqlaydigan bitta kattalik – mustahkamlik chegarasi yoki oqish chegarasini bilish yetarli edi. Shuningdek, simmetrik sikl bilan o'zgaruvchan kuchlanishlarda ham chegaraviy holat faqat  $\sigma_1$  bilan ifodalanadi. Ammo, simmetrik bo'lmagan siklli kuchlanishlar ta'siridagi konstruktsiya qismlarining chegaraviy holatini ikkita  $\sigma_m$  va  $\sigma_a$  kattaliklar belgilaydi. Shu jihatdan qaraganda, nosimmetrik sikl uchun  $n$  ni aniqlash masalasi birmuncha murakkabdir.

Dastlab, chegaraviy amplitudalar diagrammasidan foydalanib silliq sirtli namuna uchun haqiqiy ehtiyot koeffitsientini aniqlashni ko'rib chiqamiz. Hisoblashni osonlashtirish maqsadida Zoderberg taklif qil-

ganidek, diagrammaning  $A_1B_2$  to'g'ri chizig'i bilan chegaralangan sohasidan foydalanamiz.  $A_1B_2$  to'g'ri chizig'i koordinata o'qlarini  $\sigma_{-1}$  va  $\sigma_{o.ch.} = \sigma_u$  kesmalarga ajratadi, shu sababli uning tenglamasi:

$$\frac{\sigma_{mA}}{\sigma_y} + \frac{\sigma_{uA}}{\sigma_{-1}} = 1. \quad (\text{XIV.20})$$

Biror nosimmetrik sikl uchun chidamlilik chegarasini aniqlashda koordinata boshidan  $\text{tg } \beta = \frac{\sigma_{uA}}{\sigma_{mB}}$  burchak ostida  $OA$  to'g'ri chizig'ini o'tkazamiz.

Yuqoridagilarni e'tiborga olib, ixtiyoriy  $A$  nuqta uchun

$$\sigma_{uA} = \sigma_{\max A} \frac{1 - R_\sigma}{2}; \quad \sigma_{mA} = \sigma_{\max A} \frac{1 + R_\sigma}{2} \quad (\text{XIV.21})$$

ko'rinishdagi ifodalarga ega bo'lamiz.

Bularni (XIV.20) ga qo'yib,  $\sigma_{\max A}$  ni topamiz:

$$\sigma_{\max A} = \frac{2\sigma_y\sigma_{-1}}{\sigma_y(1 - R_\sigma) + (1 + R_\sigma)}. \quad (\text{XIV.22})$$

Ixtiyoriy  $A(\sigma_m, \sigma_u)$  nuqta uchun mustahkamlikning haqiqiy ehtiyot koefitsienti quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} n_\sigma &= \frac{\sigma_{\max A}}{\sigma_{\max}} = \frac{2\sigma_y\sigma_{-1}}{\sigma_{\max}\sigma_y \left[ (1 - R_\sigma) + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_y}(1 + R_\sigma) \right]} \\ &= \frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_{\max} \left( \frac{2\sigma_u}{\sigma_{\max}} + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_y} \cdot \frac{2\sigma_m}{\sigma_{\max}} \right)} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_u + \phi_\sigma \sigma_m}, \end{aligned} \quad (\text{XIV.23})$$

bunda,  $\phi_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_y}$  - to'g'ri chiziqning burchak koefitsienti.

Xuddi shu tarzda urunma kuchlanishlar uchun quyidagi ifodani yozish mumkin:

$$n_r = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a + \phi_r \tau_m} \quad (\text{XIV.24})$$

Tekshirishlardan ma'lumki, detallarning toliqish mustahkamligi ularning o'lchamlari, shakli va sirtining holatiga bog'liqdir. Bular tegishli-cha masshtab koeffitsienti  $k_p$ , sirtqi sezgirlik koeffitsienti  $k_f$  va kuchlanishlar to'planishi (konsentratsiyalanishi) ning samarali koeffitsienti  $k_\sigma$  lar orqali hisobga olinadi.

*Eslatma:* materiallar qarshiligi lug'atlarida turli materiallar uchun  $k_p$ ,  $\beta$  va  $k_\sigma$  larning qiymatlari berilgan.

Yuqoridagi koeffitsientlarni e'tiborga olib, ehtiyot koeffitsientni quyidagicha yozamiz:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{k_d k_F} \sigma_a + \phi_\sigma \sigma_m} \quad (\text{XIV.25})$$

yoki

$$n_r = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\sigma}{k_d k_F} \tau_a + \phi_r \tau_m} \quad (\text{XIV.26})$$

Simmetrik sikl uchun  $\sigma_m = 0$ ,  $\tau_m = 0$  bo'lganligi sababli yuqoridagi ifodalar biroz soddalashadi:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{k_d k_F} \sigma_a}; \quad n_r = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\sigma}{k_d k_F} \tau_a} \quad (\text{XIV.27})$$

Murakkab kuchlanish holatida, xususan buralish bilan birgalikda egilish yoki cho'zilish (siqilish) deformatsiyalari ham sodir bo'lganda haqiqiy ehtiyot koeffitsienti quyidagicha topiladi:

$$n = \frac{n_\sigma n_r}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_r^2}} \quad (\text{XIV.28})$$

### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Zarbali yuklarga misollar keltiring va ularning o'ziga xos tomonlarini qisqacha tushuntiring.

2. *Yuklarning zarbiy ta'siridan amalda qanday maqsadlarda foydalaniladi?*
3. *Zarbali kuchlanishlarni aniqlash maqsadida qanday cheklanishlarga yo'l qo'yish mumkin?*
4. *Dinamik koeffitsientning formulasini yozing va uni tushuntiring.*
5. *O'zgaruvchan kuchlanishlarni amalda qayerda uchratish mumkin?*
6. *Kuchlanish sikli deganda nimani tushunasiz va u qanday parametrlar bilan tavsiflanadi?*
7. *Metallarning «toliqishi» yoki «charchashi» deganda nimalarni tushunasiz?*
8. *Materiallarning chidamlilik xususiyatini izohlang; chidamlilik chegarasi nima?*
9. *Veler egri chizig'i qanday hosil qilinadi?*
10. *Konstruksiya qismlarining o'zgaruvchan kuchlanishlarda mustahkamligini baholaydigan koeffitsient qanday aniqlanadi?*

## **XV BOB. EGRI BRUSLAR HISOBI**

### **15.1-§. Umumiy mulohazalar**

Muhandislik amaliyotida to'g'ri bruslar bilan bir qatorda egri bruslar ham keng ko'lamda ishlatiladi. Yuk ko'tarish kranining ilmog'i, zanjir halqalari, g'ildirak to'g'ini, arka va shu kabilar egri brusga misol bo'ladi.

Biz faqat tekis egri bruslarni – geometrik o'qi ko'ndalang kesim og'irlik markazidan o'tuvchi egri chiziqdan iborat bo'lgan bruslarni mustahkamlikka tekshirish bilan shug'ullanamiz.

Egri bruslarni loyihalash va hisoblash jarayonlarida quyidagi cheklanishlarga tayanamiz:

– *egri bruslarning ko'ndalang kesimi eng kamida bitta simmetriya o'qiga ega;*

– *egri brusning o'qi ko'ndalang kesim og'irlik markazidan o'tuvchi tekis egri chiziqdan iborat bo'lib, uning simmetriya tekisligida yotadi;*

– *egri brusga qo'yilgan barcha tashqi yuklar uning simmetriya tekisligida yotadi;*

– egri bruslar o‘zgarimas yoki o‘zgaruvchan bikriklikka ega; hatto uning ko‘ndalang kesimi o‘qi bo‘ylab shaklan o‘zgarishi ham mumkin.

Egri bruslarning istalgan ko‘ndalang kesim yuzasidagi ichki zo‘riqishlar uchta tashkil etuvchilarga: bo‘ylama kuch  $N$ , ko‘ndalang kuch  $Q$  va eguvchi moment  $M$  ga keltiriladi.

Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan, ikkinchi uchi esa kuch qo‘yilgan egri brus uchun kesish usuli yordamida ichki zo‘riqishlarning analitik ifodalarini tuzamiz (XV.1 a-shakl):

$$N_{\varphi} = F \cdot \sin \varphi, \quad Q_{\varphi} = F \cdot \cos \varphi, \quad M_{\varphi} = FR \cdot \sin \varphi. \quad (a)$$

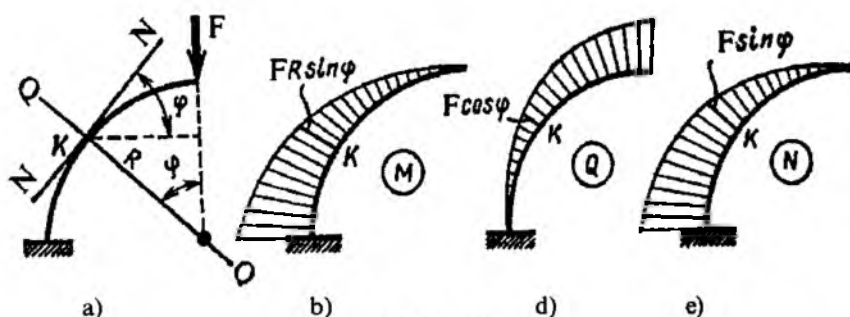
Bunda,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$  bo‘ladi.

Yuqoridagi ifodalar yordamida aniq masshtab bilan ichki zo‘riqish:  $M_{\varphi}$ ,  $Q_{\varphi}$  va  $N_{\varphi}$  larning epyuralarini osongina qurish mumkin (XV.1 b, d, f-shakl).

Egri bruslarni loyihalash-hisoblash jarayonlarida juda ko‘p yillar davomida to‘g‘ri bruslar uchun keltirib chiqarilgan

$$\sigma_N = \frac{N}{A}, \quad \sigma_M = \frac{M_x}{J_x} y, \quad \tau_Q = \frac{QS^{o'ir}}{bJ_x} \quad (b)$$

formulalar qo‘llanilgan.



XV.1-shakl.

Ammo nazariy va amaliy tadqiqotlar shuni tasdiqlaydi-ki, ko‘pincha  $\sigma_M = \frac{M_x}{J_x} y$  formula bo‘yicha o‘tkazilgan hisoblash oqibatida hatto 50 foizgacha xatoliklarga yo‘l qo‘yilar ekan. Shu bois egri bruslarni, ay-

niqsa mustahkamlikka hisoblash jarayonlarida eguvchi momentning ta'sirini alohida e'tiborga olish, aniqrog'i ularning sof egilishini mufassal o'rganish zarur.

(b) ifodaning birinchi va uchinchlari yetarlicha aniq natijalar beradi.

### 15.2-§. Egri bruslarning sof egilishi

Agar egri brus faqat juft kuch ta'sirida bo'lsa u holda sof egilish sodir bo'ladi (XV.2 a-shakl).

Egri brusning ko'ndalang kesimlarida paydo bo'luvchi normal kuchlanishni aniqlashda quyidagi cheklanishlarga asoslanamiz:

– *egri brus egilganda uning deformatsiyagacha tekis va o'qqa nisbatan tik bo'lgan kesim yuzi deformatsiyadan keyin ham tekis va o'qqa tikligicha qoladi;*

– *egri brus egilganda uning egri chiziqli tolalari bir-birlariga bosim ko'rsatmaydi.*

Masalani har galgidek statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil qilamiz.

a) *masalaning statik tomoni.*

XV.2 b-shaklda keltirilgan bo'lakcha uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini yozamiz:

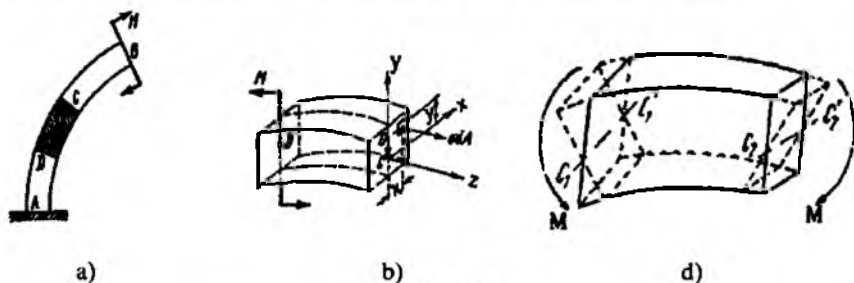
$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} \sigma dA &= 0, \\ \int_{(A)} \sigma y dA - M &= 0, \\ \int_{(A)} \sigma x dA &= 0. \end{aligned} \right\} \text{ t.d.}$$

*Izoh:* (a) formuladagi uchinchi integralning nolga tengligi kesim yuzining y o'qiga nisbatan simmetrik ekanligidan dalolat beradi.

b) *geometrik tomoni.*

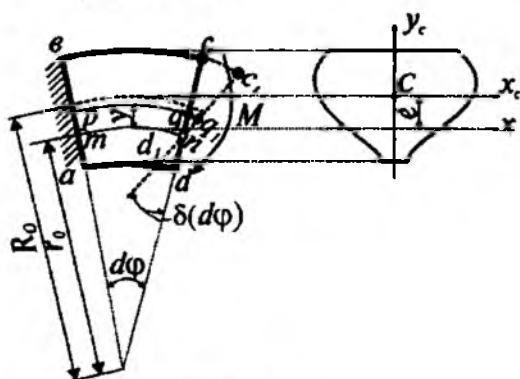
Eguvchi moment ta'sirida egri brusdan ajratilgan bo'lakchanning chap va o'ng kesimlari tegishlicha  $C_1C'_1$  va  $D_1D'_1$  neytral o'qlar atrofida ma'lum burchakka aylanadi\* (deformatsiyadan keyingi holat XV.2 d-

shaklda ingichka chiziq bilan tasvirlangan). Pirovardida neytral o'qdan yuqorida joylashgan tolalar cho'zilib, pastkilari siqiladi; neytral qatlam ustida yotgan tolalarning uzunligi esa o'zgarmasdan qoladi.



XV.2-shakl.

Sof egilishga qarshilik ko'rsatayotgan birorta egri brusdan bir-biriga cheksiz yaqin joylashgan ikkita ko'ndalang kesim yordamida  $abcd$  bo'lakchani ajratamiz (XV.3-shakl); agar bo'lakchani chap uchini fikran mahkamlab, o'ng uchiga  $M$  eguvchi moment ta'sir ettirilsa,  $cd$  kesim neytral o'q atrofida aylanib,  $c, d_1$  holatni egallaydi. Agar egri brusning o'qigacha bo'lgan egrilik radiusini  $r$ , neytral qatlamgacha bo'lgan egrilik radiusini  $r_0$ ,  $mn = ds$  ga tegishli markaziy burchakni esa  $d\varphi$  bilan belgilasak, u holda  $ds = r_0 d\varphi$  bo'ladi.



XV.3-shakl.

\* shu paragrafning oxirida neytral o'q kesim og'irlik markazidan o'tmasligi isbotlanadi.



Neytral qatlamdan  $y$  masofada joylashgan  $pq$  tolaning deformatsiyaga bo'lgan uzunligi

$$pq = (r_0 + y)d\varphi$$

ga teng bo'ladi; egilish natijasida bu tola  $qq_1$  uzunlikka cho'ziladi:

$$qq_1 = y \cdot \Delta(d\varphi).$$

U holda  $pq$  tolaning nisbiy cho'zilishi:

$$\varepsilon = \frac{qq_1}{pq} = \frac{y \cdot \Delta(d\varphi)}{(r_0 + y)d\varphi}, \quad (b)$$

d) masalaning fizik tomoni.

(b) ifodani e'tiborga olib, Guk qonuni yozamiz:

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\text{yoki} \quad \sigma = E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r_0 + y)} \quad (d)$$

har bir ko'ndalang kesim uchun  $E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$  o'zgarmas miqdor hisoblanadi.

e) sintez.

(d) ni navbat bilan muvozanat tenglamalariga keltirib qo'yamiz:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r_0 + y)} \cdot dA &= 0 \\ \int_{(A)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r_0 + y)} \cdot y dA - M &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{yoki} \quad \left. \begin{aligned} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \int_{(A)} \frac{y}{(r_0 + y)} dA &= 0 \\ E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \int_{(A)} \frac{y^2}{(r_0 + y)} dA - M &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

$E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$  ko'paytma noldan farqli.

Natijada

$$\int_{(A)} \frac{y}{(r_0 + y)} dA = 0. \quad (\text{XV.1})$$

Oxirgi munosabat neytral qatlamni topish sharti hisoblanadi. Ikkinchi integralni quyidagicha o'zgartiramiz:

$$\int_{(A)} \frac{y^2}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} \frac{y^2 + r_0 y - r_0 y}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} \frac{y(r_0 + y) - r_0 y}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} y dA - r_0 \int_{(A)} \frac{y}{r_0 + y} dA.$$

Bu ifodaning birinchi hadi neytral o'qqa nisbatan olingan statik momentga, ikkinchi hadi esa (XV.1) formulaga binoan nolga teng:

$$\int_{(A)} \frac{y^2}{r_0 + y} dA = S_x. \quad (\text{XV.2})$$

Shunday qilib, muvozanat tenglamasining ikkinchisi quyidagi ko'rinishni egallaydi:

$$E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot S_x - M = 0. \quad (\text{XV.3})$$

**Izoh:** oxirgi ifodadan ko'ramizki,  $S_x \neq 0$ ; shuning uchun egri bruslarda neytral o'q kesimning og'irlik markazidan o'tmaydi.

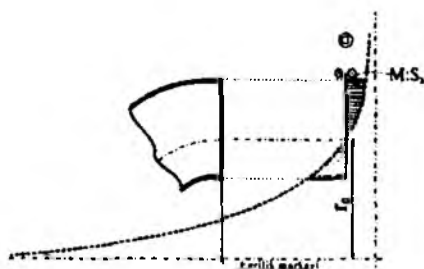
Yuqoridagi ifodalardan quyidagi munosabatni yozamiz:

$$E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} = \frac{M}{S_0}.$$

Oxirgi ifodani (b) ga qo'yib, normal kuchlanish formulasini hosil qilamiz:

$$\sigma_M = \frac{M}{S_x} \cdot \frac{y}{r_0 + y}. \quad (\text{XV.4})$$

Demak, egri brusning kesimidagi normal kuchlanish epyurasi giperbolik qonuniyat bo'yicha o'zgarar ekan (XV.4-shakl).



XV.4-shakl.

Giperbolaning asimptotalari ikkita to'g'ri chiziqdan iborat: ularning birinchisi kesimga tik bo'lib, brusning egirlik markazidan o'tadi, ikkinchisi esa epyuraning nol chizig'iga parallel bo'lib,  $\frac{M}{S_x}$  masofa uzoqlikda o'tadi.

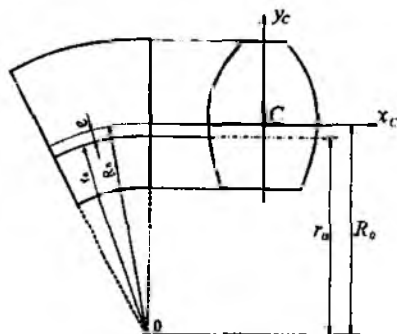
(XV.4) formuladan ko'rinib turibdiki,  $\sigma_m$  ni hisoblash uchun avvalo, neytral o'qning holatini, ya'ni  $r_0$  ni aniqlash zarur. Keyin esa ko'ndalang kesim yuzaning neytral o'qqa nisbatan statik moment  $S_x$  ni topish mumkin:

$$S_x = Ae = A(R_0 - r_0).$$

Bunda,  $R_0$  – brus o'qining egirlik radiusi;

$e$  – og'irlik markazidan neytral o'qqacha bo'lgan masofa.

Endi sof egilishda egri brusning neytral o'qi holatini aniqlashga o'tamiz.



XV.5-shakl.

Neytral o'qning holatini aniqlash uchun (XV.1) shartdan foydalanamiz; undagi  $y$  ning o'rniga boshqa o'zgaruvchi, ya'ni  $r$  ni kiritamiz. Agar ko'ndalang kesimdagi biror  $dA$  yuzachaning egrilik markazidan o'tuvchi o'qqacha bo'lgan masofasini  $r$  desak (XV.5-shakl), u holda  $y = r - r_0$  bo'ladi. Buni (XV.1) ga qo'yamiz:

$$\int_{(A)} \frac{y}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} \frac{r - r_0}{r} dA = \int_{(A)} dA - r_0 \int_{(A)} \frac{dA}{r} = \int_{(A)} A - r \int_{(A)} \frac{dA}{r} = 0.$$

Natijada quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$r_0 = \frac{A}{\int_{(A)} \frac{dA}{r}}. \quad (\text{XV.5})$$

(XV.5) formula yordamida turli xil shaklli kesimlar uchun neytral o'qning holatini aniqlovchi radiusni topish mumkin.

#### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Amalda ko'p uchraydigan egri bruslarga misollar keltiring va ularning ko'ndalang kesimlarida qanday ichki zo'riqishlar paydo bo'lishini tushuntiring.
2. Egri bruslarni hisoblashdagi cheklanishlarni bayon qiling.
3. Egri brusning ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan normal kuchlanishlar qanday aniqlanadi?
4. Egri brusning sof egilishini tushuntiring.
5. Neytral o'qning holati qanday formula yordamida aniqlanadi?

## XVI BOB. YUPQA DEVORLI IDISHLAR VA QALIN DEVORLI QUVURLAR HISOBI

### 16.1-§. Ichki bosim ta'siridagi yupqa devorli idishlar

Turli xil suyuqlik, siqilgan gaz va sochiluvchan materiallar saqlanadigan jismlar *idishlar* deb ataladi.

Odatda, idish devorlarining qalinligini teng ikkiga ajratuvchi tekislik *o'rta tekislik* deb yuritiladi.

Devorlarining qalinligi  $\delta$  o'rta tekisligining eng kichik bosh egrilik radiusi  $\rho$  bilan  $\delta < 0,05\rho$  munosabatda bo'lgan idishlar *yupqa devorli idishlar* deyiladi.

Ko'pincha yupqa devorli idishlar *qobiqlar* ham deb yuritiladi.

Qobiqlarning devorlarida faqat cho'zuvchi yoki siquvchi kuchlanishlar paydo bo'lib, ular egilishga qarshilik ko'rsatmaydi deb faraz qilinadi. Zotan bunday mulohazalarga tayanib sisterna, bak, bug' qozonlari, ichki yonuv dvigatelining silindrlari va shu kabilarni mustahkamlik va bikrlikka hisoblaganda olingan natijalar haqiqatga juda yaqin turishi nazariy va amaliy jihatdan isbotlangan.

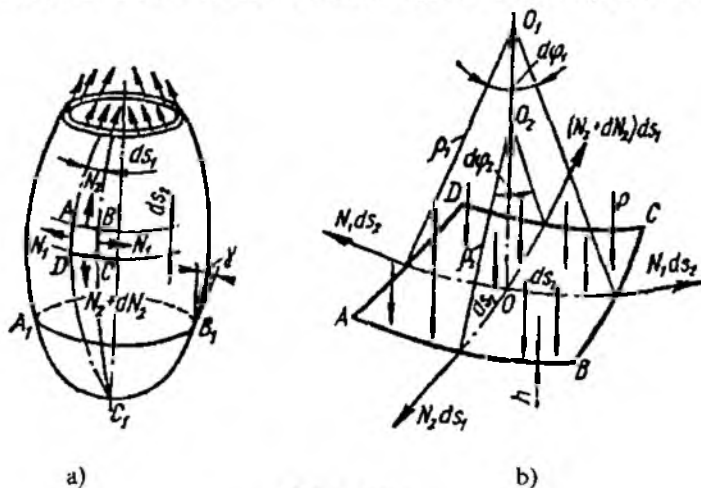
Muhandislik amaliyotida silindrik, sferik va konussimon shakllardagi qobiqlar ko'p ishlatiladi.

Aylanma sirt shaklidagi qobiq (idish) aylanish o'qiga nisbatan simmetrik ravishda qo'yilgan ichki bosim  $p$  ta'sirida bo'lsin (XVI.1 a-shakl).

Idishni hisoblash formulasini keltirib chiqarish talab etiladi.

Aytaylik, idish devorining qalinligi  $\delta$ , bo'ylama kesimga to'g'ri keladigan egrilik radiusi (meridian bo'yicha)  $\rho_m$ , ko'ndalang kesimga to'g'ri keladigan egrilik radiusi (kenglik bo'yicha) esa  $\rho_0$  bo'lsin.

Idish devoridan ikkita meridional va ikkita aylanma tekisliklar yordamida cheksiz kichik  $ABCD$  elementni ajratib olamiz (XVI.1 b-shakl).



XVI.1-shakl.

Ajratilgan bo'lakcha tekis kuchlanish holatida bo'ladi, chunki unga faqat  $\sigma_t$  aylanma ( $\sigma_t = \frac{N_1}{h}$ ) va  $\sigma_m$  meridional ( $\sigma_m = \frac{N_2}{h}$ ) bosh normal kuchlanishlar ta'sir qiladi.

Element yoqlariga  $\sigma_m \delta ds_t$  va  $\sigma_t \delta ds_m$  kuchlar, uning ichki sirtiga esa teng ta'sir etuvchisi  $p ds_t ds_m$  ga teng bo'lgan kuch ta'sir ko'rsatadi.

Barcha kuchlarni  $OO_1$  normal yo'nalishiga proyeksiyalaymiz:

$$2\sigma_m \delta ds_t \cdot \sin \frac{d\varphi_m}{2} + 2\delta_t \delta ds_m \sin \frac{d\varphi_t}{2} - p ds_t ds_m = 0. \quad (a)$$

Kichik burchaklar uchun

$$\sin \frac{d\varphi_m}{2} \approx \frac{d\varphi_m}{2}, \quad \sin \frac{d\varphi_t}{2} \approx \frac{d\varphi_t}{2}$$

ekanligi ma'lum. U holda:

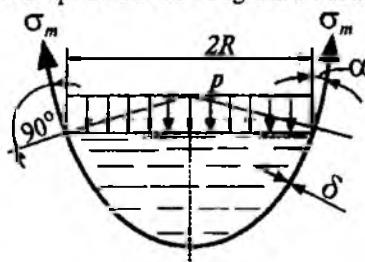
$$\sigma_m \cdot \frac{d\varphi_m}{ds_m} + \sigma_t \frac{d\varphi_t}{ds_t} = \frac{p}{\delta}. \quad (b)$$

Chizmadan  $\frac{d\varphi_m}{ds_m} = \frac{1}{\rho_m}$ ,  $\frac{d\varphi_t}{ds_t} = \frac{1}{\rho_t}$  munosabatlarni yozib olib, natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}. \quad (XVI.1)$$

(XVI.1) ifoda *Laplas tenglamasi* deyiladi.

Laplas tenglamasi tarkibida ikkita noma'lum:  $\sigma_m$  va  $\sigma_t$  kuchlanishlar bor; shu bois yana bitta qo'shimcha tenglama tuzish zarur.



XVI.2-shakl.

Kuchlanishlardan biri, masalan  $\sigma_m$  ni aniqlash uchun idishning qir-qib olingan hajmiga ta'sir qiluvchi barcha kuchlarning vertikal o'qqa nisbatan proyeksiyalarining yig'indisi tenglamasini tuzish kifoya (XVI.2-shakl):

$$\sum \dot{O}_i = 0, \quad \sigma_m \cdot 2\pi R \cdot \delta \cos\alpha - p \cdot \pi R^2 - Q_u + Q_c = 0. \quad (d)$$

Bunda,  $Q_i$  – idishdan ajratilgan qismning xususiy og'irligi;

$Q_c$  – idishda saqlanadigan suyuqlik yoki sochiluvchan jismlarning og'irligi.

Oxirgi tenglamadan  $\sigma_m$  ni topamiz:

$$\sigma_m = \frac{pR}{2\delta \cos\alpha} + \frac{(Q_c + Q_u)}{2\pi R \delta \cos\alpha}. \quad (XVI.2)$$

Mustahkamlikning to'rtinchi nazariyasi bo'yicha mustahkamlik shartini yozamiz:

$$\sigma_{ekv}^{IV} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_t^2} - \sigma_m \sigma_t \leq \sigma_{adm}. \quad (XVI.3)$$

### 16.2-§. Qalin devorli quvurlar. Lamé masalasi

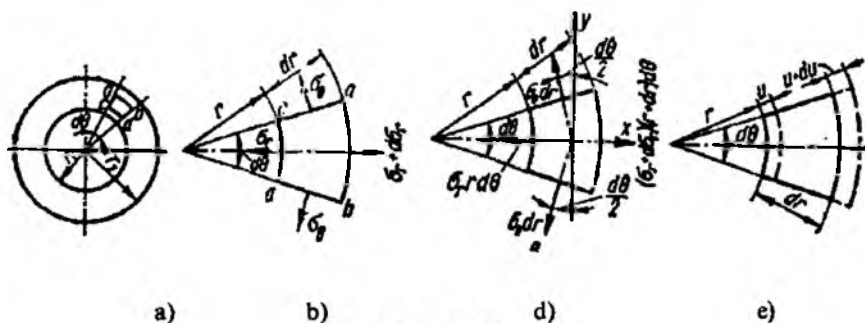
O'z-o'zidan ravshanki, silindrik jism – quvur devorining qalinligi  $\delta$  va o'rtacha radiusi  $r_{o'rt}$  mos ravishda  $\delta = r_2 - r_1$  va  $r_{o'rt} = (r_2 + r_1)/2$  ifodalar yordamida aniqlanadi (bunda  $r_1$  quvurning ichki va  $r_2$  esa tashqi radiusi).

Odatda, devorining qalinligi o'rtacha radiusi bilan  $\delta < 0,1r_{o'rt}$  munosabatda bo'lgan quvurlar *qalin devorli quvurlar* deyiladi.

Qalin devorli quvurlar hisobi bilan dastlab 1852-1854-yillarda rus akademigi A.I. Gadolin va fransuz matematigi G.Lamelar shug'ullanganlar; xususan, A.I. Gadolin o't ochuvchi qurollarning stvollarini mustahkamlik va biklikka hisoblagan.

Endi ichki  $r_1$  va tashqi  $r_2$  simmetrik bosimlar ta'siridagi qalin devorli «tubsiz», uzun quvurlarni hisoblash masalasi bilan tanishib chiqamiz.

Quvur simmetrik yuklanganligi sababli albatta, uning deformatsiyasi bo'ylama o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, barcha ko'ndalang kesimlari uchun bir xildir. Shuning uchun quvurdan ikkita ko'ndalang kesim bilan chegaralangan, uzunligi birga teng bo'lgan halqa ajratib, uning kuchlanish-deformatsiyalanish holatlarini tahlil qilish kifoya (XVI.3 a-shakl).



XVI.3-shakl.

Halqadan ikkita radial va ikkita silindrik kesimlar yordamida  $abcd$  bo'lakchani ajratib olamiz (XVI.3 b-shakl); u holda bo'lakchani yon yoqlariga  $\sigma_r$  (radial) va  $\sigma_\theta$  (aylanma yoki tangensial) kuchlanishlar ta'sir ko'rsatadi. O'z-o'zidan ravshanki, bu kuchlanishlar bosh kuchlanishlar bo'lib, ular umumiy holda  $\sigma_r = f_1(p_1, p_2, r)$  va  $\sigma_\theta = f_2(p_1, p_2, r)$  ko'rinishidagi funksiyalar bilan ifodalanadi.

Odatdagidek, masalani statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil qilamiz.

a) *masalaning statik tomoni.*

Ajratilgan element uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz (XVI.3 d-shakl):

$$\sum_{i=1}^n R_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n T_i = 0. \quad (a)$$

Ammo simmetrik sharti ikkinchi tenglamani ayniyatga keltiradi. Shu sababli birinchi tenglama quyidagicha yoziladi:

$$-\sigma_r r d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta - 2 \cdot \sigma_\theta dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = 0. \quad (b)$$

Kichik burchaklar uchun  $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$  deyish mumkin.

Ikkinchi tartibli cheksiz kichik miqdorlarni tashlab, muvozanat tenglamasini quyidagi ko'rinishida yozib olamiz:



$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0. \quad (\text{XVI.4})$$

(XVI.4) tenglamada ikkita noma'lum kuchlanishlar bor. Shu tufayli quvurdagi kuchlanishlarni topish masalasi statik aniqmas hisoblanib, qo'shimcha tenglama tuzishni taqozo etadi.

b) *masalaning geometrik tomoni.*

XVI.3 e-shakldan foydalanib navbat bilan radial va tangensial yo'nalishlardagi nisbiy deformatsiyalarni aniqlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{u + du - u}{dr} = \frac{du}{dr}, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{(r+u)d\theta - rd\theta}{rd\theta} = \frac{u}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.5})$$

Bunda  $u$  – radial ko'chish.

d) *masalaning fizik tomoni.*

Tekis kuchlanish holati uchun umumlashgan Guk qonuni quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_\theta), \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \mu\sigma_r). \end{aligned} \right\} \quad (\text{d})$$

Oxirgi ifodadan kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_\theta), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_r). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.6})$$

e) *sintez.*

(XVI.5) ni e'tiborga olib, kuchlanishlarni quyidagi ko'rinishlarda yozib olamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.7})$$

Agar oxirgi ifodalarni muvozanat tenglamasi (XVI.8) ga qo'ysak, tegishli soddalashtirishdan so'ng radial ko'chishga nisbatan quyidagi differensial tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0. \quad (\text{XVI.8})$$

(XVI.8) ifoda o'zgaruvchan koeffitsientli bir jinsli va chiziqli differensial tenglamadir. Uning xususiy integralini quyidagicha izlaymiz:

$$u = r^n, \quad (\text{XVI.9})$$

bunda  $n$  – hozircha noma'lum parametr.

(XVI.8) ni (XVI.9) ga qo'yib,  $n$  ni aniqlash uchun quyidagi xarakteristik tenglamaga ega bo'lamiz:

$$n^2 - 1 = 0. \quad (\text{c})$$

Bu tenglamaning yechimlari:  $n_1 = 1$ ;  $n_2 = -1$ .

Bularni (XVI.9) ga qo'yib, (XVI.8) ning ikkita xususiy integralni topamiz:

$$u_1 = r; \quad u_2 = \frac{1}{r}.$$

Bundan chiqdi, (XVI.8) ning umumiy integrali quyidagi ko'rinishda bo'lar ekan:

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r}, \quad (\text{XVI.10})$$

bunda  $C_1, C_2$  – ixtiyoriy o'zgarimaslar.

Buni (XVI.7) ga qo'yib, radiusi  $r$  bo'lgan silindrik sirt nuqtalaridagi kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) - C_2 \frac{(1-\mu)}{r^2} \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) + C_2 \frac{(1-\mu)}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{XVI.11})$$

Ixtiyoriy o'zgarimas  $C_1$  va  $C_2$  larning qiymatini quyidagi chegaraviy shartlardan topamiz:

$$r=r_1 \text{ bo'lsa, } \sigma_r = -p_1 \text{ bo'ladi;}$$

$$r=r_2 \text{ bo'lsa, } \sigma_r = -p_2 \text{ bo'ladi.}$$

Bu shartlardan quyidagi ikkita tenglama hosil bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} -p_1 &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) - C_2 \frac{(1-\mu)}{r_1^2} \right] \\ -p_2 &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) + C_2 \frac{(1-\mu)}{r_2^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

Bu tenglamalardan  $C_1$  va  $C_2$  larni osongina topish mumkin:

$$C_1 = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad C_2 = \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 r_2^2 - (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2}.$$

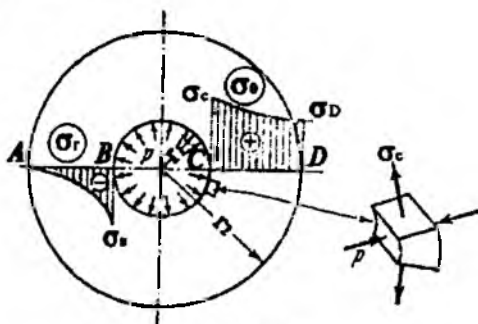
Bularni (XVI.10) va (XVI.11) larga qo'ysak, tegishli radial ko'chish hamda radial va tangensial kuchlanishlarni aniqlaydigan Lamé formula-lari kelib chiqadi:

$$u = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot r + \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r}. \quad (XVI.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}, \\ \sigma_\theta &= \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (XVI.13)$$

### XUSUSIY HOLLAR

1. Aytaylik, quvur faqat ichki bosim ta'sirida bo'lsin, ya'ni  $p_1 = p$ ,  $p_2 = 0$  (XVI.4-shakl).



XVI.4-shakl.

U holda (XVI.17) formula birmuncha soddalashadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) p, \\ \sigma_\theta &= \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) p. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.14})$$

XVI.4 b-shaklda  $\sigma_r$  va  $\sigma_\theta$  kuchlanishlarning epyuralari tasvirlangan. Bu epyuralardan ko'rinib turibdiki,  $\sigma_r$  siquvchi,  $\sigma_\theta$  esa cho'zuvchi kuchlanishlar bo'lar ekan.

Quvurning ichki sirtida tangensial kuchlanish eng katta qiymatga

$$\sigma_\theta = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot p, \quad (\text{XVI.15})$$

radial kuchlanish esa  $\sigma_r = -\sigma$  ga erishadi.

Quvurning ichki sirti uchun mustahkamlik shartini eng katta urunma kuchlanishlar nazariyasi bo'yicha yozamiz:

$$\sigma_{\text{ekv}} = (\sigma_\theta - \sigma_r)_{\text{max}} = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} p - (-p)$$

yoki

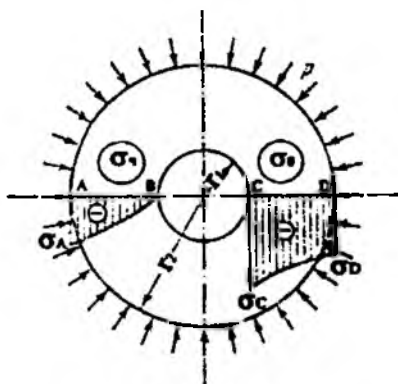
$$\sigma_{\text{ekv}} = \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p. \quad (\text{XVI.16})$$

2. Quvur faqat tashqi bosim ta'sirida bo'lsin, ya'ni  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = -p$  (XVI.5-shakl).

Bunday holda ham Lamé formulalari ixchamlashadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) p, \\ \sigma_\theta &= -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) p. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.17})$$

$\sigma_r$  va  $\sigma_\theta$  kuchlanishlarining epyuralaridan ko'rinib turibdiki, ikkala kuchlanish ham siquvchi bo'lib, absolut qiymati jihatidan  $\sigma_\theta > \sigma_r$  ekan.



XVI.5-shakl.

Mustahkamlikning uchinchi nazariyasiga ko'ra:

$$\sigma_{ekv} = \sigma_r - \sigma_\theta = 0 - \left( -\frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p \right)$$

yoki

$$\sigma_{ekv} = \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p. \quad (\text{XVI.18})$$

Ikkala xususiy hollarni ham mufassal tahlil qilib, quyidagi muhim xulosalarga kelish mumkin:

- ikkala holda ham eng katta ekvivalent kuchlanish teng;
- ikkala holda ham quvurning ichki sirtida, mustahkamlik nuqtayi nazari-dan qaraydigan bo'lsak, eng xavfli nuqtalar joylashadi. Boshqacha aytadi-gan bo'lsak,  $\sigma_{ekv}$  kuchlanish materialning oquvchanlik chegarasiga yetgan-da, qoldiq deformatsiyalar eng avval quvurning ichki sirtida hosil bo'la boshlaydi.

Hatto quvurning qalinligini oshirish yo'li bilan ham uning mustah-kamligini xohlagancha oshirishga yoki qoldiq deformatsiyalarini kamay-tirishga erishib bo'lmas ekan.

Masalan, faraz qilaylik quvurning qalinligi cheksiz katta miqdorga ega bo'lsin. U holda teng kuchli (ekvivalent) kuchlanish quyidagi ko'rinishni egallaydi:

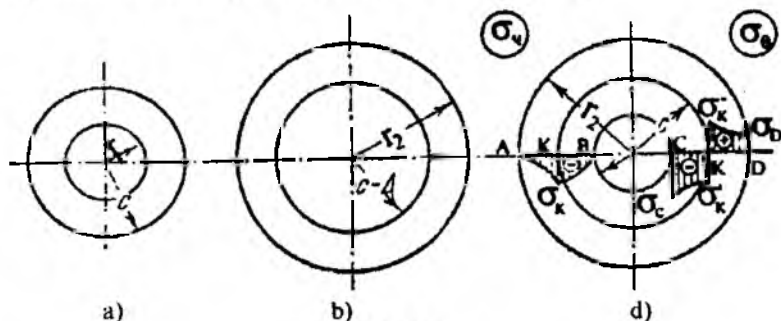
$$\sigma_{ekv} = \lim_{r_2 \rightarrow \infty} \left( \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p \right) = 2p \lim_{r_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}} = 2p. \quad (\text{XVI.19})$$

Oxirgi ifoda juda keng ma'noni anglatadi: masalan, 1500 MPa bosimni saqlash maqsadida ishlatiladigan quvurni yasash uchun oquvchanlik chegarasi eng kamida 3000 MPa bo'lgan materialni ishlatish kerak. Ammo ayni paytda bunday mustahkamlikni ta'minlay oladigan materialning o'zi yo'q! Shuning uchun ham yuqori bosimlarga chidash beradigan puxta quvurlarni tayyorlashning boshqa yo'lini axtarish lozim.

Quvurlarning puxtaligini oshirish usullaridan biri va amalda eng ko'p ishlatiladigani ichki bosim ostida ishlaydigan qo'shma quvurlar yasash usulidir.

### 16.3-§. Qalin devorli qo'shma quvurlar hisobi

Aytaylik, mexanik xossalari bir xil bo'lgan ikkita quvurdan qo'shma quvur yasash talab etilgan bo'lsin (XVI. 6 a, b-shakl).



XVI.6-shakl.

Bunda  $r_1$  – birinchi quvurning ichki radiusi;

$r_k$  – birinchi quvurning tashqi radiusi;

$\Delta$  – taranglik;

$r_k' = r_k - \Delta$  – ikkinchi quvurning ichki radiusi;

$r_2$  – ikkinchi quvurning tashqi radiusi.

Qo'shma quvur yasash uchun tashqi quvurni yetarlicha qizdirib, ichki quvurga kiygiziladi; kiygizilgan tashqi quvur sovigandan so'ng, u ich-

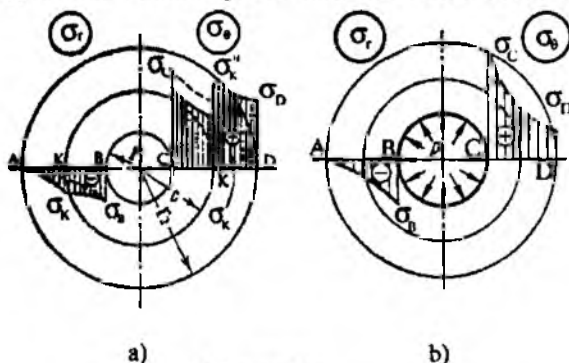
ki quvurni siqib qoladi va natijada ikkala quvurlar orasida  $r_k$  bosim paydo bo'ladi (isbotsiz keltirilgan):

$$p_k = \frac{E \Delta}{2r_k^3} \cdot \frac{(r_k^2 - r_1^2)(r_2^2 - r_k^2)}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (\text{XVI.20})$$

Shunday qilib, quvurlarni bir-biriga kiygazib qo'shma quvurlar hosil qilinsa, ichki quvur «go'yoki»  $r_k$  tashqi bosim ta'sirida, tashqi quvur esa aynan shunday ichki bosim ta'sirida bo'lib qoladi.

XVI.6 d-shaklda qo'shma quvurlardagi boshlang'ich kuchlanishlar epyuralari ko'rsatilgan.

Endi hosil qilingan qo'shma quvurni ichki  $r$  bosim bilan yuklaymiz (XVI.7 a-shakl); u holda ikkala quvur ham bir butun holda ishlaydi.



XVI.7-shakl.

Qo'shma quvurdagi  $\sigma_r$  va  $\sigma_\theta$  kuchlanishlar (XVI.14) formulalar yordamida aniqlanadi, bu kuchlanishlar taranglash natijasida hosil bo'lgan kuchlanishlar bilan algebraik qo'shiladi.

(XVI.14) formulalar yordamida  $\sigma'_r = \sigma'_r(p, r)$  va  $\sigma'_\theta = \sigma'_\theta(p, r)$  kuchlanishlar aniqlanadi (bunda  $r_1 \leq r \leq r_2$ ,  $\sigma'_r$ ,  $\sigma'_\theta$  kuchlanishlar (epyuralari ingichka chiziqda ko'rsatilgan) taranglash davrida  $r_k$  ta'siridan hosil bo'lgan boshlang'ich kuchlanishlar bilan algebraik qo'shilgach, natijaviy kuchlanish  $\sigma_r$  va  $\sigma_\theta$  lar kamayadi (epyuralari qalin chiziqda ko'rsatilgan)). Epyuralardan ko'ramizki, taranglash davrida vujudga kelgan boshlang'ich kuchlanishlar ta'sirida ichki quvur yuksizlanadi, tashqi quvur esa qo'shimcha yuklanadi (XVI.7 b-shakl).

Umuman olganda, natijaviy kuchlanishlarning kamayishi qo'shma quvurlarning eng xavfli nuqtalaridagi ekvivalent kuchlanishlarning ham kamayishga olib keladi (isbotsiz keltirilgan):

$$\sigma_{ekv} = p \frac{r_2}{r_2 - r_1} \quad (\text{XVI.21})$$

Bu munosabatni birinchi bo'lib A.I. Gadolin taklif etgan.

(XVI.20) va (XVI.21) ifodalarni o'zaro taqqoslab, qo'shma quvurlarda ekvivalent kuchlanishlarning sezilarli darajada kamayishiga ishonch hosil qilish mumkin.

#### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. *Qanday idishlarga yupqa devorli idishlar deyiladi?*
2. *Laplas tenglamasini yozib, uning mohiyatini ayting.*
3. *Qalin devorli quvurlarga ta'rif bering.*
4. *Lame formulalarini yozing va ularning mohiyatini tushuntiring.*
5. *Muhandislik amaliyotida qanday usul yordamida qalin devorli quvurlarning puxtaligini oshirish mumkin?*
6. *Gadolin formulasini yozing va uning ma'nosini tushuntiring.*

### XVII BOB. PLASTINALARNING EGILISHI

#### 17. 1-§. Asosiy tushunchalar va cheklanishlar

Asoslari deb ataluvchi o'zaro paralell bo'lgan ikkita tekislik bilan chegaralangan prizmatik yoki silindrik shakldagi jism *plastina* deb ataladi. Odatda, plastinalarning qalinligi asoslarining chiziqli o'lchamlaridan juda kichik bo'ladi.

Plastinani qalinligi bo'yicha ikki qismga ajratuvchi tekislikka uning o'rta tekisligi deb ataladi. Plastina o'rta tekisligi bilan yon yoq tomonlarining kesishuv chizig'iga *kontur* deyiladi. Plastina konturi shaklga qarab ular doiraviy, to'rtburchakli, elliptik va hokazo turlarga bo'linadi. Plastinalarning o'z qalinligining asosidagi kichik chiziqli o'lchami nisbatiga qarab uchta guruhga ajratiladi mumkin:



- juda yupqa plastinalar yoki membranalar;
  - yupqa plitalar yoki o'rtacha qalinlikdagi plastinalar;
  - qalin plitalar yoki o'rtacha qalinlikdagi plitalar.
- Juda yupqa plastinalar yoki membranalar uchun

$$\frac{h}{b} = \left( \frac{1}{80} + \frac{1}{100} \right)$$

munosabat o'rinlidir. Bunday plastinalarning egilishdagi bikrligi juda kichik bo'lganligi uchun ularning salqiligi mazkur plastina qalinligiga qaraganda yetarli darajada katta bo'ladi. Shu sababli, asosan, ularning o'rta tekisligi cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasiga hisoblanadi.

Yupqa plitalar yoki o'rtacha qalinlikdagi plitalar uchun

$$\left( \frac{1}{80} + \frac{1}{100} \right) \leq \frac{h}{b} \leq \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{8} \right)$$

munosabat o'rinli bo'lganligi sababli, ularning salqiligi balandligiga qaraganda kichikdir.

Qalin plitalar yoki o'rtacha qalinlikdagi plitalar; bularda

$$\frac{h}{b} \geq \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{8} \right)$$

munosabatning mavjud bo'lganligi uchun ular fazoviy kuchlanish va defarmatsiyalanish holati bo'yicha tahlil qilinadi. Bunday hisoblar murakkab bo'lganligi bois, hozirgi vaqtda faqat ba'zi oddiy xususiy hollar uchun yechimlar ma'lum.

Plastinalar egilishining nazariyalari Kirxgof taklif etgan quyidagi uchta cheklanishlardan aniqlangan:

1. To'g'ri normallar gipotezasi, ya'ni deformatsiyagacha tekisligiga tik bo'lgan istalgan chiziqli element plastina egilgandan keyin ham u o'zining tik va chiziqli holatini saqlab, o'z uzunligini o'zgartirmaydi. Bu gipotezadan tekshirilayotgan tekisliklarda siljish deformatsiyalari

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{yz} &= 0 \\ \gamma_{zx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

ekanligi hamda  $z$  o'qi yo'nalishidagi chiziqli deformatsiyaning ham

$$\varepsilon_z = 0 \quad (b)$$

bo'lishi kelib chiqadi.

2. Plastina o'rta tekisligining cho'zilmasligi haqidagi gipoteza: bunda asosan plastina o'rta tekisligidagi tolalar cho'zilish, siqilish va siljish deformatsiyalariga uchramaydi, deb faraz qilinadi. Natijada plastina o'rta tekisligining neytral tekislik ekanligi hamda undagi ko'chishlar

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 0 \\ v_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

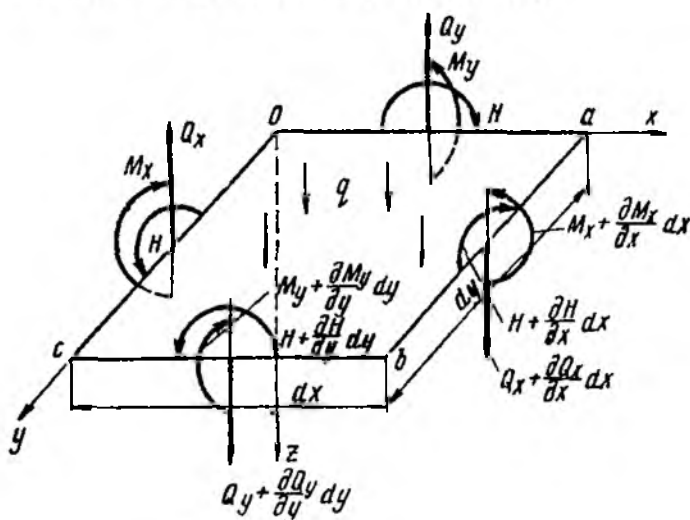
bo'lishiga ishonch hosil qilish mumkin.

3. Plastina qatlamlari orasida bosimlar mavjud emasligi haqidagi gipoteza, ya'ni  $z$  o'qi yo'nalishidagi  $\sigma_z$  kuchlanish va  $\varepsilon_z$  chiziqli deformatsiya kuchlanish va deformatsiyaning boshqa tuzuvchilariga nisbatan juda kichik, deb faraz qilinadi.

### 17. 2-§. Plastina egilgan o'rta tekislining differensial tenglamasi

Plastinadagi kuchlanishlar va ichki kuchlarni aniqlash uchun, avvalo plastina o'rta tekisligining salqiligini ifodalovchi  $w=w(x, z)$  funksiyani bilish zarur.

Plastina o'rta tekisligidan tomonlari  $dx, dy$  va qalinligi  $h$  bo'lgan cheksiz kichik bo'lakchani ajratib olamiz (XVII.1 -shakl).



XVII.1-shakl.

Ajratilgan bo'lakchanning  $AV$  tomoniga  $Q_x, M_x, H$  ( $H = M_{xy} = M_{yx}$ ) va undan  $dx$  masofadagi  $CD$  tomoniga esa  $Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx, M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx, H + \frac{\partial H}{\partial x} dx$  zo'riqishlar ta'sir ko'rsatadi. Xuddi shunga o'xshash, bo'lakchanning  $BC$  va undan  $dy$  masofadagi  $AD$  tomonlariga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar ham chizmada ko'rsatilgan.

### MASALANING STATIK TOMONI

Plastina statik muvozanatda bo'lishi uchun albatta undan ajratilgan bo'lakchaga qo'yilgan zo'riqishlar va tashqi kuch statikaning muvozanat tenglamalarini qanoatlantirishi kerak.

Barcha kuchlarni vertikal o'qqa proyeksiyalaymiz:

$$\sum_{i=1}^3 Z_i = 0, \quad (Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx) dy - Q_x dy + (Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy) dx - Q_y dx + q dx dy = 0.$$

Tegishli soddalashtirishdan so'ng quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -q. \quad (a)$$

Endi bo'lakchaga qo'yilgan barcha kuchlardan  $Oy$  o'qqa nisbatan olingan momentlarni nolga tenglashtiramiz:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 M_{y_i} = 0, \quad & (M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx) dy - M_x dy + (H + \frac{\partial H}{\partial y} dy) dx - H dx - (Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx) dy dx + \\ & + Q_y dx \cdot \frac{dx}{2} - (Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy) dx \cdot \frac{dx}{2} - q dx dy \cdot \frac{dx}{2} = 0. \end{aligned}$$

Soddalashtiramiz:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = Q_x. \quad (b)$$

Xuddi shu tartibda barcha kuchlardan  $Ox$  o'qqa nisbatan olingan momentlarni nolga tenglashtirsak, quyidagi ko'rinishdagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} = Q_y. \quad (d)$$

(a) va (b) ifodalardagi ko'ndalang kuchlarni e'tiborga olsak, (d) ifoda quyidagi ko'rinishni egallaydi:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q. \quad (\text{XVII.1})$$

### MASALANING GEOMETRIK TOMONI

Plastinadagi ko'chishlar va deformatsiyalarni aniqlash uchun o'rta tekisligiga tik yo'nalgan yuklar ta'siri ostidagi plastinani tekshirib chiqamiz. Mazkur plastina uchun yuqorida ko'rib chiqilgan gipotezalarni tatbiq etamiz.

Birinchi gipotezaning ikkinchi shartiga asosan,  $z$  o'qi yo'nalishidagi chiziqli deformatsiya nolga teng; demak Koshi formulasi uchinchisidan quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Bundan plastinaning o'rta tekisligining salqiligi  $z$  koordinata o'qiga bog'liq bo'lmasdan, faqat  $x$  va  $y$  koordinatalarga bog'liq ekanligi kelib chiqadi:

$$w = w(x, y).$$

Demak, plastinaning bitta vertikalda yotuvchi barcha nuqtalarining salqiligi bir xil bo'ladi. Bundan esa plastinalarning barcha nuqtalarining salqiligini aniqlash uchun faqat plastina o'rta tekisligining salqiligini aniqlash yetarli degan muhim xulosa kelib chiqadi.

Endi oldingi paragrafdagi "To'g'ri normallar gipotezasi" uchun Elastiklik nazariyasi fanida isbotlangan Koshi formulasiidan foydalanamiz:

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \quad (\text{e})$$

Bundan  $\frac{\partial y}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y}$  ekanligi kelib chiqadi.

Bu tenglamalarni  $z$  bo'yicha integrallab, quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w}{\partial x} + f_1(x, y), \\ v &= -z \frac{\partial w}{\partial y} + f_2(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (\text{f})$$

Ikkinchi cheklanishga asosan,  $\varepsilon=0$  bo'lgan o'rta tekislik uchun:

$$\left. \begin{aligned} u_0 = f_1(x, y) = 0, \\ v_0 = f_2(x, y) = 0. \end{aligned} \right\}$$

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \\ v = -z \frac{\partial w}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (g)$$

Elastiklik nazariyasi fanida isbotlangan deformatsiya va ko'chishlar orasidagi munosabat (Koshi formulasi) dan foydalanib, deformatsiya tuzuvchilarini topamiz:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (XVII.2)$$

### MASALANING FIZIK TOMONI

Plastina qatlamlari orasida bosimlar mavjud emasligi haqidagi cheklanishga hamda plastinadan ajratilgan bo'lakchanning tekis kuchlanish holatda ekanligiga asoslanib, R. Guk qonunini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

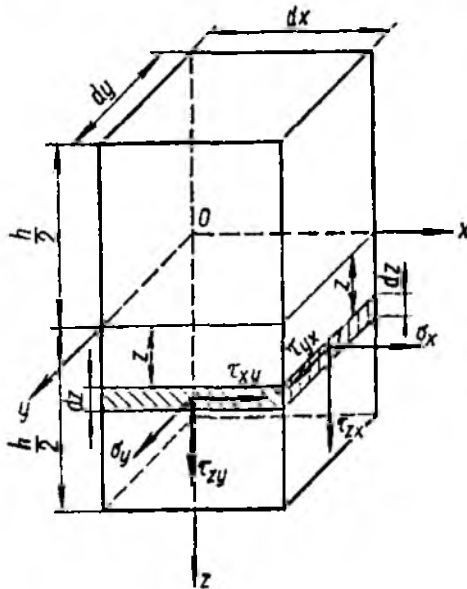
$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y), \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x), \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \cdot \gamma_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (XVII.3)$$

### SINTEZ

Dastlab (XVII.3) ifoda tarkibidagi chiziqli ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ) va burchakli ( $\gamma_{xy}$ ) deformatsiyalar o'rniga tegishliha ularning ko'chishlar orqali ifodalan- gan qiymatlarini (XVII.2) formuladan keltirib qo'yamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= -\frac{E}{(1+\mu)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVII.4})$$

Endi plastina kesimlarida paydo bo'ladigan zo'riqishlarni kuchlan- ish va keyinchalik esa ko'chishlar orqali ifodalaymiz (XVII.2-shakl):



XVII.2-shakl.

Avval normali  $x$  bo'lgan  $dydz$  o'lchamli yuzachani qarab chiqamiz.

Chizmada ko'rsatilayotganidek, mazkur yuzachaga  $\sigma_x, \tau_{yx}, \tau_{zx}$  kuchlanishlar ta'sir ko'rsatadi.

Birlik uzunlikka to'g'ri keluvchi normal kuchni aniqlash uchun quyidagi munosabatni yozamiz:

$$N_x = \int_{-0.5h}^{0.5h} \sigma_x dz = \int_{-0.5h}^{0.5h} \left[ -\frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] z dz = 0.$$

Demak, normali  $x$  bo'lgan kesim normal kuch ta'sirida bo'lmas ekan.

Endi birlik uzunlikka to'g'ri keluvchi  $N_x$  eguvchi moment  $M_x$  ni aniqlaymiz:

$$M_x = \int_{-0.5h}^{0.5h} \sigma_x z dz = \int_{-0.5h}^{0.5h} \left[ -\frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] z^2 dz = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

yoki

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (a)$$

bunda  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  - plastinaning silindrik bikrligi bo'lib, egilish deformatsiyasi uchun plastinaning fizik va geometrik tavsiflari hisoblanadi.

Birlik uzunlikka to'g'ri keluvchi ko'ndalang kuch

$$Q_x = \int_{-0.5h}^{0.5h} \tau_{zx} dz = \int_{-0.5h}^{0.5h} \left[ -\frac{E}{2(1-\mu^2)} \left( \frac{h^2}{4} - z^2 \right) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] dz = -D \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

yoki

$$Q_x = -D \cdot \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w \quad (b)$$

munosabatdan topiladi.

Bu yerda  $\nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$  - Laplas operatori.

Birlik uzunlikdagi kuch  $S_x$  ni quyidagicha aniqlaymiz:

$$S_x = \int_{-0.5h}^{0.5h} r_{yx} dz = \int_{-0.5h}^{0.5h} \left[ -\frac{E}{(1+\mu)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] dz = 0,$$

ya'ni normali  $x$  bo'lgan kesimda siljitivchi kuch hosil bo'lmas ekan.

Birlik uzunlikdagi burovchi momentni aniqlaymiz:

$$H = M_{yx} = \int_{-0.5h}^{0.5h} r_{yx} z dz = \int_{-0.5h}^{0.5h} \left[ -\frac{E}{(1+\mu)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] z dz = -D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (d)$$

Xuddi shu tarzda normali  $y$  bo'lgan kesim uchun ham ichki kuchlarni aniqlash mumkin (mustaqil bajarish tavsiya qilinadi).

Natijada ichki kuchlar quyidagicha aniqlanishiga ishonch hosil qilish mumkin:

$$\begin{aligned} Q_x &= -D \cdot \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w, & Q_y &= -D \cdot \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w, \\ M_x &= -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), & M_y &= -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \\ H &= M_{xy} = -D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (XVII.5)$$

Eguvchi momentlar  $M_x$ ,  $M_y$  va burovchi moment  $H$  larning qiymatlarini (XVII.1) formulaga qo'yib, tegishli soddalashtirishdan keyin quyidagi xususiy hosilali differensial tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{q}{D}, \quad (XVII.6)$$

yoki

$$D \nabla^4 w - q = 0. \quad (XVII.7)$$

Hosil qilingan tenglamaga plastina egilgan o'rta tekisligining differensial tenglamasi yoki Sofi-Jermen tenglamasi deyiladi.



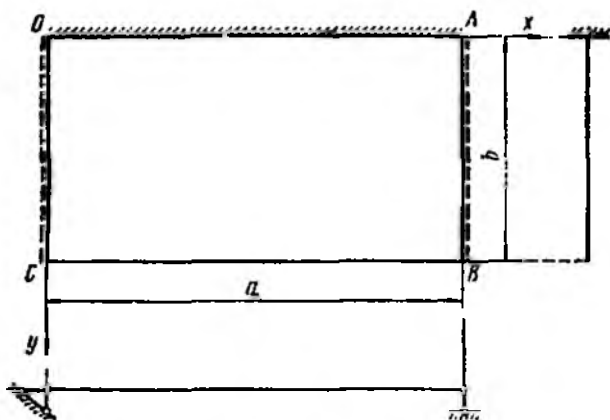
### XVII. 3-§. Plastinalarning chegaraviy shartlari

Plastina egilgan o'rta tekisligining differensial tenglamasi integrallandanda, chegaraviy shartlar yordamida aniqlanuvchi ixtiyoriy integral o'zmaslari hosil bo'ladi. Odatda, bu chegaraviy shartlar plastina chegaralarining mahkamlanish usullariga bog'liq bo'lib, quyidagi uchta: geometrik, statik va aralash chegaraviy shartlarga bo'linadi.

Agar plastina chegaralarida ko'chish shartlari (plastina o'rta tekisligining salqiligi va buralish burchagi) berilgan bo'lsa, bunga *geometrik chegaraviy shartlar* deyiladi.

Agar plastina chegaralarida zo'riqish kuchlari (ko'ndalang kuch, eguvchi va burovchi momentlar) berilgan bo'lsa, bunga *statik chegaraviy shartlar* deyiladi.

Agar plastina chegaralarida bir vaqtning o'zida ko'chishlar va zo'riqish kuchlari berilgan bo'lsa, bunga *aralash chegaraviy shartlar* deyiladi.



XVII.3-shakl.

XVII.3-shakl yordamida plastinalarning chegaraviy shartlarini bir muncha kengrok yoritamiz:

a) plastinaning qistirib mahkamlangan  $OA$  konturi uchun salqilik va buralish burchagining qiymati nolga teng:

$$x=0 \text{ bo'lganda } w=0, \quad \frac{\partial w}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=C_0 \text{ bo'ladi.}$$

b) plastinaning sharnirli tiralgan  $OC$  va  $AB$  konturi uchun salqilik va eguvchi moment nolga teng:

$$x=0 \text{ va } x=a \text{ bo'lganda } w=0, \quad M_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \text{ bo'ladi.}$$

d) plastinaning  $CB$  erkin konturida eguvchi moment, ko'ngdalang kuch va burovchi moment nolga teng:

$$x=a \text{ bo'lganda } M_x = Q_x = H = 0 \text{ bo'ladi.}$$

Bu esa masalaning shartiga ziddir; shu bois ko'ndalang kuch va burovchi momentni o'z tarkibida mujassamlashtiruvchi Kirxgof taklif quyidagi chegaraviy shartdan foydalanish zarur (bu Elastiklik nazariyasi fanida isbotlangan):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0, \\ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

## XVII. 4-§. Plastinalar egilishiga oid oddiy masalalar

### 1. ELLIPTIK PLASTINALAR

Konturi bilan qistirib mahkamlangan va tekis yoyilgan yuklar ta'sirida elliptik plastinaning egilishini ko'rib chiqamiz (XVII. 4 a-shakl).

Koordinata boshini plastina markaziga joylashtirib, kontur uchun quyidagi tenglamani yozamiz:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0. \quad (a)$$

Sofi-Jermen tenglamasining yechimini olish uchun elliptik plastinaning salqilik funksiyasi  $w=w(x, y)$  ni quyidagi shaklda yozamiz:

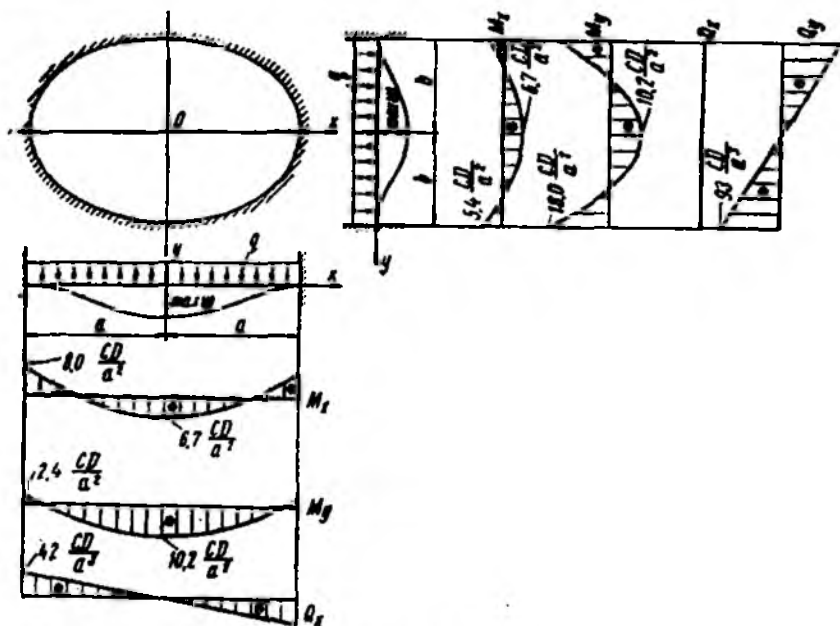
$$w = C \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right)^2 \quad (b)$$

bunda,  $C$  - o'zgarmas koeffitsient bo'lib chegaraviy shartdan aniqlanadi.

Konturda yotuvchi barcha nuqtalar uchun quyidagi chegaraviy shartlar bajarilishi kerak:

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial s} = 0. \quad (d)$$

ya'ni salqilik hamda konturga tik va urunma yo'nalishlardagi aylanish burchaklari nolga teng bo'lishi kerak.



XVII.4-shakl.

O'zgarmas koeffitsientni aniqlash uchun salqilik funksiyasi  $w = w(x, y)$  ni Sofi-Jerman tenglamasiga ko'ra quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{24C}{a^4} + 2 \frac{8C}{a^2 b^2} + \frac{24C}{b^4} = \frac{q}{D}.$$

Bundan

$$C = \frac{q}{D \left( \frac{24}{a^4} + \frac{16}{a^2 b^2} + \frac{24}{b^4} \right)}. \quad (e)$$

Shunday qilib, izlanilayotgan salqilik funksiyasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$w(x, y) = \frac{q}{D \left( \frac{24}{a^4} + \frac{16}{a^2 b^2} + \frac{24}{b^4} \right)} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right)^2. \quad (f)$$

Plastina markazidagi salqilik maksimal qiymatga ega:

$$x=0, y=0 \text{ bo'lganda } w(\max) = w(0, 0) = \frac{q}{D \left( \frac{24}{a^4} + \frac{16}{a^2 b^2} + \frac{24}{b^4} \right)} \text{ bo'ladi.}$$

(b) va (f) ifodalarini o'zaro taqqoslab, o'zgarmas koeffitsient plastina markazining salqiligiga teng ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

Demak, (f) ifoda konturi bilan qistirib mahkamlangan va uzluksiz tekis taqsimlangan  $q = \text{const}$  ko'ndalang yuklar ta'siridagi elliptik plastinalar o'rta tekisligining egilish qonuniyatini to'la tavsiflar ekan.

Endi plastinalarda hosil bo'luvchi ichki kuchlarni aniqlashga o'tamiz. Buning uchun (b) tenglamani e'tiborga olib, (XVII.5) tenglamadan eguvchi momentlarni aniqlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -4CD \left[ \frac{1}{a^2} \left( \frac{3x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right) + \frac{\mu}{b^2} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{3y^2}{b^2} - 1 \right) \right], \\ M_y &= -4CD \left[ \frac{1}{b^2} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{3y^2}{b^2} - 1 \right) + \frac{\mu}{a^2} \left( \frac{3x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (g)$$

Bundan keyin markazdagi eguvchi momentlarni topamiz:

$$\left. \begin{aligned} M_x(0, 0) &= -4CD \left( \frac{1}{a^2} + \frac{\mu}{b^2} \right), \\ M_y(0, 0) &= -4CD \left( \frac{\mu}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right). \end{aligned} \right\}$$

Konturdagi katta va kichik yarim o'qlarda yotuvchi kesimlardagi eguvchi momentlar quyidagicha:

$$\left. \begin{aligned} M_x(\pm a, 0) &= -8 \frac{CD}{a^2}, \\ M_y(\pm a, 0) &= -8\mu \frac{CD}{a^2}. \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} M_x(0, \pm b) &= -8\mu \frac{CD}{b^2}, \\ M_y(0, \pm b) &= -8 \frac{CD}{b^2}. \end{aligned} \right\}$$

Plastina salqilik funksiyasining qiymatini (XVII.5) tenglamaning uchinchi va to'rtinchilariga qo'yib, ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -\frac{8CD}{a^4 b^2} (a^2 + 3b^2)x, \\ Q_y &= -\frac{8CD}{a^2 b^4} (3a^2 + b^2)y. \end{aligned} \right\}$$

Demak, plastina markazida ko'ndalang kuchlarning qiymati nolga teng bo'lib, yarim o'qlarning chegaralarida esa quyidagicha bo'lar ekan:

$$\left. \begin{aligned} Q_x(\pm a, 0) &= \mp 8 \frac{CD}{a^3 b^2} (a^2 + 3b^2) \\ Q_y(\pm a, 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} Q_x(0, \pm b) &= 0 \\ Q_y(0, \pm b) &= \mp 8 \frac{CD}{a^2 b^3} (3a^2 + b^2) \end{aligned} \right\}$$

Plastinkalardagi burovchi momentlarni aniqlash uchun salqilik funksiyasining qiymatini (XVII.5) tenglamaning oxirgisiga keltirib qo'yamiz:

$$H = -8 \frac{CD}{a^2 b^2} (1 - \mu)xy.$$

Demak, plastinaning simmetriya o'qlarida burovchi momentlarning qiymati nolga teng ekan.

XVII.5 b-shaklda Puasson koeffitsienti  $\mu = 0,3$  va yarim o'qlarning nisbati  $\frac{a}{b} = 1,5$  ga teng bo'lgan elliptik plastinalar uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarning epyuralari qurilgan.

## 2. TO'G'RI TO'RTBURCHAKLI PLASTINALAR

Umumiy hollarda Sofi-Jermen tenglamasini va chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi to'g'ri to'rtburchakli plastinalar salqiligini ifodalovchi funksiyani aniqlash ancha qiyin masala bo'lib, ba'zan uni analitik

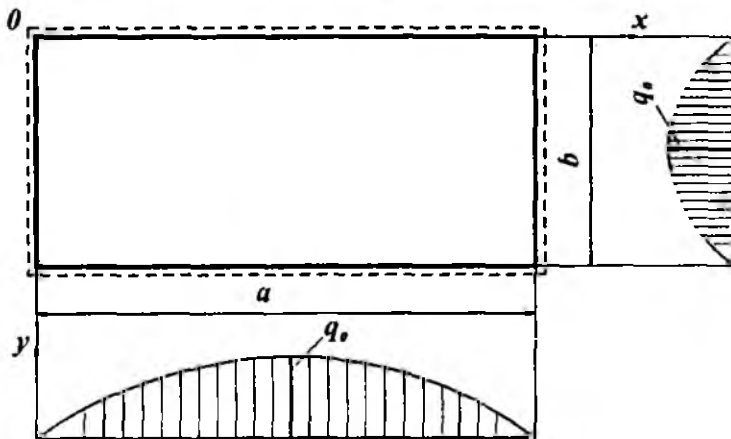
ko'rinishda yechib ham bo'lmaydi.

Biz bu yerda ancha oddiy masalani: sinusoidal yuk ta'siridagi sharnirli tayangan to'g'ri to'rtburchakli plastinani salqiligini aniqlashni ko'rib chiqamiz.

Aytaylik, o'lchamlari  $a$ ,  $b$  bo'lgan sharnirli tayangan to'g'ri to'rtburchakli plastinaga

$$q(x, y) = q_0 \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \sin \frac{\pi y}{b}$$

qonuniyat bilan o'zgaruvchi yuk ta'sir etsin (XVII. 5-shakl).



XVII.5-shakl.

Plastinaning tayanch shartlari quyidagicha yoziladi:

$x=0$ ,  $a$  bo'lganda,  $w = 0$ ;  $M_x = 0$  bo'ladi,

$y=0$ ,  $b$  bo'lganda,  $w = 0$ ;  $M_y = 0$  bo'ladi.

Plastinaning asosiy tenglamasining yechimini oxirgi shartlarni qanoatlantiruvchi

$$w(x, y) = C \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \sin \frac{\pi y}{b} \quad (a)$$

funksiya ko'rinishida tanlaymiz.

Salqilik funksiyasi  $w(x, y)$  ni va yuk ifodasi  $q(x, y)$  ni Sofi-Jermen tenglamasiga qo'yib, o'zgarmas  $C$  ni aniqlaymiz:

$$C = \frac{q_0}{\pi D \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2}.$$

Demak, plastinaning salqiligi quyidagi ko'rinishda ifodalanar ekan:

$$w(x, y) = \frac{q_0 \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \sin \frac{\pi y}{b}}{\pi D \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2}. \quad (b)$$

Bundan plastinaning maksimal salqiligi uning markazida ekanligi kelib chiqadi:

$$w_{\max} = w\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = \frac{q_0}{\pi D \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2}.$$

#### NAZORAT SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR

1. *Plastinalar deb nimaga aytiladi? Plastinalarning qanday turlarini bilasiz?*
2. *Plastinalarning egilishini o'rganishda asosan qanday cheklanishlarga asoslanamiz?*
3. *Sofi-Jermen tenglamasini yozing va uning mohiyatini tushuntiring.*
4. *Plastinalarning sof egilishi deganda nimalarni tushunasiz?*
5. *Plastinalarning sof buralishi deganda nimalarni tushunasiz?*
6. *Aniq misollar yordamida plastinaning chegaraviy shartlarini tushuntiring.*

## XVIII BOB. BRUSLARNI JOIZ YUKLAR ASOSIDA HISOBLASH

### 18.1-§. Materiallarning plastiklik xususiyatlarini e'tiborga olish. Cho'zilish diagrammasini shartli tasvirlash

Oldingi boblarda faqat elastik deformatsiyalarga qarshilik ko'rsatuvchi konstruktsiya qismlarini hisoblash bilan shug'ullandik. Ammo muhandislik amaliyotida ko'pgina muammolarni hal qilishda materiallarning *plastik* (qoldiq) deformatsiyalarini ham hisobga olish zaruriyati seziladi. Masalan, qoliplash moslamalari yoki dastgohlarida mahsulot yoki detallarga ishlov berish, metallarga cho'zib ishlov berish, prujinalarni o'rash va shu singari turli xil texnologik jarayonlarni amalga oshirishda materiallarning plastiklik xususiyatlarini bilish juda muhimdir.

Materiallar plastik deformatsiyalanganda kuchlanish bilan deformatsiya orasida chiziqli bo'lmagan bog'lanish paydo bo'ladi. Odatda, bu bog'lanish tajriba natijalaridan, xususan ko'pincha cho'zilish diagrammasidan aniqlanadi.

Materiallar o'zida to'la plastiklik xususiyatlarini namoyon qilganda konstruktsiya qismlarini joiz kuchlanishlar asosida emas, balki ancha takomillashgan usul - *joiz\* yuklar* asosida hisoblash usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Joiz yuklar asosida hisoblash usulining afzalligi shundaki, bu usul bo'yicha olib borilgan loyihalash-hisoblash natijalari materiallarni ancha tejashga imkon beradi. Chunki bu usulda materiallarning barcha mexanik xossalari hamda konstruktsiya qismlarining ishlaydigan shart-sharoitlari mumkin qadar haqiqatga yaqinroq holda e'tiborga olinadi.

Joiz yuklar asosida hisoblash usulining o'ziga xos xususiyati shundaki, bu usulda kuchlar ta'sirining bir-birlariga xalal bermaslik tamoyilini qo'llab bo'lmaydi.

Buni quyidagi misollarning tahlilidan ham yaqqol ko'rish mumkin:

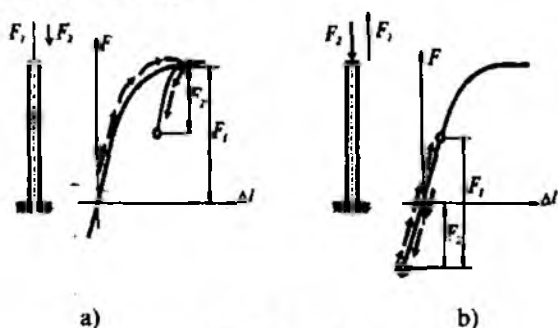
**1-hol.** Aytaylik, sterjen plastik deformatsiya hosil bo'lguncha  $F_1$  kuch bilan cho'zilgandan keyin  $F_2$  kuch ta'sirida siqilsin (XVIII. 1 a-shakl).

---

\* Mazkur hisoblash usuli ba'zi texnik adabiyotlarda «Yemiruvchi yuklar asosida hisoblash» ham deb yuritiladi.



2-hol. Sterjen dastlab  $F_2$  kuch bilan siqilgach,  $F_1$  kuch ta'sirida cho'zilsin (XVII. 1 b-shakl).

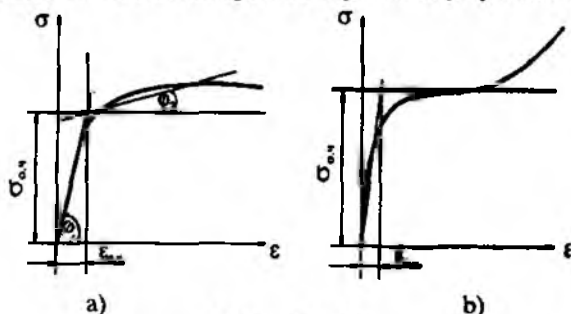


XVIII.1-shakl.

Ko'rinib turibdiki, sterjenda hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalar kuchlarning qanday tartibda qo'yilishiga bog'liqdir. Chunki sterjen yuklanganda va yuksizlantirilganda kuchlanish bilan deformatsiya orasidagi bog'lanish ustma-ust tushmaydi.

Joiz kuchlar asosida hisoblash o'tkazilganda avvalo, cho'zilish diagrammasini shartli ravishda tasvirlab, normal kuchlanish va nisbiy deformatsiyalar o'rtasidagi  $\sigma = f(\epsilon)$  munosabatni analitik tarzda yozib olish lozim.

Kam uglerodli po'lat materiallarining cho'zilish diagrammasini ikkita to'g'ri chiziqdan iborat deb shartli ravishda tasvirlash mumkin (XVIII.2 a-shakl): kuchlanish oquvchanlik chegarasiga yetgunga qadar material  $\sigma = E\epsilon$  ko'rinishidagi Guk qonuniga bo'ysunadi, keyin esa unda  $\sigma = \sigma_{o.ch}$  o'zgarma kuchlanishda plastik deformatsiya jadallasha boradi.



XVIII.2-shakl.

Ko'pincha bu shartli diagrammani Prandtlyaning *ideal elastik-plastik diagrammasi* deb yuritiladi.

Legirlangan po'lat materialining cho'zilish diagrammasini ham ikkita og'ma to'g'ri chiziq ko'rinishida shartli tasvirlash mumkin (XVIII.2 b-shakl):

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{o.ch.} \text{ bo'lganda } \sigma = E \varepsilon,$$

$$\varepsilon \geq \varepsilon_{o.ch.} \text{ bo'lganda } \sigma - \sigma_{o.ch.} = E_k (\varepsilon - \varepsilon_{o.ch.}).$$

Bunda,  $E$  va  $E_k$  – to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsientlari bo'lib, tajribalardan olinadi.

### 18.2-§. Sterjenlarni joiz yuklar asosida hisoblash

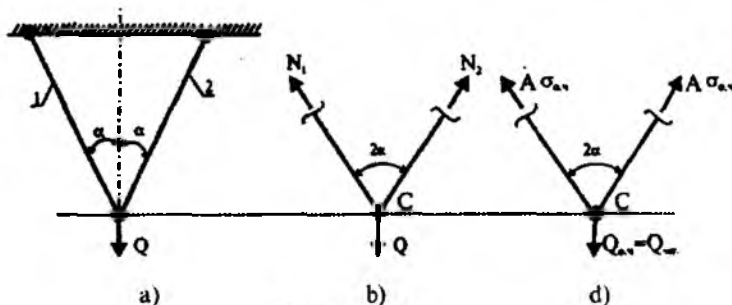
Aytaylik, statik aniq (XVIII.3-shakl) va statik aniqmas (XVIII.4-shakl) sterjenlar tizimi uchun mustahkam kesim yuza tanlash talab etilgan bo'lsin.

Sterjenlar bir xil bikrlikka ega bo'lib, ular kam uglerodli yumshoq po'lat materialidan yasalgan; masalani yechishda oquvchanlik chegarasi  $\sigma_{o.ch.}$ , mustahkamlikdagi ehtiyot koeffitsienti  $n$ , osilgan yukning og'irligi  $Q$  va burchak  $\alpha$  lar ma'lum deb hisoblansin.

Dastlab *statik aniq tizimni* ikki usulda – joiz kuchlanishlar va joiz yuklar asosida hisoblab, olingan natijalarni o'zaro taqqoslaymiz:

a) *joiz kuchlanishlar asosida hisoblash.* Aytaylik, sterjenlar elastiklik chegarasida  $Q$  yukka qarshilik ko'rsatayotgan bo'lsin (XVIII.3 a-shakl).

C tugunning muvozanatini tekshirib, ichki zo'riqishlarni topamiz (XVIII.3 b-shakl):



XVIII.3-shakl.

$$N_1 = N_2 = \frac{Q}{2 \cos \alpha} \quad (\text{a})$$

Mustahkamlik shartini

$$\frac{Q}{2A \cos \alpha} \leq \frac{\sigma_{o.ch}}{n} \quad (\text{b})$$

ko'rinishlarda yozib, mustahkam kesim yuzani aniqlaymiz:

$$A \geq \frac{Qn}{2 \sigma_{o.ch} \cos \alpha}; \quad (\text{XVIII.1})$$

b) joiz yuklar asosida hisoblash.

Bu usulda mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$Q \leq Q_{adm} \text{ yoki } Q \leq \frac{Q_{o.ch}}{n}, \quad (\text{d})$$

bunda  $Q$  – konstruktsiya qismlariga qo'yilgan eng katta yukning qiymati;

$Q_{adm}$  – yukning joiz qiymati;

$Q_{cheg} = Q_{o.ch}$  – kesimda oqish chegarasi  $\sigma_{o.ch}$  ga teng bo'lgan kuchlanish hosil qiluvchi chegaraviy (yemiruvchi) kuch.

Sterjen kesimlaridagi kuchlanish oquvchanlik chegarasiga yetguncha  $Q$  yukni sekin-asta oshira boramiz (XVIII.3 d-shakl).

$C$  tugunning muvozanatini tekshiramiz:

$$Q_{o.ch} = 2 \sigma_{o.ch} A \cos \alpha.$$

Mustahkamlik shartinidan kesim yuzini tanlaymiz:

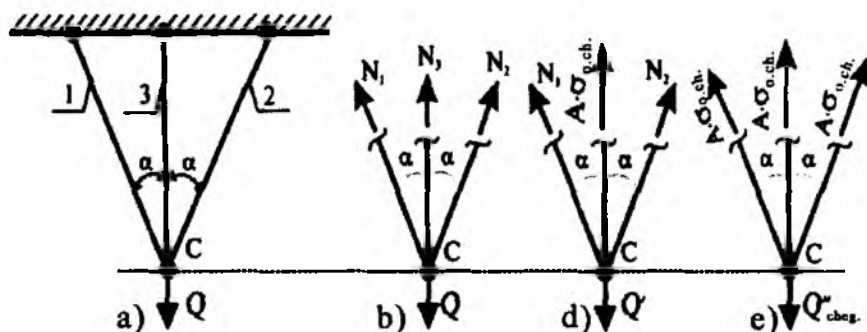
$$A \geq \frac{Qn}{2 \sigma_{i.ch} \cos \alpha}. \quad (\text{XVIII.2})$$

Shunday qilib, ikkala usulda ham bir xil natijaga erishdik.

Endi xuddi shu tarzda *statik aniqmas tizimni* ham tahlil qilamiz (XVIII.4-shakl. a):

a) joiz kuchlanishlar asosida hisoblash.

Faraz qilaylik,  $Q$  yuk ta'sirida sterjenlarning deformatsiyalanish jarayoni elastiklik chegarasida sodir bo'lsin.



XVIII.4-shakl.

Sterjenlardagi ichki zo'riqishlar quyidagiga teng bo'ladi (3.10-§ ga qarang):

$$N_1 = N_2 = \frac{Q \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha}; \quad N_3 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \quad (\text{XVIII.3})$$

Bundan  $N_{\max} = N_3$  ekanligi ko'rinib turibdi.

Kesim yuzani tanlaymiz:

$$A \geq \frac{Qn}{(1 + 2 \cos^3 \alpha) \sigma_{i, ch}}; \quad (\text{XVIII.4})$$

*b) joiz yuklar asosida hisoblash.*

$Q$  yukni qiymati asta-sekin orta borganda o'rtadagi sterjenda kuchlanish chetki sterjenlardagiga qaraganda oquvchanlik chegarasiga oldinroq erishadi, chunki unga ko'proq yuk tushadi. Shu paytdan boshlab o'rtadagi sterjen  $N'_3 = \sigma_{o, ch} A$  ga teng bo'lgan ichki zo'riqishni qabul qiladi (XVIII.4 d-shakl).

Butun tizimning deformatsiyalanish jarayoni esa elastik-plastik bosqichda bo'ladi. Bu holga to'g'ri kelgan yuk quyidagicha aniqlanadi:

$$N'_3 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^3 \alpha},$$

bundan

$$Q' = \sigma_{o, ch} A (1 + 2 \cos^3 \alpha). \quad (\text{XVIII.5})$$

$C$  tugunning muvozanatini tekshirib, chetki sterjenlardagi ichki zo'riqishni topamiz:

$$N_1 = N_2 = \frac{Q' - \sigma_{o.ch} A}{2 \cos \alpha} \quad (\text{XVIII.6})$$

Endi chetki sterjenlardagi kuchlanishlar ham oquvchanlik chegarasi-ga yetguncha, yukni yana oshira boramiz (XVIII.4 e-shakl) va nihoyat chekli holat boshlanib, keyingi deformatsiyalanish jarayoni o'zgar-mas yuk ta'sirida sodir bo'ladi.

Muvozanat tenglamasidan chekli (yemiruvchi) kuchni

$$Q_{o.ch.} = Q_{o.ch.}^* = \sigma_{o.ch.} \cdot A(1 + 2 \cos \alpha)$$

va nihoyat, mustahkamlik shartidan kesim yuzani aniqlaymiz:

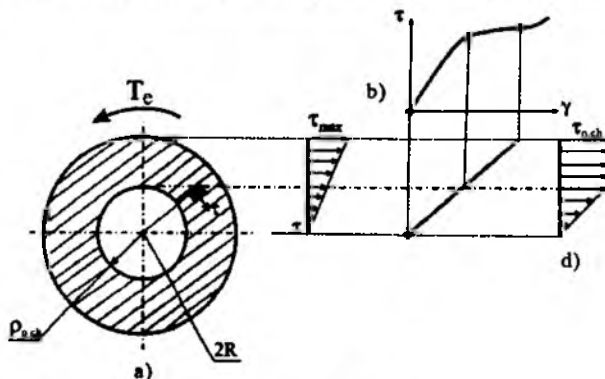
$$A \geq \frac{Qn}{(1 + 2 \cos \alpha) \sigma_{o.ch.}} \quad (\text{XVIII.7})$$

Bu qiymat odatdagi usulda olingan qiymatdan ancha kichikdir. Boshqacha aytganda, joiz yuk bo'yicha konstruksiya qismlarini hisob-lash materiallarni ancha tejashga imkon berar ekan.

### 18.3-§. Vallarni joiz yuklar asosida hisoblash

Plastik materialdan yasalgan doiraviy kesimli val uchun mustahkam diametr aniqlash talab etilsin (XVIII.5 a-shakl).

Hisoblashda oquvchanlik chegarasi  $\tau_{o.ch.}$ , mustahkamlikdagi ehtiyot koeffitsienti  $n$  va burovchi moment  $T_c$  lar ma'lum deb qaralsin.



XVIII.5-shakl.

a) joiz kuchlanishlar asosida hisoblash.

Doiraviy kesimli yaxlit valni joiz kuchlanish asosida hisoblab, mustahkam diametr uchun quyidagi ifodaga ega bo'lamiz (7.2-§ ga qarang):

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16T_e}{\pi\tau_{adm}}}; \quad (\text{XVIII.8})$$

b) joiz yuklar asosida hisoblash.

Plastik materiallardan yasalgan valning buralish diagrammasi ikkita to'g'ri chiziq ko'rinishida shartli ravishda tasvirlanadi (XVIII.5 b-shakl).

Shuni ta'kidlash muhimki, urunma kuchlanish oquvchanlik chegarasiga yetgandan so'ng burovchi momentni tobora orttirsak ham valning chetki tolalaridagi urunma kuchlanishlarning qiymati ortmaydi, balki kuchlanishlar ichki tolalar bo'yicha «go'yoki» qayta taqsimlana boradi (XVIII.5 d-shakl). Natijada chizmada ko'rsatilganidek, val bir vaqtning o'zida elastik va plastik deformatsiyalarga qarshilik ko'rsata boshlaydi.

Urunma kuchlanish epyurasidan quyidagi bog'lanishlarni yozib olamiz:

$$\rho \leq \rho_{o.ch.} \text{ bo'lganda } \tau_\rho = \frac{\rho}{\rho_{o.ch.}} \cdot \tau_{o.ch.}$$

$$\rho \geq \rho_{o.ch.} \text{ bo'lganda } \tau_\rho = \tau_{o.ch.}$$

Bunda,  $\rho_{o.ch.}$  – elastik yadroning radiusi.

Ichki va tashqi momentlarning muvozanat shartidan tashqi momentni aniqlaymiz:

$$T_e = \int_{(A)} \tau_\rho \cdot \rho dA. \quad (\text{a})$$

Integrallash chegarasini ikkiga ajratamiz:

$$T_e = \int_0^{\rho_{o.ch.}} \frac{\rho^2}{\rho_{o.ch.}} \tau_{o.ch.} dA + \int_{\rho_{o.ch.}}^R \tau_{o.ch.} \rho dA.$$

Kesim og'irlik markazidan  $\rho$  masofada joylashgan elementar yuzachani  $dA = 2\pi \rho d\rho$  ko'rinishda yozib, integralni hisoblaymiz:

$$T_e = \frac{2}{3} \pi R^3 \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\rho_{o.ch.}}{r} \right)^3 \right] \tau_{o.ch.}. \quad (\text{XVIII.9})$$

Kesimning elastik qismidagi kuchlanish ham oquvchanlik chegarasi ga yetganda, ya'ni  $\rho_{o.ch.} = 0$  bo'lganda valning kuchlanganlik holati chegaraviy holatga o'tib, u yuk ko'tara olmay qoladi. Bu holatdagi chegaraviy (yemiruvchi) tashqi moment quyidagi formuladan topiladi:

$$T_{cheg} = \frac{2}{3} \pi R^3 \tau_{o.ch.} \quad (\text{XVIII.10})$$

Mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti  $n$  bo'lganda burovchi momentning joiz qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$T_{adm} = \frac{2\pi R^3}{3n} \tau_{o.ch.} = \frac{\pi D^3 \tau_{o.ch.}}{12n} = \frac{\pi D^3}{12n} \tau_{adm} \quad (\text{b})$$

Valning mustahkamligini ta'minlay oladigan diametrni aniqlash uchun  $T_e \leq T_{adm}$  ko'rinishdagi mustahkamlik shartidan foydalanamiz:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{12 \cdot T_e}{\pi \cdot \tau_{adm}}} \quad (\text{XVIII.11})$$

Olingan natijalarni o'zaro taqqoslab, mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bir xil bo'lganda valning joiz yuklar asosida hisoblangan dia-

metri joiz kuchlanish asosida hisoblangan diametrining  $\sqrt[3]{\frac{12}{16}} \approx 0,91$  qismini tashkil etishiga ishonch hosil qilamiz.

#### NAZORAT SAVOLLARI VA TOPSHIRIQLAR

1. Joiz kuchlanishlar deganda nimani tushunasiz?
2. Materiallarning plastiklik xususiyatlarini ayting.
3. Prandtlya diagrammasining mohiyatini tushuntiring.
4. Statik aniqlama sterjenlarni joiz yuklar asosida hisoblash tartibini bayon eting.
5. Doiraviy kesimli yaxlit valni joiz yuklar asosida hisoblashning o'ziga xos tomoni nimadan iborat?
6. Bruslarni joiz yuklar asosida hisoblashning afzalligi nimadan iborat?

## ADABIYOTLAR

1. M.T. O'rozboyev. Materiallar qarshiligi asosiy kursi. –T.: «O'qituvchi», qayta ishlangan, 2-nashri. 1973-y.
2. K.M. Mansurov Materiallar qarshiligi kursi. –T.: «O'qituvchi», tuzatilgan, to'ldirilgan 2-nashri. 1983-y.
3. A.N.Nabiyev, S.M.Hasanov. Materiallar qarshiligi. –T.: Fan va texnologiya, 2005-yil.
4. A.N.Nabiyev, J.Sh. Shosalimov, A.N. Husainov. «Texnik mexanika». –T.: «Sharq» nashriyoti, 2005-y.
5. N.J. To'ychiyev. Materiallar qarshiligi. –T.: 2003-y.
6. M.Ergashov. Materiallar qarshiligidan hisoblash-loyihalash ishlari –T.: «Moliya», 2003-y.
7. A.B. Александров и др. Сопротивление материалов. –М.: «Высшая школа», 2001 г.
8. И.А. Биргер и др. Сопротивление материалов. –М.: изд. МАИ 1994 г.
9. A.B.Дарков и др. Сопротивление материалов. –М.: «Высшая школа», 4-е издание, переработанное. 1975 г.
10. Ф.В.Долинский и др. Краткий курс сопротивления материалов. –М.: «Высшая школа». 1988 г.
11. А.А.Ильюшин. Пластичность. Уруго-пластические деформации, часть первая. –М.: Гос. издат. технико-теоретической литературы. 1948 г.
12. Г.С.Писаренко и др. Сопротивление материалов –К.: «Высшая школа», 5-е изд., перераб. и доп. 1986 г.
13. Ю.Н. Работнов. Механика деформируемого твердого тела. –М.: «Наука», Гл. ред. физ.-мат. лит., 2-е изд., испр. 1988 г.
14. А.Ф. Смирнов. Materiallar qarshiligi. –T.: «O'qituvchi», qayta ishlangan va to'ldirilgan 3-nashridan dotsent E.V. Ergashev tarjiması. 1988-y.
15. А.Е. Саргасян. Сопротивление материалов, теория уругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов. –М.: «Высшая школа», 2000 г.
16. С.П. Тимошенко, Дж. Гере. Механика материалов. –М.: Изд. «Мир», 1976 г.
17. Г.К. Татур. Общий курс сопротивление материалов. –Минск: «Высшая школа», 1974 г.
18. И.Г. Терегулов. Сопротивление материалов и основы теории уругости и пластичности. –М.: «Высшая школа». 1984 г.
19. В.И. Феодосьев. Сопротивление материалов. –М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003 г.



## MUNDARIJA

Ikkinchi nashrga soʻz boshi .....	3
<b>I BOB. KIRISH</b> .....	4
1.1-§. Materiallar qarshiligi fanining mohiyati va mavzuyi .....	4
1.2-§. Tashqi kuchlar va deformatsiyalar .....	7
1.3-§. Hisoblash chizmasi .....	9
1.4-§. Ichki kuchlar .....	10
1.5-§. Kuchlanishlar .....	13
1.6-§. Materiallar qarshiligi fanidagi masalalar va ularni yechish tartiblari .....	15
<b>II BOB. ICHKI KUCHLARNING EPYURALARI</b> .....	18
2.1-§. Umumiy mulohazalar .....	18
2.2-§. Boʻylama kuch bilan taralgan kuch intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlar .....	19
2.3-§. Burovchi moment bilan taralgan moment intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlar .....	30
2.4-§. Toʻsinlar va ularning tayanchlari .....	37
2.5-§. Tayanch reaksiyalarini aniqlash .....	39
2.6-§. Eguvchi moment, kesuvchi kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial va integral munosabatlar .....	41
2.7-§. Ramalarda paydo boʻluvchi zoʻriqishlarni aniqlash .....	51
2.8-§. Arkalarda paydo boʻluvchi zoʻriqishlarni aniqlash .....	60
<b>III BOB. MARKAZIY CHOʻZILISH YOKI SIQILISH</b> .....	67
3.1-§. Asosiy mulohazalar .....	67
3.2-§. Materiallarning asosiy mexanik xossalari tajribalar yordamida aniqlash .....	72
3.3-§. Joiz kuchlanishlar .....	82
3.4-§. Choʻzilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti .....	84
3.5-§. Materiallarning puxtalanishi va yoyiluvchanligi .....	85
3.6-§. Metallmas materiallar .....	90
3.7-§. Kuchlanishlar konsentratsiyasi .....	92
3.8-§. Materiallarning mexanik xossalari haroratning taʼsiri .....	94
3.9-§. Choʻzilish yoki siqilishda deformatsiyaning potentsial energiyasi .....	95
3.10-§. Choʻzilgan yoki siqilgan sterjenlarning xususiy ogʻirliklarini eʼtiborga olish .....	97
3.11-§. Choʻzilish va siqilish deformatsiyasiga oid statik aniqmas masalalar .....	101
<b>IV BOB. KUCHLANISHLARNING TAHLILI</b> .....	116
4.1-§. Umumiy tushunchalar .....	116
4.2-§. Qiya kesimlardagi kuchlanishlar .....	117
4.3-§. Bosh yuzalar va siljish yuzalarining holati .....	120
4.4-§. Umumlashgan Guk qonuni .....	122
4.5-§. Hajmiy deformatsiya .....	124
4.6-§. Deformatsiyaning solishtirma potentsial energiyasi .....	125
4.7-§. Mustahkamlik nazariyalari .....	127

<b>V BOB. SILJISH</b> .....	133
5.1-§. Sof siljish .....	133
5.2-§. Siljishga ishlovchi konstruksiya elementlarining hisobi .....	136
<b>VI BOB. TEKIS SHAKLLARNING GEOMETRIK TAVSIFLARI</b> .....	142
6.1-§. Asosiy mulohazalar .....	142
6.2-§. Tekis shakllarning o'qqa nisbatan statik momentlari .....	143
6.3-§. Tekis shakllarning inersiya momentlari .....	144
6.4-§. Eng oddiy tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash .....	145
6.5-§. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash .....	148
6.6-§. Koordinata o'qlari parallel ko'chganda inersiya momentlarining o'zgarishi ....	149
6.7-§. O'qlar burilganda inersiya momentlarining o'zgarishi .....	151
6.8-§. Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari .....	153
6.9-§. Tekis shakllarning qarshilik momentlari .....	154
<b>VII BOB. BURALISH</b> .....	156
7.1-§. Valning buralishi .....	156
7.2-§. Valning buralishdagi mustahkamlik sharti .....	161
7.3-§. Buralishda deformatsiyaning potensial energiyasi .....	163
7.4-§. Buralishda statik aniqmas masalalar .....	163
<b>VIII BOB. TEKIS EGILISH. EGILISHDAGI KUCLANISHLARNI ANIQLASH</b> 180	
8.1-§. Asosiy tushunchalar .....	180
8.2-§. Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash .....	182
8.3-§. Ko'ndalang egilishda urunma kuchlanishlarni aniqlash .....	189
8.4-§. To'sinlarning mustahkamligini normal kuchlanishlar bo'yicha tekshirish	195
8.5-§. To'sinlarning mustahkamligini urunma kuchlanishlar bo'yicha tekshirish	197
8.6-§. To'sinlarning mustahkamligini bosh kuchlanishlar asosida tekshirish ....	198
8.7-§. To'sin kesimlarining ratsional shakllari .....	202
8.8-§. Teng qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlar .....	204
8.9-§. Egilishda deformatsiyaning potensial energiyasi .....	206
<b>IX BOB. TO'SINLARNING KO'CHISHLARINI ANIQLASH</b> .....	217
9.1-§. Umumiy mulohazalar .....	217
9.2-§. Egilgan o'qning differensial tenglamasi .....	218
9.3-§. Elastik chiziqning taqribiy differensial tenglamasini integrallash. Chegaraviy shartlar .....	221
9.4-§. Boshlang'ich parametrlar usuli .....	230
9.5-§. Mor usuli yordamida ko'chishlarni aniqlash .....	241
9.6-§. Mor integralini Vereshagin usulida hisoblash .....	243
9.7-§. Statik aniqmas to'sinlarni hisoblash .....	247
9.8-§. Elastik tayanchda yotuvchi to'sinlar .....	250
9.9-§. To'plangan kuch ta'siridagi elastik tayanchda yotuvchi to'sinlarni hisoblash ...	253
<b>X BOB. MURAKKAB QARSHILIK</b> .....	256
10.1-§. Asosiy tushunchalar .....	256
10.2-§. Egilish va cho'zilish (siqilish) .....	257
10.3-§. Siljish va buralishning birgalikdagi ta'siri .....	267

<b>XI BOB. STATIK ANIQMAS RAMALARNI KUCH USULIDA HISOBLASH</b> ....	271
11.1-§. Asosiy tushunchalar .....	271
11.2-§. Kuch usulining kanonik tenglamalari .....	274
11.3-§. Statik aniqmas ramalarni kuch usulida hisoblash rejasi .....	277
<b>XII BOB. MATRITSALAR YORDAMIDA STATIK ANIQMAS TIZIMLARNI HISOBLASH</b> .....	282
12.1-§. Matritsa usulida Mor integralini hisoblash .....	282
12.2-§. Statik aniqmas tizimlarni matritsalar yordamida kuch usulida hisoblash .....	289
<b>XIII BOB. SIQILGAN STYERJENLARNING USTUVORLIGI</b> .....	294
13.1-§. Asosiy tushunchalar .....	294
13.2-§. Kritik kuchni topishning Eyer formulasi .....	297
13.3-§. Sterjen uchlari mahkamlanish usullarining kritik kuchga ta'siri .....	300
13.4-§. Kritik kuchlanish. Eyer formulasining tatbiq etilish chegarasi .....	302
13.5-§. Siqilgan sterjenlarni amalda hisoblash usuli .....	304
13.6-§. Bo'ylama-ko'ndalang egilish .....	310
13.7-§. Kritik kuchni energetik usulda aniqlash .....	313
<b>XIV BOB. ZARBALI VA DAVRIY O'ZGARUVCHAN YUKLARDA MUSTAHKAMLIK</b> .....	316
14.1-§. Zarbali va davriy o'zgaruvchan yuklarning ta'siri haqida umumiy mulohazalar .....	316
14.2-§. Zarbali yuklar ta'siridan hosil bo'ladigan kuchlanishlar .....	317
14.3-§. O'zgaruvchan kuchlanishlar. Metallarning charchashi haqida qisqacha mulohazalar .....	323
14.4-§. Simmetrik sikl uchun toliqish egriligi .....	326
14.5-§. Simmetrik bo'lmagan sikl uchun chegaraviy amplitudalar diagrammasi ..	329
14.6-§. O'zgaruvchan kuchlanishlarda mustahkamlikka hisoblash .....	330
<b>XV BOB. EGRI BRUSLAR HISOBI</b> .....	333
15.1-§. Umumiy mulohazalar .....	333
15.2-§. Egri bruslarning sof egilishi .....	335
<b>XVI BOB. YUPQA DEVORLI IDISHLAR VA QALIN DEVORLI QUVURLAR HISOBI</b> .....	340
16.1-§. Ichki bosim ta'siridagi yupqa devorli idishlar .....	340
16.2-§. Qalin devorli quvurlar. Lame masalasi .....	343
16.3-§. Qalin devorli qo'shma quvurlar hisobi .....	350
<b>XVII BOB. PLASTINALARNING EGILISHI</b> .....	352
17. 1-§. Asosiy tushunchalar va cheklanishlar .....	352
17. 2-§. Plastina egilgan o'rta tekislining differensial tenglamasi .....	354
17. 3-§. Plastinalarning chegaraviy shartlari .....	361
17. 4-§. Plastinalar egilishiga oid oddiy masalalar .....	362
<b>XVIII BOB. BRUSLARNI JOIZ YUKLAR ASOSIDA HISOBLASH</b> .....	368
18.1-§. Materiallarning plastiklik xususiyatlarini e'tiborga olish. Cho'zilish diagrammasini shartli tasvirlash .....	368
18.2-§. Sterjenlarni joiz yuklar asosida hisoblash .....	370
18.3-§. Vallarni joiz yuklar asosida hisoblash .....	373
<b>ADABIYOTLAR</b> .....	376

O'quv-uslubiy nashr  
**ABDUMUTAL NABIYEV,**  
*texnika fanlari nomzodi, dotsent*

## **MATERIALLAR QARSHILIGI**

**Muharrir**  
**X. PO'LATXO'JAYEV**

**Musahhib**  
**B. TUYOQOV**

**Tex.muharrir**  
**Ye. DEMCHENKO**

**Kompyuterda sahifalovchi**  
**D. ABDULLAYEV**

*Muqova «ARTLOL» dizayn markazida tayyorlandi*

*Original maket «El-Press» MChJda tayyorlandi*

Bosishga 12.09.2008-y.da ruxsat etildi.  
Garnitura LexTimes Cyr+Uz. Bichimi 60x84 1/16.  
Bosma tobog'i 23,75.  
Shartli bosma tobog'i 21,09.  
Adadi 2000 nusxa. Buyurtma №191.  
Bahosi kelishilgan narxda.

«Yangi asr avlodi» nashriyot-matbaa markazida tayyorlandi.  
«Yoshlar matbuoti» bosmaxonasida bosildi.  
100113. Toshkent, Chilonzor-8, Qatorol ko'chasi, 60.

Murojaat uchun telefonlar  
Nashr bo'limi 278-36-89, marketing bo'limi 128-78-43  
Faks 273-00-14, e-mail: yangiasravlodi@mail.ru