

тининг биринчи сатридаги ҳамма ҳарфлардан иборат булсин. Бу таърифни икки хил тушуниш мумкин. Бир томондан, гап бу сатрдаги ҳамма ҳарфлардан ташкил топган тўплам ҳақида бориши мумкин, бунда ҳар бир ҳарф бу сатрда неча марта учраса, бу тўпламга ҳам шунча марта киради (ҳарфларни бир-биридан ажратиниш учун уларга номер қўйиш мумкин):

М₁, О₁, Ё₁, Д₁, Я₁, Д₂, Я₂, С₁, А₁, М₂,
Ы₁, Х₁, Ч₁, Е₁, С₂, Т₁, Н₁, Ы₂, Х₂, П₁,
Р₁, А₂, В₁, И₁, Л₁.

Лекин гап фақат бу сатрда учраган ўзбек алфавитининг ҳар хил ҳарфлари ҳақида борапти дейиш ҳам мумкин. Бу ҳолда такрорланаётган ҳарфларни ташлаб юбориб, тўплам ушбу ҳарфлардан иборат дейиш мумкин:

М, О, Ё, Д, Я, С, А, Ы, Х, Ч, Е, Т, Н, П, Р, В, И, Л.
Бу икки тўпламнинг бир-биридан фарқлилиги кўриниб турибди.

СОҶОЛИНИ ОЛСИНМИ ЁКИ ОЛМАСИНМИ?

Ҳар доим ҳам тўплам тартибини аниқлашнинг қийинлигига сўз бойлигимизнинг камлиги сабабчи бўлавермайди. Баъзан бунинг сабаби чуқурроқ бўлиши ҳам мумкин. Қуйидаги мисолни келтирамиз.

Одатда тўпламнинг ўзи ўзининг хусусий элементи бўлмайди (масалан, ҳамма натурал сонлар тўплами натурал сон бўла олмайди, ҳамма учбурчаклар тўплами учбурчак бўла олмайди ва ҳоказо). Умуман айтганда, тўплам элементларининг табиати ихтиёрий бўлади ва шунинг учун ўзини элементларидан бири сифатида ўз ичига оладиган тўпламларни текширсак, ҳеч ким қаршилик кўрсатмайди-ку. Бундай тўпламлар жуда кам ўрганилгани учун уларни *экстраординар* тўпламлар, қолган ҳамма тўпламларни эса *ординар* тўпламлар деб атаймиз.

Энди элементлари ҳамма ординар тўпламлардан иборат бўлган А тўпламни тузамиз. Биринчи қарашда бунда ҳеч қандай ёмон нарсa йўқдек туюлади, нима учун „ҳамма ординар тўпламлар тўплами“ деган ибора „ҳамма учбурчаклар тўплами“ деган иборадан ёмонлиги ҳеч кўринмайди. Лекин бу ерда ҳақиқатда ҳам,

жудада мантиқий қарама-қаршилик келиб чиқмоқда. Ҳисси қилинган А тўпламнинг ўзи қандай тўплам — ординар тўпламми ёки экстраординар тўпламми эканини аниқлашга уриниб кўрамиз. Агар ординар булса, у битта элемент сифатида узига тегиши бўлади (ахир биз



Соқолини олсамми ёки олмасамми?

ҳамма ординар тўпламларни бирга тўпладик). Лекин таърифга кўра бу тўплам экстраординар бўлади. Агар А тўплам экстраординар бўлса, у ҳолда экстраординарлик таърифига кўра у ўзининг хусусий элементи бўлиши керак, лекин А тўпламнинг элементлари орасида фақат ординар тўпламлар бўлиб, биз экстраординар тўпламларни олганимиз йўқ!

Ҳал қилиб бўлмайдиган мантиқий қарама-қаршилик келиб чиқди — А тўплам ординар ҳам, экстраординар ҳам бўли олмайди. Ваҳолонки, бундай мантиқий қарама-қаршилик анча содда ҳолларда ҳам келиб чиқади.

Масалан, бир солдатга ўз взводидаги фақат соқолини ўзи ололмайдиган солдатларнинг соқолини олишни буюриптилар. Энди унинг соқолини ким олади, деган савол туғилади. Агар у ўз соқолини олишни билса, у ҳолда уни соқолини ола биладиган солдатлар қаторига киритиш керак, бундай солдатларнинг соқолини олишга унинг ҳақи йўқ. Агар у ўзининг соқолини олмас, у ҳолда у соқолини ўзи ололмайдиган солдатлар қаторига киради, у ҳолда буйруқ бўйича у ўзининг соқолини олиши керак.

Бундан бошқа мисоллар ҳам маълум, биринчи қарашда тўплам тўла аниқлангандек туюлади, лекин у жуда ёмон аниқланган, туғрироғи бутунлай аниқланмаган дейиш мумкин. Масалан, A тўплам икки юздан ошмайдиган сўзлар билан аниқлаш мумкин бўлган ҳамма ҳақиқий сонлардан тузилган бўлсин (бу тўпламга „ноль“, „бир“, „икки“ ва ҳоказолар ҳам тегишлидир).

Рус тилидаги ҳамма сўзлар тўплами чекли бўлгани учун (соддалик учун фақат Ожеговнинг луғатидаги сўзлар ва уларнинг грамматик формаларини оламиз), бундай ҳақиқий сонлар тўплами ҳам чекли бўлади, демак, уни тартиб билан номерлаш мумкин. Бу номерлаш бажарилган ва N сони қуйидагича аниқланган деб фараз қилайлик. Бу сон

$$N = 0, n_1 n_2 n_3 \dots n_k \dots$$

кўринишда бўлади. Агар бунда A тўплагини k - соннинг k - ўнли рақами 1 дан фарқли ихтиёрий рақам бўлса, у ҳолда биз $n_k = 1$ деб оламиз. Агар k - соннинг k - ўнли рақами бирга тенг бўлса, у ҳолда $n_k = 2$ деб оламиз.

Бу вақтда N сони A тўплагининг k - сонига тенг бўлмайди, чунки у k - ўнли рақамидан фарқ қилади. k - ихтиёрий сон бўлгани учун N сони A тўплагининг ҳеч қандай элементига тенг була олмайди ва, демак, A тўплагига тегишли эмас. Лекин N бу тўплагига тегишли бўлиши керак, чунки биз N тўплагини икки юздан ошмайдиган сўзлар ёрдамида туздик.

Бу зиддият билан қуйидаги савол узвий боғланган:
Юзтадан кам русча сўздан ташкил топган ибора ёрдамида аниқлаб бўлмайдиган энг кичик бутун сон қандай?

Рус тилидаги сўзлар сони чекли бўлгани учун, бундай сон бор, демак, юзтадан кам сўздан ташкил топган

ибора борамида аниқлаб бўлмайдиган сон мавжуд. Лекин бундай сонлар ичида энг кичиги ҳам бор.

Нисбатини томонидин, бу сон мавжуд эмас, чунки сонни таърифида зиддият бор. Ҳақиқатда ҳам, бу сон борамида курси билан терилган ва юзтадан кам сўздан борамида тулган ибора билан аниқланади, лекин таърифида кўра, бундай сон айтилган ибора билан берилиши мумкин эмас.

Тўпламлар назариясида тўплам таърифининг ўзида зиддиятлар бўлган ҳоллар жуда кўп. Қандай шартлар назариясида бундай ҳоллар бўлиши масаласини текшириш, мантиқ соҳасида жуда чуқур текширишларга олиб келди, бу текширишлар мантиқ фанининг қиёфасини жуда ҳам узгартариб юборди. Бундай текширишларнинг кўпчилиги кейинчалик ҳисоблаш машиналари назариясини ҳамда автоматлар назариясини яратишда ва билимларда ишлатилди. Лекин бу текширишлар математик мантиққа тегишли бўлгани учун биз уни ҳозир қолдирамиз.

Биз бундан кейин аниқ, зиддиятга олиб келмайдиган қилиб берилган ва шубҳа туғдирмайдиган (масалан, ҳамма натурал сонлар тўплами текисликдаги ҳамма нуқталар тўплами ва ҳоказо) тўпламларни текши-