

23 - mavzy: Tekislikning koordinatalar sistemasiga nisbatan vaziyatini tekshirish. Ikkita va uchta tekislikning o'zaro joylashuvi. Tekisliklar dastasi va bog'lami.

1-misol. Ikkita T_1, T_2 tekislik ushbu

$$T_1: 2x + 5y + 4z + 15 = 0$$

$$T_2: 6x - 3y + 2 = 0$$

tekisliklarning o'zaro vaziyatini aniqlang.

Yechish. Tenglama koeffitsiyentlaridan quyidagi matritsalar tuziladi.

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 6 & 0 & -3 \end{pmatrix}, M' = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 & 15 \\ 6 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = -30 \Rightarrow r = 2 \text{ va } r' = 2.$$

Demak, berilgan tekisliklar kesishadi.

2-misol. Biror affin koordinatalar sistemasida uchta tekislik ushbu

$$T_1: 2x - y + z - 4 = 0$$

$$T_2: x + y - z - 2 = 0$$

$$T_3: 2x - y + 3z - 6 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan tekisliklarning vaziyatini aniqlang, agar kesishsa kesishgan nuqtaning koordinatalarini toping.

Yechish. Ushbu asosiy va kengaytirilgan

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, M' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

matritsalarini tuzib, ularni ranglarini hisoblaymiz.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 \neq 0 \Rightarrow r = 3$$

demak $r = r' = 3$. Bundan T_1, T_2, T_3 tekisliklar bir nuqtada kesishadi. Kesishgan nuqtaning koordinatalarini topaylik. Buning uchun tekislik tenglamalarini sistema qilib yechib, kesishgan nuqta koordinatalari $(2, 1, 1)$ ni topamiz.

3-misol. $A(2, 3, 1)$ nuqtadan va $x + y - 2z + 1 = 0$ va $2x - y + z - 4 = 0$ tekisliklar bilan

aniqlangan to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.

Yechish. Berilgan tekisliklar yordamida aniqlangan dasta tenglamasini yozamiz.

$$\lambda(x+y-2z+1)+\mu(2x-y+z-4)=0$$

Dasta tekisligi A nuqtadan o'tish shartidan foydalanib, $\frac{\lambda}{\mu}$ ni topamiz.

$$\lambda(2+3-2\cdot 1+1)+\mu(2\cdot 2-3+1-4)=0$$

$$4\lambda-2\mu=0\Rightarrow\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1}{2}.$$

Izlangan tekislik $x+y-2z+1+2(2x-y+z-4)=0$ yoki $5x-y-7=0$.

4-misol. $M_0(2, -3, 1)$ nuqtadan o'tuvchi va $3x-4y+z+15=0$ tekislikka parallel tekislik tenglamasini yozing.

Yechish. Berilgan tekislik bilan aniqlangan parallel tekisliklar dasta tenglamasini yozaylik.

$$3x-4y+z+\lambda=0$$

M_0 nuqta bu tekislikda yotishi kerak. $3\cdot 2-4\cdot(-3)+1+\lambda=0$. Bundan $\lambda=-19$ topiladi. Shunday qilib, izlangan tekislik tenglamasi $3x-4y+z-19=0$.

1. Uchta tekislik

$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0,$$

$$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0,$$

$$A_3x+B_3y+C_3z+D_3=0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ularning bir nuqtada kesishish shartini toping.

2. Ikkita parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqlar

$$A_1x+B_1y+C_1=0,$$

$$A_2x+B_2y+C_2=0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular hosil qilgan burchakning bissektoralari tenglamalarini tuzing.

3. Berilgan $M(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tuvchi va $y=kx+b$ to'g'ri chiziq bilan ma'lum φ burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

4. Uchta to'g'ri chiziq

$$A_1x+B_1y+C_1=0,$$

$$A_2x+B_2y+C_2=0,$$

$$A_3x + B_3y + C_3z = 0$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ularning bir nuqtada kesishish shartini toping.

1. Ikki parallel bo'lmagan tekisliklar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular hosil qilgan ikki yoqli burchaklar uchun bissektorial tekisliklar tenglamalarini tuzing.

2. Ikki parallel bo'lmagan tekisliklar

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalarning tekisliklar hosil qilgan ikki yoqli burchaklarga nisbatan holatini aniqlang.

3. Berilgan $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislik berilgan $\overline{CE}$ kesmani kesishi shartini yozing.

11. Berilgan $M_1(x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan o'tuvchi va $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikga perpendikulyar to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12. Tomonlari $18x + 6y - 17 = 0$, $14x - 7y + 15 = 0$, $5x + 10y - 9 = 0$ tenglamalar bilan berilgan uchburchakning burchaklarini toping.

13. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasini toping:

1) $8x - 3y - 1 = 0$, $4x + y - 13 = 0$

2) $3x + 7y - 15 = 0$, $9x + 21y - 32 = 0$

3) $5x - 2y + 13 = 0$, $x + 3y - 11 = 0$

14. Quyidagi uchta to'g'ri chiziqlar bir nuqtadan o'tadimi:

1) $3x - y - 1 = 0$, $2x - y + 3 = 0$, $x - y + 7 = 0$

2) $x + 3y - 1 = 0$, $5x + y - 10 = 0$, $3x - 5y - 8 = 0$

3) $3x - y + 6 = 0$, $4x - 3y - 5 = 0$, $2x - y + 5 = 0$?

15. Uchburchak tomonlari $x + 2y + 3 = 0$, $3x - 7y + 9 = 0$, $5x - 3y - 11 = 0$ tenglamalar bilan berilgan. Uchburchakning balandliklari kesishgan nuqtani toping.

16. To'rtburchak tomonlari

$$x + 3y = 0, \quad x - y = 0, \quad x - y - 4 = 0, \quad 3x + y - 12 = 0$$

tenglamalar bilan berilgan. To'rtburchakning diagonalari tenglamasini tuzing.

17. To'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni aniqlang.

$$\begin{cases} 3x - 4y - 2z = 0, \\ 2x + y - 2z = 0 \end{cases} \text{ va } \begin{cases} 4x + y - 6z - 2 = 0, \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$$

18. Ushbu $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ va $\frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ to'g'ri chiziqlarga

umumiy perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

19. Quyidagi to'g'ri chiziq va tekislikning kesishish nuqtasini toping.

1) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$ va $3x - 3y + 2z - 5 = 0$

2) $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ va $x + 2y - 4z + 1 = 0$

3) $\frac{x-7}{5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{4}$ va $3x - y + 2z - 5 = 0$

20. Berilgan $(3,1,-2)$ nuqtadan va $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ to'g'ri chiziqdan

o'tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.