

25 - mavzy: Fazoda to'g'ri chiziqlarning berilish usullari. To'g'ri chiziqlarning fazoda o'zaro joylashuvi.

Darsda yechiladigan misollar

1-misol. Berilgan $N_0(-1, 3, 7)$ nuqtadan o'tib, $\vec{p}(3, -2, 4)$ vektorga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish. (18.3) formulaga boshlang'ich N_0 nuqtaning va $\vec{p}$ yo'naltiruvchi vektor koordinatalarini qo'yib topamiz:

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-7}{4}$$

2-misol. $N_0(1, 0, 4)$ nuqtadan o'tadigan va $\vec{p}(1, -3, 2)$ vektorga parallel to'g'ri chiziqlarning parametrik va kanonik tenglamalarini yozib, uning ikkita nuqtasini toping.

Yechish. Bunda $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $z_0 = -4$ va $l = 1$, $m = -3$, $n = 2$. (18.2) va (18.3) formulalardan foydalansak,

$$\begin{aligned} x &= 1 + t \\ y &= -3t \\ z &= -4 + 2t \end{aligned} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+4}{2}$$

parametrik va kanonik tenglamalarga ega bo'lamiz.

Endi to'g'ri chiziqlarning M_0 nuqtasidan boshqa ikkita nuqtasini topish uchun t parametrga qiymat berishimiz kerak.

$t = 1$ deb olsak, $x = 1 + 1 = 2$, $y = -3$, $z = -2$. $M_1(2, -3, -2)$.

$t = -1$ deb olsak, $x = 0$, $y = 3$, $z = -6$. $M_2(0, 3, -6)$.

3-misol. Berilgan

$$d: \begin{cases} 2x - y + z - 4 = 0 \\ x + y + 5z - 2 = 0 \end{cases}$$

to'g'ri chiziqlarning kanonik tenglamasini yozing.

Yechish. d to'g'ri chiziqqa qarashli N_0 nuqtani topamiz. Buning uchun $z = 0$ deb

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$$

sistemadan $x = 2$, $y = 0$ topamiz. $N_0(2, 0, 0)$. (18.6) formuladan foydalanib,

$$\frac{x-2}{\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{y}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{z}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}$$

yoki

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}.$$

4-misol. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlarini aniqlang.

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 7 + t, \\ z = 3 + 4t. \end{cases} \quad d_2 : \begin{cases} x = 6 + 3t, \\ y = -1 - 2t, \\ z = -2 + t. \end{cases}$$

Yechish. d_1 to'g'ri chiziq uchun: $M_1(1, 7, 3)$, $\vec{p}_1(2, 1, 4)$. d_2 to'g'ri chiziq uchun: $M_2(6, -1, -2)$, $\vec{p}_2(3, -2, 1)$. Bular uchun (17.6) shartni sinab ko'raylik.

$$(\overrightarrow{M_1 M_2} \vec{p}_1 \vec{p}_2) = \begin{vmatrix} 5 & -8 & -5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

demak, bu to'g'ri chiziqlar bir tekislikda yotadi. Lekin $\vec{p}_1$ va $\vec{p}_2$ vektorlarning koordinatalari proporsional emas, demak bu vektorlar kollinear emas. Bundan d_1 va d_2 to'g'ri chiziqlarning kesishishi kelib chiqadi.

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. Berilgan $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislik berilgan CE kesmaning kesishish shartini yozing.

2. Uchta tekislik

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ularning bir nuqtada kesishish shartini toping.

3. Ikkita parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqlar

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular hosil qilgan burchakning bissektrisalari tenglamalarini tuzing.

4. Berilgan $M(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi va $y = kx + b$ to'g'ri chiziq bilan ma'lum φ burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

5. Uchta to'g'ri chiziq

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

$$A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ularning bir nuqtada kesishish shartini toping.

6. Ikkita parallel bo'lmagan tekisliklar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular hosil qilgan ikki yoqli burchaklar uchun bissektorial tekisliklar tenglamalarini tuzing.

7. Ikkita parallel bo'lmagan tekisliklar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalarning tekisliklar hosil qilgan ikki yoqli burchaklarga nisbatan holatini aniqlang.

8. Ikkita parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqlar

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, koordinata boshi va berilgan $M_1(x_1, y_1)$ nuqtaning to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchaklarga nisbatan holatini aniqlang.

9. Berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan o'tuvchi va $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning tenglamasini yozing.

10. To'g'ri chiziq $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{p}$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, bu

to'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan o'tuvchi tekislik tenglamasini yozing.

11. Affin koordinatalar sistemasini aniqlovchi bazis vektorlari orasidagi burchak $\frac{\pi}{3}$ ga teng bo'lsa, $4x - 5y + 7 = 0$ va $9x + 4y - 11 = 0$ tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

12. Affin koordinatalar sistemasi o'qlari orasidagi burchak $\frac{\pi}{3}$ ga teng bo'lsa, uchlari $A(-1, 2)$, $B(1, 1)$, $C\left(2, -\frac{5}{2}\right)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning AB tomoni va C uchidan tushirilgan medianasi orasidagi burchakni toping.

13. Quyidagi uchta to'g'ri chiziq bitta nuqtada kesishadimi: $3x - y - 1 = 0$, $2x - y + 3 = 0$, $x - y + 7 = 0$?

14. Ikkita to'g'ri chiziq $x - 3y + 10 = 0$, $2x + y - 8 = 0$ tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar orasidagi qismi $P(0,1)$ nuqtada teng ikkiga bo'linuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

15. Uchburchak tomonlari $2x - y + 3 = 0$, $x + 5y - 7 = 0$ va $3x - 2y + 6 = 0$ tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, uning balandliklari tenglamalarini tuzing.

16. To'rtburchak tomonlari $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 12 = 0$ tenglamalari bilan berilgan. To'rtburchak diagonallari tenglamalarini tuzing.

17. Uchburchak tomonlari $2x - 5y - 2 = 0$, $x + y - 8 = 0$, $5x - 2y - 5 = 0$ tenglamalar bilan berilgan. Uchburchak ichida shunday nuqta topingki, bu nuqta bilan uchburchak uchlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar uchburchakni teng yuzali uchburchaklarga ajratsin.

18. To'g'ri chiziq $12x + 5y - 52 = 0$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga parallel va undan 2 birlik masofada bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

19. Ikkita ayqash to'g'ri chiziq $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ va $\frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ tenglamalar bilan berilgan. Ularning umumiy perpendikulyari tenglamasi tuzilsin.

20. To'g'ri chiziq $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga koordinata boshidan tushirilgan perpendikulyar tenglamasini tuzing.

21. To'g'ri chiziq $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga $A(4,0,-1)$ nuqtadan tushirilgan perpendikulyar tenglamasini tuzing.