Kompleks sonning geometrik tasviri, trigonometrik shakli. Kompleks sondan ildiz chiqarish

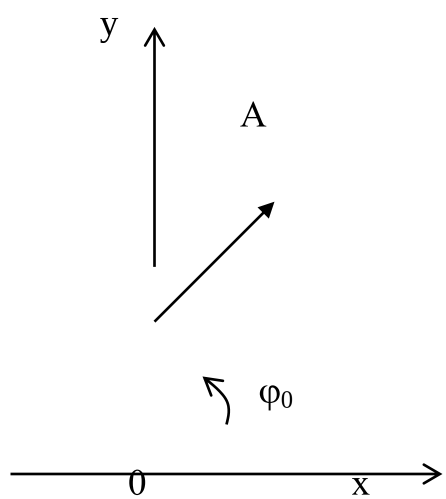
Reja:

- Kompleks sonning geometrik tasviri.
- Kompleks sonning trigonometrik shakli.
- Birning n- darajali ildizlari.
- Kompleks sonning n- darajali ildizlari.

Har bir $a+bi$ kompleks songa tekislikda (a,b) nuqtani mos qo'ysak, kompleks sonlar maydoni bilan tekislik orasida biektiv moslik o'rnatiladi. (tekshiring) Shunday qilib, har bir kompleks songa tekisilikdagi yagona nuqta mos qo'yiladi. Bu nuqta <u>kompleks sonning geometrik tasviri</u> deyiladi. Bu nuqtani koordinatalar boshi bilan tutashtirsak, boshi koordinatalar boshida, uchi esa (a,b) koordinatali nuqtada bo'lgan $\overrightarrow{OA}$ vektor hosil bo'ladi. Bu vektorning uzunligi esa $a+bi$ kompleks sonning moduliga tengligi ayon.

Har bir bi kompleks songa Oy o'qida $(0,b)$ nuqta mos keladi. Bu o'qni <u>mavxum o'q deb</u> ataymiz. Ox o'qni <u>xaqiqiy o'q</u> deymiz. Qo'shma kompleks sonlar Ox o'qiga nisbatan simmetrik nuqtalar orqali ifoda qilinadi, qarama-qarshi kompleks sonlar esa koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik nuqtalar orqali ifoda qilinadi.

Moduli r ga teng bo'lgan barcha kompleks sonlarning geometrik o'rni, radiusi r ga teng, markazi koordinata boshida yotuvchi aylanadan iboratdir. Kompleks sonlarni qo'shish vektorlarni qo'shishdagi parallelogramm qoidasi bilan bajarilishini ko'rish qiyin emas.



OA vektorning Ox o'qini musbat yo'nalishi soat strelkasi qarama-qarshi yo'nalishida hosil qilgan φ_q burchagi $a+bi$ kompleks sonning boshlang'ich argumenti deyiladi. Agar kompleks son birinchi chorakda bo'lsa, $\varphi_0 = arctg\ b/a$; II-chorakda bo'lsa, $\varphi_0 = \pi - arctg\,|b/a|$; III-chorakda bo'lsa, $\pi + arctg\ |b/a|$, IV- chorakda bo'lsa, $\varphi_0 = 2\pi - arctg\ |b/a|$ tengliklar bilan hisoblanadi. (1-rasmga qarang).

$\varphi = \varphi_0 + 2k\pi$ burchaklar kompleks sonining argumentlari deyiladi. $a+bi$ kompleks son berilgan bo'lib, r uning moduli φ esa argumenti bo'lsin, u holda $b = r\sin\varphi,\ b = r\cos\varphi$ tengliklarni ko'rsatish qiyin emas. Demak,

$a+bi=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$ tenglik o'rnili. Bu esa kompleks sonning trigonometrik ko'rinishi deyiladi.

37.1-teorema. $Z_1=r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)$, $z_2=r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)$ kompleks sonlar berilgan bo'lsin. U holda quyidagilar o'rinli:

$1^\circ\ z_1\cdot z_2=r_1\cdot r_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\sin(\varphi_1+\varphi_2))$

$2^\circ\ \dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2))+i\sin(\varphi_1-\varphi_2))$

Isbot: $1^\circ.\ z_1\cdot z_2=r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)\cdot r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)=r_1\cdot r_2$

$((\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_2-\sin\varphi_1\cdot\sin\varphi_2)+i(\cos\varphi_1\cdot\sin\varphi_2+\cos\varphi_2\cdot\sin\varphi_1))=$

$=r_1r_2(\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\sin(\varphi_1+\varphi_2))$

2° ni isbotini o'quvchilarga mustaqil isbotlash uchun mashq sifatida qoldiramiz.

37.2-natija. $z^n=(r(\cos\varphi+i\sin\varphi)^n=r^n(\cos n\varphi+i\sin n\varphi)$ bu formula Muavr formulasi deyiladi.

37.3-teorema. $z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$ kompleks son berilgan bo'lsin. Bundan r - kompleks sonning moduli $\varphi=\varphi_0+2k\pi$ kompleks sonning argumenti, φ_0 - boshlang'ich argumenti bo'lsin. U holda z - kompleks son n ta xar hil n- darajali kompleks ildizlarga ega bo'ladi va bu ildizlar quyidagi formula yordamida topiladi:

$$U_k=\sqrt[n]{r}(\cos\frac{\varphi_0+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\varphi_0+2k\pi}{n}),\ k=1,\ \ldots,\ n\text{-}1$$

Isbot: Faraz qilaylik, $T=\upsilon(\cos\theta+i\sin\theta)Z$ berilgan kompleks ildiz bo'lsin. U holda $\upsilon(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\upsilon^n(\cos^n\cdot\theta+i\sin n\cdot\theta)=r(\cos\varphi+i\sin\varphi),$ Bundan $\upsilon=\sqrt[n]{r};\ \theta\varphi/n=\dfrac{\varphi_0+2k\pi}{n}$ va $U_k=\sqrt[n]{r}(\cos\dfrac{\varphi_0+2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{\varphi_0+2k\pi}{n})$ kelib chiqadi.

$n=0,1...n-1.$ bo'lgandagina xar hil n ta ildizni beradi.

37.5-misol. 1ning 4-darajali kompleks ildizlarini toping.

Echish. $\sqrt[4]{1}=\sqrt[4]{\cos 2k\pi+i\sin 2k\pi}=\cos\dfrac{2k\pi}{4}+i\sin\dfrac{2k\pi}{4}, k=0,1,2,3.$

$$u_0=\cos 0+i\sin 0=1;$$
$$u_1=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}=i;$$

$$u_2=\cos\pi+i\sin\pi=-1;$$
$$u_3=\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}=-i.$$

37.6-misol. $\sqrt[3]{2+3i}$ ni hisoblang.

Echish. Avval $2+3i$ ni trigonometrik shaklga keltirib olamiz:

$$r=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}\quad \varphi_0=arctg\frac{3}{2}\quad 2+3i=\sqrt{13}(\cos(arctg\frac{3}{2})+i\sin(arctg\frac{3}{2})).$$

Hosil bo'lgan trigonometrik shakldagi kompleks sondan 3-darajali ildizlarni formula yordamida topamiz:

$$\sqrt[3]{\sqrt{13}(\cos(arctg\frac{3}{2})+i\sin(arctg\frac{3}{2}))}=\sqrt[6]{13}(\cos\frac{arctg\frac{3}{2}+2k\pi}{3}+i\sin\frac{arctg\frac{3}{2}+2k\pi}{3}, k=0,1,2.$$

Xar bir ildizni alohida ifodalaymiz:

$$v_0 = \sqrt[6]{13}(\cos\frac{arctg\frac{3}{2}}{3} + i\sin\frac{arctg\frac{3}{2}}{3});$$

$$v_1 = \sqrt[6]{13}(\cos\frac{arctg\frac{3}{2}+2\pi}{3} + i\sin\frac{arctg\frac{3}{2}+2\pi}{3});$$

$$v_2 = \sqrt[6]{13}(\cos\frac{arctg\frac{3}{2}+4\pi}{3} + i\sin\frac{arctg\frac{3}{2}+4\pi}{3}).$$

Takrorlash uchun savollar:

1. Kompleks sonning geometrik tasviri nimadan iborat?
2. Kompleks tekislik deganda qanday tekislikni tushunasiz?
3. Haqiqiy o'q, mavhum o'qlarni farqi nimada?
4. Kompleks sonlarni vektor ko'rinishida ifodalash mumkin-mi?
5. Geometrik ko'rinishdagi kompleks sonlarni qo'shish qanday bajariladi?
6. Kompleks sonning argumenti qanday aniqlanadi?
7. Kompleks son modulining geometrik ma'nosi nima?
8. Trigonometrik ko'rinishda berilgan kompleks sonlarni ko'paytirish, bo'lish amallari qanday bajariladi?
9. Kompleks sonning trigonometrik shaklga keltirish qanday amalga oshiriladi?
10. Birning n-darajali ildiziga ta'rif bering.

11. Birning n-darajali ildizlari soni nechta? Javobingizni asoslang.
12. Ixtiyoriy kompleks sondan n-darajali ildiz topish formulasini ifodalang.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами.
1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.

11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/

6. http://window.edu.ru/window/

7. http://lib.mexmat.ru;

8. http://www.mcce.ru,

9. http://lib.mexmat.ru

10. http://techlibrary.ru;