

Мисоллар

МИСОЛЛАР. 1. S_3 нинг барча элементларини топинг.

$$\Delta \quad \varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\varphi_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Демак, S_3 нинг элементлари $3! = 6$ та экан. ∇

2. $\varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in S_3$ — 3 - даражали ўринга кўйишларнинг $\varphi_2 \cdot \varphi_1$ ва $\varphi_1 \cdot \varphi_2$ кўпайтмаларини топинг.

$$\Delta \quad \varphi_1 \cdot \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\varphi_2 \cdot \varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Демак, $\varphi_2 \cdot \varphi_1 \neq \varphi_1 \cdot \varphi_2$. Бундан умумий ҳолда ўринга кўйишларни кўпайтириш коммутативлик хоссосига эга эмас деган ҳулосага келамиз. ∇

3. S_3 даги ҳамма жуфт ва тоқ ўринга кўйишларнинг сонларини топинг.

Δ φ_1 даги тартибсизлик йўқ. φ_2 да $\{3; 2\}$ — битта тартибсизлик бор. Шу каби φ_3 да ҳам $\{2, 1\}$ — битта. φ_4 да $\{2, 1\}, \{3, 1\}$ — иккита тартибсизлик бор. $\varphi_1, \varphi_4, \varphi_5$ лар жуфт, $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_6$ — лар тоқ ўринга кўйишлар экан. ∇

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 12 & 31 & 62 \\ 122 & 315 & 623 \end{vmatrix} \quad \text{3-тартибли детерминантни ҳисобланг.}$$

$$\Delta \quad \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 120 & 310 & 620 \\ 120+2 & 310+5 & 620+3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 120 & 310 & 620 \\ 120 & 310 & 620 \end{vmatrix} + \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 120 & 310 & 620 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 120 & 310 & 620 \\ 120+2 & 310+5 & 620+3 \end{vmatrix} \\
&= \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 120 & 310 & 620 \\ 120 & 310 & 620 \end{vmatrix} + \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 120 & 310 & 620 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = \\
&= \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 12 & 31 & 62 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 10+2 & 30+1 & 60+2 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 10 & 30 & 60 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = \\
&= 3 + 12 + 60 - 18 - 10 - 12 = 35 . \nabla
\end{aligned}$$

Ушбу детерминантни детерминант хоссаларидан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned}
&\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 4 \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \\
&= 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 11 \end{vmatrix} = 2(1 \cdot (-1) \cdot (-11)) = 22
\end{aligned}$$

Қуйидаги детерминантлар ҳисоблансин.

- 1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix}$; 4) $\begin{vmatrix} a & c+di \\ c-di & b \end{vmatrix}$;
- 5) $\begin{vmatrix} a+bi & c+di \\ -c+di & a-bi \end{vmatrix}$; 6) $\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}$; 7) $\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}$;
- 8) $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{2} & 2-\sqrt{5} \\ 2+\sqrt{5} & 1-\sqrt{2} \end{vmatrix}$; 9) $\begin{vmatrix} a+b & b+d \\ a+c & c+d \end{vmatrix}$; 10) $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}$;

$$\begin{array}{ll}
 11) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}; & 12) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}; & 13) \\
 \begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix}; & & \\
 14) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}; & 15) \begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & cd \\ 1 & c & ab \end{vmatrix}; & 16) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}; \\
 17) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -2 & 2 & 7 \end{vmatrix}; & 18) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}; & 19) \\
 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & -3 & -1 \\ 6 & 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}; & &
 \end{array}$$

Мисоллар

Мисоллар. 1. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ детерминантни 3- сатри бўйича ёйиб

ЧИҚИНГ.

$$\Delta \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} + (-3)(-1)^{3+4} \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$(-2)(-4 + 4 + 0 + 0 - 8 - 1) + 3(0 - 6 - 3 + 0 - 12 - 3) = (-2)(-9) + 3(-24) = 18 - 72 = -54.$$

МУСТАҚИЛ ИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

Қуйдаги детерминантларни мақсадга мувофиқ танлаб олинган сатри (устун) элементлари бўйича ёйиб ҳисоблансин.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ 1 & x & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y & 0 \\ 1 & 0 & 0 & z \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ a' & 1 & 0 & 0 \\ b' & 0 & 1 & 0 \\ c' & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad 9) \begin{vmatrix} 1 & x & x & x \\ 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & 0 & c \end{vmatrix}.$$