Chiziqli fazo. Chiziqli ko'pxillik. Izomorfizm

Reja:

- Vektorlar sistemasining chiziqli qobig'i.
- Chiziqli qobiqning asosiy xossalari
- Chiziqli ko'pxillik.
- Chiziqli ko'pxillikning asosiy xossalari.Izomorfizm.
- Vektor fazolar izomorfizmi.

$F = < F;+,\cdot,-,^{-1},0,1 >$ maydon ustida qurilgan $F^n = < F^n;+,\{\omega_\lambda \mid \lambda \in F\} >$ arifmetik vektor fazo va shu fazo vektorlaridan tuzilgan $\vec{a}_1,...,\vec{a}_n$ vektorlarning chekli sistemasi berilgan bo'lsin.

22.1.-Ta'rif. $\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+...+\alpha_n\vec{a}_n$ ($\alpha_i \in ¢$) ko'rinishdagi barcha chiziqli kombinatsiyalar to'plamiga $\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n$ vektorlarning chiziqli qobig'i deyiladi va u $L(\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n)$ ko'rinishda belgilanadi.

$\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n$ vektorlarning chiziqli qobig'i qo'shish va skalyarni vektorga ko'paytirish amallariga nisbatan yopiqligi bevosita tekshirish tekshirish orqali aniqlanadi.

22.2.-Teorema. $L(\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n)$ chiziqli qobiq vektor fazo tashkil etadi.

22.3.-Ta'rif. F^n vektor fazoning $L(\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n)$ fazoostisiga $\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n$ vektorlarga tortilgan yoki $\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n$ vektorlar orqali hosil qilingan fazoosti deyiladi.

Bo'sh to'plamning chiziqli qobig'i nol vektordan iborat to'plam bo'ladi.

22.4.-Misol. $\vec{a}_1=(2,3,1), \vec{a}_2=(-1,2,0), \vec{a}_3=(1,5,1)$ vektorlar sistemasining chiziqli qobig'i $L(\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3)=\{\lambda_1\vec{a}_1+\lambda_2\vec{a}_2+\lambda_3\vec{a}_3 \mid \lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\in R\}$ tashkil etgan chiziqli vektor fazoning bazisi berilgan vektorlar sistemasining bazisi (masalan, $\vec{a}_1,\vec{a}_2$)dan iborat bo'lib, o'lchovi vektorlar sistemasining rangi 2 ga teng.

22.5.-Teorema. Agar $\vec{b}_1,\vec{b}_2,...,\vec{b}_m$ sistemaning har bir vektori $\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n$ sistema orqali chiziqli ifodalansa, u holda $L(\vec{b}_1,\vec{b}_2,...,\vec{b}_m)\subset L(\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n)$ bo'ladi.

22.6.-Teorema. Agar $\vec{a}_1,\vec{a}_2,...,\vec{a}_n$ sistemaning rangi k bo'lsa, u holda $L(\vec{a}_1, \vec{a}_2,...,\vec{a}_n)$ chiziqli qobiq k o'lchovli bo'ladi.

F maydon ustida n-o'lchovli F^n fazoning W qism fazosi va $\vec{x}_0\in F^n$ vektor berilgan bo'lsin. $\forall\vec{y}\in W$ uchun $\vec{z}=\vec{x}_0+\vec{y}$ ko'rinishdagi vektorlar to'plamini H orqali belgilaylik.

22.7.-Ta'rif. $\vec{x}_0+W=\{\vec{x}_0+\vec{y} \mid \vec{x}_0\in F^n\}$ to'plamga W qism fazoning $\vec{x}_0$ vektorga siljitishdan hosil bo'lgan chiziqli ko'pxillik deyiladi va u $H=\vec{x}_0+W$ orqali belgilanadi.

$H=\vec{x}_0+W$ tenglik, W qismfazoning barcha vektorlariga $\vec{x}_0$ vektorni qo'shishdan H ning $\vec{z}$ vektorlari hosil bo'lishini ko'rsatadi.

22.8.-Misol. Dekart koordinatalar tekisligini ikki o'lchovli arifmetik vektor fazo ekanligi ma'lum. Uning qismfazosi sifatida koordinatalar boshidan o'tgan har qanday to'g'ri chiziqda yotuvchi vektorlar to'plamini olish mumkin. U holda chiziqli ko'pxillik sifatida qismfazo sifatida olingan to'g'ri chiziqni biror $\vec{x}_0$ vektorga parallel ko'chirishdan hosil bo'lgan to'g'ri chiziqni qarash mumkin.

$\mathcal{F}$ maydon ustidagi chekli o'lchovli ikkita V_n va V'_n chiziqli fazolar berilgan bo'lsin.

22.9.-Ta'rif. Agar V_n va V'_n chiziqli fazolar orasida shunday φ akslantirish mvjud bo'lib, u V_n ning har bir $\bar{x}$ vektorini V'_n ning yagona bitta $\bar{x}'$ vektoriga o'zaro bir qiymatli akslantirsa va quyidagi shartalar bajarilsa, V_n va V'_n fazolar o'zaro izomorf chiziqli fazolar deyiladi:

1) $\bar{x} \xrightarrow{\varphi} \bar{x}'$ va $\bar{y} \xrightarrow{\varphi} \bar{y}'$ dan $\bar{x}+\bar{y} \xrightarrow{\varphi} \bar{x}'+\bar{y}'$ kelib chiqsa, (bunda $\bar{x}+\bar{y} \in V_n$, $\bar{x}'+\bar{y}' \in V_n'$ $(\forall \bar{x}, \bar{y} \in V_n, \forall \bar{x}', \bar{y}' \in V_n')$);

2) $\bar{x} \xrightarrow{\varphi} \bar{x}'$ dan $\alpha\bar{x} \xrightarrow{\varphi} \alpha\bar{x}'$ kelib chiqsa, (bunda $\alpha\,\bar{x} \in V_n$, $\alpha\,\bar{x}' \in V_n'$ $(\forall \bar{x} \in V_n, \forall \alpha \in F, \bar{x}' \in V_n')$).

V_n va V'_n fazolarning izomorfizligi $V_n \cong V_n'$ ko'rinishida belgilanadi.

22.10.-Teorema. $\mathcal{F}$ maydon ustidagi n o'lchovli istalgan ikkita V_n va V_n' chiziqli fazolar izomorfdir.

Isboti. V_n va V_n' fazolarning bazislarini mos ravishda

$$\bar{e}_1,\ \bar{e}_2, \ldots, \bar{e}_n, \qquad (1)$$

$$\bar{e}_1',\ \bar{e}_2', \ldots, \bar{e}_n', \qquad (2)$$

orqali belgilaylik va V_n ning har bir $\bar{x} = \alpha_1\bar{e}_1 + \ldots + \alpha_n\bar{e}_n$ vektoriga V_n' ning mos koordinatalari teng bo'lgan $\bar{x}' = \alpha_1\bar{e}_1 + \ldots + \alpha_n\bar{e}_n$ vektorini mos qo'yamiz, ya'ni

$$\bar{x}=\alpha_1\bar{e}_1+\ldots+\alpha_n\bar{e}_n \xrightarrow{\varphi} \bar{x}'=\alpha_1\bar{e}'_1+\ldots+\alpha_n\bar{e}'_n \quad (3)$$

bunda $\alpha_i \in F(i=\overline{1,n})$. Bu φ akslantirish o'zaro bir qiymatlidir, chunki yana

$$\bar{y}=\beta_1\bar{e}_1+\ldots+\beta_n\bar{e}_n \xrightarrow{\varphi} \bar{y}'=\beta_1\bar{e}_1'+\ldots+\beta_n\bar{e}'_n \quad (4)$$

akslantirishni olib, $\bar{x}=\bar{y}$ desak, $\alpha_i=\beta_i(i=\overline{1,n})$ kelib chiqadi. U holda $\bar{x}'=\bar{y}'$ bo'ladi.

φ akslantirish izomorfizm ta'rifining ikkala shartini qanoatlantiradi. Ḱaqiqatan,

$$\bar{x}+\bar{y}=(\alpha_1\bar{e}_1+\ldots+\alpha_n\bar{e}_n)+(\beta_1\bar{e}_1+\ldots+\beta_n\bar{e}_n)=(\alpha_1+\beta_1)\bar{e}_1+\ldots+(\alpha_n+\beta_n)\bar{e}_n \xrightarrow{\varphi}$$
$$\xrightarrow{\varphi}(\alpha_1+\beta_1)\bar{e}_1'+\ldots+(\alpha_n+\beta_n)\bar{e}_n'=(\alpha_1\bar{e}_1'+\ldots+\alpha_n\bar{e}_n')+\ldots+(\beta_1\bar{e}_1'+\ldots+\beta_n\bar{e}_n')=\bar{x}'+\bar{y}'.$$

$\bar{x}\xrightarrow{\varphi}\bar{x}'$ va $\bar{y}\xrightarrow{\varphi}\bar{y}' \Rightarrow \bar{x}+\bar{y}\xrightarrow{\varphi}\bar{x}'+\bar{y}'$.

$\forall\alpha \in F$ uchun

$$\alpha\bar{x}=\alpha\alpha_1\bar{e}_1+\ldots+\alpha\alpha_n\bar{e}_n \xrightarrow{\varphi} \alpha\alpha_1\bar{e}_1'+\ldots+\alpha\alpha_n\bar{e}_n'=\alpha(\alpha_1\bar{e}_1'+\ldots+\alpha_n\bar{e}_n')=\alpha\bar{x}'$$

$\bar{x}\xrightarrow{\varphi}\bar{x}' \Rightarrow \alpha\bar{x}\xrightarrow{\varphi}\alpha\bar{x}'$.

Shunday qilib, $V_n \cong V_n'$ bo'ladi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Vektorlar sistemasining chiziqli qobig'i deb nimaga aytiladi?
2. Chiziqli qobiqning asosiy xossalarini bayon eting.
3. Chiziqli ko'pxillikka ta'rif bering.

4. Chiziqli ko’pxillikning asosiy xossalarini ayting.
5. Chiziqli ko’pxillikka maktab matematikasidan misol keltiring.
6. Algebralar izomorfizmi.
7. Vektor fazolar izomorfizmi deb nimaga aytiladi?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro’yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to’plami. O’quv qo’llanma. 2009.

Qo’shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.

11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. **www.Ziyo.Net**
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/

7. http://lib.mexmat.ru;

8. http://www.mcce.ru,

9. http://lib.mexmat.ru

10. http://techlibrary.ru;