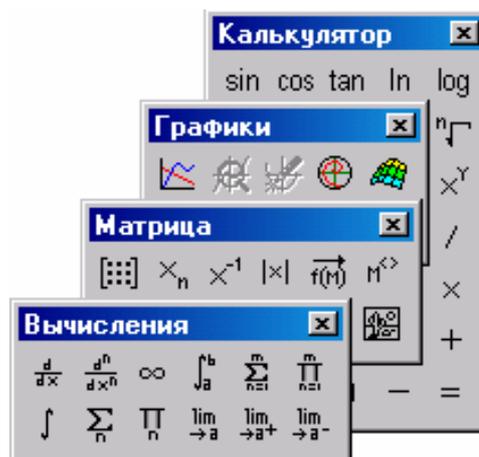


Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Департамент научно-технической политики и образования  
Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия  
Кафедра информатики, теоретической механики и  
основ научных исследований

## ***САМОУЧИТЕЛЬ РАБОТЫ С УНИВЕРСАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ MATHCAD***

- ОСНОВЫ РАБОТЫ С MATHCAD***
- ГРАФИЧЕСКИЙ ВЫВОД ДАННЫХ***
- МАТРИЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ***
- ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ  
И ИНТЕГРИРОВАНИЕ***



*Самообучение*

Волгоград 2006

**Самоучитель работы с универсальной математической системой Mathcad / Сост. С. И. Калмыкова, Волгогр. гос. с.-х. акад. - Волгоград, 2006. - С. 72.**

В самоучителе работы с универсальной математической системой Mathcad на примерах показаны исходные навыки работы с системой и описана практика проведения массовых математических расчетов, как в аналитическом, так и в численном виде.

Самоучитель содержит описание основ работы с системой Mathcad, методические указания по выполнению четырех лабораторных работ, задания для расчетно-графической работ, посвященных решению задач физики и механики.

Для студентов инженерных специальностей, аспирантов и научных сотрудников, осуществляющих математическую обработку данных на компьютере.

Самоучитель рассчитан на использование при ускоренном самообучении.

## **Назначение Mathcad**

**Mathcad** – это многофункциональная интерактивная вычислительная система для аналитического и численного решения разнообразных математических задач и документирования результатов работы. Она включает следующие функциональные компоненты.

## **Компоненты Mathcad**

1. **Текстовый редактор** для ввода и редактирования текста и формул.
2. **Вычислительный процессор** для быстрых расчетов согласно введенным формулам.
3. **Символьный процессор** для символьных вычислений и получения аналитического результата.
4. **Редактор графиков** для построения двумерных и трехмерных графиков различных типов.
5. **Основные и математические панели инструментов.**

## **Запуск Mathcad**

**1 способ:** 

**2 способ:** с помощью ярлыка  рабочего стола Windows.

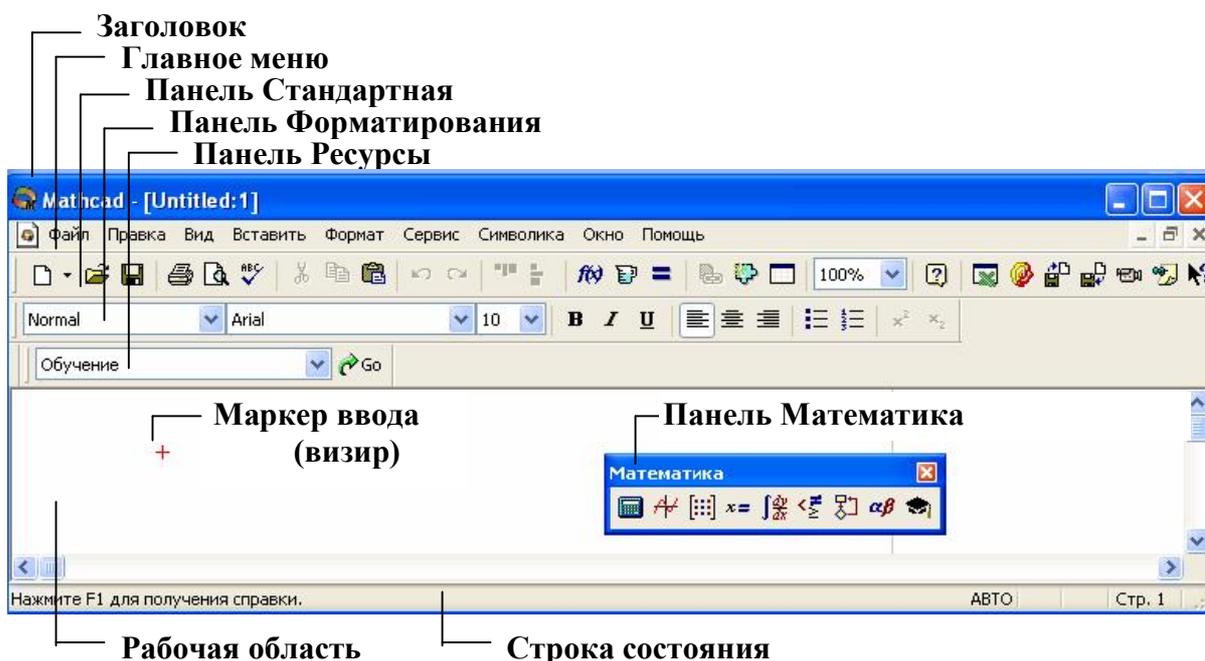
## **Завершение работы с программой Mathcad**

**1 способ:** При помощи команды Файл, Закреть.

**2 способ:** Нажатием кнопки закрытия окна документа .

## Интерфейс пользователя

После установки и запуска Mathcad 11 на экране компьютера появляется окно приложения с чистым рабочим листом с именем **Untitled (Без названия): N** (N – порядковый номер документа). Большую часть окна Mathcad занимает рабочая область, в которую пользователь вводит математические выражения, текстовые поля или графики.



## Главное меню

**Главное меню** – это набор пунктов, расположенный во второй строке окна приложения, для вызова падающих меню с перечнем команд. Выбор нужной команды осуществляется с помощью ЩЛКМ по названию пункта главного меню.



<b>Файл (File)</b>	Команды, связанные с созданием (Создать), открытием (Открыть), сохранением (Сохранить Как), пересылкой по электронной почте (Отправить) и распечаткой файлов (Печать).
<b>Правка (Edit)</b>	Команды, относящиеся к правке документа: копирование (Копировать), вставка (Вставить), удаление фрагментов (Удалить) и т. п.

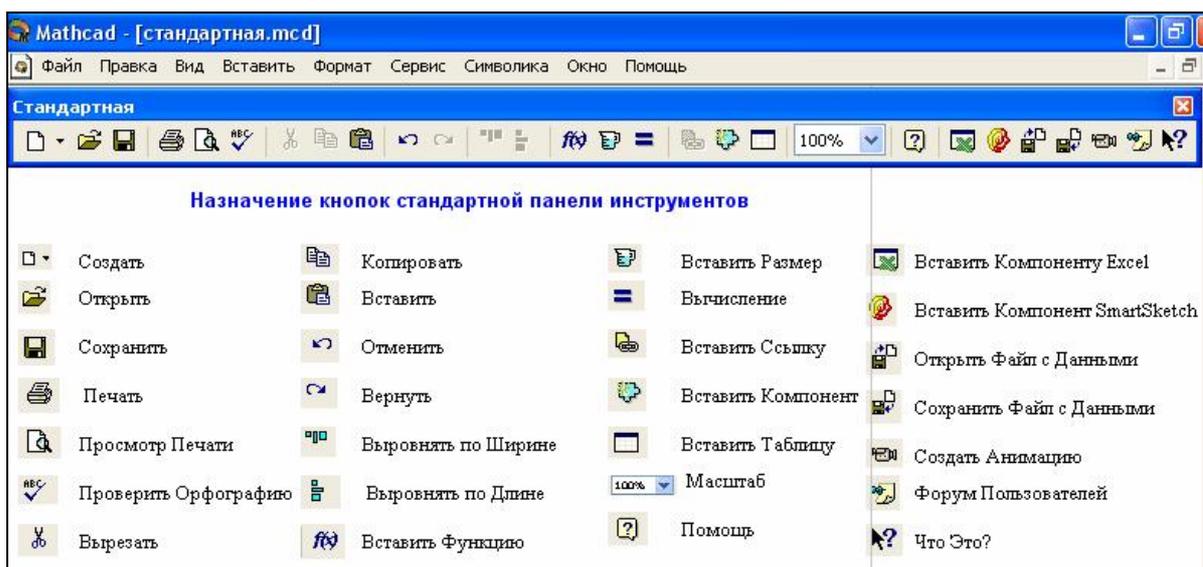
<b>Вид (View)</b>	Команды, управляющие внешним видом документа в окне редактора Mathcad: показать или скрыть панели (Панели инструментов), линейку (Линейка), границы регионов (Области) и изменить колонтитулы (Колонтитулы).
<b>Вставить (Insert)</b>	Команды вставки различных объектов в документы: графика (График), матрицы (Матрица...), встроенной функции (Функция...), единицы измерения размерной величины (Единица Измерения...), текстовой (Текстовая область) и математической (Математическая область) областей, объекта (Объект...), ссылки на другой документ (Связь...), гиперссылки (Ссылка...), элементов управления (Элемент Управления).
<b>Формат (Format)</b>	Команды форматирования текста, формул и графиков.
<b>Сервис (Tools)</b>	Команды управления вычислительным процессом и дополнительными возможностями
<b>Символика (Symbolics)</b>	Команды символьных вычислений.
<b>Окно (Window)</b>	Команды управления расположением окон с различными документами на экране.
<b>Help (Помощь)</b>	Команды вызова справочной информации, сведений о версии программы, а также доступа к ресурсам и электронным книгам.

## ***Панели инструментов***

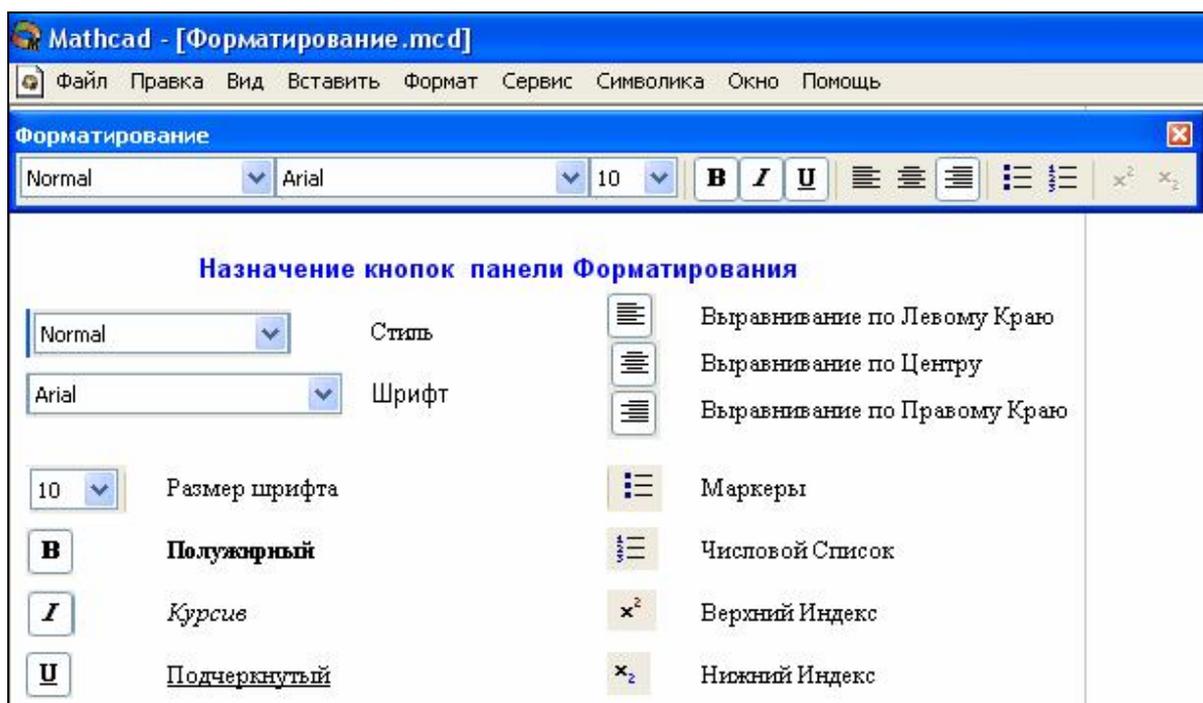
*Панели инструментов* служат для быстрого (за один ЩЛКМ) выполнения наиболее часто применяемых команд. Основные панели инструментов располагаются в окне Mathcad под строкой главного меню. Вызвать любую панель на экран или скрыть ее можно с помощью команды **Панели инструментов (Toolbars)** из меню **Вид (View)**. При наведении указателя мыши на кнопку, рядом с кнопкой, появляется *всплывающая подсказка*, поясняющая назначение кнопки.

## Основные панели инструментов

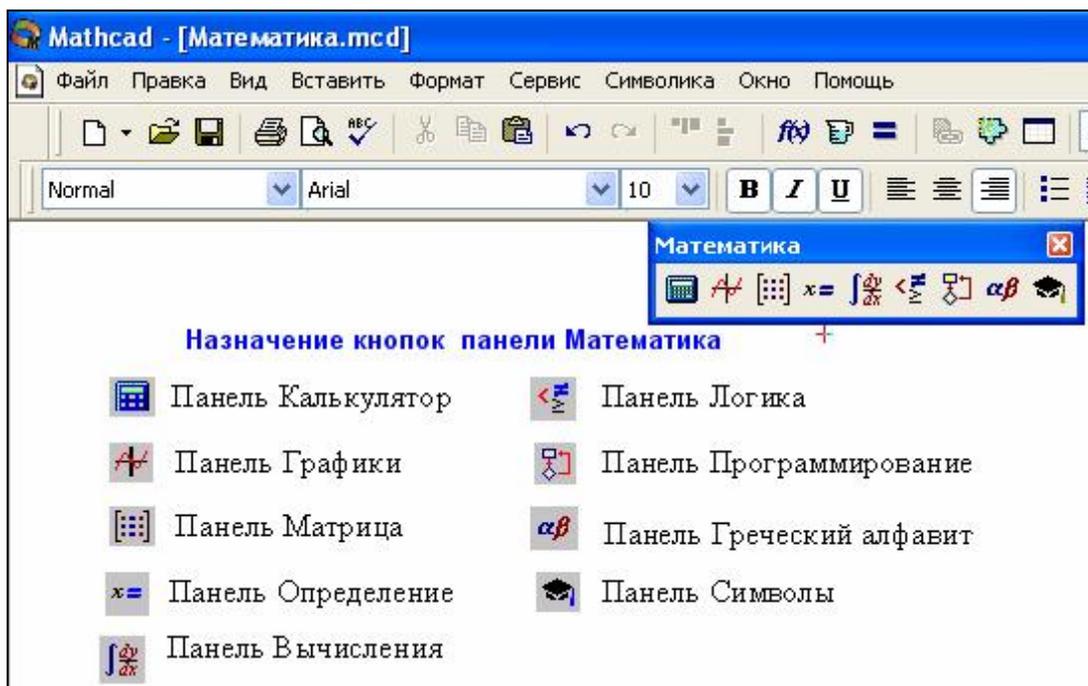
1. **Стандартная (Standard)** – служит для выполнения операций с файлами, вставки объектов и получения доступа к справке.



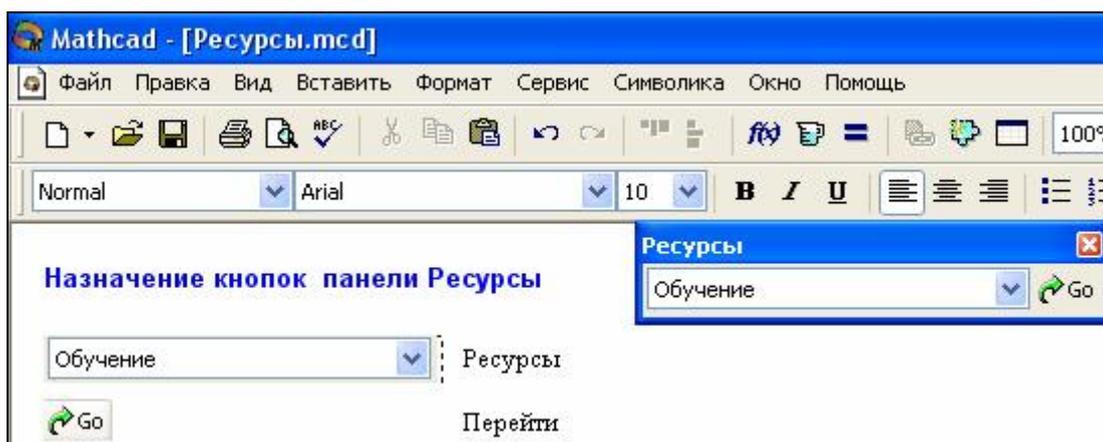
2. **Форматирование (Formatting)** – служит для форматирования текста и формул.



3. **Математика (Math)** – служит для вызова на экран девяти математических панелей, с помощью которых происходит вставка математических символов и операторов в документы.



4. **Ресурсы (Resources)** – служит для вызова ресурсов Mathcad (примеров, справок и т. п.).



## Работа с документами

*Документ Mathcad* состоит из отдельных областей (блоков) прямоугольной формы: текстовых, математических, графических и т. п. **Порядок вычислений в Mathcad** – слева направо и сверху вниз. По умолчанию границы областей не видны, так фон созданных областей и всего окна белый. Блоки не должны взаимно перекрываться.

## Интерфейс редактирования документов

- **Указатель мыши.**



- **Курсор Mathcad**, принимающий одну из трех форм:

Формы курсора Mathcad:		Примеры:
	Курсор ввода (визир), указывающий место ввода текста или формулы. Имеет форму крестика красного цвета.	$a := 2$
	Маркер ввода (уголок или кнопка) математических выражений, выделяющий нужную часть выражения. Размер маркера можно изменять клавишей Пробел. Имеет вид уголка синего цвета.	$S := 2 \cdot a + 5$
	Маркер ввода текста (вертикальная линия), определяющий позицию ввода текста. Имеет вид красной вертикальной линии.	Текстовая область

- **Местозаполнитель.** Появляются внутри незавершенных формул в местах, которые должны быть заполнены символом и оператором.

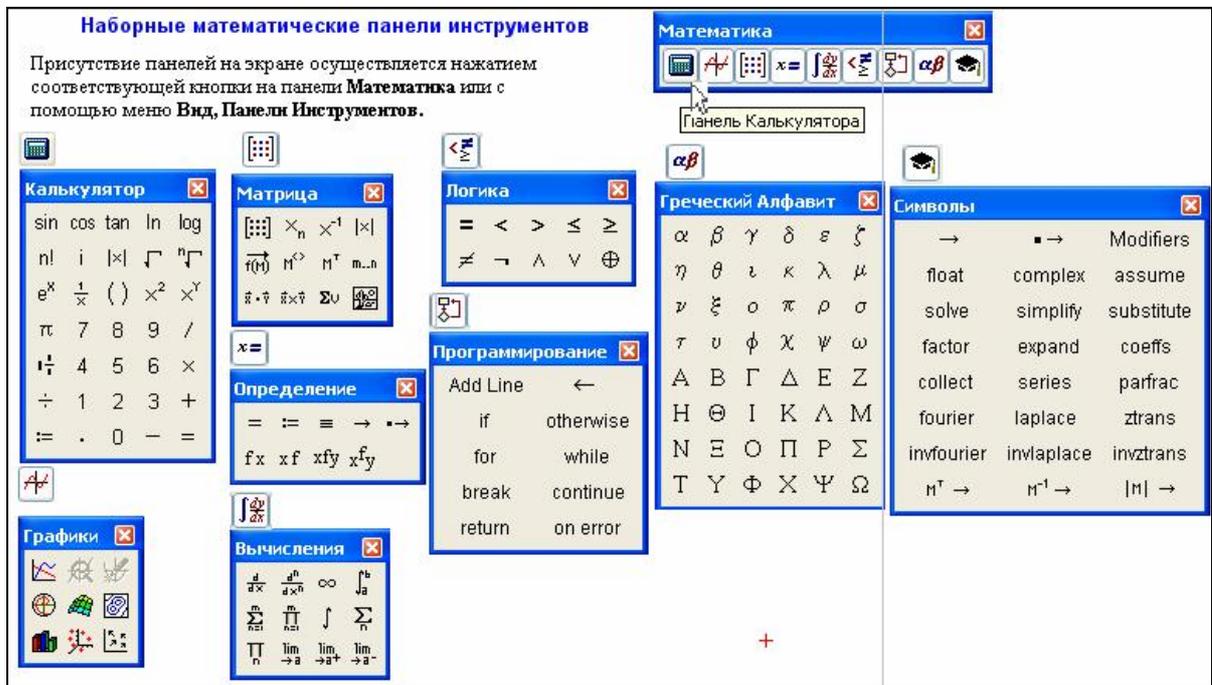
▪ Местозаполнитель символа. Имеет форму черного прямоугольника.	$S := \sqrt{5 + \blacksquare}$
---	--------------------------------

## Типы областей Mathcad

**1. Математическая область** – это область, содержащая исполняемое математическое выражение (формулу, уравнение, равенство, неравенство и т. п.). Создается автоматически при вводе математического выражения на месте курсора ввода. В процессе редактирования формулы границы математической области видны в виде *прямоугольника* .

Примеры:	
$x := 2$	Математическая область с невидимыми границами
$f(x) := x^2 + \frac{1}{x}$	Математическая область с границами в виде прямоугольника

Для создания математических выражений применяется формульный редактор, наборные математические панели, вызываемые с панели **Математика**, а также клавиатура.



**Пример1:** Численно вычислить математического выражения  $5^3 + \frac{2}{5}$ .

**Mathcad - [Пример 1.mcd]**

Файл Правка Вид Вставить Формат Сервис Символика Окно Помощь

Normal Arial 10 B I U

1. Выведите на экран панель **Калькулятор**. Установите визир в место ввода выражения.
2. Введите цифру 5.
3. Введите *оператор возведения в степень* с помощью кнопки  $x^y$  панели **Калькулятор**.
4. Введите в появившийся местозаполнитель степени (черный прямоугольник) число 3.
5. Выделите маркером ввода (синим уголком) все выражение, используя клавишу Пробел.
6. Введите *оператор сложения* с клавиатуры или с помощью кнопки  $+$  панели **Калькулятор**.
7. Введите *оператор деления* с помощью кнопки  $/$  панели **Калькулятор**.
8. Введите в местозаполнитель числителя цифру 2.  
С помощью мыши перейдите в местозаполнитель знаменателя и введите цифру 5.
9. Выделите маркером ввода все выражения, используя клавишу Пробел (нажать два раза).
10. Введите *оператор численного вывода (Равно)* с помощью кнопки  $=$  панели **Калькулятор**. Получили численный расчет выражения.

The screenshot shows the Mathcad interface with the following steps and visual feedback:

- Step 1: The calculator panel is active, and the cursor is positioned at the start of the input line.
- Step 2: The number 5 is entered.
- Step 3: The power operator  $x^y$  is selected from the calculator panel.
- Step 4: The number 3 is entered into the power operator's placeholder.
- Step 5: The entire expression  $5^3$  is selected with a blue highlight.
- Step 6: The plus sign  $+$  operator is selected from the calculator panel.
- Step 7: The division operator  $/$  is selected from the calculator panel.
- Step 8: The number 2 is entered into the numerator placeholder, and the number 5 is entered into the denominator placeholder.
- Step 9: The entire expression  $5^3 + \frac{2}{5}$  is selected with a blue highlight.
- Step 10: The equals sign  $=$  operator is selected from the calculator panel, resulting in the final numerical output:  $5^3 + \frac{2}{5} = 125.4$ .

**2. Текстовая область** – это область с неисполняемыми текстовыми комментариями (краткие пояснения или отчеты). В процессе редактирования текста границы области видны в виде прямоугольника с метками . Поместив указатель мыши в одну из меток и нажав левую кнопку, можно увеличивать или уменьшать область.

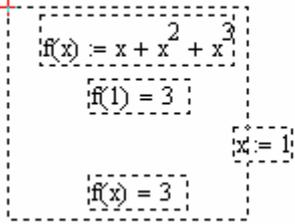
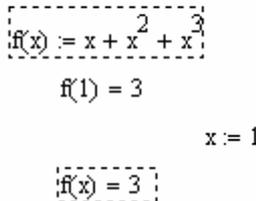
<b>Примеры:</b>	
Текст	Текстовая область с невидимыми границами
	Текстовая область с границами в виде прямоугольника с метками

## Создание текстовой области

1. Разместите курсор ввода (визир) в месте ввода текста.
2. Выполните команду **Вставить, Текстовая область** или нажмите на клавишу с символом двойной кавычки . Появится вновь созданная текстовая область .
3. Для ввода комментариев на русском языке установите *шрифт с кириллицей*, например  ИЛИ .
4. Переключите клавиатуру на русский язык ввода .
5. Введите в прямоугольник с метками текст.

## Основные операции с областями документа

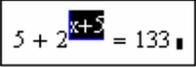
**1. Выделение области или группы областей пунктирным прямоугольником** для выделения части документа.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Выделение группы областей, расположенных последовательно друг за другом:</b></li> </ul> 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Установить визир вне крайней области.</li> <li>2. При нажатой левой кнопке мыши переместите мышь по диагонали, чтобы в пунктирный прямоугольник попали нужные области.</li> <li>3. Выделенные области от курсора ввода до указателя мыши будут отмечены пунктиром.</li> </ol>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Выделение разрозненных регионов:</b></li> </ul> 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выполнить ЩЛКМ по первой области и нажать Ctrl.</li> <li>2. При нажатой клавише Ctrl, последовательно выполнить ЩЛКМ по всем областям, которые необходимо выделить.</li> </ol>

**2. Выделение части области сплошным прямоугольником** для выделения фрагментов *содержимого* области.

Осуществляется протаскиванием указателя мыши по этому фрагменту.

**Примеры:**

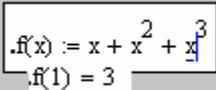
	Выделена часть текста
	Выделена часть формулы

**3. Выделение границ областей** для оценки их взаимного расположения.

Для выделения границ областей нужно установить флажок  **Области** в меню **Вид**. Области выделяются белым цветом на сером фоне.

**Примеры:**

**Области накладываются друг на друга**

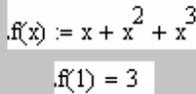


**4. Разделение областей** для автоматического разделения перекрывающихся областей.

Для разделения областей выделяются нужные области, выполняется команда **Формат, Разделить области**.

**Примеры:**

**Области разделены друг от друга**



**5. Выравнивание областей** для лучшей наглядности документа.

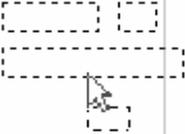
Для выравнивания выделяются нужные области, выполняется команда **Формат, Выровнять области**. Из всплывающего меню выбрать нужный тип выравнивания:

**Пересечение (Горизонтально); Вниз (Вертикально).**

**Примеры:**

- + Выравнивание областей;
- по нижней границе (Вниз);

**6. Перемещение выделенных областей** для редактирования документа

<b>Перемещение части документа</b>	<b>Примеры:</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Выделить нужные области.</li> <li>2. Поместить указатель мыши на один из выделенных регионов - он приобретет форму ладони.</li> <li>3. При нажатой левой кнопке мыши перетащить выделение в новое место.</li> </ol>	<p>+ Области для перемещения</p> 

**7. Вырезка, копирование, вставка выделенных регионов** для редактирования документа. Для выполнения этих операций применяется одно из стандартных средств: верхнее меню **Правка (Edit)**, кнопки правки на стандартной панели инструментов или контекстное меню.

## Типы данных

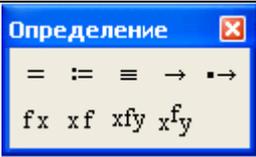
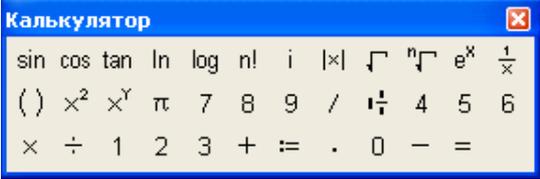
- Числа (действительные, комплексные, встроенные константы).

Mathcad хранит все числа в формате двойной точности с плавающей точкой.

- Строки (любой текст заключенных в кавычки).
- Массивы (ранжированные переменные, векторы, матрицы).

## Операторы Mathcad

**Операторы** – элементы языка, с помощью которых можно создавать математические выражения. Каждый оператор Mathcad обозначает некоторое математическое действие в виде символа. **Математические операторы** вводятся с наборных панелей или с клавиатуры соответственно нажатием указателя мыши соответствующей кнопки на панели или клавиши на клавиатуре.

<b>Операторы выражения</b>		
:=	<b>Оператор присваивания</b> для присваивания переменным значений и определения функции пользователя.	:
≡	<b>Оператор глобального присваивания</b> для того, чтобы переменная была определена в любой части документа.	~
=	<b>Оператор численного вывода</b> для вывода численного результата.	=
→	<b>Оператор символьного вывода</b> для аналитических преобразований.	Ctrl + .
<b>Арифметические операторы</b>		
+ -	Сложение и Вычитание	+ -
× /	Умножение и Деление	* /
n!	Факториал числа n	!
x	Модуль числа x	Shift + \
√	Квадратный корень	\

	Корень n-ой степени	Ctrl + \
	Квадрат числа x	
	Возведение числа x в степень y	^
	Обратная величина числа x	
	Экспонента числа x	
<b>Логические операторы</b>		
=	Логический знак равенства	Ctrl+=
> <	Больше и Меньше	> <
≥ ≤	Больше или равно и Меньше или равно	Ctrl+0 и Ctrl+9
≠	Не равно	Ctrl+3
¬ ∧ ∨	Не И Или	
<b>Вычислительные операторы</b>		
и	Производная и n-я производная	? Ctrl+?
и	Определенный и Неопределенный интеграл	& Ctrl+I
и	Сумма и Сумма ранжированной переменной	Ctrl+Shift+4 Ctrl+4
и	Произведение и Произведение ранжированной переменной	Ctrl+Shift+3 Ctrl+3
	Предел	Ctrl+L
и	Левый предел и Правый предел	Ctrl+A Ctrl+B
	Символ бесконечности	Ctrl+Shift+Z
<b>Матричные операторы</b>		
	Матрица или Вектор	Ctrl+M
	Обратная матрица	
	Транспонирование	Ctrl+1
	Определитель	
	Ранжированная переменная	;

	Рисунок	Ctrl+T
	Выделение из матрицы столбца	Ctrl+6
	Векторное произведение	Ctrl+8
	Умножение матриц или скалярное произведение векторов	*
	Сумма элементов вектора	Ctrl+4

## Допустимые имена переменных и функций

В имени переменных и функций допустимо использовать символы: любые латинские и греческие буквы, различающиеся по регистру и шрифту (так имена  $x$  и  $X$  или  $x$  и  $\mathbf{x}$  определяют различные переменные); числа от 0 до 9, символы бесконечности, подчеркивания, процента. Имя не может начинаться с цифры, знака подчеркивания, штриха или процента и не должно совпадать с именами встроенных функций, констант. Mathcad не различает имен переменных и функций.

## Определение переменных

### Действия:

- 1) Ввести имя переменной.
- 2) Присвоить переменной значение с помощью оператора присваивания ( $:=$ ).

**Пример: Определить переменную  $x$ , равную 10**



Ввод имени переменной



Ввод оператора присваивания



Ввод в местозаполнитель значения переменной

## Создание ранжированных переменных

**Ранжированные переменные** – это переменные, имеющие ряд фиксированных значений, с определенным шагом меняющихся от начального значения до конечного. Такие переменные применяются при построении графиков и создании циклов.

### Действия:

- 1) Введите имя переменной и оператор присваивания ( $:=$ ).
- 2) Нажмите кнопку  - **Range Variable (Ранжированная переменная)** на панели **Матрица**. В шаблоне этой переменной  левый местозаполнитель

отвечает за начальное значение и закон изменения переменной, которые указываются через запятую. Правый местозаполнитель указывает на конечное значение.

- 3) В соответствующие местозаполнители шаблона введите заданные параметры изменения переменной.

**Пример: Определить ранжированную переменную  $x$ , изменяющуюся на интервале  $[0;10]$  с шагом  $0,2$ .**

**Матрица** ✕

$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$   $\times_n$   $\times^{-1}$   $|x|$   $f(x)$   $M^{\langle \rangle}$

$M^T$   $m..n$   $\hat{v}$   $\hat{v} \cdot \hat{v}$   $\hat{v} \times \hat{v}$   $\Sigma$   $\frac{\partial}{\partial x}$

$x :=$  Ввод имени переменной  $x$  и оператора присваивания

$x := \dots$  Вывод шаблона ранжированной переменной инструментом  $m..n$

$x := 0..$  Ввод в левый местозаполнитель начального значения

$x := 0,0.2..$  Ввод через запятую начального значения, увеличенного на шаг

$x := 0,0.2..10$  Ввод в правый местозаполнитель конечного значения

## Создание размерной переменной

*Размерные величины* и переменные характеризуются своим числовым значением и физической величиной, что особенно удобно при решении различных физических задач.

Выбор и вставка единиц измерения осуществляется после ввода численного значения и символа умножения (\*) с помощью команды **Вставить, Единица измерения** или кнопки - **Вставить размер** стандартной панели инструментов и диалогового окна **Вставить размер**.

**Пример: Определить переменную  $I$ , определяющую силу тока в  $10A$**

$I := 10$  Присваивание переменной  $I$  значения  $10$

$I := 10 \cdot$  Ввод символа умножения.

Выполнение команды Вставить, Единица Измерения или нажатие  $Ctrl+U$

Выбор единицы измерения Ampere [A].

$I := 10 \cdot A$  Нажатие кнопки ОК

Перечень фундаментальных констант и единиц измерения содержится в справочных таблицах справочной системы Mathcad (**Помощь, Справочные таблицы, Fundamental Constants**). Единицы измерения для основных физических величин приведены в таблице:

## Единицы измерения для основных физических величин

Физическая величина	Единица измерения	
	в физике	в Mathcad
Длина	Метр (м)	Meters [m]
Время	Секунда (с)	Seconds [s]
Сила	Ньютон (Н)	Newtons [N]
Вес	Килограмм (кг)	Kilograms (kg)
Работа	Джоуль (Дж)	Joules (J)
Давление	Паскаль (Па)	Pascals [Pa]
Сила тока	Ампер (А)	Ampere [A]
Напряжение	Вольт (V)	Volts [V]
Сопротивление	Ом	Ohms [ohm]
Емкость	Фарада (Ф)	Farad [F]
Мощность	Ватт (В)	Watts [W]
Частота	Герц (Гц)	Hertz-sampling [Hz]
Индуктивность	Генри (Гн)	Henrys [H]
Угол в градусах	Градус (°)	Degrees [deg]
Угол в радианах	Радан	Radians [rad]

### Функции Mathcad

**Функции** записываются в обычной для математика форме:

$f(x, \dots)$  – функция, в которой  $f$  – имя функции,  $x, \dots$  – список аргументов.

В Mathcad имеется два типа функций: функции, определенные пользователем и встроенные функции.

### Определение функции пользователя

**Действия:**

- 1) Определите переменные, являющиеся аргументами функции.
- 2) Введите имя функции.
- 3) Введите в скобках имена аргументов функции.
- 4) Введите оператор присваивания ( $:=$ ).
- 5) Ввести выражение, определяющее функцию.

**Пример: Определить функцию  $f(x,y)=x^2\sin(2x+y)$**

$x := 10$     $y := 1$       Определение переменных-аргументов функции

$f$       Ввод имени функции

$f(x, y)$       Ввод в скобках аргументов функции

$f(x, y) :=$       Ввод оператора присваивания

$f(x, y) := x^2 \cdot \sin(2x + y)$       Ввод в местозаполнитель выражения, определяющего функцию

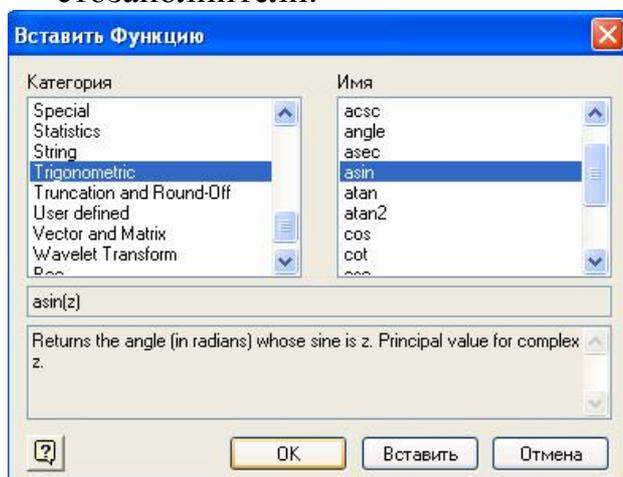
## Встроенные функции

Большинство численных методов, запрограммированных в Mathcad, реализованы в виде *встроенных функций*. Такие функции встроены в систему и готовы к немедленному выполнению при обращении к ним по имени с указанием ее аргументов.

## Вставка встроенной функции

*Действия:*

1. Определите место в выражении, куда следует вставить функцию.
2. Нажмите кнопку  - **Вставить функцию** на стандартной панели инструментов или выполните команду **Вставить, Функция**.
3. В диалоговом окне **Вставить функцию** в списке **Категория** выберите категорию, к которой принадлежит функция.
4. В списке **Имя** выберите имя встроенной функции.
5. Нажмите кнопку .
6. Введите аргументы функции в местозаполнители.



**Пример:** Ввод функции arcsin(3x)

+ Выбор позиции ввода

Нажали 

Выбор категории - Trigonometric

Выбор имени - asin

asin() Нажали ОК. Получили шаблон функции

asin(3x) Ввод аргументов функции

## Основные категории встроенных функций

- **All (Все)** – все функции в алфавитном порядке.
- **Trigonometric** – тригонометрические функции.

cos(z)	cos(z)-косинус	acos(z)	arccos(z)-арккосинус
sin(z)	sin(z)-синус	asin(z)	arcsin(z)-арксинус
tan(z)	tg(z)-тангенс	atan(z)	arctg(z)-арктангенс
cot(z)	ctg(z)-котангенс	acot(z)	arcctg(z)-арккотангенс

- **Hyperbolic** – гиперболические функции.

cosh(z)	ch(z)-гиперболический косинус	acosh(z)	arch(z)-обратный гиперболический косинус
sinh(z)	sh(z)-гиперболический синус	asinh(z)	arsh(z)-обратный гиперболический синус
tanh(z)	th(z)-гиперболический тангенс	atanh(z)	arth(z)-обратный гиперболический тангенс
coth(z)	cth(z)-гиперболический котангенс	acoth(z)	arcth(z)-обратный гиперболический котангенс

- **Log and Exponential** – логарифмические и экспоненциальные функции.

exp(z)	$e^z$ - экспонента числа z	log(z)	lg(z)-десятичный логарифм
ln(z)	ln(z)-натуральный логарифм	log(z,b)	логарифм z по основанию b

- **Vector and Matrix** – функции работы с векторами и матрицами (смотрите раздел «Встроенные матричные функции»).
- **Solving** – функции решения алгебраических уравнений и систем (смотрите раздел «Функции решения алгебраических уравнений и систем»).
- **Differential Equation Solving** – функции для решения дифференциальных уравнений (смотрите раздел «Встроенные функции для решения ОДУ и систем ОДУ»).
- **Truncation and Round-Off** – функции округления чисел.

ceil(x)	Возвращает ближайшее целое число, большее x
floor(x)	Возвращает ближайшее целое число, меньшее x
trunc(x)	Возвращает целую часть числа
round(x,n)	Возвращает округленное значение x с точностью до n знаков после десятичной точки

## Числовой вывод данных в Mathcad

**Численное вычисление математического выражения** заключается в расчете по формулам и численным методам, скрытого от глаз пользователя. Для численных вычислений применяется **оператор численного вывода (=)**, который вызывается с панелей **Калькулятор** или **Определение**.

### Действия:

- 1) Ввести выражение.
- 2) В область с выражением сразу после него ввести оператор численного вывода (=).
- 3) В результате появится численное значение выражения с местозаполнителем для изменения единиц измерения.
- 4) Дважды щелкнуть мышью на местозаполнителе для изменения единицы измерения.

Численное вычисление математического выражения	
Примеры:	
$x := 10 \quad y := 1 \quad f(x, y) := x^2 \cdot \sin(2x + y)$	Определение переменных и функции
$x = 10$	Вывод значения переменной
$x^2 \cdot \sin(2 \cdot x + y) = 83.666$	Вывод значения функции с местозаполнителем единиц измерения
$f(x, y) = 83.666$	Вывод значения функции
$f(10, 1) = 83.666$	Вывод значения функции

## Символьный вывод данных в Mathcad

**Символьное вычисление математического выражения** заключается в аналитическом решении задачи с помощью встроенного в Mathcad символьного процессора. Для символьных вычислений применяется **оператор символьного вывода ( $\rightarrow$ )**, меню **Символика** и панель **Символы**.

### Действия:

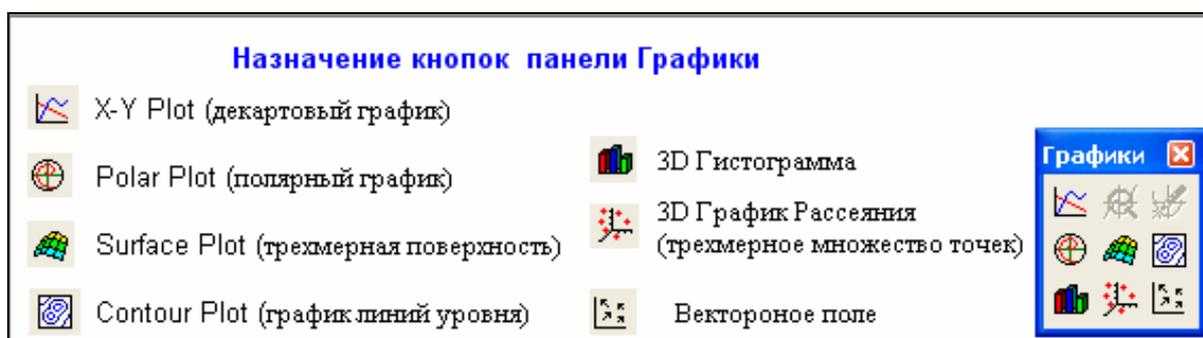
1. Ввести выражение.
2. В область с выражением, сразу после него, ввести оператор символьного вывода ( $\rightarrow$ ). В результате появится символьное значение выражения.

Примеры:	
$f(x, y) := x^2 \cdot \sin(2x + y)$	Определение переменных и функций
$f(10, 1) \rightarrow 100 \cdot \sin(21)$	Символьный вывод значения функции при $x=10$ и $y=1$
$f(10, y) \rightarrow 100 \cdot \sin(20 + y)$	Символьный вывод значения функции при $x=10$
$\cos(\operatorname{asin}(3x)) \rightarrow (1 - 9 \cdot x^2)^{\frac{1}{2}}$	Символьный вывод выражения

## Графический вывод данных в Mathcad

Наиболее мощными средствами вывода результатов в Mathcad являются *графики*. Для создания графиков в системе Mathcad имеется графический процессор. Он позволяет строить графики различных типов с помощью встроенных шаблонов.

Выбор типа графика и его построения осуществляется с помощью панели **Графики** или команды **Вставить, Графики**.



### Двумерные графики

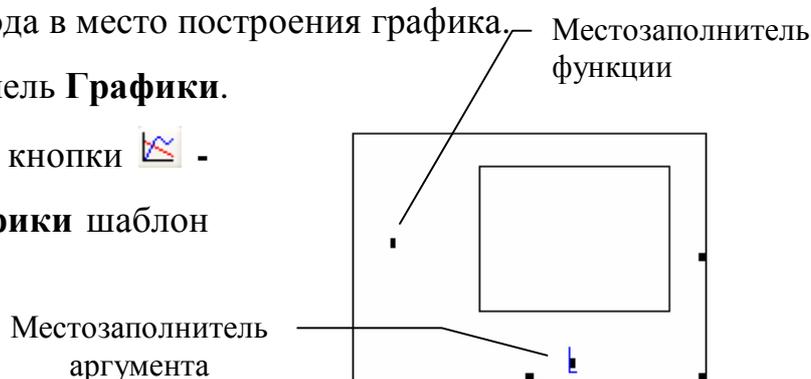
К двумерным графикам относятся графики в декартовой и полярной системе координат.

### Построение графика в декартовой системе координат

*Способ 1. Быстрое построение графика любой скалярной функции  $f(x)$ .*

*Действия:*

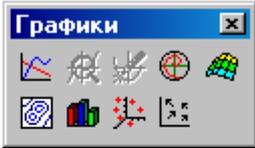
1. Установите курсор ввода в место построения графика.
2. Выведите на экран панель **Графики**.
3. Выведите с помощью кнопки  - **X-Y Plot** панели **Графики** шаблон декартового графика.
4. В соответствующие местозаполнители введите *имя аргумента  $x$*  и *выражение, определяющее функцию  $f(x)$* .
5. Для построения графика щелкните левой кнопкой мыши вне шаблона.



**Пример: Быстрое построение графика функции  $\cos(x)$**

**+** Установка курсора ввода в место построения графика

Вывод панели **Графики**

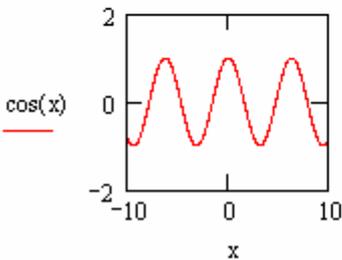


Вывод шаблона декартового графика с помощью кнопки 

Ввод имени аргумента -  $x$  по оси X и функции -  $\cos(x)$  по оси Y

Щелчок левой кнопкой мыши вне шаблона графика

В шаблоне графика создан график функции  $\cos(x)$  на диапазоне значений аргумента  $x$ , по умолчанию  $[-10;10]$



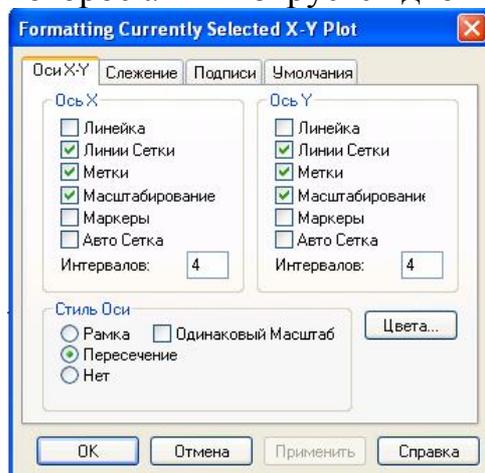
**Способ 2. Построение графика функции  $y(x)$  на заданном интервале  $[x_n; x_k]$  значений  $x$ , изменяющихся с шагом  $dx$ .**

**Действия:**

1. Задайте диапазон изменения и шаг независимой переменной  $x$  с помощью определения ранжированной переменной  $x$ .
2. Задайте функцию  $y(x)$ .
3. Установите курсор ввода в место построения графика.
4. Выведите шаблон декартового графика кнопкой .
5. Введите в местозаполнители осей -  $x$  и  $y(x)$ .
6. Щелкните левой кнопкой мыши вне шаблона.
7. Отформатируйте график.

## Форматирования графика

Форматирование графика производится с помощью окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot (Форматирование выбранного графика)**, которое активизируется двойным щелчком мыши по графику.



**Параметры форматирования:**

**Оси X-Y (X-Y Axes)** – установки параметров осей координат;

**Трассировки /Слежение (Traces)** – установки параметров рядов данных;

**Подписи (Labels)** - установки заголовка и надписей по осям графика;

**Умолчания (Defaults)** – возврат к стандартным установкам.

**Пример: Построение графика функции  $\cos(x)$  на интервале  $[-\pi; \pi]$  с шагом  $\pi/4$**

$x := -\pi, -\pi + \frac{\pi}{4} \dots \pi$

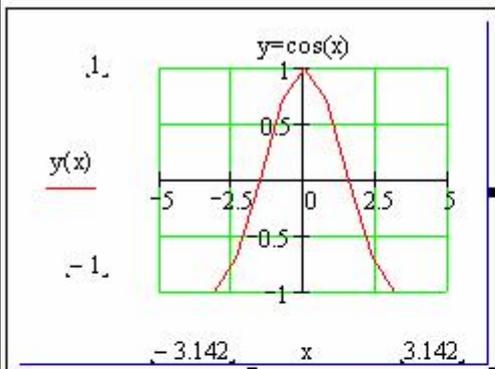
$y(x) := \cos(x)$

1. Определение ранжированной переменной  $x$ , которая задает диапазон и шаг изменения значений  $x$

2. Определение функции  $y(x)$

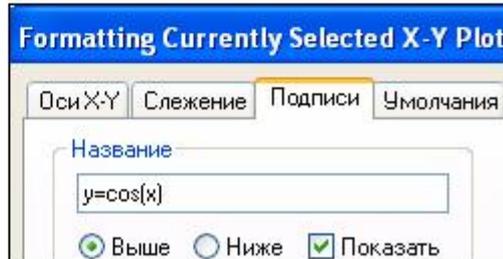
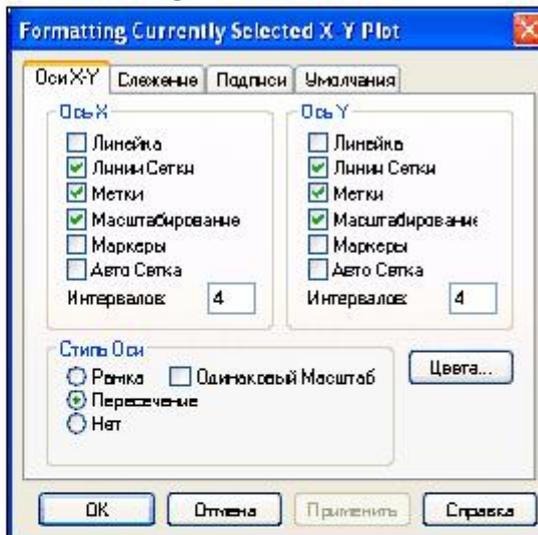
3. Вывод и заполнение шаблона графика

4. Форматирование графика с помощью правой кнопки мыши:



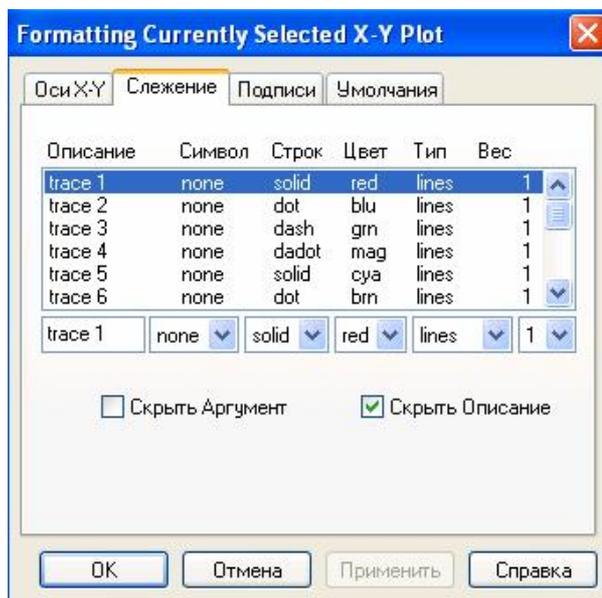
5. Вывод таблиц значений  $x$  и  $y(x)$

$x =$	$y(x) =$
-3.142	-1
-2.356	-0.707
-1.571	0
-0.785	0.707
0	1
0.785	0.707
1.571	0
2.356	-0.707
3.142	-1



**Форматирование рядов данных**

С помощью вкладки **Слежение (Трассировки)** диалогового окна **Formatting Currently Selected X-Y Plot (Форматирование выбранного графика)** легко установить комбинацию параметров линии и точек для каждого из рядов данных, представленных на графике.



### Параметры форматирования рядов данных:

- **Символ** – значок, отмечающий вычисленную точку:
  - none – значок отсутствует,
  - x' s – крестик,
  - + 's – плюс,
  - box – прямоугольник,
  - dmnd – ромб,
  - o's – кружок.
- **Строк** – вид линии:
  - Solid – сплошная,
  - Dot – мелкий пунктир,
  - Dadot – штрих–пунктир,
  - Dash – крупный пунктир.
- **Цвет** – цвет линии:
- **Тип** – тип представления ряда данных:
  - line – линия,
  - point – точка,
  - error – ошибки,
  - bar – столбцы,
  - solid bar – гистограмма,
  - step - ступенька,
  - draw – рисованная линия,
  - stem – стержень,

### Построение графика в полярной системе

В полярной системе координат каждая точка задается углом  $\alpha$  и радиус-вектором  $r(\alpha)$ .

#### Действия:

1. При необходимости задайте изменение угла  $\alpha$  с помощью ранжированной переменной.

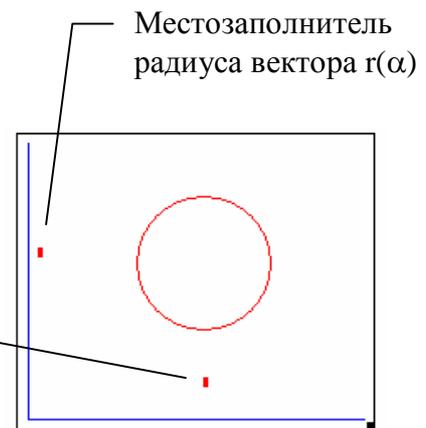
2. Установите курсор ввода в место построения.

3. Выведите на экран панель **Графики**.

4. Выведите с помощью кнопки  **-Polar Plot** панели **Графики**

шаблон полярного графика.

Местозаполнитель  
углового аргумента  $\alpha$



6. В соответствующие местозаполнители введите имя углового аргумента  $\alpha$  и выражение, определяющее радиус вектор –  $r(\alpha)$ .

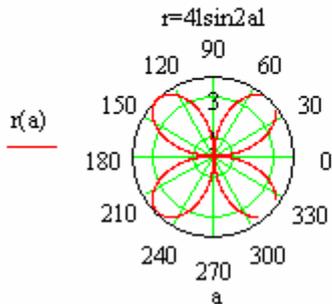
7. Для построения графика щелкните левой кнопкой мыши вне шаблона.

5. Отформатируйте полярный график.

**Пример: Построение полярного графика четырехлепестковой розы  $r=4|\sin 2\alpha|$**

$r(\alpha) := 4 |\sin(2\alpha)|$

Определение  $r(\alpha)$



Вывод шаблона полярного графика кнопкой

Заполнение шаблона графика ( по осям - α, r(α) )

**Построение нескольких рядов данных**

На одном графике может быть отложено до 16 различных зависимостей, которые для наглядности отображаются разными цветами и помечаются разными значками.

При построении на одном и том же графике нескольких зависимостей разного аргумента нужно позаботиться о соответствии типа данных для каждой пары точек в отдельности.

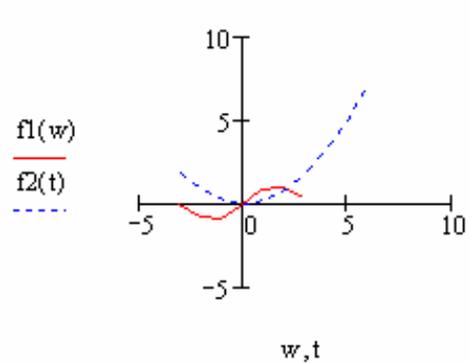
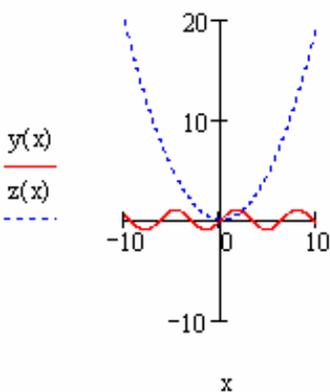
Для разделения аргументов и функций, графики которых строятся в одном шаблоне, используется запятая.

**Пример: Построение нескольких зависимостей на одном графике**

Для появления нового местозаполнителя используется **запятая (,)**

$y(x) := \sin(x)$      $z(x) := \frac{x^2}{5}$

$w := -\pi \dots \pi$      $t := -3 \dots 6$      $f1(w) := \sin(w)$      $f2(t) := \frac{t^2}{5}$



## Трёхмерные графики

*Трёхмерные графики*, или *3D-графики*, отображают функции двух переменных вида  $F(x,y)$ . Изменение типа трёхмерного графика осуществляется с помощью вкладки Общее окна форматирования графика.

## Типы трёхмерных графиков

-  - *SurFace Plot* (График поверхности);
-  - *Contour Plot* (Контурный график поверхности);
-  - *Bar Plot* (3D Гистограмма);
-  - *Data Points* (3D Точечный график);
-  - *Vector Field Plot* (Векторное поле).

## Вращение трёхмерных графиков мышью

Для вращения любой трёхмерной фигуры достаточно выделить ее изображение, нажав и удерживая левую кнопку мыши, перемещать мышью.

## Построение трёхмерных графиков

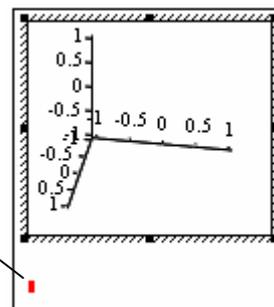
*Способ 1. Быстрое построение трёхмерного графика функции  $F(x,y)$ .*

*Действия:*

1. Введите функцию двух переменных  $F(x,y)$ .
2. Установите курсор ввода в место построения графика.

3. Выведите с помощью кнопки  - **Surface Plot** панели **Графики** шаблон графика поверхности.

Местозаполнитель  
имени функции



4. В местозаполнитель имени функции введите имя функции  $F$ .
5. Для построения графика щелкните левой кнопкой мыши вне шаблона графика.
6. Отформатируйте график.

**Пример** **Быстрое построение графика поверхности функции  $F(x,y)$**

$f(x,y) := \sin(x) \cdot \cos(y)$

Ввод функции двух переменных  $F(x,y)$

Установка курсора ввода в место построения графика

Вывод шаблона графика поверхности с помощью кнопки 

Ввод в местозаполнитель имени функции -  $f$

Щелчок левой кнопкой мыши вне шаблона графика

Дважды щелкнули по графику мышью и установили параметры форматирования:

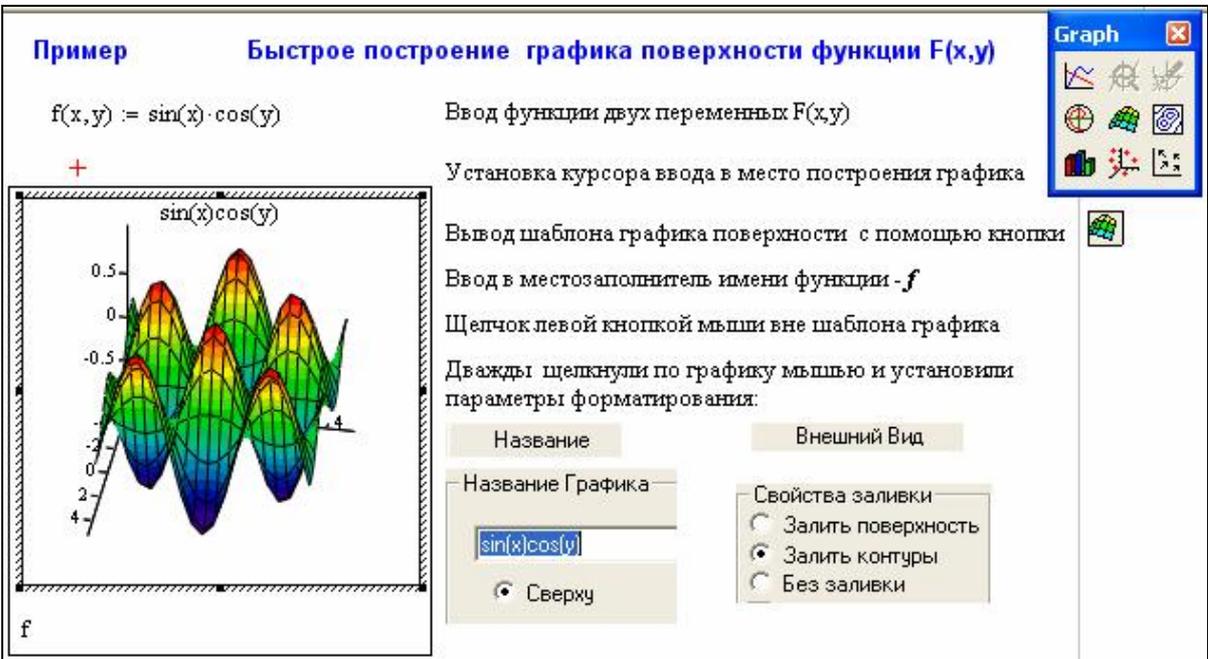
Название:

Внешний Вид:

Свойства заливки:

- Залить поверхность
- Залить контуры
- Без заливки

Сверху



## Способ 2. Построение трехмерного графика по массиву значений.

### Прием 1. Формирование векторов значений аргументов $x_i, y_j$ и матрицы значений функции $M_{i,j}$ .

#### Действия:

1. Задайте данные для формирования векторов значений  $x_i$  и  $y_j$ :
  - $n, m$  – количество расчетных точек;
  - $i, j$  – ранжированные значения, определяющие элементы векторов;
  - $xn, xk, yn, yk$  – пределы изменения независимых переменных  $x, y$ .
2. Введите выражение для формирования векторов  $x_i$  и  $y_j$ . Для ввода индексированной переменной используется знак " [" или инструмент  - **Нижний индекс** на панели **Матрица**
3. Введите имя матрицы и функцию, по которой вычисляются элементы матрицы  $M_{i,j}$ .
4. Установите курсор ввода в место построения графика.
5. Выведите с помощью кнопки  - **Surface Plot** панели **Графики** шаблон графика поверхности.
6. В местозаполнитель имени функции введите имя матрицы -  $M$ ;
7. Для построения графика щелкните левой кнопкой мыши вне шаблона.
8. Отформатируйте график.

**Пример Построение графика поверхности с помощью матрицы M**

Формирование вектора  $x_i$   $n := 30 \quad i := 0..n$   $xn := -4\pi \quad xk := 4\pi$   
 $dx := \frac{xk - xn}{n}$   
 $x_i := xn + dx \cdot i$

Формирование вектора  $y_j$   $m := 20 \quad j := 0..m$   $yn := -2\pi \quad yk := 2\pi$   
 $dy := \frac{yk - yn}{m}$   
 $y_j := yn + dy \cdot j$

Формирование матрицы значений функции  $M_{i,j} := \sin(x_i) \cdot \cos(y_j)$

Установка курсора ввода в место построения графика

Вывод шаблона графика поверхности кнопкой

Ввод в местозаполнитель имени матрицы - **M**

Щелчок левой кнопкой мыши вне шаблона графика

Дважды щелкнули по графику мышью и установили параметры форматирования:

Название:  Внешний Вид

Название Графика:  Свойства заливки

Сверху  Залить поверхность  Залить контуры  Без заливки

**Прием 2. Создание массива значений функции с помощью встроенной функции CreateMesh()**

Функция CreateMesh() принимает в качестве параметров выражения для исходной функции. Функция, для которой строится трехмерный график, может быть задана в виде одной функции двух переменных  $F(x,y)$ , в виде функции-вектора из трех элементов  $G(x,y)$  или в виде трех отдельных функции  $f1, f2, f3$ , параметрически определяющих функцию двух переменных.

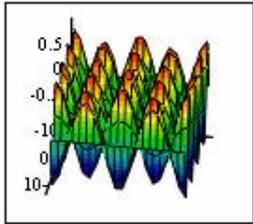
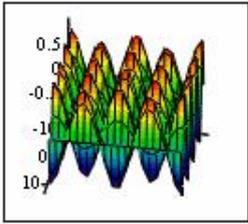
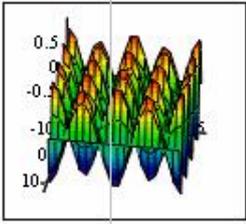
Обращение к функции CreateMesh() имеет вид:

**CreateMesh(F (или G, или f1, f2, f3), xn, xk, yn, yk, Размер\_сетки\_x, Размер\_сетки\_y, Функция отображения),** где

**F, или G, или f1, f2, f3** – один из трех вариантов задания исходной функции;  
**xn, xk, yn, yk** – пределы изменения переменных (по умолчанию от -5 до 5);  
**Размер\_сетки\_x, Размер\_сетки\_y** – размеры сетки переменных (по умолчанию 20 расчетных точек).

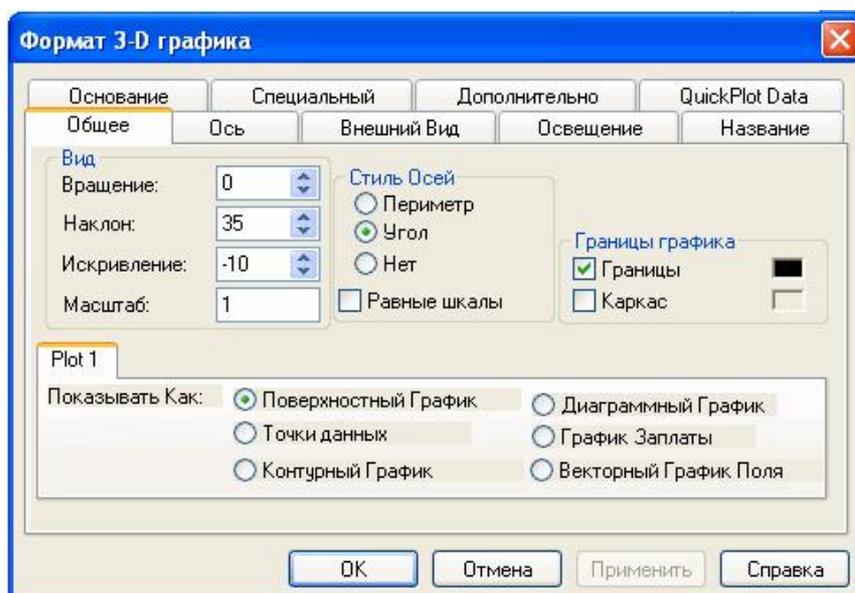
**Функция отображения** – функция для пересчета исходных координат (полярных, цилиндрических, или сферических) в декартовы (по умолчанию – декартовы координаты).

**Пример Построение графика поверхности с помощью функции CreateMesh()**

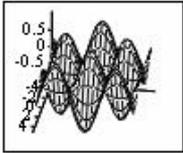
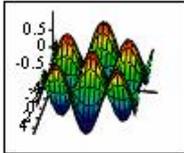
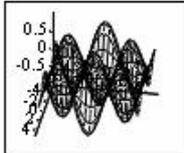
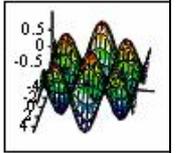
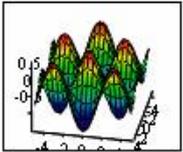
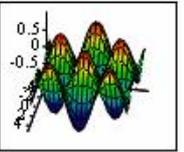
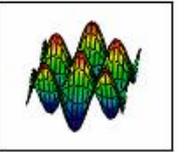
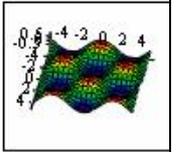
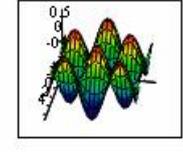
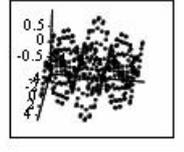
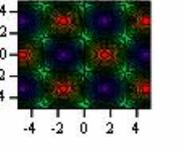
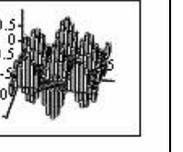
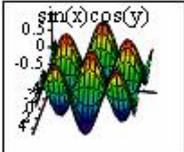
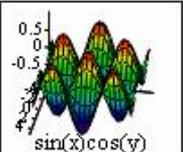
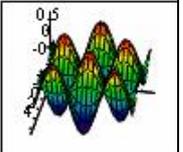
Ввод функции двух переменных $F(x,y)$	Ввод функции-вектора из трех элементов $G(x,y)$	Ввод функций $f1, f2, f3$
$f(x,y) := \sin(x) \cdot \cos(y)$	$G(x,y) := \begin{pmatrix} x \\ y \\ \sin(x) \cdot \cos(y) \end{pmatrix}$	$f1(x,y) := x$ $f2(x,y) := y$ $f3(x,y) := \sin(x) \cdot \cos(y)$
Создание массива значений функции, заданной разными способами		
$M1 := \text{CreateMesh}(f, -4\pi, 4\pi, -2\pi, 2\pi, 30, 20)$	Для функции $f(x,y)$	
$M2 := \text{CreateMesh}(G, -4\pi, 4\pi, -2\pi, 2\pi, 30, 20)$	Для функции-вектора $G(x,y)$	
$M3 := \text{CreateMesh}(f1, f2, f3, -4\pi, 4\pi, -2\pi, 2\pi, 30, 20)$	Для параметрически заданной функции	
Построение графика поверхности функции с пределами изменения переменной $x$ от $-4\pi$ до $4\pi$ , $y$ от $-2\pi$ до $2\pi$ и сеткой $30 \times 20$ точек		
		
M1	M2	M3

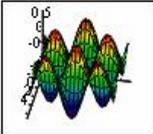
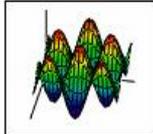
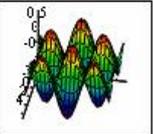
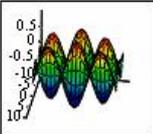
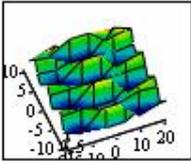
## Форматирование трехмерных графиков

Форматирование трехмерного графика производится с помощью окна **Формат 3-D графика (Формат 3-D графика)**, которое активизируется двойным щелчком мыши в области графика.



## Параметры форматирования

Вкладка окна	Содержание
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px; text-align: center;">Внешний Вид</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>Свойства заливки</b></p> <p><input type="radio"/> Залить поверхность</p> <p><input checked="" type="radio"/> Залить контуры</p> <p><input type="radio"/> Без заливки</p> <p><input type="checkbox"/> Сетка</p> </div>	<p style="text-align: center;"><b>Установка вида графика</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Стиль заливки</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Залить поверхность</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Залить контуры</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Без заливки</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Сетка</p>  <p>f</p> </div> </div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px; text-align: center;">Общее</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>Стиль осей</b></p> <p><input type="radio"/> Периметр</p> <p><input checked="" type="radio"/> Угол</p> <p><input type="radio"/> Нет</p> <p><input type="checkbox"/> Равные шкалы</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;"><b>Показывать Как:</b></p> <p><input checked="" type="radio"/> Поверхностный График    <input type="radio"/> Диаграммный График</p> <p><input type="radio"/> Точки данных            <input type="radio"/> График Залпаты</p> <p><input type="radio"/> Контурный График          <input type="radio"/> Векторный График Поля</p> </div>	<p style="text-align: center;"><b>Установка общих характеристик изображения</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Стиль осей</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Периметр</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Угол</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Нет</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Равные шкалы</p>  <p>f</p> </div> </div> <p style="text-align: center;"><b>Выбор типа графика</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p> <b>Поверхностный график</b></p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p> <b>Точки данных</b></p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p> <b>Контурный график</b></p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p> <b>Диаграммный граф</b></p>  <p>f</p> </div> </div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px; text-align: center;">Название</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Название Графика</p> <p><input type="text" value="sin(x)cos(y)"/></p> <p><input type="radio"/> Сверху    <input type="radio"/> Снизу    <input checked="" type="radio"/> Скрыть</p> </div>	<p style="text-align: center;"><b>Задание титульных надписей и их параметров</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Отображение заголовка графика</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><b>Сверху</b></p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Снизу</b></p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><b>Скрыть</b></p>  <p>f</p> </div> </div>

<p style="text-align: center;"><b>Ось</b></p> <p>Формат Оси</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Нумерация</p> <p><input type="checkbox"/> Цвет Оси</p> <p>Толщина Оси: 1</p> <p>Границы Оси</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Авто Шкала</p> <p>Минимум: -1</p> <p>Максимум: 1</p>	<p style="text-align: center;"><b>Форматирование осей</b></p> <p style="text-align: center;">Форматирование осей</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Нумерация осей</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Нет нумерации осей</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Автошкала</p>  <p>f</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Границы Оси X: минимум -10; максимум 10</p>  <p>f</p> </div> </div>
<p style="text-align: center;"><b>Дополнительно</b></p>	<p><b>Установка расширенных опций</b> (перспектива, световые эффекты, качество печати).</p>
<p style="text-align: center;"><b>QuickPlot Data</b></p> <p>Диапазон 1</p> <p>начало: -12</p> <p>конец: 12</p> <p># Сеток: 30</p> <p>Диапазон 2</p> <p>начало: -6</p> <p>конец: 6</p> <p># Сеток: 20</p>	<p><b>Данные для быстрого построения графика</b></p> <p>(установка пределов изменения значений аргументов, размера сетки и выбора системы координат).</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Установка новых пределов изменения переменной x от -10 до 10, y от -20 до 20 и сеткой 10x5 точек</p> </div> </div> <p>f</p>

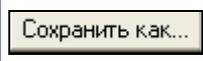
## Создание анимации графиков

Для красочной презентации результатов математических расчетов в Mathcad используется стандартная технология создания **видеофайлов с расширением .avi (Audio-Video Interleaved)** и их воспроизведение с помощью проигрывателя. Анимация осуществляется путем просмотра созданной последовательности кадров с помощью проигрывателя Windows. В Mathcad при создании анимации графиков используется системная переменная **FRAME**, которая задает номер кадра. Переменная **FRAME** принимает целочисленные значения, по умолчанию – от 0 до 9 с шагом 1. Любая функция, график которой планируется наблюдать в движении, должна зависеть от переменной **FRAME**. Параметры анимации (начальное и конечное значения переменной **FRAME** и скорость смены кадров) задаются в диалоговом окне **Анимация (Animate)**, которое активизируется в зависи-

мости от версии Mathcad командой **Вид, Анимация** или **Сервис, Анимация, Запись**. Перед созданием анимации необходимо выделить пунктирной рамкой заранее подготовленный шаблон графика. Сохраненный видеофайл может использоваться в Mathcad и за его пределами. Для вставки анимационного клипа в виде картинка или значка в документ Mathcad используется команда **Вставка, Объект**.



### Назначение кнопок

-  - создание кадров анимации
-  - сохранение в виде AVI – файла
-  - выбор программы сжатия файла анимации

### Действия:

1. Определите функцию, зависящую от переменной FRAME (номера кадра).
2. Постройте график функции, для которой нужно создать анимацию.
3. Выполните команду **Сервис, Анимация, Запись** (в *Mathcad 11*) или **Вид, Анимация** (в *Mathcad 2001*).
4. Задайте в диалоговом окне **Запись анимации** параметры анимации: номера первого и последнего кадров и скорость анимации.
5. Выделите мышью шаблон графика пунктирным прямоугольником.
6. Нажмите на кнопку **Анимация** и наблюдайте за созданием кадров.
7. Запустите просмотр анимации в проигрывателе нажатием кнопки воспроизведение .
8. Для сохранения анимации в виде видеофайла нажмите на кнопку **Сохранить как**.
9. Вставьте анимационный клип в документ Mathcad в виде картинка или значка.

**Пример:** **Создание анимации, демонстрирующей перемещение гармонической бегущей волны**

Постройте график функции, зависящей от переменной FRAME

Выполните команду **Сервис, Анимация, Запись** (в *Mathcad 11*) или **Вид, Анимация** (в *Mathcad 2001*)

Задайте в диалоговом окне **Запись анимации** параметры: номер первого кадра - **0**, номер последнего кадра - **15** и скорость анимации - **3** кадра в секунду

Выделите шаблон графика пунктирным прямоугольником

Нажмите на кнопку **Анимация** и наблюдайте за созданием кадров

Запустите просмотр анимации в проигрывателе нажатием кнопки воспроизведение

The image shows a sequence of steps in Mathcad. At the top, a graph plots the function  $\sin(x - \text{FRAME})$  against  $x$ , with  $x$  ranging from -10 to 10 and the function value from -1 to 1. Below the graph is the 'Record Animation' dialog box. It has fields for 'From' (0), 'To' (15), and 'Step' (3) frames per second. There are buttons for 'Animation', 'Cancel', 'Save...', and 'Options...'. A preview window shows the graph with a red box around the function label. At the bottom, a 'Play Animation' window shows the same graph with a play button and a progress bar.

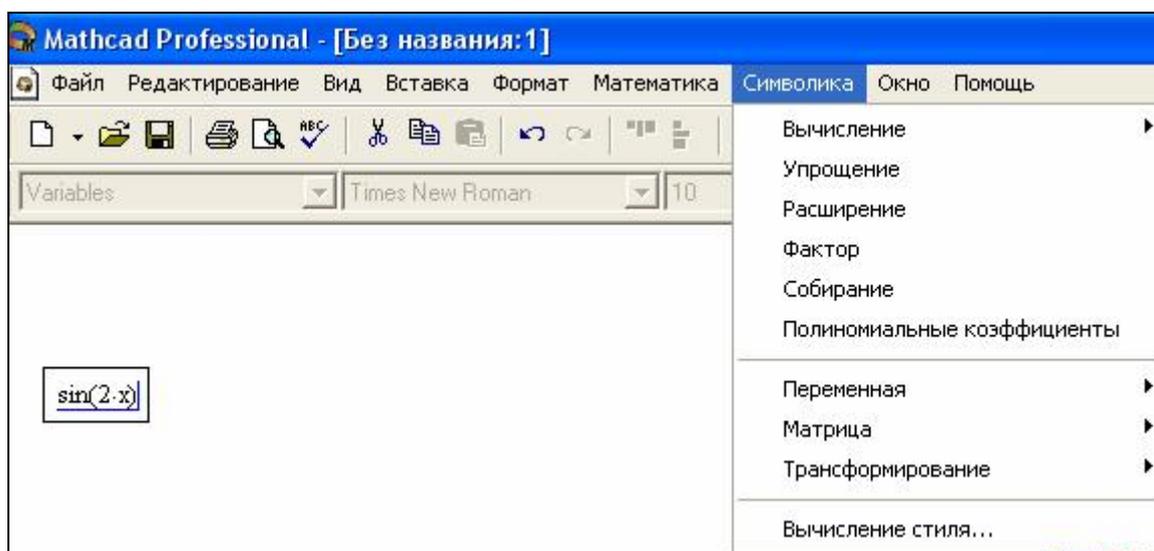
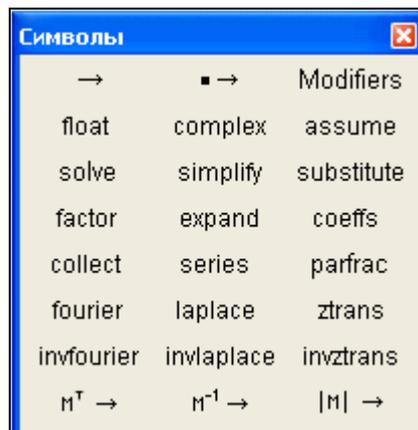
## Символьные вычисления в Mathcad

*Символьные вычисления* позволяют быстро осуществлять *точные расчеты* и *аналитические преобразования*, такие, как алгебраические и матричные операции, основные действия математического анализа и расчеты интегральных преобразований функций.

Выполняя символьные операции, следует помнить, что не всякое выражение поддается символьным преобразованиям, а поэтому не всякая задача имеет символьное решение (в отличие от численного). Поэтому в инженерных расчетах к символьным операциям приходится прибегать довольно редко.

Символьные вычисления в Mathcad можно осуществлять в двух вариантах:

- С помощью кнопок панели **Символы (Symbolic)**, которая вызывается щелчком на кнопке  **-Панель Символов** панели **Математика**. При использовании панели **Символы** и символьного знака равенства Mathcad учитывает все предыдущие определения переменных и функций пользователя и с их учетом пересчитывает результаты.
- С помощью команд меню **Символика (Symbolics)**. При выполнении символьных вычислений с помощью команд меню **Символика** Mathcad игнорирует определение всех величин, входящих в рассматриваемое выражение и не учитывает функции пользователя.



**Пример: Различие в символьных вычислениях при помощи меню и панели**

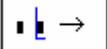
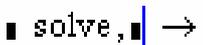
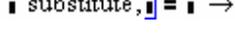
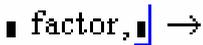
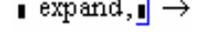
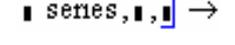
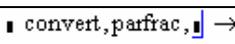
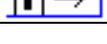
$x := 3$     Определение переменной  $x$ , входящей в упрощаемое выражение

$\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} + 2x - 6$	$3 \cdot x - 5$	Упрощение выражения с помощью меню <b>Символика</b> . Видно, что не учитывается определение $x$ .
$\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} + 2x - 6 \text{ simplify} \rightarrow 4$		Упрощение выражения с помощью панели <b>Символы</b> . Видно, что учитывается определение $x$ .

## Использование панели Символы

На панели **Символы** есть 2 кнопки с символьным знаком равенства и 22 кнопки для вызова шаблонов различных символьных операций. При щелчке на кнопке в документе появляется шаблон символьной операции с указанием ключевого слова. В шаблоне нужно заполнить места ввода, а в случае появления лишних мест ввода их нужно удалить (клавишей *Del*).

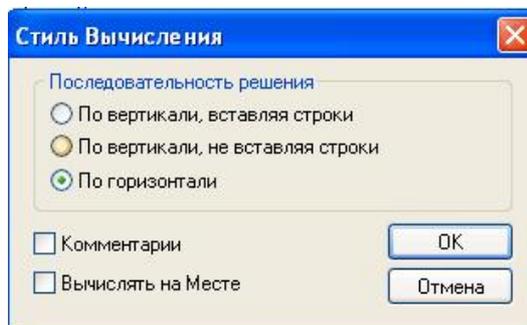
### Инструменты основных символьных операций

Кнопка	Шаблон	Описание
		Одноместный символьный знак равенства Для символьного вычисления интегралов, производных, сумм и произведений
		Двухместный знак равенства. Первый место-заполнитель для <i>выражения или функции</i> , второй – для <i>ключевого слова</i> операции
		Решение уравнений и систем уравнений для указанной после запятой переменной
		Упрощение выражений
		Подстановка значений переменных
		Разложение на простые множители
		Раскрытие степеней и произведений, сумм нескольких переменных
		Приведение подобных слагаемых
		Разложение в ряд Тейлора по переменной с порядком аппроксимации
		Разложение на элементарные дроби
		Транспонирование матрицы
		Обращение матрицы
		Вычисление определителя матрицы

## Использование меню Символика

Меню **Символика** представляет меньше возможностей, чем панель **Символы**. Использовать меню удобнее, когда требуется быстро получить аналитический результат для однократного использования. Перед выполнением нужной команды из меню **Символика**, нужно выделить объект вычислений (выражение, часть выражения или отдельную переменную).

Выбор стиля выводимого символического решения устанавливается с помощью диалогового окна **Стиль вычислений**, которое активизируется одноименной командой меню **Символика**.



**Символьные вычисления в Mathcad**

**Пример: Использование панели Символы**

**1. Упрощение выражения  $\sin^2(x) + \cos^2(x)$**

■ simplify → Вывод шаблона символической операции **Упростить** кнопкой simplify

$\sin(x)^2 + \cos(x)^2$  simplify → Ввод выражения в местозаполнитель слева от команды

$\sin(x)^2 + \cos(x)^2$  simplify → 1 Щелкнули вне шаблона.

**2. Разложение в ряд Тейлора функции  $\sin(x)$**

■ series, n, x → Вывод шаблона символической операции **Разложение в ряд** кнопкой series

$\sin(x)$  series, x, 10 → Ввод в местозаполнители слева от команды - функции, правее команды - имени переменной и порядка аппроксимации

$\sin(x)$  series, x, 10 →  $1 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{120} \cdot x^5 - \frac{1}{5040} \cdot x^7 + \frac{1}{362880} \cdot x^9$  Щелкнули вне шаблона.

Символы		
→	■→	Modifiers
solve	simplify	substitute
collect	series	parfrac
invfourier	invlaplace	invztrans

Файл Правка Вид Вставить Формат Сервис Символика Окно Помощь

Variables Times New Roman

**Пример: Использование меню Символы**

**1. Упрощение выражения  $\sin^2(x) + \cos^2(x)$**

$\sin(x)^2 + \cos(x)^2$  Ввод выражения

$\sin(x)^2 + \cos(x)^2$  Выделение всего выражения маркером ввода и выполнение команды **Упростить** меню **Символика**

1 Получение результата

**2. Разложение в ряд Тейлора функции  $\sin(x)$**

$\sin(x)$  Ввод выражения, определяющего функцию

$\sin(x)$  Выделение маркером ввода переменной x и выполнение команды **Переменная**, **Разложение в ряд** Задание порядка аппроксимации -10

$1 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{120} \cdot x^5 - \frac{1}{5040} \cdot x^7 + \frac{1}{362880} \cdot x^9 + O(x^{10})$  Получение результата

Вычислить  
Упростить  
Развернуть  
Фактор  
Собрать  
Кoeffициенты Полинома  
Переменная  
Матрица  
Преобразование  
Стиль Вычисления...

Разрешить  
Подставить  
Дифференцировать  
Интегрировать  
Разложение  
Преобразование

**Разложение в Ряд**

Порядок приближения: 10 > 0

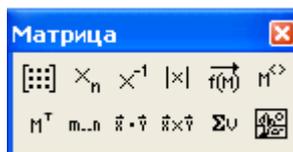
OK Отмена

## Матричные вычисления

Достоинства Mathcad особенно наглядно проявляются при операциях с матрицами и векторами. Эти операции чрезвычайно трудоемки, и, как правило, требуют компьютерного программирования. В системе Mathcad для получения численного или символьного ответа достаточно традиционной записи матричных выражений, как на листе бумаги.

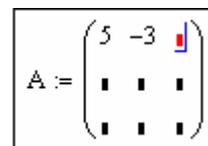
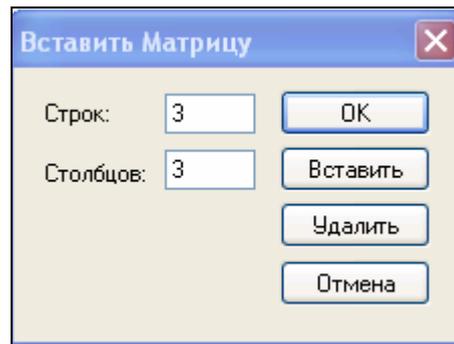
### Способы осуществления матричных вычислений

- С помощью панели инструментов **Матрица** (**Matrix**) для выполнения матричных операций численными методами.
- С помощью пункта **Матрица** меню **Символика** или кнопок на панели **Символы** для выполнения символьных матричных вычислений.



### Создание матрицы путем ввода ее элементов

1. Введите *имя матрицы* и оператор присваивания (:=)
2. Нажмите на кнопку  - **Создать матрицу** или **вектор** на панели **Матрица** или комбинацию клавиш **Ctrl+M**.
3. Задайте размеры матрицы в диалоговом окне **Вставить матрицу** и нажмите на кнопку **ОК**.
4. В шаблоне новой матрицы введите значения в местозаполнители элементов матрицы. Переход от одного места ввода к другому осуществляется клавишами управления курсором или щелчком мыши в нужное место ввода.



### Нумерация элементов матрицы

Элементы *матрицы* определяются двумя индексами, элементы *вектора* – одним. Начало нумерации элементов в векторах и матрицах определяется системной переменной **ORIGIN**. По умолчанию **ORIGIN=0**, то

есть первый элемент вектора, первая строка и первый столбец матрицы имеют нулевой индекс. Можно также изменить нумерацию индексов, указав, например, в первой строке документа **ORIGIN:=1**.

Доступ к нужному элементу матрицы можно получить через имя матрицы с двумя индексами. Первый индекс обозначает номер строки, второй – номер столбца. Произвольный элемент вектора задается одним индексом. Для набора нижнего индекса используется инструмент  - **Нижний индекс** на панели **Матрица** или клавиша " [" . Для выделения из матрицы столбца применяется оператор верхнего индекса  $\langle \rangle$  , которой вызывается с панели **Матрица** кнопкой  - **Столбец матрицы**.

## **Матричные операторы**

Простейшие матричные операции реализованы в Mathcad в виде операторов, кнопки которых находятся на панели **Матрица** (*смотрите раздел «Операторы Mathcad»*).

## **Встроенные матричные функции**

Вставка встроенных функций обработки матриц осуществляется из категории **Vector and Matrix** диалогового окна **Вставить функцию**.

<b>Встроенная функция</b>	<b>Описание функции</b>
<b>Функции создания матриц</b>	
matrix(M, N, f)	Создание матрицы размером M×N, каждый элемент которой есть функция f(i,j)
CreateMesh(), CreateSpase ()	Создание матрицы для графика поверхности Создание матрицы для графика пространственной кривой
<b>Функции определения параметров матрицы</b>	
rows(M)	Число строк в матрице или векторе
cols(M)	Число столбцов в матрице или векторе
last(M)	Индекс последнего элемента вектора
max(M), min(M)	Максимальное и минимальное значения элементов
<b>Функции образования новых матриц</b>	
augment(A,B)	Объединение матрицы A и B «бок о бок» Матрицы должны иметь одинаковое число строк

stack(A, B)	Объединяет матрицы друг над другом. Матрицы должны иметь одинаковое число столбцов
submatrix(A, irows, jrows, icols, jcols)	Создает матрицу, вырезанную из матрицы A
<b>Функции сортировки векторов и матриц</b>	
sort(v)	Сортировка элементов вектора по возрастанию
reverse(v)	Перестановка элементов вектора в обратном порядке
csort(M,i)	Перестановка строк матрицы M в порядке возрастания элементов i-го столбца
rsort(M,i)	Перестановка столбцов матрицы M в порядке возрастания элементов i-й строки
<b>Функции для создания матриц специального вида</b>	
identity(N)	Создание единичной матрицы размера N×N
diag(v)	Диагональная матрица, на диагонали которой находится элементы вектора v
geninv(A)	Создание матрицы, обратной (слева) матрице A
<b>Функции, возвращающие специальные характеристики матрицы</b>	
rank(M)	Вычисление ранга матрицы
tr(M)	Вычисление следа квадратной матрицы
mean(M)	Возвращает среднее значение элементов матрицы

### Матричные вычисления в Mathcad

**Матрица** ✕

$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ 
 $\times_n$ 
 $\times^{-1}$ 
 $|\times|$ 
 $f(\vec{m})$ 
 $m^{<}$

$m^T$ 
 $m..n$ 
 $\vec{v} \cdot \vec{v}$ 
 $\vec{v} \times \vec{v}$ 
 $\Sigma v$ 
 $\frac{d}{dt}$

**Пример: Создание, вывод матрицы, ее параметров и элементов**

$A := \begin{bmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{bmatrix}$     Задаем имя матрицы и оператор присваивания.

Выводим шаблон матрицы инструментом  $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$     Вводим элементы матрицы    Вывод матрицы

$A := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$

$A := \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -6 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -6 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$rows(A) = 3$     Число строк в матрице

$cols(A) = 3$     Число столбцов в матрице

$A_{1,1} = 2$     Вывод элемента матрицы

$ORIGIN := 1$     Изменение нумерации индексов

$A_{1,1} = 5$     Вывод элемента матрицы

$max(A) = 5$     Максимальный элемент в матрице

$min(A) = -6$     Минимальный элемент в матрице

$A^{(1)} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$     Вывод 1 столбца матрицы

$A^{(1)} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$     Вывод 1 столбца матрицы

**Пример: Операции с матрицами**  
**С помощью матричных операторов**

Создание матрицы A и вектора V кнопкой  $\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$       Вычисление определителя матрицы и модуля вектора кнопкой  $|\times|$

ORIGIN := 1      A :=  $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -6 \\ -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$       V :=  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$       |A| = 88      |V| = 7.071

Обращение матрицы кнопкой  $\times^{-1}$       Транспонирование матрицы кнопкой  $M^T$       Умножение матриц оператором \*

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.205 & 0.114 \\ 0.25 & 0.295 & 0.386 \\ 0.125 & -0.034 & 0.148 \end{pmatrix}$        $A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -3 & 2 & 3 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix}$        $A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**С помощью панели Символы**

Обращение матрицы      Транспонирование матрицы      Вычисление определителя матрицы

$A^{-1} \rightarrow \frac{1}{88} \cdot \begin{pmatrix} 22 & 18 & 10 \\ 22 & 26 & 34 \\ 11 & -3 & 13 \end{pmatrix}$        $A^T \rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -3 & 2 & 3 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix}$       |A| → 88

**С помощью встроенных матричных функций**

След матрицы      Ранг матрицы      Среднее значение элементов матрицы      Создание единичной матрицы

$\text{tr}(A) = 9$        $\text{rank}(A) = 3$        $\text{mean}(A) = 0.444$        $\text{identity}(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Объединение матриц A и V      Создание субматрицы

$\text{augment}(A, V) = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & -6 & 4 \\ -4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$        $\text{submatrix}(A, 1, 2, 1, 2) = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

## Решение уравнений и систем уравнений

Пусть имеется одно алгебраическое уравнение с неизвестным  $x$

$$f(x)=0, \text{ или система } N \text{ алгебраических уравнений } \begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_M) = 0 \\ \dots \\ f_N(x_1, \dots, x_M) = 0 \end{cases}, \text{ где } f(x)$$

и  $f_i(x_1, \dots, x_M)$  - некоторые функции. Требуется найти корни уравнения, т. е. все значения  $x$ , которые переводят уравнение (или систему уравнений) в верное равенство (равенства).

## Символьное решение алгебраических уравнений

С помощью символьного процессора можно аналитически решить алгебраическое уравнение по указанной переменной при условии, что оно имеет такое решение.

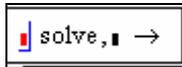
## Действия:

### С помощью меню Символика

Для получения быстрого решения без сохранения хода вычислений.

1. Ввести решаемое уравнение.
2. Выделить курсором ввода переменную, относительно которой будет решаться уравнение.
3. Выполнить команду **Символика, Переменная, Решение**.

### С помощью панели Символы

1. Вывести шаблон операции с помощью кнопки  панели **Символы**.
2. В шаблоне решения уравнений  ввести левее ключевого слова *solve* заданное уравнение, правее – имя переменной, относительно которой нужно решить уравнение.
3. Для получения результата выйти за пределы шаблона.

## Численное решение уравнений и систем уравнений

Нахождение корней численными методами связано с задачами:

- Исследование существования корней в принципе, определение их количества и примерного расположения. Наиболее распространен графический способ определения начальных приближений.
- Нахождение корней с заданной точностью TOL. С помощью встроенных функций Mathcad решает уравнения и системы уравнений итерационными методами с заданием начального приближения всех его корней.

## Функции решения алгебраических уравнений и систем

Встроенная функция	Описание
$\text{root}(f(x),x)$	Функции реализуют итерационный метод секущих. Функция $\text{root}(f(x),x)$ находит корень нелинейного уравнения с одним неизвестным по заданному начальному приближению с заданной точностью TOL. Корень уравнения – это ближайшее к начальному приближению значение $x$ ,

<p><b>root(f(x), x, a, b)</b></p>	<p>при котором <math>f(x)=0</math>. Если корней несколько, для отыскания каждого корня необходимо задать свое приближение. Значение TOL задается в окне <b>Опции Рабочей области</b>, которое активизируется командой <b>Сервис, Опции рабочей области</b>.</p> <p>Функция <math>root(f(x), x, a, b)</math> находит корень нелинейного уравнения по заданному интервалу <math>[a, b]</math>, который содержит единственный корень. Значения <math>f(a)</math> и <math>f(b)</math> должны иметь разные знаки. Задание начального приближения не требуется.</p>
<p><b>polyroots(v)</b></p>	<p>Функция использует численный метод полиномов Лаггера. Находит решение уравнения <math>f(x)=0</math>, где <math>f(x)</math> является полиномом N-ой степени. Коэффициенты полинома образуют вектор <math>v</math>, начиная со свободного члена. Результатом действия функции является вектор, составленный из N корней полинома. Задание начального приближения не требуется.</p>
<p><b>Find(x<sub>1</sub>,...,x<sub>n</sub>)</b></p>	<p>Реализует несколько градиентных методов, выбор которых можно осуществить с помощью контекстного меню названия функции. Используется для решения линейных и нелинейных систем уравнений по заданному начальному приближению неизвестных. Функция <math>Find(x_1, \dots, x_n)</math> возвращает вектор значений <math>x = \{x_1, \dots, x_n\}</math>, удовлетворяющих уравнениям и неравенствам, которые определены в вычислительном блоке решения. <i>Вычислительный блок</i> решения систем состоит из трех частей, идущих друг за другом:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Given – ключевое слово.</li> <li><input type="checkbox"/> Система уравнений, записанная логическими операторами в виде равенств или неравенств.</li> <li><input type="checkbox"/> <math>Find(x_1, \dots, x_n)</math>.</li> </ul> <p>Вычислительный блок Given-Find позволяет решать системы от 1 до 200 уравнений. Перед использованием этого блока необходимо задать начальные приближения для всех неизвестных.</p>
<p><b>lsolve(A,B)</b></p>	<p>Функция для решения системы линейных уравнений вида <math>AX=B</math> по заданной матрице коэффициентов A и вектора свободных членов B.</p>
<p><b>Minerr(x<sub>1</sub>,...,x<sub>n</sub>)</b></p>	<p>Возвращает вектор приближенного решения системы уравнений и неравенств, определенных в блоке с Given.</p>

<p><b>Maximize(f,x<sub>1</sub>,...,x<sub>n</sub>),</b> <b>Minimize(f,x<sub>1</sub>,...,x<sub>n</sub>),</b></p>	<p>Функции поиска локальных экстремумов функции f. Получение вектора значений аргументов, при которых функция f достигает максимума (минимума). Дополнительные условия (ограничения) можно задавать в блоке с Given</p>
--	---

### Решение уравнений в Mathcad

*Смотрите способы решения по столбцам!*

**Пример: Символьное решение уравнения**

a := 2   b := -5   c := 2   Определяем коэффициенты уравнения

Решение с помощью меню **Символика**

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$    Ввод уравнения с помощью логического знака равенства =

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

Выделение x курсором ввода

Выполнение команды **Символика, Переменная, Разрешить**

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[ -b + \left( b^2 - 4 \cdot c \cdot a \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[ -b - \left( b^2 - 4 \cdot c \cdot a \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{array} \right]$$

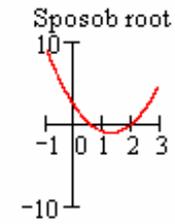
*Решение с помощью панели **Символы***

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$  solve, x →

Вывод шаблона

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$  solve, x →

Заполнение шаблона

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$


## Решение нелинейных систем уравнений

Для решения нелинейных систем уравнений применяется **вычислительный блок Given-Find**. Перед использованием этого блока необходимо задать начальные приближения для всех неизвестных. Чем они ближе к правильному решению, тем быстрее будет получен правильный результат.

<b>Пример: Решение нелинейной системы уравнений</b>	$\begin{cases} \sin(x+y) - 1.5x = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$
$x := 0 \quad y := 0$	Задание начальных приближений
Given	Запись ключевого слова в математической области
$\sin(x+y) - 1.5x = 0$ $x^2 + y^2 = 1$	Ввод уравнений системы
$X := \text{Find}(x, y)$	Ввод встроенной функции для решения системы
$X = \begin{pmatrix} 0.658 \\ 0.753 \end{pmatrix}$	Вывод решения системы

## Матричные способы решения линейных систем уравнений

Матричные операции применяются при решении системы линейных уравнений вида  $AX=B$ , где  $A$  – матрица коэффициентов системы размерности  $N \times N$ ,  $X$  – вектор неизвестных;  $B$  – вектор свободных членов. Поэтому, при реализации матричных способов исходная система задается матрицей коэффициентов  $A$  и вектором свободных членов  $B$ . Реализация решения системы осуществляется одним из двух способов:

*Способ 1.* Использование матричного уравнения  $X=A^{-1}B$ .

*Способ 2.* Использование функции  $\text{lsolve}(A, B)$ .

**Способы решения систем уравнений**

*Смотрите способы решения по столбцам!*

**Пример: Матричные способы решения системы линейных уравнений  $AX=B$**

$A := \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	$B := \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$	<p>Ввод матрицы коэффициентов <math>A</math> и вектора свободных членов <math>B</math></p> <p><i>Напоминание: Для ввода матрицы- [:::]</i></p> <p><i>Размеры матриц: для <math>A</math> - <math>4 \times 4</math>, <math>B</math> - <math>4 \times 1</math></i></p>
---	---	---

**Матрица**

[:::]  $\times_n$   $\times^{-1}$   $| \times |$   $f(t)$   $M^{\langle \rangle}$

$M^T$   $m..n$   $\hat{\cdot}$   $\hat{\vee}$   $\hat{\times}$   $\hat{\vee}$   $\Sigma$   $\cup$   $\frac{d}{dx}$

<p>Решение системы путем обращения матрицы <math>A</math></p> $X := A^{-1} \cdot B$ $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	<p>Решение системы с помощью <math>\text{lsolve}(A, B)</math></p> $X := \text{lsolve}(A, B)$ $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	<p>Решение с помощью блока Given-Find</p> $X := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>Given</p> $A \cdot X = B \quad X := \text{Find}(X)$ $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
---	--	--

## **Интегрирование и дифференцирование в Mathcad**

Операции интегрирования и дифференцирования реализованы в Mathcad в виде вычислительных операторов (*смотрите раздел «Операторы Mathcad»*), которые выводятся с помощью кнопок панели **Вычисления (Calculus)**. После нажатия кнопки со значком нужной операции, на экране появляется шаблон с местозаполнителями, которые необходимо заполнить. Для получения результата нужно нажать **оператор численного вывода (=)** или **символьного вывода ( $\rightarrow$ )**.

### **Интегрирование в Mathcad**

Интегралы, зависящие от параметра, неопределенные интегралы и расходящиеся интегралы вычисляются только в символьном виде с использованием знака ( $\rightarrow$ ). Вычисление определенных интегралов можно произвести в численном и символьном виде. Конечно, символьное интегрирование возможно только для небольшого круга несложных подынтегральных функций. В Mathcad имеется четыре численных метода интегрирования (*Ромберга* – для простых функций, *Адаптивный* – для функций, быстро меняющихся на интервале интегрирования, *Бесконечный предел* – для интегралов с бесконечными пределами, *Сингулярная граница* – для интегралов с сингулярностью на конце) и *метод Рунддера* для вычисления производной с колоссальной точностью до 7-8 –го знака после запятой. Выбор метода численного интегрирования осуществляется с помощью *контекстного меню*, вызванного в любом месте подынтегральной функции.

### **Дифференцирование в Mathcad**

С помощью Mathcad можно вычислять производные скалярных функций любого количества аргументов, от 0-го до 5-го порядка. Вычислительный процессор Mathcad обеспечивает превосходную точность численного дифференцирования. Символьный процессор позволяет осуществить вычисление производных громоздких функций порядка выше 5-го.

**Пример: Интегрирование в Mathcad** *Смотрите способы решения по столбцам!*

**Вычисления**  
 $\frac{d}{dx}$   $\frac{d^n}{dx^n}$   $\infty$   $\int_a^b$   $\sum_{n=1}^m$   $\prod_{n=1}^m$   
 $\int$   $\sum_n$   $\prod_n$   $\lim_{x \rightarrow a}$   $\lim_{x \rightarrow a^+}$   $\lim_{x \rightarrow a^-}$

<p><b>Численное вычисление</b></p> $\int_0^\pi \sin(x) dx = 2$ $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \text{function}$ $\int_0^{2\pi} \int_0^\pi y^2 \sin(x)^2 dx dy = 129.879$	<p><b>Символьное вычисление</b></p> $\int_0^\pi \sin(x) dx \rightarrow 2$ $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \rightarrow 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}$ $\int_0^{2\pi} \int_0^\pi y^2 \sin(x)^2 dx dy \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \pi^4$ $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx \rightarrow \infty$
--	--

$$\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \text{error}$$

Can't converge to a solution.

**Вычисления**  
 $\frac{d}{dx}$   $\frac{d^n}{dx^n}$   $\infty$   $\int_a^b$   $\sum_{n=1}^m$   $\prod_{n=1}^m$   
 $\int$   $\sum_n$   $\prod_n$   $\lim_{x \rightarrow a}$   $\lim_{x \rightarrow a^+}$   $\lim_{x \rightarrow a^-}$

<p><b>Численное вычисление</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) = \text{error}</math> </div> <div style="background-color: yellow; padding: 2px; margin-left: 10px;">This variable or function is not defined above.</div> <p>x := 1</p> $\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) = 0.54$ $\frac{d^2}{dx^2} \cos(x) \cdot \ln(x) = -2.223$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\frac{d^7}{dx^7} \cos(x) \cdot \ln(x) = \text{error}</math> </div> <div style="background-color: yellow; padding: 2px; margin-left: 10px;">This number must be between 0 and 5.</div> <p>f(x,y) := x<sup>2y</sup> + cos(x) · y</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\frac{d}{dx} f(x,y) = \text{error}</math> </div> <div style="background-color: yellow; padding: 2px; margin-left: 10px;">This variable or function is not defined above.</div> <p>x := 1    y := 0.1</p> $\frac{d}{dy} f(x,y) = 0.54$	<p><b>Символьное вычисление</b></p> $\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\sin(x) \cdot \ln(x) + \frac{\cos(x)}{x}$ $\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\sin(1) \cdot \ln(1) + \cos(1)$ $\frac{d^2}{dx^2} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\cos(1) \cdot \ln(1) - 2 \cdot \sin(1) - \cos(1)$ $\frac{d^7}{dx^7} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow \sin(1) \cdot \ln(1) + 279 \cdot \cos(1) + 651 \cdot \sin(1)$ <p><b>Ввод функции пользователя</b></p> $\frac{d}{dx} f(x,y) \rightarrow 2 \cdot y - \sin(1) \cdot y$ <p><b>Частные производные функции пользователя</b></p> $\frac{d}{dy} f(x,y) \rightarrow \cos(1)$
--	---

**Пример: Дифференцирование в Mathcad** *Смотрите способы решения по столбцам!*

**Вычисления**  
 $\frac{d}{dx}$   $\frac{d^n}{dx^n}$   $\infty$   $\int_a^b$   $\sum_{n=1}^m$   $\prod_{n=1}^m$   
 $\int$   $\sum_n$   $\prod_n$   $\lim_{x \rightarrow a}$   $\lim_{x \rightarrow a^+}$   $\lim_{x \rightarrow a^-}$

<p><b>Численное вычисление</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) = \text{error}</math> </div> <div style="background-color: yellow; padding: 2px; margin-left: 10px;">This variable or function is not defined above.</div> <p>x := 1</p> $\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) = 0.54$ $\frac{d^2}{dx^2} \cos(x) \cdot \ln(x) = -2.223$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\frac{d^7}{dx^7} \cos(x) \cdot \ln(x) = \text{error}</math> </div> <div style="background-color: yellow; padding: 2px; margin-left: 10px;">This number must be between 0 and 5.</div> <p>f(x,y) := x<sup>2y</sup> + cos(x) · y</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">\frac{d}{dx} f(x,y) = \text{error}</math> </div> <div style="background-color: yellow; padding: 2px; margin-left: 10px;">This variable or function is not defined above.</div> <p>x := 1    y := 0.1</p> $\frac{d}{dy} f(x,y) = 0.54$	<p><b>Символьное вычисление</b></p> $\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\sin(x) \cdot \ln(x) + \frac{\cos(x)}{x}$ $\frac{d}{dx} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\sin(1) \cdot \ln(1) + \cos(1)$ $\frac{d^2}{dx^2} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow -\cos(1) \cdot \ln(1) - 2 \cdot \sin(1) - \cos(1)$ $\frac{d^7}{dx^7} \cos(x) \cdot \ln(x) \rightarrow \sin(1) \cdot \ln(1) + 279 \cdot \cos(1) + 651 \cdot \sin(1)$ <p><b>Ввод функции пользователя</b></p> $\frac{d}{dx} f(x,y) \rightarrow 2 \cdot y - \sin(1) \cdot y$ <p><b>Частные производные функции пользователя</b></p> $\frac{d}{dy} f(x,y) \rightarrow \cos(1)$
--	---

## Решение дифференциальных уравнений

*Дифференциальные уравнения* – это уравнения, в которых неизвестными являются функции одной или нескольких переменных. Если в уравнения входят производные только по одной переменной, то они называются *обыкновенными дифференциальными уравнениями (ОДУ)*, в противном случае говорят об *уравнениях в частных производных*.

## Встроенные функции для решения ОДУ и систем ОДУ

Встроенная функция	Описание
<p><b><i>odesolve(x, b, step)</i></b>  <b><i>Odesolve(vf, x, b, step)</i></b> в <i>Mathcad11</i>  <i>Аргументы функций:</i>  <i>x</i> – имя переменной, относительно которой решается уравнение;  <i>vf</i> – вектор имен неизвестных;  <i>b</i> – конец интервала интегрирования;  <i>step</i> – необязательный параметр, определяющий число шагов интегрирования.</p>	<p>Решение одного уравнения.  Решение системы дифференциальных уравнений.  Применение функции требует записи вычислительного блока <i>Given...Odesolve</i>, который реализует численный метод Рунге-Кутты.  Вычислительный блок <i>Given...Odesolve</i> состоит из трех частей:  <input type="checkbox"/> <i>Given</i> – ключевое слово.  <input type="checkbox"/> <i>Дифференциальное уравнение</i> и начальные условия к нему.  <input type="checkbox"/> Функция <i>Odesolve</i> в нужном виде.</p>
<p><b><i>rkfixed(y0, x1, x2, m, D)</i></b>  <b><i>Rkadapt(y0, x1, x2, m, D)</i></b>  <b><i>Bulstoer(y0, x1, x2, m, D)</i></b>  <i>Аргументы функций:</i>  <i>y0</i> – вектор начальный значений искомых функций в точке <i>x1</i> размерности <i>n</i>.  <i>x1</i> и <i>x2</i> – граничные точки интервала, на котором ищется решение;  <i>m</i> – число точек, в которых ищется приближенное решение;  <i>D</i> – функция от двух переменных, содержащая в виде вектора первые производные неизвестных функций.</p>	<p>Решение методом Рунге-Кутта 4 порядка с фиксированным шагом.  Решение методом Рунге-Кутта 4 порядка с переменным шагом.  Решение методом Булирша-Штера.  Каждая функция выдает решение в виде матрицы размера <math>(m+1) \times (n+1)</math>.  <i>План решения:</i>  <input type="checkbox"/> Задать вектор начальных значений <i>y</i>.  <input type="checkbox"/> Ввести векторную функцию <i>D(x, y)</i> двух аргументов – скалярного <i>x</i> и векторного <i>y</i> (вектора первых производных в явном виде).  <input type="checkbox"/> Ввести встроенную функцию.  <input type="checkbox"/> Вывести результат в табличном или графическом виде.</p>

Результат решения ОДУ и систем ОДУ с использованием встроенных функций можно представить в графическом или табличном виде.

## ОДУ первого порядка

Mathcad решает задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения  $y'(x) = f(y(x), x)$  с заданным начальным условием  $y(x_0) = b$ .

### Решение дифференциального уравнения 1 порядка

**Пример:** Решить диф. уравнение  $y' = 2x^2 + 2y$  при заданном начальном условии  $y(0)=1$  на интервале  $[0,1]$

**Способ 1. Использование функции Odesolve**

Given

$$\frac{d}{dx}y(x) = 2x^2 + 2 \cdot y(x) \quad y(0) = 1$$

$y := \text{Odesolve}(x, 1)$

Вводим ключевое слово Given в матем. области  
Задаем диф. уравнение и начальное условие

Определяем функцию Odesolve относительно переменной  $x$  на интервале  $[0,1]$ .

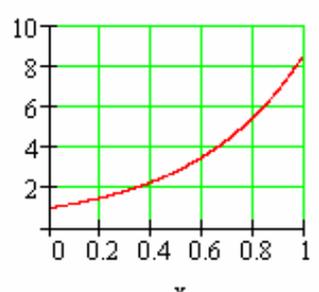
Вывод решения в табличном и графическом виде

**Таблица значений  $x, y(x)$**

$x := 0, 0.2..1$

$x =$	$y(x) =$
0	1
0.2	1.498
0.4	2.278
0.6	3.52
0.8	5.489
1	8.583

**График решения**



Вычисления

$\frac{d}{dx}$ 
 $\frac{d^n}{dx^n}$ 
 $\infty$ 
 $\int_a^b$ 
 $\sum_{n=1}^m$ 
 $\prod_{n=1}^m$

$\int$ 
 $\sum_n$ 
 $\prod_n$ 
 $\lim_{x \rightarrow a}$ 
 $\lim_{x \rightarrow a^+}$ 
 $\lim_{x \rightarrow a^-}$

---

**Способ 2. Использование функции rkfixed**

$x := 0 \quad y_0 := 1$       Задаем начальное условие

$D(x, y) := 2 \cdot x^2 + 2 \cdot y_0$       Задаем векторную функцию первой производной в явном виде

$x1 := 0 \quad x2 := 1 \quad m := 5$       Задаем граничные точки интервала  $x1, x2$  и число точек для расчета  $m$

$Z := \text{rkfixed}(y_0, x1, x2, m, D)$       Определяем функцию rkfixed

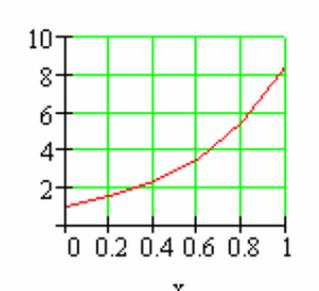
Вывод решения в табличном и графическом виде

**Таблица значений  $x, y(x)$**

	0	1
$Z =$	0	1
1	0.2	1.498
2	0.4	2.278
3	0.6	3.52
4	0.8	5.488
5	1	8.581

**График решения**

$x := Z^{(0)} \quad y := Z^{(1)}$



Matrix

$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ 
 $\times_n$ 
 $\times^{-1}$ 
 $|\times|$

$\vec{r}(M)$ 
 $M^{<>}$ 
 $M^T$ 
 $m..n$

$\# \cdot \vec{r}$ 
 $\vec{r} \cdot \vec{r}$ 
 $\Sigma$ 
 $\text{det}$

Столбец матрицы

## Системы ОДУ 1 порядка

Mathcad требует, чтобы система дифференциальных уравнений была представлена в стандартной форме:

$$y_0'(x) = f_0(y_0(x), y_1(x), \dots, y_{n-1}(x), x)$$

$$y_1'(x) = f_1(y_0(x), y_1(x), \dots, y_{n-1}(x), x)$$

...

$$y_{n-1}(x) = f_{n-1}(y_0(x), y_1(x), \dots, y_{n-1}(x), x)$$

Для того, определить задачу Коши для системы ОДУ, следует определить  $N$  начальных условий, задающих значение каждой из функций  $y_i(x_0)$  в начальной точке интегрирования системы  $x_0$ . Решение систем ОДУ с использованием встроенных функций  $rkfixed()$ ,  $Rkadapt()$ ,  $Bulstoer()$  основано на векторном представлении системы дифференциальных уравнений  $Y'(x) = F(Y(x), x)$  и начальных условий  $Y(x_0) = B$ .

**Решение системы ОДУ 1 порядка**

**Пример: Решить систему на интервале [0,3]**

$$y' = z - 2 \cos x \quad y(0) = 0 \quad u' = v + u \quad u(0) = 0$$

$$z' = y + v + \sin x \quad z(0) = 0 \quad v' = u + x \quad v(0) = 0$$

**Способ 1. Использование функции Odesolve** (только в версии Mathcad 11 и выше)

Given

$$y'(x) = z(x) - 2 \cos(x) \quad z'(x) = y(x) + v(x) + \sin(x) \quad u'(x) = v(x) + u(x) \quad v'(x) = u(x) + x$$

$$y(0) = 0 \quad z(0) = 0 \quad u(0) = 0 \quad v(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \begin{pmatrix} y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix}, x, 3$$

Используйте Ctrl+F7 для набора знака производной!

Форматирование символов точек

**Formatting Currently Selected**

Описание	Символ	Строк
trace 1	x's	solid
trace 2	+s	dot
trace 3	box	dash
trace 4	dmnd	dadot
trace 5	none	solid
trace 6	none	dot

trace 1    x's    solid

**Таблица значений**  
x := 0, 0.5 .. 3

x =	y(x) =
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -0.977 \\ -1.805 \\ -2.312 \\ -2.273 \\ -1.268 \\ 1.718 \end{pmatrix}$

**График решения**

### Способ 2. Использование функции *rkfixed*

$x := 0$

$$y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задаем начальные значения функции и ее производных

$$D(x, y) := \begin{pmatrix} y_1 - 2 \cdot \cos(x) \\ y_0 + y_3 + \sin(x) \\ y_3 + y_2 \\ y_2 + x \end{pmatrix}$$

Задаем векторную функцию первых производных в явном виде



$x1 := 0$   $x2 := 3$   $m := 30$  Задаем граничные точки интервала  $x1, x2$  и число точек для расчета  $m$

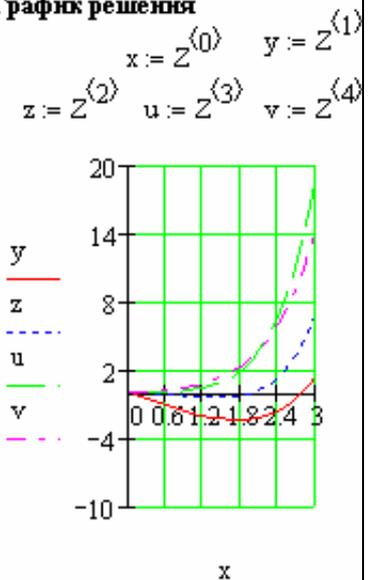
$Z := \text{rkfixed}(y, x1, x2, m, D)$  Определяем функцию *rkfixed*

Вывод решения в табличном и графическом виде

**Таблица значений**

	x	y(x)	z(x)	u(x)	v(x)	
	0	0	0	0	0	
	1	0.1	-0.2	33·10 <sup>-3</sup>	08·10 <sup>-4</sup>	04·10 <sup>-3</sup>
	2	0.2	-0.399	-0.019	05·10 <sup>-3</sup>	0.02
	3	0.3	-0.595	-0.04	81·10 <sup>-3</sup>	0.045
	4	0.4	-0.788	-0.069	0.012	0.081
	5	0.5	-0.977	-0.104	0.024	0.128
	6	0.6	-1.16	-0.143	0.043	0.186
	7	0.7	-1.335	-0.185	0.071	0.257
	8	0.8	-1.502	-0.229	0.109	0.341
	9	0.9	-1.659	-0.273	0.161	0.439
	10	1	-1.805	-0.316	0.23	0.554

**График решения**



## Дифференциальные уравнения порядка выше первого

Дифференциальное уравнение высокого порядка

$y^{(n)} = f(x, y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y', y)$  сводится к решению системы дифференциальных уравнений первого порядка с помощью замены:

$$y_0(x) = y(x), \quad y_1(x) = y'(x), \dots, y_{n-1}(x) = y^{(n-1)}(x).$$

## Решение дифференциального уравнения порядка выше первого

**Пример:** Решить диф. уравнение  $\frac{d^4}{dx^4}y(x) + 5 \cdot \frac{d^2}{dx^2}y(x) + 4y(x) = 3 \cdot \sin(x)$  на интервале  $[0,2]$  при заданных начальных значениях функции и ее производных.

### Способ 1. Использование функции Odesolve

Given

*Используйте Ctrl+F7 для набора знака производной!*

$$\frac{d^4}{dx^4}y(x) + 5 \cdot \frac{d^2}{dx^2}y(x) + 4y(x) = 3 \cdot \sin(x) \quad y(0) = 6 \quad y'(0) = 1 \quad y''(0) = 2 \quad y'''(0) = 3$$

$y := \text{Odesolve}(x, 2)$

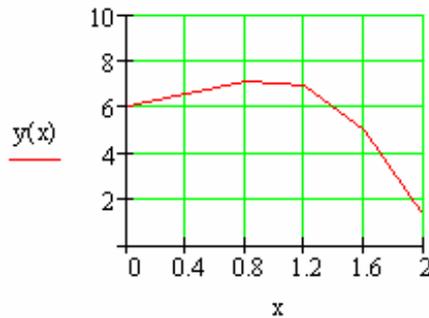
$x := 0, 0.4..2$

Вывод решения в табличном и графическом виде

**Таблица значений**

x =	y(x) =
0	6
0.4	6.555
0.8	7.131
1.2	6.882
1.6	4.961
2	1.204

**График решения**



### Способ 2. Использование функции rkfixed

$x := 0$

$$y := \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Задаем начальные значения функции и ее производных

$$D(x, y) := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ 3 \cdot \sin(x) - 4y_0 - 5y_2 \end{pmatrix}$$

Задаем векторную функцию первых производных в явном виде

$x1 := 0 \quad x2 := 2 \quad m := 5$  Задаем граничные точки интервала  $x1, x2$  и число точек для расчета  $m$

$Z := \text{rkfixed}(y, x1, x2, m, D)$  Определяем функцию rkfixed

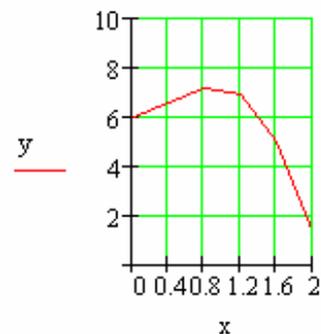
Вывод решения в табличном и графическом виде

**Таблица значений**

	x	y(x)	y'(x)	y''(x)	y'''(x)	
Z =	0	0	1	2	3	
	1	0.4	6.556	1.66	0.482	-10.083
	2	0.8	7.122	0.803	-5.109	-16.121
	3	1.2	6.861	-2.454	-10.749	-10.197
	4	1.6	4.942	-7.193	-11.952	4.984
	5	2	1.207	-11.113	-6.661	20.628

**График решения**

$$x := Z^{(0)} \quad y := Z^{(1)}$$

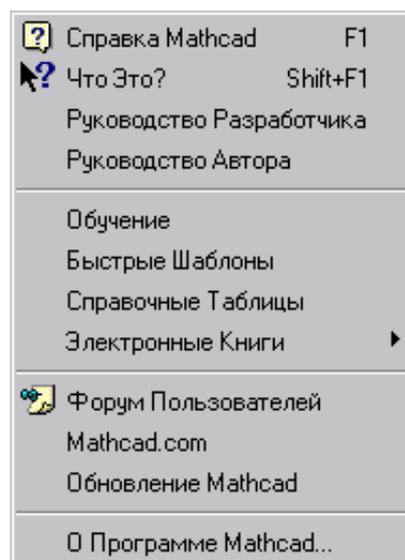


## Справочная система Mathcad

Доступ к справочным системам и ресурсам Mathcad осуществляется через меню **Справка**.

*Справочные системы Mathcad:*

- **Справка Mathcad (F1)** – система справки или технической поддержки Mathcad;
- **Что Это?** – контекстно-зависимая интерактивная справка;
- **Руководство Разработчика** – информация для разработчиков собственных самостоятельных приложений на языке Mathcad;
- **Руководство Автора** – информация для пользователей, разрабатывающих собственные электронные книги Mathcad;



*Ресурсы Mathcad:*

- **Обучение** – библиотека электронных книг Mathcad с примерами;
- **Быстрые Шаблоны** – шаблоны, которые можно применять для собственных расчетов;
- **Справочные Таблицы** – физические и инженерные таблицы;
- **Электронные Книги** – доступ к электронным учебникам.

# Лабораторная работа №1

## Основы работы с системой Mathcad

### 1. Теоретическая часть

Перед выполнением лабораторной работы ознакомьтесь с разделами методических указаний на стр. 3-35.

После запуска Mathcad активизируйте и изучите панели инструментов: *Математика, Калькулятор, Графики, Символы.*

### 2. Практическая часть

#### Задание 1. Вычисление значения функции пользователя

На поршень насоса, имеющий площадь  $S$  ( $m^2$ ), действует постоянная сила  $F$  ( $H$ ). С какой скоростью  $V$  ( $л/с$ ) должна вытекать в горизонтальном направлении струя из отверстия площадью  $S_1$  ( $m^2$ ), если плотность жидкости равна  $Q$  ( $г/см^3$ ).

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{S \cdot Q \cdot \left(1 - \frac{S_1^2}{S^2}\right)}}$$

Расчетные данные:  $S=0,04$ ;  $S_1=0,01$ ;  $Q=1$ ;  $F=500$ .

**Задание 1 Функция пользователя** Быстрое создания тестовой области:

1. Переключить клавиатуру на .
2. Установить шрифт Arial Cyr.
3. Ввести первую букву и нажать Пробел

$S := 0.04$     $S_1 := 0.01$     $Q := 1$     $F := 500$

$V(S, S_1, Q, F) := \sqrt{\frac{2 \cdot F}{S \cdot Q \cdot \left(1 - \frac{S_1^2}{S^2}\right)}}$  Определение переменных и функции оператором присваивания

$V(S, S_1, Q, F) = 163.299$  Вывод значения функции:

$V(S, S_1, Q, F) \rightarrow 163.29931618554520655$  оператором численного вывода   
оператором символьного вывода

#### Задание 2. Численное вычисление арифметических выражений

**Задание 2** Используйте инструменты панели - Калькулятор

$\sqrt{25} = 5$     $5^2 = 25$     $5! = 120$     $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$     $x := 5$     $\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$

$\sqrt[3]{125} = 5$     $5^3 = 125$     $|-5| = 5$     $\tan(2\pi) = 0$     $e^x + 2.5x + x^{10} = 9.766 \times 10^6$

### Задание 3. Построение графика функции

Построить *график* изменения напряжения  $U(t) = 100 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$  в интервале времени  $t \in [0; 0,02]$  с шагом 0,002 с. и частотой  $f=50$  Гц. Угловая частота изменения напряжения  $\omega = 2\pi f$ .

**Задание 3 График** Используйте панели - Графики, - Калькулятор, - Матрица

$t := 0, 0,002 \dots 0,02$

$f := 50 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad U(t) := 100 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)$

3. Построение графика

$U(t) = 100 \sin(\omega t - 2\pi/3)$

1. Задание диапазона значений t
2. Определение функции U(t)
4. Форматирование графика

5. Вывод таблиц значений

t =	U(t) =
0	-86.603
$2 \cdot 10^{-3}$	-99.452
$4 \cdot 10^{-3}$	-74.314
$6 \cdot 10^{-3}$	-20.791
$8 \cdot 10^{-3}$	40.674
0.01	86.603
0.012	99.452
0.014	74.314
0.016	20.791
0.018	-40.674
0.02	-86.603

**Formatting Currently Selected X-Y Plot**

Оси X-Y | Трассировки | Метки | Умолчание

Название:

Выше  Ниже  Показать название

**Formatting Currently Selected X-Y Plot**

Оси X-Y | Трассировки | Метки | Умолчание

Ось X:

Логарифм. шкала

Вспом. линии

Нумерация

Автомасштаб

Показать Метки

Авто сетка

Размер сетки:

Ось Y:

Логарифм.

Вспом.

Нумерация

Автома

Показа

Авто се

Размер сетки:

Стиль осей графика

Ограниченная область

Пересечение  Равные ма

Без границ

### Задание №4. Построение поверхности

Построить поверхность  $Z = e^{2x-1} + \cos(x^2 - y^2)$ ,  $x \in [-8;0]$   $\Delta x=2$ ;  
 $y \in [2;6]$  с шагом  $\Delta y = 0,5$ .

**Задание 4 Поверхность** Используйте панели - Графики, - Калькулятор, - Матрица

$Z(x,y) := e^{2x-1} + \cos(x^2 - y^2)$

1. Определение функции  $Z(x,y)$
2. Построение поверхности
3. Форматирование поверхности
4. Вывод значений  $x, y, Z(x,y)$

**QuickPlot Data**

Диапазон 1		Диапазон 2	
начало	-8	начало	2
конец	0	конец	6
# Сеток	5	# Сеток	9

**Внешний Вид**

Свойства заливки

- Залить поверхность
- Залить контуры
- Без заливки
- Сетка

Название

Название Графика: Поверхность Z(x,y)

Сверху

4. Вывод значений  $x, y, Z(x,y)$

$x := -8, -8 + 2..0$   $y := 2, 2 + 0.5..6$

x =	y =	Z(x,y) =
-8	2	-0.952
-6	2.5	0.834
-4	3	0.844
-2	3.5	1.007
0	4	-0.286
	4.5	0.361
	5	-0.095
	5.5	-0.947
	6	

### Задание 5. Символьная алгебра

Используйте меню Символика и панели - Символы, - Греческий алфавит

**Задание 5 Символьная алгебра**

**1. Упрощение выражений**

$\alpha := 5$

С помощью меню Символика:  
 Стилль вычислений - По горизонтали  
 Команда Упростить

$$\frac{\cos(\alpha)^3 - \sin(\alpha)^3}{1 + \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)} \quad \cos(\alpha) - \sin(\alpha)$$

С помощью панели Символы:  
 Кнопка - Упростить.

$$\frac{\cos(\alpha)^3 - \sin(\alpha)^3}{1 + \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)} \text{ simplify } \rightarrow \cos(5) - \sin(5)$$



9. Построить трехмерный график для функции  $z = -\sin(x^2 + y^2)$  в виде:

a) Графика поверхности;

d) 3D Точечного графика;

b) Контурного графика;

e) Векторного поля.

c) 3D Гистограммы;

10. Построить график поверхности функции  $z = \sin(xy)$  по матрице ее значений размера  $10 \times 10$ . Диапазоны изменения  $x, y$ :  $x \in [-2; 2]$ ,  $y \in [-4; 4]$ .

## РГР №1

### «Графический вывод данных в физических задачах с помощью системы Mathcad»

1. Построить график и таблицу изменения кинетической энергии

$E(t) = \frac{mg^2 t^2}{2}$  падающего тела массой  $m=1$  кг., при значениях времени  $t$ , изменяющихся от 0 до 10 с шагом 0,1 с.

2. Построить на одной координатной плоскости два графика затухающего колебания  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  на интервале изменения значений времени

$t \in [0; 2\pi]$  с шагом  $\pi/20$  с.  $x_1(t) = e^{-0,1t} \sin \frac{\pi}{4} t$        $x_2(t) = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$

3. Построить график поверхности таблицу напряженности электрического поля

$E(R, a) = \frac{\delta}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right)$ , образованного заряженным диском,

используя:

a) Способ быстрого построения.

b) Способ построения по массиву значений.

Исходные данные к задаче:

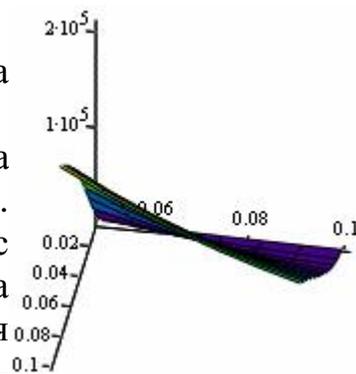
$R$  – радиус диска, значения которого изменяются на интервале  $[0,01; 0,1]$  с шагом 0,01 м;

$a$  – расстояние от диска до точки, находящейся на перпендикуляре, восстановленном от центра диска.

Значения  $a$  изменяются на интервале  $[0,05; 0,1]$  с шагом 0,01 м;  $\delta$  – поверхностная плотность заряда

плоскости, равная  $6,6 \cdot 10^{-6}$  к/м<sup>2</sup>;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  ф/м;  $\varepsilon$  – относительная

диэлектрическая проницаемость среды, равная 1.



## **Лабораторная работа №2**

### **Матричные вычисления. Решение алгебраических уравнений и систем уравнений в Mathcad**

#### **1. Теоретическая часть**

Перед выполнением лабораторной работы ознакомьтесь с разделами методических указаний на стр. 36- 43.

После запуска Mathcad активизируйте и изучите панели инструментов: *Математика, Калькулятор, Символы, Матрица.*

#### **2. Практическая часть**

##### **Задание 1. Матричные вычисления**

Проделать для матриц  $A, B, C$  следующие операции:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{pmatrix}$$

- 1) Ввести матрицы  $A, B$ .
- 2) Определить след и ранг матрицы  $A$ .
- 3) Найти минимальный и максимальный элементы, число строк и столбцов матрицы  $B$ .
- 4) Найти сумму матриц  $A^2 + A + E$ .
- 5) Объединить матрицы  $A$  и  $B$ .
- 6) Вычислить определители матриц  $A, C$ .
- 7) Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  с помощью матричного оператора.
- 8) Транспонировать матрицы  $B$  и  $C$  с помощью панели Символы.

### Задание 1 Матричные операции

Для вставки встроенных функций используйте инструмент  - Вставить функцию  
Используйте панели  - Матрица,  - Символы

#### 1. Ввод матриц

Матрица из 3 строк и 3 столбцов

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Матрица из 3 строк и 5 столбцов

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

#### 2. Определение следа и ранга матрицы A

$$\text{tr}(A) = 6 \quad \text{rank}(A) = 3$$

#### 3. Определение min, max, числа строк и столбцов матрицы B

$$\min(B) = 1 \quad \max(B) = 8 \quad \text{rows}(B) \quad \text{cols}(B) = 5$$

#### 4. Нахождение суммы матриц $A^2 + A + E$ .

$$A \cdot A + A + \text{identity}(3) = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 6 \\ 6 & 9 & 6 \\ 6 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

#### 5. Объединение матриц A и B

$$\text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

#### 6. Вычисление определителей матриц A и C

Для матрицы A используем 

$$|A| = 4$$

Для матрицы C используем на панели Символы 

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{vmatrix} \rightarrow b^2 \cdot a^2 + a \cdot b$$

#### 7. Нахождение обратной матрицы $A^{-1}$ с помощью оператора

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.75 & -0.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.75 & -0.25 \\ -0.25 & -0.25 & 0.75 \end{pmatrix}$$

#### 8. Транспонирование матриц B и C с помощью инструмента панели Символы

$$B^T \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{pmatrix}^T \rightarrow \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1+b & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1-b \end{pmatrix}$$

### Задание 2. Нахождение корней полинома

Для линейного уравнения четвертой степени  $x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24 = 0$  получить

a) символьное решение;

b) численное решение.

## Задание 2. Нахождение корней полинома

### а) Символьное решение с помощью панели Символы

■ solve, x →

Вывод шаблона операции

$x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24 = 0$  solve, x →

Заполнение шаблона

$$x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24 = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Вывод решения

### б) Численное решение с помощью функции polyroots()

Задаем вектор коэффициентов полинома Вводим функцию polyroots()

$$V := \begin{pmatrix} -24 \\ 26 \\ 3 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(V) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

#### Символы

→	■ →
Modifiers	float
complex	assume
solve	simplify
substitute	factor
expand	coeffs
collect	series
parfrac	fourier
laplace	ztrans
invfourier	invlaplace
invztrans	m <sup>T</sup> →
m <sup>-1</sup> →	m  →

## Задание 3. Решение нелинейного уравнения

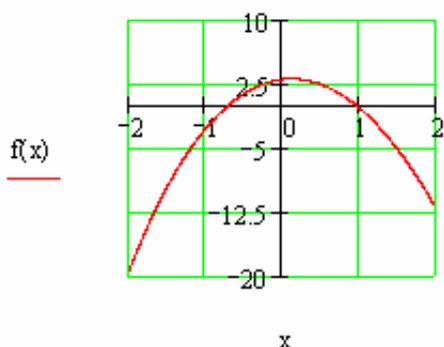
Решить уравнение  $4(1 - x^2) = e^{-x}$  методом секущих с помощью встроенной функции root(). Определение числа корней уравнения и их начальных приближений осуществить графическим способом.

Перед решением нелинейное уравнение нужно представить в виде  $f(x)=0$

### Задание 3. Решение нелинейного уравнения

$$f(x) := 4(1 - x^2) - e^{-x}$$

Задаем функцию f(x)



По графику определяем число корней и их начальные приближения: 2 корня;  $x_1 = -0,7$ ;  $x_2 = 1$

$$x := -0.7 \quad x1 := \text{root}(f(x), x) \quad x1 = -0.703$$

Задаем начальное приближение 1-го корня и уточняем его функцией root()

$$x := 1 \quad x2 := \text{root}(f(x), x) \quad x2 = 0.95$$

Задаем начальное приближение 2-го корня и уточняем его функцией root()

#### Задание 4. Решение системы линейных уравнений

Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 1.2x + 2.8y + 0.5z = 3 \\ 3.2x - 1.6y - 0.3z = 2.2 \\ -0.1x + 9y + 0.5z = 10.8 \end{cases}$$

матричными способами.

*Способы решения расположены по столбцам!*

#### Задание 4. Решение линейной системы уравнений

$A := \begin{pmatrix} 1.2 & 2.8 & 0.5 \\ 3.2 & -1.6 & -0.3 \\ -0.1 & 9 & 0.5 \end{pmatrix}$   $B := \begin{pmatrix} 3 \\ 2.2 \\ 10.8 \end{pmatrix}$

Решение системы путем обращения матрицы A

$X := A^{-1} \cdot B$

$X = \begin{pmatrix} 0.99 \\ 1.466 \\ -4.585 \end{pmatrix}$

Ввод матрицы коэффициентов A и вектора свободных членов B

Решение системы с помощью `lsolve(A,B)`

$X := \text{lsolve}(A, B)$

$X = \begin{pmatrix} 0.99 \\ 1.466 \\ -4.585 \end{pmatrix}$



#### Задание 5. Решение системы нелинейных уравнений

Решить нелинейную систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 - 1.5z^2 \\ y^3 + 5z = 5 \\ xy + z = e^z \end{cases} \quad \text{с помощью}$$

щью вычислительного блока Given – Find.

*Используется вычислительный блок Given (Дано) - Find (Найти)*

#### Задание 5. Решение нелинейной системы уравнений

$x := 0 \quad y := 0 \quad z := 0$       Задание начальных приближений неизвестных x, y, z

Given      Запись ключевого слова в математической области

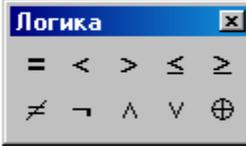
$3 \cdot x + 2 \cdot y = 6 - 1.5 \cdot z^2$       Ввод уравнений системы

$y^3 + 5z = 5$

$xy + z = e^z$

$X := \text{Find}(x, y, z)$       Ввод встроенной функции для решения системы

$X = \begin{pmatrix} 0.981 \\ 1.252 \\ 0.607 \end{pmatrix}$       Вывод решения системы



### 3. Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить  $V^{-1}$ ,  $V^T$ ,  $V^{-1} \cdot V$ ,  $|V|$ ,  $\text{tr}(V)$ ,  $\text{rank}(V)$  для матрицы  $V$ .

$$\text{a) } V = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } V = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Решить уравнения и построить графики для проверки правильности определения корней уравнений.

a)  $x^6 - 16x^5 - 65x^4 + 160x^3 - 65x^2 - 16x + 1 = 0$ ;

b)  $\frac{14}{x^2 - 9} + \frac{1}{3 - x} + \frac{4 - x}{x + 3} - \frac{7}{x + 3} = 0$ ;

c)  $0,1e^x - \sin^2 x + 0,5 = 0$ .

3. Решить системы уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_5 = 18 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_4 + x_5 = -7 \\ x_1 - x_4 + 2x_5 = 8 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 10 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x^{10} + y^{10} + z^{10} - b^{10} = 0 \\ e^x + e^{x+y} + xyz = 1 \\ \cos x^2 + y + z - a = 0 \end{cases}$$

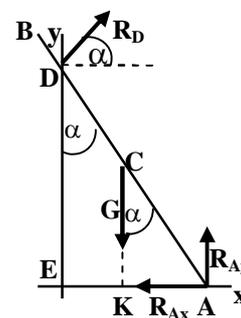
где  $a = 3$ ;  $b = 2$

### РГР №2 «Решение в системе Mathcad задач физики и механики на составление систем уравнений»

1. **Расчет реакций опор.** Однородный брус длиной  $AB=5$  м и весом  $G=400$  Н концом  $A$  упирается в гладкий горизонтальный пол и в гладкий вертикальный выступ, а в точке  $D$  – в ребро вертикальной стенки высотой  $ED=4$  м. В этом положении брус образует с вертикальной плоскостью стенки угол  $\alpha=35^\circ$ . Определить реакции опор  $R_D$ ,  $R_{Ax}$ ,  $R_{Ay}$  с помощью составления и решения системы уравнений равновесия.

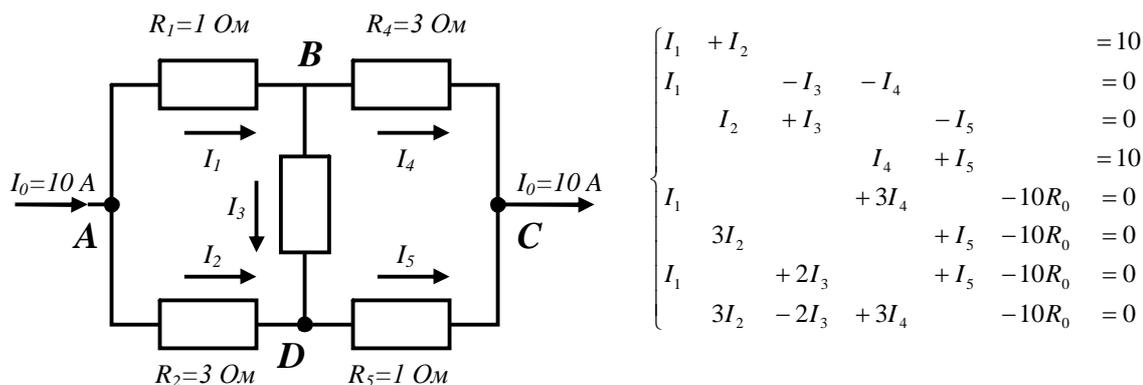
*Пояснение к задаче:* Если принять точку  $A$  за центр моментов, система уравнений равновесия имеет вид:

$$\begin{cases} R_D \cos \alpha - R_{Ax} = 0 \\ R_D \sin \alpha - G + R_{Ay} = 0 \\ -R_D \cdot AD + G \cdot AK = 0 \end{cases}$$



**2. Расчет электрической цепи.** Вычислить общее сопротивление  $R_0$  и силы тока  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  на каждом участке электрической цепи с помощью составления и решения системы линейных уравнений.

*Пояснение к задаче:* Применяя законы Кирхгофа получаем систему линейных уравнений



**3. Транспортная задача.** Имеются два пункта поставки горючего –  $A_1, A_2$ , в которых находится соответственно  $a_1, a_2$  тонн горючего и три пункта потребления горючего –  $B_1, B_2, B_3$ , в которые нужно доставить соответственно  $b_1, b_2, b_3$  тонн горючего. Значения стоимости (тыс. руб.) перевозки 1 тонны горючего от пунктов отправления к пунктам назначения заданы матрицей  $C$ . Составить оптимальный план перевозки горючего, минимизирующий общую сумму транспортных расходов.

$$A = \begin{pmatrix} 150 \\ 90 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 110 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 60 & 10 & 40 \\ 120 & 20 & 80 \end{pmatrix}.$$

## Лабораторная работа №3 Интегрирование и дифференцирование.

### Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в Mathcad

#### 1. Теоретическая часть

Перед выполнением лабораторной работы ознакомьтесь с разделами методических указаний на стр. 44-51.

После запуска Mathcad активизируйте и изучите панели инструментов: *Математика, Калькулятор, Символы, Вычисления.*

#### 2. Практическая часть

##### Задание 1. Интегрирование

1. Найти закон движения точки  $s(t)$ , если уравнение скорости движения точки имеет вид  $v(t) = 3t^2 + 2t + 1$ .
2. Найти длину дуги кривой  $y = \ln(\sin(x))$  от  $x = \frac{\pi}{3}$  до  $x = \frac{2\pi}{3}$ .
3. Найти площадь фигуры, ограниченной гиперболой  $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$  и параболой  $y = x^2 - 2x + 1$ .

Используйте панели инструментов **Вычисления** **Символы**  
Используйте **Ctrl+F7** для набора знака производной

#### Задание 1. Интегрирование в Mathcad

**1. Нахождение закона движения точки  $s(t)$**

$v(t) := 3t^2 + 2t + 1$     Вводим функцию скорости  $v(t)$

$s(t) := \int v(t) dt \rightarrow t^3 + t^2 + t$     Находим  $s(t)$  по формуле, используя шаблон

**2. Нахождение длины дуги кривой  $y = \ln(\sin(x))$**

$y(x) := \ln(\sin(x))$     Задаем  $y(x)$

$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$     Находим производную

$L := \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{1 + y'(x)^2} dx$     Вычисляем длину дуги по формуле, используя шаблон

$L = 1.099$     Выводим результат

Вычисления x

$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^n}{dx^n}$	$\infty$	$\int_a^b$
$\sum_{n=1}^m$	$\prod_{n=1}^m$	$\int$	$\sum_n$
$\prod_n$	$\lim_{x \rightarrow a}$	$\lim_{x \rightarrow a^+}$	$\lim_{x \rightarrow a^-}$

Формула пути  $s(t)$

$$s(t) = \int v(t) dt$$

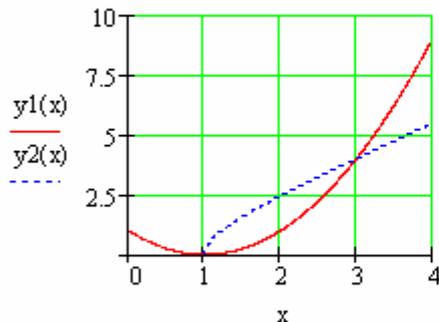
Формула длины дуги

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + y'(x)^2} dx$$

**3. Нахождение площади фигуры, ограниченной гиперболой  $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$  и параболой  $y = x^2 - 2x + 1$**

$y_1(x) := x^2 - 2x + 1$      $y_2(x) := \sqrt{2 \cdot (x^2 - 1)}$     Задаем функции  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$

Строим графики функций или решаем уравнение, чтобы найти абсциссы точек пересечения графиков (пределы интегрирования)



$x^2 - 2x + 1 = \sqrt{2 \cdot (x^2 - 1)}$  solve, x  $\rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -i \end{pmatrix}$

a := 1    b := 3

Задаем пределы интегрирования

Формула площади фигуры

$S := \int_a^b y_2(x) - y_1(x) dx$

Находим площадь фигуры

$S = \int_a^b [y_2(x) - y_1(x)] dx$

S = 2.087

Выводим значение площади S

**Задание 2. Дифференцирование**

При прямолинейном движении точки зависимость пути от времени задана уравнением  $s(t) = \frac{t^5}{5} + \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$ . Определить:

1. Скорость и ускорение движения точки в произвольный момент времени.
2. Найти скорость движения точки в конце второй секунды.
3. Найти ускорение точки в конце четвертой секунды.

Используйте панель инструментов    Вычисления          Символы

**Задание 2. Дифференцирование в Mathcad**

$s(t) := \frac{t^5}{5} + \frac{2}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{8}\right)$     Задание s(t)

1. Нахождение v(t) и a(t) в виде *символьного вычисления*

$v(t) := \frac{d}{dt} s(t) \rightarrow t^4 + \frac{1}{4} \cdot \cos\left(\frac{1}{8} \cdot \pi \cdot t\right)$      $a(t) := \frac{d^2}{dt^2} s(t) \rightarrow 4t^3 - \frac{1}{32} \cdot \sin\left(\frac{1}{8} \cdot \pi \cdot t\right) \cdot \pi$

t := 2     $\frac{d}{dt} s(t) = 16.177$     2. Нахождение скорости движения точки в конце 2 секунды в виде *численного вычисления*

t := 4     $\frac{d^2}{dt^2} s(t) = 255.902$     3. Нахождение ускорения движения точки в конце 4 секунды в виде *численного вычисления*

Вычисления ✖

$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^n}{dx^n}$	$\infty$	$\int_a^b$
$\sum_{n=1}^m$	$\prod_{n=1}^m$	$\int$	$\sum_n$
$\prod_n$	$\lim_{a \rightarrow b}$	$\lim_{a \rightarrow b^+}$	$\lim_{a \rightarrow b^-}$

### Задание 3. Решение ОДУ 1 порядка

Решить дифференциальное уравнения  $y' + y = \cos(x^2)$  при заданном начальном условии  $y(0)=0$  на интервале  $[0,15]$  с использование функций `Odesolve()`, `rkfixed()`.

**Задание 3 Решение дифференциального уравнения 1 порядка**  
**Способ 1. Использование функции Odesolve**

Given Вводим ключевое слово Given в матем. области

$\frac{d}{dx}y(x) + y(x) = \cos(x^2) \quad y(0) = 0$  Задаем диф. уравнение и начальное условие

`y := Odesolve(x,15)` Определяем функцию Odesolve относительно переменной x на интервале [0,15]

**Вывод решения в табличном и графическом виде**

**Таблица значений x,y(x)** **График решения**

`x := 0,0.1..15`

x =
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5

y(x) =
0
0.095
0.181
0.259
0.329
0.391

**Способ 2. Использование функции rkfixed**

`x := 0 y0 := 0` Задаем начальное условие

`D(x,y) := cos(x^2) - y0` Задаем векторную функцию первой производной в явном виде

`x1 := 0 x2 := 15 m := 150` Задаем граничные точки интервала x1, x2 и число точек для расчета m

`Z := rkfixed(y0,x1,x2,m,D)` Определяем функцию rkfixed

**Вывод решения в табличном и графическом виде**

**Таблица значений x,y(x)** **График решения** `x := Z<0> y := Z<1>`

Z =	
0	0
1	0.1
2	0.2
3	0.3
4	0.4
5	0.5

### 3. Задания для самостоятельной работы

1. Найти производные  $y'$ ,  $y'''$  функций:

$$\text{a) } y = 3^{\frac{\sin ax}{\cos bx}} + \frac{1 \sin^3 ax}{3 \cos^3 bx} + e^{2x}$$

$$\text{b) } y = \ln \frac{1 + \sqrt{\sin x}}{1 - \sqrt{\sin x}} + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\sin x}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$\text{a) } \int e^x \left( 1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx;$$

$$\text{c) } \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx;$$

$$\text{b) } \int_0^{\pi/2} \cos^6 x dx;$$

$$\text{d) } \int_{a-1}^b \int_1^b x + y^3 dy dx.$$

3. Решить обыкновенные дифференциальные уравнения:

a)  $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot y$ ,  $y(0)=e$  на интервале  $[0;0,5]$  с помощью функции `rkfixed()`;

b)  $y' = -y \cos(x) + \cos(x) \cdot \sin(x)$ ,  $y(0)=1$  на интервале  $[0,0,5]$  с помощью функции `Odesolve()`.

c)  $y''' - 2xy'' + \sin x \cdot y = 0$ ,  $y(0)=0$ ,  $y'(0)=1$ ,  $y''(0)=2$ ,  $y'''(0)=3$  на интервале  $[0;3]$  с помощью функций `Odesolve()`, `rkfixed()`.

4. Решить системы дифференциальных уравнений:

a) 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + t \\ \frac{dy}{dt} = x + e^t \end{cases}$$
, при  $x(0)=1$ ,  $y(0)=0$  на интервале  $[0;1]$  с помощью функции `rkfixed()`;

b) 
$$\begin{cases} y' = \ln(bx + \sqrt{a^2x^2 + z^2}) \\ z' = \sqrt{a^2x^2 + y^2} \end{cases}$$
, при  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $y(0)=0,5$ ,  $z(0)=1$  на интервале  $[0;1]$  с помощью функции `Odesolve()`.

## **РГР №3 «Применение производных, интегралов и дифференциальных уравнений в задачах физики и механики»**

**1. Дифференциальное уравнение 1 порядка.** Сила тока  $i$  в цепи с сопротивлением  $R$ , самоиндукцией  $L$  и электродвижущей силой  $E=kt$  удовлетворяет дифференциальному уравнению  $L \frac{di}{dt} + Ri = E$ . Решить это уравнение численно при  $R=10$  Ом,  $L=0,1$  Гн,  $k=2$  и начальном условии  $i(0)=0$ .

Для проверки правильности решения построить график функции  $i = \frac{kt}{R} + \frac{kL}{R}(e^{-Rt/L} - 1)$ , которая является аналитическим решением дифференциального уравнения.

### **2. Определенный интеграл.**

а) Сжатие  $x$  винтовой пружины пропорционально приложенной силе  $F$ . Вычислить работу  $A$  силы  $F$  на  $0,04$  м, если для сжатия ее на  $0,01$  м нужна сила  $10$  Н. Исходные данные ввести с единицами измерения .

б) Найти длину дуги кривой  $y = \frac{2}{5}x \sqrt[4]{x} - \frac{2}{3}\sqrt[4]{x^3}$  между точками пересечения с осью  $Ox$ .

в) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигур, ограниченных линиями  $y = \frac{64}{x^2 + 16}$ ,  $x^2 = 8y$ .

**3. Двойной интеграл.** Пластинка имеет форму прямоугольного треугольника с катетами  $OA=a$  и  $OB=b$ , причем плотность ее в любой точке равна расстоянию точки от катета  $OA$ . Найти статистические моменты  $M_1$  и  $M_2$  пластинки относительно катетов  $OA$  и  $OB$ .

*Расчетные данные и формулы:*  $a=6$ ;  $b=10$ ,  $\rho(x, y)=y$ ,  $y(x) = b(1 - \frac{x}{a})$

$$M_1 = \iint_{(S)} y\rho(x, y)dxdy = \iint_{(S)} y^2dxdy = \int_0^a dx \int_0^{y(x)} y^2dy \quad M_2 = \iint_{(S)} x\rho(x, y)dxdy = \iint_{(S)} xydxdy = \int_0^a dx \int_0^{y(x)} xydy$$

## **Лабораторная работа №4**

### **Решение задач оптимизации в Mathcad**

#### **1. Теоретическая часть**

**Оптимизационная задача** – это экономико-математическая задача, которая состоит в нахождении оптимального (максимального или минимального) значения целевой функции, причем значения переменных должны принадлежать некоторой области допустимых значений.

Перед выполнением лабораторной работы ознакомьтесь с разделом «Функции решения алгебраических уравнений и систем» на стр. 40-42.

#### **2. Практическая часть**

##### **Задание 1. Оптимальный ассортимент продукции**

В распоряжении завода железобетонных изделий имеется 3 вида ресурсов (песок, щебень, цемент) в объемах  $b_i$ . Требуется произвести продукцию  $n$  видов. Дана технологическая норма  $a_{ij}$  потребления отдельного  $i$ -го вида ресурса для изготовления единицы продукции каждого  $j$ -го вида. Известна прибыль  $P_j$ , получаемая от выпуска единицы продукции  $j$ -го вида. Требуется определить ассортимент продукции, которую должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Виды ресурсов $S_i$	Расход ресурсов на производство 1 ед. продукции $a_{ij}$ , усл. ед.				Наличие ресурсов $b_i$ , усл. ед.
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	
Песок	3	5	5	7	150
Щебень	4	3	3	1	90
Цемент	5	6	3	2	300
Прибыль $P_j$ (д. е.) от 1 ед.	40	30	30	20	

##### **Этапы построения математической модели:**

- 1) Постановка задачи.
- 2) Обозначим через  $x_j$  – количество изделий  $j$ -го вида, запланированных к производству.
- 3) Запишем систему ограничений по запасу ресурсов. Зная норму расхода  $c_{ij}$  каждого вида  $i$ -го ресурса для изготовления отдельного  $j$ -го типа из-

деля и количество каждого  $i$ -го ресурса  $b_i$ , запишем систему неравенств:

$$3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 7x_4 \leq 150$$

$$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 1x_4 \leq 90$$

$$5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 300$$

4) Запишем граничные условия.  $x_j \geq 0$  ( $j=1, 2, \dots, 4$ )

5) Запишем целевую функцию (максимальную прибыль от реализации)

$$F(X) = 40x_1 + 30x_2 + 30x_3 + 20x_4 \rightarrow \max$$

### Реализация математической модели в системе Mathcad

**Задача 1. Определение оптимального ассортимента продукции**

**Целевая функция**  $Y(x_1, x_2, x_3, x_4) := 40 \cdot x_1 + 30 \cdot x_2 + 30 \cdot x_3 + 20 \cdot x_4$

**Начальные приближения**  $x_1 := 0 \quad x_2 := 0 \quad x_3 := 0 \quad x_4 := 0$

Given

**Система ограничений по запасу ресурсов**      **Граничные значения**

$$3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 7x_4 \leq 150$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$$

$$4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 1x_4 \leq 90$$

$$5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 300$$

**Нахождение оптимального решения**

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(Y, x_1, x_2, x_3, x_4)$$

**Вывод оптимального решения**

**Определение величины целевой функции оптимального решения**

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19.2 \\ 0 \\ 0 \\ 13.2 \end{pmatrix}$$

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1.032 \times 10^3$$

Оптимальный ассортимент продукции:

*изделий И1 - 19,2 усл. ед., изделий И4 - 13,2 усл. ед.*

Максимальная прибыль, которую получит завод ЖБИ после реализации продукции, составляет **1032 д. е.**

### 3. Задания для самостоятельной работы

Составить план производства запасных частей для автомобилей, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль.

Виды ресурсов $S_i$	Расход материалов на производство запасной части $a_{ij}$ , кг.			Запас ре- сурсов $b_i$ , кг.
	1	2	3	
I	5	5	2	1200
II	4	-	3	300
III	-	2	4	800
Прибыль $P_j$ (д. е.) от 1 ед.	5	8	6	

## Содержание

<i>Назначение Mathcad</i> .....	3
<i>Компоненты Mathcad</i> .....	3
<i>Запуск Mathcad</i> .....	3
<i>Интерфейс пользователя</i> .....	4
<i>Главное меню</i> .....	4
<i>Основные панели инструментов</i> .....	6
<i>Работа с документами</i> .....	7
<i>Интерфейс редактирования документов</i> .....	8
<i>Типы областей Mathcad</i> .....	8
<i>Создание текстовой области</i> .....	10
<i>Основные операции с областями документа</i> .....	10
<i>Типы данных</i> .....	12
<i>Операторы Mathcad</i> .....	12
<i>Допустимые имена переменных и функций</i> .....	14
<i>Определение переменных</i> .....	14
<i>Создание ранжированных переменных</i> .....	14
<i>Создание размерной переменной</i> .....	15
<i>Функции Mathcad</i> .....	16
<i>Определение функции пользователя</i> .....	16
<i>Встроенные функции</i> .....	17
<i>Вставка встроенной функции</i> .....	17
<i>Основные категории встроенных функций</i> .....	18
<i>Числовой вывод данных в Mathcad</i> .....	19
<i>Символьный вывод данных в Mathcad</i> .....	19
<i>Графический вывод данных в Mathcad</i> .....	20
<i>Двумерные графики</i> .....	20
<i>Построение графика в декартовой системе координат</i> .....	20
<i>Форматирования графика</i> .....	21
<i>Форматирование рядов данных</i> .....	22
<i>Построение графика в полярной системе</i> .....	23
<i>Построение нескольких рядов данных</i> .....	24
<i>Трёхмерные графики</i> .....	25
<i>Вращение трёхмерных графиков мышью</i> .....	25
<i>Построение трёхмерных графиков</i> .....	25
<i>Форматирование трёхмерных графиков</i> .....	28
<i>Создание анимации графиков</i> .....	30
<i>Символьные вычисления в Mathcad</i> .....	32
<i>Использование панели Символы</i> .....	34
<i>Использование меню Символика</i> .....	34
<i>Матричные вычисления</i> .....	36
<i>Способы осуществления матричных вычислений</i> .....	36
<i>Создание матрицы путем ввода ее элементов</i> .....	36
<i>Нумерация элементов матрицы</i> .....	36
<i>Матричные операторы</i> .....	37
<i>Встроенные матричные функции</i> .....	37
<i>Решение уравнений и систем уравнений</i> .....	39

<i>Символьное решение алгебраических уравнений.....</i>	39
<i>Численное решение уравнений и систем уравнений .....</i>	40
<i>Функции решения алгебраических уравнений и систем.....</i>	40
<i>Решение нелинейных систем уравнений.....</i>	42
<i>Матричные способы решения линейных систем уравнений .....</i>	43
<i>Интегрирование в Mathcad.....</i>	44
<i>Дифференцирование в Mathcad .....</i>	44
<i>Решение дифференциальных уравнений.....</i>	46
<i>Встроенные функции для решения ОДУ и систем ОДУ .....</i>	46
<i>ОДУ первого порядка .....</i>	47
<i>Системы ОДУ 1 порядка .....</i>	48
<i>Дифференциальные уравнения порядка выше первого .....</i>	49
<i>Справочная система Mathcad .....</i>	51
<i>Лабораторная работа №1 .....</i>	52
<i>РГР №1 .....</i>	56
<i>Лабораторная работа №2 .....</i>	57
<i>РГР №2 .....</i>	61
<i>Лабораторная работа №3 .....</i>	63
<i>РГР №3 .....</i>	67
<i>Лабораторная работа №4 .....</i>	68
<i>Содержание .....</i>	70

В авторской редакции.

Подписано в печать . Формат 64×84 1/16.

Усл. печ. л. 4,2. Тираж 100. Заказ .

Издательско-полиграфический комплекс ВГСХА «Нива»

400002, Университетский пр. т., 26

