

## 24 – mavzu: To'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida tekislikka doir ba'zi masalalar

**1-misol.**  $N(1, 1, -2)$  nuqtadan o'tib,  $2x + 3z = 0$  va  $x - y + z - 1 = 0$  tekisliklarga perpendikulyar tekislik tenglamasini tuzing.

Yechish. Izlangan tekislik tenglamasi

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad \vec{n}(A, B, C) \quad (*)$$

bo'lsin. Masala shartlarini qanoatlantiruvchi  $A, B, C$  koeffitsiyentlarni va  $D$  ni topish yetarlidir.  $N$  nuqta izlangan tekislikda yotadi.

$A \cdot 1 + B \cdot 1 + C \cdot (-2) + D = 0$ . Berilgan har ikkala tekislikka perpendikulyar. Demak,  $\vec{n}$  vektor bu tekisliklarning  $\vec{n}_1(2, 0, 3)$  va  $\vec{n}_2(1, -1, 1)$  normal vektorlariga perpendikulyar bo'ladi, ya'ni

$$\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 2A + 3C = 0,$$

$$\vec{n} \cdot \vec{n}_2 = A - B + C = 0,$$

$$N \in T \Rightarrow A + B - 2C + D = 0.$$

Bu tengliklardan  $A = -\frac{3}{8}D$ ,  $B = -\frac{1}{8}D$ ,  $C = \frac{1}{4}D$  qiymatlarni (\*) tenglamaga qo'yib,  $D \neq 0$  bo'lib, izlangan tekislik tenglamasini topamiz.

$$3x + y - 2z - 8 = 0.$$

**2-misol.** Koordinatalar boshidan  $T: Ax + By + Cz + D = 0$  tekislikkacha bo'lgan masofani toping.

$$\rho(M_0, T) = \frac{|D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

2-misol.  $M_0(2, -2, 1)$  nuqtadan  $2x + y + 2z - 7 = 0$  tekislikkacha bo'lgan masofani toping.

Yechish. (17.2) formuladan

$$\rho(M_0, T) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{|-3|}{3} = 1.$$

**3-misol.**

$$T_1: \sqrt{3}x + y - 3 = 0$$

$$T_2: 2x + 2\sqrt{3}y - 2\sqrt{2}z + 15 = 0$$

tekisliklar orasidagi burchakni toping.

Yechish. (17.4) formuladan foydalanib, quyidagilarni topamiz.

$$\cos \varphi = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

bundan  $\varphi = 45^\circ$ . Qolgan uchta burchaklarni topish mumkin.

### ***Mustaqil ish uchun topshiriqlar***

1. Berilgan  $Ax + By + Cz + D = 0$  tekislik berilgan  $CE$  kesmaning kesishish shartini yozing.

2. Uchta tekislik

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ularning bir nuqtada kesishish shartini toping.

3. Ikkita parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqlar

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular hosil qilgan burchakning bissektrisalari tenglamalarini tuzing.

4. Berilgan  $M(x_0, y_0)$  nuqtadan o'tuvchi va  $y = kx + b$  to'g'ri chiziq bilan ma'lum  $\varphi$  burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

5. Uchta to'g'ri chiziq

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

$$A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ularning bir nuqtada kesishish shartini toping.

6. Ikkita parallel bo'lmagan tekisliklar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular hosil qilgan ikki yoqli burchaklar uchun bissektorial tekisliklar tenglamalarini tuzing.

7. Ikkita parallel bo'lmagan tekisliklar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, berilgan  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  va  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  nuqtalarning tekisliklar hosil qilgan ikki yoqli burchaklarga nisbatan holatini aniqlang.

8. Ikkita parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqlar

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, ,$$

$$A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, koordinata boshi va berilgan  $M_1(x_1, y_1)$  nuqtaning to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchaklarga nisbatan holatini aniqlang.

9. Berilgan  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  nuqtadan o'tuvchi va  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$  tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning tenglamasini yozing.

10. To'g'ri chiziq  $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{p}$  tenglama bilan berilgan bo'lsa, bu

to'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  nuqtadan o'tuvchi tekislik tenglamasini yozing.

11. Affin koordinatalar sistemasini aniqlovchi bazis vektorlari orasidagi burchak  $\frac{\pi}{3}$  ga teng bo'lsa,  $4x - 5y + 7 = 0$  va  $9x + 4y - 11 = 0$  tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

12. Affin koordinatalar sistemasi o'qlari orasidagi burchak  $\frac{\pi}{3}$  ga teng bo'lsa, uchlari  $A(-1, 2)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C\left(2, -\frac{5}{2}\right)$  nuqtalarda bo'lgan uchburchakning  $AB$  tomoni va  $C$  uchidan tushirilgan medianasi orasidagi burchakni toping.

13. Quyidagi uchta to'g'ri chiziq bitta nuqtada kesishadimi:  $3x - y - 1 = 0$ ,  $2x - y + 3 = 0$ ,  $x - y + 7 = 0$ ?

14. Ikkita to'g'ri chiziq  $x - 3y + 10 = 0$ ,  $2x + y - 8 = 0$  tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar orasidagi qismi  $P(0, 1)$  nuqtada teng ikkiga bo'linuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

15. Uchburchak tomonlari  $2x - y + 3 = 0$ ,  $x + 5y - 7 = 0$  va  $3x - 2y + 6 = 0$  tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, uning balandliklari tenglamalarini tuzing.

16. To'rtburchak tomonlari  $x - y = 0$ ,  $x + 3y = 0$ ,  $x - y - 4 = 0$ ,  $3x + y - 12 = 0$  tenglamalari bilan berilgan. To'rtburchak diagonallari tenglamalarini tuzing.

17. Uchburchak tomonlari  $2x - 5y - 2 = 0$ ,  $x + y - 8 = 0$ ,  $5x - 2y - 5 = 0$  tenglamalar bilan berilgan. Uchburchak ichida shunday nuqta topingki, bu nuqta bilan uchburchak uchlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar uchburchakni teng yuzali uchburchaklarga ajratsin.

18. To'g'ri chiziq  $12x + 5y - 52 = 0$  tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga parallel va undan 2 birlik masofada bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

19. Ikkita ayqash to'g'ri chiziq  $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$  va  $\frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$  tenglamalar bilan berilgan. Ularning umumiy perpendikulyari tenglamasi tuzilsin.

20. To'g'ri chiziq  $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$  tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga koordinata boshidan tushirilgan perpendikulyar tenglamasini tuzing.

21. To'g'ri chiziq  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$  tenglama bilan berilgan bo'lsa, unga  $A(4,0,-1)$  nuqtadan tushirilgan perpendikulyar tenglamasini tuzing.