

И.В.МЕШЧЕРСКИЙ

НАЗАРИЙ
МЕХАНИКАДАН
МАСАЛАЛАР
ТЎПЛАМИ



И. В. МЕШЧЕРСКИЙ

НАЗАРИЙ МЕХАНИКАДАН МАСАЛАЛАР ТЎПЛАМИ

Н. В. БУТЕШИН, А. И. ЛУРЬЕ, Д. Р. МЕРКИН ТАҲРИРИ ОСТИДА

ТУЗАТИЛГАН РУСЧА УТТИЗ ОЛТИНЧИ
НАШРИДАН ТАРЖИМА

*СССР Олий ва махсус ўрта таълим министрлиги
Олий техника ўқув юр்தларининг студентлари учун
ўқув қўлланма сифатида рухсат этган*



ТОШКЕНТ «ЎҚИТУВЧИ» 1989

с сол-
ошлаб

ларни
убяга,
колаи,
Тудо-
ошқа-

з ик-
кири-
билан
Бунда
евич,
учаев.
ьсон,
итро-
Е.Л.
льни-
дняк,
тган-

адир.
одий
з бе-
иклар
анди.
ири-

изни

Бу китобда олий техника ўқув юртларида турли программалар асосида ўқиладиган назарий механика курсининг барча бўлимлари бўйича масалалар кiritилган. Унда қийинлик даражаси турлича масалалар мавжудлиги туپламдан унiversитетлар, олий техника ўқув юртлари ва техникумларда фойдаланиш имконини беради.

Ҳозирги техника тараққиётини акс эттирувчи жуда кўп масалалар берилган. Голономсиз боғланишли моддий системалар механикасига, шунингдек, тасодифий характерли кучлар ва моментларга эга бўлган системалар механикасига багишланган янги бўлимлар бор.

Унiversитетлар ва олий техника ўқув юртларининг студентларига мўлжалланган

Махсус муҳаррир Қодир Мўминов

М 1603020000 — 102 162 — 89
353 (04) — 89
ISBN 5-645-00498 — 1

© Издательство «Наука», 1986
© «Ўқитувчи» нашриёти,
русчадан таржима,
1989

ЎЗБЕКЧА НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Машҳур совет механикларидан бири И. В. Мешчерский асос солган «Назарий механикадан масалалар тўплами» 1914 йилдан бошлаб рус тилида нашр қилина бошлаган.

«Тўпламнинг» биринчи русча нашрига киритилган масалаларни Л. В. Ассур, Б. А. Бахматьев, И. И. Бетковский, А. А. Горев, К. М. Дубяга, А. М. Ларионов, И. В. Мешчерский, В. Ф. Маткиевич, Е. Л. Николаи, К. Э. Рерих, Д. Л. Тагеев, В. В. Таклинский, С. П. Тимошенко, А. И. Тудоровский, А. П. Фандер-Флиг, А. К. Федерман, В. Д. Шатров ва бошқалар тузишган.

Тўпламнинг ўн биринчи, ўн тўртинчи, ўн олтинчи, ўн тиз иккинчи ва ўн тиз бешинчи русча нашрларига катта узгаришлар киритилди: бир қанча янги масалалар, янги параграф ва боблар билан тўлдирилди; мазмунан эскирган масалалар чиқариб ташланди. Бунда М. Н. Акимов, М. И. Бать, Б. Н. Берг, Н. В. Бутенин, Н. С. Вабишчевич, Н. К. Горчин, Г. Ю. Джаналидзе, Ю. В. Долголенко, Н. А. Докучаев, В. Л. Кан, А. С. Кельзон, М. З. Коловский, Ю. Г. Корнилов, Н. И. Идельсон, И. Е. Лившиц, А. И. Лурье, К. В. Меликов, Д. Р. Меркин, Е. К. Митропольский, Н. Н. Наугольная, П. И. Нелюбин, Н. П. Неронов, Е. Л. Николаи, В. Ф. Пекин, П. Н. Семенов, А. А. Смирнов, Б. А. Смольников, С. А. Сороков, К. И. Страхович, М. Л. Франк, А. И. Холодняк, А. И. Цимлов, А. И. Чекмарев, Ф. Г. Шмидт ва бошқалар иштирок этганлар.

Қайта ишланган нашрларда А. И. Лурьенинг хизматлари каттадир.

СССРда 1980 йил 1 январдан жорий этилган Ўзаро Иқтисодий Ғўрам Кенгаши стандарти (СТ СЭВ 1052-78) га мослаб ўн тиз бешинчи русча нашрда масалалардаги катталиклар Халқаро бирликлар системаси (СИ) га ўтказилди ва қўлланма тубдан қайта ишланди. Мазкур ўзбекча нашр «Тўплам» нинг ўн тиз олтинчи русча нашрининг таржимасидан иборат.

Таржима ва китоб мазмуни хусусидаги фикр-мулоҳазаларингизни «Ўқитувчи» нашриётига юборишингизни сўраймиз.

Таржимонлар:

ЎзССР ФА академиги В. Қ. Қобулов,
Ш. Н. Хабибуллаев,
Й. Э. Эгамбердиев.

БИРИНЧИ БЎЛИМ

ҚАТТИҚ ЖИСМ СТАТИКАСИ

1 БОБ

ТЕКИСЛИКДАГИ КУЧЛАР СИСТЕМАСИ

1-§. Бир тўғри чизиқ бўйлаб таъсир қилувчи кучлар

1.1. Бирининг оғирлиги 10 Н, иккинчисиники 5 Н бўлган иккита тош юқори учи қўзғалмас нуқтага бириктирилган арқоннинг икки нуқтасига каттаси кичигидан пастроқ қилиб осилган. Арқоннинг тортилиш кучлари аниқлансин.

Жавоб: 10 Н ва 15 Н.

1.2. Буксир кетма-кет уланган катта-кичик учта баржани тортмоқда. Буксир винтининг тортиш кучи шу пайтда 18 кН га тенг. Сувнинг буксир ҳаракатига қаршилиги 6 кН га тенг; сувнинг биричи, иккинчи ва учинчи баржалар ҳаракатига қаршилиги, мос равишда 6 кН, 4 кН ва 2 кН. Баржаларни бир-бирларига ва буксирга улаш учун олинган арқон 2 кН чўзувчи кучга хавфсиз чидайди. Агар буксир ва баржалар тўғри чизиқли ва тенг ўлчовли ҳаракат қилса, буксирдан биринчи баржага, биричи баржадан иккинчи баржага ва иккинчи баржадан учинчи баржага печтадан арқон тортиш керак.

Жавоб: 6, 3 ва 1 арқон.

1.3. Оғирлиги 640 Н бўлган одам шахтанинг тубида турибди; қўзғалмас блокдан ўтказилган арқон ёрдами билан бу одам 480 Н юкни ушлаб туради. 1) Одам шахта тубига қандай босим кўрсатади? 2) Бу одам арқон ёрдамида кўпи билан қанча юкни ушлаб тура олади?

Жавоб: 1) 160 Н; 2) 640 Н.

1.4. Поезд тўғри чизиқли горизонтал йўлда ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади; поезднинг электровоздан ташқари оғирлиги $12 \cdot 10^3$ кН. Агар поезднинг ҳаракатига бўлган қаршилик унинг рельсга кўрсатадиган босимининг 0,005 қисмига тенг бўлса, электровознинг тортиш кучи қанча?

Жавоб: 60 кН.

1.5. Пассажир поезди электровоз, 400 кН оғирликдаги багаж ва гоши ва ҳар бири 500 кН оғирликдаги 10 та пассажир вагонидан иборат. Агар поезд ҳаракатига бўлган қаршилик поезд оғирлигининг 0,005 қисмига тенг бўлса, вагон тортқилари қандай куч билан тортилади ва электровознинг тортиш кучи қанча бўлади? Масалани

счинда поезднинг ҳаракатини текис ҳаракат ва ҳаракатга бўлган қаринишлик кучлари вагонлараро уларнинг оғирликларига пропорционал тақсимланган деб қабул қилинсин.

Жавоб: Электровознинг тортиш кучи 27 кН , $T_{11} = 2,5 \text{ кН}$, $T_{10} = 2 \cdot 2,5 \text{ кН}$ ва χ (қуйи индекс электровоздан бошлаб вагоннинг номерини билдиради).

2-§. Таъсир чизиклари бир нуқтада кесишувчи кучлар

2.1. Мунтазам олтибурчак марказига миқдорлари 1, 3, 5, 7, 9 ва 11 Н бўлган ва кўпбурчакнинг учларига қараб йўналган кучлар қўйилган. Тенг таъсир этувчи ва мувозанатловчи кучнинг миқдори ва йўналиши топилсин.

Жавоб: 12 Н; мувозанатловчи кучнинг йўналиши берилган 9 Н ли куч йўналишига қарама-қаршидир.

2.2. 8 Н ли куч ҳар бири 5 Н дан бўлган иккита кучга ажратилсин. Шу кучни ҳар бири 10 Н, ёки 15 Н, ёки 20 Н дан ва ҳоказодан иборат иккита кучга ажратиш мумкинми? 100 Н дан бўлган иккита кучга-чи?

Жавоб: Агар ташкил этувчилар йўналишлари берилмаган бўлса, ажратиш мумкин.

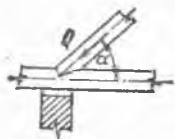
2.3. Горизонтга $\alpha = 45^\circ$ бурчак остида оғган стропила оёғи бўйлаб $Q = 2,5 \text{ кН}$ куч таъсир қилади. Бу ҳолда горизонтал тўсин бўйлаб қандай $\vec{S}$ зўриқиш пайдо бўлади ва вертикал йўналишда деворга қандай $\vec{N}$ куч таъсир қилади?

Жавоб: $S = N = 1,77 \text{ кН}$.

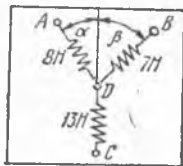
2.4. Тўғри каналнинг қирғоқлари бўйлаб ўзгармас тезлик билан юривчи икки трактор каналдаги қавиқни икки арқон билан тортиб боради. Арқонларнинг тортилиш кучлари 0,8 кН ва 0,96 кН га ва улар орасидаги бурчак 60° га тенг. Агар қайиқ каналнинг қирғоқларига параллел равишда ҳаракатланса, қайиқнинг ҳаракати вақтида унга сувнинг кўрсатадиган қаршилиги P ва арқонлар билан қирғоқлар орасида ҳосил бўлувчи α ва β бурчаклар топилсин.

Жавоб: $P = 1,53 \text{ кН}$; $\alpha = 33^\circ$; $\beta = 27^\circ$.

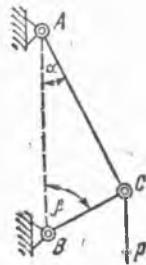
2.5. Пружинали учта тарозининг A , B ва C ҳалқалари горизонтал тахтага қўзғалмас қилиб ўрнатилган. Тарозининг чўмоқларига учта



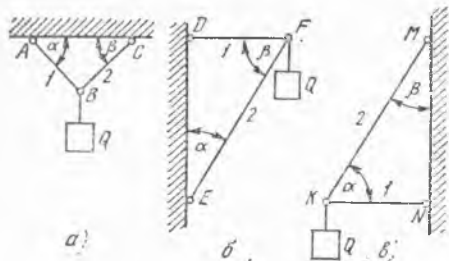
2.3- масалага



2.5- масалага



2.6- масалага



2.7- масалага

арқон боғланган ва улар тортилиб, бир D тугунга бириктирилган. Тарозилар 8, 7 ва 13 Н кўрсатади. Расмда кўрсатилгани каби, арқонларнинг йўналишлари орасида ҳосил бўлган α ва β бурчаклар топилин.

Жавоб: $\alpha = 27,8^\circ$; $\beta = 32,2^\circ$.

2.6. Оғирликлари эътиборга олинмайдиган AC ва BC

стерженлар бир-бири ва вертикал девор билан шарнирлар воситасида бириктирилган. Шарнирли C болтга $P = 1000$ Н вертикал куч таъсир қилади. Агар стерженлар билан девор орасидаги бурчаклар $\alpha = 30^\circ$ ва $\beta = 60^\circ$ бўлса, шарнирли C болтга стерженларнинг кўрсатадиган реакциялари аниқлансин.

Жавоб: 866 Н, 500 Н.

2.7. Олдинги масаладаги каби, a , b ва v расмларда бир-бири, шип ва деворлар билан шарнирлар воситасида бириктирилган стерженлар схема тарзида тасвирланган. B , F ва K шарнирли болтларга $Q = 1000$ Н юк осилган; стерженлар оғирликларини ҳисобга олмай, қуйидаги ҳоллар учун улардаги зўриқишлар аниқлансин:

а) $\alpha = \beta = 45^\circ$;

б) $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$;

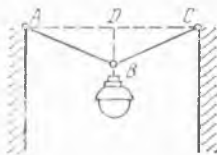
в) $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$.

Жавоб: а) $S_1 = S_2 = 707$ Н; б) $S_1 = 577$ Н; $S_2 = -1154$ Н*;

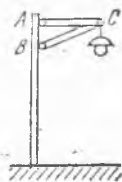
в) $S_1 = -577$ Н; $S_2 = 1154$ Н.

2.8. Кўча фонари ABC троснинг ўртасидаги B нуқтага осилган, бу троснинг учлари бир горизонталда турувчи A ва C илмоқларга илинган. Агар фонарнинг оғирлиги 150 Н, бутун ABC троснинг узунлиги 20 м ва фонар осилган нуқтанинг горизонталдан пасайиши $BD = 0,1$ м га тенг бўлса, троснинг AB ва BC қисмларидаги T_1 ва T_2 таранглик кучлари топилин. Троснинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

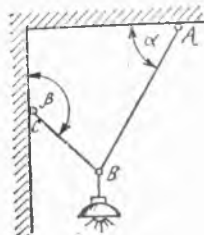
Жавоб: $T_1 = T_2 = 7,5$ кН.



2.8- масалага

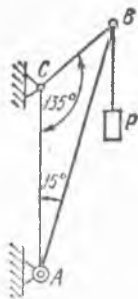


2.9- масалага

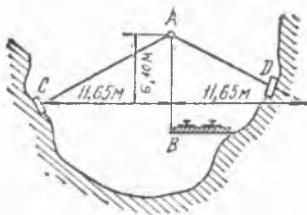


2.10- масалага

* минус ишора стерженнинг сиқилиб турганини билдиради.



2.11- масалага



2.12- масалага

2.9. Оғирлиги 300 Н бўлган кўча фонари AC горизонтал стержень ва BC тиргак ёрдами билан вертикал устунга осилган; $AC = 1,2$ м, $BC = 1,5$ м. AC ва BC стерженлар A , B ва C нуқталарда шарнирлар билан бириктирилган. Стерженларнинг оғирликларини ҳисобга олмай, улардаги S_1 ва S_2 зўриқишлар топилсин.

Жавоб: $S_1 = 400$ Н, $S_2 = -500$ Н.

2.10. Оғирлиги 20 Н бўлган электр лампа AB шнурда шипга осилган ва кейин BC арқон билан деворга тортиб қўйилган. Бурчак $\alpha = 60^\circ$ ва бурчак $\beta = 135^\circ$ деб олиб, AB шнурнинг T_A , BC арқоннинг T_C таранглик кучлари аниқлансин. Шнур ва арқоннинг оғирликлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T_A = 14,6$ Н; $T_C = 10,4$ Н.

2.11. Мачта крани AB стрела ва CB занжирдан иборат; AB стрела мачтага A шарнир воситасида бириктирилган. Стреланинг B ушига $P = 2$ кН юк осилган; бурчаклар: $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$. CB занжирдаги T таранглик кучи ва AB стреладаги Q зўриқиш аниқлансин.

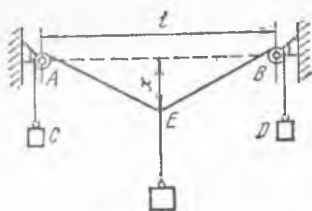
Жавоб: $T = 1,04$ кН; $Q = 2,83$ кН.

2.12. Тоғларда қурилган темир йўлда йўлнинг дара ичидаги бир қисми расмда кўрсатилгандек осилган. AB осмага $P = 500$ кН куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, AC ва AD стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин.

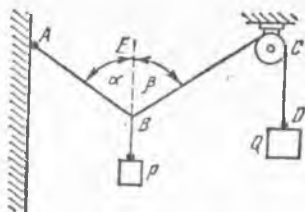
Жавоб: AC ва AD стерженларнинг ҳар бири 539 кН га тенг куч билан қисилган.

2.13. $AB = l$ горизонтал тўғри чизиқда жойлашган иккита A ва B блоklar орқали $CAEBD$ арқон ўтказилган. Арқоннинг C ва D ушларига ҳар қайсисининг оғирлиги p бўлган тошлар, E нуқтасига эса оғирлиги P бўлган тош осилган. Юклар мувозанатлашганда E нуқтанинг AB тўғри чизиқдан пасайиши x аниқлансин. Блокларнинг ўлчамлари ва улардаги ишқаланиш ҳамда арқоннинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x = \frac{Pl}{2\sqrt{4p^2 - P^2}}$.



2.13- масалага



2.15- масалага

2.14. Оғирлиги 25 Н юкни блоклардан ўтказилиб, юклар билан тортиб қўйилган иккита арқон ёрдамида мувозанатда ушлаб турилади. Юклардан бирининг оғирлиги 20 Н, шу юк осилган арқон билан вертикал орасидаги бурчакнинг синуси 0,6 га тенг. Иккинчи юкнинг оғирлиги p ва иккинчи арқон билан вертикал орасидаги α бурчак топилсин. Блоклардаги ишқаланиш ва арқонларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

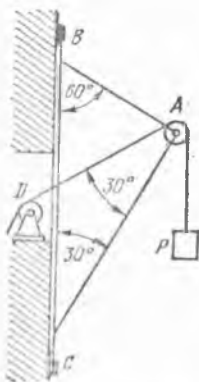
Жавоб: $p = 15$ Н; $\sin \alpha = 0,8$.

2.15. Бир учи A нуқтага бириктирилган AB арқоннинг B нуқтасига P юк ва блокдан ўтказилган BCD арқон боғланган. Арқоннинг D учига оғирлиги 100 Н бўлган Q юк уланган. Агар мувозанат ҳолатида арқонлар билан BE вертикал орасидаги бурчаклар $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ бўлса, AB арқондаги T таранглик кучи ва P юкнинг катталиги аниқлансин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

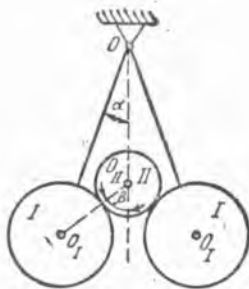
Жавоб: $T = 122$ Н, $P = 137$ Н.

2.16. $P = 20$ кН юк A ва D блоклар орқали ўтказилган занжир воситасида BAC магазинли кран билан кўтарилади. D блок деворга шундай маҳкамланганки, бурчак $CAD = 30^\circ$. Краннинг стерженлари орасидаги бурчаклар: $ABC = 60^\circ$, $ACB = 30^\circ$. AB ва AC стерженлардаги Q_1 ва Q_2 зўриқишлар аниқлансин.

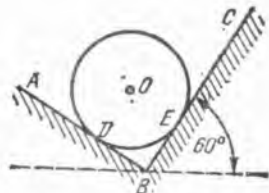
Жавоб: $Q_1 = 0$, $Q_2 = -34,6$ кН.



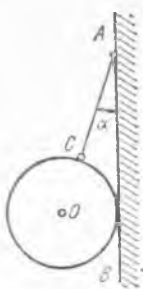
2.16- масалага



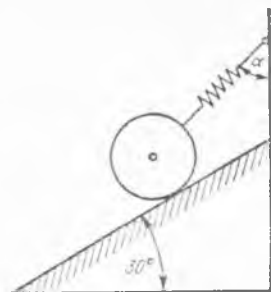
2.17- масалага



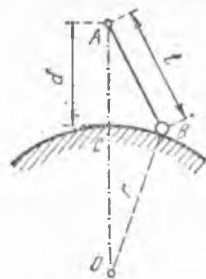
2.18- масалага



2.19- масалага



2.20- масалага



2.21- масалага

2.17. Ҳар бири P оғирликдаги иккита бир хил I цилиндрлар O нуқтага иплар билан осиб қўйилган. Улар орасига Q оғирликдаги II цилиндрни эркин ташлаб қўйилган. Цилиндрлар системаси мувозанатда. I цилиндрлар бир-бирига тегмайди. Ипларнинг вертикал билан ҳосил қилган α бурчак ҳамда I ва II цилиндрлар маркази орақали ўтувчи тўғри чизиқнинг вертикал билан ҳосил қилган β бурчаги орасидаги боғланиш аниқлансин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{2P}{Q} + 1 \right) \operatorname{tg} \alpha$.

2.18. Бир-бирига тик бўлган иккита силлиқ AB ва BC оғма текисликларда оғирлиги 60 Н бўлган бир жинсли O шар турибди. BC текислик билан горизонтал орасидаги бурчак 60° . Шарнинг ҳар қайси текисликка кўрсатадиган босими аниқлансин.

Жавоб: $N_D = 52$ Н, $N_E = 30$ Н.

2.19. Силлиқ вертикал AB деворга AC арқон воситасида бир жинсли O шар осилган. Арқон девор билан α бурчак ҳосил қилади, шарнинг оғирлиги P . Арқоннинг таранглик кучи T ва шарнинг деворга босими Q аниқлансин.

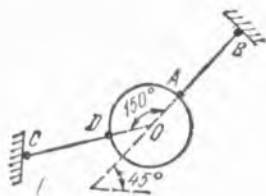
Жавоб: $T = \frac{P}{\cos \alpha}$, $Q = P \operatorname{tg} \alpha$.

2.20. Оғирлиги 20 Н бўлган бир жинсли шар силлиқ оғма текислик устида трос ёрдамида ушлаб турилади; бу трос текисликдан юқорироққа маҳкамланган пружинали тарозига боғланган; пружинали тарозининг кўрсатиши 10 Н га тенг. Горизонтал билан текислик орасидаги бурчак 30° . Трос билан вертикал орасидаги α бурчак ва шарнинг текисликка кўрсатадиган Q босими аниқлансин. Пружинали тарозининг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

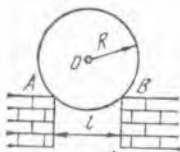
Жавоб: $\alpha = 60^\circ$, $Q = 17,3$ Н.

2.21. Оғирлиги P бўлган B шарча қўзғалмас A нуқтага AB ип билан осилган бўлиб, r радиусли силлиқ сфера сиртида туради. A нуқтадан сфера сиртигача бўлган масофа $AC = d$. Ипнинг узунлиги $AB = l$, OA тўғри чизиқ — вертикал. Ипдаги таранглик кучи T ва сферанинг реакцияси Q топилин. Шарчанинг радиуси ҳисобга олинмасин.

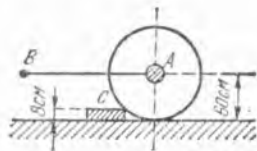
Жавоб: $T = P \frac{l}{d+r}$, $Q = P \frac{r}{d+r}$.



2.22- масалага



2.23- масалага



2.24- масалага

2.22. Оғирлиги 10 Н бўлган бир жинсли шар иккита AB ва DC трос воситасида мувозанатда ушлаб турилади; бу трослар битта вертикал текисликда жойлашган бўлиб, бир-бири билан 150° бурчак ташкил қилади. AB трос горизонт билан 45° бурчак ҳосил қилади. Трослардаги таранглик кучи топилсин.

Жавоб: $T_B = 19,3$ Н, $T_C = 14,1$ Н.

2.23. Радиуси $R = 1$ м, узунлиги бўйича текис таралган оғирлиги $P = 40$ кН бўлган қозон фишт деворнинг чиқиқларида туради. Деворлар орасидаги масофа $l = 1,6$ м. Ишқаланишни ҳисобга олмай, A ва B нуқталарга қозондан тушадиган босим топилсин.

Жавоб: $N_A = N_B = 33,3$ кН.

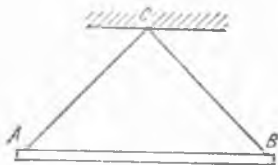
2.24. Бир жинсли шиббаловчи катокнинг оғирлиги 20 кН, радиуси 60 см. Баландлиги 8 см га тенг бўлиб, расмда кўрсатилгандек жойлашган тош плита устидан катокни олиб ўтиш учун керак бўлган горизонтал зўриқиш P топилсин.

Жавоб: $P = 11,5$ кН.

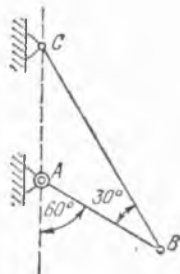
2.25. Оғирлиги 160 Н, узунлиги 1,2 м бўлган бир жинсли AB стержень C нуқтада иккита AC ва CB трослар билан осиб қўйилган. Иккала троснинг узунлиги 1 м дан. Трослардаги таранглик кучлари аниқлансин.

Жавоб: Ҳар қайси тросдаги таранглик кучи 100 Н га тенг.

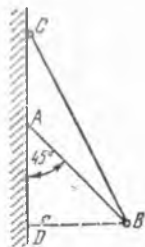
2.26. Бир жинсли AB стержень вертикал деворга A шарнир билан бириктирилган. Уни стержень билан 30° бурчак ҳосил қилувчи BC трос вертикалга нисбатан 60° бурчак остида ушлаб туради. Стерженьнинг оғирлиги 20 Н га тенг. Шарнир реакцияси R нинг миқдори ва йўналиши аниқлансин.



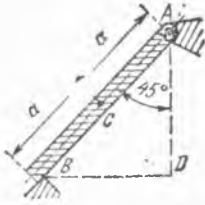
2.25- масалага



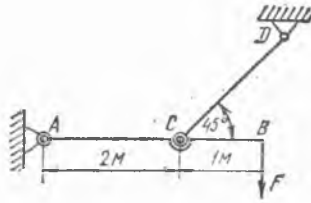
2.26- масалага



2.27- масалага



2.28- масалага



2.29- масалага

Жавоб: $R = 10$ Н, бурчак $(\widehat{R, AC}) = 60^\circ$.

2.27. Ҳар қирғи 2 м, оғирлиги 50 Н бўлган бир жинсли AB бруснинг юқориги A учи силлиқ деворга тиралган. Пастки B учига BC трос боғланган. Брус $BAD = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилиб мувозанатда туриши учун тросни деворга қандай AC масофада бириктириш керак? Тросдаги таранглик кучи T ва девор реакцияси R топилин.

Жавоб: $AC = AD = 1,41$ м; $T = 56$ Н, $R = 25$ Н.

2.28. Қесими расмда кўрсатилган AB дераза роми A шарнирнинг горизонтал ўқи атрофида айланиши мумкин. U ўзининг пастки B учи билан таянчга тиралган. Агар ромнинг оғирлиги 89 Н ва у ромнинг ўртаси C га қўйилган ҳамда $AD = BD$ бўлса, таянч реакциялари қанча бўлади?

Жавоб: $R_A = 70,4$ Н, $R_B = 31,5$ Н.

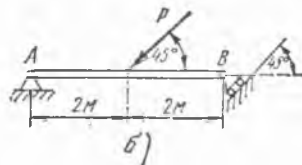
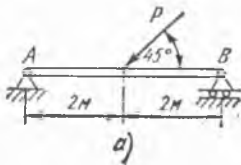
2.29. AB балкани CD стержень горизонтал ҳолатда тутиб туради. A , C ва D боғланишлар шарнирлидир. Агар балканинг учига $F = 5$ кН вертикал куч таъсир қилаётган бўлса, A ва D таянчлар реакциялари қанча бўлади? Ўлчовлар расмда кўрсатилган. Балка ва стерженьнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = 7,9$ кН, $R_D = 10,6$ кН.

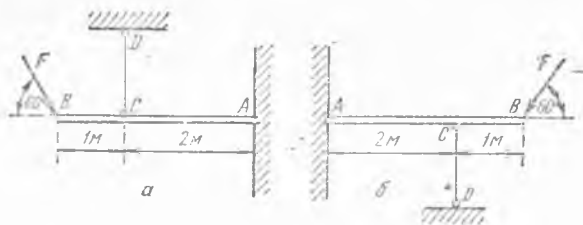
2.30. AB балка A таянчга шарнир билан бириктирилган, унинг B учи катокка қўйилган. Балканинг ўртасига унинг ўқига 45° бурчак остида $P = 2$ кН куч қўйилган. Балканинг оғирлигини ҳисобга олмай, a ва b ҳоллар учун таянч реакциялари аниқлансин. Ўлчовлар расмдан олинсин.

Жавоб: а) $R_A = 1,58$ кН, $R_B = 0,71$ кН;

б) $R_A = 2,24$ кН, $R_B = 1$ кН.



2.30- масалага



2.31- масалага

2.31. Расмларда вертикал CD стерженлар билан горизонтал ҳолатда тутиб турилувчи AB балкалар кўрсатилган. Балкаларнинг учига горизонтга 60° қияланган $F = 30$ кН кучлар таъсир қилади. Ўлчамларни расмдан олиб, CD стерженлардаги S зўриқишлар ва балкаларнинг деворга кўрсатадиган Q босими аниқлансин. A , C ва D бириктириш нуқталарида шарнирлар бор. Стержень ва балкаларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $S = 39$ кН, $Q = 19,8$ кН.

2.32. ACB электр сими иккита столба орасида шундай тортилганки, у солқиш стреласи $CD = f = 1$ м бўлган текис эғри чизик ҳосил қилади. Столбалар орасидаги масофа $AB = l = 40$ м. Симнинг оғирлиги $Q = 0,4$ кН. Симнинг ўртасидаги T_C , учларидаги T_A ва T_B таранглик кучлари аниқлансин.

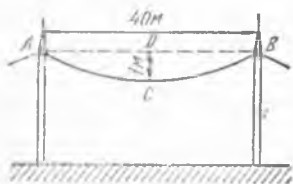
Масалани ечганда симнинг ҳар қайси ярмининг оғирлиги энг яқиндаги столбадан $\frac{l}{4}$ масофада бўлган жойга тушади деб ҳисоблансин.

Жавоб: $T_C = \frac{Ql}{8f} = 2$ кН; $T_A = T_B = 2,01$ кН.

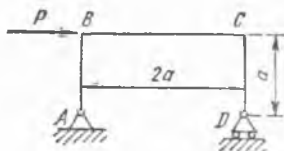
2.33. Расмда тасвирланган ромда B нуқтага қўйилган P горизонтал куч таъсиридан ҳосил бўладиган R_A ва R_D таянч реакциялари аниқлансин. Ромнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = P \frac{\sqrt{5}}{2}$; $R_D = \frac{P}{2}$.

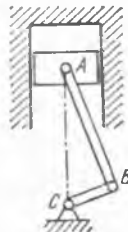
2.34. Ички ёнув двигателининг поршени юзаси $0,02$ м² бўлиб, шатуни $AB = 30$ см ва кривошип $BC = 6$ см узунликка эга. Бе-



2.32- масалага



2.33- масалага



2.34- масалага

рилган пайтда поршень устидаги газ босими $P_1 = 1000$ кПа ва поршень остида эса $P_2 = 200$ кПа. Агар бурчак $ABC = 90^\circ$ бўлса, газ босими фарқи туфайли вужудга келган, AB шатун томонидан BC кривошинга таъсир қиладиган T куч аниқлансин. Поршень билан цилиндр орасидаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 16$ кН.

2.35. Оғирлиги G бўлган ҳаво шарини BC трос мувозанатда ушлаб ту-

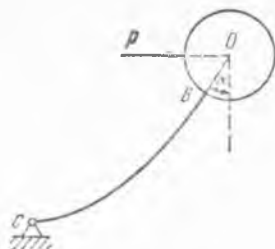
ради. Шарга Q кўтариш кучи ва шамолнинг горизонтал йўналишдаги P га тенг босим кучи таъсир қилади. Троснинг B нуқтасидаги таранглик кучи ва α бурчак аниқлансин.

Жавоб: $T = \sqrt{P^2 + (Q - G)^2}$, $\alpha = \arctg \frac{P}{Q - G}$.

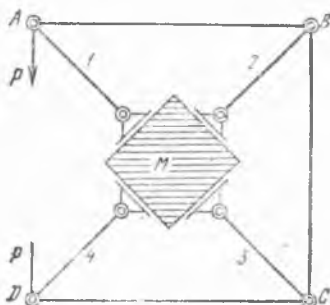
2.36. Цементдан қилинган M кубикни тўрт томондан қисиш учун шарнирли механизмдан фойдаланилади. Бу механизмда AB , BC ва CD стерженлар $ABCD$ квадратнинг томонлари билан бир хил, 1, 2, 3, 4 стерженлар эса ўзаро тенг ва ўша квадратнинг диагоналлари бўйича йўналган; миқдорлари бир-бирига тенг иккита P куч расмда кўрсатилгани каби A ва D нуқталарга қўйилган. Агар A ва D нуқталарга қўйилган кучлар 50 кН га тенг бўлса, кубни қисувчи N_1 , N_2 , N_3 , N_4 кучлар ҳамда AB , BC ва CD стерженлардаги S_1 , S_2 , S_3 зўриқишлар қанча бўлади?

Жавоб: $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 70,7$ кН. Чўзувчи зўриқишлар: $S_1 = S_2 = S_3 = 50$ кН.

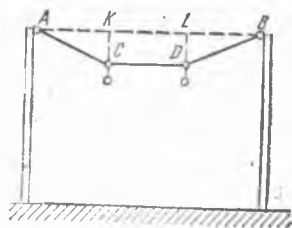
2.37. Трамвайнинг иккита сими кўндаланг тортилган тросларга ошилган; тросларнинг ҳар бири иккита столбага бириктирилган. Столбалар йўл бўйлаб бир-биридан 40 м масофада ўрнатилган. Кўндаланг тортилган ҳар қайси трослар қисми узунлиги: $AK = KL = LB = 5$ м; $KC = LD = 0,5$ м. Троснинг оғирлигини ҳисобга олмай, унинг AC , CD ва DB қисмларидаги T_1 , T_2 , ва T_3 таранглик



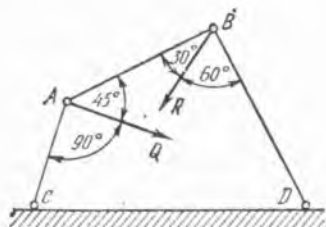
2.35- масалага



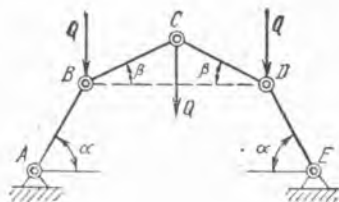
2.36- масалага



2.37- масалага



2.38- масалага



2.39- масалага

кучлари топилсин. Бир метр трамвай симининг оғирлиги 7,5 Н га тенг.

Жавоб: $T_1 = T_2 = 3,015$ кН, $T_2 = 3$ кН.

2.38. Стерженьлардан тузилган шарнирли $ABDC$ тўртбурчакнинг A ша нирига $Q = 100$ Н куч қўйилган. Тўртбурчакнинг CD томони қўзғалмас қилиб маҳкамланган бўлиб, бурчак $BAQ = 45^\circ$. B шарнирда $ABR = 30^\circ$ бурчак остида R куч қўйилган. Бурчаклар $CAQ = 90^\circ$, $DBR = 60^\circ$ ва $ABCD$ тўртбурчак мувозанатда турган бўлса, R кучнинг қиймати қанча бўлади?

Жавоб: $R = 163$ Н.

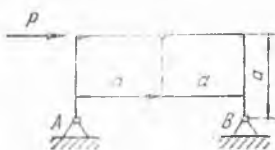
2.39. Стерженьлардан ясалган шарнирли кўпбурчак бир-бирига тенг тўртта стержендан иборат: A ва E учла и шарнир билан маҳкамланган; B , C ва D тугунларга бир хил вертикал Q куч қўйилган. Мувозанат ҳолатида четдаги стерженларнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчаги $\alpha = 60^\circ$. Ўртадаги стерженларнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчақла и β аниқлансин.

Жавоб: $\beta = 30^\circ$.

2.40. Расмда кўрсатилган уч шарнирли арка учун горизонтал P куч таъсирида ҳосил бўладиган A ва B таянч реакциялари аниқлансин. Арканинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = R_B = P \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.41. Оғирлиги P бўлган тўғри чизикли бир жинсли AB брус ва ўқи ихтиёрий эгри чизик шаклида букилган BC стержень B нуқтада шарнир ёрдамида бир-бирига бириктирилган бўлиб, битта AC горизонталда ётувчи A ва C таянчларга ҳам шарнир воситасида маҳкамланган. AB ва BC тўғри чизиклар AC тўғри чизик



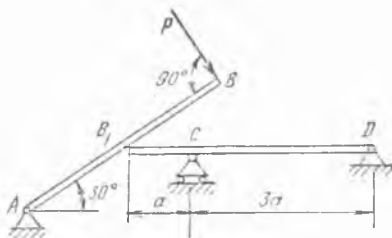
2.40- масалага



2.41- масалага

билан $\alpha = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилади. BC стержень оғирлигини ҳисобга олмай, A ва C таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = \frac{\sqrt{10}}{4} P$, $R_C = \frac{\sqrt{2}}{4} P$.



2.42- масалага

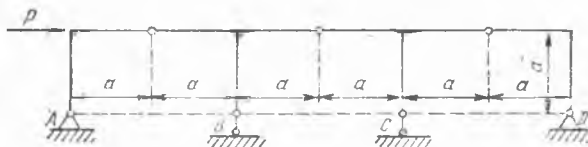
2.42. Охириги учига P куч қўйилган AB қия балка ўртасидаги

B_1 нуқтаси билан CD консол балканинг қиррасига таяниб туради.

Балкаларнинг оғирлигини ҳисобга олмай, таянч реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = P$; $R_C = \frac{4P}{\sqrt{3}}$; $R_D = \frac{2P}{\sqrt{3}}$.

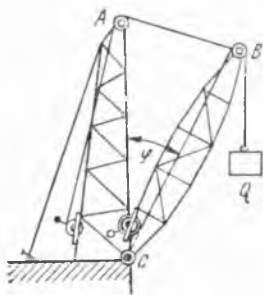
2.43. Ўлчовлари расмда кўрсатилган тўртта аркадан иборат система берилган. Горизонтал P куч таъсирида A , B , C ва D таянчларда ҳосил бўладиган реакциялар аниқлансин.



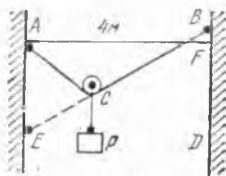
2.43- масалага

Жавоб: $R_A = P \frac{\sqrt{2}}{2}$, $R_B = P$, $R_C = P$, $R_D = P \frac{\sqrt{2}}{2}$;

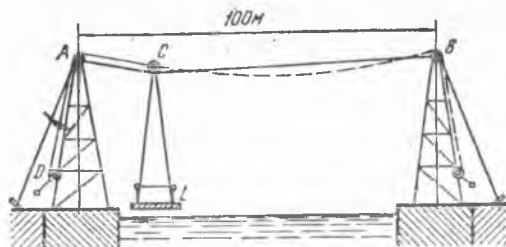
2.44. Кран қўзғалмас AC башнядан ва қўзғалувчан BC фермадан иборат. Фермада C шарнир бор, фермани AB трос ушлаб туради. B нуқтадаги блокдан ўтказилган ва чигириққа BC тўғри чизик бўйлаб боровчи занжирга $Q = 40$ кН юк осилган. Узунлик $AC = BC$. AB тросдаги T таранглик кучи ва фермани BC тўғри чизик бўйича қисувчи P куч $ACB = \varphi$ бурчак функцияси сифа-



2.44- масалага



2.45- масалага



2.46- масалага

тида аниқлансин. Ферманинг оғирлиги ва блокдаги ишқаланиш ҳи-
собга олинмасин.

Жавоб: $T = 80 \sin \frac{\varphi}{2}$ кН; $P = 80$ кН бўлиб, φ бурчакка боғ-
лиқ эмас.

2.45. A ва B учлари деворга бириктирилган эгилувчан ACB трос бўйлаб $P = 18$ Н юкли C блок сирғаниши мумкин. Деворлар орасидаги масофа 4 м, троснинг узунлиги 5 м. Троснинг оғирлигини ва блокнинг тросга ишқаланишини ҳисобга олмай, юкли блок муво-
занатда турганда тросда пайдо бўладиган таранглик кучи топилсин.

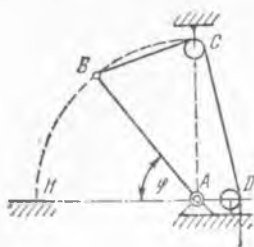
Қўрсатма: AC ва CB қисмларнинг таранглик кучлари бир-бирига тенг: уларнинг миқдорлари куч учбурчаги билан ён томонларидан бири BCE тўғри чи-
зиқ, асоси эса BD вертикалда ётувчи тенг ёнли учбурчакнинг ўхшашлигидан то-
пилади.

Жавоб: BF баландлигидан қатъи назар 15 Н га тенг.

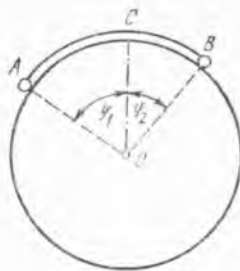
2.46. Дарёдан ўтиш учун L кажава ясалган. Кажава A ва B минораларнинг учларига бириктирилган AB пўлат тросга C ролик билан осилган; A блокдан ўтказилган ва D чиғириққа ўраладиган CAD арқон C роликнинг чап қирғоққа қараб ҳаракат қилиши учун хизмат қилади. Кажавани ўнг қирғоққа тортиш учун ҳам худди шундай арқон бор. A ва B нуқталар бир горизонталда бўлиб, бир-
биридан $AB = 100$ м масофада туради; ACB троснинг узунлиги 102 м га тенг; кажаванинг оғирлиги 50 кН. Арқонларнинг ва троснинг оғирлигини ҳамда роликнинг тросга ишқаланишини ҳисобга олмай, трос AC қисмининг узунлиги 20 м га тенг бўлган пайтда CAD ар-
қон ва ACB тросда юзага келадиган тортиш кучлари аниқлансин.

Жавоб: $S_{CAD} = 7,5$ кН; $S_{CB} = S_{CA} = 95,6$ кН.

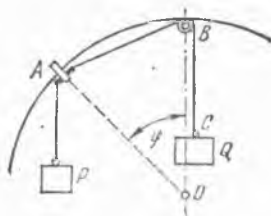
2.47. Қўндаланг қирқими расмда тасвирланган, оғирлиги 100 Н бўлган AB дераза роми горизонтал A ўқ атрофида айланиб очилиши мумкин. Ром C ва D блоклардан ўтказилган BCD шнурни тортиш йўли билан очилади. C блок билан A нуқта бир вертикал чизикда ётади. Ромнинг оғирлиги унинг ўртасига тушади. Шнурдаги T тор-
тиш кучининг AB ром билан AN горизонталдан ҳосил бўлган φ бурчакка қараб ўзгариши ва шу кучнинг энг катта ва энг кичик қийматлари топилсин. Бунда $AB = AC$ деб қабул қилиниб, C блок-
нинг ўлчамлари га ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



2.47- масалага



2.48- масалага



2.49- масалага

Жавоб: $T = 100 \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ Н};$

$\varphi = 0$ да $T_{\max} = 70.7 \text{ Н}; \varphi = 90^\circ$ да $T_{\min} = 0.$

2.48. Радиуси $OA = 0,1 \text{ м}$, ўқи горизонтал бўлган силлиқ донраний цилиндр устида иккита A ва B шарчалар турибди, улардан биринчисининг оғирлиги 1 Н , иккинчисининг оғирлиги 2 Н . Шарчалар узунлиги $0,2 \text{ м}$ бўлган AB ип билан бир-бирига боғланган. Шарчаларнинг мувозанат ҳолатида OA ва OB радиусларнинг OC вертикал чизик билан ҳосил қилган φ_1 ва φ_2 бурчаклари ва шарчаларнинг цилиндрга A ва B нуқталарда кўрсатадиган N_1 ва N_2 босимлари аниқлансин. Шарчаларнинг ўлчамлари ҳисобга олинмасин.

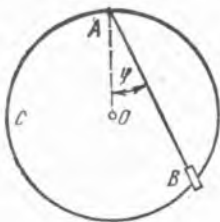
Жавоб: $\varphi_1 = 2 - \varphi_2; \quad \text{tg } \varphi_2 = \frac{\sin 2}{2 + \cos 2}; \quad \varphi_1 = 84^\circ 45';$

$\varphi_2 = 29^\circ 50'; \quad N_1 = \cos \varphi_1 \text{ Н} = 0,092 \text{ Н}, \quad N_2 = 2 \cos \varphi_2 \text{ Н} = 1,73 \text{ Н}.$

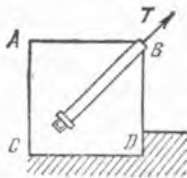
2.49. Силлиқ A ҳалқа вертикал текисликда ётган ва айлана шаклида эгилган қўзғалмас сим бўйлаб сирганиши мумкин. Ҳалқага бир томондан P тош осилган, иккинчи томондан эса айлананинг энг юқори нуқтасига ўрнатилган қўзғалмас B блок орқали ўтказилган ABC арқон боғланган; блокнинг ўлчовларини ҳисобга олмаёмиз. C нуқтага Q тош осилган. Ҳалқанинг оғирлигини ва блоклардаги ишқаланишни ҳисобга олмай, унинг мувозанат ҳолатида AB ёйнинг марказий бурчаги φ аниқлансин ва мувозанат ҳолати қандай шартда мумкин бўлиши кўрсатилсин.

Жавоб: $\sin \frac{\varphi_1}{2} = \frac{Q}{2P}, \quad \varphi_2 = \pi;$ кўрсатилган мувозанатлардан биринчиси $Q < 2P$ бўлганда, иккинчиси эса Q ва P ҳар қандай бўлганда юзага кела олади.

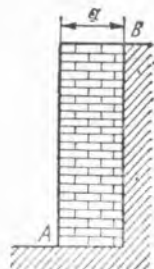
2.50. Симдан ясалиб, вертикал текисликда ўрнашган R радиусли ABC айланага оғирлиги p бўлган силлиқ B ҳалқа ўрнатилган. Ҳалқа эластик AB ип воситасида айлананинг энг баланд A нуқтасига бириктирилган. Мувозанат ҳолатидаги φ бурчак аниқлансин. Ишнинг T таранглик кучи ипнинг исбий чўзилишига пропорционал ва пропорционаллик коэффициенти k га тенг деб қабул қилинсин. Ҳалқанинг ўлчамлари ҳисобга олинмасин.



2.50- масалага



2.53- масалага



2.54- масалага

Агар ипнинг чўзилган ва чўзилмаган ҳолдаги узунлигини мос равишда L ва l билан белгиласак, унда $T = k \frac{L-l}{l}$ бўлади.

Жавоб: Агар $k \geq \frac{2pl}{2R-l}$ бўлса, $\cos \varphi = \frac{1}{2} \frac{kl}{kR-pl}$, акс ҳолда $\varphi = 0$.

2.51. Учта қўзғалмас $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ ва $M_3(x_3, y_3)$ марказларга M нуқта $F_1 = k_1 r_1$, $F_2 = k_2 r_2$, $F_3 = k_3 r_3$ кучлар билан тортилади. Бу кучлар r_1 , r_2 , r_3 масофаларга пропорционал бўлиб, $r_1 = MM_1$, $r_2 = MM_2$, $r_3 = MM_3$, k_1 , k_2 , k_3 эса пропорционаллик коэффициентларидир. Мувозанат ҳолатидаги M нуқтанинг x ва y координаталари аниқлансин.

Жавоб: $x = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3}{k_1 + k_2 + k_3}$; $y = \frac{k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3}{k_1 + k_2 + k_3}$.

2.52. Оғирлиги 50 Н бўлган бир жинсли, тўғри бурчакли пластинка унинг бир томони бўйлаб ўтган горизонтал ўқ атрофида эркин айлана оладиган қилиб осиб қўйилган. Бир текис эсиб турган шамол пластинкани вертикал текисликка нисбатан 18° бурчак остида қийшайтириб туради. Шамолнинг пластинка юзига тик тушираётган босимининг тенг таъсир этувчиси аниқлансин.

Жавоб: $50 \sin 18^\circ \text{ Н} = 15,5 \text{ Н}$.

2.53. Занжирли кўприкнинг четки занжири тошдан ишланган фундаментга маҳкамланган. Фундамент ўрта қирқими $ABDC$ бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклига эга. Томонлар $AB = AC = 5$ м, фундаментнинг солиштира оғирлиги 25 кН/м^3 ; занжир BC диагональ бўйлаб жойлашган. Агар занжирнинг тортилиши $T = 1000$ кН бўлса, параллелепипед учинчи a томонининг узунлиги қанча бўлиши кераклиги топилсин.

Фундамент D қирраси атрофида аңдарилади, деб ҳисобланиши керак; тупроқнинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $a > 2,26 \text{ м}$.

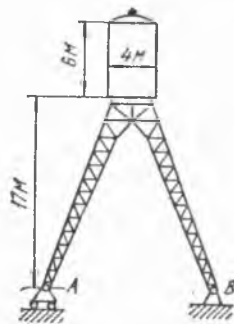
2.54. Тупроқ уюмини AB вертикал ғишт девор тираб туради. Тупроқнинг деворга кўрсатадиган босими горизонтал равишда йўналган бўлиб, девор баландлигининг $\frac{1}{3}$ қисмига тушади ва 60 кН/м

га тенг (деворнинг ҳар бир метр узунлигига). Девор қалинлиги a нинг қанча бўлиши кераклиги топилсин; деворнинг солиштирма оғирлиги 20 кН/м^3 .

Девор A қирраси атрофида ағдарилади, деб ҳисобланиши керак.

Жавоб: $a \geq 1,42 \text{ м}$.

2.55. Сув босими ҳосил қилувчи минора баландлиги 6 м ва диаметри 4 м бўлган цилиндрик резервуардан иборат; резервуар горизонтга оғма равишда симметрик ўрнатилган тўртта столбага маҳкамланган. Резервуарнинг туби таянчлар сатҳидан 17 м баландлиги туради; миноранинг оғирлиги 80 кН ; намол босими резервуар сиртининг шамол йўналишига тик текисликка проекцияси юзига нисбатан ҳисобланиб, намолнинг шу юзга солиштирма босими $1,25 \text{ кПа}$ га тенг деб қабул қилинади. Столбаларнинг асослари орасидаги AB оралиқ қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.



2.55- масалага

AB оралиқ минора горизонтал йўналган шамол босимидан ағдарилади, деб ҳисобланиши керак.

Жавоб: $AB \geq 15 \text{ м}$.

3- §. Параллел кучлар

3.1. Узунлиги l бўлган ва узунлик бирлигига $p \text{ Н}$ дан текис таралган юк қўйилган горизонтал балка учлари билан таянчга эркин равишда тиралиб туради. Таянчларнинг вертикал реакциялари топилсин. Балканинг оғирлиги текис таралган юкка қўшилган деб ҳисоблансин.

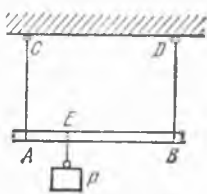
Жавоб: $R_1 = R_2 = \frac{1}{2}pl \text{ Н}$.

3.2. Таянчларнинг оралиги l бўлган горизонтал балканинг биринчи таянчидан x масофада P юк қўйилган. Таянчларнинг вертикал реакциялари топилсин.

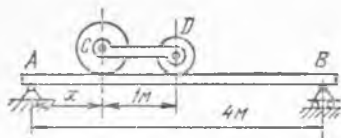
Жавоб: $R_1 = P \frac{l-x}{l}$, $R_2 = P \frac{x}{l}$.

3.3. Узунлиги 1 м , оғирлиги 20 Н бўлган бир жинсли AB стержень параллел AC ва BD арқонларга горизонтал равишда осилган. Стерженьнинг E нуқтасига $AE = \frac{1}{4} \text{ м}$ масофада $P = 120 \text{ Н}$ юк осилган. Арқонлардаги T_C ва T_D таранглик кучлари топилсин.

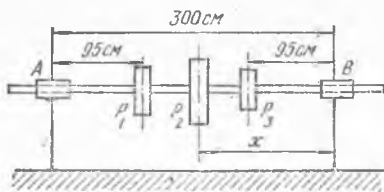
Жавоб: $T_C = 100 \text{ Н}$, $T_D = 40 \text{ Н}$.



3.3- масалага



3.4- масалага



3.5- масалага

3.4. Иккита таянчда турган горизонтал балкага оғирлиги 2 кН бўлган C юк ва оғирлиги 1 кН бўлган D юк қўйилган. Балка таянчлари оралиги 4 м. Балка оғирлиги ҳисобга олинмаганда, A таянчнинг реакцияси B таянчнинг реакциясидан икки марта катта. Юклар орасидаги CD масофа 1 м га тенг. C юкдан A таянчгача бўлган x масофа қанча?

Жавоб: $x = 1$ м.

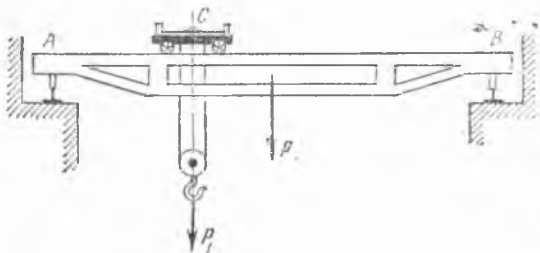
3.5. AB трансмиссион валга $P_1 = 3$ кН, $P_2 = 5$ кН, $P_3 = 2$ кН бўлган учта шкив ўрнатилган. Ўлчамлар расмда кўрсатилган. A подшипникнинг реакцияси B подшипник реакциясига тенг бўлиши учун, P_2 оғирликдаги шкивин B подшипникдан қандай x масофада ўрнатиш керак? Валнинг оғирлиги эътиборга олинмасин.

Жавоб: $x = 139$ см.

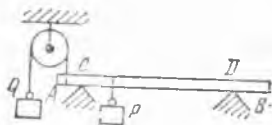
3.6. AB кўприк кранининг, лебёдка бириктирилган C аравача ўрнининг ўзгаришига қараб, рельсларга туширадиган босимлари катталиги топилин. Аравача вазияти унинг ўртасидан чап томондаги рельсгача бўлган ва кўприк умумий узунлигининг улушларида ифодаланган масофа билан аниқлансин. Кўприкнинг оғирлиги $P = 60$ кН, аравачанинг кўтарадиган юки билан бирга оғирлиги $P_1 = 40$ кН.

Жавоб: $F_A = (7 - 4n) \cdot 10$ кН, $F_B = (3 + 4n) \cdot 10$ кН, буида $n = \frac{AC}{AB}$.

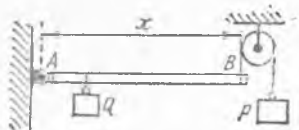
3.7. Узунлиги 10 м ва оғирлиги 2 кН бўлган AB бал а иккита C ва D таянчда ётади. C таянч балканинг A учидан 2 м, D таянч балканинг B учидан 3 м масофада туради. Балканинг четки A нуқтаси бир учига 3 кН ли Q юк осилган ва блокдан ўтказилган арқон ёрдами билан вертикал бўйича юқорига тортилади. A учидан 3 м масофада балкага оғирлиги 8 кН бўлган P юк осилган. Блокдаги ишқа-



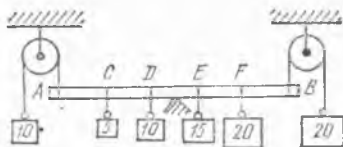
3.6- масалага



3.7- масалага



3.8- масалага



3.9- масалага

лашнинг эътиборга олмай, таянчлардаги реакция кучлари топилсин.

Жавоб: $R_C = 3$ кН, $R_D = 4$ кН.

3.8. Оғирлиги 100 Н бўлган горизонтал AB стержень A шарнирнинг қўзғалмас ўқи атрофида айланиши мумкин. Стерженьнинг B учи блокдан ўтказилган арқонга уланган, оғирлиги $P = 150$ Н бўлган тош ёрдами билан юқорига тортилади. Стерженьнинг B учидан 20 см нарида турган нуқтасига оғирлиги 500 Н бўлган Q юк осилган. AB стержень мувозанатда турган бўлса, унинг узунлиги x қанча бўлиши керак?

Жавоб: $x = 25$ см.

3.9. Оғирлиги 20 Н, узунлиги 5 м бўлган горизонтал AB стерженьнинг A учи блокдан ўтказилган арқонга осилган 10 Н юк ёрдами билан юқорига тортилади. Унинг B учи ҳам 20 Н юк ёрдами билан худди шу тариқа юқорига тортилади. C , D , E ва F нуқталарга мос равишда оғирлиги 5, 10, 15 ва 20 Н бўлган юклар осилган, бу нуқталар бир-биридан ҳамда A ва B нуқталардан 1 метр нарида туради. Стержень мувозанатда туриши учун унинг қаерига таянч қўйиш керак?

Жавоб: Ўртасига.

3.10. Узунлиги 3 м, оғирлиги 6 Н бўлган бир жинсли стерженьга бир-биридан тенг масофада 4 та юк осилган; бунда энг четдаги икки юк стерженьнинг учларида туради. Чапдан биринчи юкнинг оғирлиги 2 Н, кейинги юкларнинг ҳар қайсиси олдингисидан 1 Н оғир. Стержень горизонтал ҳолда туриши учун уни чап учидан қандай x масофада осиб қўйиш керак?

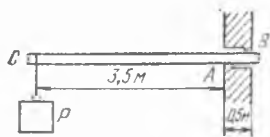
Жавоб: $x = 1,75$ м.

3.11. Бир жинсли горизонтал балка деворга шарнир билан бириктирилган бўлиб, девордан 160 см нарида турган нуқтада тираб қўйилган. Балканинг узунлиги 400 см, оғирлиги 320 Н. Девордан 120 см ва 180 см масофада балкага мос равишда оғирлиги 160 Н ва 240 Н бўлган юклар қўйилган. Таянчлардаги реакциялар топилсин.

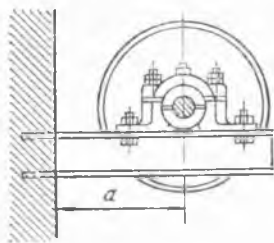
Жавоб: 790 Н — юқорига; 70 Н — пастга.

3.12. Узунлиги 4 м, оғирлиги 5 кН бўлган бир жинсли горизонтал балка қалинлиги 0,5 м бўлган деворга шундай қилиб ўрнатилганки, у A ва B нуқталарда деворга тиралиб туради. Балканинг эркин учига оғирлиги 40 кН бўлган P юк осилган. A ва B нуқталардаги реакция кучлари топилсин.

Жавоб: $R_A = 340$ кН — юқорига; $R_B = 295$ кН — пастга.



3.12- масалага



3.13- масалага

3.13. Горизонтал балканинг бир учи девога тиқилган, иккинчи учи эса вал подшипнигини ушлаб туради. Балкага вал, шкив ва подшипникларнинг оғирлиги туфайли $1,2 \text{ кН}$ миқдордаги вертикал йўналган Q оғирлик таъсир қилади. Балканинг оғирлигини эътиборга олмай ва Q куч девордан $a = 750 \text{ мм}$ нарида таъсир қилади деб ҳисоблаб, балка деворга тиқилган жойдаги реакциялар топилин.

Жавоб: Реакция $R = 1,2 \text{ кН}$; реактив моменти $M = 0,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

3.14. Балконни ушлаб турадиган горизонтал балкага интенсивлиги $q = 2 \text{ кН/м}$ бўлган текис тақсимланган юк таъсир этади. Балканинг эркин учига устундан $P = 2 \text{ кН}$ оғирлик тушади. Устун ўқидан деворгача бўлган масофа $l = 1,5 \text{ м}$. Балка бириктирилган жойдаги реакциялар топилин.

Жавоб: $R = 5 \text{ кН}$; $M = 5,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

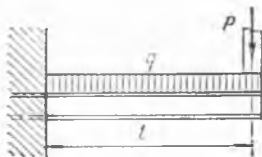
3.15. Горизонтал консол балкага моменти $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ бўлган жуфт куч, унинг C нуқтасига эса вертикал $P = 2 \text{ кН}$ юк таъсир қилади. Балканинг AB оралиги $3,5 \text{ м}$, консолнинг чиқиб турган қисми $BC = 0,5 \text{ м}$. Таянчлардаги реакциялар топилин.

Жавоб: $R_A = 2 \text{ кН}$ — пастга, $R_B = 4 \text{ кН}$ — юқорига.

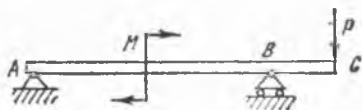
3.16. Горизонтал икки томонлама консол балкага (P , P) жуфт куч, чап консолга интенсивлиги q бўлган текис тақсимланган юк, ўнг консолнинг D нуқтасига эса вертикал Q куч таъсир қилади. Агар $P = 1 \text{ кН}$, $Q = 2 \text{ кН}$, $q = 2 \text{ кН/м}$, $a = 0,8 \text{ м}$ бўлса, таянчлардаги реакциялар қанча бўлади?

Жавоб: $R_A = 1,5 \text{ кН}$, $R_D = 2,1 \text{ кН}$.

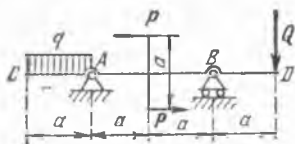
3.17. Узунлиги 10 м бўлган AB балка устига юк кўтарадиган кран учун йўл солинган. Кранинг оғирлиги 50 кН бўлиб, унинг оғирлик маркази CD ўқда ётади. P юкнинг оғирлиги 10 кН , AB балканинг оғирлиги 30 кН ; кранининг KL қулочи узунлиги 4 м , $AC =$



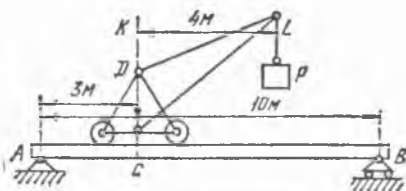
3.14- масалага



3.15- масалага



3.16- масалага



3.17- масалага

$= 3$ м. Краннинг DL стреласи балка билан бир вертикал текисликда бўлган ҳол учун A ва B нуқталардаги таянчлар реакциялари топилсин.

Жавоб: $R_A = 53$ кН, $R_B = 37$ кН.

3.18. l узунликдаги AB балкага расмда тасвирланганидек тақсимланган юк қўйилган. Юкнинг интенсивлиги балканинг A ва B учларида H /м га, балканинг ўртасида эса $2q$ H /м га тенг. Балканинг оғирлигини ҳисобга олмай, D ва B таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_D = ql$ Н, $R_B = 0,5 ql$ Н.

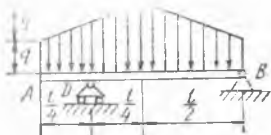
3.19. AC горизонтал балка B ва C таянчларда туради, B ва C таянчлар оралиғига q H /м интенсивликдаги юк текис тақсимланган; AB участкада юкнинг интенсивлиги чизиқли қонун билан нолгача қайида. Балканинг оғирлигини ҳисобга олмай, B ва C таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $R_B = \frac{q}{6} \left(3a + 3b + \frac{a^2}{b} \right)$ Н;

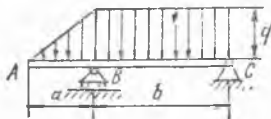
$R_C = \frac{q}{6} \left(3b - \frac{a^2}{b} \right)$ Н.

3.20. Ирригация каналининг тўғри бурчакли AB шчитини O ўққа ишбатан айлана олади. Сувнинг сатҳи пастда бўлганида шчит ёниқ туради, лекин сув сатҳи кўтарилиб бирор H баландликка етганида, шчит ўқ атрофида айланиб каналини очиб юборади. Ишқаланиш ҳамда шчитнинг оғирлигини ҳисобга олмай, шчит очиладиган H баландлик аниқлансин.

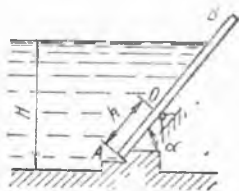
Жавоб: $H = 3h \sin \alpha$.



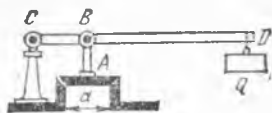
3.18- масалага



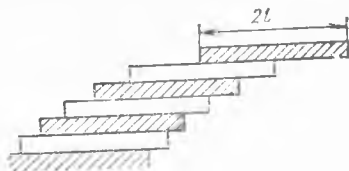
3.19- масалага



3.20- масалага



3.21- масалага



3.22- масалага

3.21. Буғ қозонининг A сақлагич клапани AB стержень восита-сида бир жинсли CD рычаг билан бириктирилган. CD рычагининг узунлиги 50 см, оғирлиги 10 Н бўлиб, у қўзғалмас C ўқ атрофида айланиши мумкин. Клапан диаметри $d = 6$ см, елка $BC = 7$ см. Қозонда босим 1100 кПа га тенг бўлганда, клапаннинг ўзи очилиб кетиши учун, рычагнинг D учига қандай Q юк оснш керак?

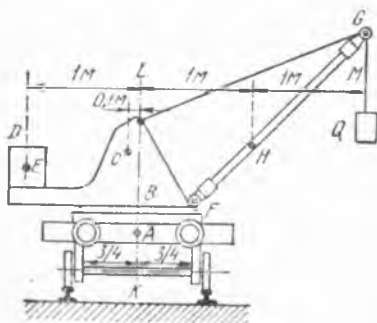
Жавоб: $Q = 430$ Н.

3.22. Узунлиги $2l$ га тенг бўлган бир хил ва бир жинсли плиталарнинг бир нечтаси шундай тахланганки, ҳар қайси плитанинг бир қисми унинг тагидаги плитадан чиқиб туради. Плиталар мувозанат ҳолатда бўлганда уларнинг энг кўп чиқиб турган қисмларининг узунлиги қанча бўлади?

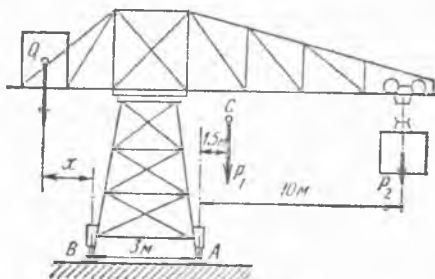
Масалани ечишда плиталарнинг оғирликлари энг юқоридаги плитадан бошлаб кетма-кет қўшилади.

Жавоб: $l, \frac{1}{2}l, \frac{1}{3}l, \frac{1}{4}l, \frac{1}{5}l$ ва ҳ.к.

3.23. Темир йўл крани оралиғи 1,5 м бўлган рельсларда туради. Кран тележкасининг оғирлиги 30 кН га тенг, унинг оғирлик маркази расм текислиги билан тележканинг симметрия текислиги кесншган KL тўғри чизикдаги A нуқтада туради. Кран B лебедкасининг оғирлиги 10 кН га тенг ва унинг оғирлик маркази KL тўғри чизикдан 0,1 м масофадаги C нуқтада. Оғирлиги 20 кН бўлган D посангининг оғирлик маркази KL тўғри чизикдан 1 м масофадаги E нуқтада. FG қия қисмининг оғирлиги 5 кН га тенг, унинг оғирлик мар-



3.23- масалага



3.24- масалага

кази KL тўғри чизикдан 1 м масофада бўлган H нуқтада. Кран қулочи $LM = 2$ м. Кранни ағдариб юбормайдиган энг катта Q юк топилисин.

Жавоб: $Q = 51, 8$ кН.

3.24. Темир изда силжийдиган $P_1 = 500$ кН оғирликдаги (посангисидан ташқари) краннинг оғирлик маркази ўнг из орқали ўтувчи вертикал текисликдан 1,5 м масофада бўлган C нуқтада. Кран аравачасининг кўтариш кучи 250 кН га тенг бўлиб, краннинг қулочи ўнг рельс вертикалидан ҳисоблаганда 10 м. Кран аравачасининг юкланган ва юкланмаган ҳолатларида ағдарилиб кетмаслиги учун керак бўлган энг кичик посанги Q юкнинг оралиғи ва чапдаги B рельс вертикалидан посангининг оғирлик марказигача бўлган энг катта x масофа топилисин. Аравачанинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q = 333$ кН, $x = 6,75$ м.

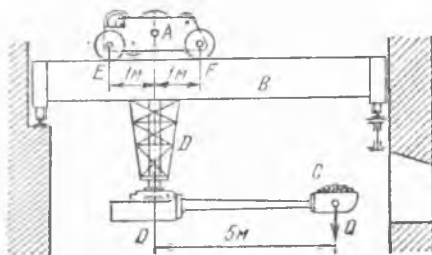
3.25. Мартен печига материаллар соладиган кран B кўчма кўприкдаги балкаларга ўрнатилган рельсда юрадиган A лебедкадан иборат. Лебедканинг пастки қисмига C кранни тутиб турадиган тўтирилган D колонна маҳкамланган. Лебедканинг вертикал OA ўқидан 5 м масофада турган куракка $Q = 15$ кН юк жойланганда, лебедка ағдарилмаслиги учун лебедка билан колоннанинг оғирлиги P қанча бўлиши керак? Лебедканинг оғирлиги OA ўқ бўйлаб таъсир этиб, ҳар қайси ғилдирак ўқидан OA ўққача бўлган масофа 1 м га тенг деб ҳисоблансин.

Жавоб: $P \geq 60$ кН.

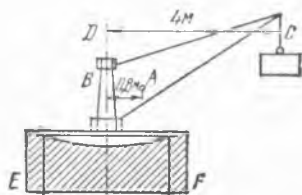
3.26. Кўтариш крани тош фундаментга ўрнатилган. Краннинг оғирлиги $Q = 25$ кН бўлиб, кран ўқидан $AB = 0,8$ м масофадаги оғирлик маркази A га тушади. Краннинг қулочи $CD = 4$ м. Фундамент асоси, томони $EF = 2$ м бўлган квадратдан иборат, фундамент материалнинг солиштирма оғирлиги 20 кН/м³. Агар кран 30 кН гача бўлган юкларни кўтаришга мўлжалланган бўлса, фундаментнинг чуқурлиги энг камда қанча бўлиши керак? Фундамент F қирра атрофида ағдарилиши мумкин деб ҳисобланиши керак.

Жавоб: 1,06 м.

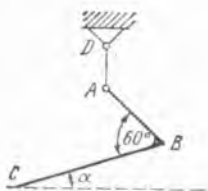
3.27. Магнит стрелкаси ингичка симга осилиб, горизонтал ҳолатда магнит меридианига ўрнатилган. Стрелка қутбларига қарама-қарши йўналишда таъсир қилувчи ер магнит майдонининг горизонтал



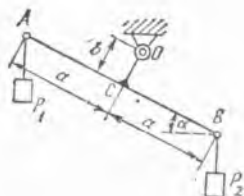
3.25- масалага



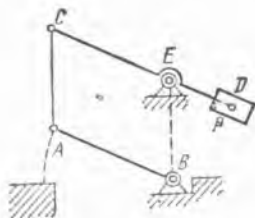
3.26- масалага



3.28- масалага



3.29- масалага



3.30- масалага

тузувчи кучларидан ҳар қайсиси 0,02 мН га тенг, қутблар орасидаги масофа 10 см. Симни 1° бурчакка бураш учун моменти 0,05 мН. см га тенг бўлган жуфт қўйиш лозим бўлса, стрелка магнит меридиани билан 30° бурчак ҳосил қилиши учун симни қандай бурчакка бураш керак?

Бурувчи жуфтнинг моменти буралиш бурчагига пропорционал.

Жавоб: 32° .

3.28. Қўндаланг кесимларининг юзи бир хил бўлган иккита бир жинсли AB ва BC стерженларнинг учлари бир-бири билан 60° бурчак остида бириккан бўлиб, синиқ ABC рычаг ҳосил қилади. AB стержень BC стержендан икки марта қисқа. Рычаг A учида AD илга осиб қўйилган. Рычаг мувозанатда турганида BC стержень билан горизонт орасидаги α бурчакнинг қанча бўлиши топилсин. Стерженларнинг қўндаланг ўлчамлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5} \sqrt{3}$; $\alpha = 19^\circ 5'$.

3.29. Узунлик бирлигининг оғирлиги $2 p$ бўлган иккита AB ва OC стерженларни C нуқтага ўзаро тик қилиб ўрнатилган. OC стержень горизонтал O ўқ атрофида айланиши мумкин: $AC = CB = a$, $OC = b$, A ва B нуқталарга оғирлиги P_1 ва P_2 бўлган тошлар осилган; $P_2 > P_1$. Мувозанат ҳолатида AB стерженнинг горизонт билан ҳосил қиладиган α бурчаги топилсин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1 + p(4a + b)}$.

3.30. AB кўтарма кўприк икки томонига биттадан қўйилган иккита CD бруслар ёрдами билан кўтарилади, брусларнинг узунлиги 8 м, оғирлиги 4 кН, кўприкнинг узунлиги $AB = CE = 5$ м, занжирнинг узунлиги $AC = BE$; кўприкнинг оғирлиги 30 кН бўлиб, уни AB нинг ўртасига қўйилган деб ҳисоблаш мумкин. Кўприкни мувозанатловчи P посангилар топилсин.

Жавоб: $P = 13,83$ кН.

3.31. Дифференциал блокнинг асосий қисми иккита A шкивдан иборат. Бу шкивлар бир-бирига маҳкам қилиб бириктирилган, уларнинг ўқи қўзғалмас илмоққа осилган. Шкивларнинг ариқчаларида чексиз занжирни илтиб ҳаракатга келтирадиган тишчалар бор. Бу зан-

жир иккита сиртмоқ ҳосил қилади, уларнинг бирига B қўзғалувчи блок жойланган. Қўзғалувчи блокка кўтариладиган Q юк осилган. Эркин сиртмоқнинг катта блокдан осилиб тушган тармоғига ҳаракатлантирувчи P куч қўйилган. А шкивларнинг радиуси R ва r га тенг бўлиб, бунда $r < R$. Кўтарилувчи Q юк миқдорига қараб P кучнинг қай тариқа ўзгаришини топиш ҳамда $Q = 500$ Н, $R = 25$ см, $r = 24$ см бўлган ҳолда бу кучнинг қанча бўлишини аниқлаш керак. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $P = \frac{1}{2} Q \left(1 - \frac{r}{R} \right) = 10$ Н.

3.32. Дифференциал рычаг C нуқтада қўзғалмас призмага таянган AB стержендан ҳамда EF ва AD шарнирли илгаклар воситаси билан AB рычагга бириктирилган DE қисмдан иборат. DE қисмининг G нуқтасига $Q = 1$ кН юк призма ёрдами билан осиб қўйилган. C ва G нуқталардан ўтказилган вертикаллар орасидаги масофа 1 мм га тенг. Q юкни мувозанатга келтириш учун AB рычагининг $CH = 1$ м масофадаги H нуқтасига қўйилган P тошнинг оғирлиги топилинсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

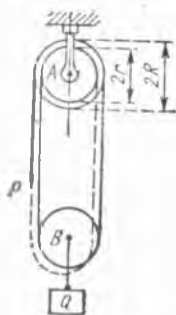
Жавоб: $P = 10$ Н.

3.33. Шарнирли тўрт звеноли механизмда BC звено қўзғалмас AD звенога параллел. $AB = h$ звено AD га перпендикуляр. AB нинг ўртасига горизонтал P куч қўйилган. Механизм мувозанатда туриши учун CD звенонинг $CE = CD/4$ шарт билан аниқланувчи E нуқтасига қандай катталиқдаги горизонтал Q кучни қўйиш керак? D шарнир реакцияси аниқлансин. Звеноларнинг оғирликлари ҳисобга олинмасин.

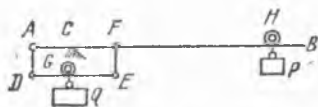
Жавоб: $Q = \frac{2}{3} P$, $R_D = \frac{1}{6} P$ ва AD бўйлаб ўнг томонга йўналган.

3.34. Катта зўриқишлар Q ни ўлчаш учун бир-бирига CD тортқич билан бириктирилган ва елкалари тенг бўлмаган иккита ABC ва EDF рычаглар системаси қурилган. Улар B ва E нуқталарда қўзғалмас таянчларга тиралган. EDF рычаг бўйлаб $P = 125$ Н юк силжиши мумкин. D нуқтадан l масофада турган P юк A нуқтага қўйилган Q кучни мувозанат ҳолга келтиради. Q куч 10 кН кўпайтирилганида мувозанатни сақлаб қолиш учун P юкни қанча x масофага кўчириш керак? Расмда кўрсатилган ўлчовлар тегишлича $a = 3,3$ мм, $b = 660$ мм, $c = 50$ мм га тенг.

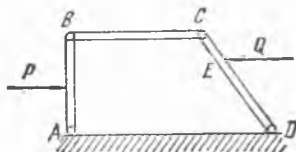
Жавоб: $x = 2$ см.



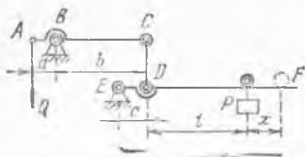
3.31- масалага



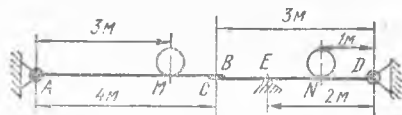
3.32- масалага



3.33- масалага



3.34- масалага

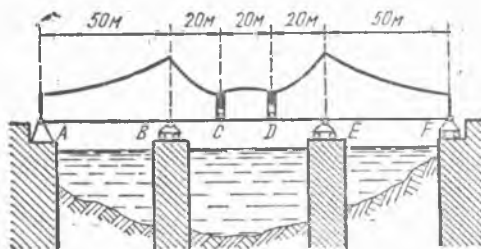


3.35- масалага

3.35. Узунлиги 4 м, оғирлиги 2 кН бўлган AB балка A нуқта атрофида айланиши мумкин. Балканинг B учи узунлиги 3 м, оғирлиги 1,6 кН бўлган бошқа CD балкага тиралиб туради. CD балка E нуқтада таянчга тиралган ва унинг D учи деворга шарнир воситаси билан бириктирилган; M ва N нуқталарнинг ҳар қайсисига 0,8 кН дан юк қўйилган. Масофалар: $MA = 3$ м, $ED = 2$ м, $ND = 1$ м. Таянчлардаги реакциялар топилин.

Жавоб: $R_A = 1,2$ кН; $R_B = 1,6$ кН; $R_F = 4$ кН; $R_D = 0$.

3.36. Консоль кўприк учта: AC , CD ва DF қисмлардан иборат бўлиб, четдаги қисмларнинг ҳар бири иккита таянчга таянган. Улчовлар тегишлича: $AC = DF = 70$ м, $CD = 20$ м, $AB = EF = 50$ м.

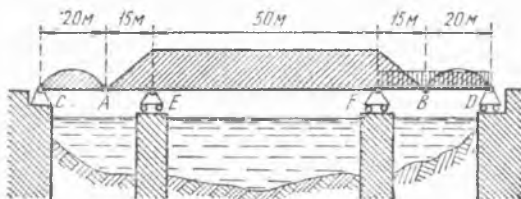


3.36- масалага

Кўприкнинг узунлик бирлигига тўғри келувчи юк оғирлиги 60 кН/м. Шу юкнинг A ва B таянчларга туширадиган босими топилин.

Жавоб: $N_A = 1020$ кН; $N_B = 3780$ кН.

3.37. Консоль кўприк AB асосий ферма ҳамда AC ва BD иккита ён фермалардан иборат. AB ферма ҳар бир метрининг оғирлиги 15



3.37- масалага

кН га, AC ва BD фермалар ҳар бир метрининг оғирлиги эса 10 кН га тенг. Ўнг томондаги FD оралиқнинг ҳар бир метрига поезднинг 30 кН бўлган оғирлиги тушганда ҳамма таянчларда юзага келадиган реактивлар топилсин. Ўлчамлар тегишлича $AC = BD = 20$ м; $AE = BF = 15$ м; $EF = 50$ м.

Жавоб: $R_C = 100$ кН, $R_D = 400$

кН, $R_E = 542,5$ кН, $R_F = 1607,5$ кН.

3.38. Сув сифими 2000 кН бўлган понтон тубининг сузишнинг текшириш учун юк кўтариш имконияти $P = 750$ кН бўлган кран билан унинг тумшук томонидан кўтарилади. Агар понтон узунлиги $l = 20$ м ва эни $B = 10$ м бўлган тўғри бурчакли параллелепипед шаклида бўлса, сувнинг солиштирма оғирлигини $\gamma = 10$ кН/м³ деб қабул қилиб, понтон тубининг сув сатҳидан энг катта кўтарилиш баландлиги h аниқлансин. Понтоннинг C оғирлик маркази понтон узулигининг ярмида жойлашган. Кўтариш крани тросининг бириктириладиган K нуқтаси билан C оғирлик маркази понтон тубидан бир хил масофада туради. (Кеманинг сув сифими сон қиймати бўйича унинг оғирлигига тенг.)

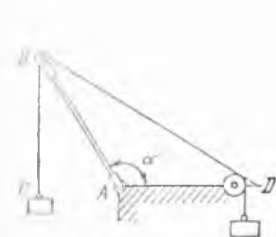
Жавоб: $h = 1,36$ м.

4-§. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси

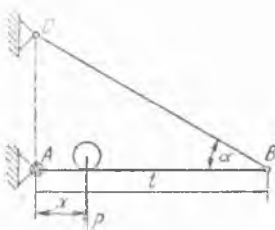
4.1. А шарнир атрофида айлана оладиган бир жинсли AB стерженнинг B нуқтасига 10 Н оғирликдаги C тош арқон билан осилган. Стерженнинг B учидан D блок орқали ўтказилган арқонга оғирлиги 20 Н бўлган тош боғланган. $AB = AD$ ва стерженнинг оғирлигини 20 Н деб олиб, стержень мувозанат ҳолатида турганида ҳосил бўладиган $BAD = \alpha$ бурчак топилсин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\alpha = 120^\circ$.

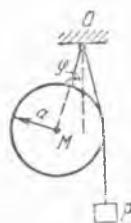
4.2. Кран горизонтал балкасининг узунлиги l га тенг, унинг бир ўчи шарнир ёрдамида маҳкамланган, иккинчи B учи горизонт билан



4.1- масалага



4.2- масалага



4.3- масалага

α бурчак ҳосил қилувчи BC тортқич воситасида, деворга тортилиб туради. Балка устида оғирлиги P бўлган юк силжий олади. Юкнинг ҳолати A шарниргача бўлган ўзгарувчи x масофага қараб аниқланади. BC тортқичнинг тортилиш кучи T юк ҳолатининг ўзгаришига қараб аниқлансин. Балканинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = \frac{Px}{l \sin \alpha}$.

4.3. Оғирлиги Q ва радиуси a бўлган бир жинсли шар ҳамда P оғирликдаги тош O нуқтага арқонлар билан расмда кўрсатилгандек осиб қўйилган. Масофа $OM = b$. Мувозанат ҳолатида OM тўғри чизиқнинг вертикал билан қандай φ бурчак ҳосил қилиши аниқлансин.

Жавоб: $\sin \varphi = \frac{a}{b} \frac{P}{P+Q}$.

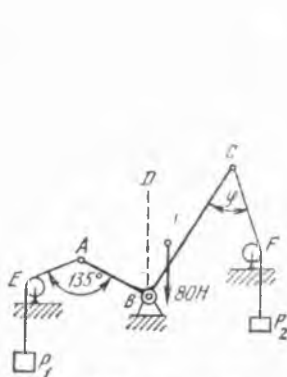
4.4. B ўқи қўзғалмас бўлган ABC тирсакли рычагининг оғирлиги 80 Н, AB елкаси 0,4 м, BC елкаси 1 м, рычагининг оғирлик маркази вертикал BD тўғри чизиқдан 0,212 м масофада туради. A ва C нуқталарга боғланган арқонлар E ва F блоклардан ўтказилган, учларига мос равишда осилган $P_1 = 310$ Н, $P_2 = 100$ Н юклар билан тортилиб туради. Блоклардаги ишқаланишнинг ҳисобга олмай, рычагининг мувозанат ҳолатидаги $BCF = \varphi$ бурчак топилинсин; бурчак $BAE = 135^\circ$.

Жавоб: $\varphi_1 = 45^\circ$; $\varphi_2 = 135^\circ$.

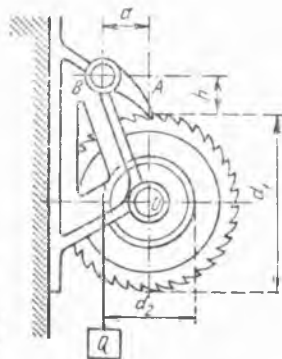
4.5. Лебедка диаметри d_1 бўлган илмоқ тишли филдирак ва A илгакка эга. Филдиракка қўзғалмас қилиб бириктирилган d_2 диаметрли барабанга Q юкни ушлаб турадиган арқон ўралган. $Q = 50$ Н, $d_1 = 420$ мм, $d_2 = 240$ мм, $h = 50$ мм, $a = 120$ мм деб олиб, илмоқнинг B ўқиға тушадиган R босим аниқлансин. Илмоқнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R = Q \frac{d_2}{d_1} \frac{\sqrt{a^2 + h^2}}{a} = 31$ Н.

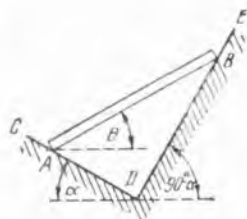
4.6. Оғирлиги P бўлган бир жинсли AB балка вертикал текисликда жойлашган силлиқ CD ва DE оғма тўғри чизиқларга тиралиб туради. Бу тўғри чизиқлардан биринчиси горизонт билан α бурчак,



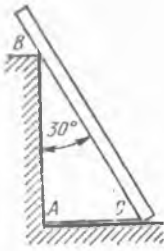
4.4- масалага



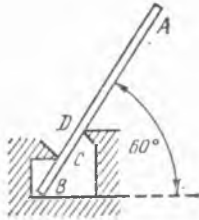
4.5- масалага



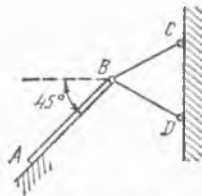
4.6- масалага



4.7- масалага



4.8- масалага



4.9- масалага

иккинчиси $90^\circ - \alpha$ бурчак ҳосил қилади. Мувозанат ҳолатида балканинг горизонт билан ташкил қилган бурчаги θ ҳамда таянч чизиқларга кўрсатган босими топилсин.

Жавоб: $N_A = P \cos \alpha$, $N_B = P \sin \alpha$, $\tan \theta = \cotg 2\alpha$, $\alpha \leq 45^\circ$ бўлганда $\theta = 90^\circ - 2\alpha$.

4.7. Оғирлиги 600 Н, узунлиги 4 м бўлган бир жинсли балка бир учи билан силлиқ полга ва оралиқдаги В нуқтада баландлиги 3 м бўлган столбанинг учига тиралган, балка вертикал билан 30° бурчак ташкил этади. Балкани пол бўйлаб тортилган АС арқон шу ҳолатда ушлаб туради. Ишқаланишни ҳисобга олмай, арқоннинг тортилиш кучи Т, столбанинг реакцияси R_B ва пол реакцияси R_C топилсин.

Жавоб: $T = 150$ Н, $R_B = 173$ Н, $R_C = 513$ Н.

4.8. Оғирлиги 200 Н бўлган бир жинсли АВ балка горизонтал силлиқ полга В нуқтада 60° бурчак остида тиралиб туради, бундан ташқари уни иккита С ва D таянчлар ушлаб туради. В, С ва D таянчлардаги реакциялар топилсин: $AB = 3$ м, $CB = 0,5$ м, $BD = 1$ м.

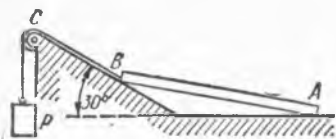
Жавоб: $R_B = 200$ Н, $R_C = 300$ Н, $R_D = 300$ Н.

4.9. А нуқтага эркин суратда тиралган, оғирлиги $P = 100$ Н бўлган бир жинсли АВ илтани ВС ва BD иккита стерженлар горизонтга нисбатан 45° бурчак остида ушлаб туради. BCD — тенг томонли учбурчак, С ва D нуқталар бир вертикал тўғри чизиқда ётади. Стерженларнинг оғирлигини ҳисобга олмай ҳамда В, С ва D нуқталардаги боғланишлар шарнир воситасида бириктирилган деб, А таянчнинг реакцияси билан стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин.

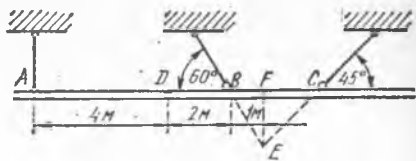
Жавоб: $R_A = 35,4$ Н, $S_C = 89,5$ Н, $S_D = -60,6$ Н.

4.10. Оғирлиги 100 Н бўлган бир жинсли АВ стерженнинг бир учи горизонтал силлиқ полга, иккинчи учи эса горизонтга нисбатан 30° бурчак ташкил қилувчи силлиқ қия текисликка таянган. Стерженнинг В учини С блокдан ўтган ва P юк осилган арқон ушлаб туради. Арқоннинг ВС қисми қия текисликка параллел. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, арқонга осилган P юкнинг оғирлиги, пол билан қия текисликка тушадиган N_A ва N_B босимлар топилсин.

Жавоб: $P = 25$ Н, $N_A = 50$ Н, $N_B = 43,3$ Н.



4.10- масалага



4.11- масалага

4.11. Кўприкнинг қисмларини йиғишда кўприк фермасининг бирор ABC қисмини расмда кўрсатилгандек учта арқон билан кўтаришга тўғри келди. Ферма шу қисмининг оғирлиги 42 кН , оғирлик маркази D нуқтада. Масофалар тегишлича $AD = 4 \text{ м}$, $BD = 2 \text{ м}$, $BF = 1 \text{ м}$. Агар AC тўғри чизиқ горизонтал бўлса, арқонлардаги таранглик кучлари қанча бўлади?

Жавоб: $T_A = 18 \text{ кН}$, $T_B = 17,67 \text{ кН}$, $T_C = 12,43 \text{ кН}$.

4.12. Бир томонга нишаб бўлган томнинг стропиласи AB брусдан иборат бўлиб, унинг юқориги B учи силлиқ таянчда эркин ҳолда ётади, пастки A учи эса деворга тиралиб туради. Томнинг қиялиги $\text{tg } \alpha = 0,5$; AB брусга унинг ўртасига қўйилган 9 кН ли вертикал куч таъсир қилади. A ва B нуқталардаги таянчлар реакциялари аниқлансин.

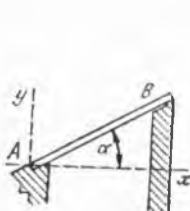
Жавоб: $X_A = 1,8 \text{ кН}$; $Y_A = 5,4 \text{ кН}$; $R_B = 4,02 \text{ кН}$.

4.13. Силлиқ деворга горизонт билан 45° бурчак ташкил қилувчи бир жинсли AB нарвон қўйилган. Нарвоннинг оғирлиги 200 Н , унинг пастки учидан ҳисоблаганда нарвон узунлигининг $1/3$ қисмига тенг бўлган масофадаги D нуқтада оғирлиги 600 Н бўлган одам туради. Нарвондан A таянчга ва деворга тушадиган босим кучлари топилин.

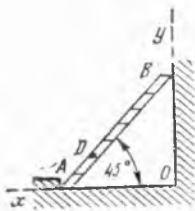
Жавоб: $X_A = 300 \text{ Н}$, $Y_A = -800 \text{ Н}$, $X_B = -300 \text{ Н}$.

4.14. A ўқ атрофида айлана оладиган, горизонт билан 60° бурчак ташкил этувчи бир жинсли нарвоннинг оғирлиги $2,4 \text{ кН}$, узунлиги 6 м . Нарвоннинг B учидан 2 м масофадаги D нуқтада оғирлиги $0,8 \text{ кН}$ бўлган одам туради. Горизонт билан 75° бурчак ташкил қилувчи BC арқон нарвоннинг B учини тутиб туради. Арқондаги тортилиш кучи T ва A ўқнинг реакцияси топилин.

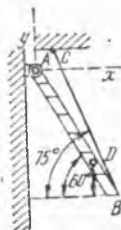
Жавоб: $T = 3,35 \text{ кН}$, $X_A = 0,867 \text{ кН}$, $Y_A = -0,0344 \text{ кН}$.



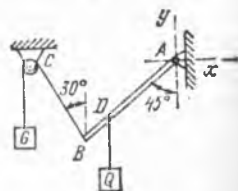
4.12- масалага



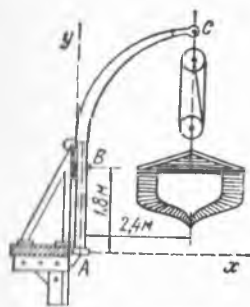
4.13- масалага



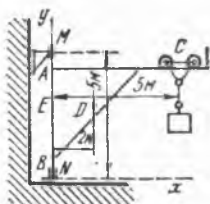
4.14- масалага



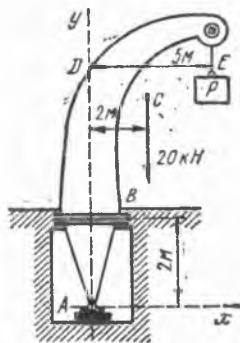
4.15- масалага



4.16- масалага



4.17- масалага



4.18- масалага

4.15. Оғирлиги $P = 100$ Н бўлган, A шарнир билан деворга мақкамланган бир жинсли AB балкани блокдан ўтказилган ва бир учига G юк осилган трос вертикалга нисбатан 45° бурчак остида ушлаб туради. Троснинг BC қисми вертикал билан 30° бурчак ҳосил қилади. D нуқтада балкага оғирлиги 200 Н бўлган Q юк осилган. Агар $BD = \frac{1}{4}AB$ бўлса, G юк оғирлиги ва A шарнирнинг реакцияси топилин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $G = 146$ Н, $X_A = 73$ Н, $Y_A = 173$ Н.

4.16. Оғирлиги $9,6$ кН бўлган қайиқ иккита шлюпбалкага осилган, қайиқнинг оғирлиги иккала шлюпбалкага барабар бўлиниб туради. ABC шлюпбалканинг ярим шар шаклидаги A учи подпятьникда туради ва шлюпбалка A учидан $1,8$ м баландликдаги B подпятьникдан эркин ҳолда ўтади. Шлюпбалканинг қулочи $2,4$ м га тенг. Шлюпбалканинг оғирлигини ҳисобга олмай, унинг A ва B таянчларга таъсирладиган босим кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = -6,4$ кН, $Y_A = -4,8$ кН, $X_B = 6,4$ кН.

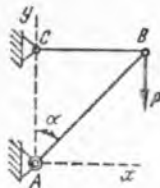
4.17. Металл қуювчи ABC краннинг вертикал MN айланиш ўқи бор; масофалар $MN = 5$ м, $AC = 5$ м. Кран оғирлиги 20 кН; унинг оғирлик маркази жойлашган D нуқта айланиш ўқидан 2 м масофада туради; C нуқтага осилган юкнинг оғирлиги 30 кН га тенг. M подпятьник ва N товоностининг реакциялари топилин.

Жавоб: $X_M = -38$ кН, $X_N = 38$ кН, $Y_N = 50$ кН.

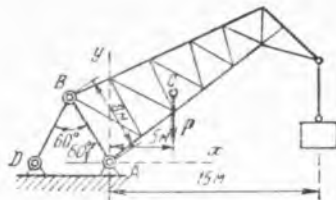
4.18. Шахтада $P = 40$ кН юкни кўтарувчи кран A товоностига ва B нуқтада силлиқ цилиндрик сиртга тиралиб туради; цилиндрик сиртнинг Ay ўқи вертикал. Пастки AB қисмининг узунлиги 2 м га тенг. Краннинг қулочи $DE = 5$ м. Краннинг оғирлиги 20 кН га тенг бўлиб, Ay вертикал ўқдан 2 м нарида турган C нуқтага қўйилган A ва B таянчларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 120$ кН, $Y_A = 60$ кН, $X_B = -120$ кН.

4.19. Юк кўтарадиган кран AB балкадан иборат. Балканинг пастки A учи шарнир ёрдамида деворга бириктирилган, юқориги



4.19- масалага



4.20- масалага

учини BC горизонтал трос ушлаб туради. Юкнинг оғирлиги $P = 2$ кН; AB балканинг оғирлиги 1 кН бўлиб, балканинг ўртасига қўйилган; бурчак $\alpha = 45^\circ$. BC троснинг тортилиш кучи T ва A таянчга тушадиган босим аниқлансин.

Жавоб: $T = 2,5$ кН, $X_A = -2,5$ кН, $Y_A = -3$ кН.

4.20. Кран A , B ва D нуқталарида шарнирга эга бўлиб, $AB = AD = BD = 8$ м. Ферманинг оғирлик маркази A нуқта орқали ўтадиган вертикалдан 5 м масофада. Краннинг қўлочи эса, A нуқтадан ҳисобланганида 15 м га тенг. Қўтариладиган юк оғирлиги 200 кН. ферма оғирлиги $P = 120$ кН. Краннинг кўрсатилган вазиятда A таянч реакциялари ва BD стерженнинг зўриқиши аниқлансин.

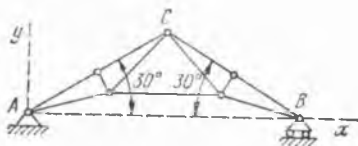
Жавоб: $X_A = 260$ кН, $Y_A = 770$ кН, $T = 520$ кН.

4.21. Стропиланинг ABC симметрик фермасининг бир учи қўзғалмас A нуқтага шарнир воситасида бириктирилган, бошқа B учи эса ғалтаклар билан горизонтал силлиқ текисликка таяниб туради. Ферма оғирлиги 100 кН. AC томонга шамол босимининг кучи таъсир қилади. Шамол босими кучи AC томонга тик ва текис тарқалган бўлиб, тенг таъсир этувчиси 8 кН. AC узунлиги 6 м, бурчак $CAB = 30^\circ$. Таянчлардаги реакциялар топилсин.

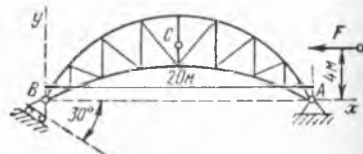
Жавоб: $X_A = -4$ кН, $Y_A = 54,6$ кН, $Y_B = 52,3$ кН.

4.22. Арка шаклидаги ферманинг A нуқтаси қўзғалмас шарнирли таянчда ва B нуқтаси горизонт билан 30° бурчак ташкил қилган силлиқ текисликдаги қўзғалувчи таянчда туради. Оралиқ $AB = 20$ м. Ферманинг устидаги қори билан биргаликда оғирлиги 100 кН ва у AB оралиқнинг ўртасидан юқоридаги C нуқтага қўйилган. Шамол босимининг тенг таъсир этувчиси $F = 20$ кН бўлиб, AB га параллел ҳолда йўналган, унинг таъсир чизиғи AB дан 4 м узоқликда. Таянчлардаги реакциялар топилсин.

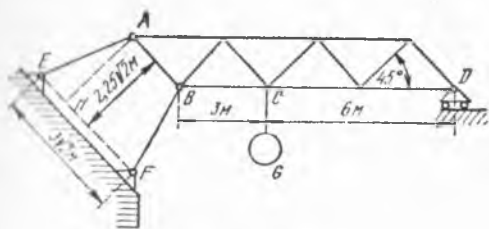
Жавоб: $X_A = -11,2$ кН, $Y_A = 46$ кН, $R_B = 62,4$ кН.



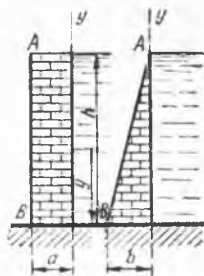
4.21- масалага



4.22- масалага



4.23- масалага



4.24- масалага

4.23. $ABCD$ ферма D нуқтада ғалтакларга, A ва B нуқталарда E ва F шарнирларга бириктирилган AE ва BF оғма стерженларга таяниб туради. Ферманинг оғма стерженлари ва EF тўғри чизик горизонтга 45° бурчак билан оғган. BC нинг узунлиги 3 м, AE ва BF стерженларнинг узунлиги бир-бирига тенг. $EF = 3\sqrt{2}$ м, $AE = 2,25 \cdot \sqrt{2}$ м. Ферма ва унга осилган юкнинг оғирлиги 75 кН бўлиб, CG тўғри чизик бўйлаб йўналган. Ғалтаклар реакцияси R_D топилин.

Жавоб: $R_D = 15$ кН.

4.24. Тўғоннинг кичкина юзчасига сувдан тушадиган босим шу юздан сувнинг эркин сиртигача бўлган масофага пропорционал равишда ортади; бу босим баландлиги шу масофага барабар бўлган сув устунининг оғирлигига тенг; сув устуни асосининг юзи тўғоннинг мазкур кичкина юзасига тенг. Қуйидаги икки ҳолда тўғон асоси қалинлигининг қанча бўлиши топилин:

1) тўғоннинг кўндаланг қирқими тўғри бурчакли тўртбурчак бўлганда;

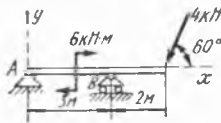
2) унинг қирқими учбурчак бўлганда.

Сувнинг босимидан тўғон B қирра атрофида ағдарилиб кетмайлиги қилиб ҳисобланиши, бунда турғунлик коэффиценти 2 га тенг бўлиши керак. Тўғоннинг баландлиги h сувнинг чуқурлиги билан бир хил бўлиб, 5 м га тенг. Сувнинг солиштира оғирлиги $\gamma = 10$ кН/м³, тўғон материалининг солиштира оғирлиги $\gamma_1 = 22$ кН/м³.

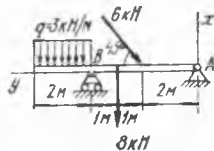
Турғунлик коэффиценти деб ағдарилувчи жисм оғирлиги моментининг ағдарувчи куч моментига бўлган нисбатига айтади. Тўғоннинг узунлиги 1 м, баландлиги dy бўлган юзга тушадиган сувнинг босими $\gamma (h - y) dy$ килоньютонга тенг, бунда y — тўғон асосидан қаралаётган юзгача бўлган масофа (метрлар ҳисобида). Бу босимнинг B нуқтага нисбатан олинган momenti $\gamma (h - y) y dy$ га тенг. Ағдарувчи момент $\int_0^h \gamma (h - y) y dy$ га тенг.

Жавоб: $a = 2,75$ м; $b = 3,37$ м.

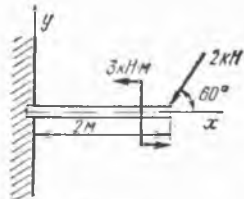
4.25. Битта тўпланган куч ва жуфт куч таъсиридаги балканинг A ва B таъинлари реакциялари аниқласин. Кучлар ва масофалар расмда кўрсатилган.



4.25- масалага



4.26- масалага



4.27- масалага

Жавоб: $X_A = 2$ кН, $Y_A = -4,32$ кН, $Y_B = 7,78$ кН.

4.26. Иккита тўпланган куч ва бир текис тақсимланган юк таъсиридаги балканинг A ва B таянчларидаги реакциялар аниқлансин. Текис тақсимланган юкнинг интенсивлиги, кучларнинг катталиклари ва масофалар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $X_A = 2,6$ кН, $Y_A = 4,2$ кН, $X_B = 15,6$ кН.

4.27. Тўпланган куч ва жуфт куч таъсиридаги расмда тасвирланган консоль балканинг деворга қистириб маҳкамланган учининг реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X = 1$ кН, $Y = 1,73$ кН, $M = 0,47$ кН·м.

4.28. Тўпланган куч, текис тақсимланган юк ва жуфт куч таъсиридаги расмда тасвирланган консоль балканинг деворга қистириб маҳкамланган учининг реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X = 2,8$ кН, $Y = 1,7$ кН, $M = -5,35$ кН·м.

4.29. Текис таралган юк, битта тўпланган куч ва иккита жуфт куч таъсиридаги расмда тасвирланган консоль балканинг қистириб маҳкамланган учидagi реакция кучлари аниқлансин.

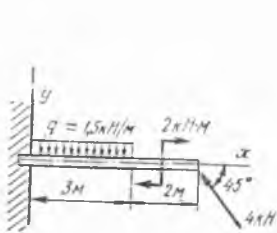
Жавоб: $X = 11,8$ кН, $Y = -2,8$ кН, $M = -86,8$ кН·м.

4.30. Расмда тасвирланган жуфт куч ва учбурчак қонунияти билан тақсимланган юк таъсирида бўлган консоль балка қўмилган учининг реакция кучлари аниқлансин.

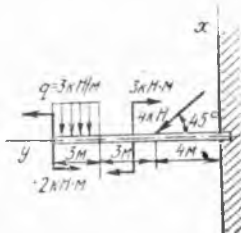
Жавоб: $X = -9$ кН, $Y = 0$, $M = 40$ кН·м.

4.31. Расмда тасвирланган тўпланган куч, жуфт куч ҳамда учбурчак ва трапеция ҳосил қилиб тақсимланган юк таъсири остидаги консоль балканинг қистириб маҳкамланган учидagi реакция кучлари аниқлансин.

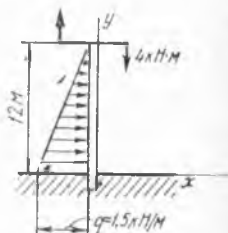
Жавоб: $X = 137$ кН, $Y = 25$ кН, $M = -270$ кН·м.



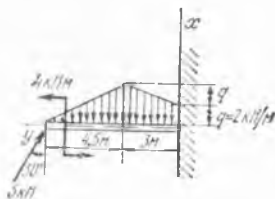
4.28- масалага



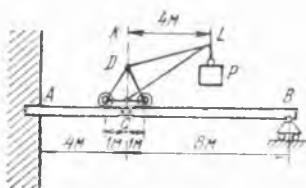
4.29- масалага



4.30- масалага



4.31- асалага



4.32- масалага

4.32. Икки бўлакли ABC горизонтал балканинг A учи деворга тиқиб қўйилган, B учи қўзғалувчи таянчда туради; C нуқтасида шарнир бор. Балканинг устига оғирлиги 10 кН бўлган P юкни кўтариб турувчи кран қўйилган. Краннинг қулочи $KL = 4 \text{ м}$, оғирлиги $Q = 50 \text{ кН}$, краннинг оғирлик маркази CD вертикал чизиқда ётади. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. Балка оғирлигини ҳисобга олмай краннинг AB балка билан бир текисликда жойлашган ҳолатида A ва B таянч нуқталаридаги реакциялар топилсин.

Жавоб: $R_A = 53,75 \text{ кН}$, $R_B = 6,25 \text{ кН}$, $M_A = 205 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

4.33. Расмда йиғма балкалар ҳамда унга қўйилган юк ва куч таъсирланган. A , B ва C таянчлардаги ҳамда D шарнирдаги реакциялар аниқлансин.

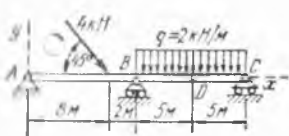
Жавоб: $X_A = -2,8 \text{ кН}$, $Y_A = -4,4 \text{ кН}$, $Y_B = 22,2 \text{ кН}$, $Y_C = 5 \text{ кН}$, $X_D = 0$, $Y_D = \pm 5 \text{ кН}$.

4.34. Расмда йиғма балкалар ҳамда унга қўйилган куч ва юк таъсирланган. A , B ва C таянчлардаги ҳамда D шарнирдаги реакция кучлари аниқлансин.

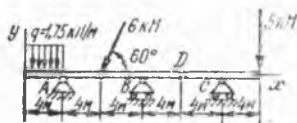
Жавоб: $X_A = 3 \text{ кН}$; $Y_A = 13,8 \text{ кН}$; $Y_B = -6,6 \text{ кН}$; $Y_C = 10 \text{ кН}$; $X_D = 0$; $Y_D = \pm 5 \text{ кН}$.

4.35. Икки қисмдан иборат кўприк ўзаро A шарнир билан ҳамда иккала қирғоқдаги таянчларга B ва C шарнирлар воситасида бириктирилган. Кўприк ҳар қайси қисмининг оғирлиги 40 кН ; уларнинг оғирлик маркази D ва E нуқталарда. Кўприк устида оғирлиги $P = 20 \text{ кН}$ бўлган юк бор; ўлчовлар расмда кўрсатилган. A шарнирдаги босим кучи билан B ва C нуқталардаги реакциялар аниқлансин.

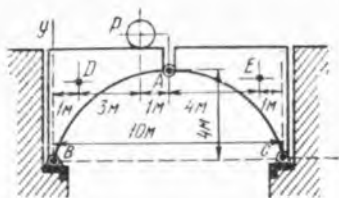
Жавоб: $X_A = \pm 20 \text{ кН}$; $Y_A = \mp 8 \text{ кН}$; $X_B = -X_C = 20 \text{ кН}$; $Y_B = 52 \text{ кН}$; $Y_C = 48 \text{ кН}$.



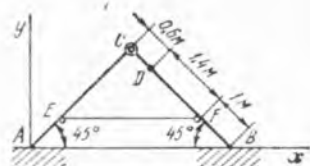
4.33- масалага



4.34- масалага



4.35- масалага



4.36- масалага

4.36. AC ва BC қисмлардан иборат бўлган кўчма нарвон горизонтал силлиқ текисликда туради. AC ва BC қисмлар ҳар бирининг оғирлиги 120 Н, узунлиги 3 м бўлиб, улар C шарнир ва EF арқон билан бириктирилган; масофа $BF = AE = 1$ м. Ҳар қайси AC ва BC қисмларнинг оғирлик маркази уларнинг ўртасида. $CD = 0,6$ м масофадаги D нуқтада оғирлиги 720 Н бўлган одам бор. Агар бурчаклар $BAC = ABC = 45^\circ$ бўлса, пол ва шарнир реакцияси, шунингдек EF арқондаги таранглик кучи T аниқлансин.

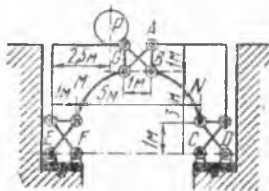
Жавоб: $R_A = 408$ Н, $R_B = 552$ Н, $X_C = \pm 522$ Н, $Y_C = \pm 288$ Н, $T = 522$ Н.

4.37. Кўприк иккита бир хил M ва N қисмлардан иборат. Бу қисмлар бир-бирига ҳамда олтига оғма стерженлар билан қўзғалмас таянчларга бириктирилган. Стерженлар горизонтга 45° бурчак остида оғган бўлиб, учларида шарнирлари бор. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. G нуқтага оғирлиги P бўлган юк қўйилган. Шу юк таъсиридан стерженларда ҳосил бўладиган зўриқишлар аниқлансин.

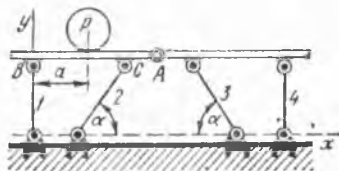
Жавоб: $R_A = 0$; $R_B = P \frac{\sqrt{2}}{3}$, $R_C = 0$,

$$R_D = P \frac{\sqrt{2}}{3}, R_E = P \frac{\sqrt{2}}{2}, R_F = P \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

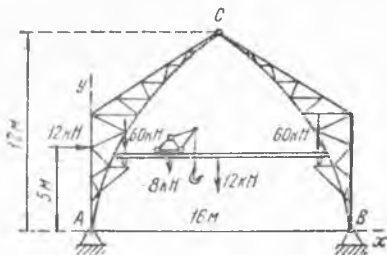
4.38. Ўзаро A шарнир воситасида боғланган иккита горизонтал балкадан иборат кўприк пойдеворга 1, 2, 3, 4 қаттиқ стерженлар билан шарнирли бириктирилган. Чеккадаги стерженлар вертикал, ўртадаги стерженлар эса горизонтга $\alpha = 60^\circ$ бурчак остида оғган. Тегишли ўлчовлар: $BC = 6$ м; $AB = 8$ м. Кўприкнинг B нуқтасидан $a = 4$ м масофада унга $P = 15$ кН вертикал куч таъсир қилади. Стерженлардаги зўриқишлар ва A шарнирнинг реакцияси аниқлансин.



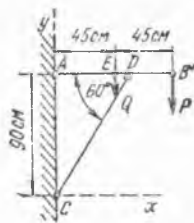
4.37- масалага



4.38- масалага



4.39- масалага



4.40- масалага

Жавоб: $S_1 = -6,25 \text{ кН}$, $S_2 = S_3 = -5,77 \text{ кН}$, $S_4 = 1,25 \text{ кН}$, $X_A = \pm 2,89 \text{ кН}$, $Y_A = \mp 3,75 \text{ кН}$.

4.39. Устахонада из бўйлаб кўприк кран юради; устахона бинонини уч шарнирли арка ушлаб туради. Изда суриладиган кўндаланг балканинг оғирлиги 12 кН ; краннинг оғирлиги 8 кН (кранга юк ортинмаган); кран оғирлигининг таъсир чизиги чанки издан балканинг $0,25$ узунлигига тенг бўлган масофада жойлашган. Арка ҳар қайси қирмининг оғирлиги 60 кН га тенг ва у тегишлича A ёки B таянчлардан ўтадиган вертикаллардан 2 м масофадаги нуқталарга қўйилган; краннинг таянч излари шу вертикаллардан $1,8 \text{ м}$ масофада. Бинонинг баландлиги 12 м , AB оралиқ 16 м . Шамол босими кучларининг тенг таъсир этувчиси 12 кН га тенг ва AB га параллел; унинг таъсир чизиги AB дан 5 м нарида. A ва B шарнирларнинг реакциялари ва C шарнирдаги босим кучи аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 2 \text{ кН}$, $Y_A = 67,8 \text{ кН}$, $X_B = -14 \text{ кН}$, $Y_B = 72,2 \text{ кН}$, $X_C = \pm 14 \text{ кН}$, $Y_C = \mp 4,2 \text{ кН}$.

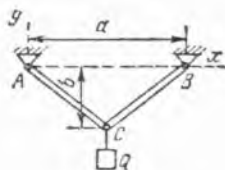
4.40. Горизонтал AB бруснинг учига $P = 25 \text{ Н}$ юк осилган. Бруснинг оғирлиги $Q = 10 \text{ Н}$ бўлиб, E нуқтага қўйилган. Брус CD стерженга тиралган бўлиб, деворга A шарнир ёрдамида, стерженга эса D шарнир воситасида бириктирилган. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. CD стерженнинг оғирлигини ҳисобга олмай, A ва C шарнирларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = -30 \text{ Н}$, $Y_A = -17 \text{ Н}$, $R_C = 60 \text{ Н}$.

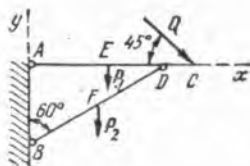
4.41. Бир хил узунликдаги иккита бир жинсли брус ўзаро C шарнир билан, шунингдек A ва B нуқталарда ҳам шарнирлар воситасида таянчларга бириктирилган. Ҳар қайси бруснинг оғирлиги P га тенг. C нуқтага Q юк осилган. Масофа $AB = d$. C нуқтадан AB горизонтал тўғри чизиққача бўлган масофа b га тенг. A ва B шарнирларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $-X_A = X_B = \frac{d}{4b}(P + Q)$, $Y_A = Y_B = P + \frac{Q}{2}$.

4.42. Узунлиги бир хил бўлган иккита AC ва BD стерженлар D нуқтада ўзаро шарнир воситасида бириккан, шунингдек, улар вертикал деворнинг A ва B нуқталарига ҳам шарнир билан маҳкамланган. AC стержень горизонтал жойлашган, BD стержень эса вертикал



4.41 - масалага



4.42- масалага

девор билан 60° бурчак ҳосил қилади. AC стерженга E нуқтада вертикал $P_1 = 40$ Н куч ва C нуқтада горизонтга нисбатан 45° бурчак билан $Q = 100$ Н куч қўйилган. BD стерженга F нуқтада вертикал $P_2 = 40$ Н куч қўйилган. $AE = EC$; $BF = FD$ деб олиб, A ва B шарнирларнинг реакциялари аниқлансин.

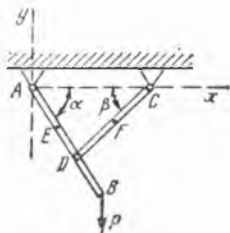
Жавоб: $X_A = -287$ Н, $Y_A = 6$ Н, $X_B = 216$ Н, $Y_B = 145$ Н.

4.43. Ўзаро D шарнир билан бириктирилган иккита AB ва CD балкалар A ва C шарнирлар воситасида шипга осилган. AB балканинг оғирлиги 60 Н бўлиб, E нуқтага қўйилган. CD балканинг F нуқтага қўйилган оғирлиги 50 Н. AB балканинг B нуқтасига вертикал $P = 200$ Н куч қўйилган. Қўйидаги ўлчовлар берилган: $AB = 1$ м, $CD = 0,8$ м, $AE = 0,4$ м, $CF = 0,4$ м; AB ва CD балкалар горизонтга тегишлича $\alpha = 60^\circ$ ва $\beta = 45^\circ$ бурчак билан оingan. A ва C шарнирларнинг реакциялари аниқлансин.

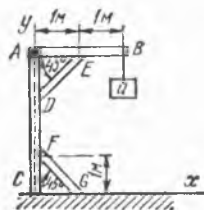
Жавоб: $-X_A = X_C = 135$ Н, $Y_A = 150$ Н, $Y_C = 160$ Н.

4.44. Узунлиги 2 м бўлган AB горизонтал балканинг учига 500 Н оғирликдаги Q юк осилган. Балка AC вертикал столбанинг A нуқтасига бириктирилган ва DE тирговуч билан тираб қўйилган. AC столба FG тирговуч билан маҳкамланган, бунда $AE = CG = 1$ м, DE ва FG тирговучлар горизонтга 45° бурчак билан қияланган. Балка, столба, тирговучларнинг оғирликларини ҳисобга олмай, DE ва FG тирговучлардаги S_E ва S_F зўриқишлар ҳамда ернинг C нуқтасидаги реакция топилсин. Бириктиришларни шарнирли боғланишлар деб ҳисоблансин.

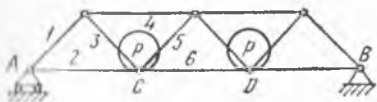
Жавоб: $S_E = -1410$ Н, $S_F = -1410$ Н, $X_C = 1000$ Н, $Y_C = -500$ Н.



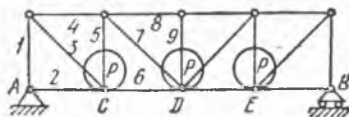
4.43- масалага



4.44- масалага



4.45- масалага



4.46- масалага

4.45. Расмда кўрсатилган кўприк фермасининг C ва D тугунларига перпендикуляр бўйича таъсир қилувчи $P = 100$ кН ли бир хил юклар қўйилган. Оғма стерженлар горизонт билан 45° бурчак ташкил қилади. Шу юклар таъсиридан 1, 2, 3, 4, 5 ва 6 стерженларда ҳосил бўладиган зўриқишлар топилин.

Жавоб: $S_1 = -141$ кН, $S_2 = 100$ кН, $S_3 = 141$ кН, $S_4 = -200$ кН, $S_5 = 0$, $S_6 = 200$ кН.

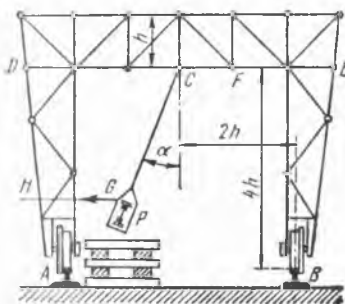
4.46. Расмда кўрсатилган кўприк фермасининг C, D ва E бўйича таъсир қилувчи тугунларига вертикал $P = 100$ кН ли бир хил юклар қўйилган. Оғма стерженлар горизонт билан 45° бурчак ташкил қилади. Шу юклар таъсиридан 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ва 9 стерженларда ҳосил бўладиган зўриқишлар топилин.

Жавоб: $S_1 = -150$ кН, $S_2 = 0$, $S_3 = 212$ кН, $S_4 = -150$ кН, $S_5 = -50$ кН, $S_6 = 150$ кН, $S_7 = 71$ кН, $S_8 = -200$ кН, $S_9 = 0$.

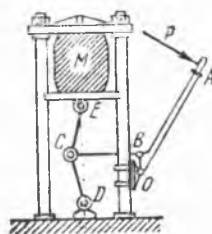
4.47. Кўприк йиғиш учун вақтинча ишларга мўлжаллаб, қилдирилган ёғоч кран ясалган; бу кран A ва B изларда кўчиб юради. Краннинг пастки DE пояси ўртасидаги C тугунга занжир ёрдами билан юк кўтариш учун хизмат қилувчи блок осилган. Ердан кўтаришувчи юkning оғирлиги $P = 50$ кН бўлиб, юк асосдан ажралиш пайтида занжир йўналиши вертикал билан $\alpha = 20^\circ$ бурчак ташкил этади, юк тебраниб кетмаслиги учун у CH горизонтал арқон билан тортиб турилади.

Занжир тортилиш кучининг горизонтал тузувчиси фақат ўнгдаги H илга тушади, деб фараз қилиб, юкни ердан кўтариш пайтида CF горизонтал стерженда ҳосил бўлган S_1 зўриқиш аниқлансин ва у бурчак $\alpha = 0$ бўлганда юзага келадиغان S_2 зўриқиш билан таққослансин. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

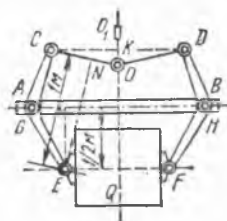
Жавоб: $S_1 = 104,6$ кН, $S_2 = 50$ кН.



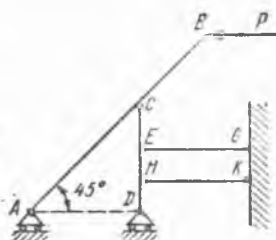
4.47- масалага



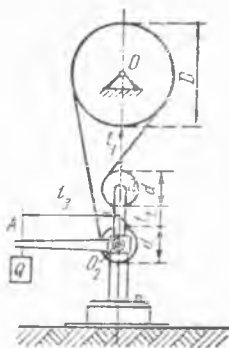
4.48- масалага



4.49- масалага



4.50- масалага



4.51- масалага

4.48. Прессдаги M жисмни сиқувчи кучнинг миқдори топилсин. Қуйидаги шартлар берилган: таъсир этувчи куч $P = 0,2$ кН бўлиб, у қўзғалмас O ўққа эга бўлган OA ричагга перпендикуляр тушади. Текширилаётган ҳолда пресснинг BC тортқичи OB га перпендикуляр ва ECD бурчакни тенг иккига бўлади, $\angle CED = \arctg 0,2 = 11^\circ 20'$, узунлик $OA = 1$ м; $OB = 10$ см.

Жавоб: 5 кН.

4.49. Юкни қисиб кўтарувчи механизмнинг OO_1 занжирини $OC = OD = 60$ см стерженларга O шарнир билан бириктирилган. Стерженлар ҳам бир-бирига тенг иккита CAE ва DBF тирсакли ричагларга шарнирлар билан бириктирилган бўлиб, бириктирувчи GH стерженнинг A ва B нуқталари атрофида ричаглар айлана олади. E ва F шарнирлардаги махсус колодкалар $Q = 10$ кН юкни ишқаланиш натижасида ушлаб туради. E нуқта GH стержендан $EL = 50$ см, OC стержендан эса $EN = 1$ м масофаларда туради. COD учбурчакнинг баландлиги $OK = 10$ см га тенг. Механизм қисмларининг оғирлигини ҳисобга олмай бириктирувчи GH стерженни чўзувчи куч топилсин.

Жавоб: 60 кН.

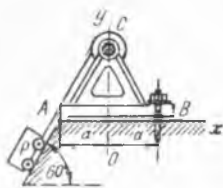
4.50. Расмда тасвирланган стерженли системада $CE = EH = HD$ ва $AC = CB$ бўлганида A, C, D, E ва H шарнирлардаги реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = R_D = R_H = P$, $R_E = 2P$, $R_C = P\sqrt{2}$.

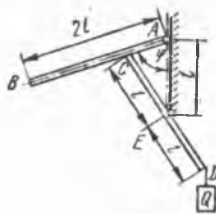
EG стержень чўзилади, HK стержень сиқилади.

4.51. Ҳаракатлантирувчи тасмада AO_2O_1 тирсакли ричаг ҳамда тортувчи O_1 ролик воситасида ҳосил қилинган тортилиш кучи роликнинг иккала томонида бир хил бўлиб, P Н га тенг. Система мувозанат ҳолида турганида Q юк миқдорининг қанча бўлиши топилсин. Берилган: $\angle AO_2O_1 = 90^\circ$; $D = 55$ см; $d = 15$ см; $l_1 = 35$ см; $l_2 = 15$ см; $l_3 = 45$ см; $P = 18$ Н.

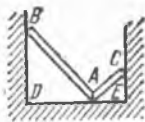
Жавоб: $Q = 12$ Н.



4.52- масалага



4.53- масалага



4.54- масалага

4.52. Оғирлиги 4,8 кН бўлган P юк силлиқ қия текисликда арқон ёрдамида ушлаб турилади; арқон текисликка параллел ва ABC лебедканинг қўзғалмас валига ўралган. Қия текислиكنинг горизонтга оғиш бурчаги 60° . Лебедканинг оғирлиги $Q = 2,4$ кН бўлиб, CO вертикал чизиқ бўйлаб йўналган. Лебедка A нуқтада силлиқ полга тиралган ва B нуқтада полга болт билан бириктирилган. Текисликдан арқонгача бўлган масофани ҳисобга олмай, таянчларнинг реакциялари топилин.

Жавоб: $Y_A = 4,8$ кН, $X_B = 2,08$ кН, $Y_B = 1,2$ кН.

4.53. Узунлиги $2l$, оғирлиги P бўлган бир жинсли AB стержень A учидagi горизонтал ўқ атрофида айлана олади. Бу стержень худди шундай $2l$ узунликдаги бир жинсли CD стерженьга тиралган; CD стержень ўзининг ўртасидаги E дан ўтган горизонтал ўқ атрофида айлана олади. A ва E нуқталар бир вертикалда ётади, $AE = l$. Стерженьнинг D учига $Q = 2P$ юк осилган. Ишқаланишни ҳисобга олмай, мувозанат ҳолатида AB стерженьнинг вертикал билан ҳосил қиладиган φ бурчаги аниқлансин.

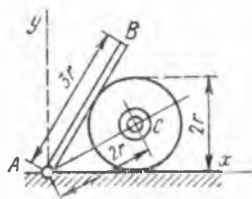
Жавоб: $\varphi = \arccos \frac{1}{8} = 82^\circ 50'$.

4.54. Иккита бир жинсли AB ва AC стерженьлар A нуқтада бири-бирига (вертикал силлиқ текислик бўйича) ва горизонтал силлиқ полга, B ва C нуқталарда эса вертикал силлиқ деворларга тиралган. Стерженьлар бир-бири билан 90° бурчак ҳосил қилиб, мувозанат ҳолатида турганида деворлар орасидаги DE масофанинг қанча бўлиши аниқлансин. AB стерженьнинг узунлиги a га, оғирлиги P_1 га, AC стерженьнинг узунлиги b га, оғирлиги P_2 га тенг.

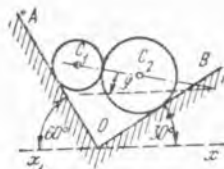
Жавоб: $DE = \frac{a\sqrt{P_2} + b\sqrt{P_1}}{\sqrt{P_1 + P_2}}$.

4.55. A горизонтал ўқ атрофида айлана оладиган бир жинсли AB брус радиуси r бўлган силлиқ цилиндрга суяниб туради. Цилиндр силлиқ горизонтал пол устида чўзилмайдиган AC ип билан тортиб қўшилган. Бруснинг оғирлиги 16 Н; узунликлар $AB = 3r$, $AC = 2r$. Ипнинг тортилиш кучи T ва бруснинг A шарнирга кўрсатадиган босим кучи аниқлансин.

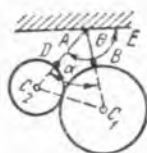
Жавоб: $T = 6,9$ Н, $X_A = -6$ Н, $Y_A = -12,5$ Н.



4.55- масалага



4.56- масалага



4.57- масалага

4.56. Иккита силлиқ OA ва OB қия текисликлар орасига, маркази C_1 , сғирлиги $P_1 = 10$ Н ва маркази C_2 , сғирлиги $P_2 = 30$ Н бўлган бир-бирига тегиб турувчи иккита бир жинсли силлиқ цилиндр қўйилган. Агар бурчак $AOx_1 = 60^\circ$, бурчак $BOx = 30^\circ$ бўлса, C_1C_2 тўғри чизиқнинг горизонтал xOx_1 ўқ билан ҳосил қилган φ бурчаги, цилиндрларнинг текисликларга босими N_1 ва N_2 , шунингдек, цилиндрларнинг бир-бирига туширадиган босимининг миқдори N аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = 0$; $N_1 = 20$ Н; $N_2 = 34,6$ Н; $N = 17,3$ Н.

4.57. Сғирликлари мос равишда P_1 ва P_2 , радиуслари R_1 ва R_2 бўлган иккита бир жинсли C_1 ва C_2 шарлар AB ҳамда AD арқонларга боғланиб, A нуқтага осиб қўйилган: $AB = l_1$; $AD = l_2$; $l_1 + R_1 = l_2 + R_2$; бурчак $BAD = \alpha$; AD арқоннинг AE горизонтал текислик билан ҳосил қилган θ бурчаги, арқонлардаги T_1 , T_2 тортилиш кучлари ва бир шарнинг иккинчисига туширадиган босим кучи аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \operatorname{tg} \theta = - \frac{P_2 + P_1 \cos \alpha}{P_1 \sin \alpha}, \quad T_1 = P_1 \frac{\sin(\theta - \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

$$T_2 = P_2 \frac{\sin(\theta - \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}}, \quad N = P_2 \frac{|\cos \theta|}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

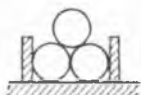
4.58. Марказлари чўзилмайдиган ип билан боғланган иккита бир жинсли цилиндр горизонтал текисликда турибди, цилиндрлар ҳар бирининг радиуси r , сғирлиги P . Уларнинг устида радиуси R , сғирлиги Q бўлган бир жинсли учинчи цилиндр бор. Ишқаланишни ҳисобга олмай, ипнинг тортилиш кучи, цилиндрларнинг текисликка ва бир-бирига туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: Пастдаги ҳар қайси цилиндрнинг текисликка туширадиган босими $P + \frac{Q}{2}$ га тенг. Пастдаги цилиндрнинг ҳар бири билан

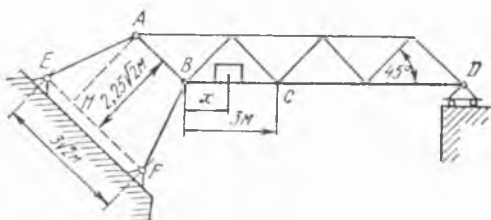
юқоридаги цилиндр орасидаги босими $\frac{Q(R+r)}{2\sqrt{R^2+2rR}}$ га тенг.

Ипнинг тортилиш кучи $\frac{Qr}{2\sqrt{R^2+2rR}}$ га тенг.

4.59. Ҳар қайсисининг сғирлиги $P = 120$ Н бўлган бир хилдаги учта труба расмда кўрсатилгандек ётади. Ишқаланишни ҳисобга ол-



4.58- масалага 4.59- масалага



4.60- масалага

май, ҳар бир пастки трубанинг ерга ва ён томондан ушлаб турган силлиқ деворларга туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: ерга тушадиган босим 180 Н га, ҳар қайси деворга тушадиган босим 34,6 Н га тенг.

4.60. ABCD ферма D нуқтада ғалтакларга, A ва B нуқталарда эса E ва F шарнирларга бириктирилган AE ва BF стерженларга таяниб туради. Ферманинг оғма стерженлари ва EF тўғри чизик горизонтга 45° бурчак билан оғган. BC нинг узунлиги 3 м, AE ва EF стерженларининг узунлиги бир-бирига тенг; $EF = 3\sqrt{2}$ м; $AH = 2,25\sqrt{2}$ м. Ферманинг оғирлиги 25 кН га тенг бўлиб, C нуқта орқали ўтадиган вертикал бўйлаб йўналган; фермага қўйилган юкнинг оғирлиги 112,5 кН. D таянч реакцiasi нолга тенг бўлиши учун юкни B нуқтадан ҳисобланган қандай x масофада ўрнатиш керак?

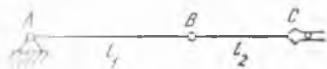
Жавоб: $x = 0,25$ м.

4.61. Робот — манипулятор шарнирли уч звеноли механизмдан иборат, звенолар вертикал текисликда айлана олади. Робот — манипулятор звеноларини горизонтал ҳолатда ушлаб туриш учун зарур бўлган A ва B шарнирлар атрофидаги айлантирувчи моментлар топиласин. Манипулятор объектнинг массаси $m_C = 15$ кг. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,7$ м, $l_2 = 0,5$ м. Звенолар бир жинсли ва уларнинг массалари тегишлича: $m_1 = 35$ кг, $m_2 = 25$ кг.

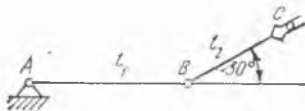
Жавоб: $M_A = 530$ Н·м, $M_B = 135$ Н·м.

4.61 — 4.64- масалаларга эслатма. Шарнирларда айлантирувчи моментларни вужудга келтирувчи механизмлар расмларда кўрсатилмаган.

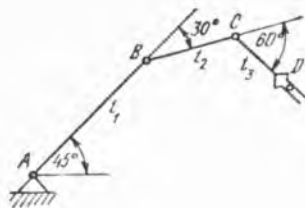
4.62. Мувозанатда турган шарнирли робот — манипулятор механизми иккинчи звено горизонтга нисбатан 30° бурчакка кўтарилганида унинг узунликлари шарнирларидаги айлантирувчи моментлар топиласин.



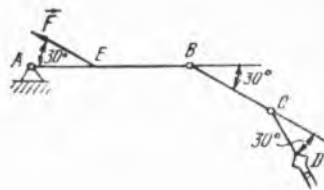
4.61- масалага



4.62- масалага



4.63- масалага



4.64- масалага

Манипуляция объектининг массаси $m_C = 15$ кг. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,7$ м, $l_2 = 0,5$ м. Звеноларнинг массалари: $m_1 = 35$ кг, $m_2 = 25$ кг.

Жавоб: $M_A = 510$ Н·м, $M_B = 117$ Н·м.

4.63. Робот — манипулятор механизми мувозанат ҳолатида вертикал текисликда жойлашган. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,8$ м, $l_2 = 0,5$ м, $l_3 = 0,3$ м. Звеноларнинг массалари: $m_1 = 40$ кг, $m_2 = 25$ кг, $m_3 = 15$ кг. Агар манипуляторнинг CD қўлида массаси $m_D = 15$ кг бўлган юк бўлса, узатмалар таъсир кучларининг шарнирларга қўядиган айлантирувчи моментлари топилсин. Звеноларни бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин.

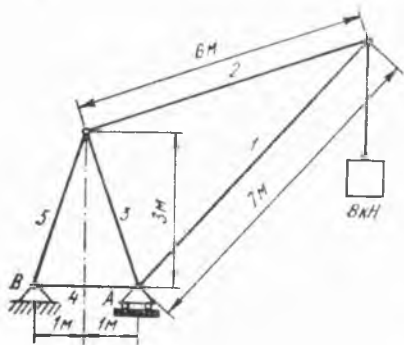
Жавоб: $M_A = 665$ Н·м, $M_B = 248$ Н·м, $M_C = 46,7$ Н·м.

4.64. Робот — манипулятор механизмининг қўли, массаси $m_D = 15$ кг бўлган юкни мувозанатда ушлаб туради. Юкни бўшатадиган қурилманинг узатмага кўрсатадиган зўриқишнинг камайитиришга мўлжалланган пружинаси биринчи звенюга A шарнирдан $AE = 0,2$ м масофага қўйилган $F = 3000$ Н куч билан таъсир қилади. Узатма таъсир кучларининг шарнирлардаги моментлари топилсин. Звеноларнинг узунликлари: $l_1 = 0,8$ м, $l_2 = 0,5$ м, $l_3 = 0,3$ м. Звеноларнинг массалари: $m_1 = 40$ кг, $m_2 = 25$ кг, $m_3 = 15$ кг. Звенолар бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин.

Жавоб: $M_A = 502$ Н·м, $M_B = 214$ Н·м, $M_C = 33$ Н·м.

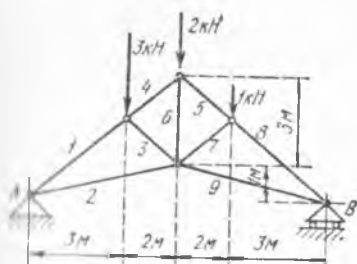
4.65. Расмда кўрсатилган краннинг таянч реакциялари ва унинг стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин. Кранда 8 кН ли юк бор. Стерженларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_A = 26,1$ кН, $R_B = 18,1$ кН — пастга йўналган.

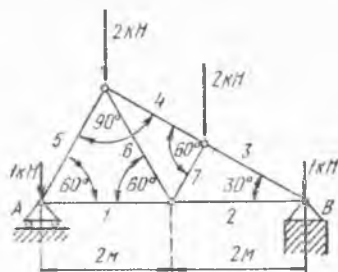


4.65- масалага

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5
Зўриқишлар, кН	-16,4	+11,5	-14,3	-6	+19



4.66- масалага



4.67- масалага

4.66. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган тропида фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 3,4$ кН; $R_B = 2,6$ кН.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-7,3	+5,8	-2,44	-4,7	-4,7	+3,9	-0,81	-5,5	+4,4

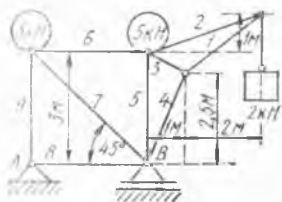
4.67. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган тропида фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 3,25$ кН, $R_B = 2,75$ кН.

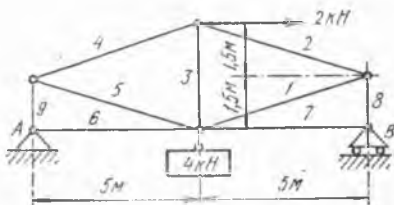
Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7
Зўриқишлар, кН	+1,3	+3,03	-3,5	-2,5	-2,6	+1,73	-1,73

4.68. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган тропида фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 3$ кН, $R_B = 9$ кН.



1.68- масалага



4.69- масалага

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-6,0	+5,1	-3,13	-5,4	-2,0	+2,0	-2,83	0	-3,0

4.69. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган шишотнинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Бу масалада, шунингдек, бундан кейинги масалаларда, Ox ўқ AB горизонтал тўғри чизиқ бўйича ўнгга, Oy ўқ эса вертикал бўйича юқорига йўналтирилган.

Жавоб: $X_A = -2$ кН, $Y_A = 1,4$ кН, $Y_B = 2,6$ кН.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	+4,5	-4,5	+2	-2,44	+2,44	+2	0	-2,6	-1,4

4.70. Расмда юклари билан бирга кўрсатилган ферманинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

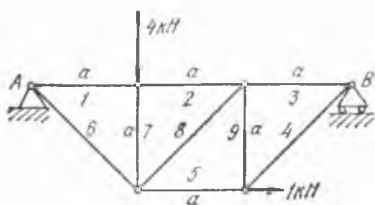
Жавоб: $X_A = -1$ кН, $Y_A = 3$ кН, $Y_B = 1$ кН.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-2	-2	-1	+1,41	+2	+4,24	-4	+1,41	-1

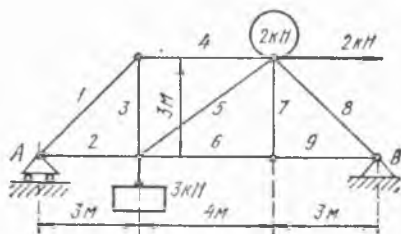
4.71. Расмда қўйилган кучлари билан бирга кўрсатилган кўприк фермасининг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = 2,1$ кН, $X_B = -2$ кН, $Y_B = 2,9$ кН.

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Зўриқишлар, кН	-2,97	+2,1	+2,1	-2,1	+1,5	+0,9	0	-4,1	+0,9



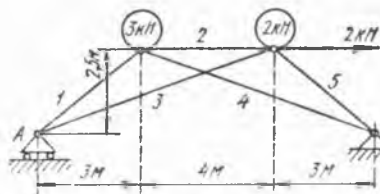
4.70- масалага



4.71- масалага

4.72. Расмда таъсир этувчи кучлар билан бирга кўрсатилган иншоотнинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин, 3 ва 4 стерженлар бир-бири билан кесишган нуқтада шарнир воситасида бириктирилган эмас.

Жавоб: $Y_A = 2,2 \text{ кН}$, $X_B = -2 \text{ кН}$, $Y_B = 2,8 \text{ кН}$.



4.72- масалага

Стерженнинг номери	1	2	3	4	5
Зўриқишлар, кН	-6	-7	+4,9	+2,53	-5,7

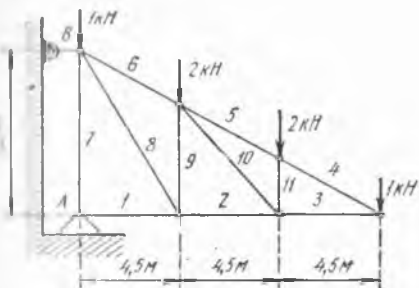
4.73. Расмда таъсир қилувчи кучлар билан бирга кўрсатилган осма ферманинг таянчларидаги реакциялар ва стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 5,4 \text{ кН}$, $Y_A = 6 \text{ кН}$, $X_B = -5,4 \text{ кН}$.

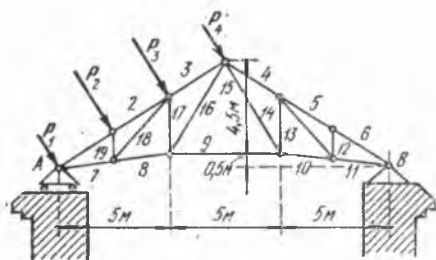
Стерженнинг номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Зўриқишлар, кН	-5,4	-3,6	-1,8	+2,06	+2,06	+4,1	-6	+3,5	-3	+2,7	-2

4.74. Тенг панелли стропила фермасининг тугунларида шамол босими таъсирида томга тик бўлган: $P_1 = P_4 = 312,5 \text{ Н}$ ва $P_2 = P_3 = 625 \text{ Н}$ кучлар ҳосил бўлади. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. Шамол таъсирида таянчларда ҳосил бўладиган реакциялар ва ферма стерженларидаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = 997 \text{ Н}$, $X_B = 1040 \text{ Н}$, $Y_B = 563 \text{ Н}$, $S_1 = -1525 \text{ Н}$, $S_2 = 1940 \text{ Н}$, $S_3 = -1560 \text{ Н}$, $S_4 = S_5 = S_6 = -970 \text{ Н}$, $S_7 = +1100 \text{ Н}$, $S_8 = 440 \text{ Н}$, $S_9 = -215 \text{ Н}$, $S_{10} = S_{11} = -230 \text{ Н}$, $S_{12} = S_{13} = S_{14} = 0$, $S_{15} = -26 \text{ Н}$, $S_{16} = +1340 \text{ Н}$, $S_{17} = -1130 \text{ Н}$, $S_{18} = +1050 \text{ Н}$, $S_{19} = -750 \text{ Н}$.



4.73- масалага



4.74- масалага

5-§. Ишқаланиш кучлари

5.1. $P = 2$ кН куч билан чўзилувчи иккита пўлат листни бир-бирига бириктириб турадиган болтда қанча тортиш кучи бўлиши лозимлиги аниқлансин. Болт кичик оралиқ билан ўрнатилган бўлиб, кесувчи кучга чидаш бериши керак. Листлар орасидаги ишқаланиш коэффициентини 0,2 га тенг.

Қўрсатма: Болт кесувчи кучга чидаш бериши керак бўлганидан уни шундай куч билан тортиб қўйиш лозимки, листлар орасида ҳосил бўладиган ишқаланиш, листларнинг силжишига йўл қўймасин. Болтнинг ўқи бўйлаб таъсир қилувчи куч қидириладиган тортиш кучи бўлади.

Жавоб: 10 кН.

5.2. Расмда кўрсатилгандек тахланган қоғоз варақларининг эркин учлари варақ оралиғи шундай ёпиштирилганки, натижада иккита A ва B мустақил тўплаш ҳосил бўлади. Ҳар қайси варақнинг оғирлиги 0,06 Н, ҳамма варақларнинг сони 200, қоғознинг қоғоз билан ва қоғоз турган стол билан ишқаланиш коэффициентини 0,2 га тенг. Қоғоз тўпларидан бирини қўзғалмас деб ҳисоблаб, иккинчи тўпни тортиб олиш учун керак бўлган P горизонтал кучнинг энг кичик қиймати аниқлансин.

Жавоб: A ни B дан тортиб олганда $P = 241,2$ Н, B ни A дан тортиб олганда $P = 238,8$ Н бўлади.

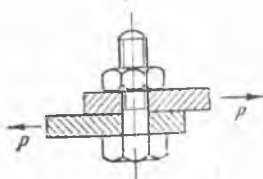
5.3. Нишаблиги 0,008 га тенг бўлган қия йўлдан тушиб келаётган вагон маълум бир тезлик олгандан кейин тенг ўлчовли ҳаракат қилади. Агар вагоннинг оғирлиги 500 кН бўлса, шу тезликда вагонга таъсир қиладиган қаршилик кучи R топилсин.

Йўлнинг нишаблиги деб, йўлнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчагининг тангенсига айтилади; нишаблик кичик бўлганидан бурчакнинг синусини унинг тангенсига тенг деб қабул қилиш мумкин.

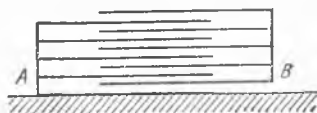
Жавоб: $R = 4$ кН.

5.4. Поезд 0,008 қияликка эга бўлган тўғри чизиқли йўл бўйлаб ўзгармас тезлик билан кўтарилмоқда; электровозни ҳисобга олмаганда, поезднинг оғирлиги 12000 кН. Агар ҳаракатга бўлган қаршилик, поезднинг темир изларга кўрсатадиган босимининг 0,005 қисмини ташкил қилса, электровознинг тортиш кучи P қандай бўлади?

Жавоб: $P = 156$ кН.



5.1- масалага



5.2- масалага

5.5. Силлиқ бўлмаган қия текислик горизонт билан шундай α бурчак ташкил қиладики, шу текисликка қўйилган оғир жисм ўзига дастлаб берилган бошланғич тезликка тенг доимий тезлик билан пастга тушади. Ишқаланиш коэффициентини f аниқлансин.

Жавоб: $f = \operatorname{tg} \alpha$.

5.6. Қия ернинг табиий оғиш бурчаги топилсин. Шу ернинг ишқаланиш коэффициентини $f = 0,8$.

Қия ернинг табиий оғиш бурчаги деб қияликнинг горизонтга нисбатан ҳосил қилган шундай энг катта оғиш бурчагига айтиладики, бунда қияликда ётган тупроқ заррачаси мувозанатда бўлади.

Жавоб: $38^\circ 40'$.

5.7. Оғирлиги P га тенг яшиқ ишқаланиш коэффициентини f бўлган ғадир-будур текисликда туради. Яшиқни энг кичик Q куч билан қўзғатиш учун кучни горизонтга нисбатан қандай β бурчак билан қўйиш керак? Шу энг кичик кучнинг миқдори топилсин.

Жавоб: $\beta = \arctg f$; $Q_{\min} = \frac{fP}{\sqrt{1+f^2}}$.

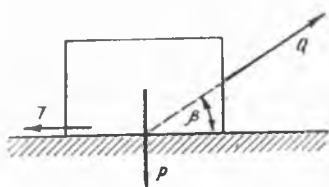
5.8. Оғирликлари мос равишда 10 Н, 30 Н ва 60 Н бўлган учта A, B, C юклар горизонтга α бурчак остида оған текислик устида турибди. Юклар расмда кўрсатилгандек трослар билан боғланган.

Текислик билан юклар орасидаги ишқаланиш коэффициентлари мос равишда $f_A = 0,1$, $f_B = 0,25$, $f_C = 0,5$ га тенг. α бурчакнинг қандай қийматида юклар қия текислик бўйлаб текис ҳаракатланиб пастга туша бошлайди. Шунингдек, трослардаги T_{AB} ва T_{BC} таранглик кучлари топилсин.

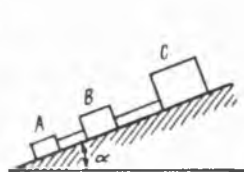
Жавоб: $\alpha = \arctg 0,38$, $T_{AB} = 2,7$ Н, $T_{BC} = 6,5$ Н.

5.9. Оғирлиги 200 Н бўлган тўғри бурчакли B бруснинг юқори юзасида оғирлиги 100 Н га тенг тўғри бурчакли A брус турибди. B бруснинг қуйи томони C горизонтал сиртга таяниб туради ва улар орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f_2 = 0,2$. A ва B бруслар орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f_1 = 0,5$. A брусга горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи $P = 60$ Н куч таъсир қилади. A брус B брусга нисбатан ҳаракатланадими? B брус C текисликка нисбатан ҳаракатланадими?

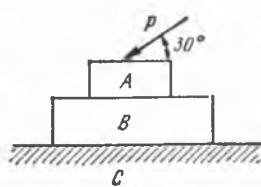
Жавоб: A ва B бруслар тинч туради.



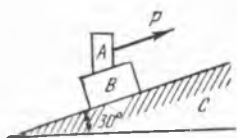
5.7- масалага



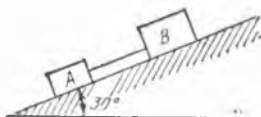
5.8- масалага



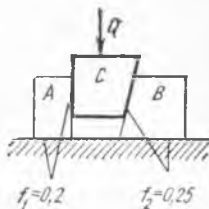
5.9- масалага



5.10- масалага



5.11- масалага



5.12- масалага

5.10. Иккита A ва B жисмлар C қия текисликда расмда кўрсатилгандек ўрнашган. A ва B жисм оғирликлари мос равишда 100 Н ва 200 Н . A билан B орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f_1 = 0,6$, B ва C орасидагиси эса $f_2 = 0,2$. A жисмга қия текисликка параллел қилиб қўйилган P кучининг турли қийматларида системанинг ҳолати текширилсин.

Жавоб: $P < 98\text{ Н}$ бўлганда иккала жисм ҳам бир-бирига нисбатан силжймай биргаликда пастга томон ҳаракатланади; $98\text{ Н} < P < 112\text{ Н}$ бўлганда иккала жисм ҳам тинч туради; $P > 102\text{ Н}$ да B жисм қўзғалмай, A жисм B нинг устида юқорига томон сирпанади.

5.11. Қия текислик устида оғирлиги 400 Н бўлган тўғри бурчакли B брус турибди. Унга трос воситасида 200 Н оғирликдаги ва қия текислик бўйича сирпаниб тросни таранг тортувчи тўғри бурчакли A брус уланади. Қия текислик билан ишқаланиш коэффициентлари $f_A = 0,5$ ва $f_B = \frac{2}{3}$. A брус улангандан сўнг система мувозанатда бўладими? Тросдаги T таранглик ва ҳар қайси жисмга таъсир этадиган ишқаланиш кучларининг катталиклари топилсин. Троснинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Система тинч ҳолатда қолади. $F_A = 86,6\text{ Н}$, $F_B = 213,4\text{ Н}$, $T = 13,4\text{ Н}$.

5.12. Ғадир-будур горизонтал текислик устида турган иккита A ва B жисмлар орасига C пона киритиб қўйилган. Понанинг бир томони вертикал, бошқаси вертикал билан $\alpha = \arctg \frac{1}{3}$ бурчак ҳосил қилади.

A ва B жисм оғирликлари мос равишда 400 Н ва 300 Н , сиртлар орасидаги ишқаланиш коэффициентлари расмда кўрсатилган. Жисмлардан бирини силжитадиган Q кучининг қиймати, шунингдек қўзғалмай қолган жисмга горизонтал текислик томсидан таъсир этадиган F ишқаланиш кучининг қиймати топилсин.

Жавоб: $Q = 70\text{ Н}$ да A жисм ҳаракатлана бошлайди; $F_B = 83\text{ Н}$.

5.13. A цилиндр оралиқ бурчаги θ га тенг, кўндаланг кесими симметрик пона шаклида бўлган B йўналтирувчилар орасида турибди. A цилиндр билан B йўналтирувчилар орасидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Цилиндрнинг оғирлиги Q га тенг. P кучининг қандай қийматида цилиндр горизонтал йўналишда ҳаракатлана

бошлайди? P кучнинг цилиндр оғирлиги Q га тенг қийматида ҳаракат бошланиши учун θ бурчак қандай бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } P = \frac{Qf}{\sin \frac{\theta}{2}}; \quad \theta = 2 \arcsin f.$$

5.14. Q оғирликдаги цилиндр A ва B таянчларда турибди, A ва B таянчлар цилиндр марказидан ўтувчи вертикалга нисбатан симметрик жойлашган. Цилиндр ва таянчлар орасидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг. T тангенциал кучнинг қандай қийматида цилиндр айлана бошлайди? θ бурчакнинг қандай қийматида бу қурилма ўз-ўзидан тормозланувчи бўлади?

$$\text{Жавоб: } T = \frac{fQ}{(1+f^2) \cos \theta - f}; \quad \theta < \arccos \frac{f}{1+f^2}.$$

5.15. Кривошипни механизмда йўналтирувчи ва A ползун орасидаги, шунингдек, ҳамма шарнирлар ва подшипниклардаги ишқаланишнинг ҳисобга олмай, Q юкни механизмнинг расмда тасвирланган ҳолатида ушлаб туриш учун зарур бўладиган P куч аниқлансин. Агар A ползун билан йўналтирувчи орасидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг бўлса, Q юкнинг қўзғалмай қолишини таъминлайдиган P кучнинг минимал ва максимал қийматлари қандай?

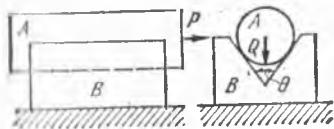
$$\text{Жавоб: } P = \frac{Q \cdot a \cos \varphi}{r \sin(\varphi + \theta)};$$

$$P_{\min} = \frac{Q \cdot a}{r} \cdot \frac{\cos \varphi - f \sin \varphi}{\sin(\varphi + \theta)}; \quad P_{\max} = \frac{Qa}{r} \cdot \frac{\cos \varphi + f \sin \varphi}{\sin(\varphi + \theta)}.$$

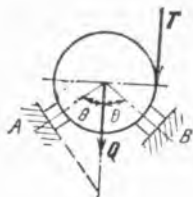
5.16. Доиравий цилиндрининг чорак қисми кўринишида бўлган сидир-будур сирт бўйлаб P оғирликдаги B юк BAD трос ёрдамида кўтарила бораётганида мувозанатда ушлаб турилади. Юк билан сирт орасидаги ишқаланиш коэффициенти $f = \operatorname{tg} \varphi$, бунда φ — ишқаланиш бурчаги. Троснинг таранглиги α бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. Троснинг таранглиги экстремал қийматга эга бўлиши учун α бурчак қандай шартни қаноатлантириши керак? Юк ва A блокиннг ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } S = P \frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi)}; \quad \frac{\operatorname{tg}(\varphi + \alpha)}{\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi)} = 2$$

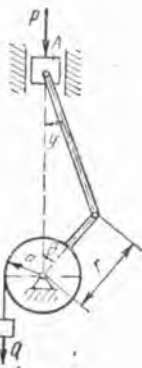
бўлганида S таранглик экстремал қийматга эришади.



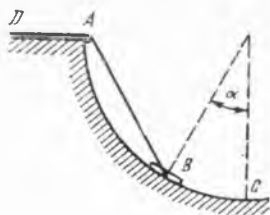
5.13- масалага



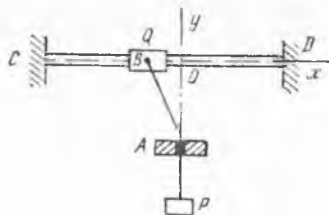
5.14- масалага



5.15- масалага



5.16 ва 5.17- масалага



5.18- масалага

5.17. Доиравий цилиндрнинг чорак қисми кўринишида бўлган гадир-будур сирт бўйлаб тушириладиган P оғирликдаги B юк мувозанатда ушлаб турилади. Юк билан сирт орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f = \operatorname{tg} \varphi$, бунда φ ишқаланиш бурчаги. Троснинг S таранглиги α бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. B юк мувозанатда турганида троснинг таранглиги қандай чегарада ўзгариши мумкин? Юк ва блокнинг ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $S = P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi)}$. Агар троснинг таранглиги

$$P \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} + \varphi)} \geq S \geq P \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(45^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi)}$$

шартни қаноатлантирса, юк мувозанатда туради. $\alpha < \varphi$ бўлса, юк трос бўлмаса ҳам мувозанатда туради.

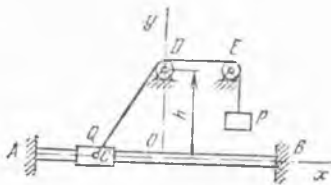
5.18. Гадир-будур сиртли CD горизонтал йўналтирувчи бўйлаб Q юк сирпана олади. Унга учиди P юки бўлган, силлиқ A тешик орқали ўтказилган трос боғланган. Юкнинг йўналтирувчи бўйлаб ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$. Q юкнинг оғирлиги 100 Н, илтиган юкники $P = 50$ Н. A тешикдан йўналтирувчининг ўқигача бўлган масофа $OA = 15$ см. Тинч туриб қоладиган зона чегараси (юкнинг мувозанат ҳолатда бўладиган геометрик ўринлари) аниқлансин. Юк ва тешикнинг ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Чегара, $\pm 4,64$ см координаталарга эга.

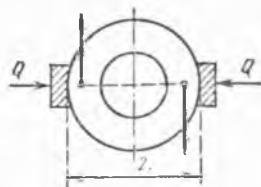
5.19. Йўлнинг қия қисмида автомобиль тормозлар воситасида ушлаб турилади. Тормоз педали 2 см силжиганида дискали тормознинг тормоз колодкаси $0,2$ м га силжийди. Дискнинг ишлайдиган қисми диаметри 220 мм, ғилдиракнинг зўриқиш тушадиган диаметри 520 мм, автомобилнинг оғирлиги 14 кН. Агар йўлнинг қиялик бурчаги 20° бўлса, ҳайдовчи тормоз педалига қандай куч билан босиши аниқлансин. Юмалаб ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Тормоз колодкалари билан диск орасидаги сирпаниб ишқаланиш коэффициентини $f = 0,5$. Ҳамма ғилдиракларнинг тормозлари бир хил ишлайди.

Жавоб: $0,226$ кН.

5.20. Гадир-будур сиртли AB горизонтал йўналтирувчи бўйлаб Q юк сирпана олади. Унга учиди P юки бўлган трос боғланган. Агар юкларнинг оғирликлари $Q = 100$ Н, $P = 45$ Н ва сирпа-



5.20- масалага



5.21- масалага

ниб ишқаланиш коэффициенти $f = 0,5$ бўлса, мувозанат сақланмайдиган оралиқлар чегаралари аниқлансин. D блокнинг марказидан йўналтирувчининг ўқигача бўлган масофа $h = 15$ см. D блок ва Q юкнинг ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Чегаралари мос равишда ($-39,6$ см, $-23,8$ см) ва ($23,8$ см, $39,6$ см) га тенг, координаталар билан аниқланган иккита оралиқ.

5.21. Валга моменти $M = 100$ Н·м бўлган жуфт куч қўйилган. Валга $r = 25$ см радиусли тормоз ғилдираги ўрнатилган. Тормоз ғилдираги билан тормоз колодкаси орасидаги тинч ҳолатдаги ишқаланиш коэффициенти $f = 0,25$ бўлса, ғилдиракнинг тўхтаб қолиши учун колодкаларини тормоз ғилдирагига қандай Q куч билан босиш кераклиги топилин.

Жавоб: $Q = 800$ Н.

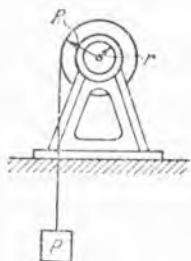
5.22. Трамвай эшиги сурилиб очилганда пастки пазага ишқаланади. Ишқаланиш коэффициенти $f = 0,5$ дан катта эмас. Эшикнинг кенглиги $l = 0,8$ м; эшикнинг оғирлик маркази унинг вертикал симметрия ўқида ётади. Эшик очилаётганда ағдарилмаслиги учун эшик бандини кўпи билан қандай h баландликка ўрнатиш кераклиги аниқлансин.

Жавоб: $h = \frac{l}{2f} = 0,8$ м.

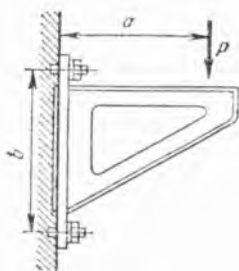
5.23. Оғирлиги Q , радиуси R бўлган цилинрик вал ўзига ўралган арқонга осилган юк билан ҳаракатга келтирилади; юкнинг оғирлиги P . Вал шипларининг радиуси $r = \frac{R}{2}$. Подшипниклардаги ишқаланиш коэффициенти $0,05$ га тенг. Юк ўзгармас тезлик билан пастга тушиши учун Q оғирлик билан P оғирликнинг нисбати қандай бўлиши керак?

Жавоб: $\frac{Q}{P} = 39$.

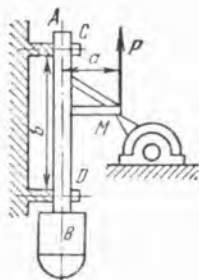
5.24. $P = 600$ Н вертикал куч билан юкланган кронштейн деворга икки болт билан бириктирилган. Кронштейнни деворга бириктириш учун керак бўлган болтлардаги тортиш кучи аниқлансин. Девор билан кронштейн орасидаги ишқаланиш коэффициенти $f = 0,3$. Катта эҳтиётлик билан ҳисоблаш учун фақатгина юқоридаги болт тортилган



5.23- масалага



5.24- масалага



5.25- масалага

деб ҳамда болтлар зазор билан қўйилган бўлиб, улар кесилишга чидаши керак, деб фараз қилинадн. Берилган: $\frac{b}{a} > f$.

Кўрсатма: Болтдаги тортиш кучи деб болтнинг ўқи бўлаб таъсир қилувчи зўриқишга айтилади. Юқоридаги болтдаги тўла тортиш кучи икки қисмдан иборат: биринчиси кронштейннинг девордан узилишга ва пастки болт атрофида ағдарилишга йўл қўймайди, иккинчиси кронштейннинг юқориги қисмида керакли ишқаланишни ҳосил қилувчи нормал босимни юзага келтиради.

Жавоб: 2 кН.

5.25. АВ соп валга ўтқазилган М нишлар билан ҳаракатга келадн. Дастанинг оғирлиги 180 Н, С ва D йўналтирувчилар орасидаги масофа $b = 1,5$ м. Нишнинг вал бўртнигига тегиб турган нуқтадан даста ўқиға бўлган оралиқ $a = 0,15$ м. Даста билан С ва D орасидаги ишқаланиш кучи ишқаланувчи қисмлар босимининг 0,15 қисмини ташкил қилса, дагани кўтариш учун қанча Р куч керак?

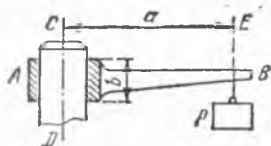
Жавоб: $P = 186$ Н.

5.26. АВ горизонтал стерженнинг А учида тешик бўлиб, бу тешикка юмалоқ CD вертикал тирговуч киргизиб қўйилган. Втулканинг узунлиги $b = 2$ см. Тирговучнинг ўқидан а масофадаги Е нуқтада стерженга Р юк осилган. АВ стерженнинг оғирлигини ҳисобга олмай, шундай а оралиқ аниқлашсинки, Р куч таъсирида стержень мувоза: ат ҳолида қолсин; стержень билан тирговуч орасидаги ишқаланиш коэффициенти $f = 0,1$.

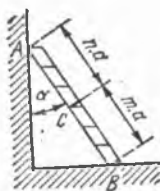
Жавоб: $a \geq 10$ см.

5.27. Пастки учи билан горизонтал полга тиралган АВ нарвон вертикал деворга қўйилган. Нарвоннинг вертикал девор билан ишқаланиш коэффициенти f_1 , пол билан ишқаланиш коэффициенти f_2 . Нарвон билан унинг устидаги кишининг оғирлиги p га тенг бўлиб, нарвон узунлигини $m:n$ нисбатда бўлувчи С нуқтага қўйилган. Мувозанат ҳолатида нарвон билан девор орасидаги α бурчакнинг энг катга қиймати ва шу ҳолат учун деворнинг N_A ва полининг N_B нормал реакциялари топилин.

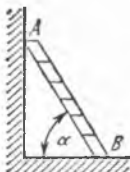
Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{(m+n)f_2}{m-nf_1f_2}$, $N_A = \frac{p \cdot f_2}{1+f_1f_2}$, $N_B = \frac{p}{1+f_1f_2}$.



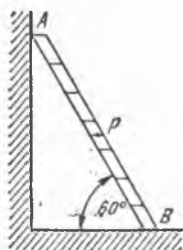
5.26- масалага



5.27- масалага



5.28- масалага



5.29- масалага

5.28. Оғирлиги P га тенг AB нарвон бир учи билан силлиқ деворга ва иккинчи учи билан ғадир-будур полга тиралиб туради. Нарвон билан пол орасидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Оғирлиги p бўлган киши нарвоннинг юқорисига чиқа олиши учун нарвон полга нисбатан қандай α бурчак билан қўйилиши керак?

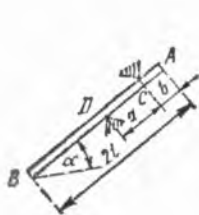
Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{P + 2p}{2f(P + p)}$.

5.29. AB нарвон нотекис девор ва ғадир-будур полга таяниб, пол билан 60° бурчак ташкил этади. Нарвонга P юк қўйилган. Нарвон оғирлигини ҳисобга олмай, у мувозанат ҳолатида қоладиган энг катта BP масофа график усул билан топилин. Девор ва пол учун ишқаланиш бурчаги 15° га тенг.

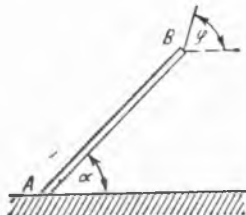
Жавоб: $BP = \frac{AB}{2}$.

5.30. Бир жинсли оғир AB стержень иккита C ва D таянчларда ётади, таянчлар орасидаги масофа $CD = a$, $AC = b$. Стерженьнинг таянчга ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Стерженьнинг горизонтга оғиш бурчаги α . Агар стержень йўғонлиги ҳисобга олинмаса, стерженьнинг мувозанатда туриши учун унинг узунлиги $2l$ қандай шартни қаноатлантириши лозим?

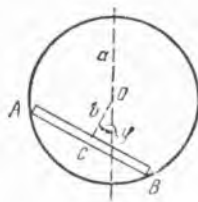
Жавоб: $2l \geq 2b + a + \frac{a}{f} \operatorname{tg} \alpha$, $l > a + b$. $\alpha > \varphi$ бўлганда ($\varphi = \operatorname{arctg} f$ — ишқаланиш бурчаги) биринчи шарт иккинчи шартни ҳам ўз ичига олади: башарти $\alpha < \varphi$ бўлса, иккинчи шартни қаноатлантириш кифоя, $l < a + b$ бўлганда C таянч расмда қабул қилингандек жойлашганда мувозанат ҳолати юзага келмайди.



5.30- масалага



5.31- масалага



5.32- масалага

5.31. Бир жинсли брус A нуқтада ғадир-будур горизонтал полга таянган, B нуқтада у арқон воситасида ушлаб турилади. Брус ва пол орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Бруснинг пол билан ҳосил қилган бурчаги $\alpha = 45^\circ$. Арқон горизонт билан қандай φ бурчак ҳосил қилганда брус сирғана бошлайди?

Жавоб: $\operatorname{tg} \varphi = 2 + \frac{1}{f}$.

5.32. Бир жинсли стержень A ва B учлари билан a радиусли потекис айлана бўйлаб сирганиши мумкин. Стержендан вертикал текисликда жойлашган айлананинг O марказигача бўлган OC масофа b га тенг. Стержень билан айлана орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Стерженнинг мувозанат ҳолатларида OC тўғри чизиқ билан айлананинг вертикал диаметри орасидаги φ бурчак топилсин.

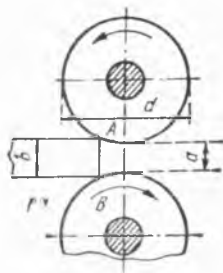
Жавоб: $\operatorname{ctg} \varphi \geq \frac{b^2(1+f^2)}{a^2 f} - f$.

5.33. Яссилаш станогини расмда кўрсатилгандек қарама-қарши томонларга айланувчи иккита валдан иборат. Валларнинг диаметри $d = 50$ см бўлиб, улар орасидаги масофа $a = 0,5$ м. Чўян валлар ва қиздирилган темирнинг ишқаланиш коэффициентини $f = 0,1$ бўлса, бу станда қандай b қалинликлари темир тахтани яссилаш мумкин?

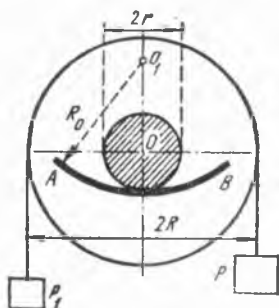
Станинг ишлаши учун айланувчи валлар темир тахтани илтириб ўзининг орасига тортиб кириши керак, яъни темир тахтага бўлган нормал реакциялар ҳамда ишқаланиш кучларининг тенг таъсир этувчиси A ва B нуқталарда ўнг томонга горизонтал йуналиши лозим.

Жавоб: $b \leq 0,75$ см.

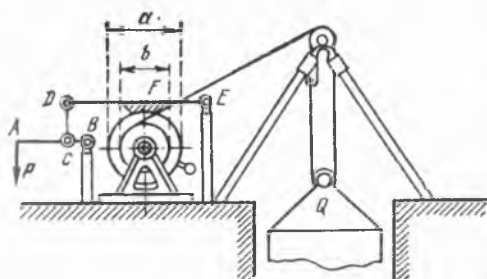
5.34. R радиусли блок унинг ўрта текислигига нисбатан симметрик ўрнатилган r радиусли иккита шип билан таъминланган. Шиплар ясовчиси горизонтал бўлган иккита AB цилиндрик сиртга тиралиб туради. Блокка ип ўралиб, бу ипларга P ва P_1 юклар осилган, бунда $P > P_1$. Блокнинг шиплар билан биргаликдаги оғирлиги Q га тенг. Шипларнинг AB цилиндрик сиртга ишқаланиш коэффициентини f деб фараз қилиб, блокни мувозанатда сақлайдиган P_1 юкнинг энг кичик қиймати аниқлансин.



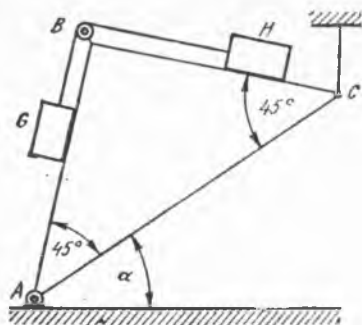
5.33- масалага



5.34- масалага



5.35- масалага



5.36- масалага

Системанинг расмда кўрсатилган ҳолати мувозанат ҳолати бўлаолмайди. Шунинг учун олдин мувозанат ҳолатини топиш керак.

Жавоб: Мувозанат ҳолатида AB цилиндр ўқи ва блокдан ўтган текислик вертикал билан ишқаланиш бурчагига тенг бўлган бурчак ҳосил қилади:

$$P_1 = \frac{P(R\sqrt{1+f^2} - fr) - frQ}{R\sqrt{1+f^2} + fr}.$$

5.35. Шахтага юк тушириш учун расмда кўрсатилган тормозли чигириқ ишлатилади. Занжир ўралган барабан тормозловчи концентрлик ёғоч гилдирак билан бириктирилган. Бу гилдирак, ED тормоз ричагининг D учига CD занжир билан бириктирилган AB ричагининг A учига босиш билан тормозланади. Гилдирак диаметри $a = 50$ см; барабан диаметри $b = 20$ см; $ED = 120$ см; $FE = 60$ см; $AB = 1$ м; $BC = 10$ см. Ёғочнинг пўлатга ишқаланиш коэффициентини $f = 0,4$ деб, ҳаракатланувчи блокка осилган $Q = 8$ кН юкни мувозанатловчи P куч аниқлансин; F колодканинг ўлчамларини ҳисобга олмаймиз.

Жавоб: $P = 0,2$ кН.

5.36. ABC призманинг AB ва BC қирраларига оғирликлари P бўлган иккита ҳар хил G ва H жисмлар ўрнатилган; жисмлар B нуқтадаги блокдан ўтган ип билан бир-бирига боғланган. Жисмлар билан призма ёқларининг ишқаланиш коэффициенти f га тенг. BAC ва BCA бурчаклар 45° га тенг. G юкнинг пастга туша бошлаши учун AC қирранинг горизонтга оғиш бурчаги α нинг қанча бўлиши кераклиги аниқлансин; блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha = f$.

5.37. Дарё устига солинган темир йўл кўпригининг таянч устунини ерга қанча чуқур кўмиш кераклиги ҳисобланганда, таянч устунини билан унга тўғри келадиған юк оғирлиги ернинг устун асосига туширадиган босими ва ёндаги ишқаланиш билан мувозанат ҳолга келади, деб фараз қилинган; шу билан бирга грунт, сувга тўйинган майда қумдан иборат суяқ жисм деб қабул этилган. Таянчга

тушадиган оғирлик 1500 кН, таянчининг 1 м баландлигининг оғирлиги 80 кН, таянчининг дарё туби устидаги баландлиги 9 м, сувнинг баландлиги 6 м, таянч асосининг юзи $3,5 \text{ м}^2$, таянч 1 м баландлигининг ён юзи 7 м^2 , сув билан тўйинган 1 м^3 қумнинг оғирлиги 18 кН, 1 м^3 сувнинг оғирлиги 10 кН, тошдан ишланган таянч ўрнатилган пўлат футлярнинг қумга ишқаланиш коэффициентини 0,18. Таянч устунининг ерга қанча чуқур қўмилганлиги ҳисоблансин.

Ишқаланишнинг ҳисоблашда шунинг эътиборга олиш керакки, 1 м^2 ён юзага тушадиган ўртача босим $10(6 + 0,9 h) \text{ кН/га}$ тенг бўлади.

Жавоб: $h = 11 \text{ м}$.

5.38. Радиуси $r = 50 \text{ мм}$ га тенг бўлган ролик текисликда ўзгармас тезлик билан юмалаши учун, текислиكنинг горизонтга нисбатан оғиш бурчаги α нинг қанча бўлиши кераклиги аниқлансин. Ишқаланиш жисмларнинг материали — пўлат, юмалаб ишқаланиш коэффициентини $k = 0,05 \text{ мм}$.

Бурчак α кичик бўлгани учун $\alpha = \text{tg } \alpha$ деб қабул қилиш мумкин.

Жавоб: $\alpha = 3' 26''$.

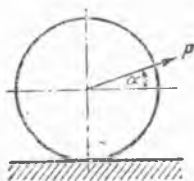
5.39. Оғирлиги 300 Н, радиуси 60 см бўлган цилиндрлик галтакнинг горизонтал текисликда текис юмалаши учун керак бўлган P куч аниқлансин; юмалаб ишқаланиш коэффициентини $k = 0,5 \text{ см}$, P кучининг горизонтал текислик билан ҳосил қилган бурчаги эса $\alpha = 30^\circ$.

Жавоб: $P = 5,72 \text{ Н}$.

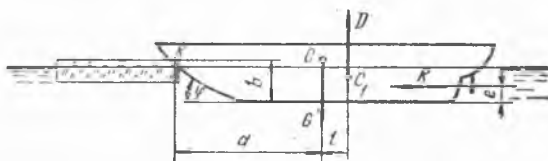
5.40. Радиуси R , оғирлиги Q бўлган шар горизонтал текисликда туради. Шарнинг текисликка сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f , юмалаб ишқаланиш коэффициентини k . Шар марказига қўйилган горизонтал P куч қандай шароитларда шарни бир текис юмалатади.

Жавоб: $\frac{k}{R} < f$, $P = Q \frac{k}{R}$.

5.41. Музёарар кема муз қатлами билан ўзаро таъсирлашаётганда кеманинг G оғирлиги, сувнинг D кўтариш кучи, винтларнинг тиралиш кучи R , шунингдек, муз томонидан форштевнинг K нуқтасига қўйилган N но мал босим кучи ва максимал ишқаланиш кучи F таъсирида мувозанатда деб қаралади. Форштевнинг оғиш бурчаги $\varphi = 30^\circ$, ишқаланиш коэффициентини $f = 0,2$. $G = 6000 \text{ кН}$, $R = 200 \text{ кН}$, $a = 20 \text{ м}$, $b = 2 \text{ м}$, $e = 1 \text{ м}$ қийматлар маълум. Кеманинг дифференцини ҳисобга олмай, унинг муз қатламига бўлган



5.29- масалага



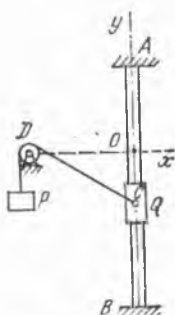
5.41- масалага

вертикал босими P тутиниб туриш кучи D ва ундан кеманинг оғирлик марказигача бўлган l масофа аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } P = R \frac{1 + f \operatorname{tg} \varphi}{f + \operatorname{tg} \varphi} = 230 \text{ кН,}$$

$$D = 5770 \text{ кН, } l = 0,83 \text{ м.}$$

5.42. Гадир-будур сиртли AB вертикал йўналтирувчи бўйлаб юк сирпана олади. Унга учиди P юки бўлган трос боғланган. Блокнинг ўлчовини ҳисобга олмай, қуйидагилар аниқлансин: 1) юкнинг тинч туриб қолиши мумкин бўлган зонани белгилайдиган шарт (мувозанатда туриши мумкин бўлган геометрик ўринлар); 2) юкнинг тинч туриб қолиши мумкин бўлган зона юқори чегараси y ўқнинг мусбат қисмида бўлиши шarti; 3) $Q = 5 \text{ Н}$, $P = 10 \text{ Н}$, $f = 0,2$, $OD = 10 \text{ см}$ бўлганида тинч турадиган зона чегараларини белгиловчи ординаталар; 4) $Q = 1,5 \text{ Н}$, $P = 10 \text{ Н}$, $f = 0,2$, $OD = 10 \text{ см}$ бўлганида тинч турадиган зона чегараларини белгиловчи ординаталар.



5.42- масалага

$$\text{Жавоб: } 1) \frac{Q^2}{P^2} \leq 1 + f^2; \quad 2) \frac{Q}{P} < f; \quad 3) y_1 = -3,26 \text{ см, } y_2 = -8,6 \text{ см; } 4) y_1 = 0,5 \text{ см, } y_2 = -3,59 \text{ см.}$$

II Б О Б

ФАЗОДАГИ КУЧЛАР СИСТЕМАСИ

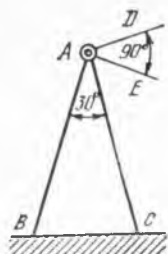
6-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишадиган кучлар

6.1. Муюлишда турган столба учлари шарнир воситасида бириктирилган, қиялиги бир хилда бўлган AB ва AC тўсинлардан иборат. Бурчак $BAC = 30^\circ$. Столба бир-бири билан тўғри бурчак ҳосил қилган иккита AD ва AE горизонтал симларни ушлаб туради. Ҳар қайси симнинг тарағлик кучи 1 кН га тенг. BAC текислик DAE бурчакни тенг иккинга бўлади деб ҳисоблаб, тўсинлардаги зўриқишлар топилсин. Тўсинларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

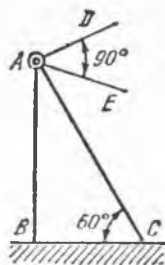
$$\text{Жавоб: } S_B = -S_C = 2,73 \text{ кН.}$$

6.2. Телеграф линиясининг горизонтал симлари AC тирговучи бўлган AB телеграф столбасига осилган бўлиб, $DAE = 90^\circ$ бурчак ҳосил қилади. AD ва AE симларнинг тортилиш кучи мос равишда 120 Н ва 160 Н га тенг. А нуқтадаги бириктириш шарнирли боғланишдан иборат. BAC ва BAE текисликлар орасидаги α бурчакнинг шундай қиймати топилсинки, унда столбани ён томонга эгадиган таъсир вужудга келмасин. Шу билан бирга тирговучдаги S зўриқиш топилсин. Тирговуч горизонтга нисбатан 60° бурчак билан қўйилган. Столба ва тирговучнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

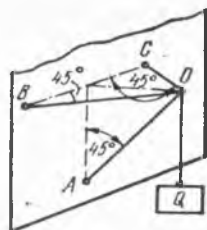
$$\text{Жавоб: } \alpha = \arcsin \frac{3}{5} = 36^\circ 50'; \quad S = -400 \text{ Н.}$$



6.1- масалага



6.2- масалага



6.3- масалага

6.3. $Q = 100$ Н юкни AO брус ва бир хил узунликдаги горизонтал BO ва CO занжирлар ушлаб туради. Брус A нуқтада шарнир билан бириктирилган ва горизонтга 45° бурчак билан оған. $\angle CBO = \angle BCO = 45^\circ$. Брусдаги зўриқиш S ва занжирларнинг таранглик кучлари T топилсин.

Жавоб: $S = -141$ Н, $T = 71$ Н.

6.4. Агар $\angle CBA = \angle BCA = 60^\circ$, $\angle EAD = 30^\circ$ эканлиги берилган бўлса, AB ва AC стерженлардаги S_1 ва S_2 зўриқишлар ҳамда AD тросдаги T зўриқиш топилсин. P юкнинг оғирлиги 300 Н га тенг. ABC текислик горизонтал, стерженлар A , B ва C нуқталарда шарнирлар билан бириктирилган.

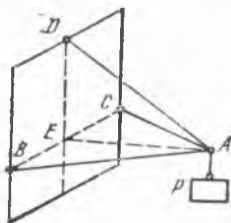
Жавоб: $T = 600$ Н, $S_1 = S_2 = -300$ Н.

6.5. Оғирлиги 420 Н бўлган Q юкни ушлаб турувчи AB стержендаги, AC ва AD занжирлардаги зўриқишлар топилсин. $AB = 145$ см, $AC = 80$ см, $AD = 60$ см, $CADE$ тўғри тўртбурчак текислиги горизонтал, V ва W текисликлар эса вертикал. B нуқтада шарнир бор.

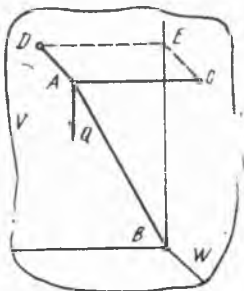
Жавоб: $T_C = 320$ Н, $T_D = 240$ Н, $T_B = -580$ Н.

6.6. Оғирлиги 180 Н бўлган Q юкни ушлаб турувчи AB тросдаги ҳамда AC ва AD стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин. $AB = 170$ см, $AC = AD = 100$ см, $CD = 120$ см, $KC = KD$ ва SDA учбурчак текислиги горизонтал. Стерженлар A , C ва D нуқталарда шарнир билан бириктирилган.

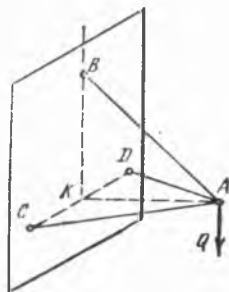
Жавоб: 204 Н, -60 Н.



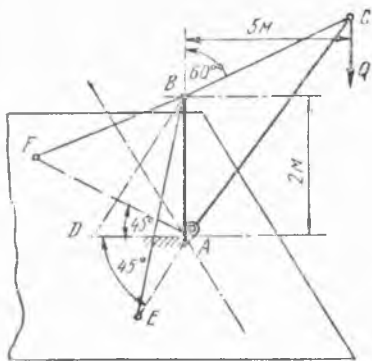
6.4- масалага



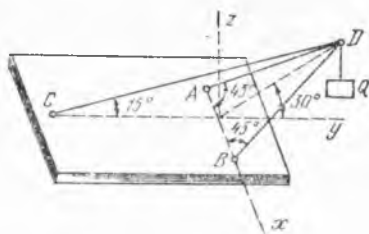
6.5- масалага



6.6- масалага



6.7- масалага



6.8- масалага

6.7. Оғирлиги 20 кН бўлган Q юкни кўтарувчи кўчма кран расмда кўрсатилгандек ясалган, $AB = AE = AF = 2$ м; бурчак $EAF = 90^\circ$, кранинг ABC текислиги икки ёкли $EABF$ тўғри бурчакни тенг иккига бўлади. Кран қисмларининг оғирликларини ҳисобга олмай, вертикал AB устунни қисувчи P_1 куч, BC тортқични ҳамда BE ва BF тросларни тортувчи P_2 , P_3 ва P_4 кучлар аниқлансин.

Жавоб: $P_1 = 42$ кН, $P_2 = 58$ кН, $P_3 = P_4 = 50$ кН.

6.8. Оғирлиги 1 кН бўлган Q юк D нуқтага расмда кўрсатилгандек осилган. Стерженлар A , B , ва D нуқталарда шарнир билан бириктирилган. A , B ва C таянчларнинг реакциялари аниқлансин.

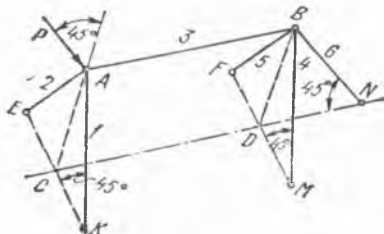
Жавоб: $R_A = R_B = 2.64$ кН, $R_C = 3.35$ кН.

6.9. Икки арқон билан ушлаб турилган ҳаво шарига шамол таъсир қилади. Арқонлар бир-бири билан тўғри бурчак ҳосил қилади. Улар турган текислик горизонт текислиги билан 60° бурчак ҳосил қилади. Шамолнинг йўналиши шу текисликларнинг кесишган чизиғига тик ва ер сиртига параллел. Шар ва унинг ичидаги газнинг оғирлиги 2,5 кН, шарнинг ҳажми $215,4$ м³; 1 м³ ҳавонинг оғирлиги 13 Н. Шарга таъсир қилувчи ҳамма кучларнинг таъсир чизиқлари шарнинг марказида кесишади деб ҳисоблаб, арқонларнинг T_1 ва T_2 тортилиш кучлари ва шамолнинг шарга туширадиган босим кучларининг тенг таъсир этувчиси P аниқлансин.

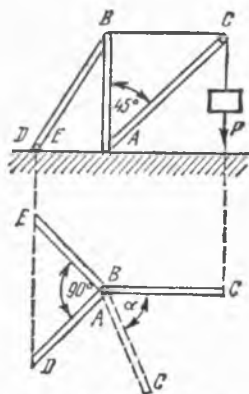
Жавоб: $T_1 = T_2 = 245$ Н; $P = 173$ Н.

6.10. Расмда олтига 1, 2, 3, 4, 5, 6 стерженлардан тузилган фазовий ферма тасвирланган. P куч $ABCD$ тўғри тўртбурчак текислигидаги A тугунга таъсир қилади; бунда унинг таъсир чизиғи CA вертикал билан 45° бурчак ташкил қилади. $\triangle EAK = \triangle FBM$. Тенг ёнли EAK , FBM ва NDB учбурчакларнинг A , B ва D учларидаги бурчаклар тўғри бурчак. Агар $P = 1$ кН бўлса, стерженлардаги зўриқишларнинг қанча бўлиши аниқлансин.

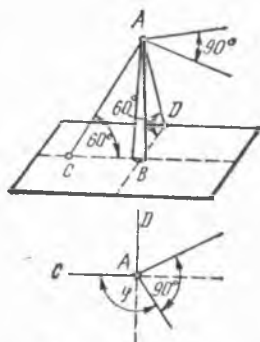
Жавоб. $S_1 = -0,5$ кН, $S_2 = -$



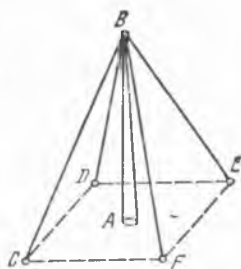
6.10- масалага



6.11- масалага



6.12- масалага



6.13- масалага

— 0,5 кН, $S_3 = -0,707$ кН, $S_4 = +0,5$ кН, $S_5 = +0,5$ кН, $S_6 = -1$ кН.

6.11. $AB = BC = AD = AE$ деб олиб, расмда кўрсатилган краннинг вертикал устунидagi ва оёқларидаги зўриқишлар α бурчак функцияси сифатида аниқлансин. A , B , D ва E нуқталар шарнир билан бириктирилган.

Жавоб: $S_{BD} = P(\cos \alpha - \sin \alpha)$, $S_{BE} = P(\cos \alpha + \sin \alpha)$;

$S_{AB} = -P\sqrt{2} \cos \alpha$.

6.12. Муюлишда ҳаво кабеллини тутиб турувчи AB столба иккита AC ва AD тортқичлар билан ушлаб турилади, бундаги $\angle CBD = 90^\circ$. Столбадаги ва тортқичлардаги зўриқишлар, кабелнинг бир сими билан CBA текислик орасида ҳосил бўлган φ бурчакка боғлиқ равишда аниқлансин. Кабелнинг симлари горизонтал ва бир-бирига тик, уларнинг тортилиш кучи бир хил бўлиб, T га тенг.

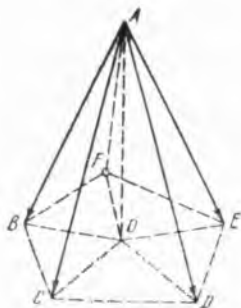
Жавоб: $S_{AC} = 2T(\sin \varphi - \cos \varphi)$; $S_{AD} = 2T(\sin \varphi + \cos \varphi)$, $S_{AB} = -2\sqrt{3} T \sin \varphi$.

$\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{3\pi}{4}$ шарт бажарилганда иккала тортқичларнинг ҳар бири тортилган бўлади: $\varphi < \frac{\pi}{4}$ ёки $\varphi > \frac{3\pi}{4}$ бўлса, тортқичлардан бири брус билан алмаштирилиши керак.

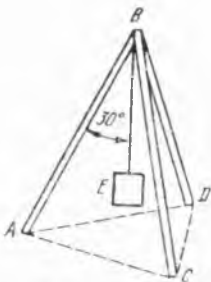
6.13. AB мачтани симметрик равишда жойлашган тўртта тортқич вертикал ҳолатда ушлаб туради. Ҳар қайси иккита ёндош тортқичлар орасидаги бурчак 60° га тенг. Агар ҳар қайси тортқичдаги таранглик кучи 1 кН га ва мачтанинг оғирлиги 2 кН га тенг бўлса, мачтадан ерга тушадиган босимнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб 4,83 кН.

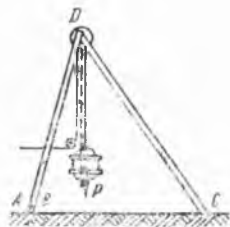
6.14. Беш бурчакли мунтазам пирамиданинг тўртта AB , AC , AD ва AE қирраси 1 метри 1 Н га тўғри келадиган масштабда тўртта кучнинг миқдори ва йўналишини ифода этади. Пирамиданинг баландлиги $AO = 10$ м ва пирамида асосига ташқи чизилган айлана-



6.14- масалага



6.15- масалага



6.16- масалага

нинг радиуси $OC = 4,5$ м бўлса, тенг таъсир этувчи R ва тенг таъсир этувчининг асос билан кесинган нуқтасидан O нуқтагача бўлган x масофа топилсин.

Жавоб: $R = 40,25$ Н. $x = 1,125$ м.

6.15. $ABCD$ учоёқнинг B учига оғирлиги 100 Н бўлган E юк осилган. Оёқларнинг узунлиги бири-бирига тенг бўлиб, улар горизонтал полга маҳкамланган ва ўзаро тенг бурчаклар ташкил қилади. Агар оёқларнинг BE арқон билан 30° бурчак ҳосил қилини маълум бўлса, ҳар қайси оёқдаги зўриқишнинг қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $3,85$ Н.

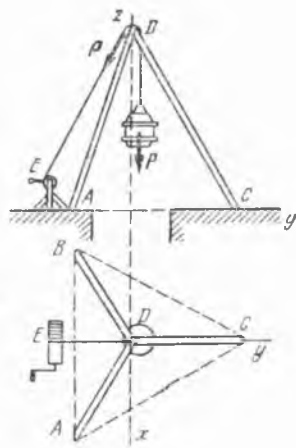
6.16. Агар текис кўтарилувчи P юкнинг оғирлиги 3 кН га тенг бўлса, учоёқнинг горизонтал текислик билан 60° бурчак ҳосил қилувчи AD , BD ва CD оёқларидаги зўриқишларнинг қанча бўлиши топилсин. Бунда $AB = BC = AC$. (Расмнинг юқоридан кўрилиши 6.17-расмга ўхшаш).

Жавоб: $S = 2,3$ кН.

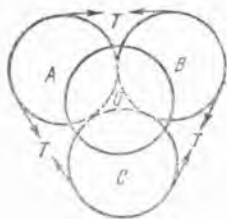
6.17. Оғирлиги 30 кН бўлган P юкни шахтадан кўтариш учун $ABCD$ учоёқ ва E лебёдка ўрнатилган. Агар ABC учбурчак тенг томонли ва оёқлар ҳамда DE тўғри бурчак билан ҳосил қилган бурчаклари 60° га тенг бўлса, юк текис кўтарилганда учоёқнинг оёқларидаги зўриқишларнинг қанча бўлиши аниқлансин. Лебёдканинг учоёққа нисбатан қандай ўрнатилганлиги расмда кўрсатилган.

Жавоб: $S_A = S_B = 31,5$ кН, $S_C = 1,55$ кН.

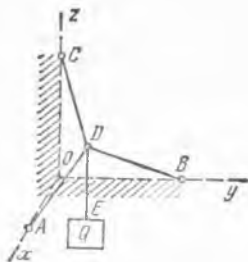
6.18. Силлиқ полда уч оёқли штатив турди; унинг оёқларининг пастки учлари арқонлар воситасида шундай боғланганки, штативнинг оёқлари ва арқонлар мунтазам тетраэдр ҳосил қилади. Штативнинг юқориги



6.17- масалага



6.20- масалага



6.21- масалага

нуқтасига оғирлиги P бўлган юк осилган. Полнинг таянч нуқталардаги реакцияси R ва арқонларнинг T тортилиш кучи P орқали ифодаб топилсин.

$$\text{Жавоб: } R = \frac{1}{3} P, \quad T = \frac{P}{3\sqrt{6}}.$$

6.19. Олдинги масалани, штативнинг оёқлари арқонлар билан учидан эмас, балки ўртасидан боғланган, ҳар қайси оёқнинг оғирлиги p бўлиб, у оёқнинг ўртасига қўйилган деб фараз қилиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } R = \frac{1}{3} P + p; \quad T = \frac{2P + 3p}{18} \sqrt{6}.$$

6.20. Радиуслари бир хил бўлган учта бир жинсли A , B ва C шар горизонтал текисликка қўйилган бўлиб, бир-бирига тегиб туради; шарлар шнур билан боғланган, бу шнур уларнинг экваториал текисликларидан ўтади. Худди шу шарлардек бир жинсли, шундай радиусли ва оғирлиги 10 Н бўлган тўртинчи шар эса учта пастки шарнинг устида туради. Юқоридаги шар босимининг таъсири билан шнурда ҳосил бўладиган T тортилиш кучи аниқлансин. Шарларнинг бир-бири билан ва горизонтал пол билан ишқаланиши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = 1,36 \text{ Н}.$$

6.21. Координатлари $x = y = z = \frac{1}{3} (l - \sqrt{3L^2 - 2l^2})$ бўлган

D нуқтада ўзаро бириктирилган $AD = BD = CD = L$ иплар иккинчи учлари билан тўғри бурчакли координаталар ўқларидаги A , B ва C нуқталарга боғланган. A , B ва C нуқталар координаталар боши O дан бир хил l масофада туради. D нуқтага Q юк осилган. $\sqrt{\frac{2}{3}} l < L < l$ деб фараз қилиб, ипларнинг тортилиш кучлари T_A , T_B ва T_C аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T_A = T_B = \frac{l - \sqrt{3L^2 - 2l^2}}{3l \sqrt{3L^2 - 2l^2}} LQ,$$

$$T_C = \frac{l + 2\sqrt{3L^2 - 2l^2}}{3l \sqrt{3L^2 - 2l^2}} LQ.$$

7-§. Кучлар системасини содда ҳолга келтириш

7.1. Кубнинг учларига расмда кўрсатилгандек унинг қирралари бўйлаб кучлар қўйилган. F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 ва F_6 кучлар мувозанатда бўлиши учун кучларнинг миқдорлари қандай шартни қамоатлантириши керак?

Жавоб: $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$.

7.2. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг бир-бири билан кесишмайдиган ва бир-бирига параллел бўлмаган қирралари бўйлаб миқдор жihatдан узаро тенг бўлган учта P куч қўйилган. Бу кучлар битта тенг таъсир этувчига келтирилиши учун a, b ва c қирралар орасида қандай муносабат бўлиши керак?

Жавоб: $a = b - c$.

7.3. Кубнинг тўртта A, H, B ва D учларига миқдорлари бир-бирига тенг тўртта $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$ кучлар қўйилган: P_1 куч AC бўйича, P_2 куч HE бўйича, P_3 куч BE бўйича, P_4 куч DG бўйича йўналган. Шу система содда ҳолга келтирилсин.

Жавоб: Тенг таъсир этувчи $2P$ га тенг ва DG диагональ бўйлаб йўналган.

7.4. Қирралари a га тенг бўлган $ABCD$ мунтазам тетраэдрнинг AB қирраси бўйича F_1 куч, CD қирраси бўйича F_2 куч, E нуқтага, яъни BD қирранинг ўртасига F_3 куч қўйилган. F_1 ва F_2 кучларнинг миқдорлари ихтиёрий, F_3 кучнинг x, y ва z ўқлардаги проекциялари $F_1 + F_2 \frac{5\sqrt{3}}{6}$; $-F_2$; $-F_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$. Бу кучлар системасини тенг таъсир этувчига келтириш мумкинми? Агар мумкин бўлса, тенг таъсир этувчи таъсир чизигининг Oxz текислиги билан кесишган нуқтасининг x ва z координаталари топилсин.

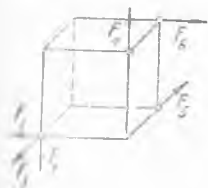
Жавоб: Келтирилади, чунки бош вектор ва бош моментнинг координата ўқларидаги проекцияларининг қиймати қуйидагича

$$V_x = F_2 \frac{\sqrt{3}}{2}, V_y = F_1 - 0,5 F_2, V_z = 0; \quad M_x = 0, M_y = 0,$$

$$M_z = -a \frac{\sqrt{3}}{6} (F_1 + F_2).$$

Координаталар:

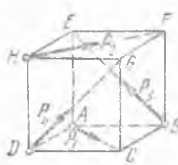
$$x = \frac{M_z}{V_y} = -\frac{a\sqrt{3} (F_1 + F_2)}{6 F_1 - 3 F_2}, \quad z = 0.$$



7.1- масалага



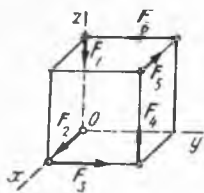
7.2- масалага



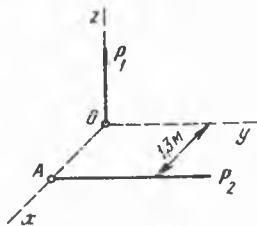
7.3- масалага



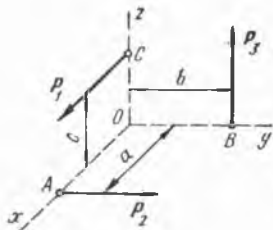
7.4- масалага



7.5- масалага



7.6- масалага



7.7- масалага

7.5. Қирраларининг узунлиги 5 см бўлган кубнинг учларига ҳар қайсиси 2 Н бўлган олтига ўзаро тенг кучлар расмда кўрсатилгандек қилиб қўйилган. Шу система соддалаштирилсин.

Жавоб: Система жуфтга келтирилади; бу жуфтнинг моменти $20\sqrt{3}$ Н·см га тенг ва координата ўқлари билан: $\cos \alpha = -\cos \beta = \cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$ бурчаклар ташкил қилади.

7.6. Расмда кўрсатилгандек, Oz бўйлаб йўналган $P_1 = 8$ Н ва Oy га параллел йўналган $P_2 = 12$ Н кучлар системаси каноник ҳолга келтирилсин, бунда $OA = 1,3$ м; шу кучлар бош векторининг миқдори V ва марказий винт ўқида олинган ихтиёрий нуқтага нисбатан бош моментнинг миқдори M аниқлансин. Марказий винт ўқининг координата ўқлари билан ҳосил қилган α , β ва γ бурчаклари ҳамда унинг Oxy текислик билан кесишган нуқтасининг x ва y координаталари топилсин.

Жавоб: $V = 14,4$ Н; $M = 8,65$ Н·м; $\alpha = 90^\circ$;
 $\beta = \arctg \frac{2}{3}$; $\gamma = \arctg \frac{3}{2}$; $x = 0,9$ м; $y = 0$.

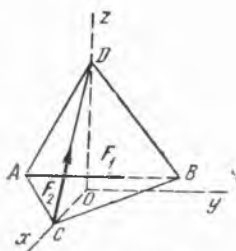
7.7. Учта P_1 , P_2 ва P_3 куч координата текисликларида ётади ва координата ўқларига параллел, лекин улар ҳар икки томонга йўналган бўлиши ҳам мумкин. Бу кучлар қўйилган A , B ва C нуқталар координаталар бошидан берилган a , b ва c масофада жойлашган. Улар бир тенг таъсир этувчига келтирилиши учун бу кучларнинг миқдорлари қандай шартларни қаноатлантириши керак? Координаталар бошидан ўтадиган марказий винт ўқининг мавжуд бўлиши учун бу кучларнинг миқдорлари қандай шартларни қаноатлантириши керак?

Жавоб: $\frac{a}{P_1} + \frac{b}{P_2} + \frac{c}{P_3} = 0$; $\frac{P_1}{bP_3} = \frac{P_2}{cP_1} = \frac{P_3}{aP_2}$.

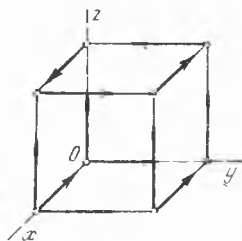
Биринчи жавобда P_1 , P_2 ва P_3 — кучларнинг проекциялари.

7.8. Қирралари a га тенг бўлган мунтазам $ABCD$ тетраэдрнинг AB қирраси бўйлаб F_1 куч ва CD қирраси бўйлаб F_2 куч қўйилган. Марказий винт ўқининг Oxy текислик билан кесишган нуқтасининг x ва y координаталари топилсин.

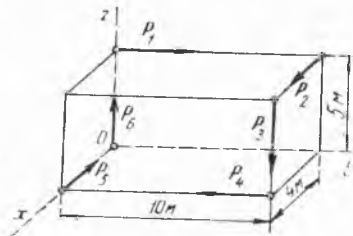
Жавоб: $x = \frac{a\sqrt{3}}{6} \frac{2F_2^2 - F_1^2}{F_1^2 + F_2^2}$; $y = -\frac{a}{2} \frac{F_1 \cdot F_2}{F_1^2 + F_2^2}$.



7.8- масалага



7.9- масалага



7.10- масалага

7.9. Кубнинг a га тенг бўлган қирралари бўйлаб, расмда кўрсатилгандек, ўн иккита миқдорлари ўзаро тенг P кучлар таъсир қилади. Шу кучлар системаси каноник ҳолга келтирилсин ва марказий винт ўқининг Oxy текислик билан кесишган нуқтасининг x ва y координаталари аниқлансин.

Жавоб: $V = 2PV\sqrt{6}$, $M = \frac{2}{3} PaV\sqrt{6}$,

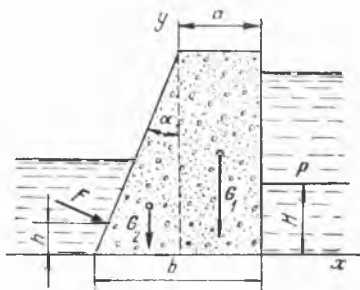
$\cos \alpha = -\cos \beta = -\frac{1}{2}$ $\cos \gamma = -\frac{1}{6} \sqrt{6}$,

$x = y = \frac{2}{3} a$.

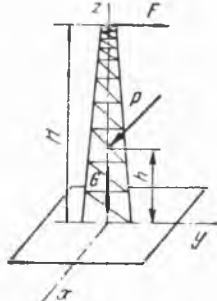
7.10. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг мос равишда 10 м, 4 м ва 5 м га тенг бўлган қирралари бўйича расмда кўрсатилган олтига. $P_1 = 4$ Н, $P_2 = 6$ Н, $P_3 = 3$ Н, $P_4 = 2$ Н, $P_5 = 6$ Н, $P_6 = 8$ Н кучлар таъсир қилади. Шу кучлар системаси каноник ҳолга келтирилсин ва марказий винт ўқининг Oxy текислик билан кесишган нуқтасининг x ва y координаталари аниқлансин.

Жавоб: $V = 5,4$ Н; $M = -47,3$ Н·м, $\cos \alpha = 0$, $\cos \beta = 0,37$, $\cos \gamma = 0,93$, $x = -11,9$ м, $y = -10$ м.

7.11. Сув босим кучларининг тенг таъсир этувчилари $P = 8000$ кН ва $F = 5200$ кН бўлиб, платина ўртасидаги вертикал деворнинг тегишли ёқларига асосидан ҳисобланган $H = 4$ м ва $h = 2,4$ м масофаларда перпендикуляр қилиб қўйилган. Платина тўғри бурчакли қисмининг оғирлиги $G_1 = 12000$ кН бўлиб, унинг марказига қўйилган; учбурчак қисмининг $G_2 = 6000$ кН оғирлиги эса учбурчак кесим



7.11- масалага



7.12- масалага

вертикал томопидан бу кесим қўйи асоси узунлигининг учдан бирига тенг масофага қўйилган. Платинанинг асосдаги эни $b = 10$ м; юқори қисмида эса $a = 5$ м: $\operatorname{tg} \alpha = 5/12$. Платина ўрнатилган тупроқнинг тақсимланган реакция кучлари тенг таъсир этувчиси аниқлансин.

Жавоб: $R_x = 3200$ кН, $R_y = 20\,000$ кН; тенг таъсир этувчи таъсир чизғининг тенгламаси: $125x - 20y + 53 = 0$.

7.12. Радиомачтанинг бетон асоси билан бирга оғирлиги $G = 140$ кН. Мачтага антеннанинг тортиш кучи $F = 20$ кН ва шамол босим кучининг тенг таъсир этувчиси $P = 50$ кН қўйилган; иккала куч ҳам горизонтал ва ўзаро перпендикуляр текисликларда жойлашган; $H = 15$ м, $h = 6$ м. Мачтанинг асоси ўрнатилган тупроқнинг натижаловчи реакцияси аниқлансин.

Жавоб: Тупроқнинг реакция кучлари

$$\frac{-30 + 14y + 2z}{5} = \frac{30 - 5z - 14x}{2} = \frac{-2x + 5y}{-14}$$

марказий ўқ бўйлаб юқорига йўналган $V = 150$ кН куч ва моменти $M = 60$ кН·м бўлган жуфт кучдан иборат чап динамага келади. Динаманинг ўқи асос текислигини $x = 2,2$ м, $y = 2$ м, $z = 0$ нуқтада кесиб ўтади.

8-§. Ихтиёрий кучлар системасининг мувозанати

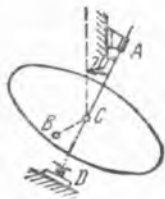
8.1. ACD ўқи вертикалга нисбатан 20° оған доиравий оғма майдончанинг B нуқтасига оғирлиги 400 Н бўлган жисм маҳкамланган. Агар $BC = 3$ м радиус горизонтал бўлса, жисм оғирлик кучининг AD ўққа нисбатан моменти аниқлансин.

Жавоб: 410 Н·м.

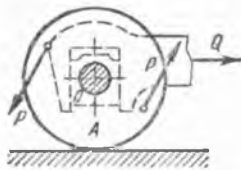
8.2. Шамол тегирмонида айланиш ўқиға перпендикуляр бўлган текисликка $\alpha = 15^\circ = \arcsin 0,259$ бурчак билан оған тўртта қанот бор; шамолнинг ҳар қайси қанотга туширадиган босим кучларининг тенг таъсир этувчиси 1 кН га тенг бўлиб, қанот текислигига тик йўналган ва айланиш ўқидан 3 м нарида турувчи нуқтага қўйилган. Айлантирувчи момент топилсин.

Жавоб: $31,1$ кН·м.

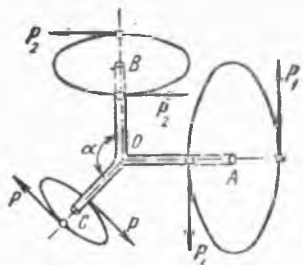
8.3. Трамвай вағони филдирак скатининг O ўқиға жойлаштирилган электр двигатель ўқни соат стрелкаси ҳаракатига тескари то-



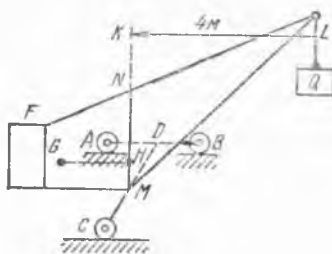
8.1- масалага



8.3- масалага



8.4- масалага



8.5- масалага

монга айлантиришга ҳаракат қилади; бунда (P, P) айлантирувчи жуфт куч моментининг миқдори $6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ га, ғилдиракларнинг радиуси эса 60 см га тенг. Ғилдирак скати горизонтал рельсда туради деб ҳисоблаб, унинг тортиш кучи Q аниқлансин. Думаланишдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Олдин кучларнинг O ўққа нисбатан моментларини ҳисоблаб, ғилдирак билан рельс орасидаги ишқаланиш кучлари йиғиндисини топамиз. Кейин ғилдирак скатига таъсир қилувчи ҳамма кучларни горизонтал йўналишга проекциялаймиз.

Жавоб: $Q = 10 \text{ кН}$.

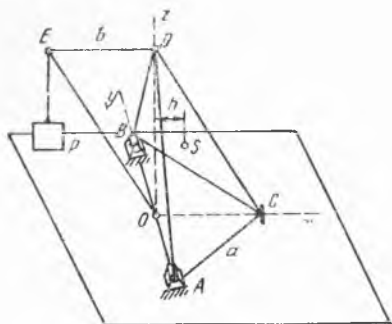
8.4. 15 см радиусли A , 10 см радиусли B , 5 см радиусли C дискларнинг гардишларига жуфт кучлар қўйилган; жуфт ҳосил қилувчи кучларнинг миқдорлари тегишлича $P_1 = 10 \text{ Н}$, $P_2 = 20 \text{ Н}$ ва P га тенг. OA , OB ва OC ўқлар бир текисликда ётади; $\angle AOB$ — тўғри бурчак. Учала диск системаси тамомила эркин ҳолда бўлиб, мувозанатда қолади деб P кучининг миқдори ва $BOC = \alpha$ бурчак топилсин.

Жавоб: $P = 50 \text{ Н}$; $\alpha = \arctg(-0,75) = 143^\circ 10'$.

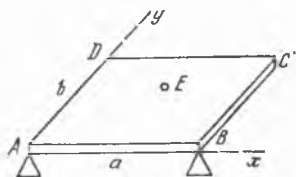
8.5. Юк кўтарувчи кран уч ғилдиракли ABC тележкага ўрнатилган. Краннинг ўлчовлари: $AD = BD = 1 \text{ м}$, $CD = 1,5 \text{ м}$, $CM = 1 \text{ м}$, $KL = 4 \text{ м}$. Кран F посанги билан мувозанат ҳолга келтирилган. Краннинг посанги билан бирга оғирлиги $P = 100 \text{ кН}$ га тенг бўлиб, $LMNF$ текисликда ётувчи краннинг MN ўқидан $GH = 0,5 \text{ м}$ масофадаги G нуқтага қўйилган. Кўтарилаётган Q юкнинг оғирлиги 30 кН . Краннинг LMN текислиги AB га параллел бўлганда ғилдираклардан рельсга қанча босим тушиши топилсин.

Жавоб: $N_A = 8,33 \text{ кН}$, $N_B = 78,33 \text{ кН}$, $N_C = 43,33 \text{ кН}$.

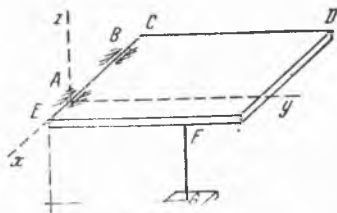
8.6. Вақтинча ўрнатилган юк кўтарувчи кран, горизонтал асоси тенг томонли ABC учбурчак шаклида бўлган ва вертикал ёғи тенг ёнли ADB учбурчак шаклида бўлган пирамидадан иборат; O ва D нуқталарда краннинг вертикал ўқи шарнирлар билан бириктирилган; бу ўқ атрофида P юкни кўтарувчи OE стрела айланиши мумкин. ABC асос A ва B подшипниклар ҳамда C вертикал болт билан фундаментга бириктирилган. Юкнинг оғирлиги $P = 12 \text{ кН}$, краннинг оғирлиги $Q = 6 \text{ кН}$ ва унинг S оғирлик марказидан OD ўққача бўлган масофа $h = 1 \text{ м}$; $a = 4 \text{ м}$, $b = 4 \text{ м}$. Стрела краннинг



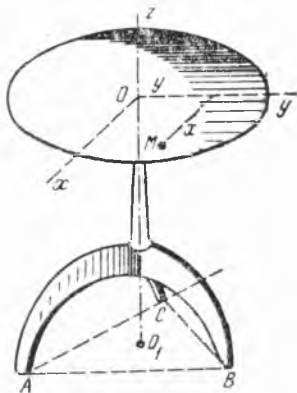
8.6- масалага



8.8- масалага



8.7- масалага



8.9- масалага

симметрия текислигида турганда таянчларда ҳосил бўладиган реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $Z_A = Z_B = 15,06 \text{ кН}$; $Z_C = -12,12 \text{ кН}$;

$X_A = X_B = 0$.

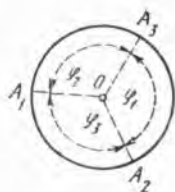
8.7. Ёруғлик машинаси люкнинг қопқоғини FG тиргак горизонтал ҳолатда ушлаб туради, бу тиргак шу қопқоқ ўқидан $EF = 1,5 \text{ м}$ масофадаги F нуқтада қопқоққа тиралган. Қопқоқнинг оғирлиги $P = 180 \text{ Н}$; унинг бўйи $CD = 2,3 \text{ м}$; эни $CE = 0,75 \text{ м}$; A ва B шарнирлар билан қопқоқ четлари орасидаги масофа $AE = BC = 0,15 \text{ м}$. A ва B шарнирлар реакцияси ҳамда FG тиргакдаги зўриқиш S топилин.

Жавоб: $Z_A = -94 \text{ Н}$, $Z_B = 136 \text{ Н}$, $Y_A = Y_B = 0$, $S = 138 \text{ Н}$.

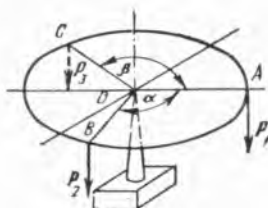
8.8. Томонлари a ва b , оғирлиги P бўлган тўғри бурчакли бир жинсли горизонтал $ABCD$ пластина тўғри тўртбурчакнинг A ва B учлари ҳамда бирор E нуқтадаги нуқтавий таянчларда туради. A ва B нуқталардаги таянчларга тушадиган босим тегишлича $P/4$ ва $P/5$ га тенг. E нуқтадаги таянчга тушадиган N_E босим ва шу нуқтанинг координаталари топилин.

Жавоб: $N_E = \frac{11}{20} P$, $x = \frac{6}{11} a$, $y = \frac{10}{11} b$.

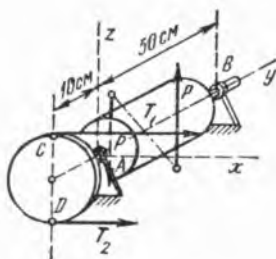
8.9. Стол уч оёқда туради, оёқларининг A , B ва C учлари томонлари a бўлган тенг томонли учбурчак ҳосил қилади. Столнинг



8.10- масалага



8.11- масалага



8.12- масалага

огирлиги P га тенг ва унинг огирлик маркази ABC учбурча-нинг O , марказидан ўтувчи zOO_1 вертикалда жойлашган. Столга M нуқтада p юк қўйилган, бу нуқтанинг координатлари x ва y ; Oy ўқ AB га параллел. Ҳар қайси оёқдан полга тушадиган босим аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } N_A = \frac{P+p}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - y \right) \frac{p}{a};$$

$$N_B = \frac{P+p}{3} + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{3}x \right) \frac{p}{a}; N_C = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{x}{a}p.$$

8.10. Юмалоқ стол учта A_1 , A_2 ва A_3 оёқларида туради; столнинг O марказига юк қўйилган. A_1 , A_2 ва A_3 оёқларига тушадиган босим бир-бири билан $1:2:1$ каби нисбатда бўлиши учун φ_1 , φ_2 , φ_3 марказий бурчаклар қандай шартни қаноатлантириши керак?

Масалани ечганда кучлар моменти OA_1 , OA_2 ва OA_3 радиусларнинг иккита-сига нисбатан олишади.

$$\text{Жавоб: } \varphi_1 = 150^\circ; \varphi_2 = 90^\circ; \varphi_3 = 120^\circ.$$

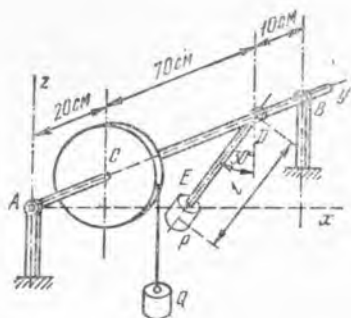
8.11. Доиравий пластинка O марказида найзага таяниб, горизонтал ҳолатда туради. Мувозанатликни бузмай пластинканинг айланасига огирлиги $1,5$ Н бўлган P_1 , огирлиги 1 Н бўлган P_2 ва огирлиги 2 Н бўлган P_3 юклар жойлаштирилди. Пластинканинг огирлигини ҳисобга олмай, α ва β бурчаклар аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \alpha = 75^\circ 30'; \beta = 151^\circ.$$

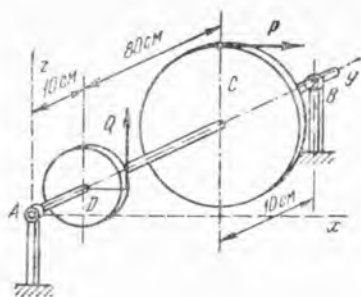
8.12. Динамомашинанинг тасмали CD шкивининг радиуси 10 см га тенг. AB валнинг ўлчовлари расмда кўрсатилган. Тасманинг юқориги етакчи қисмининг тортилиш кучи $T_1 = 100$ Н, пастки етакланувчи қисмининг тортилиш кучи эса $T_2 = 50$ Н. Машина қисмларининг огирлигини ҳисобга олмай, системанинг мувознат ҳолатида айлантирувчи M момент ва A , B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин; (P, P) қаршилик кучлари ҳосил қилган жуфт.

$$\text{Жавоб: } M = 5 \text{ Н}\cdot\text{м}, X_A = -180 \text{ Н}, X_B = 30 \text{ Н}, Z_A = Z_B = 0.$$

8.13. A ва B подшипникларда ётувчи горизонтал валга бир томондан C шкивга ип билан боғланган $Q = 250$ Н тошнинг огирлиги, иккинчи томондан AB валга тўғри бурчак остида қўзғалмас қилиб ўрнатилган DE стерженга бириктирилган $P = 1$ кН тошнинг огирлиги таъсир қилади. C шкивининг радиуси 20 см га тенг. Ма-



8.13- масалага



8.14- масалага

софалар: $AC = 20$ см, $CD = 70$ см, $BD = 10$ см. Мувозанат ҳолатида DE стержень вертикалдан 30° бурчакка оғиб туради. P юкнинг оғирлик марказида AB вал ўқиғача бўлган l масофа ҳамда A ва B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $l = 10$ см, $Z_A = 300$ Н, $Z_B = 950$ Н, $X_A = X_B = 0$.

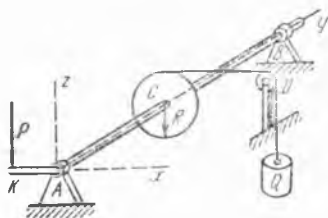
8.14. Горизонтал AB валга радиуси 1 м бўлган тишли гилдирак ва радиуси 10 см бўлган D шестерня ўрнатилган. Бошқа ўлчамлар расмда кўрсатилган. C гилдиракка уринма йўналишда $P = 100$ Н горизонтал куч, D шестерняга эса уринма бўйича вертикал Q куч қўйилган. Мувозанат ҳолатида Q куч ҳамда A ва B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $Q = 1$ кН, $X_A = -10$ Н, $X_B = -90$ Н, $Z_A = -900$ Н, $Z_B = -100$ Н.

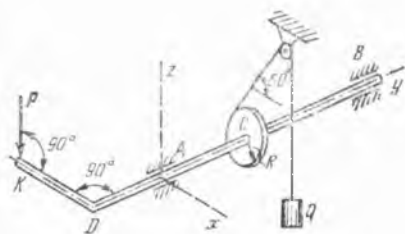
8.15. Ишчи, расмда схема тарзида кўрсатилган чиғириқ ёрдамида $Q = 800$ Н юкни ушлаб туради; барабан радиуси $R = 5$ см; даста uzunлиги $AK = 40$ см, $AC = CB = 50$ см. AK дастанинг горизонтал ҳолатида дастага тушадиган P босим ва чиғириқ ўқининг A ва B таянчларга туширадиган босимлари аниқлансин; P куч вертикал.

Жавоб: $P = 100$ Н, $X_A = 400$ Н, $Z_A = -100$ Н, $X_B = 400$ Н, $Z_B = 0$.

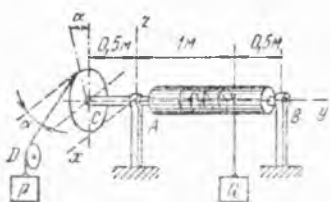
8.16. Расмда схема тарзида кўрсатилган чиғириқ ёрдамидида $Q = 1$ кН юк ушлаб турилади. Барабан радиуси $R = 5$ см. Даста uzunлиги $KD = 40$ см; $DA = 30$ см; $AC = 40$ см; $CB = 60$ см. Арқон барабандан уринма бўйлаб горизонтга 60° бурчак остида ту-



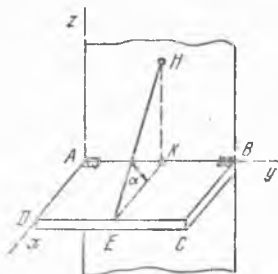
8.15- масалага



8.16- масалага



8.17- масалага



8.18- масалага

шади. KD дастанинг горизонтал ҳолатида дастага тушадиган P босим ҳамда A ва B таянчлар реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $P = 125$ Н, $X_A = -300$ Н, $Z_A = -357$ Н, $X_B = -200$ Н, $Z_B = -384$ Н.

8.17. Чигириқнинг AB валига Q юкни ушлаб турувчи арқон ўрналган. Валга ўрнатилган C гилдиракнинг радиуси вал радиусидан олти баравар катта; бошқа ўлчовлар расмда кўрсатилган. Гилдирак айланасига арқон ўралган бўлиб, уни оғирлиги 60 Н бўлган P юк тортиб туради, арқон горизонтга $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида оғган уринма бўйлаб гилдиракдан тушади. Валнинг оғирлигини ва D блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, чигириқни мувозанатга келтирадиган Q юкнинг оғирлиги ҳамда A ва B подшипникларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $Q = 360$ Н, $X_A = -69,3$ Н, $Z_A = 160$ Н, $X_B = 17,3$ Н, $Z_B = 230$ Н.

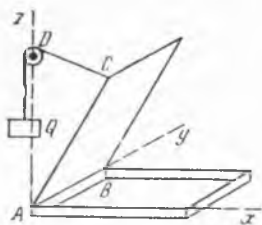
8.18. Тўғри бурчакли G оғирликдаги бир жинсли $ABCD$ полкани полка текислиги билан α бурчак ҳосил қилувчи EH трос горизонтал ҳолатда ушлаб туради. Агар $AK = KB = DE = EC$ ва AB га HK перпендикуляр бўлса, троснинг оғирлигини ҳисобга олмай, ундаги таранглик кучи T ҳамда A ва B ошиқ-мошиқнинг реакцияси аниқлансин.

Жавоб: $T = \frac{G}{2\sin\alpha}$, $X_A = X_B = \frac{G}{4} \operatorname{ctg}\alpha$, $Z_A = Z_B = \frac{G}{4}$.

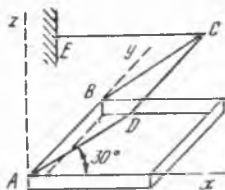
8.19. Оғирлиги $P = 400$ Н бўлган бир жинсли тўғри бурчакли қопқоқни Q посанги горизонтга 60° бурчак остида очиб, мувозанат ҳолида ушлаб туради. Агар D блок A билан бир вертикалда ўрнатилган ва $AD = AC$ бўлса, Q оғирликнинг ҳамда A , B шарнирлар реакцияларининг қанча бўлиши аниқлансин; D блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q = 104$ Н, $X_A = 100$ Н, $Z_A = 173$ Н, $X_B = 0$, $Z_B = 200$ Н.

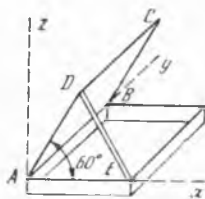
8.20. Яшиқнинг бир жинсли тўғри бурчакли $ABCD$ қопқоғи A ва B нуқталардаги ҳалқаларда горизонтал AB ўқ атрофида айланиши мумкин. Ax га параллел CE горизонтал арқон қопқоқни DAx =



8.19- масалага



8.20- масалага



8.21- масалага

$= 30^\circ$ бурчак остида ушлаб туради. Агар қопқоқнинг оғирлиги 20 Н бўлса, ҳалқалардаги реакцияларнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 0$, $Z_A = 10$ Н, $X_B = 17,3$ Н, $Z_B = 10$ Н.

8.21. Тўғри бурчакли яшикнинг $ABCD$ қопқоғини бир томондан DE тирговуч тираб туради. Қопқоқнинг оғирлиги 120 Н; $AD = AE$, бурчак $DAE = 60^\circ$. A ва B шарнирларнинг реакциялари ва тирговучдаги S зўриқиш аниқлансин. Тирговучнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

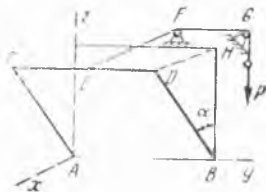
Жавоб: $X_A = 17,3$ Н, $Z_A = 30$ Н, $X_B = 0$, $Z_B = 60$ Н, $S = 34,5$ Н.

8.22. $Q = 100$ Н оғирликдаги $ABCD$ фрамуга $\alpha = 60^\circ$ бурчакка очилган. Берилган $BD = BH$; $CE = ED$; EF арқон DH тўғри чизиққа параллел. Фрамугани мувозанат ҳолатида тутиб туриш учун зарур бўлган P зўриқиш ҳамда A ва B ҳалқалардаги реакциялар аниқлансин.

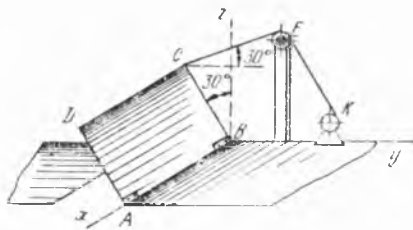
Жавоб: $P = 50$ Н, $X_A = X_B = 21,7$ Н, $Z_A = Z_B = 37,5$ Н.

8.23. Темир йўл кўпригининг 15 кН оғирликдаги кўтариладиган $ABCD$ қисмини E блок орқали K лебёдкага ўтказилган CE занжир кўтариб туради. E нуқта CB вертикал текисликда туради. Расмда тасвирланган вазият учун CE занжирнинг тортилиш кучи ҳамда A ва B нуқталардаги реакциялар аниқлансин. Кўтариладиган қисмнинг оғирлик марказ $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг марказида.

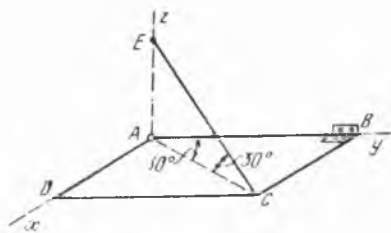
Жавоб: $T = 3,75$ кН, $Y_A = 0$, $Z_A = 7,5$ кН, $Y_B = -3,25$ кН, $Z_B = 5,625$ кН.



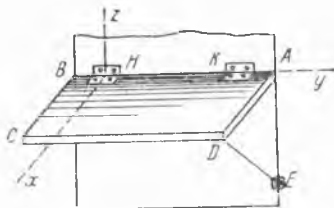
8.22- масалага



8.23- масалага



8.24 - масалага



8.25- масалага

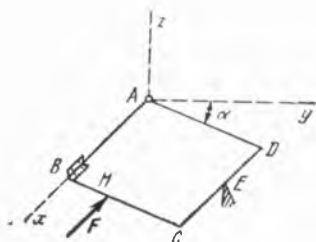
8.24. Оғирлиги 200 Н бўлган бир жинсли тўғри бурчакли ром A шарли шарнир ва B ҳалқа ёрдами билан деворга бириктирилган бўлиб, унинг CE арқон горизонтал ҳолда ушлаб туради, арқон деворнинг A билан бир вертикалдаги E нуқтасига қоқилган михга ва ромнинг C нуқтасига боғланган; $\angle ECA = \angle BAC = 30^\circ$. Арқондаги тортилиш кучи ва таянчлардаги реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $T = 200$ Н, $X_A = 86,6$ Н, $Y_A = 150$ Н, $Z_A = 100$ Н, $X_B = Z_B = 0$.

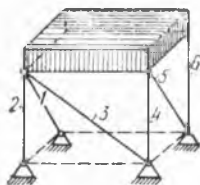
8.25. Вагоннинг AB ўқ атрофида айлана оладиган $ABCD$ полкасини ED стержень горизонтал ҳолда ушлаб туради; ED стержень BAE вертикал деворга E шарнир билан бириктирилган. Полканинг устидаги P юк билан бирга оғирлиги 800 Н га тенг бўлиб, $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг диагоналлари кесишадиган нуқтага қўйилган. Ўлчовлар: $AB = 150$ см; $AD = 60$ см; $AK = BH = 25$ см. Стерженнинг узунлиги $ED = 75$ см. ED стерженнинг оғирлигини ҳисобга олмай, ундаги зўриқиш S ҳамда K ва H ҳалқаларнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $S = 666,7$ Н. $X_K = -666,7$ Н, $Z_K = -100$ Н, $X_H = 133,3$ Н, $Z_H = 500$ Н.

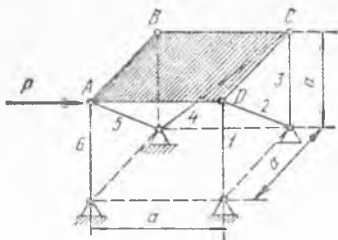
8.26. A нуқтага шарли шарнир билан, B нуқтага цилинрик шарнир билан маҳкамланган бир жинсли $ABCD$ квадрат пластинканинг томонлари $a = 30$ см ва оғирлиги $P = 5$ Н; AB томони горизонтал. Пластинка E нуқтада ўткир найзага тиралган. Пластинкага H нуқтада унинг AB томонига параллел F куч таъсир қилади. A , B ва E нуқталардаги реакциялар топилсин; $CE = ED$, $BH = 10$ см, $F =$



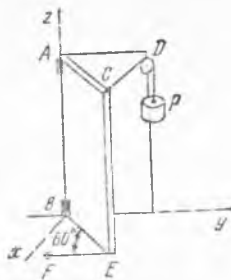
8.26- масалага



8.27- масалага



8.28- маслала



8.29- маслала

$= 10$ Н бўлиб, пластинка горизонтал текислик билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилади.

Жавоб: $X_A = 10$ Н, $Y_A = 2,35$ Н, $Z_A = -0,11$ Н, $Y_B = -3,43$ Н, $Z_B = 3,23$ Н, $R_E = 1,17$ Н.

8.27. Тўғри бурчакли параллелепипед шаклидаги бир жинсли горизонтал плита олтига тўғри чизиқли стерженлар билан қўзғалмас қилиб ерга бириктирилган; плитанинг оғирлиги P га тенг. Агар стерженларнинг учлари плита ва қўзғалмас асосларга шарли шарнирлар билан бириктирилган бўлса, плитанинг оғирлиги таъсирида стерженларда ҳосил бўлган зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: $S_1 = S_3 = S_4 = S_5 = 0$, $S_2 = S_6 = -\frac{P}{2}$.

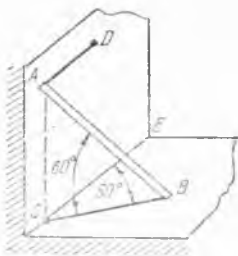
8.28. ABCD квадрат плитанинг BD томони бўйлаб горизонтал P куч таъсир қилса, уни ушлаб турадиган олтига таянч стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $S_1 = P$, $S_2 = -P\sqrt{2}$, $S_3 = -P$, $S_4 = P\sqrt{2}$, $S_5 = P\sqrt{2}$, $S_6 = -P$.

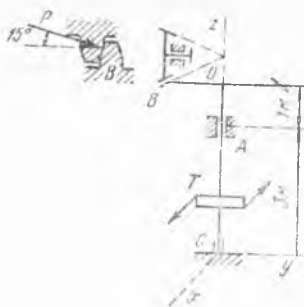
8.29. AB айланиш ўқи вертикал бўлган тўғри бурчакли эшик $CAD = 60^\circ$ бурчакка очилган, уни шу вазиятида икки арқон ушлаб туради: улардан бири — CD арқон блокдан ўтказилган бўлиб, уни $P = 320$ Н юк тортиб туради, иккинчиси — EF арқон полнинг F нуқтасига боғланган. Эшикнинг оғирлиги 640 Н; унинг эни $AD = AC = 1,8$ м; баландлиги $AB = 2,4$ м. Блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, EF арқоннинг тортилиш кучи T ҳамда A нуқтадаги цилиндрик шарнирнинг ва B нуқтадаги подпятникнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $T = 320$ Н, $X_A = 69$ Н, $Y_A = -280$ Н, $X_B = 208$ Н, $Y_B = 440$ Н, $Z_B = 640$ Н.

8.30. AB стерженни иккита горизонтал AD ва BC арқонлар қия ҳолда ушлаб туради. Бунда стержень A нуқтада вертикал деворга, B нуқтада эса горизонтал полга тиралган. D нуқта ҳам вертикал деворда ётади. A ва C нуқталар бир вертикал чизиқда ётади. Стерженнинг оғирлиги 8 Н. A ва B нуқталардаги ишқаланишни ҳисобга олмаймиз. Стерженнинг мувозанат ҳолатда қолиши мумкинлиги тек-



8.30- масалага



8.31- масалага

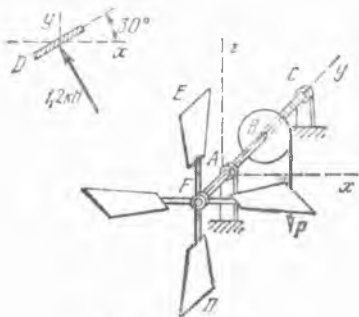
ширилсин ва арқонларнинг T_A ва T_B тортилиш кучлари ҳамда таянч текисликларнинг реакциялари аниқлансин; $\angle ABC = \angle BCE = 60^\circ$.

Жавоб: $T_A = 1,15$ Н, $T_B = 2,3$ Н, $R_A = 2$ Н, $R_B = 8$ Н.

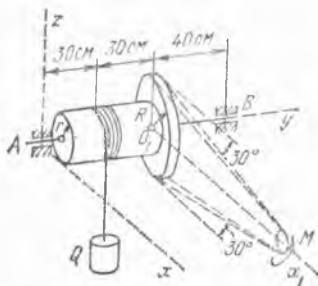
8.31. T сув турбинасини айлантирувчи жуфт кучнинг моменти $1,2$ кН·м; у конуссимон тишли филдиракнинг B тишига тушадиган босим ва таянч реакциялари билан мувозанатлашади. Тишга тушадиган босим $OB = 0,6$ м радиусга перпендикуляр бўлиб, горизонт билан $\alpha = 15^\circ = \arctg 0,268$ бурчак ташкил қилади; $AC = 3$ м, $AO = 1$ м. Турбинанинг вал ва филдирак билан бирга оғирлиги 12 кН га тенг бўлиб, OC ўқ бўйлаб йўналган. C подпятник ва A подшипникнинг реакциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 2,667$ кН, $X_C = -0,667$ кН, $Y_A = -Y_C = 0,107$ кН, $Z_C = 12,54$ кН.

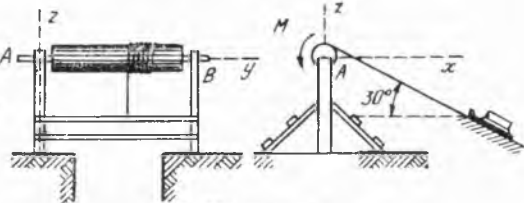
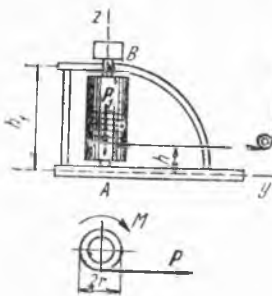
8.32. AC горизонтал ўқли шамол двигателида симметрик жойлашган тўртта қанот бор, қанотларнинг текислиги AC ўққа перпендикуляр бўлган вертикал текислик билан 30° ли тенг бурчаклар ташкил қилади. Ўқдан 2 м узоқликда ҳар бир қанотга унинг текислигига нормал равишда $1,2$ кН га тенг шамол босими кучларининг тенг таъсир этувчиси қўйилган (D қанотнинг xu текисликдаги проекцияси алоҳида тасвирланган). A нуқтада подшипникка, C нуқтада подпятникка таянган двигатель ўқини расмда кўрсатилмаган шес-



8.32- масалага



8.33- масалага



8.35- масалага

8.34- масалага

тернянинг B ғилдирак тишига туширадиган вертикал P босими тинч ҳолатда ушлаб туради. B ғилдиракнинг радиуси $1,2$ м га тенг; масофалар: $BC = 0,5$ м, $AB = 1$ м, $AF = 0,5$ м. P босимининг ва таянчлардаги реакцияларнинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $P = 4$ кН, $Z_A = 1,333$ кН, $Y_C = -0,416$ кН, $Z_C = 2,667$ кН, $X_A = X_C = 0$.

8.33. M мотор чексиз занжир ёрдами билан Q юкни текис кўтарилади: $r = 10$ см, $R = 20$ см, $Q = 10$ кН. Етакчи занжирнинг тортилиш кучи етакланувчи занжирнинг тортилиш кучидан икки марта катта, яъни $T_1 = 2T_2$, занжир тармоқлари горизонтга 30° бурчак остида оғган (O_1x_1 ўқ Ax ўққа параллел). A ва B таянчларнинг реакциялари ва занжирнинг тортилиш кучлари аниқлансин.

Жавоб: $T_1 = 10$ кН, $T_2 = 5$ кН, $X_A = -5,2$ кН, $Z_A = 6$ кН, $X_B = -7,8$ кН, $Z_B = 1,5$ кН.

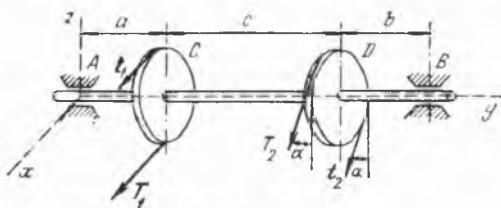
8.34. Оғирлиги $P = 3$ кН бўлган тўқмоқни кўтариш учун вертикал чиғирик ишлатилади. Чиғирик валининг радиуси $r = 20$ см бўлиб, пастки учи билан A подпятникка тиралган, юқориги учини B подшипник ушлаб туради. Вал мотор ёрдамида айлантирилади. Моторнинг тўқмоқни текис кўтариш учун зарур бўлган айлантирувчи моменти M ҳамда A подпятник ва B подшипникдаги реакциялар топилсин.

$h_1 = 1$ м, $h = 30$ см ва чиғирикнинг айланувчи қисмларининг оғирлиги $P_1 = 1$ кН эканлиги маълум.

Жавоб: $M = 0,5$ кН·м, $X_A = 0$, $Y_A = -2,1$ кН, $Z_A = 1$ кН, $X_B = 0$, $Y_B = -0,9$ кН.

8.35. Қия шурф бўйлаб фойдали тупроқ жинсини кўтаришда ишлатиладиган чиғирик узунлиги $1,5$ м, радиуси $0,25$ м валдан иборат. Вал мотор (расмда кўрсатилмаган) ёрдамида айлантирилади. Агар валнинг оғирлиги $0,8$ кН, юкнинг оғирлиги 4 кН, юк билан шурф орасидаги ишқаланиш коэффициентини $0,5$, шурфнинг горизонтга нисбатан қиялиги 30° ва B подшипникдан троснинг чувалаётган нуқтасигача бўлган масофа 50 см бўлса, моторнинг айлантирувчи моменти M ва чиғирикнинг таянч реакциялари аниқлансин. Валнинг айланишини текис айланиш деб ҳисоблансин.

Жавоб: $M = 0,93$ кН·м, $X_A = -1,08$ кН, $Z_A = 1,02$ кН, $X_B = -2,15$ кН, $Z_B = 1,65$ кН.

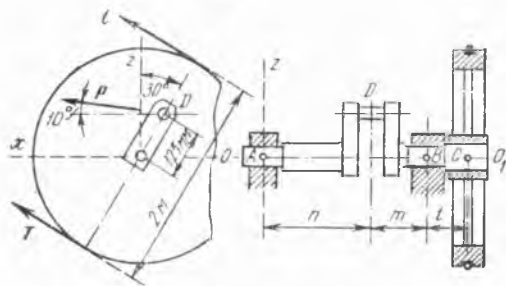


8.36- масалага

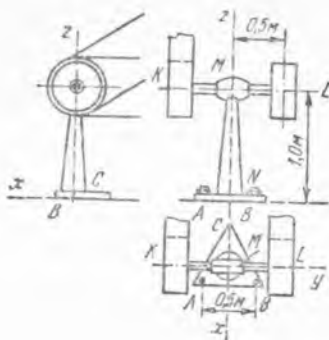
8.36. Трансмиссиянинг горизонтал ваи A ва B подшипникларда айлана олади, валда тасма ўтказилган иккита C ва D шкив бор. Шкивларнинг радиуси: $r_C = 20$ см; $r_D = 25$ см; подшипниклардан шкивларгача бўлган масофа $a = b = 50$ см, шкивлар орасидаги масофа $c = 100$ см. C шкивдан ўтган тасма тармоқларидаги тортилиш кучлари T_1 ва t_1 бўлиб, улар горизонтал ҳамда $T_1 = 2t_1 = 5$ кН; D шкивдан ўтган тасма тармоқларидаги тортилиш кучлари вертикал билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилади, уларнинг миқдорлари T_2 ва t_2 бўлиб, $T_2 = 2t_2$. Мувозанат ҳолатида T_2 ва t_2 тортилиш кучларининг қанча эканлиги ҳамда тасмаларнинг тортилишидан подшипникларда ҳосил бўлган реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $T_2 = 4$ кН, $t_2 = 2$ кН, $X_A = -6.375$ кН, $Z_A = 13$ кН, $X_B = -4.125$ кН, $Z_B = 3.9$ кН.

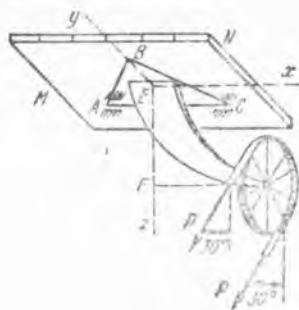
8.37. Буғ машинаси шатунининг босими $P = 20$ кН га тенг; бу босим тирсакли ваининг D бўйи ўртасида бир нуқтага қўйилган бўлиб, горизонт билан 10° бурчак ташкил қилади. D бўйин ва ваининг OO_1 ўқи орқали ўтадиган ODO_1 текислик вертикал билан 30° бурчак ҳосил қилади. Ҳаракатлантирувчи куч маховикдан арқон воситасида ҳаракатланувчига узатилади. Арқоннинг тармоқлари бир-бирига параллел бўлиб, горизонт билан 30° бурчак ташкил қилади. P кучнинг таъсири арқон тармоқларининг T , t таранглик кучлари ҳамда A ва B подшипникларнинг реакциялари билан мувозанат ҳолга келади. Маховикнинг оғирлиги 13 кН, диаметри $d = 2$ м, арқон тармоқлари таранглик кучларининг йиғиндиси $T + t = 7.5$ кН, расмда кўрсатилган масофалар: OO_1 ўқдан D бўйингача бўлган масофа $r =$



8.37- масалага



8.38- масалага



8.39- масалага

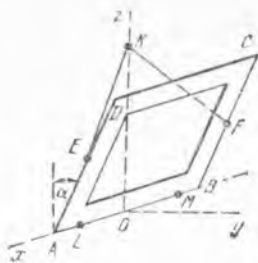
$= 125$ мм, $l = 250$ мм, $m = 300$ мм, $n = 450$ мм. A ва B подшипникларнинг реакциялари ҳамда T ва t таранглик кучлари аниқлансин.

Жавоб: $X_A = -5,7$ кН, $Z_A = -4,47$ кН, $X_B = -20,48$ кН, $Z_B = 10,25$ кН, $T = 4,92$ кН, $t = 2,58$ кН.

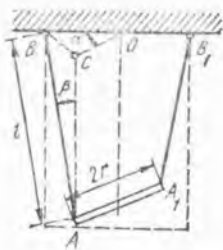
8.38. Айланма ҳаракатни бир валдан унга параллел бўлган иккинчи валга узатиш учун горизонтал KL ўққа ўрнатилган иккита бир хил ёрдамчи шкивдан фойдаланилади. Ўқ MN колонкага маҳкамланган M подшипникда айлана олади. Бу колонканинг учбурчак асоси полга A ва B болтлар билан бириктирилган бўлиб, C нуқтада эркин таяниб туради. A болт асосдаги юмалоқ тешикдан ўтади. B болт эса AB га параллел бўлган узунчоқ тешикдан ўтади. Колонканинг ўқи ABC учбурчакнинг марказидан ўтади. Полдан KL ўққача бўлган масофа l м га, шкивлар ўрталаридан колонка ўқигача бўлган масофа $0,5$ м га тенг, тасмаларнинг тўрттала тармоғининг тортилиш кучи бир хил бўлиб, 600 Н га тенг деб қабул қилинади. Ўнг тасманинг тармоқлари горизонтал, чап тасманинг тармоқлари эса горизонтга 30° бурчак билан оғган. Қурилманинг умумий оғирлиги 3 кН га тенг бўлиб, колонка ўқида ётадиган нуқтага қўйилган; ўлчовлар $AB = BC = CA = 50$ см. A , B ва C нуқталардаги реакциялар аниқлансин.

Жавоб: $X_A = 960$ Н, $Y_A = 0$, $Z_A = -2,39$ кН, $X_B = 1,28$ кН, $Z_B = -1,19$ кН, $Z_C = 5,97$ кН.

8.39. Тасмали D шкив осилган мослама горизонтал силлиқ MN шипининг A ва C нуқталарида подшипниклар билан маҳкамланган бўлиб, B нуқтаси билан шипга таяниб туради. Бу нуқталар томонлари 30 см бўлган тенг томонли ABC учбурчакнинг учларида туради. Тасмали D шкив марказининг ўрни ABC учбурчакнинг E марказидан туширилган $EF = 40$ см вертикал ва AC томонга параллел бўлган $FD = 50$ см горизонтал билан аниқланади. Шкив текислиги FD тўғри чизикқа перпендикуляр. Тасманинг ҳар бир тармоғидаги P таранглик кучи 1200 Н га тенг бўлиб, вертикалга 30° бурчак



8.40- масалага



8.41- масалага

остида оған. Қисмларнинг оғирлигини ҳисобга олмасдан A , B ва C таянчлардаги реакцияла аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = 1,4$ кН, $Z_A = 1,85$ кН, $Z_B = 1,15$ кН, $Y_C = -2,6$ кН, $Z_C = -5,08$ кН.

8.40. $ABCD$ тўғри тўртбурчак кўринишдаги ромга ўрнатилган сурат вертикал деворга ундаги K илмоқ орқали ўтказилган EKF каноп ёрдамида шундай осилганки, AB томон горизонтал ҳолда туради. E , F нуқталар AD ва BC томонларининг ўртасига тўғри келади. Сурат деворга қўқилган иккита L ва M миҳларга таянган ҳамда деворга $\alpha = \arctg 3/4$ бурчак остида оған; $AL = MB$. Суратнинг ўлчовлари $AB = 60$ см, $AD = 75$ см; суратнинг оғирлиги 200 Н бўлиб, $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг марказига қўйилган; канопнинг узунлиги 85 см. Канопнинг тортилиши кучи T билан L , M миҳлардаги босим аниқлансин.

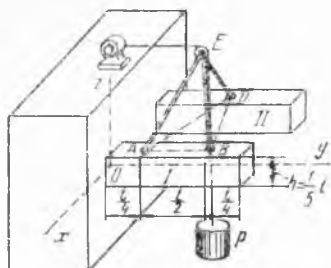
Жавоб: $T = 85$ Н, $Y_L = Y_M = -45$ Н, $Z_L = Z_M = -60$ Н.

8.41. Бифиляр, иккита чўзилмас илга осилган бир жинсли AA_1 стержендан иборат; иллар B , B_1 нуқталарга бойланган бўлиб, уларнинг узунлиги l . Стерженнинг узунлиги $AA_1 = BB_1 = 2r$, оғирлиги P . Стержень вертикал ўқ атрофида α бурчакка бурилган. Стерженни мувозанат ҳолда ушлаб туриш учун керак бўлган жуфт кучнинг моменти M ва илларнинг T тортилиш кучи аниқлансин.

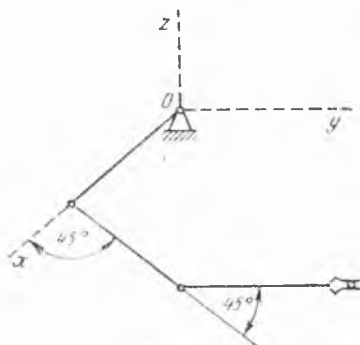
Жавоб: $M = \frac{P r^2 \sin \alpha}{\sqrt{l^2 - 4 r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$, $T = \frac{lP}{2 \sqrt{l^2 - 4 r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$.

8.42. Тўғри пирамида шаклидаги $ABDE$ учоёқ иккита консол балкага шарнирлар воситасида бириктирилган. Учоёқнинг E учига бириктирилган блок орқали трос ўтказилган бўлиб, у P юкни лебёдка ёрдамида бир текис кўтаради. Трос консолларга параллел ҳолда блокдан лебёдкага тортилган. Учоёқнинг ва консолнинг оғирлигини ҳисобга олмай, биринчи консолнинг қистириб маҳкамланган учидagi реакцияси аниқлансин. Учоёқнинг баландлиги $\frac{l}{2}$ га тенг.

Жавоб: $X_O = -\frac{\sqrt{3}}{9} P$, $Y_O = P$, $Z_O = \frac{2}{3} P$, $M_x = -\frac{9}{15} Pl$, $M_y = -\frac{\sqrt{3}}{90} Pl$, $M_z = -\frac{\sqrt{3}}{30} Pl$.



8.42- масалага



8.43- масалага

8.43. Тўрт звеноли робот манипулятор механизми Oxy горизонтал текисликда ўрнашган. Ҳамма звеноларнинг узунликлари бир хил ва l га тенг бўлиб, ҳар бир звенонинг массаси m . Манипуляция объектининг массаси $2m$. Оғирлик кучларининг координата ўқларига нисбатан моментлари аниқлансин. Звенолар бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин.

Жавоб: $M_x = -4,98 mgl$, $M_y = 6,98 mgl$, $M_z = 0$.

9- §. Оғирлик маркази

9.1. Стерженли $AFBD$ контурнинг C оғирлик марказининг вазияти аниқлансин. Контур $FD = R$ радиусли айлананинг тўртдан бирига тенг бўлган ADB ёй ва диаметри AB ватар бўлган AFB ярим айлана ёйдан ташкил топган. Стерженларнинг чиқишли зичлиги бир хил.

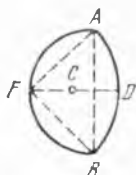
Жавоб: $CF = R(\sqrt{2} - 1) + \frac{2R}{\pi} \left(3 - 2\sqrt{2} \right) = 0,524R$.

9.2. R радиусли AOB ярим айлана ва узунликлари бир хил бўлган AD ва DB тўғри чиқиқ кесмалари билан чегараланган юзанинг C оғирлик маркази аниқлансин: $OD = 3R$.

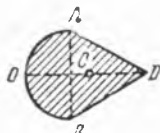
Жавоб: $OC = \frac{3\pi + 16}{3\pi + 12} R = 1,19 R$.

9.3. Радиуси $AO = 30$ см бўлган ADB доиравий сегмент юзининг C оғирлик маркази топилсин; бурчак $AOB = 60^\circ$.

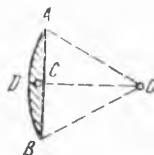
Жавоб: $OC = 27,7$ см.



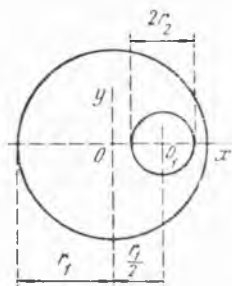
9.1- масалага



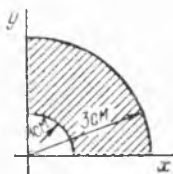
9.2- масалага



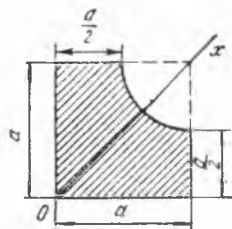
9.3- масалага



9.4-масалага



9.5-масалага



9.6-масалага

9.4. Юмалоқ тешикли бир жинсли диск оғирлик марказининг координаталари аниқлансин. Дискнинг радиуси r_1 га, тешикнинг радиуси r_2 га тенг, бу тешикнинг маркази диск марказидан $r_1/2$ масофада туради деб ҳисоблансин.

Жавоб: $x_C = -\frac{r_1 r_2^2}{2(r_1^2 - r_2^2)}$.

9.5. Расмда тасвирланган чорак ҳалқа оғирлик марказининг координаталари аниқлансин.

Жавоб: $x_C = y_C = 1,38$ см.

9.6. Расмда тасвирланган фигура оғирлик марказининг координаталари топилсин.

Жавоб: $x_C = 0,61a$.

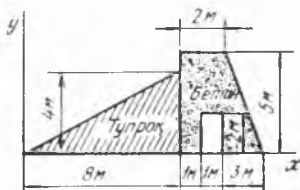
9.7. Бетоннинг солиштира оғирлигини 24 кН/м^3 , тупроқникини эса 16 кН/м^3 деб қабул қилиб, расмда кўрсатилган платина кўндаланг кесим юзасининг оғирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = 8,19$ м, $y_C = 1,9$ м.

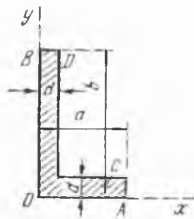
9.8. Ҳар хил тоқчали бурчаклик кўндаланг кесимининг оғирлик марказининг координаталари топилсин: бурчаклик тоқчаларининг эни $OA = a$, $OB = b$ ва қалинлиги $AC = BD = d$.

Жавоб: $a = \frac{a^2 + bd - d^2}{2(a + b - d)}$, $y = \frac{b^2 + ad - d^2}{2(b + a - d)}$.

9.9. Расмда кўрсатилган $ABCD$ кесимнинг оғирлик марказидан AC томонигача бўлган масофа топилсин; унинг баландлиги $BD = h$,



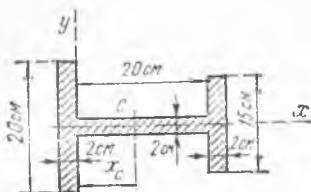
9.7-масалага



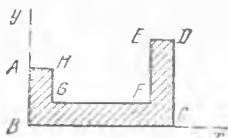
9.8-масалага



9.9-масалага



9.10- масалага



9.11- масалага

токчасининг энни $AC = a$, қалинлиги d ва деворининг қалинлиги b .

$$\text{Жавоб: } \frac{ad^2 + bh^2 - bd^2}{2(ad + bh - bd)}.$$

9.10. Ўлчовлари расмда кўрсатилган қўштаквир профилнинг огирлик маркази топилсин.

$$\text{Жавоб: } x_c = 9 \text{ см.}$$

9.11. Расмда кўрсатилган бир жинсли пластинка огирлик марказининг координаталари топилсин. Қуйидагилар берилган: $AH = 2$ см, $HG = 1,5$ см, $AB = 3$ см, $BC = 10$ см, $EF = 4$ см, $ED = 2$ см.

$$\text{Жавоб: } x = 5 \frac{10}{13} \text{ см, } y = 1 \frac{10}{13} \text{ см.}$$

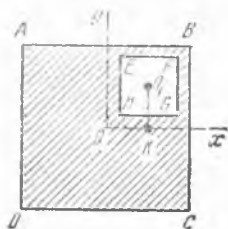
9.12. Томони $AB = 2$ м бўлган бир жинсли $ABCD$ квадрат тахтадан $EFGH$ квадрат тешик очилган; тешикнинг томонлари $ABCD$ нинг томонларига параллел бўлиб, ҳар қайсиси $0,7$ м га тенг. $OK = O_1K = 0,5$ м (бунда O ва O_1 — квадратларнинг марказлари), OK ва O_1K кесмалар квадратларнинг томонларига тегишлича параллел эканлигини билган ҳолда, тахтанинг қолган қисми огирлик марказининг x ва y координаталари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = y = -0,07 \text{ м.}$$

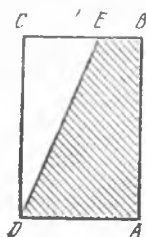
9.13. Бир жинсли $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг D учидан шундай DE тўғри чизик ўтказилсинки, бунда шу чизик бўйлаб кесилган $ABED$ трапеция E учидан осиб қўйилганда AD томони горизонтал бўлсин; трапециянинг AD томони a га тенг.

$$\text{Жавоб: } BE = 0,366 a.$$

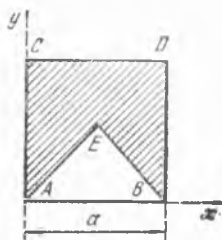
9.14. Томони a га тенг бўлган $ABCD$ квадрат берилган. Бу квадратнинг ичида шундай E нуқта топилсинки, квадратдан тенг ёнли



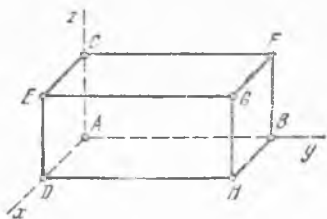
9.12- масалага



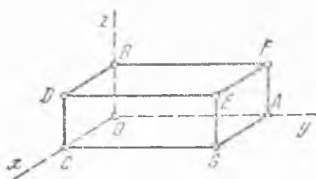
9.13- масалага



9.14- масалага



9.16- масалага



9.17- масалага

AEB учбурчак кесиб олинганида, бу нуқта квадратдан қолган юзанинг оғирлиқ маркази бўлсин.

Жавоб: $x_E = a/2$, $y_E = 0,61a$.

9.15. Тўрт одам бир жинсли учбурчак пластинкани кўтариб бормоқда. Иккитаси унинг икки учидан, қолганлари учинчи учига туташган томонларидан ушлаган. Ҳар бир одам пластина тўлиқ оғирлигининг чорагини кўтариши учун учбурчак томонлари ораллиқларидан кўтарувчи одамлар учинчи учдан ҳисобланганда қандай масофада ўрнашиши керак?

Жавоб: Тегишли томон узунлигининг $1/3$ қисмида.

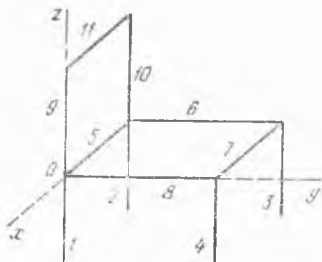
9.16. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг учларида ўрнашган юклар системасининг оғирлиқ маркази аниқлансин. Параллелепипеднинг қирралари; $AB = 20$ см, $AC = 10$ см, $AD = 5$ см; A, B, C, D, E, F, G, H учлардаги юкларнинг оғирлиги мос равишда 1 Н, 2 Н, 3 Н, 4 Н, 5 Н, 3 Н, 4 Н, 3 Н га тенг.

Жавоб: $x = 3,2$ см, $y = 9,6$ см, $z = 6$ см.

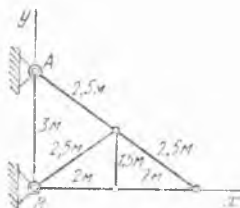
9.17. Тўғри бурчакли параллелепипед контури оғирлиқ марказининг координаталари аниқлансин; параллелепипед қирралари бир жинсли бруслардан иборат бўлиб, уларнинг узунликлари $OA = 0,8$ м, $OB = 0,4$ м, $OC = 0,6$ м. Бу брусларнинг оғирликлари тегишлича: OA — 250 Н, OB, OC ва CD 75 Н дан; CG — 200 Н, AF — 125 Н; AG ва GE 50 Н дан; BD, BF, DE ва EF 25 Н дан.

Жавоб: $x = 0,263$ м, $y = 0,4$ м, $z = 0,105$ м.

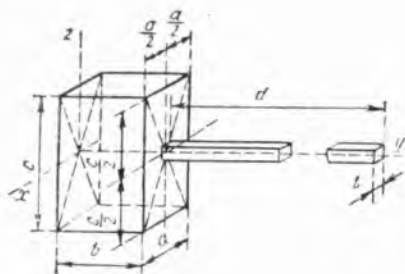
9.18. Стул кўринишидаги жисм оғирлиқ марказининг координаталари топилсин, бу жисм бир хил узунлик ва бир хил оғирликдаги стерженлардан тузилган. Стерженларнинг узунлиги 44 см.



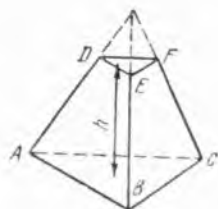
9.18- масалага



9.19- масалага



9.20- масалага



9.23- масалага

Жавоб: $x = -22$ см, $y = 16$ см, $z = 0$.

9.19. Текис ферма огирлик марказининг координаталари топилсин; ферма еттита стержендан тузилган бўлиб, уларнинг узунликлари расмда кўрсатилган. Ҳамма стерженлар ҳар бир метрининг огирлиги бир хил.

Жавоб: $x = 1,47$ м, $y = 0,94$ м.

9.20. Ёғоч болға огирлик марказининг координаталари топилсин. Болға тўғри бурчакли параллелепипеддан ва кўндалағ кесими квадрат шаклида бўлган дастадан иборат. Берилган: $a = 10$ см, $b = 8$ см, $c = 18$ см, $d = 40$ см, $l = 3$ см.

Жавоб: $x = 0$, $y = 8,8$ см, $z = 0$.

9.21. Енгил крейсер корпусининг огирлиги 19000 кН. Корпуснинг огирлик маркази вертикал бўйича киль устидан $y_1 = 6$ м баландликда. Крейсер сувга туширилгандан кейин корпус ичига асосий машиналар ва қозонлар ўрнатилган. Асосий машиналарнинг огирлиги 4500 кН бўлиб, улар огирлик марказининг ординатаси $y_2 = 3$ м. Қозонларнинг огирлиги 5000 кН га тенг бўлиб, улар огирлик марказининг ординатаси $y_3 = 4,6$ м. Корпус, машина ва қозонлар умумий огирлик марказининг ординатаси y_C аниқлансин.

Жавоб: $y_C = 5,28$ м.

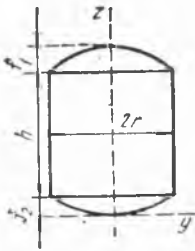
9.22. Сув сизими 45000 кН бўлган кемада, огирлиги 300 кН бўлган юк кеманинг олдинги қисмидан кетинги қисмига 60 м масофага сурилган. Юк ва кеманинг умумий огирлик маркази қанча сурилади?

Жавоб: 0,4 м.

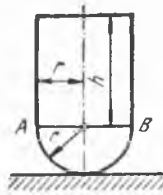
9.23. Асосига параллел қилиб кесилган бир жинсли $ABCDEF$ тетраэдр учун юза $ABC = a$, юза $DEF = b$, уларнинг орасидаги масофа h берилган. ABC асосдан берилган кесик тетраэдрнинг огирлик марказигача бўлган z масофа топилсин.

Жавоб: $z = \frac{h}{4} \frac{a + 2\sqrt{ab} + 3b}{a + \sqrt{ab} + b}$.

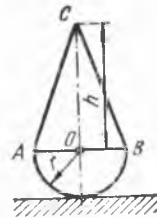
9.24. Якорли сув ости минасининг корпуси цилиндр бўлиб, цилиндрнинг тублари қавариқ сферик шаклдадир. Цилиндрик поясининг радиуси $r = 0,4$ м, баландлиги $h = 2r$; сферик сегментларнинг ба-



9.24- масалага



9.25- масалага



9.26- масалага

ландлиги тегилича $f_1 = 0,5r$ ва $f_2 = 0,2r$. Мина корпуси сиртининг огирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = y_C = 0$, $z_C = 1,267r = 0,507$ м.

9.25. Зичлиги бир хил бўлган ярим шар билан цилиндрдан ташкил топган жисм ярим шар сирти билан силлиқ горизонтал текисликка таяниб, мувозанатда туради; ярим шар билан цилиндрнинг радиуслари бир хил ва r га тенг. Цилиндрнинг шундай h баландлиги топилсинки, буъда жисм мувозанат вазиятининг тургунлиги йўқолсин.

Бутун жисмининг огирлик маркази ярим шар марказига тўғри келиши лозим. Бир жинсли ярим шарнинг огирлик марказидан асосигача бўлган масофа $(3/8)r$ га тенг.

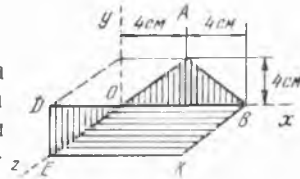
Жавоб: $h = \frac{r}{\sqrt{2}}$.

9.26. Олдинги масала шартига кўра, зичлиги ва r радиуси бир хил бўлган конус билан ярим шардан ташкил топган жисм учун конуснинг шундай h баландлиги топилсинки, бунда жисм мувозанат вазиятининг тургунлиги йўқолсин.

Жавоб: $h = r\sqrt{3}$.

9.27. Юпқа бир жинсли листни иккита учбурчак ва квадрат кўринишида расмда кўрсатилгандек букилган: OAB тенг ёнли учбурчак xy текисликда, ODE тўғри бурчакли учбурчак yz текисликда (E нуқта — тўғри бурчак учи), $OBKE$ квадрат горизонтал текисликда ётади. Букилган лист марказининг координатлари аниқлансин.

Жавоб: $x_C = 3,33$ см, $y_C = 0,444$ см, $z_C = 3,55$ см.



9.27- масалага

ИККИНЧИ БЎЛИМ

КИНЕМАТИКА

III БОБ

НУҚТА КИНЕМАТИКАСИ

10-§. Нуқта ҳаракатининг тенгламалари ва траекторияси

10.1. Ихтиёрий танланган траекторияда нуқта ҳаракатининг берилган тенгламаларига кўра тенг вақт ораллиқларига мос келувчи нуқтанинг олти ҳолати кўрсатилсин, ҳисоб бошидан траектория бўйлаб нуқтанинг охири ҳолатигача бўлган s масофа ва унинг кўрсатилган вақт ораллигида ўтган σ йўли аниқлансин (s ва σ — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида).

1) $s = 5 - 4t + t^2$, $0 \leq t \leq 5$.

Жавоб: $s = 10$ см, $\sigma = 13$ см.

2) $s = 1 + 2t - t^2$, $0 \leq t \leq 2,5$.

Жавоб: $s = -0,25$ см, $\sigma = 3,25$ см.

3) $s = 4 \sin 10t$, $\frac{\pi}{20} \leq t \leq \frac{3\pi}{10}$.

Жавоб: $s = 0$, $\sigma = 20$ см.

10.2. Нуқтанинг координата усулида берилган ҳаракат тенгламаларига кўра унинг траектория тенгламаси топилсин ва расмда ҳаракат йўналиши кўрсатилсин.

1) $x = 3t - 5$, $y = 4 - 2t$.

Жавоб: $x = -5$, $y = 4$ нуқтадан бошланадиган $2x + 3y - 2 = 0$ ярим тўғри чизик.

2) $x = 2t$, $y = 8t^2$.

Жавоб: $x = 0$, $y = 0$ нуқтадан бошланадиган $y = 2x^2$ параболанинг ўнг тармоғи.

3) $x = 5 \sin 10t$, $y = 3 \cos 10t$.

Жавоб: $x = 0$, $y = 3$ нуқтадан бошланадиган $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ эллипс.

4) $x = 2 - 3 \cos 5t$, $y = 4 \sin 5t - 1$.

Жавоб: $x = -1$, $y = -1$ нуқтадан бошланадиган $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ эллипс.

$$5) x = cht = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}), y = sh t = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t}).$$

Жавоб: $x = 1, y = 0$ нуқтадан бошланадиган $x^2 - y^2 = 1$ гипербола ўнг тармоғининг юқори қисми.

10.3. Радиус-вектори берилган тенгламага асосан ўзгарадиган (r_0 ва e — берилган ўзгармас векторлар, i ва j — координата ўқларининг бирлик векторлари) нуқтанинг траекторияси чизилсин.

$$1) r = r_0 + t e.$$

Жавоб: e векторга параллел бўлиб бошланғич $M_0(r_0)$ нуқтадан ўтадиган ярим тўғри чизиқ.

$$2) r = r_0 + \cos t \cdot e.$$

Жавоб: e векторга параллел ҳолда $M(r_0)$ нуқтадан ўтадиган $M_0 M_1$ тўғри чизиқ кесмаси. Бошланғич нуқтаси $M_0(r_0 + e)$; иккинчи чекка нуқтаси $M_1(r_0 - e)$. Радиус-векторнинг охириги учи $t \rightarrow \infty$ да траекториянинг ҳар бир нуқтасидан чексиз кўп мартаба ўтади.

$$3) r = a \cos \frac{\pi}{1+t^2} i + b \sin \frac{\pi}{1+t^2} j.$$

Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипснинг юқори қисмидан иборат бўлади. Нуқта эллипснинг чап учидан ҳаракатлана бошлайди ва ўнг учига монотон яқинлаша боради.

10.4. Нуқта ҳаракатининг берилган тенгламаларига қараб унинг траекторияси тенгламаси топилин: шунингдек, масофани нуқтанинг бошланғич ҳолатидан ҳисоблаб, нуқтанинг траектория бўйлаб ҳаракатланиш қисmini кўрсатилсин.

$$1) x = 3t^2, y = 4t^2.$$

Жавоб: $4x - 3y = 0$ ярим тўғри чизиқ; $s = 5t^2$.

$$2) x = 3 \sin t, y = 3 \cos t.$$

Жавоб: $x^2 + y^2 = 9$ айлана; $s = 3t$.

$$3) x = a \cos^2 t, y = a \sin^2 t.$$

Жавоб: $x + y - a = 0$ тўғри чизиқнинг кесмаси, бунда

$$0 \leq x \leq a; s = a \sqrt{2} \sin^2 t.$$

$$4) x = 5 \cos 5t^2, y = 5 \sin 5t^2.$$

Жавоб: $x^2 + y^2 = 25$ айлана; $s = 25t^2$.

10.5. Кўприкли кран устахона бўйлаб $x = t$ тенгламага мувофиқ ҳаракатланади; аравача кран бўйлаб $y = 1,5t$ (x ва y — метрлар, t — секундлар ҳисобида) тенгламага мувофиқ кўндаланг йўналишда ғилдираб боради. Занжир $v = 0,5$ м/с тезлик билан қисқаради. Юк оғирлик марказининг траекторияси топилин; бошланғич пайтда юкнинг оғирлик маркази Ox горизонтал текисликда бўлган; Oz ўқ вертикал равишда юқорига йўналган.

Жавоб: Траектория — тўғри чизиқ: $y = 1,5x$; $z = 0,5x$.

10.6. Лиссажу шаклини чизувчи нуқтанинг ҳаракати $x = 3 \sin t$, $y = 2 \cos 2t$ (t — секундлар ҳисобида) тенгламалар билан берилган. Траектория тенгламаси топилин, траектория чизилсин ва нуқта ҳаракатининг ҳар хил вақтлардаги йўналиши кўрсатилсин. Шунингдек, ҳаракат бошлангандан кейин траектория Ox ўқни кесиб ўтган энг олдинги t_1 вақт кўрсатилсин.

Жавоб: $4x^2 + 9y = 18$ параболанинг бир қисми, бу чизиқ бўйлаб $|x| \leq 3$, $|y| \leq 2$, $t_1 = \pi/4$ с.

10.7. Координата ўқларини тегишлича танлаб олинганида электроннинг ўзгармас магнит майдонидаги ҳаракати $x = a \sin kt$, $y = a \cos kt$, $z = vt$ тенгликлар билан аниқланади, бунда a , k , v — магнит майдонининг кучланганлиги, масса, заряд ва электроннинг тезлигига боғлиқ бўлган доимий миқдорлар. Электроннинг ҳа акат траекторияси ва траектория бўйлаб ҳаракат қонунини аниқлансин.

Жавоб: Электрон винт чизиғи бўйлаб ҳаракатланади. Бошланғич нуқтаси $x = 0$, $y = a$, $z = 0$; винт қадами $h = \frac{2\pi}{k} v$. Электроннинг винт чизиғи бўйлаб ҳаракат қонунини $s = \sqrt{a^2 k^2 + v^2} t$.

10.8. Нуқтанинг гармоник тебраниши $x = a \sin(kt + \epsilon)$ қонун билан аниқланади, бундаги $a > 0$ — тебраниш амплитудаси, $k > 0$ — тебранишнинг доиравий частотаси ва ϵ ($-\pi \leq \epsilon \leq \pi$) — бошланғич фаза. Қуйидаги ҳаракат тенгламалари билан берилган тебранишларнинг маркази a_0 , амплитудаси, доиравий частотаси, T даври, герцлар ҳисобидаги f частотаси ва бошланғич фазаси аниқлансин (x — сантиметрларда, t — секундларда):

Ҳаракат тенгламалари	Жавоб					
	a_0 , см	a , см	k рад/с	T , с	f , гц	ϵ
1. $x = -7 \cos 12 t$	0	7	12	$\pi/6$	$6/\pi$	$-\pi/2$
2. $x = 4 \sin(\pi t/20) - 3 \cos(\pi t/20)$	0	5	$\pi/20$	40	0,025	$-\arctg(3/4)$
3. $x = 2 - 4 \sin 140 t$	2	4	140	$\pi/70$	$70/\pi$	π
4. $x = 6 \sin^2 18 t$	3	3	36	$\pi/18$	$18/\pi$	$-\pi/2$
5. $x = 1 - 4 \cos^2 \frac{\pi}{60} t$	-1	2	$\pi/30$	60	1/60	$-\pi/2$

10.9. Эластик арқон билан кўтарилувчи юк $x = a \sin(kt + \frac{3\pi}{2})$ тенгламага мувофиқ тебранма ҳаракат қилади, бунда a — сантиметрлар ҳисобида, k — рад/с ҳисобида ўлчанган. Агар ҳаракат даври 0,4 с ва бошланғич вақтда $x_0 = -4$ см бўлса, юк тебраниши амплитудаси ва доиравий частотасининг қанча бўлиши аниқлансин. Масофалар эгри чизиғи чизилсин.

Жавоб: $a = 4$ см, $k = 5\pi$ рад/с.

10.10. Частотаси бир хил, лекин амплитуда ва фазалари ҳар хил бўлган иккита гармоник тебранма ҳаракатда бир вақтда қатнашувчи нуқтанинг траекторияси аниқлансин; тебранма ҳаракатлар иккита ўзаро перпендикуляр ўқлар бўйлаб юзага келади:

$$x = a \sin(kt + \alpha), y = b \sin(kt + \beta).$$

Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$ — эллипс.

10.11. Нуқтанинг турли частотали ўзаро перпендикуляр тебранишлари:

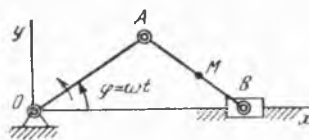
$$1) x = a \sin 2\omega t, y = a \sin \omega t;$$

$$2) x = a \cos 2\omega t, y = a \cos \omega t$$

қўшилишидан ҳосил бўлган ҳаракати траекториясининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: 1) $x^2 a^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$;

2) $2y^2 - ax - a^2 = 0$, бунда $|x| \leq a$, $|y| \leq a$.



10.12- масалага

10.12. ОА кривошип $\omega = 10$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. Узунлик $OA = AB = 80$ см. Шатун ўртасидаги М нуктанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси, шунингдек В ползуннинг ҳаракат тенгламаси топилсин; ҳаракат бошланишида В ползун ўнггаги энг четки ҳолатда бўлган; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: 1) $x_M = 120 \cos 10t$, $y_M = 40 \sin 10t$;

2) М нуктанинг траекторияси эллипс: $\frac{x^2}{120^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1$;

3) В ползуннинг ҳаракат тенгламаси $x = 160 \cos 10t$.

10.13. Автомобиль тўғри чизиqli йўлда ўзгармас 20 м/с тезлик билан ҳаракатланади, унинг $R = 1$ м радиусли гилдираги гардишида ётувчи нуктанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси аниқлансин. Гилдиракни сирғанмасдан гилдирайди деб ҳисоблансин; координата бошини Ох ўқ сифатида олинган йўлнинг ҳаракат бошланган нуктасида олинсин.

Жавоб: Циклоида $x = 20t - \sin 20t$, $y = 1 - \cos 20t$.

10.14. Снаряднинг ҳаракати $x = v_0 \cos \alpha t$, $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$ тенгламалар билан берилган, бу ерда v_0 — снаряднинг бошланғич тезлиги, α — горизонтал ўқ х билан v_0 орасидаги бурчак, g — оғирлик кучининг тезланиши. Снаряднинг ҳаракат траекторияси, Н — баландлиги, L — учиб узоқлиги ва T учиб вақти аниқлансин.

Жавоб: Траекторияси: $y = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$ —

парабола; баландлиги:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha; L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha, T = 2 \frac{v_0}{g} \sin \alpha.$$

10.15. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб α отиш бурчагининг қандай қийматида L учиб узоқлиги энг катта бўлиши аниқлансин. Унга мос келувчи кўтарилиш баландлиги ва учиб вақти топилсин.

Жавоб: $\alpha = 45^\circ$, $L_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$, $H = \frac{v_0^2}{4g}$, $T = \sqrt{2} \frac{v_0}{g}$.

10.16. 10.14- масаланинг шартлари бўйича снаряднинг, х ва y координаталари А нуктага тушиши учун керак бўлган α отиш бурчаги аниқлансин.

Жавоб: $\tan \alpha = \frac{v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 - 2v_0^2 gy - g^2 x^2}}{gx}$

10.17. Хавфсизлик параболаси аниқлансин (шу парабола ичкарасида ётмайдиган барча нуқталарга v_0 бошланғич тезлик ва ҳар қандай α отиш бурчаги билан отилган снаряд келиб тушмайди).

Жавоб: $y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2} x^2$.

10.18. Нуқта $x = a \cos kt$, $y = a \sin kt$, $z = vt$ винт чизиги бўйлаб ҳаракатланади. Нуқта ҳаракатининг тенгламалари цилиндрик координаталарда аниқлансин.

Жавоб: $r = a$, $\varphi = kt$, $z = vt$.

10.19. Нуқтанинг ҳаракати $x = 2a \cos^2 \frac{kt}{2}$, $y = a \sin kt$ тенгламалар билан берилган, бундаги a ва k — мусбат ўзгармаслар. Массофани нуқтанинг бошланғич ҳолатидан ҳисоблаб, ҳаракат траекторияси ва траектория бўйлаб ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $(x-a)^2 + y^2 = a^2$ — айлана, $s = akt$.

10.20. Олдинги масаланинг шартлари бўйича нуқта ҳаракати қутб координаталарида аниқлансин.

Жавоб: $r = 2a \cos \frac{kt}{2}$, $\varphi = \frac{kt}{2}$.

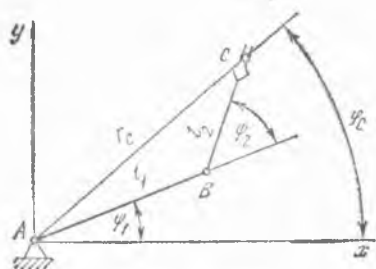
10.21. Нуқтанинг декарт координаталари системасида берилган $x = R \cos^2 \frac{kt}{2}$, $y = \frac{R}{2} \sin kt$, $z = R \sin \frac{kt}{2}$

ҳаракат тенгламаларига асосан унинг траекторияси ва сферик координаталар системасидаги ҳаракат тенгламалари топилсин.

Жавоб: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ сфера билан $\left(x - \frac{R}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$ цилиндрнинг кесишиш чизиги. Сферик координаталардаги ҳаракат тенгламалари: $r = R$, $\varphi = \frac{kt}{2}$, $\theta = \frac{kt}{2}$.

10.22. Нуқта, тенгламалари $x = Ae^{-ht} \cos(kt + \varepsilon)$, $y = Ae^{-ht} \sin(kt + \varepsilon)$ кўринишга эга бўлган иккита ўзаро перпендикуляр сўнувчи тебранишларда қатнашади, бунда $A > 0$, $h > 0$, $k > 0$ ва ε — бирор ўзгармаслар. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари қутб координаталари системасида аниқлансин ва траекторияси топилсин.

Жавоб: $r = Ae^{-ht}$, $\varphi = kt + \varepsilon$; траекторияси



10.23- масалага

$r = Ae^{-\frac{h}{k}(\varphi - \varepsilon)}$ — логарифмик спирал.

10.23. Текис манипулятор механизмининг ушлагич маркази юкни $r_C = r_C(l)$, $\varphi_C = \varphi_C(l)$ қутб координаталари билан аниқланадиган траектория бўйлаб бир ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтказди. Қуйидагилар топилсин: 1) берилган программанинг бажарилишини таъмин-

лайдиган тегишли узатмалар ҳосил қиладиган ψ_1 ва ψ_2 бурчакларнинг ўзгариш қонунлари; 2) юк y ўқидан a масофада турувчи ва унга параллел бўлган тўғри чизиқ бўйлаб $y = s(t)$ қонун билан силжийди деб (бунда s , вақт t нинг берилган функцияси), бу бурчакларнинг ўзгариш қонунлари.

Жавоб: 1) $\psi_1 = \varphi_C(t) \mp \arccos \frac{r_C^2(t) + l_1^2 - l_2^2}{2l_1 r_C(t)}$,

$$\psi_2 = \pm \arccos \frac{r_C^2(t) - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2};$$

2) $\psi_1 = \arctg \frac{s(t)}{a} \mp \arccos \frac{a^2 + s^2(t) + l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{a^2 + s^2(t)}}$,

$$\psi_2 = \pm \arccos \frac{a^2 + s^2(t) - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}.$$

11-§. Нуқтанинг тезлиги

11.1. Нуқта $x = a \sin kt$ қонунга мувофиқ гармоник тебранма ҳаракат қилади. $x = x_1$ бўлганда $v = v_1$ ва $x = x_2$ да эса $v = v_2$ деб олиб, тебранишлар амплитудаси a ва доиравий частотаси k аниқлансин.

Жавоб: $a = \sqrt{\frac{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}$; $k = \sqrt{\frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2}}$.

11.2. Эллипсограф линейкасининг узунлиги $AB = 40$ см, кривошипнинг узунлиги $OC = 20$ см, $AC = CB$. Кривошип O ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Линейканинг A учидан $MA = 10$ см масофада ётувчи M нуқтанинг траекторияси билан тезлик годографи тенгламалари топилсин.

Жавоб: $\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{100} = 1$, $\frac{x_1^2}{900\omega^2} + \frac{y_1^2}{100\omega^2} = 1$.

11.3. Нуқта $x = 2 \cos t$, $y = 4 \cos 2t$ (x , y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида) тенгламаларга мувофиқ Лиссажу фигурасини чизади. Нуқта Oy ўқда бўлганда тезлигининг миқдори билан йўналиши топилсин.

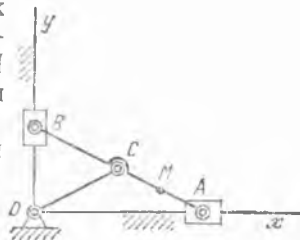
Жавоб: 1) $v = 2$ см/с, $\cos(v, x) = -1$;

2) $v = 2$ см/с, $\cos(v, x) = 1$.

11.4. OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Кривошип — ползушли механизм шатунининг ўртасидаги M нуқтанинг тезлиги ва ползуннинг тезлиги вақт функцияси сифатида топилсин; $OA = AB = a$ (10.12-масала учун кўрсатилган расмга қаралсин).

Жавоб: 1) $v_M = \frac{a}{2} \omega \sqrt{8 \sin^2 \omega t + 1}$;

2) $v_B = 2a \omega \sin \omega t$.



11.2- масалага

11.5. Нуқта ҳаракати

$$x = v_0 t \cos \alpha_0, \quad y = v_0 t \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} g t^2,$$

тенгламалар билан берилган; Ox ўқ горизонтал, Oy вертикал бўйича юқорига йўналган, v_0 , g ва $\alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ — доимий миқдорлар. 1) Нуқта траекторияси, 2) унинг энг юқориги ҳолатининг координаталари, 3) нуқта Ox ўқда бўлган пайтдаги тезлигининг координата ўқлари-даги проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $y = x \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$ парабола;

$$2) \quad x = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha_0, \quad y = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha_0; \quad 3) \quad v_x = v_0 \cos \alpha_0,$$

$v_y = \pm v_0 \sin \alpha_0$, бунда мусбат ишора бошланғич пайтга тўғри келади, манфий ишора эса $t = \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g}$ пайтга тўғри келади.

11.6. Нуқта ҳаракати олдинги масаладаги тенгламалар билан берилган, лекин бунда $v_0 = 20$ м/с, $\alpha_0 = 60^\circ$; $g = 9,81$ м/с². Иккинчи бир нуқта Ox ўқ бўйлаб текис ҳаракат қилиб, биринчи нуқта билан учрашиши учун унинг координаталар бошидан $t = 0$ пайтда қандай v_1 тезлик билан чиқиши кераклиги топилсин ва учрашиш жойингача бўлган x_1 масофа аниқлансин.

Жавоб: $v_1 = 10$ м/с; $x_1 = 35,3$ м.

11.7. Тик қирғоқдаги учта пунктдан 50, 75 ва 100 м/с га тенг бўлган горизонтал тезлик билан бир вақтда отилган учта ўқ сувга бир вақтда тушади. Шу пунктларнинг сув сатҳидан баландликлари h_1 , h_2 ва h_3 аниқлансин; биринчи ўқ тушган нуқтадан қирғоққача бўлган масофа 100 м га тенг; фақат оғирлик кучининг тезланиши $g = 9,81$ м/с² эътиборга олинсин. Шунингдек, ўқларнинг учинч вақти T ва уларнинг сувга тушиш пайтдаги v_1 , v_2 ва v_3 тезликлари аниқлансин.

Жавоб: $h_1 = h_2 = h_3 = 19,62$ м, $T = 2$ с; $v_1 = 53,71$ м/с, $v_2 = 77,52$ м/с, $v_3 = 101,95$ м/с.

11.8. Ўқи горизонт билан 30° бурчак ташкил қилган тўпдан 500 м/с тезлик билан снаряд отилади. Снаряд фақат $g = 9,81$ м/с² оғирлик кучи тезланишига эга деб фараз қилиб, унинг тезлик годографи ва годограф чизувчи нуқтанинг тезлиги топилсин.

Жавоб: Годограф — координаталар бошидан $432 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ нарида турувчи вертикал тўғри чизиқ кесмаси $v_1 = 9,81$ м/с².

11.9. Радиуси $R = 1$ м бўлган электровоз ғилдирагининг ўқдан $a = 0,5$ м нарида ётувчи нуқтасининг ҳаракат тенгламалари ва траекторияси аниқлансин. Ғилдирак горизонтал ва тўғри чизиқли йўлда сирғанмасдан ғилдираб боради; ғилдирак ўқининг тезлиги $v = 10$ м/с. Ox ўқ рельс билан устма-уст тушади, Oy ўқ нуқтанинг бошланғич пастки ҳолатидаги радиусга мос келади. Шунингдек, ғилдиракнинг шу нуқта ётган диаметри горизонтал ва вертикал ҳо-

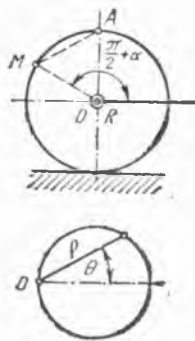
латни эгаллаган пайтларда нуқта тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: Қисқартирилган циклоида $x = 10t - 0,5 \sin 10t$, $y = 1 - 0,5 \cos 10t$. Тезлик: 1) 11, 18 м/с, 2) 5 м/с, 15 м/с.

11.10. Электровознинг тезлиги $v_0 = 72$ км/соат; ғилдирагининг радиуси $R = 1$ м; ғилдирак тўғри чизиқли темир изда сирпанмасдан ғилдираб боради.

1) Ғилдирак гардишидаги M нуқтанинг радиуси v_0 тезлик йўналиши билан $\frac{\pi}{2} + \alpha$ бурчак ҳосил қилган пайтда шу нуқта v тезлигининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

2) M нуқтанинг тезлик годографи чизилсин ва годограф чизувчи нуқтанинг v_1 тезлиги аниқлансин.



11.10- масалага

Жавоб: 1) Тезлик $v = 40 \cos \frac{\alpha}{2}$ м/с ва MA тўғри чизиқ бўйлаб йўналган.

2) $\rho = 2 v_0 \cos \theta$ (бунда $\theta = \frac{\alpha}{2}$), радиуси $r = v_0$ бўлган айлана (расмга қаралсин); $v_1 = \frac{v_0^2}{R} = 400$ м/с².

11.11. Вагон ғилдирагида ўқдан $a = 0,6$ м масофада бўлган ва бошланғич пайтда рельсдан $0,1$ м пастда турган M нуқтанинг ҳаракат тенгламалари ва траекторияси аниқлансин; вагон ғилдирагининг радиуси $R = 0,5$ м; вагон тўғри чизиқли йўлда $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Шунингдек, шу нуқта ўзининг энг пастки ва юқориги ҳолатидан ўтгандаги вақтлар ва бу пайтлардаги нуқта тезлигининг Ox ва Oy ўқлардаги проекциялари топилсин. Ox ўқ рельс бўйлаб йўналган. Oy ўқ нуқтанинг бошланғич пастки ҳолатидан ўтади.

Жавоб: Чўзиқ циклоида:

$$x = 10t - 0,6 \sin 20t; y = 0,5 - 0,6 \cos 20t; t = \frac{\pi k}{10} \text{ с}$$

бўлганда нуқта пастки ҳолатда бўлади; $v_x = -2$ м/с, $v_y = 0$; $t = \frac{\pi}{20}(1 + 2k)$ с бўлганда нуқта юқориги ҳолатни эгаллайди, $v_x = 22$ м/с, $v_y = 0$, бунда $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

11.12. Нуқта бир вақтнинг ўзида $x = Ae^{-ht} \cos(kt + \epsilon)$, $y = Ae^{-ht} \sin(kt + \epsilon)$ тенгламаларга асосан ўзаро перпендикуляр сўнувчи тебранишларда иштирок этади. Нуқта тезлигининг декарт ва қутб координаталаридаги проекциялари ва шунингдек, нуқта тезлигининг модули аниқлансин.

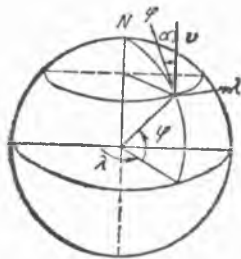
Жавоб: 1) $v_x = Ae^{-ht} [h \cos(kt + \epsilon) + k \sin(kt + \epsilon)]$,
 $v_y = -Ae^{-ht} [h \sin(kt + \epsilon) - k \cos(kt + \epsilon)]$;

$$2) v_r = -Ahe^{-ht}, \quad v_\varphi = Ake^{-ht};$$

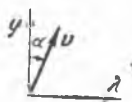
$$3) v = A\sqrt{h^2 + k^2} \cdot e^{-ht} = \sqrt{h^2 + k^2} r.$$

11.13. Географик меридианга нисбатан ўзгармас α бурчак ташкил этиб кетаётган кема қанақа чизиқ чизади? Кемани Ер шари устида ҳаракатланувчи нуқта сифатида қабул қилинсин.

Жавоб: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right) e^{(\lambda - \lambda_0) \operatorname{ctg} \alpha}.$



11.13- масалага



бунда φ — кенглик, λ — кеманинг тегишли ҳолатидаги узоқлиги (бу локсодром чизиғи дейилади).

Қўрсатма. r, λ ва φ сферик координаталардан фойдаланилсин.

11.14. M нуқтанинг ҳаракат тенгламалари цилиндрик координаталар системасида $r = a$, $\varphi = kt$, $z = vt$ кўринишга эга (10.8-масалага қаранг). M нуқта тезлигининг цилиндрик координаталар системасидаги проекциялари,

тезлик ғодографиини чизувчи M_1 нуқтанинг ҳаракат тенгламалари ва M_1 нуқта тезлигининг проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $v_r = 0$, $v_\varphi = ak$, $v_z = v$;

2) $r_1 = ak$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + kt$, $z_1 = v$; 3) $v_{r_1} = 0$, $v_{\varphi_1} = ak^2$, $v_{z_1} = 0$.

11.15. M нуқта айлана бўйлаб $r = 2a \cos \frac{kt}{2}$, $\varphi = \frac{kt}{2}$ тенгламаларга асосан ҳаракатланади (r, φ — қутб координаталар). M нуқта тезлигининг қутб координаталар системаси ўқларидаги проекциялари, тезлик ғодографиини чизувчи M_1 нуқта ҳаракат тенгламалари ва M_1 нуқта тезлигининг проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $v_r = -ak \sin \frac{kt}{2}$, $v_\varphi = ak \cos \frac{kt}{2}$;

2) $r_1 = ak$, $\varphi_1 = \pi/2 + kt$; 3) $v_{r_1} = 0$, $v_{\varphi_1} = ak^2$.

11.16. Нуқта сфера ва цилиндрнинг кесишиш чизиғи бўйлаб $r = R$, $\varphi = kt/2$, $\theta = kt/2$ тенгламаларга кўра ҳаракатланади (r, φ, θ — сферик координаталар; 10.21-масалага қаранг). Нуқта тезлигининг модули ҳамда унинг сферик координаталар системаси ўқларидаги проекциялари топилсин.

Жавоб: $v_r = 0$, $v_\varphi = (Rk/2) \cos(kt/2)$, $v_\theta = Rk/2$, $v = (Rk/2) \sqrt{1 + \cos^2(kt/2)}$.

11.17. Кема қўзғалмас нуқтага нисбатан олинган пеленг бурчаги α ни (тезлик йўналиши билан нуқтага қаратилган йўналиш орасидаги бурчак) ҳамиша бир хилда сақлаб ҳаракат қилади; шу кема чивиб ўтадиган эгри чизиқнинг тенгламаси (r, φ) қутб координатала-

рида топилсин; берилган: α ва $r_{\varphi=0} = r_0$. Кемани текисликда ҳаракатланувчи нуқта деб қабул қилинсин ва шу текисликдаги исталган қўзғалмас нуқта қутб деб олинсин. $\alpha = 0, \pi/2$ ва π бўлган хусусий ҳоллар текширилсин.

Жавоб: логарифмик спираль: $r = r_0 e^{-\varphi \operatorname{ctg} \alpha}$. $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлганда $r = r_0$ айлана; $\alpha = 0$ ёки $\alpha = \pi$ бўлганда тўғри чизиқ.

12-§. Нуқтанинг тезланиши

12.1. Поезд 72 км/соат тезлик билан ҳаракат қилади, тормоз қилинганда у $0,4 \text{ м/с}^2$ га тенг секинланиш олади. Поездни станцияга келмасдан қанча вақт олдин ва станциядан қанча нарида тормозлай бошлаш кераклиги топилсин.

Жавоб: 50 с, 500 м.

12.2. Копёр тўқмоғи қозиққа урилиб тўхтагунча қозиқ билан бирга $0,02 \text{ с}$ мобайнида ҳаракат қилади, бунда қозиқ ерга 6 см киради. Қозиқ ҳаракатини текис секинланувчан ҳаракат деб ҳисоблаб, қозиқнинг бошланғич тезлиги топилсин.

Жавоб: 6 м/с .

12.3. Сув томчилари вертикал найчанинг тешигидан ҳар $0,1 \text{ с}$ кундда бир марта томади ва $9,81 \text{ м/с}^2$ тезланиш билан пастга тушади. Биринчи томчи оқиб чиққан пайтдан 1 с ўтгандан кейин биринчи ва иккинчи томчилар орасидаги масофанинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $0,932 \text{ м}$.

12.4. Самолётнинг ерга қўниш тезлигини 400 км/соат деб ҳисоблаб, қўниш вақтида самолётнинг $l = 1200 \text{ м}$ ли йўлда секинланиши аниқлансин. Секинланиш доимий деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega = 5,15 \text{ м/с}^2$.

12.5. Копёр тўқмоғи $2,5 \text{ м}$ баландликдан пастга тушади, уни ўша баландликка кўтариш учун, шунча жойдан тушишига қараганда уч марта кўпроқ вақт кетади. Агар копёр тўқмоғи пастга $9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ тезланиш билан эркин тушади деб ҳисобланса, у бир минутда неча марта уради.

Жавоб: 21 зарба.

12.6. Ползун тўғри чизиқли йўналтирувчи бўйлаб $\omega_x = -\pi^2 \sin \frac{\pi}{2} t \text{ м/с}^2$ тезланиш билан ҳаракат қилади. Агар ползуннинг бошланғич тезлиги $v_{0x} = 2\pi \text{ м/с}$, бошланғич ҳолати эса ползуннинг координата боши деб қабул қилинган ўрта ҳолатига тўғри келса, ползун ҳаракатининг тенгламаси топилсин. Масофа, тезлик ва тезланиш эгри чизиқлари чизилсин.

Жавоб: $x = 4 \sin \frac{\pi}{2} t \text{ м}$.

12.7. Поезднинг бошланғич тезлиги 54 км/соат бўлиб, биринчи 30 с да у 600 м йўл босди. Поезд, радиуси $R = 1 \text{ км}$ бўлган ай-

ланма йўлда текис ўзгарувчан ҳаракат қилади деб ҳисоблаб, унинг 30 с охиридаги тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v = 25$ м/с, $\omega = 0,708$ м/с².

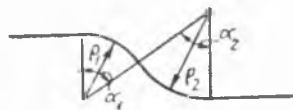
13.8. Поезд станциядан жўнаганда тезлиги бир текис ортиб, 3 минутдан кейин 72 км/соатга етади; йўл, радиуси 800 м бўлган бурилишда жойлашган. Станциядан жўнаган пайтдан 2 минут кейин поезднинг уринма, нормал ва тўла тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_\tau = \frac{1}{9}$ м/с², $\omega_n = \frac{2}{9}$ м/с², $\omega = 0,25$ м/с².

12.9. Радиуси $R = 800$ м бўлган айлана ёйи бўйлаб поезд текис секинланувчан ҳаракат қилади ва $s = 800$ м йўл босади. Унинг бошланғич тезлиги $v_0 = 54$ км/соат ва охириги тезлиги $v = 18$ км/соат. Поезднинг ёй бошидаги ва охиридаги тўла тезланиши, шунингдек шу ёй бўйлаб қанча вақт ҳаракатланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_0 = 0,308$ м/с², $\omega = 0,129$ м/с², $T = 80$ с.

12.10. Трамвай йўлининг бурилиши, радиуслари $\rho_1 = 300$ м ва $\rho_2 = 400$ м бўлган иккита ёйдан иборат. Марказий бурчаклар $\alpha_1 = \alpha_2 = 60^\circ$. Шу бурилишдан $v = 36$ км/соат тезлик билан юриб борувчи вагоннинг нормал тезланиш графиги чизилсин.



12.10- масалага

12.11. Радиуси $R = 20$ см бўлган айлана ёйи бўйлаб нуқта ҳаракатланади. Унинг траектория бўйлаб ҳаракат қилиш қонуни: $s = 20 \sin \pi t$ (t — секундлар, s — сантиметрлар ҳисобида). $t = 5$ с бўлган пайт учун нуқта тезлигининг миқдори ва йўналиши, уринма, нормал ва тўла тезланиши топилсин. Шунингдек, тезликнинг, уринма ва нормал тезланишларининг графиклари чизилсин.

Жавоб: Тезлик миқдори 20π см/с га тенг бўлиб, s ёйини ҳисоблашнинг мусбат йўналишига қарама-қарши томонга йўналган:

$$\omega_t = 0; \omega = \omega_n = 20 \pi^2 \text{ см/с}^2.$$

12.12. Нуқта $s = \frac{g}{a^2} (at + e^{-at})$ қонунга мувофиқ тўғри чизиқли ҳаракат қилади, бунда a ва g — доимий миқдорлар. Нуқтанинг бошланғич тезлиги, шунингдек, унинг тезланиши тезликнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v_0 = 0$, $\omega = g - av$.

12.13. Нуқта ҳаракати қўйидаги тенгламалар билан берилган:

$$x = 10 \cos 2\pi \frac{t}{5}, y = 10 \sin 2\pi \frac{t}{5},$$

(x, y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида). Нуқтанинг траекторияси, тезлигининг миқдори ва йўналиши, шунингдек, тезланишининг миқдори ва йўналиши топилсин.

Жавоб: Радиуси 10 см ли айлана; тезлик $v = 4\pi$ см/с бўлиб, Ox ўқдан Oy ўққа 90° га айланиб ўтиш томонига уринма равишда йўналган; тезланиш $\omega = 1,6\pi$ см/с² бўлиб, марказга йўналган.

12.14. Ишга тушириш даврида дизель кривошип палецнинг ҳаракати $x = 75 \cos 4t^2$, $y = 75 \sin 4t^2$ (x, y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида) кўринишдаги тенгламалар билан берилган. Палецнинг тезлиги, уринма ва нормал тезланиши топилсин.

Жавоб: $v = 600 t$ см/с, $\omega_t = 600$ см/с², $\omega_n = 4800 t^2$ см/с².

12.15. Нуқта ҳаракати қуйидаги тенгламалар билан берилган:

$$x = a(e^{kt} + e^{-kt}),$$

$$y = a(e^{kt} - e^{-kt}),$$

бундаги a ва k — берилган доимий миқдорлар. Нуқта траекториясининг тенгламаси топилсин, тезлиги ва тезланиши $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ радиус-векторнинг функцияси сифатида ифодалансин.

Жавоб: Гипербола $x^2 - y^2 = 4a^2$; $v = kr$, $\omega = k^2 r$.

12.16. $x = -a \sin 2\omega t$, $y = -a \sin \omega t$ тенгламаларга мувофиқ Лиссажу шаклини чизувчи нуқта траекториясининг $x = y = 0$ ҳолатдаги эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: $\rho = \infty$.

12.17. Ox горизонтал ўқ бўйлаб сирпанмасдан думаловчи ғилдирак нуқтаси тезланишининг миқдори ва йўналиши ҳамда траекториясининг эгрилик радиуси топилсин; нуқта қуйидаги тенгламаларга асосан циклоида чизади:

$$x = 20t - \sin 20t, y = 1 - \cos 20t.$$

(t — секундлар, x, y — метрлар ҳисобида). Шунингдек, $t = 0$ бўлганда эгрилик радиуси ρ аниқлансин.

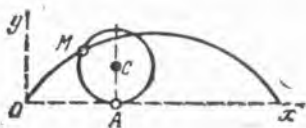
Жавоб: Тезланиш $\omega = 400$ м/с² бўлиб, думаловчи ғилдиракнинг C марказига MC бўйлаб йўналган; $\rho = 2MA$; $\rho_0 = 0$.

12.18. Агар $r = l = 60$ см, $MB = \frac{1}{3}l$, $\varphi = 4\pi t$ (t — секундлар ҳисобида) бўлса, кривошип-ползун механизми шатунидаги M нуқтанинг траекторияси топилсин, шунингдек $\varphi = 0$ бўлган пайт учун унинг тезлиги, тезланиши ва траекториясининг эгрилик радиуси аниқлансин.

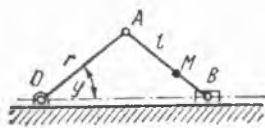
Жавоб: Эллипс: $\frac{x^2}{100^2} + \frac{y^2}{20^2} = 1$, $v = 80\pi$ см/с,

$$\omega = 1600\pi^2 \text{ см/с}^2, \rho = 4 \text{ см}.$$

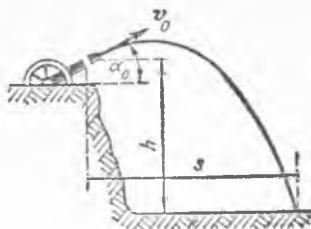
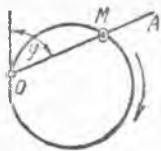
12.19. Симдан қилинган айланага M ҳалқа кийгизилган, ҳалқадан айланада турувчи O нуқта атрофида текис айланадиган OA стержень ўтган; айлана радиуси 10 см; стерженнинг бурчак тезлиги шун-



12.17- масалага



12.18- масалага



12.19 ва 12.20- масалага

12.23- масалага

дайки, у 5 с мобайнида тўғри бурчакка бурилади. Ҳалқанинг тезлиги v ва тезланиши ω аниқлансин.

Жавоб: $v = 2\pi$ см/с, $\omega = 0,4\pi$ см/с².

12.20. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб ҳамда OM стерженнинг бурчак тезлаишини $k \cos \varphi$ ($k = \text{const}$) деб олиб, M ҳалқанинг тезлик ва тезланиши φ бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. $t = 0$ бошланғич пайтда φ бурчак ва ҳалқанинг тезлиги нолга тенг, айлананинг радиуси r , $0 \leq \varphi \leq \pi$.

Жавоб: $v = 2r \sqrt{2k \sin \varphi}$, $\omega = 2kr \sqrt{1 + 15 \sin^2 \varphi}$.

12.21. Снаряд ҳаракати

$$x = v_0 t \cos \alpha_0, \quad y = v_0 t \sin \alpha_0 - \frac{1}{2} g t^2,$$

тенгламалар билан берилган; бундаги v_0 ва α_0 — доимий миқдорлар. $t = 0$ бўлган ва снаряд ерга тушган пайтларда траекториянинг эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: $\rho = \frac{v_0^2}{g \cos \alpha_0}$.

12.22. Снарад $x = 300 t$, $y = 400 t - 5 t^2$ (t — секундлар, x , y — метрлар ҳисобида) тенгламаларга мувофиқ вертикал текисликда ҳаракат қилади. 1) бошланғич пайтдаги тезлик ва тезланиш, 2) снаряднинг қанча узоққа бориши ва қанча баландликка кўтарилиши, 3) бошланғич пайтда ва энг юқори нуқтада траекториянинг эгрилик радиуслари топилсин.

Жавоб: $v_0 = 500$ м/с; $\omega_0 = 10$ м/с²; $h = 8$ км, $s = 24$ км, $\rho_0 = 41,67$ км, $\rho = 9$ км.

12.23. Денгиз сатҳидан $h = 30$ м баландликда жойлашган қирғоқдаги артиллерия тўпидан горизонтга нисбатан $\alpha_0 = 45^\circ$ бурчак остида $v_0 = 1000$ м/с бошланғич тезлик билан снаряд отилди. Снаряднинг денгиз сатҳидаги мўлжалга тўпдан қанча масофада тегиши аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 102 км.

12.24. Ҳаракати $x = \alpha t$, $y = \beta t - \frac{g t^2}{2}$ тенгламалар билан ифода лападиган нуқтанинг уринма ва нормал тезланишлари топилсин.

Жавоб: $\omega_t = -\frac{g(\beta - g t)}{v}$; $\omega_n = \frac{g \alpha}{v}$, бунда v — нуқта тезлиги.

12.25. Нуқта $x = 2 \cos 4t$, $y = 2 \sin 4t$, $z = 2t$ тенгламалар билан ифодаланадиган винт ҳаракати қилади, бунда узунлик бирлиги учун метр олинган. Траекториянинг эгрилик радиуси ρ аниқлансин.

Жавоб: $\rho = 2 \frac{1}{8} \text{ м.}$

12.26. Нуқта ҳаракати қутб координаталарида $r = ae^{kt}$ ва $\varphi = kt$ тенгламалар билан берилган, бунда a ва k берилган доимий миқдорлар. Нуқтанинг траектория тенгламаси, тезлиги, тезланиши ва траекториясининг эгрилик радиуси унинг радиус-вектори r функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $r = ae^{\varphi} - \text{логарифмик спираль; } v = kr\sqrt{2}, \omega = 2k^2r, \rho = r\sqrt{2}.$

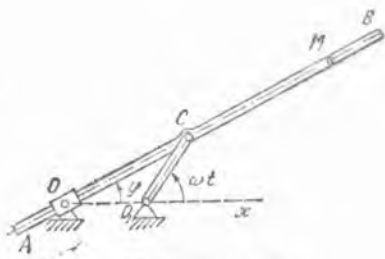
12.27. Нуқтанинг ҳаракати $x = 2t$, $y = t^2$ тенгламалар билан берилган (t — секундлар, x ва y — сантиметрлар ҳисобида). $t = 1$ с пайт учун тезлик ва тезланишнинг катталиги ҳамда йўналишлари аниқлансин.

Жавоб: $v = 2\sqrt{2} \text{ см/с, } \omega = 2 \text{ см/с}^2, (\vec{v}, \hat{x}) = 45^\circ, (\vec{\omega}, \hat{x}) = 90^\circ.$

12.28. Нуқта $x = 4t$, $y = t^3$ (t — секундлар, x ва y — сантиметрлар ҳисобида) тенгламаларга асосан ҳаракатланаётган бўлса, унинг ҳаракат траекторияси, тезлик годографи ясалсин ва траекториянинг бошланғич пайтга мос келувчи нуқтаси эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: Траектория тенгламаси $y = \frac{x^3}{64}$ — кубик парабола; тезлик годографи $\vec{v}$ ўққа параллел тўғри чизиқ; $\rho_0 = \infty$ (траекториянинг боши — эгилиш нуқтаси).

12.29. Узунлиги $a/2$ бўлган O_1C кривошип O_1 ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланadi. C нуқтада кривошип билан O_1 айланиш ўқидан $a/2$ масофада турган, ҳар доим O нуқта атрофида айланиб — тебранувчи муфта орқали ўтадиган AB линейка шарнир билан боғланган. O нуқтани қутб сифатида қабул қилиб, қутб координаталарида линейканинг C шарнирдан a масофадаги M нуқтасининг ҳаракат тенгламалари, траекторияси, тезлик ва тезланиш топилсин бошланғич пайтда бурчак $\varphi = \angle COO_1 = 0$).



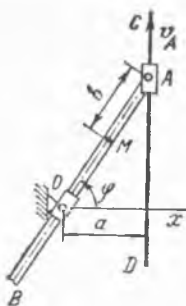
12.29-масаллага

Жавоб: 1) $r = a \left(1 + \cos \frac{\omega t}{2} \right), \varphi = \frac{\omega t}{2};$

2) $r = a(1 + \cos \varphi)$ — кардиоид;

3) $v = a\omega \cos \frac{\omega t}{4};$

4) $\omega = \frac{a\omega^2}{4} \sqrt{5 + 4 \cos \frac{\omega t}{2}}.$



12.31- масалага

12.30. Олдинги 12.29- масаланинг шартларига кўра $r = 2a$, $\varphi = 0$ бўлганида кардиоиданинг эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: $\rho_0 = \frac{4}{3}a$.

12.31. AB стерженнинг A учи CD тўғри чизiqли йўналтирувчи бўйлаб ўзгармас v_A тезлик билан силжийди. AB стержень доимо CD йўналтирувчидан a масофада айланиб — тебранадиган O муфта орқали ўтади. O нуқтани қутб деб ҳисоблаб, линейканинг A ползундан b масофада турувчи M нуқтасининг тезлик ва тезланиши r , φ қутб координаталарида топилсин.

Жавоб: $v = \frac{v_A}{a} \sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + r^3 \cos^4 \varphi}$, $\omega = \frac{v_A^2 b}{a^2} \cos^3 \varphi \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi}$,

$r = \sqrt{a^2 + v_A^2 t^2} - b$, $\varphi = \arctg \frac{v_A t}{a}$.

12.32. M нуқта винт чизиги бўйлаб ҳаракатланади. Цилиндрик координаталар системасида унинг ҳаракат тенгламалари $r = a$, $\varphi = kt$, $z = vt$ кўринишга эга. Нуқта тезланишининг цилиндрнк координаталар системаси ўқларидаги проекциялари ҳамда тезланишнинг уринма ва нормал ташкил этувчилари ва винт чизигининг эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: 1) $\omega_r = -ak^2$, $\omega_\varphi = 0$, $\omega_z = 0$;

2) $\omega_r = 0$, $\omega_n = ak^2$;

3) $\rho = \frac{a^2 k^2 + v^2}{ak^2}$.

12.33. M нуқта $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ сфера билан $(x - R/2)^2 + y^2 = R^2/4$ цилиндрнинг кесишиш чизиги бўйлаб ҳаракатланади. Нуқтанинг сферик координаталар системасидаги ҳаракат тенгламалари

$r = R$, $\varphi = \frac{kt}{2}$, $\theta = \frac{kt}{2}$

кўринишга эга (10.21- масалага қаранг). Нуқта тезланишининг сферик координаталардаги проекциялари ва модули топилсин.

Жавоб: $\omega_r = -\frac{Rk^2}{4}(1 + \cos^2 \theta)$, $\omega_\varphi = -\frac{Rk^2}{2} \sin \theta$, $\omega_\theta = \frac{Rk^2}{4} \sin \theta \times \cos \theta$, $\omega = \frac{Rk^2}{4} \sqrt{4 + \sin^2 \theta}$.

12.34. Кема географик меридианга нисбатан ўзгармас α бурчак остидаги курс билан локсодром чизиб ҳаракатланмоқда (11.13- масалага қаранг). Кема v тезлигининг қийматини доимий ҳисоблаб, кема тезланишининг r , λ ва φ сферик координаталар системаси ўқларига проекциялари (λ — узоқлик, φ — сузиш жойининг кенглиги), тезланиш қиймати ва локсодромнинг эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: $w = -\frac{v^2}{R}$, $w_\lambda = -\frac{v^2}{R} \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi$, $w_\varphi = -\frac{v^2}{R} \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \varphi$,
 $w = \frac{v^2}{R} \sqrt{1 + \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi}$, $\rho = \frac{R}{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \varphi}}$, бунда R — Ернинг
 радиуси, $\varphi = \varphi_0 + vt \sin \alpha / R$.

12.35. Нуқтанинг декарт координаталари $r = CM$, ψ ва φ тороидал координаталар орқали ифодалансин ва Ляме коэффициентлари аниқлансин.

Жавоб: 1) $x = (a + r \cos \varphi) \cos \psi$, $y = (a + r \cos \varphi) \sin \psi$, $z = r \sin \varphi$.

2) $H_r = 1$, $H_\psi = a + r \cos \varphi$, $H_\varphi = r$.

12.36. Нуқтанинг ҳаракати r , ψ ва φ тороидал координаталар системасида берилган. Нуқта тезлиги ва тезланишининг шу ҳисоб системаси ўқларидаги проекциялари топилсин.

Жавоб: 1) $v_r = \dot{r}$, $v_\psi = (a + r \cos \varphi) \dot{\psi}$, $v_\varphi = r \dot{\varphi}$;

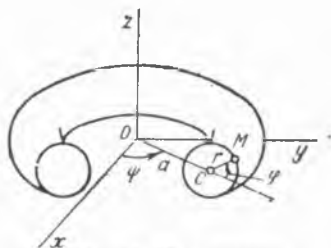
2) $w_r = \ddot{r} - (a + r \cos \varphi) \cos \varphi \dot{\psi}^2 - r \dot{\varphi}^2$,

3) $w_\psi = (a + r \cos \varphi) \ddot{\psi} + 2 \cos \varphi \dot{r} \dot{\psi} - 2r \sin \varphi \dot{\varphi} \dot{\psi}$,

4) $w_\varphi = r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi} + (a + r \cos \varphi) \sin \varphi \dot{\psi}^2$.

12.37. Нуқта торга ўралган винт чизиги бўйлаб $r = R = \text{const}$, $\psi = \omega t$, $\varphi = kt$ қонун билан ҳаракатланади. Тезлик ва тезланишнинг тороидал координата системасидаги проекциялари аниқлансин ($\omega = \text{const}$, $\kappa = \text{const}$).

Жавоб: $v_r = 0$, $v_\psi = (a + R \cos \varphi) \omega$,
 $v_\varphi = Rk$, $w_r = -[(a + R \cos \varphi) \cos \varphi \omega^2 + Rk^2]$, $w_\psi = -2R\omega k \sin \varphi$, $w_\varphi = \omega^2 \times (a + R \cos \varphi) \sin \varphi$.



12.35—12.37- масалалар

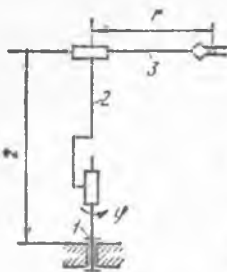
12.38. Робот-манипулятор механизми 1- айланувчи қурилма, вертикал силжиш учун 2 — колонна ва (материални ушлаб олиб ҳаракатланувчи) 3 — қўлдан иборат. $\varphi(t)$, $z(t)$, $r(t)$ берилганида ушлаш марказининг тезлик ва тезланишини топинг.

Жавоб: $v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2}$,

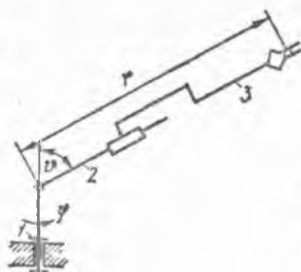
$w = \sqrt{(\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2)^2 + (r \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi})^2 + \ddot{z}^2}$.

12.39. Робот-манипуляторнинг қўлини олиб юрувчи вертикал колоннаси θ бурчакка айлана олади. Ушловчи қўли θ бурчакка бурилади ва r масофага силжийди. Ушлаш марказининг тезлик ва тезланишини топинг.

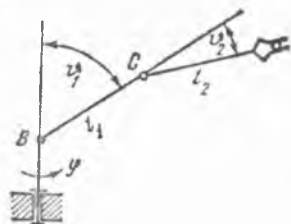
Жавоб: $v = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2}$, $w = [(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 - r \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta)^2 + (r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta} - r \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta)^2 + (r \ddot{\varphi} \sin \theta + 2 \dot{r} \dot{\varphi} \sin \theta + 2r \dot{\varphi} \times \dot{\theta} \cos \theta)^2]^{1/2}$.



12.38- масалага



12.39- масалага



13.40- масалага

12.40. Робот-манипулятор механизми вертикал ўқли айланган қурилма (айланиш бурчаги — φ) ва вертикал текисликда ўрнашган иккита звенодан (звеноларнинг бурилиш бурчаклари — θ_1 ва θ_2) ташкил топган. Юкни кўчиришда ушлаш марказининг тезлиги топилсин.

Жавоб: $v = [l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + (l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2))^2 \dot{\varphi}^2]^{1/2}$.

IV БОБ

ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ЭНГ ОДДИЙ ҲАРАКАТЛАРИ

13- §. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланиши

13.1. 1) Соатнинг секунд стрелкаси, 2) соатнинг минут стрелкаси, 3) соатнинг соат стрелкаси, 4) Ер 24 соатда бир марта айланади деб ҳисоблаб, Ернинг ўз ўқи атрофида айланишининг, 5) минутига 15000 марта айланувчи Лаваль буғ турбинасининг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: 1) $\omega = \frac{\pi}{30}$ рад/с = 0,1047 рад/с.

2) $\omega = \frac{\pi}{1800}$ рад/с = 0,001745 рад/с.

3) $\omega = \frac{\pi}{21600}$ рад/с = 0,0001455 рад/с.

4) $\omega = \frac{\pi}{43200}$ рад/с = 0,0000727 рад/с.

5) $\omega = 1571$ рад/с.

13.2. Буғ турбинаси дискини ишга тушириш давридаги айланиш тенгламаси ёзилсин; айланиш бурчаги вақт кубига пропорционал ва $t = 3$ с бўлганда дискнинг бурчак тезлиги $\omega = 27\pi$ рад/с га тўғри келади.

Жавоб: $\varphi = \pi t^3$ рад.

13.3. АВ вертикал ўқ атрофида айланувчи марказдан қочувчи регуляторнинг маятникги минутига 120 марта айланади. Бошланғич пайтда айланиш бурчаги $\pi/6$ рад. га тенг. $t = 1/2$ с вақт ичида маятникнинг айланиш бурчаги ва кўчиш бурчаги топилсин.

Жавоб: $\varphi = 13\pi/6$ рад; $\Delta\varphi = 2\pi$ рад.

13.4. Тинч ҳолатда бўлган жисм текис тезланиш билан айлана бошлаб, биринчи 2 минутда 3600 марта айланади. Бурчак тезланиш аниқлансин.

Жавоб: $\varepsilon = \pi$ рад/с².

13.5. Тинч ҳолатда бўлган вал текис тезланиш билан айлана бошлайди; биринчи 5 секундда у 12,5 марта айланади. Шу 5 с ўтгандан сўнг унинг бурчак тезлиги қанча бўлади?

Жавоб: $\omega = 10\pi$ рад/с.

13.6. Тинч ҳолатда турган маховик текис тезланиш билан айлана бошлайди; ҳаракат бошлангандан 10 минут кейин унинг бурчак тезлиги 4 π рад/с га тўғри келади. Шу 10 минут ичида филдирак неча марта айланади?

Жавоб: 600 айланиш.

13.7. Қўзғалмас ўқли филдирак 2 π рад/с га тенг бўлган бошланғич бурчак тезлиги олган; филдирак 10 марта айлангандан кейин подшипниклардаги ишқаланиш туфайли тўхтади. Филдиракнинг бурчак тезланишини донмий деб ҳисоблаб, унинг миқдори ε аниқлансин.

Жавоб: $\varepsilon = 0,1\pi$ рад/с², айланиш — секинланувчан.

13.8. Мотор ўчирилган пайтда 40 π рад/с га тўғри келадиган бурчак тезлиги билан айланаётган самолёт пропеллери тўхтагунча 80 марта айланади. Пропеллер айланишини текис секинланувчан деб ҳисоблаб, мотор ўчирилганидан пропеллер тўхтагунигача қанча вақт ўтиши топилсин.

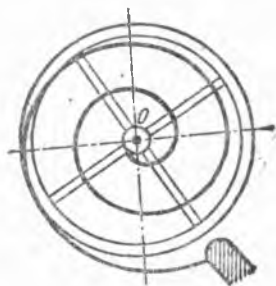
Жавоб: 8 с.

13.9. Жисм қўзғалмас ўқ атрофида тебранма ҳаракат қилади, бунда айланиш бурчаги $\varphi = 20^\circ \sin \psi$ тенглама билан берилган. ψ бурчак эса градусларда $\psi = (2t)^\circ$ (t — секундлар ҳисобида) муносабат билан ифодаланган. Жисмнинг $t = 0$ пайтдаги бурчак тезлиги, айланиш йўналиши ўзгарадиган энг яқин t_1 ва t_2 вақтлар ҳамда тебраниш даври T аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \frac{1}{810}\pi^2$ рад/с, $t_1 = 45$ с, $t_2 = 135$ с, $T = 180$ с.

13.10. Соат балансири $T = 1/2$ с давр билан буралма гармоник тебранма ҳаракат қилади. Балансир гардишидаги нуқтанинг мувозанат ҳолатига нисбатан ҳосил қилган энг катта бурчаги $\alpha = \pi/2$ рад га тенг. Балансир мувозанат ҳолатидан ўтганидан 2 с кейин балансирининг бурчак тезлиги ва бурчак тезланишининг қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $\omega = 2\pi^2$ рад/с, $\varepsilon = 0$.



13.10- масалага

13.11. Маятник O горизонтал ўқ атрофида вертикал текисликда тебранади. Бошланғич пайтда мувозанат ҳолатидан чиқиб, $2/3$ с дан кейин $\alpha = \pi/16$ рад энг катта бурчакка оғади.

1) Маятник гармоник тебранма ҳаракат қилади деб ҳисоблаб, унинг тебраниш қонуни ёзилсин.

2) Маятник қандай ҳолатда энг катта бурчак тезлиги олади ва у қанчага тенг?

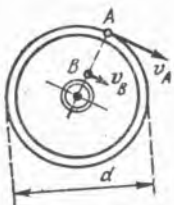
Жавоб: 1) $\varphi = \frac{\pi}{16} \sin \frac{3}{4} \pi t$ рад.

2) Вертикал ҳолатда: $\omega_{\max} = \frac{3}{64} \pi^2$ рад/с.

13.12. Ернинг ўз ўқи атрофидаги айланишининггина ҳисобга олиб, Ер юзасининг Ленинграддаги нуқтасининг тезлиги v ва тезланиши w аниқлансин; Ленинграднинг кенглиги 60° ; Ернинг радиуси 6370 км.

Жавоб: $v = 232$ м/с, $w = 0,0169$ м/с².

13.13. Радиуси 0,5 м бўлган маховик ўз ўқи атрофида бир текис айланади; ғилдирак тўғинида ётган нуқталарнинг тезлиги 2 м/с га тенг. Ђилдирак бир мињутда неча марта айланади?



Жавоб: $n = 38,2$ айл/мин.

13.14. Шкивнинг гардишидаги A нуқта 50 см/с тезлик билан ҳаракат қилади. A нуқта билан бир радиусда ётувчи бошқа B нуқта эса 10 см/с тезлик билан ҳаракатланади; AB масофа 20 см га тенг. Шкивнинг бурчак тезлиги ω ҳамда диаметри аниқлансин.

12.14- масалага лансин.

Жавоб: $\omega = 2$ рад/с, $d = 50$ см.

13.15. Радиуси $R = 2$ м бўлган маховик тинч ҳолатдан бошлаб текис тезланиш билан айланади; тўғинда ётувчи нуқталар $t = 10$ с дан кейин $v = 100$ м/с чизиқли тезликка эга бўлади. Ђилдирак тўғинидаги нуқтанинг $t = 15$ с бўлган вақтдаги тезлиги, уринма ва нормал тезланишлари топилсин.

Жавоб: $v = 150$ м/с, $w_n = 11250$ м/с², $w_\tau = 10$ м/с².

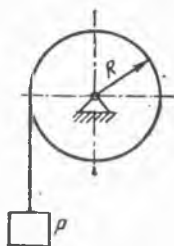
13.16. Экваторда турган жисм Ер атрофида махсус йўналтирувчиларда экватор бўйлаб бир текис ҳаракатланганда эркин тушиш тезланишига эга бўлиши учун жисмга қандай горизонтал тезлик v берилиши топилсин. Шунингдек, жисм ўзининг аввалги ҳолатига қайтиб келгунча ўтадиган T вақт ҳам аниқлансин. Ер радиуси $R = 637 \cdot 10^6$ см, экваторда оғирлик кучининг тезланиши $g = 978$ см/с².

Жавоб: $v = 7,9$ км/соат, $T = 1,4$ соат.

13.17. Маховик тўғинидаги нуқтанинг тўла тезланиши радиус билан 60° га тенг бурчак ҳосил қилади. Шу пайтда нуқтанинг уринма тезланиши $w_\tau = 10 \sqrt{3}$ м/с². Айланиш ўқидан $r = 0,5$ м масофада турган нуқтанинг нормал тезланиши топилсин. Маховикнинг радиуси $R = 1$ м.

Жавоб: $w_n = 5$ м/с².

13.18. Радиуси $R = 10$ см бўлган A вал унга ипда осилган P тош билан айлантирилади. Тошнинг ҳаракати $x = 100t^2$ тенглама билан ифодаланади, бунда x — тошдан қўзғалмас OO_1 горизонталгача бўлган, сантиметрлар ҳисобида ифодаланган масофа, t — вақт (секундлар ҳисобида). t пайтда валнинг бурчак тезлиги ω ва бурчак тезланиши ϵ , шунингдек, вал сиртидаги нуқтанинг тўла тезланиши w аниқлансин.



13.18- масалага

Жавоб: $\omega = 20t$ рад/с, $\epsilon = 20$ рад/с², $w = 200 \times \sqrt{1 + 400t^4}$ см/с².

13.19. Вал гардишида ётувчи нуқталарнинг тезланишини тош босиб ўтган x масофа орқали ифодалаб, олдинги масала умумий қўринишда ечилсин; филдиракнинг радиуси R ва тошнинг тезланиши $x = w_0 = \text{const}$.

Жавоб: $w = w_0 \sqrt{1 + 4x^2/R^2}$.

13.20. Гальванометрнинг 3 см узунликдаги стрелкаси қўзғалмас ўқ атрофида $\varphi = \varphi_0 \sin kt$ қонун билан тебранади. Агар тебраниш даври 0,4 с, бурчак амплитуда $\varphi_0 = \pi/30$ га тенг бўлса, стрелка учининг ўрта ва чекка вазиятларидаги тезланиши, шунингдек, бурчак тезлик ω ва бурчак тезланиш ϵ нолга айланадиган вақтлар аниқлансин.

Жавоб: 1) Стрелканинг ўрта вазиятида $\omega = 8,1$ см/с². 2) Стрелканинг четки вазиятларида $\omega = 77,5$ см/с².

3) $t = (0,1 + 0,2n)$ с, ($n = 0,1,2,\dots$) бўлганда $\omega = 0$.

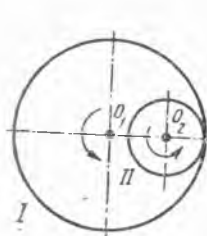
4) $t = 0,2$ н с, ($n = 0,1,2,\dots$) бўлганда $\epsilon = 0$.

14-§. Қаттиқ jismlarнинг энг оддий ҳаракатларини ўзгартириш

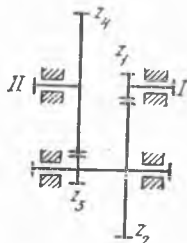
14.1. Диаметри $D_1 = 360$ мм бўлган I тишли филдиракнинг бурчак тезлиги $10\pi/3$ рад/с га тенг. I филдирак билан ички бириктирилган ва бурчак тезлиги унга қараганда уч марта катта бўлган II тишли филдиракнинг диаметри қанчага тенг бўлиши керак?

Жавоб: $D_2 = 120$ мм.

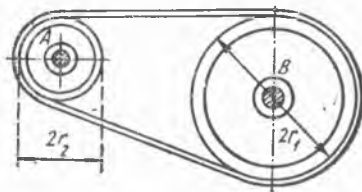
14.2. I валнинг айланишини секинлаштирадиган ва айланма ҳаракатни II валга узатадиган тезлик редуктори тўртта шестериядан



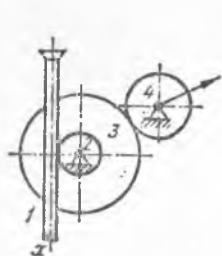
14.1- масалага



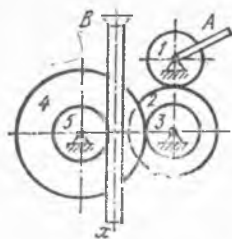
14.2- масалага



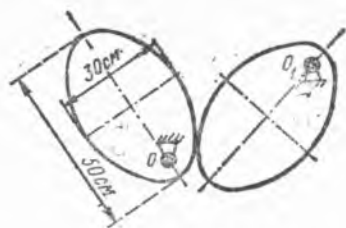
14.3- масалага



14.4- масалага



14.5- масалага



14.6- масалага

иборат; шестернялар тишларининг сонин; $z_1 = 10$; $z_2 = 60$; $z_3 = 12$; $z_4 = 70$. Механизмининг узатиш сонин топилин.

Жавоб: $i_{1,II} = \omega_1 / \omega_{II} = 35$.

14.3. Тиш ҳолагдаги А шкивли станок электромоторнинг В шкивидан тортилган узлуксиз тасма билан ҳаракатга келтирилади; шкивларнинг радиуслари $r_1 = 75$ см, $r_2 = 30$ см; электромоторнинг ҳаракатга келтирилгандан кейинги бурчак тезлиниши $0,4\pi$ рад/с². Тасманинг шкивлар бўйлаб сирғанишини ҳисобга олмай, станок қанча вақтдан кейин 10π рад/с га тенг бурчак тезликка эга бўлиши аниқлансин.

Жавоб: 10 с.

14.4. Стрелкали индикатор механизмида ҳаракат ўлчов штифтининг 1 рейкасида 2 шестерняга узатилади; 2 шестернянинг ўқида 3 тишли филдирак ўрнатилган, 3 филдирак эса стрелка бириктирилган 4 шестерня билан тишлашади. Агар штифтининг ҳаракати $x = a \sin kt$ тенглама билан берилган бўлса ва тишли филдиракларнинг радиуслари тегишлича r_2 , r_3 ва r_4 бўлса, стрелканинг бурчак тезлиги аниқлансин.

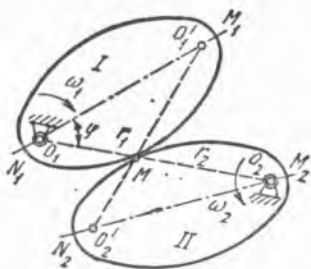
Жавоб: $\omega_4 = \frac{r_3}{r_2 r_4} ak \cos kt$.

14.5. Домкрат механизмида А даста айланганда 1, 2, 3, 4 ва 5 шестернялар айлана бошлайди; булар домкратнинг В тишли рейкасини ҳаракатга келтиради. Агар А даста π рад/с га тенг бурчак тезлик билан айланса, тишли рейка тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин. Шестерня тишларининг сонин: $z_1 = 6$, $z_2 = 24$, $z_3 = 8$, $z_4 = 32$; бешинчи шестернянинг радиуси $r_5 = 4$ см.

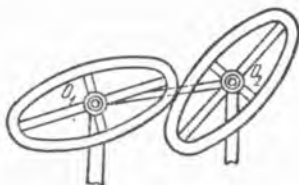
Жавоб: $v_B = 7,8$ мм/с.

14.6. Даврий суратда ўзгарувчи бурчак тезликларни ҳосил қилиш учун иккита бир хил эллиптик тишли филдираклар илаштирилган; буларнинг бири О ўқ атрофида $\omega = 9\pi$ рад/с бурчак тезлик билан текис айланади, иккинчисини эса биринчи филдирак О₁ ўқ атрофида айлантиради. О ва О₁ ўқлар параллел бўлиб, эллипсларнинг фокусларидан ўтади. ОО₁ оралиқ 50 см га тенг; эллипсларнинг ярим ўқлари 25 см ва 15 см. О₁ филдиракнинг энг катта ва энг кичик бурчак тезликларини топилин.

Жавоб: $\omega_{\min} = \pi$ рад/с; $\omega_{\max} = 81\pi$ рад/с.



14.7- масалага



14.8- масалага

14.7. Ярим ўқлари a ва b бўлган бир жуфт эллиптик тишли ғилдиракларнинг айланма ҳаракатини узатиш қонуни чиқарилсин. I ғилдиракнинг бурчак тезлиги $\omega_1 = \text{const}$. Ўқлар орасидаги масофа $O_1O_2 = 2a$; φ — айланиш ўқларини туташтирувчи тўғри чизиқ билан I эллиптик ғилдиракнинг катта ўқи орасидаги бурчак. Ўқлар эллипсларнинг фокуслари орқали ўтади.

Жавоб: $\omega_2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2 - 2ac \cos \varphi + c^2} \omega_1$, бунда c — эллипсларнинг чизиқли эксцентриситети: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

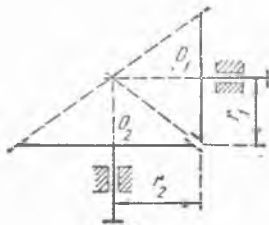
14.8. 8π рад/с бурчак тезликка эга бўлган O_1 ғилдирак билан туташтирилган O_2 овал ғилдиракнинг энг катта ва энг кичик бурчак тезлиги топилсин. Ғилдиракларнинг айланиш ўқлари овалларнинг марказларида жойлашган. Ўқлар орасидаги масофа 50 см га тенг. Овалларнинг ярим ўқлари 40 ва 10 см га тенг.

Жавоб: $\omega_{\min} = 2\pi$ рад/с, $\omega_{\max} = 32\pi$ рад/с.

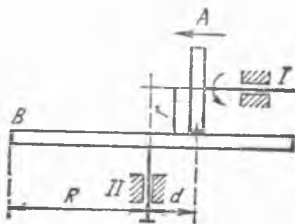
14.9. Радиуси $r_1 = 10$ см бўлган тишли конус шаклидаги O_1 ғилдиракнинг қанча вақтдан кейин 144π рад/с га тенг бурчак тезлигига эга бўлиши аниқлансин; тинч ҳолатдаги бу ғилдиракни радиуси $r_2 = 15$ см га тенг ва 4 рад/с² бурчак тезланишга эга бўлиб, текис тезланиш билан айланадиган конус шаклидаги O_2 ғилдирак айлантиради.

Жавоб: $t = 24$ с.

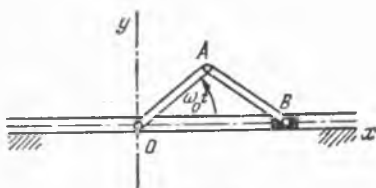
14.10. Фрикцион узатманинг I етакчи вали $\omega = 20\pi$ рад/с бурчак тезлик билан айланади ва ҳаракат вақтида шундай силжийдики



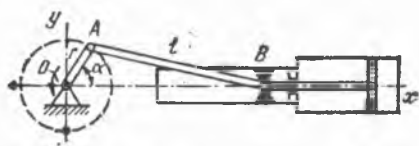
14.9- масалага



14.10- масалага



14.11- масалага



14.12- масалага

(йўналиши стрелка билан кўрсатилган), оралиқ $d = (10 - 0,5 t)$ см (t — секундлар ҳисобида) қонунга мувофиқ ўзгаради. 1) II валнинг бурчак тезланиши d оралиқ функцияси сифатида аниқлансин;

2) Фрикцион ғилдиракнинг радиусларини $r = 5$ см, $R = 15$ см, деб олиб, $d = r$ бўлган пайтда B ғилдирак тўғинадаги нуқтанинг тўла тезланиши топилсин.

Жавоб: 1) $\varepsilon = 50 \pi/d^2$ рад/с²,

2) $\omega = 30\pi \sqrt{40000 \pi^2 + 1}$ см/с².

14.11. Кривошип-ползушли OAB механизми B ползунининг ҳаракат қонуни, тезлиги ва тезланиши топилсин; шатун ва кривошипнинг узунликлари бир хил: $AB = OA = r$, OA кривошип O ўқ атрофида $\omega = \omega_0$ бурчак тезлик билан бир текис айланади. Ox ўқ ползуннинг йўналтирувчиси бўйлаб йўналган. Саноқ боши кривошипнинг O айланиш марказида деб ҳисобланади.

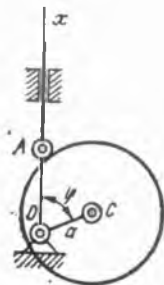
Жавоб: $x = 2r \cos \omega_0 t$, $v_x = -2r \omega_0 \sin \omega_0 t$, $\omega_x = -\omega_0^2 x$.

14.12. OA кривошип доимий ω_0 бурчак тезлик билан айланади. Кривошип-ползушли механизм B ползунининг ҳаракат қонуни, тезлиги ва тезланиши аниқлансин. Кривошипнинг узунлиги $OA = r$, шатуннинг узунлиги $AB = l$. Ox ўқ ползуннинг йўналтирувчиси бўйлаб йўналган; Саноқ боши — кривошипнинг O марказида. $r/l = \lambda$ нисбатни жуда кичик деб ҳисоблаш керак: ($\lambda \ll 1$); $\alpha = \omega_0 t$.

Жавоб: $x = r (\cos \omega_0 t + \frac{\lambda}{4} \cos 2 \omega_0 t) + l - \frac{\lambda}{4} r$,

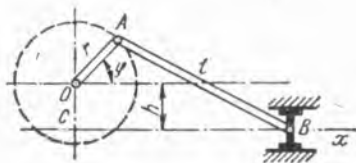
$v_x = -r \omega_0 (\sin \omega_0 t + \frac{\lambda}{2} \sin 2 \omega_0 t)$,

$\omega_x = -r \omega_0^2 (\cos \omega_0 t + \lambda \cos 2 \omega_0 t)$.

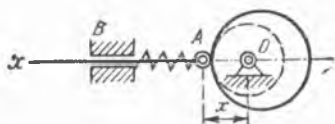


14.13- масалага

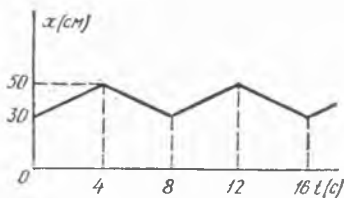
14.13. Эксцентрикнинг диаметри $d = 2r$, айланиш ўқи O эса дискнинг C ўқидан $OC = a$ масофада туради; стерженнинг ҳаракат қонуни топил.



14.14- масалага



14.15- масалага



14.15- масала жавобига

син; Ox ўқ стержень бўйлаб йўналган, саноқ боши — айланиш ўқида, $a/r = \lambda$.

Жавоб: $x = a \cos \varphi + r \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$.

14.14. Марказлаштирилмаган кривошип-ползунли механизм поршенининг ҳаракат тенгламаси ёзилсин; кривошипнинг айланиш ўқидан йўналтирувчи линейкага бўлган масофа h га, кривошип узунлиги r га, шатун узунлиги l га тенг; Sx ўқ ползун йўналтирувчиси бўйлаб йўналган. Масофалар ползуннинг четки ўнг ҳолатидан бошлаб ҳисобланади:

$$l/r = \lambda, h/r = k, \varphi = \omega_0 t.$$

Жавоб: $x = r \left[\sqrt{(\lambda + 1)^2 - k^2} - \sqrt{\lambda^2 - (\sin \varphi + k)^2} - \cos \varphi \right]$.

14.15. Кулак O ўқ атрофида текис айланиб, AB стерженьни тенг ўлчовли илгариллама-қайтма ҳаракатга келтиради. Кулакнинг бир марта тўлиқ айланиш вақти 8 с, стерженьнинг шу вақт ичидаги ҳаракати тенгламаси:

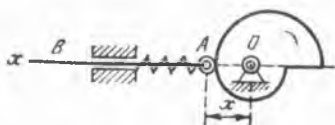
$$x = \begin{cases} 30 + 5t, & 0 \leq t \leq 4, \\ 70 - 5t, & 4 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

кўринишга эга (x — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида). Кулак контурининг тенгламаси топилсин ва стержень ҳаракатининг графиги чизилсин.

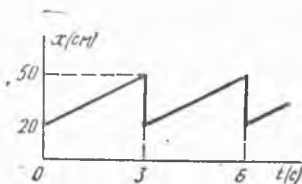
Жавоб: $r = \begin{cases} 30 + \frac{20}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi, \\ 70 - \frac{20}{\pi} \varphi, & \pi \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$

14.16. Агар кулакнинг профили $r = (20 + \frac{15}{\pi} \varphi)$ см, $0 < \varphi < 2\pi$

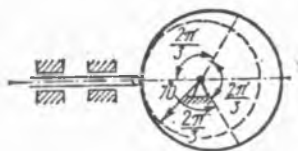
тенглама билан берилган бўлса, AB стерженьнинг ҳаракат қонуни топилсин ва илгариллама-қайтма ҳаракатнинг графиги ясалсин. Кулак $2\pi/3$ рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади.



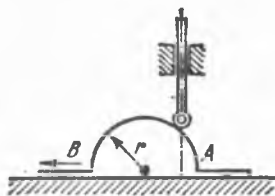
14.16- масалага



14.16- масала жавобига



14.17- масалага



14.18- масалага

Жавоб: Кулакнинг бир марта айланишидаги вақт оралиғида (3 с) $x = 20 + 10t$, шундан кейин ҳаракат даврий такрорланади.

14.17. Кулак стерженининг $h = 20$ см тўла йўли бир айланишнинг учдан бирига тўғри келади ва бунда стерженнинг силжиши айланиш бурчагига пропорционал бўлиши керак деб ҳисоблаб, кулак контурининг тенгламаси ёзилсин. Кейинги учдан бир айланишда стержень қўзғалмай қолиши ва, ниҳоят, айланишнинг сўнгги учдан бирида биринчи учдан биридаги шартни қондириб, орқага ҳаракат қилиши керак. Кулак марказидан стержень учигача бўлган энг қисқа масофа 70 см. Кулак минутига 20 марта айланади.

Жавоб: Кулакнинг биринчи учдан бир айланишга тўғри келадиган контури $r = \left(\frac{30}{\pi} \varphi + 70\right)$ см дан иборат Архимед спиралидир.

Радиуси $r = 90$ см га тенг айлана, айланишнинг иккинчи учдан бир қисмига тўғри келади. Айланишнинг сўнгги учдан бир қисмида кулак контури $r = \left(90 - \frac{30}{\pi} \varphi\right)$ см тенглама билан ифодаланувчи Архимед спиралидир.

14.18. Бир учи кулакнинг айлана контурига тиралган стерженнинг қанча баландликка пастга тушиши топилсин; кулак контурининг радиуси $r = 30$ см бўлиб, кулак $v = 5$ см/с тезлик билан илгарилама-қайтма ҳаракат қилади. Стерженнинг тушиш вақти $t = 3$ с. Бошланғич пайтда стержень энг юқори ҳолатда бўлган.

Жавоб: $h = 4,020$ см.

14.19. Айланиб илгарилама ҳаракат қилувчи кулакнинг тезла-ниши топилсин. Унинг бошланғич тезликсиз текис тезланувчан ҳаракатида стержень энг баланд ҳолатидан 4 с да $h = 4$ см пастга тушади. Кулак доиравий контурининг радиуси $r = 10$ см (14.18-масалага берилган расмга қаралсин).

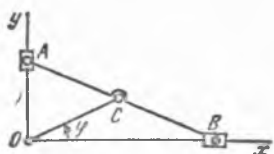
Жавоб: $\omega = 1$ см/с².

V Б О Б

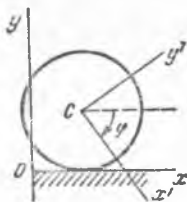
ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ТЕКИС ПАРАЛЛЕЛ ҲАРАКАТИ

15-§. Текис шаклнинг ҳаракат тенгламалари

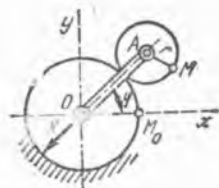
15.1. Эллипсограф линейкаси O ўқ атрофида ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланивчи OC кривошип ёрдамида ҳаракатга келтирилади. B ползунни қутб деб қабул қилиб, эллипсограф линейка-



15.1- масалага



15.2- масалага



15.3- масалага

си текис параллел ҳаракатининг тенгламаси топилсин; $OC = BC = AC = r$. Бошланғич пайтда AB линейка горизонтал жойлашган.

Жавоб: $x_B = 2r \cos \omega_0 t$; $y_B = 0$; $\varphi_B = \omega_0 t$.

15.2. Радиуси R бўлган ғилдирак горизонтал тўғри чизик бўйлаб сирпанмасдан ғилдирайди. Ғилдирак маркази C нинг тезлиги ўзгармас ва v га тенг. Ғилдирак билан боғланган y' ўқ бошланғич пайтда вертикал бўлиб, қўзғалмас y ўқ шу пайтда ғилдиракнинг C маркази орқали ўтади. Ғилдиракнинг ҳаракат тенгламалари аниқлансин. C нуқта қутб деб олинсин.

Жавоб: $x_C = vt$, $y_C = R$, $\varphi = \frac{v}{R}t$.

15.3. R радиусли қўзғалмас тишли ғилдирак бўйлаб думаловчи r радиусли тишли ғилдирак OA кривошип билан ҳаракатга келтирилади; кривошип қўзғалмас тишли ғилдиракнинг O ўқи атрофида ϵ бурчак тезланиш билан текис тезланувчан айланма ҳаракат қилади. Агар $t = 0$ да кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega_0 = 0$ ва бошланғич айланиш бурчаги $\varphi_0 = 0$ бўлса, қўзғалувчан тишли ғилдиракнинг ҳаракат тенгламалари тузилсин; унинг A маркази қутб деб қабул қилинсин.

Жавоб: $x_A = (R + r) \cos \frac{\epsilon_0 t^2}{2}$,

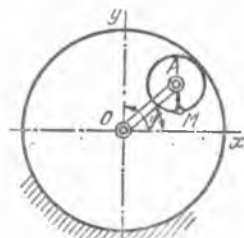
$y_A = (R + r) \sin \frac{\epsilon_0 t^2}{2}$,

$\varphi_1 = \left(\frac{R}{r} + 1 \right) \frac{\epsilon_0 t^2}{2}$.

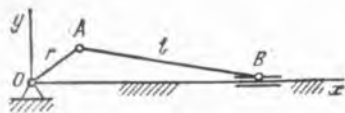
бунда: φ_1 —қўзғалувчан тишли ғилдиракнинг айланиш бурчаги.

15.4. R радиусли қўзғалмас тишли ғилдиракнинг ичида думаловчи r радиусли тишли ғилдирак OA кривошип билан ҳаракатга келтирилади; кривошип қўзғалмас ғилдиракнинг O ўқи атрофида ўзгармас ω_0 бурчак тезлик билан айланади. $t = 0$ бўлганда $\varphi_0 = 0$. A марказни қутб деб қабул қилиб, қўзғалувчан ғилдиракнинг ҳаракат тенгламалари тузилсин.

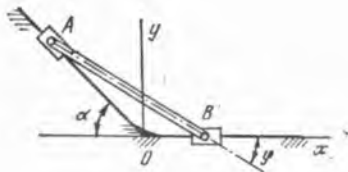
Жавоб: $x_A = (R - r) \cos \omega_0 t$, $y_A = (R - r) \sin \omega_0 t$, $\varphi_1 = -\left(\frac{R}{r} - 1 \right) \omega_0 t$,



15.4- масалага



15.5-масалага



15.6-масалага

бунда φ_1 — қўзғалувчан гилдиракнинг айланиш бурчаги; минус ишора гилдиракнинг айланиши кривошип айланишига қарама-қарши томонга бўлишини кўрсатади.

15.5. Агар кривошип бир текис айланса, шатуннинг ҳаракат тенгламалари топилсин; кривошип палецининг ўқидаги A нуқта қутб деб олинсин; r — кривошип узунлиги; l — шатун узунлиги, ω_0 — кривошипнинг бурчак тезлиги. $t = 0$ бўлганда $\alpha = 0$.

Жавоб: $x = r \cos \omega_0 t$, $y = r \sin \omega_0 t$, $\varphi = -\arcsin\left(\frac{r}{l} \sin \omega_0 t\right)$.

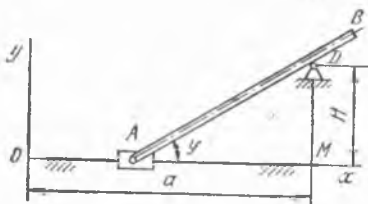
15.6. Тўғри чизиқли йўналтирувчи бўйлаб сирпанувчи A ва B муфтalar l узунликдаги AB стержень билан бирлаштирилган. A муфта v_A ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. A муфтани O нуқтадан ҳаракатлана бошлаган деб ҳисоблаб, AB стерженьнинг ҳаракат тенгламалари ёзилсин. Қутб учун A нуқта олинсин. BOA бурчак $\pi - \alpha$ га тенг.

Жавоб: $x_A = -v_A t \cos \alpha$, $y_A = v_A t \sin \alpha$, $\varphi = \arcsin\left(\frac{v_A t}{l} \sin \alpha\right)$.

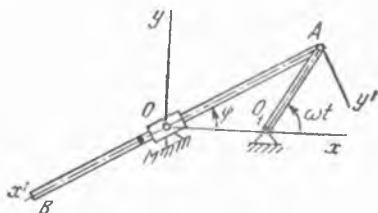
15.7. AB стерженьнинг A учи v ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқли йўналтирувчида сирпанади ва бунда стержень ҳаракат вақтида D штифтга таянади. Стержень ва унинг B учи ҳаракати тенгламалари ёзилсин. Стержень узунлиги l га тенг; штифт тўғри чизиқли йўналтирувчидан H баландликда ўрнатилган. Ҳаракатнинг бошланишида стерженьнинг A учи қўзғалмас координаталар системаси боши O нуқта билан устма-уст тушган; $OM = a$. A нуқтани қутб деб олинсин.

Жавоб: $x_A = vt$, $y_A = 0$, $\varphi = \arctg \frac{H}{a - vt}$; $x_B = vt + l \times$

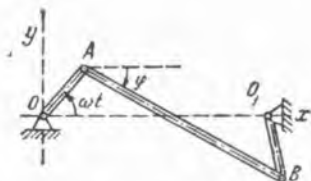
$$\times \frac{a - vt}{\sqrt{H^2 + (a - vt)^2}}, \quad y_B = \frac{Hl}{\sqrt{H^2 + (a - vt)^2}}.$$



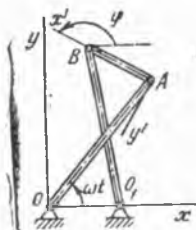
15.7-масалага



15.8-масалага



15.9- масалага



15.10- масалага

15.8. Узунлиги $a/2$ га тенг O_1A кривошип ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Кривошип билан A нуқтада шарнирли бириктирилган AB стержень ҳар доим айланиб тебранувчи O муфта орқали ўтади; бунда $OO_1 = a/2$. AB стерженнинг ҳаракат тенгламалари ва стерженнинг A шарнирдан a масофада бўлган M нуқтасининг траекторияси (қутб ва декарт координатларида) топилсин. Қутб учун A нуқта олинсин.

Жавоб: 1) $x_A = \frac{a}{2} (1 + \cos \omega t)$,

$y_A = \frac{a}{2} \sin \omega t$, $\varphi = \omega t/2$,

2) $\rho = a(\cos \varphi - 1)$ — кардиоид, $x^2 + y^2 = a(x - \sqrt{x^2 + y^2})$.

15.9. $OABO_1$ антипараллелограммнинг OO_1 катта звеносига қўйилган OA кривошипи ω бурчак тезлик билан текис айланади. Агар $OA = O_1B = a$ ва $OO_1 = AB = b$ (бунда $a < b$) бўлса, A нуқтани қутб деб олиб, AB звенонинг ҳаракат тенгламалари тузилсин; бошланғич пайтда OA кривошип OO_1 бўйлаб йўналган.

Жавоб: $x_A = a \cos \omega t$, $y_A = a \sin \omega t$, $\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{a \sin \omega t}{b - a \cos \omega t}$.

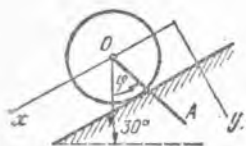
15.10. $OABO_1$ антипараллелограммнинг OO_1 кичик звеносига қўйилган OA кривошипи ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. $OA = O_1B = a$ ва $OO_1 = AB = b$ ($a > b$) бўлса, A нуқтани қутб деб танлаб, AB звенонинг ҳаракат тенгламалари тузилсин; бошланғич пайтда OA кривошип OO_1 бўйлаб йўналган.

Жавоб: $x_A = a \cos \omega t$, $y_A = a \sin \omega t$,

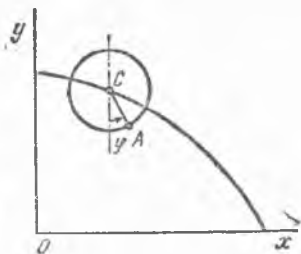
$\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{\cos \omega t - b/a}{\sin \omega t}$.

16-§. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезликлари. Тезликлар оний маркази

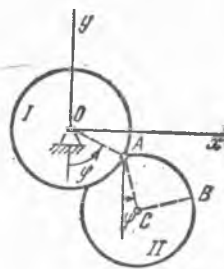
16.1. Ўқни текис шакл исталган нуқтасининг тезлигига перпендикуляр йўналтириб, шу ўқда ётувчи барча нуқталар тезликларининг мазкур ўқдаги проекциялари нолга тенглиги кўрсатилсин.



16.2- масалага



16.3- масалага



16.5- масалага

16.2. Гилдирак горизонтга 30° оғган қия текислик бўйлаб думалайди. Гилдиракнинг O маркази $x_0 = 10 t^2$ см қонун билан ҳаракатланади, бунда x — қия текисликка параллел йўналган ўқ. Гилдирак O марказига узунлиги 36 см га тенг OA стержень илиб қўйилган; бу стержень O нуқтадан расм текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи горизонтал ўқ атрофида $\varphi = (\pi/3) \sin \frac{\pi}{6} t$ рад. қонунга биноан айланиб тебранади. $t = 1$ с пайт учун OA стержень A учининг тезлиги топилсин.

Жавоб: тезлик 2,8 м/с га тенг ва қия текисликка параллел равишда пастга томон йўналган.

16.3. Радиуси $r = 20$ см бўлган дискнинг xy вертикал текисликдаги ҳаракатида унинг C маркази $x_c = 10 t$ м, $y_c = (100 - 4,9 t^2)$ м тенгламаларга асосан ҳаракатланади. Шу билан бирга, диск, ўзининг текислигига перпендикуляр бўлган C горизонтал ўқ атрофида $\omega = \pi/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. $t = 0$ бўлган пайтда диск гардишидаги A нуқтанинг тезлиги аниқлансин. A нуқтанинг дискдаги ҳолати вертикалга нисбатан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланадиган $\varphi = \omega t$ бурчак билан аниқланади.

Жавоб: Тезлик горизонтал бўйлаб ўнг томонга йўналган ва қиймати 10,31 м/с га тенг.

16.4. Олдинги масаланинг шартларини сақлаган ҳолда, A нуқтанинг $t = 1$ с пайтга мос келувчи тезлиги аниқлансин.

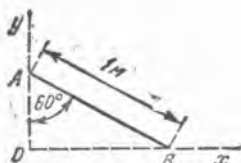
Жавоб: $v_{Ax} = 10$ м/с, $v_{Ay} = -9,49$ м/с, $v_A = 13,8$ м/с.

16.5. Ҳар бирининг радиуси r бўлган иккита бир хил диск A цилиндрик шарнир воситасида бирлаштирилган. I диск O қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида $\varphi = \varphi(t)$ қонунга биноан айланади. II диск A горизонтал ўқ атрофида $\psi = \psi(t)$ қонунга асосан айланади. O ва A ўқлар расм текислигига перпендикуляр. φ ва ψ бурчаклар вертикалдан соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда ҳисобланади. II диск C марказининг тезлиги топилсин.

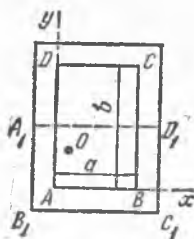
Жавоб: $v_{Cx} = r(\dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\psi} \cos \psi)$,

$v_{Cy} = r(\dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\psi} \sin \psi)$,

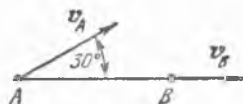
$v_C = r \sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\psi}^2 + 2 \dot{\varphi} \dot{\psi} \cos(\varphi - \psi)}$.



16.7- масалага



16.8- масалага



16.9- масалага

16.6. Олдинги масаланинг шартлари сақлангани ҳолда, агар $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ бўлса, II диск B нуқтасининг тезлиги топилсин.

Жавоб: $v_{Bx} = r [\dot{\varphi} \cos \varphi + \sqrt{2} \dot{\psi} \cos(45^\circ + \psi)]$.

$v_{By} = r [\dot{\varphi} \sin \varphi + \sqrt{2} \dot{\psi} \sin(45^\circ + \psi)]$,

$v_B = r \sqrt{\dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}^2 + 2\sqrt{2}\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos[45^\circ - (\varphi - \psi)]}$.

16.7. Узунлиги 1 м бўлган AB стержень доимо ўзининг учлари билан ўзаро тик Ox ва Oy тўғри чизиқларга таяниб ҳаракат қилади. Бурчак $OAB = 60^\circ$ бўлган пайтда тезликлар оний марказининг x ва y координаталари топилсин.

Жавоб: $x = 0,866$ м; $y = 0,5$ м.

16.8. Йиғма столнинг, томонлари a ва b бўлган тўғри тўртбурчак шаклидаги тахтаси O шип ўқи атрофида айлантирилиб, $ABCD$ ҳолатдан $A_1B_1C_1D_1$ ҳолатга келтирилади ва стол кенгайтирилганидан кейин томонлари b ва $2a$ бўлган тўғри тўртбурчак ҳосил қилади. Шип ўқининг AB ва AD томонларига нисбатан ўрни топилсин.

Жавоб: $x_O = \frac{a}{4}$, $y_O = \frac{b}{2} - \frac{a}{4}$.

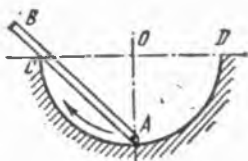
16.9. AB тўғри чизиқ расм текислигида ҳаракатланади. Бир пайтда A нуқтанинг v_A тезлиги 180 см/с га тенг бўлиб, AB тўғри чизиқ билан 30° бурчак ташкил қилади. Шу пайтда B нуқта тезлигининг йўналиши AB тўғри чизиқ йўналиши билан бир хилда бўлади. B нуқтанинг v_B тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_B = 156$ см/с.

16.10. AB тўғри чизиқ расм текислигида шундай ҳаракатланадики, унинг A учи ҳамма вақт CAD ярим айланада туради, тўғри чизиқнинг ўзи эса ҳаммиша CD диаметрининг қўзғалмас C нуқтасидан ўтади. OA радиус CD га тик бўлган пайтда тўғри чизиқнинг C нуқтага мос келган нуқтасининг v_O тезлиги аниқлансин; A нуқтанинг шу пайтдаги тезлиги 4 м/с га тенг.

Жавоб: $v_C = 2,83$ м/с.

16.11. Узунлиги 0,5 м бўлган AB стержень расм текислигида ҳаракатланади. v_A тезлик ($v_A = 2$ м/с) стержень билан устма-уст тушган x ўқ билан 45° бурчак ҳосил қилади. B нуқтанинг v_B тез-



16.10- масалага



16.11- масалага

лиги x ўқ билан 60° бурчак ҳосил қилади. B нуқта тезлигининг катталиги ва стерженнинг бурчак тезлиги топилсин.

Жавоб: $v_B = 2,82$ м/с, $\omega = 2,06$ рад/с.

16.12. Чархловчи станок, O ўқ атрофида $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{2} t$ рад

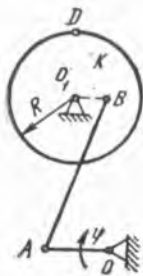
қонун билан тебранувчи $OA = 24$ см педаль билан ҳаракатга келтирилади (φ бурчак горизонталга нисбатан ҳисобланади). K чарх-тош AB стержень ёрдамида O_1 ўқ атрофида айланади. O ва O_1 ўқлар расм текислигига перпендикуляр. $t = 0$ бўлган пайтда OA ва O_1B звенолар горизонтал ҳолатда жойлашган деб, радиуси $R = 2 BO_1$ га тенг K чархловчи тош гардишидаги D нуқтанинг шу пайтдаги тезлиги топилсин.

Жавоб: $v_D = 39,44$ см/с.

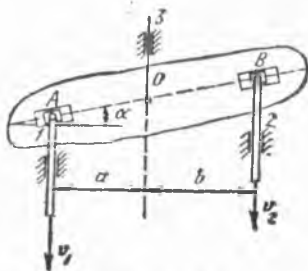
16.13. Расмда ҳаракатлари қўшадиган механизм тасвирланган. Механизм таркибида вертикал йўналтирувчилар ичида ҳаракатланадиган 1 ва 2 стерженлар бор. Бу стерженлар AB коромислога унинг йўналтирувчиларида сирпанадиган цилиндрик шарнирлар воситасида бирлаштирилган. Стерженларнинг тезликлари мос равишда v_1 ва v_2 га тенг. AB коромислонинг O маркази билан бирлаштирилган ва вертикал йўналтирувчилар ичида сирпанаётган 3 стерженнинг тезлиги $v = \frac{b}{a+b} v_1 + \frac{a}{a+b} v_2$ га тенг бўлиши исботлансин (бундаги a ва b — расмда кўрсатилган ўлчамлар). Шунингдек, AB коромислонинг бурчак тезлиги ҳам топилсин.

Жавоб: $v_1 > v_2$ бўлганда $\omega = \frac{v_1 - v_2}{a+b} \cos^2 \alpha$.

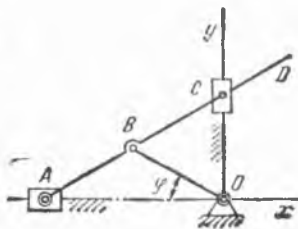
16.14. OB стержень O ўқ атрофида ўзгармас $\omega = 2$ с $^{-1}$ бурчак тезлик билан айланиб, A нуқтаси Ox горизонтал ўқ бўйлаб, C нуқ-



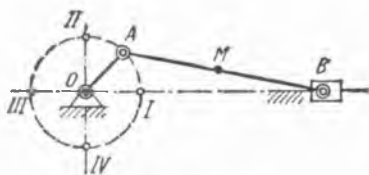
16.12- масалага



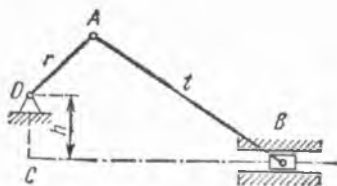
16.13- масалага



16.14- масалага



16.15- масалага



16.16- масалага

таси эса Oy вертикал ўқ бўйлаб ҳаракатланадиган AD стерженни ҳаракатга келтиради; $\varphi = 45^\circ$ бўлганда стержень D нуқтасининг тезлиги аниқлансин ва шу нуқтанинг траекторияси тенгламаси топилсин; $AB = OB = BC = CD = 12$ см.

Жавоб: $v_D = 53,66$ см/с; $\left(\frac{x}{12}\right)^2 + \left(\frac{y}{36}\right)^2 = 1$.

16.15. Кривошип механизмида кривошип узунлиги $OA = 40$ см, шатун узунлиги $AB = 2$ м; кривошип 6π рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади. AOB бурчаги тегишлича: $0, \pi/2; \pi, 3\pi/2$ га тенг бўлган ҳоллар учун шатуннинг бурчак тезлиги ω ва шатун ўртасидаги M нуқта тезлигининг қанча бўлиши топилсин.

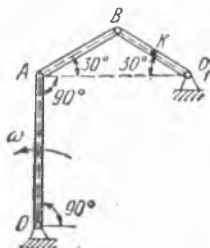
Жавоб: I. $\omega = -\frac{6}{5}\pi$ рад/с; $v_M = 377$ см/с. II. $\omega = 0$; $v_M = 754$ см/с. III. $\omega = \frac{6}{5}\pi$ рад/с; $v_M = 377$ см/с. IV. $\omega = 0$; $v_M = 754$ см/с. ω ифодадаги минус ишора шатуннинг кривошип айланишига қарама-қарши томонга айланишини кўрсатади.

16.16. O вал атрофида $\omega = 1,5$ рад/с бурчак тезлик билан айланивчи кривошипнинг иккита горизонтал ва иккита вертикал ҳолатида марказий бўлмаган кривошип механизми B ползуни тезлигининг қанча бўлиши топилсин; $OA = 40$ см, $AB = 200$ см, $OC = 20$ см.

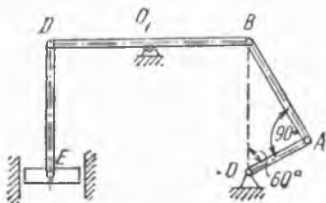
Жавоб: $v_1 = v_3 = 6,03$ см/с, $v_2 = v_4 = 60$ см/с.

16.17. $OABO_1$ тўрт звеноли механизм K нуқтасининг расмда тасвирланган ҳолатидаги тезлиги аниқлансин. Механизмнинг узунлиги 20 см га тенг OA звеноси шу пайтда 2 рад/с бурчак тезликка эга бўлган. K нуқта BO_1 стерженнинг ўртасида жойлашган.

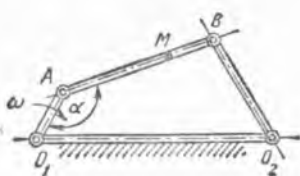
Жавоб: 20 см/с.



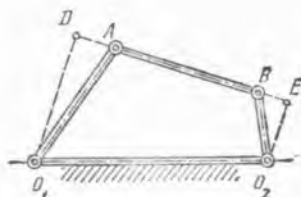
16.17- масалага



16.18- масалага



16.19- масалага



16.20- масалага

16.18. OA кривошип 2 рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади. Агар $OA = 20 \text{ см}$, $OB = OD$ бўлса, расмда кўрсатилган ҳолат учун насоснинг узатмали механизми E поршенининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $46,2 \text{ см/с}$.

16.19. AB стерженга A ва B шарнирлар ёрдамида бириктирилган O_1A ва O_2B стерженлар O_1 ва O_2 ўқлар атрофида айлана олади; бунда улар бир текисликда жойлашиб, шарнирли тўрт звеноли механизми ташкил қилади. Стерженнинг узунлиги $O_1A = a$ ва унинг бурчак тезлиги ω берилган. AB стерженда шундай M нуқта график усул билан топилсинки, унинг тезлиги AB стержень бўйича йўналган бўлсин. Шунингдек, O_1AB бурчак берилган α миқдорга эга бўлган пайтда M нуқта тезлигининг миқдори v топилсин.

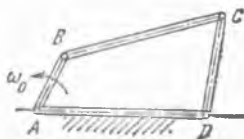
Жавоб: $v = a\omega \sin \alpha$.

16.20. Шарнирли тўрт звеноли механизм OA стерженининг бурчак тезлиги ω_1 га тенг. O_2B стерженнинг ω_2 бурчак тезлиги O_1A ва O_2B стерженларнинг айланиш ўқларидан AB шатунгача бўлган энг қисқа масофалар O_1D ва O_2E ҳамда ω_1 орқали ифодалансин.

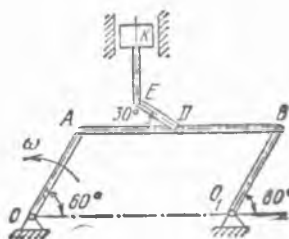
Жавоб: $\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{O_1D}{O_2E}$.

16.21. Шарнирли $ABCD$ тўрт звеноликда етакчи AB кривошип $\omega_0 = 6\pi \text{ рад/с}$ ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. AB кривошип билан BC стержень бир тўғри чизиқда ётган пайтда CD кривошип ва BC стерженнинг оний бурчак тезликлари топилсин; $BC = 3AB$.

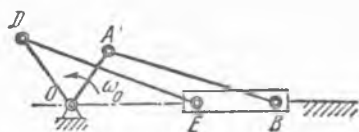
Жавоб: $\omega_{BC} = 2\pi \text{ рад/с}$, $\omega_{CD} = 0$.



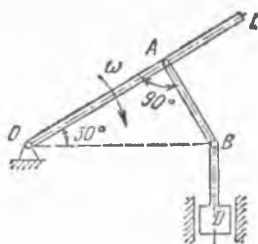
16.21- масалага



16.22- масалага



16.23- масалага



16.24- масалага

16.22. Шарнирли $OABO_1$ параллелограммининг AB стержени ўртасидаги D нуқтага K ползунни илгарилма-қайтма ҳаракатга келтирувчи DE стержень шарнир ёрдамида бирлаштирилган. Агар $OA = O_1B = 2DE = 20$ см бўлса, механизмнинг расмда тасвирланган ҳолати учун K ползуннинг тезлиги ва DE стерженнинг бурчак тезлиги аниқлансин; OA звонининг берилган пайтдаги бурчак тезлиги 1 рад/с.

Жавоб: $v_K = 40$ см/с, $\omega_{DE} = 3,46$ рад/с.

16.23. Жуфтланган кривошип-ползун механизмнинг B ва E ползунлари BE стержень билан бириктирилган. OA етакчи кривошип ва OD етакланувчи кривошип расм текислигига тик бўлган умумий қўзғалмас ўқ O атрофида айланади. Оний бурчак тезлиги $\omega_0 = 12$ рад/с бўлган OA етакчи кривошип ползунлар йўналтирувчисига перпендикуляр бўлган пайтда OD етакланувчи кривошип ва DE шатунъ оний бурчак тезликларининг қанча бўлиши аниқлансин. Ўлчовлар: $OA = 10$ см, $OD = 12$ см, $AB = 26$ см, $EB = 12$ см; $DE = 12\sqrt{3}$ см.

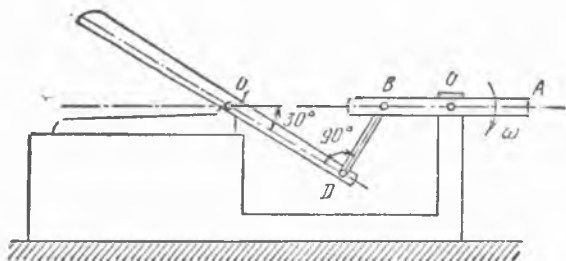
Жавоб: $\omega_{OD} = 10\sqrt{3}$ рад/с, $\omega_{DE} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$ рад/с.

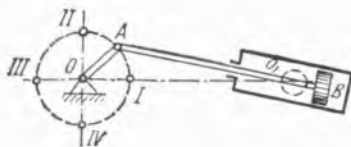
16.24. Гидравлик прессининг D поршени $OABD$ шарнир-ричаг механизми воситасида ҳаракатга келтирилади. Расмда тасвирланган ҳолатда OL рычаг $\omega = 2$ рад/с бурчак тезликка эга. Агар $OA = 15$ см бўлса, D поршеннинг тезлиги ва AB звонининг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_D = 34,6$ см/с. $\omega_{AB} = 2$ рад/с.

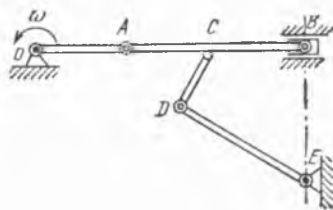
16.25. Металл қирқадиган қайчининг ҳаракатланувчи L пичоғи AOB шарнир-ричаг механизми воситасида ҳаракатга келтирилади.

16.25- масалага





16.26- масалага



16.28- масалага

Механизмнинг расмда тасвирланган ҳолати учун AB ричагнинг бурчак тезлиги 2 рад/с , $OB = 5 \text{ см}$, $O_1D = 10 \text{ см}$ бўлса, D шарнирнинг тезлиги ва BD звенонинг бурчак тезлиги топилинсин.

Жавоб: $v_D = 8,65 \text{ см/с}$, $\omega_{BD} = 0,87 \text{ рад/с}$.

16.26. Тебранувчи цилиндрли машинада кривошип узунлиги $OA = 12 \text{ см}$, валнинг ўқи билан цилиндр цапфалари ўқи орасидаги ма-софа $OO_1 = 60 \text{ см}$, шатун узунлиги $AB = 60 \text{ см}$. Агар кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega = 5 \text{ рад/с} = \text{const}$ бўлса, кривошипнинг расм-да кўрсатилган тўрт ҳолати учун поршеньнинг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_I = 15 \text{ см/с}$, $v_{III} = 10 \text{ см/с}$, $v_{II} = v_{IV} = 58,88 \text{ см/с}$.

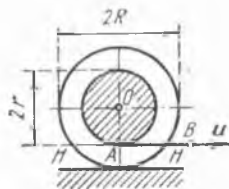
16.27. Тебранувчи цилиндрли машинадаги кривошипнинг узунли-ги $OA = 15 \text{ см}$; кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega_0 = 15 \text{ рад/с} = \text{const}$. Кривошип шатунга тик бўлган пайтда поршень тезлиги ва цилиндр-нинг бурчак тезлиги топилинсин (16.26-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $v = 225 \text{ см/с}$, $\omega = 0$.

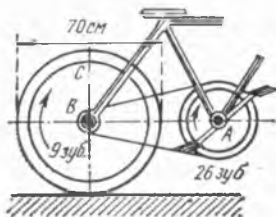
16.28. Кривошип механизми шатуннинг ўртасидаги C нуқтада CD стержень билан шарнир ёрдамида боғланган; CD стержень эса E нуқта атрофида айлана оладиган DE стерженьга D шарнир воси-тасида боғланган. Агар B ва E нуқталар бир вертикалда жойлаш-ган бўлса, кривошип механизмининг расмда кўрсатилган ҳолатида DE стержень бурчак тезлиги аниқлансин; OA кривошипнинг бурчак тезлиги $\omega = 8 \text{ рад/с}$, $OA = 25 \text{ см}$, $DE = 100 \text{ см}$, $\angle CDE = 90^\circ$ ва $\angle BED = 30^\circ$.

Жавоб: $\omega_{DE} = 0,5 \text{ рад/с}$.

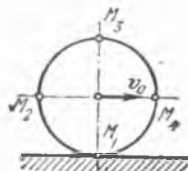
16.29. R радиусли ғалтак HH горизонтал текислик бўйлаб сир-панмай думалайди. Ғалтакнинг r радиусли цилиндр шаклидаги ўрта қисмига ип ўралган; бунда ипнинг B учи горизонтал йўналишда u



16.29- масалага



16.30- масалага



16.31- масалага

тезлик билан ҳаракат қилади. Ғалтак ўқи силжишининг тезлиги v аниқлансин.

Жавоб: $v = u \frac{R}{R - r}$.

16.30. Велосипеднинг занжирли узатмаси 26 тишли A ғилдирак билан 9 тишли B шестерняни ўраб турадиган занжирдан иборат. B шестерня диаметри 70 см га тенг бўлган C орқа ғилдиракка маҳкам бириктирилган. A ғилдирак секундига бир марта айланганида, C ғилдирак эса тўғри чиқиқли йўлда сирпанмай думалаганда велосипед тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: 22,87 км/соат.

16.31. $R = 0,5$ м радиусли ғилдирак тўғри чиқиқли йўл участкасида сирғанмай ғилдирайди; ғилдирак марказининг тезлиги ўзгармас бўлиб, $v_0 = 10$ м/с га тенг. Ғилдиракнинг вертикал ва горизонтал диаметрларининг учлари бўлмиш M_1 , M_2 , M_3 ва M_4 нуқталарининг тезликлари, шунингдек, ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

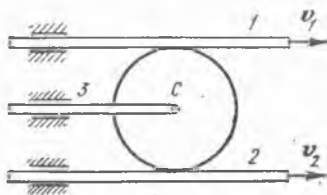
Жавоб: $v_1 = 0$, $v_2 = 14,14$ м/с, $v_3 = 20$ м/с, $v_4 = 14,14$ м/с, $\omega = 20$ рад/с.

16.32. Расмда ҳаракатларни қўшадиган механизм тасвирланган. Ўзаро параллел иккита 1-ва 2-рейкалар v_1 ва v_2 ўзгармас тезликлар билан бир томонга ҳаракатланишади. Рейкалар орасига r радиусли, рейкалар бўйлаб сирпанмай думалайдиган диск қисилган. Дискнинг C ўқига маҳкамланган 3 рейканинг тезлиги 1 ва 2 рейкалар тезликлари йиғиндисининг ярмига тенглиги кўрсатилсин. Шунингдек, дискнинг бурчак тезлиги топилсин.

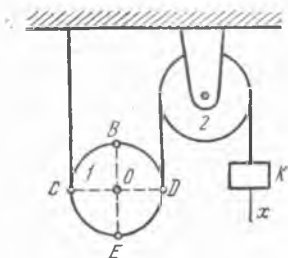
Жавоб: $\omega = \frac{v_1 + v_2}{2r}$.

16.33. 1 қўзғалувчи ва 2 қўзғалмас блоклар чўзилмайдиган ип билан боғланган. Иппнинг учига бириктирилган K юк $x = 2t^2$ м қонун билан вертикал бўйлаб пастга тушади. $t = 1$ с бўлган пайтда расмда тасвирланган ҳолат учун ҳаракатланувчи блок гардишида ётувчи C , D , B ва E нуқталарнинг тезликлари топилсин; қўзғалувчи 1 блок радиуси 0,2 м га тенг, $CD \perp BE$. Шунингдек, 1 блокнинг бурчак тезлигини ҳам топинг.

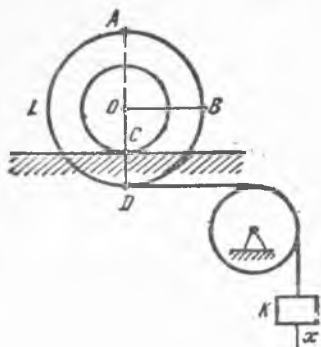
Жавоб: $v_C = 0$, $v_D = 2$ м/с, $v_B = v_E = 2\sqrt{2}$ м/с, $\omega = 10$ рад/с.



16.32- масалага



16.33- масалага



16.34- масалага

16.34. Чўзилмайдиган ип билан L ғалтакка боғланган K юк $x=l^2$ м қонунга асосан вертикал равишда пастга тушади. Бунда L ғалтак қўзғалмас горизонтал темир из бўйлаб сирғалмай думалайди. Агар расмда тасвирланган ҳолатда $AD \perp \perp OE$, $OD = 2 \cdot OC = 0,2$ м бўлса, $t = 1$ с пайт учун ғалтакдаги C , A , B , O ва E нуқталарнинг тезликлари, шунингдек, ғалтакнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_C = 0$, $v_A = 6$ м/с, $v_B = 4$ м/с, $v_D = 2$ м/с, $v_E = 4,46$ м/с, $\omega = 20$ рад/с.

16.35. OA кривошип радиуси $r_2 = 15$ см бўлган қўзғалмас ғилдиракнинг O ўқи атрофида $\omega_0 = 2,5$ рад/с бурчак тезлик билан айланиб, кривошипнинг A учига ўрнатилган ва радиуси $r_1 = 5$ см бўлган ғилдиракчани ҳаракатга келтиради. $CE \perp BD$ деб, қўзғалувчан ғилдиракчадаги A , B , C , D ва E нуқталар тезликларининг миқдорлари ва йўналишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 50$ см/с, $v_B = 0$, $v_D = 100$ см/с,

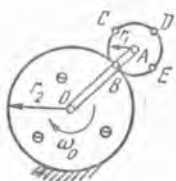
$v_C = v_E = 70,7$ см/с.

16.36. O ўққа диаметри 20 см бўлган K тишли ғилдирак ва узунлиги 20 см бўлган OA кривошип ўрнатилган; ғилдирак билан кривошип бир-бирига боғланмаган. AB шатун билан L тишли ғилдирак маҳкам қилиб бириктирилган; L ғилдиракнинг диаметри ҳам 20 см; шатун узунлиги $AB = 1$ м. K ғилдирак 2π рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади ва L ғилдиракнинг тишларини илиб, AB шатун ва OA кривошипни ҳаракатга келтиради. OA кривошипнинг тўртта — иккита горизонтал ва иккита вертикал ҳолатлари учун унинг бурчак тезлиги ω_1 аниқлансин.

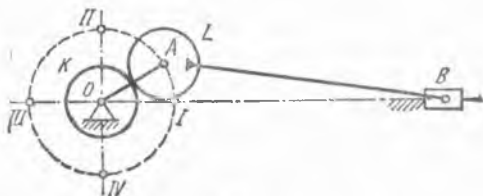
Жавоб: 1. $\omega_1 = \frac{10}{11}\pi$ рад/с, II. $\omega_1 = \pi$ рад/с, III. $\omega_1 = \frac{10}{9}\pi$

рад/с, IV. $\omega_1 = \pi$ рад/с.

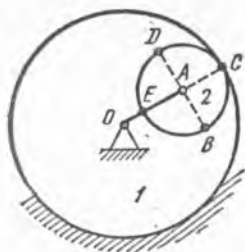
16.37. Узунлиги 20 см га тенг OA кривошип расм текислигига перпендикуляр бўлган қўзғалмас O ўқ атрофида 2 рад/с бурчак тезлик билан айланади. Унинг A учига радиуси 10 см бўлиб, кривошип билан умумий ўққа эга бўлган, қўзғалмас 1- тишли ғилдиракка



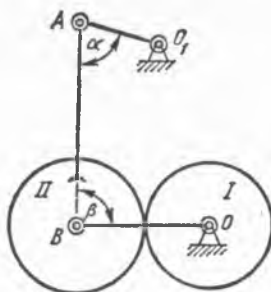
16.35- масалага



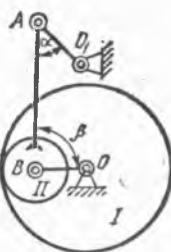
16.36- масалага



16.37- масалага



16.38- масалага



16.39- масалага

ичкари томондан илашган 2- тишли ғилдирак ўрнатилган. $BD \perp OC$ бўлса, 2- тишли ғилдирак гардишидаги B , C , D ва E нуқталарнинг тезликлари аниқлансин.

Жавоб: $v_C = 0$, $v_B = v_D = 40\sqrt{2}$ см/с, $v_E = 80$ см/с.

16.38. Уатт механизми таркибига O_1A коромисло киради; у O ўқ атрофида тебраниб, ҳаракатни AB шатун ёрдами билан OB кривошипга узатади; кривошип O ўққа эркин ўрнатилган. Худди шу O ўққа I ғилдирак ўтказилган; AB шатуннинг учига маҳкам қилиб II ғилдирак ўрнатилган. Агар $r_1 = r_2 = 30\sqrt{3}$ см, $O_1A = 75$ см, $AB = 150$ см ва коромислонинг бурчак тезлиги $\omega_0 = 6$ рад/с бўлса, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 90^\circ$ ҳолат учун OB кривошип ва I ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{OB} = 3,75$ рад/с, $\omega_I = 6$ рад/с.

16.39. Планетар механизм AB шатун, OB коромисло ва радиуси $r_1 = 25$ см бўлган I тишли ғилдиракни ҳаракатга келтирувчи O_1A кривошипдан иборат; AB шатуннинг учига радиуси $r_2 = 10$ см бўлган II тишли ғилдирак маҳкам қилиб ўрнатилган. Агар $O_1A = 30\sqrt{2}$ см, $AB = 150$ см, OB коромислонинг бурчак тезлиги $\omega = 8$ рад/с бўлса, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 90^\circ$ ҳолат учун O_1A кривошип ва I ғилдиракнинг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{O_1A} = 4$ рад/с, $\omega_I = 5,12$ рад/с.

16.40. Тебранувчи цилиндрли машинадаги OA кривошипнинг узунлиги r га, OO_1 оралиқ эса a га тенг. Кривошип ўзгармас ω_0 бурчак тезлик билан айланади. AB шатуннинг ω_2 бурчак тезлиги кривошипнинг айланиш бурчаги φ функцияси сифатида аниқлансин, ω_1 бурчак тезлигининг энг катта ва энг кичик қийматлари ҳамда φ_1 бурчакнинг қандай қийматида $\omega_1 = 0$ бўлиши топилсин. (16.26- масалага берилган расмга қаралсин.)

$$\text{Жавоб: } \omega_1 = \frac{\omega_0 r (a \cos \varphi - r)}{a^2 + r^2 - 2ar \cos \varphi}, \quad \varphi = 0$$

бўлганда $\omega_1 \max = \omega_0 r / (a - r)$;

$\varphi = \pi$ да $\omega_1 \min = \omega_0 r / (a + r)$,

$\varphi = \arccos \frac{r}{a}$ да $\omega_1 = 0$.



16.41- масалага

фараз қилинсин. M нуқтанинг ҳолати ундан палец ўқигача бўлган $MB = z$ масофа билан аниқланади.

Изоҳ: Масалани ечишда ҳосил қилинадиган формулаларга $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \varphi\right)^2}$ кирази, бунда $\varphi = \omega t$ AOB бурчакни билдиради. Бу ифодани қаторга ёйиб, фақат биринчи икки ҳадларни сақлаб қоламиз.

$$\text{Жавоб: } v_x = -\omega \left[r \sin \varphi + \frac{(l-z)r^2}{2l^2} \sin 2\varphi \right], \quad v_y = \frac{zr}{l} \omega \cos \varphi.$$

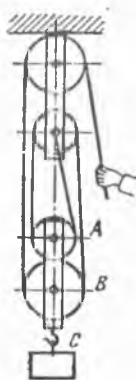
17- §. Қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалар

17.1. 16.7- масалада кўрсатилган AB стерженнинг ҳаракати учун центроидалар топилсин.

Жавоб: Қўзғалувчи центроид — радиуси 0,5 м, маркази AB нинг ўртасида бўлган айлана; қўзғалмас центроид радиуси 1 м, маркази O нуқтада бўлган айлана.

17.2. C сбойма илгарилама ҳаракат қилади деб фараз қилиб, полиспастдаги A ва B блокларнинг қўзғалувчи ва қўзғалмас центроидалари аниқлансин. Блокларнинг радиуслари тегишлича r_A ва r_B га тенг.

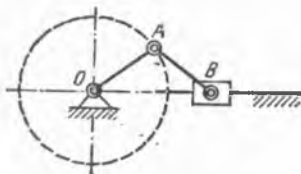
Жавоб: Қўзғалувчи центроидалар: A блокнинг центроидаси — r_A радиусли айлана, B блокнинг центроидаси — радиуси $\frac{1}{3} r_B$ бўлган айлана; қўзғалмас центроидалар қўзғалувчи центроидаларга уларнинг ўнг томонидан ўтказилган вертикал уринмалардан иборат.



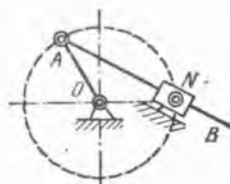
17.2- масалага

17.3. AB шатуннинг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари геометрик усулда топилсин; шатуннинг узунлиги кривошип узунлигига тенг: $AB = OA = r$.

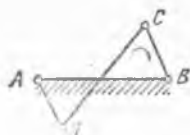
Жавоб: Қўзғалмас центроид — $2r$ радиусли айлана, унинг маркази O нуқтада; қўзғалувчи центроид эса — r радиусли айлана, унинг маркази кривошип палецининг A нуқтасида.



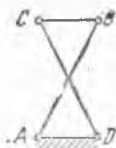
17.3- масалага



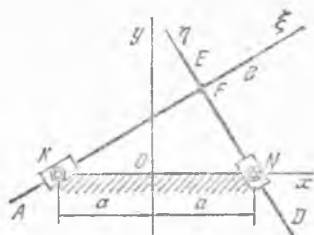
17.4- масалага



17.5- масалага



17.6- масалага



17.7- масалага

17.4. AB стержень шундай ҳаракат қиладики, унинг битта A нуқтаси, маркази O нуқтада бўлган r радиусли айлана чизади. Стерженьнинг ўзи эса доим ўша айланада ётувчи N нуқтадан ўтади. Унинг центроидалари топилин.

Жавоб: Қўзғалмас центроид — r радиусли айлана, унинг маркази O нуқтада; қўзғалувчи центроид $2r$ радиусли, маркази A нуқтада бўлган айлана.

17.5. Антипараллелограмм CD звеносининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари топилин; CD звено қўзғалмайдиган қилиб олинган катта AB звенога бириктирилган; $AB = CD = b$, $AD = BC = a$ ва $a < b$.

Жавоб: Қўзғалмас центроид — фокуслари A ва B нуқталарда бўлган гипербола, қўзғалувчи центроид эса фокуслари C ва D нуқталарда бўлган худди шундай гипербола. Гиперболаларнинг ҳақиқий ярим ўқлари $a/2$ га тенг.

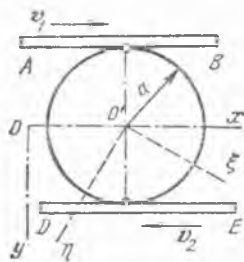
17.6. Антипараллелограмм BC звеносининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари топилин; BC звено қўзғалмайдиган қилиб олинган AD кичик звенога бириктирилган: $AB = CD = b$, $AD = CB = a$ ва $a < b$.

Жавоб: Қўзғалмас центроид — фокуслари A ва D нуқталарда бўлган ҳамда $b/2$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{b^2 - a^2}$ ярим ўқли эллипс. Қўзғалувчи центроид — худди шундай эллипс, лекин фокуслари B ва C нуқталарда.

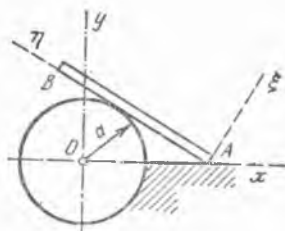
17.7. F нуқтада тўғри бурчак остида маҳкам қилиб бириктирилган иккита AB ва DE стержень шундай ҳаракат қиладики, улардан бири — AB ҳамма вақт қўзғалмас K нуқта орқали, иккинчиси — DE эса қўзғалмас N нуқта орқали ўтади; KN оралиқ $2a$ га тенг. Шу ҳаракатда центроидаларнинг тенгламалари топилин; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: $x_C^2 + y_C^2 = a^2$, $\xi_C^2 + \eta_C^2 = 4a^2$.

17.8. Иккита AB ва DE ўзаро параллел рейкалар қарама-қарши томонларга ўзгармас v_1 ва v_2 тезликлар билан ҳаракат қилади. Рейкалар орасида a радиусли диск туради; рейкаларнинг ҳаракати ва ишқаланиш натижасида диск рейкалар бўйлаб сирғамай гилдирайди. Диск центроидаларининг тенгламаси топилин, шунингдек диск O' марказининг тезлиги $v_{O'}$, дискнинг бурчак тезлиги ω аниқлансин, координата ўқлари расмда кўрсатилган.



17.8- масалага



17.9- масалага

Жавоб: 1) $y_C = a \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}$, $\xi_C^2 + \eta_C^2 = a^2 \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \right)^2$;

2) диск марказининг тезлиги берилган тезликларнинг каттаси йўналишида; v_O нинг миқдори берилган тезликлар миқдорлари айирмасининг ярмига тенг;

3) $\omega = \frac{v_1 + v_2}{2a}$.

17.9. AB стерженнинг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари тенгламалари топилсин; стержень a радиусли айланага таяниб, A учи билан Ox тўғри чизиқ бўйлаб сирғанади, бу тўғри чизиқ ўша айлана марказидан ўтади; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

Жавоб: $x_C^2(x_C^2 - a^2) - a^2 y_C^2 = 0$,

$$\eta_C^2 = a \xi_C.$$

17.10. Кривошипли механизм AB шатунининг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидаларининг тахминий тенгламалари топилсин; шатун узунлиги $AB = l$ кривошип узунлиги $OA = r$ га нисбатан шунча каттаки, $ABO = \alpha$ бурчак учун $\sin \alpha = \alpha$ ва $\cos \alpha = 1$ деб қабул қилиш мумкин; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

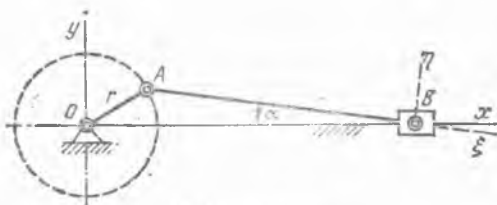
Жавоб: $(x_C - l)^2(x_C^2 + y_C^2) = r^2 x_C^2$,

$$l^2 \xi_C^2 (l^2 + \eta_C^2) = r^2 \eta_C^4.$$

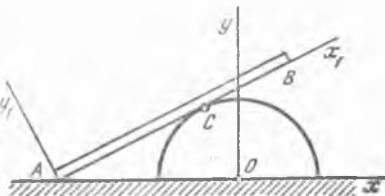
17.11. AB стерженнинг A нуқтаси горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб сирғанади ва оралиқ C нуқтаси билан r радиусли доирага тегиб туради. Стерженнинг қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалари аниқлансин.

Жавоб: Қўзғалмас центроид — учи доира марказида бўлган xOy координата системасида $y^2 r^2 = x^4 - x^2 r^2$ тенглама кўринишида.

Қўзғалувчи центроид — x_1Ay_1 координата системасидаги $x_1^2 = ry_1$ парабола.



17.10- масалага



17.11- масалага

18- §. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезланишлари. Тезланишлар оний маркази

18.1. Ғилдирак горизонт билан 30° бурчак ҳосил қилувчи қия текислик бўйлаб думалайди (16.2- масалага берилган расмга қаранг). Ғилдиракнинг O маркази $x_0 = 10 t^2$ см қонун билан ҳаракатланади, бунда x — қия текисликка параллел йўналган ўқ. Ғилдиракнинг O марказига расм текислигига тик бўлган O горизонтал ўқ атрофида $\varphi = \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} t$ рад қонунга асосан тебранувчи $OA = 36$ см стержень илиб қўйилган. $t = 1$ с пайтда OA стержень A учининг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega_{Ax} = 25,2$ см/с², $\omega_{Ay} = -8,25$ см/с², $\omega_A = 26,4$ см/с².

18.2. Радиуси $r = 20$ см бўлган дискнинг вертикал xy текисликдаги ҳаракатида унинг C маркази $x_C = 10 t$ м, $y_C = (100 - 4,9 t^2)$ м қонунга асосан ҳаракатланади. Шу билан бирга диск, ўзининг текислигига перпендикуляр бўлган C горизонтал ўқ атрофида $\omega = \pi/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади (16.3- масалага берилган расмга қаранг). Диск гардишида ётувчи A нуқтанинг $t = 0$ пайтдаги тезланиши аниқлансин. Дискдаги A нуқта ҳолати вертикалга нисбатан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланувчи $\varphi = \omega t$ бурчак билан аниқланади.

Жавоб: Тезланиш вертикал бўйлаб пастга томон йўналган ва қиймати $9,31$ м/с² га тенг.

18.3. Олдинги масала шартларини сақлаган ҳолда $t = 1$ с пайт учун A нуқтанинг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{Ax} = -0,49$ м/с², $\omega_{Ay} = -9,8$ м/с², $\omega_A = 9,81$ м/с².

18.4. Ҳар бирининг радиуси r бўлган иккита бир хил дисклар A шарнир билан бириктирилган. I диск қўзғалмас горизонтал O ўқ атрофида $\varphi = \varphi(t)$ қонун билан айланади. II диск горизонтал A ўқ атрофида $\psi = \psi(t)$ тенгламага биноан айланади. O ва A ўқлар расм текислигига перпендикуляр. φ ва ψ бурчаклар вертикалга нисбатан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланади (16.5- масалага берилган расмга қаранг). II диск C марказининг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega_C = \sqrt{\omega_{Cx}^2 + \omega_{Cy}^2}$, бунда

$$\omega_{Cx} = r(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + \ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi),$$

$$\omega_{Cy} = r(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi).$$

18.5. Олдинги масаланинг шартларини сақлаган ҳолда, $\angle ACB = \pi/2$ ҳол учун II диск B нуқтасининг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega_B = \sqrt{\omega_{Bx}^2 + \omega_{By}^2}$, бунда

$$\begin{aligned} \omega_{Bx} = & r[\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + \sqrt{2} \ddot{\psi} \cos(45^\circ + \psi) - \\ & - \sqrt{2} \dot{\psi}^2 \sin(45^\circ + \psi)], \quad \omega_{By} = r[\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \\ & + \sqrt{2} \ddot{\psi} \sin(45^\circ + \psi) + \sqrt{2} \dot{\psi}^2 \cos(45^\circ + \psi)]. \end{aligned}$$

18.6. Эллипсограф линейкаси B учи билан Ox ўқ бўйлаб, A учи билан Oy ўқ бўйлаб сирғанади; $AB = 20$ см (15.1- масалага берилган расмга қаралсин). Линейканинг Ox ўққа нисбатан оғиш бурчаги $\varphi = 30^\circ$ бўлганда, B нуқта тезлик ва тезланишларининг x ўқдаги проекциялари $v_{Bx} = -20$ см/с, $w_{Bx} = -10$ см/с² бўлган. Шу вақтда A нуқта тезлиги билан тезланишининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v_{Ay} = 34,64$ см/с, $w_{Ay} = -142,68$ см/с².

18.7. Тўғри чизиқли йўналтирувчилар бўйлаб сирпанувчи A ва B муфтalar l узунликдаги AB стержень билан бирлаштирилган. A муфта v_A доимий тезлик билан ҳаракатланади (15.6- масалага берилган расмга қаранг). AB стержень OB тўғри чизиқ билан берилган φ бурчак ҳосил қилган пайтда B муфтанинг тезланиши ва AB стерженьнинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $w_B = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{l \cos^3 \varphi}$, $\varepsilon_{AB} = \frac{v_A^2 \sin^2 \alpha}{l^2 \cos^3 \varphi} \sin \varphi$.

18.8. OA кривошипнинг иккита горизонтал ва битта вертикал ҳолатларида 16.41- масалага берилган расмда тасвирланган кривошип-ползун механизми B ползунининг тезланиши ва AB шатун учун тезланишлар оний маркази K топилсин; кривошип O вал атрофида $\omega_0 = 15$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг узунлиги $OA = 40$ см, шатуннинг узунлиги $AB = 200$ см.

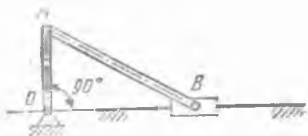
Жавоб: $\varphi = 0$ ва $\varphi = 180^\circ$ бўлганда тезланишлар оний маркази K ползун йўналтирувчисининг ўқида ётади.

1) $\varphi = 0$, $w_B = 108$ м/с², $BK = 12$ м;

2) $\varphi = 90^\circ$, $w_B = 18,37$ м/с², $BK = 40$ см, $AK = 196$ см;

3) $\varphi = 180^\circ$, $w_B = 72$ м/с², $BK = 8$ м.

18.9. Кривошип-ползунли механизмда AB шатуннинг узунлиги OA кривошип узунлигидан икки марта ортқ. OA кривошип бир текис айланади. Кривошип ползун йўналтирувчисига тик бўлган пайтда AB шатунда тезланиши шу шатун бўйлаб йўналган нуқтанинг ҳолати аниқлансин.



18.9- масалага

Жавоб: B ползундан ҳисоблаганда шатун узунлигининг чорак қисмига тенг масофада.

18.10. Гидравлик пресснинг D поршени $OABD$ шарнир—ричагли механизм воситасида ҳаракатга келтирилади. Механизмнинг 16.24- масалага берилган расмда тасвирланган ҳолатида OL рычаг $\omega = 2$ рад/с бурчак тезликка, $\varepsilon = 4$ рад/с² бурчак тезланишга эга ва $OA = 15$ см. D поршеннинг тезланиши ва AB звенонинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $w_D = 29,4$ см/с², $\varepsilon_{AB} = 5,2$ рад/с².

18.11. Узунлиги 20 см бўлган OA кривошип $\omega_0 = 10$ рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади ва 100 см узунликдаги AB шатунни ҳаракатга келтиради. B ползун вертикал бўйлаб ҳаракат қилади. Кривошип ва шатун ўзаро тик ва горизонтал ўқ билан

$\alpha = 45^\circ$ ҳамда $\beta = 45^\circ$ бурчаклар ташкил қилган пайтда шатуннинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши, шунингдек, B ползуннинг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega = 2$ рад/с, $\varepsilon = 16$ рад/с², $\omega_B = 565,6$ см/с².

18.12. Марказий бўлмаган кривошипли механизмда OA кривошип O ўқ атрофида ω_0 доимий бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг ўнг горизонтал ва юқориги вертикал ҳолатларида шатуннинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши, шунингдек, B ползуннинг тезлиги ва тезланиши аниқлансин: $OA = r$, $AB = l$ кривошипнинг O ўқидан ползун ҳаракат қилувчи чизикқача бўлган OC масофа h га тенг (16.6- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: 1) $\omega = \frac{r\omega_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}$, $\varepsilon = \frac{hr^2\omega_0^2}{(l^2 - h^2)^{3/2}}$, $v_B = \frac{hr\omega_0}{\sqrt{l^2 - h^2}}$,

$$\omega_B = r\omega_0^2 \left[1 + \frac{rl^2}{(l^2 - h^2)^{3/2}} \right];$$

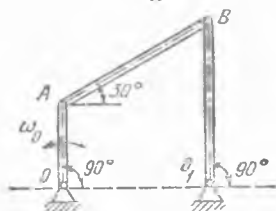
2) $\omega = 0$, $\varepsilon = \frac{r\omega_0^2}{\sqrt{l^2 - (r+h)^2}}$, $v_B = r\omega_0$, $\omega_B = \frac{r(r+h)\omega_0^2}{\sqrt{l^2 - (r+h)^2}}$.

18.13. $OABO_1$ шарнирли тўрт звенолининг OA стержени ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар $AB = 2OA = 2a$ бўлса, расмда тасвирланган ҳолат учун AB стерженнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, B шарнирнинг тезланиши аниқлансин.

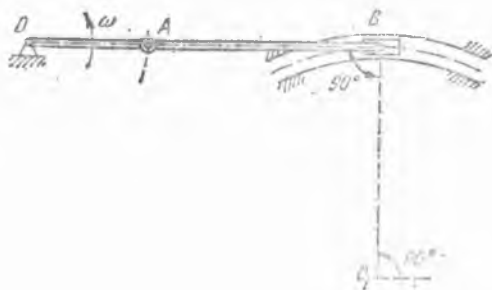
Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{6} \omega_0^2$, $\omega_B = \frac{\sqrt{3}}{3} a \omega_0^2$.

18.14. Металл қирқувчи қайчининг L ҳаракатланувчи пичоғи $AOBD$ шарнир-ричагли механизм билан ҳаракатга келтирилади. Механизмнинг 16.25- масалага берилган расмда тасвирланган ҳолатида AB ричагнинг бурчак тезлиги 2 рад/с га, бурчак тезланиши 4 рад/с² га тенг ва $OB = 5$ см, $O_1D = 10$ см. D шарнирнинг тезланиши ва BD звенонинг бурчак тезланиши топилин.

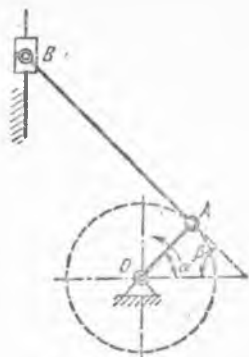
Жавоб: $\omega_D = 32,4$ см/с², $\varepsilon_{BD} = 2,56$ рад/с².



18.13- масалага



18.15- масалага



18.11- масалага

18.15. OAB кривошип-ползунли механизмнинг B ползуни ёй кўринишдаги йўналтирувчида ҳаракатланади. Агар $OA = 10$ см, $AB = 20$ см бўлса, расмда тасвирланган ҳолат учун B ползуннинг уринма ва нормал тезланишлари аниқлансин. Кривошип шу онда $\omega = 1$ рад/с бурчак тезлик, $\varepsilon = 0$ бурчак тезланиш билан айланади.

Жавоб: $\omega_{B\tau} = 15$ см/с², $\omega_{Bn} = 0$.

18.16. Олдинги масалада кўрилган механизмнинг расмда тасвирланган ҳолати учун OA кривошип бурчак тезланиши 2 рад/с² га тенг бўлганида, AB шатуннинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: 1 рад/с².

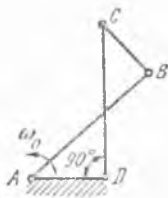
18.17. Чархловчи станок O ўқ атрофида $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{2} t$ рад (φ бурчак горизонталдан ҳисобланади) қонун билан тебранувчи $OA = 24$ см педаль билан ҳаракатга келтирилади. K чархловчи тош O_1 ўқ атрофида AB стержень ёрдамида айлантирилади. O ва O_1 ўқлар расм текислигига перпендикуляр (16.12- масалага берилган расмга қаранг). $O_1B = 12$ см деб, K чархловчи тош B нуқтасининг $t = 0$ пайтдаги тезланиши топилсин. Шу пайтда OA ва O_1B звенолар горизонтал ўрнашган бўлиб, $\angle OAB = 60^\circ$.

Жавоб: $\omega_B = 42,9$ см/с².

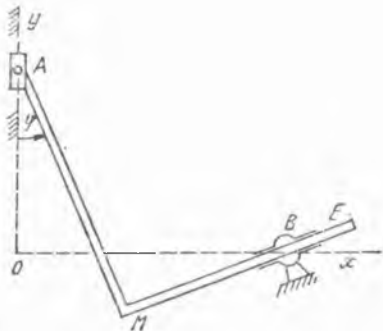
18.18. Антипараллелограмм узунлиги бир хилда 40 см дан бўлган иккита AB ва CD кривошип ва уларга шарнирлар билан бириктирилган BC стержендан иборат; BC стерженнинг узунлиги 20 см га тенг. Қўзғалмас A ва D ўқлар орасидаги масофа 20 см га тенг. AB кривошип ω_0 доимий бурчак тезлик билан айланади. ADC бурчак 90° га тенг бўлган пайтда BC стержень бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{BC} = \frac{8}{3} \omega_0$; айланиш секнланувчан, $\varepsilon_{BC} = \frac{20}{9} \omega_0^2$.

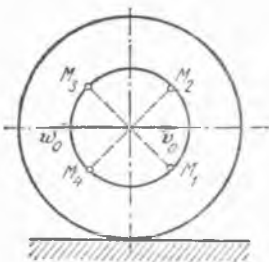
18.19. O_1 цапфаларда ётган тебранувчи цилиндрли машинада кривошипнинг узунлиги $OA = 12$ см, шатуннинг узунлиги $AB = 60$ см; вал ўқи билан цилиндр цапфаларининг ўқи орасидаги масофа $OO_1 = 60$ см. 1) Кривошип билан шатун бир-бирига тик бўлган ва 2) кривошип III ҳолатни эгаллаган пайтда B поршеннинг тезланиши ва унинг траекториясининг эгрилик радиуси аниқлансин; кривошип



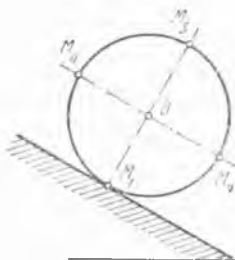
18.18- масалага



18.20- масалага



18.22- масалага



18.23- масалага

бурчак тезлиги $\omega_0 = \text{const} = 5$ рад/с (16.26- масалага берилган расм-га қаранг).

Жавоб: 1) $\omega = 6,12$ см/с²; $\rho = 589$ см;

2) $\omega = 258,3$ см/с²; $\rho = 0,39$ см.

18.20. Мустақкам бириктирилган АМЕ тўғри бурчак шаклидаги механизм шундай ҳаракатланадики, бунда А нуқта ҳар доим Оу қўзғалмас ўқда қолади, бошқа МЕ томони эса, айланувчи В шарнир орқали ўтади. Массофа $MA = OB = a$. А нуқтанинг v_A тезлиги ўзгармас. М нуқтанинг тезланиши φ бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $\omega_M = \frac{v_A^2 \sqrt{2}}{a} (1 + \sin \varphi)^{\frac{3}{2}}$. Тезланиш вектори бурчак ич-

карасига қараб йўналган ва МА томон билан $\alpha = 45^\circ - \varphi/2$ бурчак ҳосил қилади.

18.21. Тўғри чизиқли из бўйлаб сирғанмай думаловчи ғилдирак маркази v тезлик билан текис ҳаракат қилади. Ғилдирак радиусини r га тенг деб, унинг гардишида ётувчи исталган нуқтанинг тезланишини аниқланг.

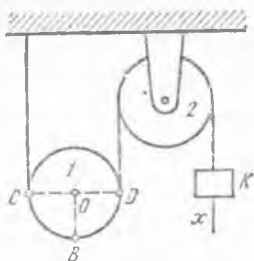
Жавоб: Тезланиш ғилдирак марказига йўналган ва $\frac{v^2}{r}$ га тенг.

18.22. Трамвай вағони йўлнинг тўғри чизиқли горизонтал участкасида $\omega_0 = 2$ м/с² секинланиш билан ҳаракат қилади; бу пайтда унинг тезлиги $v_0 = 1$ м/с. Ғилдираклар рельсларда сирғанмай думалайди. Роторнинг вертикал билан 45° бурчак ташкил қилган иккита диаметрлари учларининг тезланишлари топилсин; ғилдирак радиуси $R = 0,5$ м, роторнинг радиуси эса $r = 0,25$ м.

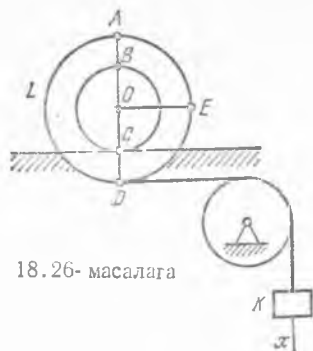
Жавоб: $\omega_1 = 2,449$ м/с²; $\omega_2 = 3,414$ м/с²; $\omega_3 = 2,449$ м/с²; $\omega_4 = 0,586$ м/с².

18.23. Ғилдирак вертикал текисликда оғма тўғри чизиқли йўлда сирғанмай ғилдирайди. Иккита ўзаро перпендикуляр диаметрлардан бири рельсга параллел бўлган пайтда улар учларининг тезланишлари топилсин; шу пайтда ғилдирак марказининг тезлиги $v_0 = 1$ м/с, тезланиши $\omega_0 = 3$ м/с²; ғилдирак радиуси $R = 0,5$ м.

Жавоб: $\omega_1 = 2$ м/с², $\omega_2 = 3,16$ м/с², $\omega_3 = 6,32$ м/с², $\omega_4 = 5,83$ м/с².



18.25- масалага



18.26- масалага

18.24. Радиуси $R = 0,5$ м бўлган ғилдирак тўғри чизиqli рельс-да сирганмай думалайди; шу пайтда ғилдирак O марказининг тезлиги $v_0 = 0,5$ м/с ва секинланиши $\omega_0 = 0,5$ м/с². Ғилдиракнинг тезланишлар оний маркази, ғилдиракнинг тезликлар оний маркази бўлмиш C нуқтанинг ω_C тезланиши, шунингдек, M нуқтанинг тезланиши ва унинг траекториясининг эгрилик радиуси топилсин; $OM = MC = 0,5 R$.

Жавоб: 1) $r = 0,3536$ м, $\theta = -\frac{\pi}{4}$, 2) $\omega_C = 0,5$ м/с²; 3) $\omega_M = 0,3536$ м/с² 4) $\rho = 0,25$ м.

18.25. Қўзғалувчи 1 блок қўзғалмас 2 блокка чўзилмайдиган ип воситасида боғланган. Бу ипнинг учига бириктирилган K юк $x = 2t$ м қонунга кўра вертикал бўйлаб пастга тушади. Расмда тасвирланган ҳолат $t = 0,5$ с пайт учун мос келади деб, ҳаракатланувчи блок гардишидаги C , B ва D нуқталарнинг шу пайтдаги тезланишлари аниқлансин. $OB \perp CD$ ва 1 блок радиуси $0,2$ м га тенг.

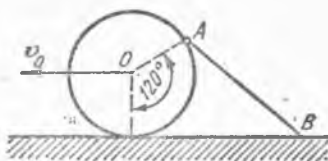
Жавоб: $\omega_C = 5$ м/с², $\omega_B = 7,29$ м/с², $\omega_D = 6,4$ м/с².

18.26. Чўзилмайдиган ип воситасида L ғалтакка боғланган K юк $x = t^3$ қонунга кўра вертикал пастга тушади. Бунда L ғалтак қўзғалмас горизонтал темир из бўйлаб сирганмасдан юмалайди. $t = 0,5$ с пайтга мос келувчи расмда тасвирланган ҳолат учун ғалтак гардишидаги A , B ва D нуқталарнинг тезланишлари, ғалтакнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин. $AD \perp OB$ ва $OD = 2 \times OC = 0,2$ м.

Жавоб: $\omega_A = 20,9$ м/с², $\omega_B = 22,4$ м/с², $\omega_D = 20,1$ м/с², $\omega = 10$ рад/с, $\epsilon = 20$ рад/с².

18.27. R радиусли ғилдирак текислик бўйлаб сирганмай думалайди. Ғилдиракнинг O маркази v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. A нуқтада узунлиги $l = 3R$ бўлган AB стержень шарнир воситасида ғилдиракка бириктирилган; стерженнинг иккинчи B учи текислик бўйлаб сирпанади. Расмда тасвирланган ҳолат учун AB стерженнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, B нуқтанинг чизиqli тезлик ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{AB} = \frac{v_0}{3R}$, $\varepsilon_{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \frac{v_0^2}{R^2}$,
 $v_B = 2v_0$, $\omega_B = \frac{5\sqrt{3}}{9} \frac{v_0^2}{R}$.



18.27- масалага

18.28. Радиуси $R = 12$ см бўлган тишли ғилдирак худди шундай радиусли қўзғалмас тишли ғилдиракнинг O ўқи атрофида айланувчи OA кривошип билан ҳаракатга келтирилади; кривошип шу пайтда $\omega = 2$ рад/с бурчак тезлигига эга бўлиб, $\varepsilon_0 = 8$ рад/с² бурчак тезланиш билан айланади. Шу пайтда қўзғалувчи ғилдиракнинг тезликлар оний марказига тўғри келадиган M нуқтанинг тезланиши, унга диаметрал қарама-қарши N нуқтанинг тезланиши, шунингдек, тезланишлар оний маркази K аниқлансин.

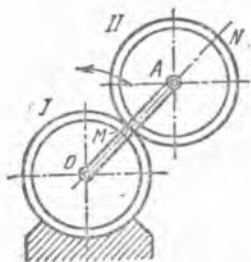
Жавоб: 1) $\omega_M = 96$ см/с², 2) $\omega_N = 480$ см/с², 3) $MK = 4,24$ см;
 $\angle AMK = 45^\circ$.

18.29. Радиуси r бўлган I ғилдирак $R = 2r$ радиусли II қўзғалмас ғилдиракнинг ичкарисида ғилдирайди; I ғилдиракни ҳаракатга келтирувчи OO_1 кривошипнинг бурчак тезлиги ω_0 ўзгармас миқдордир. Мазкур текис шакл учун тезланишлар оний маркази K нинг ўрни, K нуқтанинг шу пайтдаги v_K тезлиги, шунингдек, текис шаклнинг берилган пайтдаги тезликлар оний марказига тўғри келадиган нуқтанинг тезланиши ω_C топилсин.

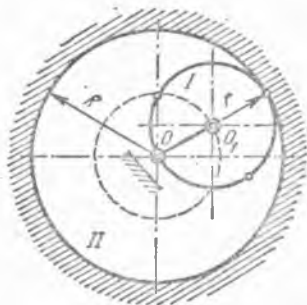
Жавоб: Тезланишлар оний маркази қўзғалмас ғилдиракнинг O марказига тўғри келади; $v_K = 2r\omega_0$, $\omega_C = 2r\omega_0^2$.

18.30. Радиуси $r_2 = 15$ см бўлган қўзғалмас шестерёнка ташқарисида ғилдиравчи $r_1 = 5$ см радиусли иккита диаметри учлари бўлмиш B, C, D, E нуқталарнинг тезланишлари топилсин. Қўзғалувчи шестерёнка қўзғалмас шестерёнканинг O маркази атрофида ўзгармас $\omega_0 = 3$ рад/с бурчак тезлик билан айланувчи OA кривошипнинг ёрдами билан ҳаракатга келтирилади; диаметрлардан бири OA чизик билан устма-уст тушади, иккинчиси унга тик (16.35-масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб: $\omega_B = 540$ см/с², $\omega_C = \omega_E = 742$ см/с², $\omega_D = 900$ см/с².



18.28- масалага



18.29- масалага

18.31. Бурчак тезлик $\omega = 0$ бўлган пайтда текис-параллел ҳаракат қилаётган кесма учлари тезланишларининг шу кесмадаги проекциялари ўзаро тенг бўлиши кўрсатилсин.

18.32. Бурчак тезланиш $\varepsilon = 0$ бўлган пайтда текис-параллел ҳаракат қилаётган кесма учлари тезланишларининг шу кесмага перпендикуляр йўналишдаги проекциялари ўзаро тенг бўлиши кўрсатилсин.

18.33. Текис-параллел ҳаракат қилаётган 10 см узунликдаги AB стержень учларининг тезланишлари стержень бўйлаб бир-бирига томон йўналган бўлиб, $\omega_A = 10$ см/с², $\omega_B = 20$ см/с². Стерженьнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{3}$ рад/с, $\varepsilon = 0$.

18.34. Текис-параллел ҳаракат қилаётган 12 см узунликдаги бир жинсли AB стержень учларининг тезланишлари AB га перпендикуляр ва бир томонга йўналган бўлиб, $\omega_A = 24$ см/с², $\omega_B = 12$ см/с². Стерженьнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, унинг C огирлик марказининг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 1$ рад/с², C нуқтанинг тезланиши AB га перпендикуляр, A ва B нуқталар тезланишлари йўналишида бўлиб, миқдори 18 см/с² га тенг.

18.35. Узунлиги 0,2 м бўлган AB стержень текис-параллел ҳаракат қилади. A ва B учларининг тезланишлари AB га перпендикуляр, қарама-қарши томонга йўналган бўлиб, миқдорлари 2 м/с² га тенг. Стерженьнинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва C ўрта нуқтасининг тезланиши топилсин.

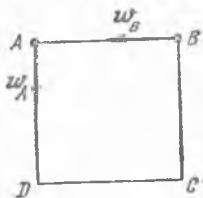
Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 20$ рад/с², $\omega_C = 0$.

18.36. Текис-параллел ҳаракат қилувчи ABC учбурчак A ва B учларининг тезланиш векторлари тенг: $w_A = w_B = a$. Учбурчакнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, C учининг тезланиши аниқлансин.

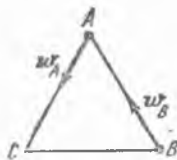
Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 0$, $w_C = a$.

18.37. Томонлари $a = 10$ см бўлган $ABCD$ квадрат расм текислигида текис параллел ҳаракат қилади. Агар бирор пайтда квадратнинг иккита A ва B учлари тезланишлари миқдор жиҳатдан бир хилда ва 10 см/с² га тенг бўлса, тезланишлар оний марказининг ҳолати ҳамда C ва D учларининг тезланишлари аниқлансин. Расмда кўрсатилганидек, A ва B нуқталар тезланишларининг йўналиши квадрат томонларига тўғри келади.

Жавоб: $\omega_C = \omega_D = 10$ см/с² ва квадрат томонлари бўйлаб йўналган. Тезланишларнинг оний маркази квадрат диагоналлариининг кесилган нуқтасида.

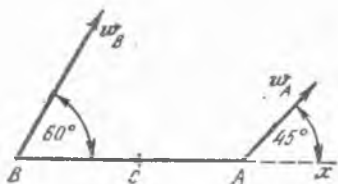


18.37- масалага

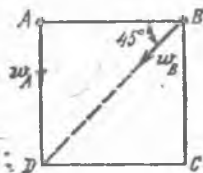


18.38- масалага

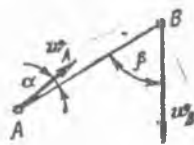
18.38. Тенг томонли ABC учбурчак расм текислигида ҳаракатланади. Учбурчак A ва B учларининг тезланишлари бирор пайтда 16 см/с² га тенг бўлиб, учбурчак томонлари бўйлаб йў-



18.39- масалага



18.40- масалага



18.41- масалага

налган (расмга қаралсин). Учбурчакнинг учинчи C учининг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $w_C = 16 \text{ см/с}^2$ ва C дан B га йўналган.

18.39. Узунлиги $0,2 \text{ м}$ бўлган AB стержень расм текислигида ҳаракатланади. Стержень орқали йўналтирилган x ўқ билан A нуқтанинг w_A тезланиши 45° , B нуқтанинг w_B тезланиши эса 60° бурчак ҳосил қилади ва $w_A = 2 \text{ м/с}^2$, $w_B = 4,42 \text{ м/с}^2$. Стерженнинг бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва ўртасидаги C нуқтанинг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega = 2 \text{ рад/с}$, $\epsilon = 12,05 \text{ рад/с}^2$, $w_C = 3,18 \text{ м/с}^2$.

18.40. Томонлари $a = 2 \text{ см}$ бўлган $ABCD$ квадрат текис параллел ҳаракат қилади. Квадрат A ва B учларининг шу пайтдаги тезланишлари: $w_A = 2 \text{ см/с}^2$, $w_B = 4\sqrt{2} \text{ см/с}^2$ ва расмда кўрсатилгандек йўналган. Квадратнинг оний бурчак тезлиги ва оний бурчак тезланиши, шунингдек, C нуқтанинг тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{2} \text{ рад/с}$, $\epsilon = 1 \text{ рад/с}^2$, $w_C = 6 \text{ см/с}^2$, w_C тезланиш вектори C дан D га йўналган.

18.41. AB стержень учларининг тезланишлари $w_A = 10 \text{ см/с}^2$, $w_B = 20 \text{ см/с}^2$ бўлиб, уларнинг AB тўғри чизиқ билан ҳосил қилган бурчаклари $\alpha = 10^\circ$ ва $\beta = 70^\circ$ эканлиги маълум. AB стержень ўртасининг тезланиши топилин.

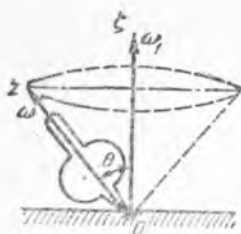
Жавоб: $w = \frac{1}{2} \sqrt{w_A^2 + w_B^2 - 2w_A w_B \cos(\beta - \alpha)} = 8,66 \text{ см/с}^2$.

VI БОБ

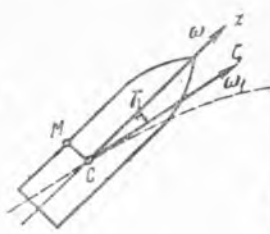
ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ҚЎЗГАЛМАС НУҚТА АТРОФИДАГИ АЙЛАНМА ҲАРАКАТИ. ФАЗОВИЙ ОРИЕНТИРЛАШ

19-§. Битта қўзғалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳаракати

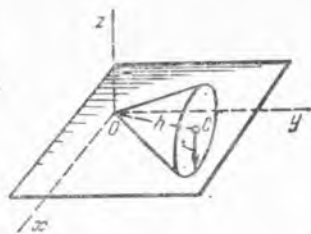
19.1. Пирилдоқнинг z ўқи вертикал Oz ўқ атрофида бир текис ҳаракатланиб, учигади бурчаги 2θ га тенг доиравий конус чизади. Пирилдоқ ўқининг ζ ўқ атрофида айланишидаги бурчак тезлиги ω_1 га тенг. Пирилдоқнинг ўз ўқи атрофида айланишининг ўзгармас бур-



19.1- масалага



19.2- масалага



19.3- масалага

чак тезлиги ω га тенг. Пирилдоқнинг Ω абсолют бурчак тезлигининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

Жавоб: $\Omega = \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos \theta}$, $\cos(\Omega, z) = \frac{\omega + \omega_1 \cos \theta}{\sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos \theta}}$.

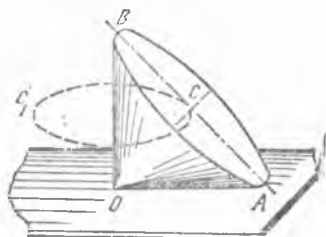
19.2. Тўп снаряди атмосферада ҳаракатланаётганида z ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланади. Бир вақтнинг ўзида снаряднинг z айланиш ўқи унинг C оғирлик маркази траекториясига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган z ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан айланади. $CM = r$, CM кесма z ўққа перпендикуляр ҳамда z ва z ўқлар орасидаги бурчак γ га тенг деб, снаряднинг айланма ҳаракатида унинг M нуқтаси тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_M = (\omega + \omega_1 \cos \gamma)r$.

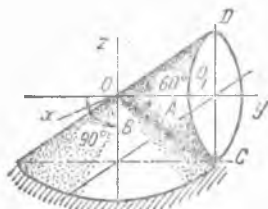
19.3. Баландлиги $h = 4$ см, асосининг радиуси $r = 3$ см ва уч қўзғалмас O нуқтада бўлган конус текисликда сирғанмасдан юмалайди. Агар конус асоси марказининг тезлиги $v_C = 48$ см/с $= \text{const}$ бўлса, конуснинг бурчак тезлиги, бурчак тезлиги годографи чизувчи нуқтанинг координаталари га конуснинг бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 20$ рад/с, $x_1 = 20 \cos 15t$, $y_1 = 20 \sin 15t$, $z_1 = 0$, $\varepsilon = 300$ рад/с².

19.4. O учи қўзғалмас бўлган конус текисликда сирғанмасдан юмалайди. Конуснинг баландлиги $CO = 18$ см, учидаги бурчак $AOB = 90^\circ$. Конус асосининг маркази бўлган C нуқта ўзгармас тезлик би-



19.4- масалага



19.5- масалага

лан ҳаракат қилади ва 1 секунддан кейин ўзининг бошланғич ҳолатига қайтади. AB диаметр B учининг тезлиги, конуснинг бурчак тезланиши ва A, B нуқталарнинг тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_B = 36\pi\sqrt{2}$ см/с ≈ 160 см/с, $\varepsilon = 39,5$ рад/с², ε вектор OA билан OB га тик йўналган; $\omega_A = 1000$ см/с², ω_A вектор OB га параллел йўналган; $\omega_B = 1000\sqrt{2}$ см/с², ω_B вектор AOB текислигида ётади ва OB га нисбатан 45° бурчак остида йўналган.

19.5. A конус қўзғалмас B конусни бир минутда 120 марта айланиб чиқади. Конус баландлиги $OO_1 = 10$ см. Конуснинг z ўқ атрофида айланишидаги кўчирма бурчак тезлиги ω_e , OO_1 ўқ атрофида айланишидаги нисбий бурчак тезлиги ω_r , конуснинг абсолют бурчак тезлиги ω_a ва абсолют бурчак тезланиши ε_a аниқлансин.

Жавоб: $\omega_e = 4\pi$ рад/с, $\omega_r = 6,92\pi$ рад/с, $\omega_a = 8\pi$ рад/с, ω_a вектор OC бўйлаб йўналган; $\varepsilon_a = 27,68\pi^2$ рад/с², ε_a — x ўққа параллел йўналган.

19.6. Олдинги масала шартларига кўра қўзғалувчи конус C ва D нуқталарининг тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_C = 0$, $v_D = 80\pi$ см/с, v_D вектор x ўққа параллел йўналган; $\omega_C = 320\pi^2$ см/с², ω_C вектор Oyz текислигида OC га перпендикуляр йўналган. D нуқта тезланишининг проекциялари:

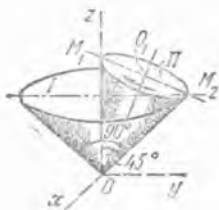
$$\omega_{Dy} = -480\pi^2 \text{ см/с}^2, \omega_{Dz} = -160\sqrt{3}\pi^2 \text{ см/с}^2.$$

19.7. Учидаги бурчаги $\alpha_2 = 45^\circ$ бўлган II конус, учидидаги бурчаги $\alpha_1 = 90^\circ$ бўлган I қўзғалмас конуснинг ички томонида сирғанмай думалайди. Қўзғалувчи конуснинг баландлиги $OO_1 = 100$ см. Қўзғалувчи конус асосининг марказидаги O нуқта $0,5$ с да айлана чизади. II конуснинг z ўқ атрофидаги кўчирма, OO_1 ўқ атрофидаги нисбий ҳаракатлари бурчак тезликлари ва абсолют бурчак тезлиги, шунингдек, унинг абсолют бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_e = 4\pi$ рад/с, ω_e вектор z ўқ бўйлаб йўналган; $\omega_r = 7,39\pi$ рад/с, ω_r вектор OO_1 ўқ бўйлаб йўналган, $\omega_a = 4\pi$ рад/с, ω_a вектор OM_2 ўқ бўйлаб йўналган, $\varepsilon_a = 11,3\pi^2$ рад/с², ε_a вектор x ўқ бўйлаб йўналган.

19.8. Олдинги масала шартларига кўра қўзғалувчи конуснинг O_1 , M_1 ва M_2 нуқталарининг тезликлари ва тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_{O_1} = 153,2\pi$ см/с, $v_1 = 306,4\pi$ см/с; v_{O_1}, v_1 векторлар Ox ўқ



19.7- масалага



19.9- масалага

нинг манфий йўналишига параллел йўналган; $v_2 = 0$, $\omega_{01} = 612,8 \pi^2$ см/с², ω_{01} вектор O_1 дан Oz га ўтказилган перпендикуляр бўйлаб йўналган; M_1 нукта тезланишининг проекциялари:

$$\omega_{1y} = -362 \pi^2 \text{ см/с}^2,$$

$$\omega_{1z} = -865 \pi^2 \text{ см/с}^2, \quad \omega_2 = 1225 \pi^2 \text{ см/с}^2, \quad \omega_2$$

вектор OO_1M_2 текислигида ётади ва OM_2 га перпендикуляр йўналган.

19.9. Радиуси $R = 4\sqrt{3}$ см бўлган диск қўзғалмас O нукта атрофида айланиб, учтидаги бурчаги 60° га тенг бўлган қўзғалмас конус устида ғилдирайди. Дискнинг ўз симметрия ўқи атрофида айланишидаги бурчак тезлиги топилсин; диск A нуктасининг ω_A тезланиши миқдор жиҳатдан ўзгармас бўлиб, 48 см/с^2 га тенг.

Жавоб: $\omega = 2 \text{ рад/с}$.

19.10. Жисм қўзғалмас нукта атрофида ҳаракат қилади. Бирор пайтда унинг бурчак тезлиги, координата ўқларидаги проекциялари $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ га тенг бўлган вектор билан ифодаланади. Шу пайтда жисмнинг координаталари $\sqrt{12}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{28}$ бўлган нуктасининг v тезлиги топилсин.

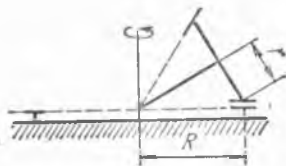
Жавоб: $v = 0$.

19.11. Конус шаклидаги тишли ғилдирак ясси таянч шестерняни бир минутда беш марта айланиб чиқади; конус шаклидаги ғилдирак ўқи таянч шестернянинг геометрик ўқи билан унинг марказида кесишади. Агар таянч шестерня радиуси ғилдирак радиусидан икки марта катта: $R = 2r$ бўлса, ғилдиракнинг ўз ўқи атрофида айланиш бурчак тезлиги ω_r ва оний ўқ атрофида айланиш бурчак тезлиги ω аниқлансин.

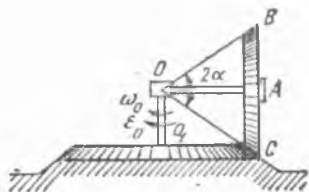
Жавоб: $\omega_r = 1,047 \text{ рад/с}$, $\omega = 0,907 \text{ рад/с}$.

19.12. Жисмнинг бурчак тезлиги $\omega = 7 \text{ рад/с}$; шу пайтда унинг оний ўқи қўзғалмас координата ўқлари билан α , β , γ ўткир бурчаклар ташкил қилади: $\cos \alpha = \frac{2}{7}$, $\cos \gamma = \frac{6}{7}$. Шу пайтда жисмдаги метрлар билан ифодаланган координаталари $0, 2, 0$ бўлган нуктанинг v тезлиги ва бу тезликнинг координата ўқларидаги проекциялари v_x , v_y , v_z , шунингдек, мазкур нуктадан оний ўққача бўлган d масофа топилсин.

Жавоб: $v_x = -12 \text{ м/с}$, $v_y = 0$, $v_z = 4 \text{ м/с}$;
 $v = 12,65 \text{ м/с}$, $d = 1,82 \text{ м}$.



19.11-масалага



19.14-масалага

19.13. Агар жисм $M_1(0, 0, 2)$ нуқтаси тезлигининг жисм билан боғланган координата ўқларидаги проекциялари $v_{x_1} = 1$ м/с, $v_{y_1} = 2$ м/с, $v_{z_1} = 0$ бўлса, $M_2(0, 1, 2)$ нуқта тезлигининг йўналиши эса координата ўқлари билан ташкил қилган бурчакларнинг косинуслари: $-\frac{2}{3}$, $+\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$ билан ифодаланса, жисм оний ўқи тенгламалари ва бурчак тезлигининг миқдори ω топилсин.

Жавоб: $x + 2y = 0$, $3x + z = 0$, $\omega = 3,2$ рад/с.

19.14. OA кривошипга эркин ўрнатилган конуссимон тишли филдирак, қўзғалмас тишли конуссимон асос устида юмалайди. Қўзғалмас O_1O ўқ атрофида айланаётган OA кривошипнинг бурчак тезлик ва бурчак тезланиши (уларнинг йўналишлари расмда кўрсатилган) қийматлари мос равишда ω_0 ва ε_0 га тенг. Юмалаётган филдиракнинг ω бурчак тезлиги ва ε бурчак тезланиши аниқлансин.

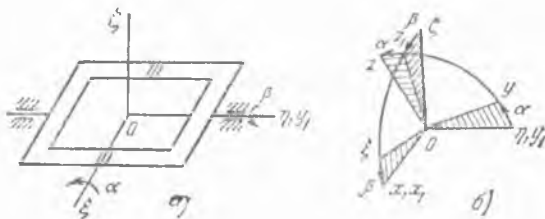
Жавоб: $\omega = \frac{\omega_0}{\sin \alpha} e_1$, $\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{\sin \alpha} e_1 + \omega_0^2 \operatorname{ctg} \alpha e_2$, бунда e_1 — O нуқтадан C нуқтага йўналган бирлик вектор, e_2 эса OAC текислигига перпендикуляр равишда ўқувчига томон йўналган бирлик вектор.

19.15. Олдинги масаланинг шартлари асосида қўзғалмас конус асосининг радиусини R га тенг деб, C ва B нуқталарнинг тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $w_C = \frac{R\omega_0^2}{\sin \alpha} e_3$, $w_B = 2R\varepsilon_0 e_2 + \frac{R\omega_0^2}{\sin \alpha} (e_4 - 2e_3)$. бунда e_3 ва e_4 мос равишда OC ва OB тўғри чизиқларга перпендикуляр бўлиб, расм текислигида ётувчи бирлик векторлар (иккала бирлик вектор ҳам юқорига йўналган).

20-§. Фазовий ориентирлаш; Эйлернинг кинематик формуллари ва уларнинг модификациялари; аксоидлар

20.1. Чайқалаётган кемада сунъий горизонтал майдонча осма қардан ёрдамида вужудга келтирилади. Ташқи ҳалқанинг y_1 айланиш ўқи кеманинг бўйлама ўқига параллел; ташқи ҳалқанинг бурилиш бурчаги β орқали белгиланади (борт чайқалиш бурчаги). Ички рамканинг бурилиш бурчаги α билан белгиланади. Ҳалқаларни ориентирлаш учун учта координаталар системаси киритилади: кема билан боғланган $\xi\eta\zeta$ система (ξ ўқ — ўнг бортга томон, η ўқ — кеманинг



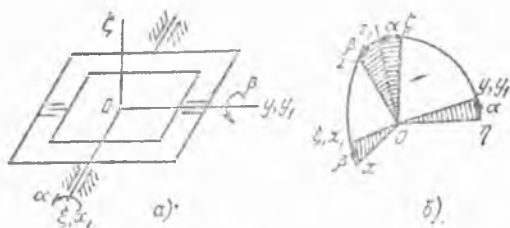
20.1- масалага

тумшугига, ξ ўқ эса палубага перпендикуляр); ташқи ҳалқа билан боғланган $x_1 y_1 z_1$ система (y_1 ўқ η ўқ билан устма-уст тушади); ички ҳалқа билан боғланган $x y z$ система (x ўқ x_1 ўқ билан устма-уст тушади). Бурчаклар ҳисобланадиган мусбат йўналишлар расмдан кўринади; $\alpha = \beta = 0$ бўлганда ҳамма ҳисоб системаси бир-бирига устма-уст тушади. Ички осма ҳалқанинг кемага нисбатан ориентацияси (тегишли йўналтирувчи косинуслари) аниқлансин.

Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos \beta$	0	$-\sin \beta$
y	$\sin \alpha \sin \beta$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha \cos \beta$
z	$\cos \alpha \sin \beta$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha \cos \beta$

20.2. Олдинги масалада баён этилган осма кардани иккинчи усулда ўрнатишда ташқи ҳалқанинг айланиш ўқи кеманинг кўндаланг ўқига параллел қилиб олинган. Шу усулдаги оснида кема билан боғланган ξ ўқ ташқи ҳалқанинг x_1 айланиш ўқи билан мос тушади, ички ҳалқанинг y айланиш ўқи эса ташқи ҳалқа билан мустаҳкам



20.2-масалага

бириктирилган y_1 ўққа мос келади. Энди ташқи ҳалқанинг бурилиш бурчаги (кеманинг узунасига чайқалиш бурчаги) ни α билан, ички ҳалқа бурилиш бурчаги эса β орқали белгиланади. Ички осма ҳалқанинг кемага нисбатан ориентацияси аниқлансин.

Жавоб

	ξ	η	ζ
x	$\cos \beta$	$\sin \alpha \sin \beta$	$-\cos \alpha \sin \beta$
y	0	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
z	$\sin \beta$	$-\sin \alpha \cos \beta$	$\cos \alpha \cos \beta$

20.3. Бигта қўзғалмас O нуқтага эга бўлган қаттиқ jismining ҳолати Эйлернинг учта бурчаклари билан аниқланади: ψ прецессия бурчаги, θ нутадия бурчаги ва ϕ соф айланиш бурчаги (расмга қа-

ранг). *Охуз* қўзғалувчи санок системасининг йўналтирувчи косинус-лари аниқлансин.

Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\psi \cos\theta \cos\varphi - \sin\psi \sin\varphi$	$\sin\psi \cos\theta \cos\varphi + \cos\psi \sin\varphi$	$-\sin\theta \cos\varphi$
y	$-\cos\psi \cos\theta \sin\varphi - \sin\psi \cos\varphi$	$-\sin\psi \cos\theta \sin\varphi + \cos\psi \cos\varphi$	$\sin\theta \sin\varphi$
z	$\cos\psi \sin\theta$	$\sin\psi \sin\theta$	$\cos\theta$

20.4. Эйлер бурчакларининг ўзгариш тезлигини билган ҳолда жисмнинг бурчак тезлиги ҳамда унинг $O\xi\eta\zeta$ қўзғалмас ва *Охуз* қўзғалувчи координаталар системаси ўқларидаги проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}\dot{\varphi}\cos\theta}$,

$$\omega_{\xi} = \dot{\varphi} \sin\theta \cos\psi - \dot{\theta} \sin\psi,$$

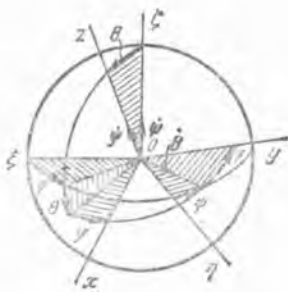
$$\omega_{\eta} = \dot{\varphi} \sin\theta \sin\psi + \dot{\theta} \cos\psi,$$

$$\omega_{\zeta} = \dot{\varphi} \cos\theta + \dot{\psi};$$

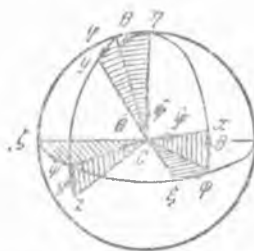
$$\omega_x = -\dot{\psi} \sin\theta \cos\varphi + \dot{\theta} \sin\varphi, \quad \omega_y = \dot{\psi} \sin\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi,$$

$$\omega_z = \dot{\psi} \cos\theta + \dot{\varphi}.$$

20.5. Самолётнинг айланма ҳаракатини аниқлаш учун y билан *Схуз* ортогонал координаталар системасини боғлаб, x ўқни самолёт ўқи бўйлаб қўйруғидан учувчи кабинасига томон йўналтирилади, y ўқ самолётнинг симметрия текислигида олинади, z ўқни эса қанот бўйлаб учувчига нисбатан ўнг томонга йўналтирилади (C — самолётнинг оғирлик маркази). Самолётнинг $C\xi\eta\zeta$ системага нисбатан бурчак силжишлари (ξ — горизонтал ўқ самолётнинг курси йўналишида, η — вертикал юқорига, ζ — горизонтал ўқ эса ξ ва η ўқларга перпендикуляр) расмда кўрсатилгандек, самолёт-бурчаклари: ψ — оғиш бурчаги, θ тангаж бурчаги ва φ — крен бурчаклари билан аниқлана-



20.3 ва 20.4-масалага



20.5 ва 20.6-масалага

ди. Самолёт (*Схуз* ҳисоб системаси) нинг $C\xi\eta\zeta$ учёқликка нисбатан ориентацияси аниқлансин.

Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\psi \cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\psi \cos\theta$
y	$\sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \sin\theta \cos\varphi$	$\cos\theta \cos\varphi$	$\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi$
z	$\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi$	$-\cos\theta \sin\varphi$	$\cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \sin\theta \sin\varphi$

20.6. Самолёт-бурчакларининг ўзгариш тезлигини билган ҳолда, самолёт бурчак тезлигининг *Схуз* ва $C\xi\eta\zeta$ координаталар системалари ўқларидаги проекциялари аниқлансин (олдинги масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб:

$$\omega_x = \dot{\psi} \sin\theta + \dot{\varphi}, \quad \omega_y = \dot{\psi} \cos\theta \cos\varphi + \dot{\theta} \sin\varphi,$$

$$\omega_z = -\dot{\psi} \cos\theta \sin\varphi + \dot{\theta} \cos\varphi;$$

$$\omega_\xi = \dot{\varphi} \cos\psi \cos\theta + \dot{\theta} \sin\psi,$$

$$\omega_\eta = \dot{\varphi} \sin\theta + \dot{\psi},$$

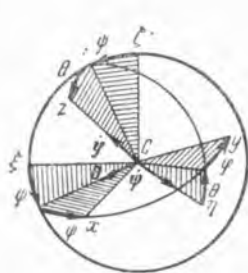
$$\omega_\zeta = -\dot{\varphi} \sin\psi \cos\theta + \dot{\theta} \cos\psi.$$

20.7. Кеманинг курсдаги ҳаракати барқарорлигини ва чайқалишини текшириш учун кема-бурчаклари киритилади: ψ — дифферент, θ — крен ва φ — оғиш бурчаклари; *Схуз* sanoқ системаси кемага қаттиқ қилиб боғланган, C — кеманинг оғирлик маркази, x ўқ — қуйруқдан тумшукқа, y ўқ — чап бортга йўналган, z — палубага перпендикуляр; $C\xi\eta\zeta$ координаталар системаси кеманинг курсига нисбатан ориентирланади: ζ ўқ — вертикал, ξ горизонтал ўқ — курс бўйлаб, η горизонтал ўқ — курсдан чапга томон (расмда А. Н. Крилов томонидан киритилган ўқлар системаси тасвирланган). Кеманинг *Схуз* координата ўқларининг $C\xi\eta\zeta$ учёқликка нисбатан ориентацияси аниқлансин.

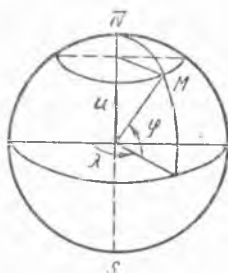
Жавоб:

	ξ	η	ζ
x	$\cos\psi \cos\varphi + \sin\psi \sin\theta \sin\varphi$	$\cos\theta \sin\varphi$	$-\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi$
y	$-\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi$	$\cos\theta \cos\varphi$	$\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \sin\theta \cos\varphi$
z	$\sin\psi \cos\theta$	$-\sin\theta$	$\cos\psi \cos\theta$

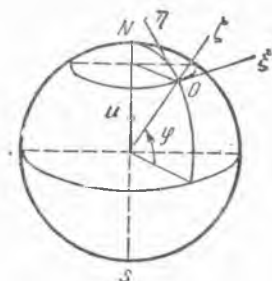
20.8. Кема — бурчакларининг ўзгариш тезликларини билган ҳолда кема бурчак тезлигининг *Схуз* ва $C\xi\eta\zeta$ sanoқ системаси ўқларидаги проекциялари аниқлансин (олдинги масалага берилган расмга қаранг).



20.7 ва 20.8- масалага



20.9- масалага



20.10- масалага

Жавоб:

$$\omega_x = \dot{\psi} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi,$$

$$\omega_y = \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi,$$

$$\omega_z = -\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\varphi},$$

$$\omega_\xi = \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\varphi} \sin \psi \cos \theta,$$

$$\omega_\eta = \dot{\psi} - \dot{\varphi} \sin \theta,$$

$$\omega_\zeta = -\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\varphi} \cos \psi \cos \theta$$

20.9. M нуқта (самолёт, кеманинг сғирлик маркази) R^* радиусли шар сифатида қабул қилинадиган Ер сирти бўйлаб ҳаракатланади; нуқта тезлигининг шарқий тузувчиси v_E га, шимоллий тузувчиси v_N га тенг. M нуқта ҳолатининг φ кенглиги ва λ узоқлиги ўзгаришининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\dot{\varphi} = \frac{v_N}{R}$, $\dot{\lambda} = \frac{v_E}{R \cos \varphi}$; v_E ва v_N нинг мусбат қийматларида φ тузувчи ғарбга томон, λ тузувчи эса Жанубий қутбдан Шимоллий қутбга томон Ернинг SN айланиш ўқи бўйлаб йўналган.

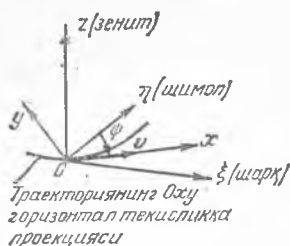
20.10. Жисмлар (самолётлар, ракеталар, кемалар) ва уларга ўрнатилган асбобларнинг Ер сиртига яқин жойдаги ҳаракатини ўрганиш учун ҳаракатланувчи координаталар учёқлиги — Дарбу учёқлиги киритилади. $O\xi\eta\zeta$ Дарбу учёқлигини географик ориентирлашда ξ горизонтал ўқни — шарққа, η горизонтал ўқни — шимолга, ζ ўқни — вертикал юқорига йўналтирилади. Агар $O\xi\eta\zeta$ учёқлик учини (O нуқтаси) нинг Ерга нисбатан тезлиги проекциялари $v_\xi = v_E$, $v_\eta = v_N$, $v_\zeta = 0$ бўлса, шу учёқлик бурчак тезлигининг ξ , η , ζ ўқлардаги проекциялари аниқлансин; Ернинг айланиш бурчак тезлиги U га тенг, Ернинг радиуси — R .

Жавоб: $\omega_\xi = -\dot{\varphi} = -\frac{v_N}{R}$,

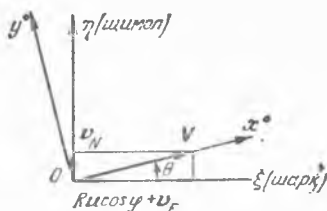
$$\omega_\eta = (U + \dot{\lambda}) \cos \varphi = \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) \cos \varphi,$$

$$\omega_\zeta = (U + \dot{\lambda}) \sin \varphi = \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) \sin \varphi.$$

* Бу ерда ва бундан кейин Ернинг қисилишини ҳисобга олмаймиз.



20.11- масалага



20.12- масалага

20.11. Охуз Дарбу учёқлиги, олдинги масалалагидек Ер сиртига географик ориентирланмасдан, балки учёқлик асосининг Ерга нисбатан траекторияси бўйлаб: x ўқ — горизонтал равишда учёқлик O (самолёт, кеманинг оғирлик маркази) учининг Ерга нисбатан v тезлиги бўйлаб, y ўқ горизонтал равишда x ўқдан чапга, z ўқ эса вертикал юқорига йўналтирилади. Агар O нуқтанинг тезлиги v га тенг, ҳаракатланиш курси эса ψ бурчак (шимолга томон йўналиш билан O нуқта нисбий тезлиги орасидаги бурчак) орқали аниқланса, Охуз учёқлик бурчак тезлигининг проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_x = U \cos \varphi \cos \psi$; $\omega_y = U \cos \varphi \sin \psi + v/R$;

$$\omega_z = (U + \lambda) \sin \varphi + \psi = U \sin \varphi + v/r.$$

Бу ерда, R , U , φ ва λ 20.9, 20.10- масалаларда киритилган қийматларни олади, ρ эса — траекториянинг геодезик эгрилик радиуси ($\psi < 0$ да $\rho > 0$, $\psi > 0$ ҳолда $\rho < 0$).

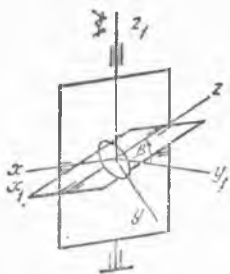
20.12. $Ox^0y^0z^0$ Дарбу учёқлиги Ернинг сиртида қуйидагича ориентирланган: x^0 ўқ — O нуқтанинг V абсолют тезлиги бўйлаб (y Ер сирти бўйлаб ҳаракатланади деб қаралади). y^0 горизонтал ўқни — x^0 ўқдан чапга, z^0 ўқ вертикал йўналтирилади. Агар O нуқтанинг Ерга нисбатан тезлигининг ташкил этувчилари v_E ва v_N га тенг бўлса, $Ox^0y^0z^0$ учёқлик бурчак тезлигининг проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{x^0} = 0$, $\omega_{y^0} = \frac{V}{R}$, $\omega_{z^0} = (U + \lambda) \sin \varphi + \theta$, бу ерда R U , φ ва λ 20.9, 20.10- масалаларда киритилган қийматларга эга.

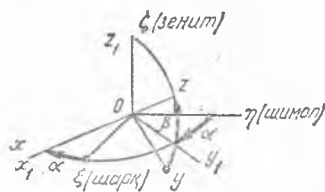
$$V = \sqrt{(v_E + RU \cos \varphi)^2 + v_N^2} \quad \text{ва} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{v_N}{v_E + RU \cos \varphi}.$$

20.13. Йўналиш гироскопи осма карданда ўрнатилган. x_1 y_1 z_1 координаталар системаси ташқи рамка (унинг айланиш ўқи — вертикал) билан боғланган, хуз система ички рамка (унинг x айланиш ўқи — горизонтал) билан маҳкамланган. Ички рамканинг z ўқи бир вақтда гироскопнинг соф айланиш ўқи ҳамдир.

1) Ташқи рамканинг (y_1 ўқининг) бурилиши меридиан текислиги (η ξ текислиг) дан соат стрелкаси йўналиши бўйлаб ҳисобланиб, α бурчак билан аниқланади, z ўқининг горизонтдан кўтарилиши эса β бурчак билан аниқланади деб, гироскоп айланиш ўқи z нинг географик ориентирланган ξ η ξ ўқларга нисбатан (20.10- масалага қаранг) ориентацияси топилсин. 2) гироскоп илинган O нуқтани Ерга



28.13- масалага



20.14- масалага

нисбатан қўзғалмас ҳисоблаб, x, y, z учёқлик айланиши бурчак тезлигининг x, y, z ўқлардаги проекциялари аниқлансин.

Жавоб: 1)

	ξ	η	ζ
z	$\sin \alpha \cos \beta$	$\cos \alpha \cos \beta$	$\sin \beta$

2) $\omega_x = \dot{\beta} - U \cos \varphi \sin \alpha$, $\omega_y = \dot{\alpha} \cos \beta + U (\cos \varphi \cos \alpha \sin \beta - \sin \varphi \cos \beta)$, $\omega_z = \dot{\alpha} \sin \beta + U (\cos \varphi \cos \alpha \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta)$, бунда U — Ер айланишининг бурчак тезлиги, φ — жойнинг кенглиги.

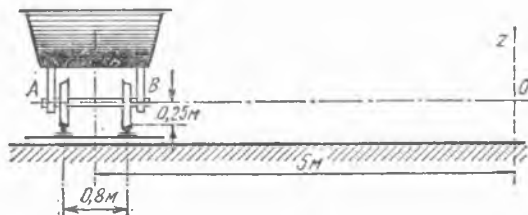
20.14. Олдинги масаланинг шартларига асосан осиш нуқтаси тезлигининг шимолӣ ва шарқӣ тузувчилари мос равишда v_N ва v_E га тенг бўлганда x, y, z учёқлик айланиши бурчак тезлигининг проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_x = \dot{\beta} - \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) \cos \varphi \sin \alpha - \frac{v_N}{R} \cos \alpha$, $\omega_y = \dot{\alpha} \cos \beta + \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) (\cos \varphi \cos \alpha \sin \beta - \sin \varphi \cos \beta) - \frac{v_N}{R} \sin \alpha \sin \beta$, $\omega_z = \dot{\alpha} \sin \beta + \left(U + \frac{v_E}{R \cos \varphi} \right) (\cos \varphi \cos \alpha \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta)$, бу ерда R — Ернинг радиуси.

20.15. Жисмнинг қўзғалмас нуқта атрофидаги ҳаракати Эйлер бурчаклари: $\varphi = 4t$, $\theta = \frac{\pi}{2} - 2t$, $\psi = \frac{\pi}{3}$ билан берилган. Қўзғалмас x, y, z ўқларга нисбатан бурчак тезлик годографиини чизувчи нуқтанинг координаталари, жисмнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $x = \omega_x = 2\sqrt{3} \cos 2t$, $y = \omega_y = -2\sqrt{3} \sin 2t$, $z = \omega_z = 0$, $\omega = 2\sqrt{3}$ рад/с, $\varepsilon = 4\sqrt{3}$ рад/с².

20.16. Эгрилик радиусининг ўртача қиймати 5 м га тенг бўлган горизонтал йўлда ғилдиравчи; вагон ташқи ғилдирагининг қўзғалмас ва қўзғалувчи аксоидлари топилсин; вагон ғилдирагининг радиуси 0,25 м, рельслар орасидаги масофа 0,8 м.



20.16- масалага

Изоҳ. Гилдирак вагон билан бирга йўлнинг эгрилик марказидан ўтган вертикал Oz ўқ атрофида ва вагонга нисбатан AB ўқ атрофида айланади, яъни қўзғалмас O нуқта атрофида айланади.

Жавоб: Қўзғалмас аксоид — ўқи Oz ўқига тўғри келувчи ва учидаги бурчаги $\alpha = 2 \arctg 21,6 = 174^\circ 42'$ га тенг бўлган конус. Қўзғалувчи аксоид — ўқи AB ва учидаги бурчаги $\beta = 2 \arctg 0,0463 = 5^\circ 18'$ бўлган конус.

20.17. Жисмнинг қўзғалмас нуқта атрофидаги ҳаракати Эйлер бурчаклари ёрдамида қуйидаги тенгламалар билан берилган: $\varphi = nt$, $\psi = \frac{\pi}{2} + ant$, $\theta = \frac{\pi}{3}$, a ва n ўзгармас миқдорлар. Жисм бурчак тезлиги ва бурчак тезланишининг қўзғалмас ўқлардаги проекциялари аниқлансин. Шунингдек, a параметрнинг шундай қиймати кўрсатилсинки, бунда жисмнинг қўзғалмас аксоиди Oxy текислиги бўлсин.

Жавоб: $\omega_x = \frac{n\sqrt{3}}{2} \cos ant$, $\omega_y = \frac{n\sqrt{3}}{2} \sin ant$, $\omega_z = n\left(a + \frac{1}{2}\right)$;
 $\epsilon_x = -\frac{an^2\sqrt{3}}{2} \sin ant$,
 $\epsilon_y = \frac{an^2\sqrt{3}}{2} \cos ant$,
 $\epsilon_z = 0$; $a = -\frac{1}{2}$.

20.18. Жисмнинг ҳолатини аниқлайдиган Эйлер бурчаклари қуйидаги қонун (регуляр прецессия):

$$\psi = \psi_0 + n_1 t, \quad \theta = \theta_0, \quad \varphi = \varphi_0 + n_2 t$$

бўйича ўзгаради, бу ерда ψ_0 , θ_0 , φ_0 — бурчакларнинг бошланғич қийматлари, n_1 ва n_2 — тегишли бурчак тезликларга мос келувчи ўзгармас сонларга тенг. Жисмнинг ω бурчак тезлиги, қўзғалмас ва қўзғалувчи аксоидлар аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + 2n_1 n_2 \cos \theta_0}$; қўзғалмас аксоид — учидаги бурчаги $2 \arcsin \frac{n_2 \sin \theta_0}{\omega}$, ўқи ζ бўлган $\xi^2 + \eta^2 - \frac{n_2^2 \sin^2 \theta_0}{(n_2 \cos \theta_0 + n_1)^2} \zeta^2 = 0$ доиравий конус; қўзғалувчи аксоид — учидаги бурчаги $2 \arcsin \frac{n_1 \sin \theta_0}{\omega}$, ўқи z бўлган $x^2 + y^2 - \frac{n_1^2 \sin^2 \theta_0}{(n_1 \cos \theta_0 + n_2)^2} z^2 = 0$ доиравий конус.

21-§. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари

21.1. Ҳаракати $x_1 = 2 \cos(\pi t + \pi/2)$, $x_2 = 3 \cos(\pi t + \pi)$ тенгламалар билан ифодаланувчи иккита гармоник тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракати тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = \sqrt{13} \cos(\pi t + \alpha)$, бунда $\alpha = \arctg 2/3 = 33^\circ 40'$.

21.2. Ёзиб олувчи мосламанинг барабани ω_0 бурчак тезлик билан бир текис айланади. Барабанининг радиуси r . Ўзиёзар, вертикал йўналишда $y = a \sin \omega_1 t$ қонун билан ҳаракатланувчи деталь билан бирлаштирилган. Қоғоз лентада перо ёзиб олган эгри чизиқнинг тенгламаси топилинсин.

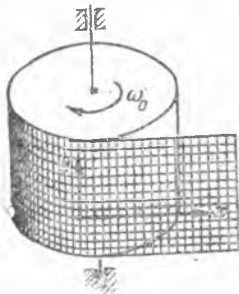
Жавоб; $y = a \sin \frac{\omega_1 x}{\omega_0 r}$.

21.3. Айланувчи краннинг $O_1 O_2$ ўқ атрофида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан айланишида A юк B барабанга ўралган канат ёрдамида юқорига кўтарилади. r радиусли B барабан ω_2 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар краннинг қулочи d га тенг бўлса, юкнинг абсолют ҳаракати траекторияси аниқлансин.

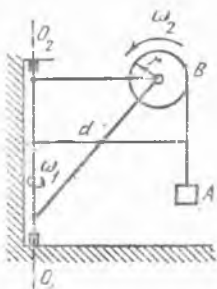
Жавоб: Тенгламаси $x = d \cos \frac{\omega_1 z}{\omega_2 r}$, $y = d \sin \frac{\omega_1 z}{\omega_2 r}$ бўлган винт чизиғи, x ўқ $O_1 O_2$ ўқ ва юкнинг бошланғич ҳолати орқали ўтади, z ўқ краннинг айланиш ўқи бўйлаб юқорига йўналган.

21.4. Юкни кўтариш ва кранни силжитиш механизмларининг ишларини бирлаштиришда A юк горизонтал ва вертикал йўналишларда силжийди. $r = 0,5$ м радиусли B барабанга ўралган канат воситасида A юк ушлаб турилади. B барабан ишга туширилишида $\omega = 2\pi$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Кран горизонтал йўналишда $v = 0,5$ м/с доимий тезлик билан силжийди. Агар юкнинг бошланғич координаталари $x_0 = 10$ м, $y_0 = 6$ м бўлса, унинг абсолют траекторияси аниқлансин.

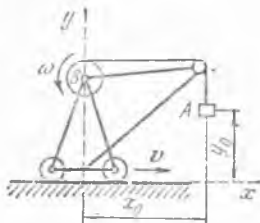
Жавоб; $y = \frac{x - x_0}{v} \omega r + y_0 = 6,28x - 56,8$.



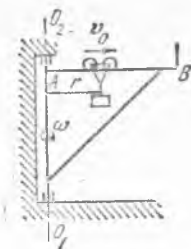
21.2- масалага



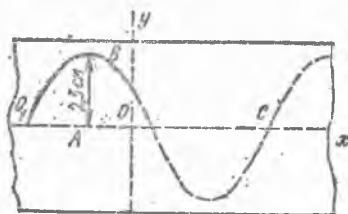
21.3- масалага



21.4- масалага



21.5- масалага



21.6- масалага

21.5. Айланувчи краннинг AB стреласи O_1O_2 ўқ атрофида ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Горизонтал стрела бўйлаб A дан B га томон, тележка v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Агар бошланғич пайтда тележка O_1O_2 ўқда бўлса, унинг абсолют траекторияси аниқлансин.

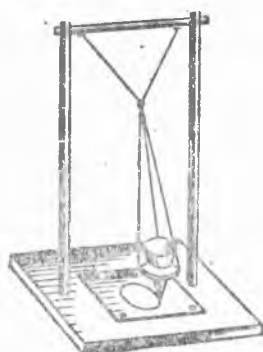
Жавоб: Траектория $r = \frac{v_0}{\omega} \varphi$ — Архимед спиралидан иборат, бунда r — тележканинг айланиш ўқидан ҳисобланган масофаси, φ — краннинг O_1O_2 ўқ атрофида айланиш бурчаги.

21.6. Тебранма ҳаракатни ёзиш учун хизмат қиладиган асбобнинг лентаси Ox ўқ йўналишида 2 м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Oy ўқ бўйлаб тебранувчи жисм лентада энг катта ординатаси $AB = 2,5$ см, узунлиги $O_1C = 8$ см бўлган синусоида чизади. Синусоиданинг O_1 нуқтаси жисмнинг $t = 0$ пайтдаги ҳолатига тўғри келади деб ҳисоблаб, жисм тебранма ҳаракатининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: $y = 2,5 \sin(50 \pi t)$ см.

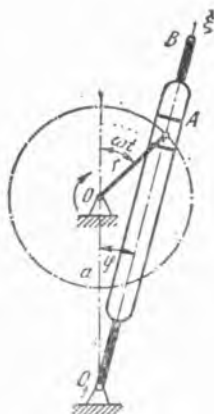
21.7. Трамвай тўғри чизиqli горизонтал йўл участкасида $v = 5$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади; шу билан бир вақтда, трамвай кузови рессораларда амплитудаси $a = 0,008$ м ва даври $T = 0,5$ с бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади. Кузов оғирлик марказидан йўл полотносигача бўлган ўртача масофа $n = 1,5$ м бўлса, оғирлик маркази траекториясининг тенгламаси топилсин. $t = 0$ бўлганда оғирлик маркази ўрта ҳолатда туради ва тебраниш тезлиги юқорига йўналган. Ox ўқ горизонтал равишда полотно бўйлаб ҳаракат томонига, Oy ўқ эса оғирлик марказининг $t = 0$ пайтдаги вазияти орқали вертикал юқорига йўналтирилсин.

Жавоб: $y = 1,5 + 0,008 \sin 0,8 \pi x$.

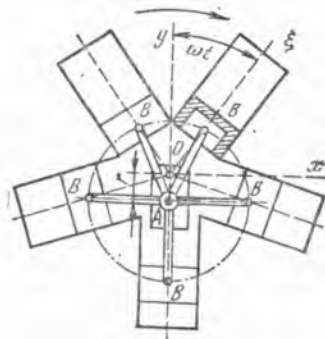


21.8- масалага

21.8. Тебраниш частотаси бир хил, лекин амплитуда ва фазалари ҳар хил бўлган ўзаро тик иккита гармоник тебранма ҳаракат қилувчи қўшалок маятник учи мураккаб



21.13- масалага



21.14- масалага

2) Агар A қисмида чап, B қисмида эса ўнг резбa очилса, асбобнинг кўрсатиши қандай ўзгаради?

Жавоб: 1) $s = \frac{1}{n} (h_1 - h_2) = 0,0005 \text{ мм};$

2) $s = \frac{1}{n} (h_1 + h_2) = 0,0045 \text{ мм}.$

21.13. Рандаш станогининг тезлаштирувчи механизми иккита ўзаро параллел O ва O_1 вал, OA кривошип ва O_1B кулисадан иборат. OA кривошипнинг учи O_1B кулисанинг кесик изи бўйлаб сирганувчи ползун билан шарнир ёрдамида бириктирилган. Ўзунлиги r бўлган OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади, валлар орасидаги масофа $OO_1 = a$. Ползуниинг кулиса ариқчасидаги нисбий ҳаракатининг тенгламаси ва кулисанинг айланиш тенгламаси топилин.

Жавоб: $\xi = \sqrt{a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t}, \quad \tan \varphi = \frac{r \sin \omega t}{a + r \cos \omega t}.$

21.14. Расмда схема тарзида кўрсатилган ротатив двигателда қартерга бириктирилган цилиндрлар қартер билан бирга валининг O қўзғалмас ўқи атрофида айланадилар, поршенларнинг шатунилари эса қўзғалмас OA кривошипнинг A палеи атрофида айланадилар. Цилиндрлар ω бурчак тезлик билан айланса:

1) поршенлардаги B нуқталарнинг абсолют ҳаракатининг траекторияси ва 2) B нуқталарнинг цилиндрларга нисбатан нисбий ҳаракатининг тақрибий тенгламаси кўрсатилсин. Берилган; $OA = r$ ва $AB = l$, Ox ва Oy ўқлар валининг марказидан бошланади. $\lambda = r/l$ жуда кичик миқдор деб қабул қилинган.

Жавоб: 1) $x^2 + (y + r)^2 = l^2$ — айлана,

2) $\xi = l(1 - \lambda \cos \omega t - \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \omega t).$

21.15. Ўтлоқ тепасида муаллақ турган вертолёт юк ташлайди ва шу моментнинг ўзида горизонтал сиртга нисбатан α бурчак ос-

тидаги йўналишда v_0 тезлик билан ҳаракатлана бошлайди. Юкнинг вертолётга нисбатан ҳаракат тенгламалари ва траекторияси топилсин (нисбий координаталар системаси ўқлари вертолётнинг оғирлик марказидан унинг горизонтал курси бўйлаб ва вертикал пастга йўналтирилган).

Жавоб: $x_r = -v_0 t \cos \alpha$, $y_r = gt^2/2 + v_0 t \sin \alpha$.

Траектория — парабола:

$$y_r = -x_r \operatorname{tg} \alpha + \frac{gx_r^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

22-§. Нуқта тезликларини қўшиш

22.1. Кема v_0 тезлик билан тўғри чизиqli ҳаракат қилади. Денгиз сатҳидан h баландлик ва ўша курс билан v_1 тезликда самолёт учиб боради. Самолётдан ташланган вимпел кемага тушиши учун вимпелни горизонтал бўйича ҳисобланувчи қандай l масофада ташлаш керак? Ҳавонинг вимпел ҳаракатига кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l = (v_1 - v_0) \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

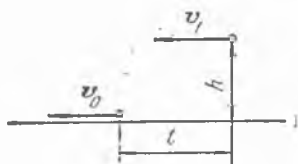
22.2. Олдинги масала самолёт ўша тезлик билан кема ҳаракати-га қарама-қарши учиб бораётган ҳол учун ечилсин.

Жавоб: $l = (v_1 + v_0) \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

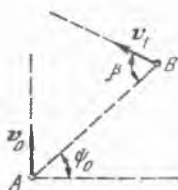
22.3. А нуқтадан ўтаётган кема йўналиши ва миқдори ўзгармас бўлган v_0 тезлик билан ҳаракатланади. Катер В нуқтадан йўналиши ва миқдори ўзгармас бўлган v_1 га тенг тезлик билан ҳаракатланиб кема билан учрашиши учун, катер АВ тўғри чизиққа нисбатан қандай β бурчак остида ҳаракатлана бошлаши керак? АВ чизиқ кема курсига тик йўналиш билан ψ_0 бурчак ташкил қилади.

Жавоб: $\sin \beta = \frac{v_0}{v_1} \cos \psi_0$.

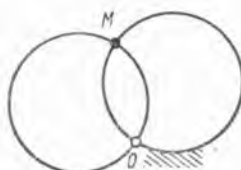
22.4. Олдинги масалада кема ва катер орасидаги дастлабки АВ масофа l га тенг; катернинг кема билан учрашишига кетадиган Т вақт аниқлансин.



22.1- масалага



22.3- масалага



22.5- масалага

$$\text{Жавоб: } T = \frac{l}{v_0 \sin \psi_0 + \sqrt{v_1^2 - v_0^2 \cos^2 \psi_0}} = \frac{l}{v_0} \frac{\sin \beta}{\cos(\psi_0 - \beta)} = \\ = \frac{l}{v_1} \frac{\cos \psi_0}{\cos(\psi_0 - \beta)}.$$

22.5. Айлана сим ўзининг текислигида O қўзғалмас шарнирга нисбатан ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бу айлананинг худди шундай R радиусли, O шарнирдан ўтувчи қўзғалмас айлана билан кесишиш нуқтаси M қандай ҳаракатланади?

Жавоб: Кесишиш нуқтаси айланаларнинг ҳар бирини ωR га тенг ўзгармас тезлик билан айланиб чиқади.

22.6. Кема ЮВ (жанубий-шарқ) курсида a узелга тенг тезлик билан боради, шу вақтда мачтадаги флюгер В (шарқ) шамолни кўрсатади. Кема тезлигини $a/2$ узелгача камайтирганда флюгер СВ (шимолий-шарқ) шамолни кўрсатади.

Шамолнинг йўналиши ва тезлиги аниқлансин.

Изоҳ: Курснинг номи кема қайси томонга кетаётганини, шамолнинг номи унинг қайси томондан эсаётганини кўрсатади.

Жавоб: Шимолдан; $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ узел.

22.7. Шамол пайтида самолётнинг ўз тезлигини аниқлаш учун Ерда маълум l узунликдаги тўғри чизиқ белгиланади, бу чизиқнинг учлари юқоридан яхши кўриниб туриши керак. Белгиланган тўғри чизиқ йўналиши шамол йўналиши билан бир хил бўлиши керак. Шу чизиқ бўйлаб самолёт олдин шамол йўналишида t_1 с давомида, кейин шамолга қарши йўналишида t_2 с давомида учиб ўтди. Самолётнинг ўз тезлиги v ва шамол тезлиги V аниқлансин.

Тушунтириш: Самолётнинг ўз тезлиги деб самолётнинг ҳавога нисбатан олган тезлигига айтилади.

Жавоб: $v = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)$ м/с, $V = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right)$ м/с.

22.8. Шамол пайтида самолётнинг ўз тезлиги v ни аниқлаш учун ерда, томонлари $BC = l_1$, $CA = l_2$, $AB = l_3$ метр бўлган ABC учбурчак полигон белгиланади. Полигоннинг ҳар бир томонида учиб вақти t_1 , t_2 , t_3 с белгиланган. Самолётнинг ўз тезлиги v (унинг миқдори ўзгармас деб фараз қилинсин) ва шамол тезлиги V аниқлансин. Масала график усул билан ечилсин.

Жавоб: Ихтиёрый M нуқтадан тегишлича $\frac{l_1}{t_1}$, $\frac{l_2}{t_2}$, $\frac{l_3}{t_3}$ га тенг ва полигоннинг BC , CA ва AB томонларига параллел бўлган учта вектор ўтказилади. Самолёт тезлиги v нинг миқдори шу векторлар учларидан ўтувчи айлана радиуси билан аниқланади. Шамол тезлиги MO вектор билан аниқланади.

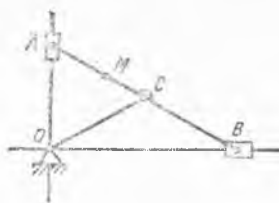
22.9. Горизонтал йўлда 72 км/соат тезлик билан бораётган автомобилдаги пассажир кабинанинг ён ойнасига тушган ёмғир томчисининг вертикалга нисбатан 40° га тенг бурчакка оған траекториясини кузатади. Вертикал тушаётган ёмғир томчисининг абсолют тез-



22.8- масалага



22.12- масалага



лиги аниқлансин. Томчи билан ойна орасидаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v = \frac{v_e}{\tan 40^\circ} = 23,8 \text{ м/с.}$

22.10. Дарё қирғоқлари параллел; қайиқ A нуқтадан чиқиб, қирғоқларга тик курс олди ва жунаганидан 10 минут кейин нариги қирғоққа бориб етди. Бунда у, A нуқтадан дарёнинг оқими бўйлаб ҳисоблаганда 120 м пастдаги C нуқтага келди. A нуқтадан чиқиб, қирғоққа тик бўлган AB тўғри чизиқда ётувчи B нуқтага келиш учун, қайиқ AB тўғри чизиққа нисбатан қандайдир бурчак остида ва оқимга қарши курс олиши керак; бу ҳолда қайиқ нариги қирғоққа, 12,5 минутда етади. Дарё кенглиги l , қайиқнинг сувга нисбатан нисбий тезлиги u ва дарё оқимининг тезлиги v аниқлансин.

Жавоб: $l = 200 \text{ м, } u = 20 \text{ м/мин, } v = 12 \text{ м/мин.}$

22.11. Кема $36\sqrt{2}$ км/соат тезлик билан жанубга қараб сузмоқда. Иккинчи кема жануби-шарққа қараб курс олиб, 36 км/соат тезлик билан бормоқда. Биринчи кема палубасида турган кузатувчи томонидан аниқланадиган иккинчи кема тезлигининг йўналиши ва миқдори топилин.

Жавоб: $v_r = 36 \text{ км/соат } v_r$ шимоли-шарққа йўналган.

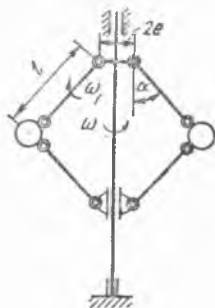
22.12. AB эллипсограф линейкаси, O ўқ атрофида ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланивчи OC стержень билан ҳаракатга келтирилади. Бундан ташқари яхлит механизмнинг ўзи ҳам йўналтирувчилари билан биргаликда O нуқта орқали расм текислигига тик ўтадиган ўқ атрофида ω_0 га тенг бурчак тезлик билан айланади. OC стержень билан яхлит механизм айланиши қарама-қарши йўналишда содир бўлади, деб ҳисоблаб линейка ихтиёрий M нуқтаси абсолют тезлигини $MA = l$ масофанинг функцияси сифатида топилин.

Жавоб: $v_M = (AB - 2l)\omega_0.$

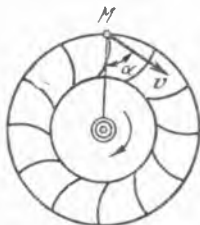
22.13. Олдинги масала иккала айланиш ҳам битта йўналишда содир бўладиган ҳол учун ечилсин.

Жавоб: v_M тезлик M нуқтанинг ҳолатига боғлиқ эмас ва $AB \cdot \omega_0$ га тенг.

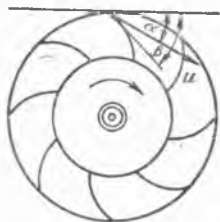
22.14. Уаттнинг марказдан қочма регуляторининг шарлари вертикал ўқ атрофида $\omega = 10 \text{ рад/с}$ бурчак тезлик билан айланади. Машинанинг нарузкаси ўзгаргани учун шарлар шу ўқдан узоқлашади; бу ҳолда шарлар бириктирилган стерженларнинг стер-



22.14- масалага



22.15- масалага



22.16- масалага

женлар осилган ўқлар атрофида айланиш бурчак тезлиги $\omega_1 = 1,2$ рад/с дан иборат. Стерженларнинг узунлиги $l = 0,5$ м, улар осилган ўқлар орасидаги масофа $2e = 0,1$ м. Стерженларнинг регулятор ўқи билан ҳосил қилган бурчаклари $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 30^\circ$ бўлган пайт учун шарларнинг абсолют тезлиги топилсин.

Жавоб: $v = 3,06$ м/с.

22.15. Гидравлик турбинада, сув йўналтирувчи аппаратдан айланивчи ишчи филдиракка тушади. Сув зарб билан кирмаслиги учун филдиракнинг кураклари шундай ўрнатилганки, кирадиган сув заррасининг нисбий тезлиги v , куракка уринма бўлиб йўналади. Кираётган сув заррасининг абсолют тезлиги $v = 15$ м/с. Абсолют тезлигининг филдирак радиуси билан ҳосил қилган бурчаги $\alpha = 60^\circ$, филдиракнинг бурчак тезлиги π рад/с, сув кирадиган жой радиуси $R = 2$ м. Филдиракнинг ташқи тўғнидаги сув заррасининг (кириш пайтидаги) нисбий тезлиги топилсин.

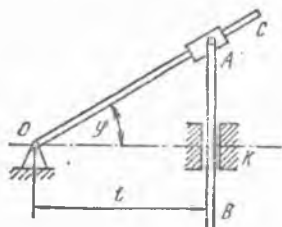
Жавоб: $v_r = 10,06$ м/с, $(v_r, \wedge R) = 41^\circ 50'$.

22.16. Сув зарралари турбинага u тезлик билан киради. u тезлик ва зарралар кирадиган нуқтада роторга ўтказилган уринма орасидаги бурчак α га тенг. Роторнинг ташқи диаметри D , минутдаги айланишлар сони n . Сув турбинага зарбасиз кириши учун (зарраларнинг нисбий тезлиги бунда кураклар бўйлаб йўналиши керак) ротор кураги билан сувнинг кириш нуқтасидаги уринма орасидаги β бурчак қанча бўлиши аниқлансин.

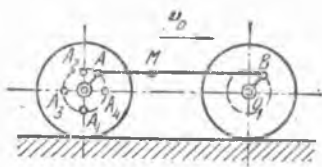
Жавоб: $\operatorname{tg} \beta = \frac{60 u \sin \alpha}{60 u \cos \alpha - \pi D n}$.

22.17. Кулисали механизмда ОС кривошипнинг расм текислигига перпендикуляр бўлган О ўқ атрофида тебраниши латинжасида, А ползун ОС кривошип бўйлаб сурилиб, вертикал К йўналтирувчиларда ҳаракатланувчи АВ стерженни ҳаракатга келтиради. Масофа $OK = l$ А ползуннинг ОС кривошипга нисбатан ҳаракатидаги тезлиги кривошипнинг бурчак тезлиги ω ва айланиш бурчаги φ функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v_r = \frac{l \omega \operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi}$.



22.17- масалага



22.18- масалага

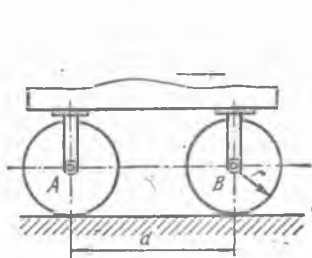
22.18. AB спарник бирор M нуқтасининг абсолют тезлиги топилинсин; спарник O ва O_1 ўқлардаги OA ва O_1B кривошипларни туташтиради; филдиракларнинг радиуслари бир хил: $R = 1$ м; кривошипнинг радиуслари: $OA = O_1B = 0,5$ м. Экипажнинг тезлиги $v_0 = 20$ м/с. M нуқтанинг тезлиги OA ва O_1B кривошиплар ё вертикал ёки горизонтал бўлган тўрт ҳолат учун аниқлансин. Филдираклар рельсларда сирғанмай думалайди.

Жавоб: $v_1 = 10$ м/с, $v_2 = 30$ м/с, $v_3 = v_4 = 22,36$ м/с.

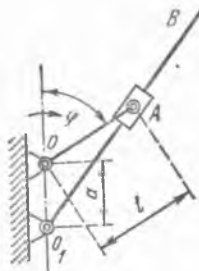
12.19. Тўғри чизиqli рельсда v тезлик билан ҳаракатланувчи вагоннинг A ва B филдираклари рельс бўйлаб сирғанмай думалайди. Филдиракларнинг радиуслари r га, ўқлар орасидаги масофа d га тенг. B филдирак билан ўзгармайдиган қилиб боғланган координаталар системасига нисбатан A филдирак марказининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: Тезлик $\frac{vd}{r}$ га тенг, AB га перпендикуляр ва пастга йўналган.

22.20. Механизм ўзаро параллел иккита O ва O_1 валлардан, OA кривошип ва O_1B кулисадан иборат; OA кривошипнинг A учини O_1B кулиса кесиги бўйлаб сирғанади; валларнинг ўқлари орасидаги OO_1 масофа a га тенг, OA кривошипнинг узунлиги l га тенг, бунда $l > a$. O вал ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Қуйидагилар топилинсин: 1) O_1 валнинг бурчак тезлиги ω_1 ва A нуқтанинг O_1B кулисага нисбатан нисбий тезлиги (улар $O_1A = s$ ўзгарувчи миқдор орқали ифодалансин); 2) бу миқдорларнинг энг катта ва энг кичик



22.19- масалага



22.20- масалага

қийматлари; 3) кривошипнинг $\omega_1 = \omega$ бўладиган ҳолати топилисин.

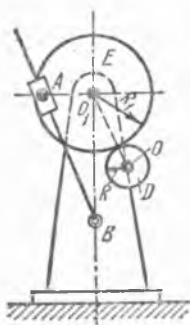
Жавоб: $\omega_1 = \frac{\omega}{2} \left(1 + \frac{l^2 - a^2}{s^2} \right),$

$v_r = \frac{\omega}{2s} \sqrt{(l+s+a)(l+s-a)(a+l-s)(a+s-l)};$

2) $\omega_{1\max} = \omega \frac{l}{l-a}, \quad \omega_{1\min} = \omega \frac{l}{l+a}, \quad v_{r\max} = a\omega, \quad v_{r\min} = 0;$

3) $O_1B \perp O_1O$ бўлганда $\omega_1 = \omega$.

22.21. Рандалаш станогини механизми тебранувчи кулисанинг A тоши тишли узатма билан ҳаракатга келтирилади; бу узатма D ва



E тишли ғилдираклардан иборат. E ғилдиракда A тошининг палец шаклидаги ўқи бор. Тишли ғилдиракларнинг радиуслари $R = 0,1$ м, $R_1 = 0,35$ м, $O_1A = 0,3$ м, E тишли ғилдиракнинг O_1 ўқи билан кулисанинг B тебраниш маркази орасидаги масофа $O_1B = 0,7$ м. Агар D тишли ғилдирак $\omega = 7$ рад/с бурчак тезликка эга бўлса, кулисанинг O_1A кесма ё вертикал (юқориги ва пастки ҳолатлар), ёки AB кулисага тик (чап ва ўнг ҳолатлар) бўлган пайтлардаги бурчак тезлиги аниқлансин. O_1 ва B нуқталар айни бир вертикалда жойлашган.

Жавоб: $\omega_1 = 0,6$ рад/с, $\omega_{II} = \omega_{IV} = 0$, $\omega_{III} = 1,5$ рад/с.

22.21- масалага

22.22. Кривошип-кулиса механизми айланувчи кулисанинг бурчак тезлиги кривошипнинг тўртта: иккита вертикал ва иккита горизонтал ҳолатлари учун аниқлансин; $a = 60$ см, $l = 80$ см ва кривошипнинг бурчак тезлиги π рад/с га тенг (22.20- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega_1 = \frac{4}{7} \pi$ рад/с, $\omega_{II} = \omega_{IV} = 0,64 \pi$ рад/с, $\omega_{III} = 4 \pi$ рад/с.

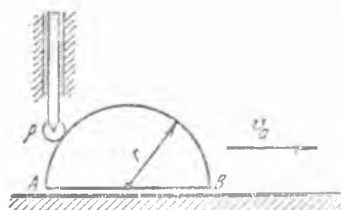
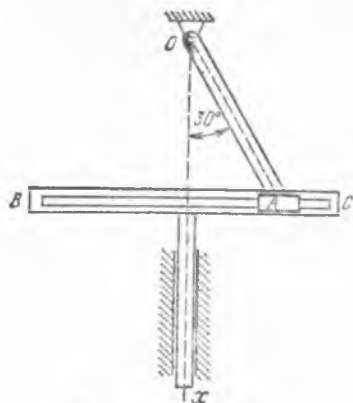
22.23. AB шатунининг иккита вертикал ва иккита горизонтал ҳолатлари учун ротатив двигателъ поршенининг абсолют тезлиги аниқлансин; кривошип узунлиги $OA = r = 0,08$ м, шатун узунлиги $AB = l = 0,24$ м, картер билан цилиндрнинг бурчак тезлиги 40π рад/с (21.14- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $v_1 = 20,11$ м/с, $v_{III} = 40,21$ м/с, $v_{II} = v_{IV} = 33,51$ м/с.

22.24. Ерга нисбатан M нуқта тезлигининг шарқий, шимолий ва вертикал тузувчилари мос равишда v_E , v_N , v_h га тенг. Берилган пайтда нуқтанинг Ер сиртидан баландлиги h га тенг, жойининг кенглиги φ , Ернинг радиуси R , бурчак тезлиги ω . Нуқта абсолют тезлигининг тузувчилари аниқлансин.

Жавоб: $v_x = v_E + (R + h) \omega \cos \varphi$, $v_y = v_N$, $v_z = v_h$ (x ўқ шарққа томон йўнаштирилган, y ўқ — шимолга, z ўқ — вертикал юқорига).

22.25. Илгарилама ҳаракат қилувчи BC кулисали кривошип—кулисали механизмда $l = 0,2$ м узунликдаги OA кривошип (кулисадан кейин ўрнашган) 3π рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Кулиса кескида сирпанувчи тош билан шарнирли бириктирилган A учини орқали кривошип BC кулисани илгарилама-қайтма ҳаракатга келтиради.



22.26- масалага

22.25-масалага

Кривошип ўқи билан 30° бурчак ҳосил қилган пайтда кулисаннинг v тезлиги аниқлансин.

$$v = 0,942 \text{ м/с.}$$

22.26. Қўйи учи билан ролик ёрдамида r радиусли яримцилиндр сиртига тиралиб, стержень вертикал йўналтирувчилар ичида сирпа-нади. Яримцилиндр горизонтал йуналишда ўнг томонга v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Роликининг радиуси ρ . Стержень бошланғич пайтда ўзининг энг юқори ҳолатида бўлган деб, унинг тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{v_0^2 t}{\sqrt{(r + \rho)^2 - v_0^2 t^2}}.$$

22.27. Токарлик станогида диаметри $d = 80$ мм бўлган цилиндр сирти текисланаётганда шпиндель $n = 30 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ бурчак тезлик билан айланади. Бўйламасига узатиш тезлиги $v = 0,2$ мм/с. Ишлов берилаётган цилиндрга нисбатан резецнинг v_r тезлиги аниқлансин.

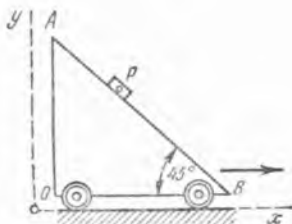
Жавоб: $v_r = 125,7$ мм/с, $\text{tg} \alpha = 628$, бунда α — шпиндель ўқи билан v_r орасидаги бурчак.

23-§. Нуқта тезланишларини қўйиш

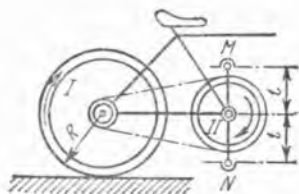
23.1. Горизонт билан 45° бурчак ташкил қилувчи AB қия текислик Ox ўққа параллел равишда $0,1$ м/с² ўзгармас тезланиш билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Шу текисликда P жисм $0,1\sqrt{2}$ м/с² ўзгармас нисбий тезланиш билан тушиб келади; текислик ва жисмнинг бошланғич тезликлари нолга тенг, жисмнинг бошланғич ҳолати $x = 0$, $y = h$ координаталар билан белгиланади. Жисм абсолют ҳаракатининг траекторияси, тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } y = h - \frac{x}{2}, v = 0,1\sqrt{5}t \text{ м/с, } \omega = 0,1\sqrt{5} \text{ м/с}^2.$$

23.2. Велосипедчи тўғри чизиқли горизонтал йўлнинг бирор участкасида $s = 0,1t^2$ (s — метрлар, t — секундлар ҳисобида) қонунга мувофиқ ҳаракат қилади. Берилган: $R = 0,35$ м, $t = 0,18$ м; тишлар



23.1- масалага



23.2- масалага

сони: $z_1 = 18$, $z_2 = 48$. $t = 10$ с бўлганда велосипед педаллари M ва N ўқларининг абсолют тезланишлари аниқлансин (ғилдираклар сирғанмай ғилдирайди деб фараз қилинсин); шу пайтда MN кривошип вертикал жойлашган.

Жавоб: $\omega_M = 0,860$ м/с², $\omega_N = 0,841$ м/с².

23.3. Агар экипаж тўғри чизиқли йўлда $v_0 = 10$ м/с тезлик билан текис ҳаракат қилса, O ва O_1 ўқлардаги кривошипларни бирлаштирувчи AB спарникнинг бирор M нуқтасининг абсолют тезланиши аниқлансин. Ғилдираклар радиуси $R = 1$ м, кривошиплар радиуслари $r = 0,75$ м (22.18- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega = 75$ м/с².

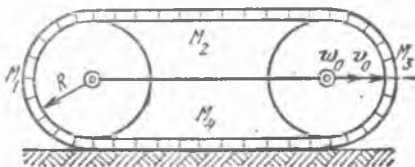
23.4. Тўғри чизиқли йўл участкасида v_0 тезлик ва ω_0 тезланиш билан сирғанмай ҳаракат қилувчи трактор гусеницасидаги M_1 , M_2 , M_3 ва M_4 нуқталарнинг тезлик ва тезланишлари топилсин; трактор ғилдиракларининг радиуслари R га тенг. Гусеницанинг ғилдирак тўғинларида сирғаниши ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v_1 = v_3 = v_0 \sqrt{2}$, $v_2 = 2v_0$, $v_4 = 0$,

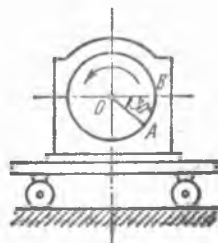
$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\omega_0 + \frac{v_0^2}{R}\right)^2}, \quad \omega_2 = 2\omega_0,$$

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\omega_0 - \frac{v_0^2}{R}\right)^2}, \quad \omega_4 = 0.$$

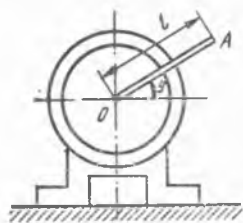
23.5. Ўнг томонга горизонтал бўйлаб $\omega = 0,492$ м/с² тезланиш билан ҳаракат қилувчи аравачага электр мотори ўрнатилган; унинг ротори ҳаракатга келтириш вақтида $\varphi = t^2$ тенгламага мувофиқ айланади, бунда φ бурчак радианлар билан ўлчанади. Роторнинг радиуси



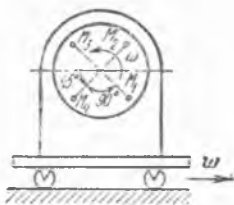
23.4- масалага



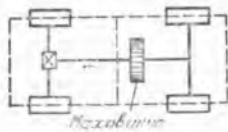
23.5- масалага



23.7- масалага



23.8- масалага



23.9- масалага

0,2 м га тенг. Ротор тўғнидаги A нуқтанинг $t = 1$ с бўлгандаги абсолют тезланиши аниқлансин. Шу пайтда A нуқта расмда кўрсатилган ҳолда туради.

Жавоб: $\omega_A = 0,746$ м/с², ω_A вектор тик юқорига йўналган.

23.6. Олдинги масалада A нуқта B ҳолатни эгаллаганда унинг абсолют тезланиши нолга тенг бўлса, роторнинг текис айланишидаги бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 1,57$ рад/с.

23.7. $\varphi = \omega t$ ($\omega = \text{const}$) тенгламага мувофиқ айланувчи электромотор валига узунлиги l га тенг OA стержень тўғри бурчак остида бириктирилган бўлиб, пойдеворга маҳкамланмай ўрнатилган электромотор унда $x = a \sin \omega t$ қонунга кўра горизонтал гармоник тебранма ҳаракат қилади. A нуқтанинг $t = \frac{\pi}{2\omega}$ с пайтдаги

абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_A = \omega^2 \sqrt{a^2 + l^2}$.

23.8. Устига мотор ўрнатилган аравача горизонтал йўналишда ўнг томонга $\omega = 0,4$ м/с² ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланади.

Мотор $\varphi = \frac{1}{2} t^2$ қонун билан айланади. Роторнинг, ротор ўқидан

$l = 0,2\sqrt{2}$ масофада турувчи тўртта M_1 , M_2 , M_3 ва M_4 нуқталарининг расмда тасвирланган ҳолатлари учун $t = 1$ с пайтдаги абсолют тезланишлари аниқлансин.

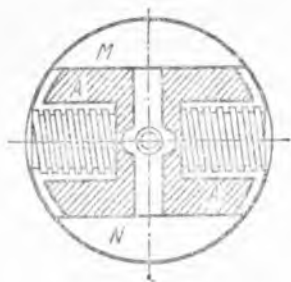
Жавоб: $\omega_1 = 0,4\sqrt{2}$ м/с², $\omega_2 = 0$,

$\omega_3 = 0,4\sqrt{2}$ м/с², $\omega_4 = 0,8$ м/с².

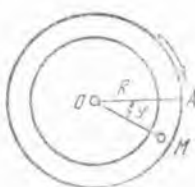
23.9. Автомобиль йўлнинг тўғри чизиқли участкасида $\omega_0 = 2$ м/с² тезланиш билан ҳаракат қилади. Узунасига йўналган валга радиуси $R = 0,25$ м бўлган айланувчи маховик ўрнатилган, унинг шу пайтдаги бурчак тезлиги $\omega = 4$ рад/с ва бурчак тезланиши $\varepsilon = 4$ рад/с². Маховик тўғнидаги нуқталарнинг шу пайтдаги абсолют тезланиши топилинсин.

Жавоб: $\omega = 4,58$ м/с².

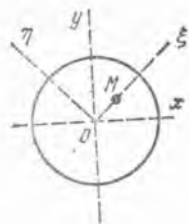
23.10. Самолёт $\omega_0 = \text{const} = 4$ м/с² тезланиш билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади, диаметри $d = 1,8$ м бўлган винт 60 л рад/с га тенг бурчак тезлик билан текис айланади. Ерга нисбатан қўзғалмас координата системасида (шу координата системасининг Ox ўқи винт



23.11- масалага



23.13- масалага



23.14- масалага

ўқига тўғри келади) винт учининг ҳақакат тенгламаларини, тезлиги ва тезланиши топилинсин. Самолётнинг бошланғич тезлиги $v_0 = 0$.

Жавоб: $x = 2t^2$ м, $y = 0,9 \cos 60\pi t$ м, $z = 0,9 \sin 60\pi t$ м;
 $v = \sqrt{16t^2 + 2916\pi^2}$ м/с; $\omega = 31945$ м/с².

23.11. Ўзгармас $\omega = 6\pi$ рад/с бурчак тезлик билан вертикал ўқ атрофида айланувчи регуляторда пружина учларига бириктирилган оғир A тошлар MN паз бўйлаб шундай гармоник тебранма ҳаракат қиладики, уларнинг оғирлик марказларидан айланиш ўқигача бўлган масофа $x = (0,1 + 0,5 \sin 8\pi t)$ м қонунга мувофиқ ўзгаради. Кориолис тезланиши максимал қийматга эришган пайтда тош оғирлик марказининг тезланиши аниқлансин, шунингдек, тошларнинг четки ҳолатида Кориолис тезланишининг қиймати кўрсатилсин.

Жавоб: $\omega_a = 6\pi^2$ м/с², $\omega_c = 0$.

23.12. Вертикал ўқ атрофида 2π рад/с бурчак тезлик билан текис айланувчи горизонтал OA трубадан сув оқади. Сувнинг нисбий тезлиги v_r ($v_r = 21/11$ м/с) OA бўйлаб йўналган нуқтасида кориолис тезланиши ω_c аниқлансин. Тахминан $\pi = 22/7$ деб қабул қилинсин.

Жавоб: $\omega_c = 24$ м/с².

23.13. Радиуси $R = 1$ м бўлган юмалоқ труба горизонтал O ўқ атрофида соат стрелкаси бўйлаб $\omega = 1$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. M шарча трубадаги бирор A нуқта атрофида шундай тебранадики, бурчак $\varphi = \sin \pi t$ қонун билан ўзгаради. $t = 2\frac{1}{n}$ с бўлган пайтда шарча абсолют тезланишининг ω_τ уринма ва ω_n нормал ташкил этувчилари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_\tau = -4,93$ м/с², $\omega_n = 13,84$ м/с².

23.14. Диск ўз текислигига перпендикуляр бўлган ўқ атрофида соат стрелкаси бўйлаб 1 рад/с² бурчак тезланиш билан текис тезланиб айланади; $t = 0$ бўлган пайтда унинг бурчак тезлиги нолга тенг. M нуқта дискнинг диаметридан бири бўйлаб шундай тебранадики, унинг координатаси $\xi = \sin \pi t$ м қонун билан ўзгаради, бунда t секундлар ҳисобида олинган. $t = 1\frac{2}{3}$ с бўлган

пайтда M нуқта абсолют тезланишининг диск билан боғланган ξ, η ўқлардаги проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $w_\xi = 10,95 \text{ м/с}^2$, $w_\eta = -4,37 \text{ м/с}^2$.

23.15. Ўз текислигига тик бўлган O ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи диск ватари бўйлаб бир нуқта v_r нисбий тезлик билан текис ҳаракат қилади. Нуқта ўққа энг яқин h масофада бўлган пайтда унинг абсолют тезлиги ва тезланиши қанча бўлади? Нуқтанинг нисбий ҳаракати дискнинг айланиш йўналишига мос келади деб олинсин.

Жавоб: $v = v_r + h\omega$, $w = \omega^2 h + 2\omega v_r$.

23.16. Айланма ҳаракатни бир валдан унга параллел бўлган иккинчи валга узатиш учун муфта қўлланилади. Бу муфта OO_1 кривошипни маҳкамланган, ҳаракатни ўтказувчи эллиптик циркулдан иборат. AB кривошип ω_1 бурчак тезлик билан O_1 ўқ атрофида айланади ва крестовинани иккинчи вал билан бирга O ўқ атрофида айлантиради, $\omega_1 = \text{const}$ бўлганда крестовина айланишининг бурчак тезлиги, шунингдек, ползун A нуқтасининг кўчирма ва нисбий (крестовинага нисбатан) тезлиги ҳамда кўчирма, нисбий ва кориолис тезланиши аниқлансин: $OO_1 = AO_1 = O_1B = a$.

Жавоб: $\omega = \omega_1/2$, $v_e = a\omega_1 \sin(\omega_1 t/2)$, $v_r = a\omega_1 \cos(\omega_1 t/2)$; $w_e = w_r = (a\omega_1^2/2) \sin(\omega_1 t/2)$; $w_c = a\omega_1^2 \cos(\omega_1 t/2)$.

23.17. Велосипед ҳайдовчи вертикал ўқ атрофида $\omega = 1/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал платформа бўйлаб ҳаракат қилади; ҳайдовчидан платформанинг айланиш ўқиғача бўлган масофа ўзгармайди ва $r = 4$ м га тенг бўлиб қолаверадди. Ҳайдовчининг нисбий тезлиги $v_r = 4$ м/с бўлиб, платформа тегишли нуқтасининг кўчирма тезлигига қарама-қарши томонга йўналган. Ҳайдовчининг абсолют тезланиши аниқлансин. Шунингдек, унинг абсолют тезланиши нолга тенг бўлиши учун, ҳайдовчи қандай тезлик билан ҳаракат қилиши кераклиги ҳам топилсин.

Жавоб: 1) $\omega = 1 \text{ м/с}^2$, ω радиус бўйлаб диск маркази томонга йўналган; 2) $v_r = 2 \text{ м/с}$.

23.18. Тўғри чиққли каналга эга компрессор расм текислигига перпендикуляр бўлган O ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Ҳаво каналларда v_r ўзгармас нисбий тезлик билан оқади. AB каналнинг C нуқтасидаги ҳаво заррачасининг абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг координата ўқларидаги проекциялари топилсин;



23.18- масалага



23.19- масалага

куйидагилар берилган: AB канал OC радиусга 45° бурчак билан оған, $OC = 0,5$ м, $\omega = 4\pi$ рад/с, $v_r = 2$ м/с.

Жавоб: $v_\xi = 7,7$ м/с, $v_\eta = 1,414$ м/с, $\omega_\xi = 35,54$ м/с², $\omega_\eta = -114,5$ м/с².

23.19. Бундан олдинги масала эгри чизиқли канал учун ечилсин; каналнинг эгрилик радиуси C нуқтада ρ га тенг, AB эгри чизиққа C нуқтада ўтказилган нормал билан CO радиус орасидаги бурчак эса φ га тенг. CO радиус r га тенг.

$$\text{Жавоб: } v_\xi = v_r \cos \varphi + r \omega, \quad v_\eta = v_r \sin \varphi, \quad \omega_\xi = \left(2 v_r \omega - \frac{v_r^2}{\rho} \right) \sin \varphi, \quad \omega_\eta = - \left[r \omega^2 + \left(2 v_r \omega - \frac{v_r^2}{\rho} \right) \cos \varphi \right].$$

23.20. Узунлиги r бўлган кривошип ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Қўндаланг рандаловчи станок тебранувчи кулисасининг ε бурчак тезланиши вақт функцияси сифатида ифодалансин; кривошип ва кулисанинг айланиш ўқлари орасидаги масофа $a > r$ (21.13-масалага берилган расмга қаралсин).

$$\text{Жавоб: } \varepsilon = \frac{(r^2 - a^2) a r \omega^2 \sin \omega t}{(a^2 + r^2 + 2 a r \cos \omega t)^2}.$$

23.21. A тош кулиса билан бирга қўчирма ҳаракат ва кулиса кесиги бўйлаб v_r тезлик ҳамда ω_r тезланиш билан тўғри чизиқли нисбий ҳаракат қилади; кулиса ўз текислигига тик бўлган O_1 ўқ атрофида ω бурчак тезлик ва ε бурчак тезланиш билан айланади. Тош абсолют тезланишининг кулиса билан боғланган қўзғалувчи координата ўқларидаги проекциялари $O_1 A = s$ ўзгарувчи масофа орқали ифодалансин (22.20-масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб: $\omega_\xi = \omega_r - s \omega^2$; $\omega_\eta = s \varepsilon + 2 v_r \omega$, бунда ξ ва η ўқлар мос равишда кесик бўйлаб ва унга тик йўналган.

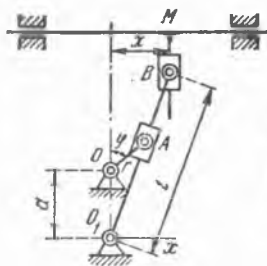
23.22. Рандалаш станогини кривошип-кулиса механизми айланувчи кулисасининг бурчак тезланиши кривошипнинг иккала вертикал ва иккала горизонтал ҳолатларида қанча бўлиши аниқлансин; кривошип узунлиги $l = 0,4$ м, кривошип ва кулиса ўқлари орасидаги масофа $a = 0,3$ м, кривошипнинг текис айланиш бурчак тезлиги $\omega = 3$ рад/с (22.20-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\varphi = 0$ ва $\varphi = 180^\circ$, $\varepsilon = 0$; $\varphi = 90^\circ$, $\varepsilon = 1,21$ рад/с², $\varphi = 270^\circ$, $\varepsilon = 1,21$ рад/с² (секиқланувчан айланиш).

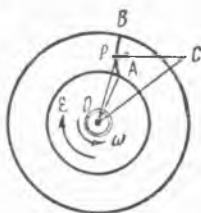
23.23. Олдинги масалада кўрсатилган тўртта ҳолат учун кулиса тошининг кулиса кесиги бўйлаб қиладиган нисбий ҳаракати тезланиши топилин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = 0, \quad \omega_r = 1,543 \text{ м/с}^2; \quad \varphi = 90^\circ \text{ ва } \varphi = 270^\circ, \quad \omega_r = 1,037 \text{ м/с}^2; \quad \varphi = 180^\circ, \quad \omega_r = -1,037 \text{ м/с}^2.$$

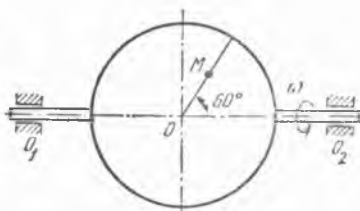
23.24. Рандалаш станогининг $O_1 B$ тебранувчи кулисали кривошип-кулиса механизми билан ҳаракатга келтириладиган M суппортининг ҳаракат тенгламаси, тезлиги ва тезланиши аниқлансин. Схема расмда кўрсатилган. Кулиса M суппортга B ползун билан бириктирилган; ползун суппортнинг ҳаракатланиш ўқиға тик бўлган йўнал-



23.24- масалага



23.26- масалага



23.27- масалага

тирувчиларда суппортга нисбатан сирғанади. Берилган: $O_1B = l$, $OA = r$, $O_1O = a$, $r < a$; OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; кривошипнинг айланиш бурчаги вертикал ўқдан бош-лаб ҳисобланади.

Жавоб: $x = lr \sin \omega t / \sqrt{a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t}$

$$v = rl \omega \frac{(a + r \cos \omega t)(a \cos \omega t + r)}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t)^{3/2}},$$

$$\omega = r l \omega^2 \frac{a(r^2 - a^2)(a + r \cos \omega t) - r^2(a \cos \omega t + r)^2}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \omega t)^{5/2}} \sin \omega t$$

Изоҳ: Координата O нуқтадан ўтувчи вертикалдан ҳисобланади.

23.25. Тебранувчи кулисали рандалаш станогини кескичининг тезланиши кривошипнинг иккита вертикал ва иккита горизонтал ҳолатларида қанча бўлиши топилсин; кривошип узунлиги $r = 0,1$ м, кривошип ва кулисанинг айланиш марказлари орасидаги масофа $a = 0,3$ м, кулиса узунлиги $l = 0,6$ м, кривошип айланишининг бурчак тезлиги $\omega = 4$ рад/с = const (23.24- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\varphi = 0$ ва $\varphi = 180^\circ$ да $\omega_x = 0$, $\varphi = 90^\circ$ ва $\varphi = 270^\circ$ да $\omega_x = \pm 2,21$ м/с².

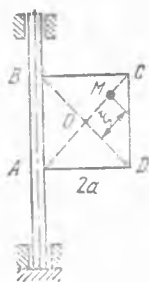
23.26. Турбинанинг 3 рад/с² бурчак тезланиш билан соат стрелкаси ҳаракатига қарши йўналишда секинланувчан айланаётган AB кураги 0,2 м эгрилик радиусига эга бўлиб, эгрилик маркази C нуқтада, бунда $OC = 0,1 \sqrt{10}$ м. Курак бўйлаб турбина O ўқидан $OP = 0,2$ м масофада ташқарига ҳаракатланувчи P сув зарраси куракка нисбатан 0,25 м/с тезликка ва 0,5 м/с² уринма тезланишга эга. Турбинанинг бурчак тезлиги 2 рад/с бўлган пайтда P зарранинг абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a = 0,52$ м/с².

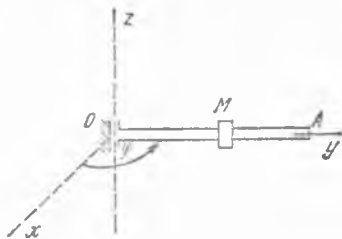
23.27. O_1O_2 ўқ атрофида $\omega = 2t$ рад/с бурчак тезлик билан айланивчи диск радиуси бўйлаб M нуқта диск марказидан унинг гардишига томон $OM = 4t^2$ см қонунга мувофиқ ҳаракатланади. OM



23.28- масалага



23.29- масалага



23.30 ва 23.31- масалаларга

радиус O_1O_2 ўқ билан 60° бурчак ҳосил қилади. $t = 1$ с бўлган пайтда M нуқта абсолют тезланишининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: $\omega_M = 35,56 \text{ см/с}^2$.

23.28. $ABCD$ тўғри тўртбурчак CD томони атрофида $\omega = \pi/2$ рад/с $= \text{const}$ бурчак тезлик билан айланади. M нуқта AB томон бўйлаб $\xi = \sin \frac{\pi}{2} t$ м қонунга мувофиқ ҳаракатланади. Ўлчовлар: $DA = CB = a$ м. $t = 1$ с бўлган пайтда нуқта абсолют тезланишининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a = \frac{a \pi^2}{4} \sqrt{2} \text{ м/с}^2$.

23.29. Томони $2a$ м бўлган $ABCD$ квадрат AB томони атрофида $\omega = \pi/2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. M нуқта AC диагональ бўйлаб $\xi = a \cos \frac{\pi}{2} t$ м қонунга мувофиқ гармоник тебранма ҳаракат қилади. $t = 1$ с ва $t = 2$ с бўлганда нуқта абсолют тезланишининг миқдори аниқлансин.

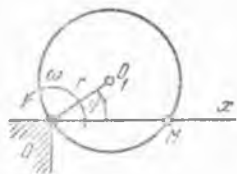
Жавоб: $\omega_{a1} = a \pi^2 \sqrt{5} \text{ м/с}^2$, $\omega_{a2} = 0,44 a \pi^2 \text{ м/с}^2$.

23.30. OA стержень O нуқтадан ўтувчи z ўқ атрофида 10 рад/с^2 бурчак тезланиш билан секинланувчи айланма ҳаракат қилади. O нуқтадан стержень бўйлаб M шайба сирлана боради. Шайба O нуқтадан $0,6$ м масофада бўлиб, стержень бўйлаб йўналган ҳаракатида $1,2 \text{ м/с}$ тезлик, $0,9 \text{ м/с}^2$ тезланишга, стержень эса 5 рад/с бурчак тезликка эга бўлган пайтда шайбанинг абсолют тезланиши аниқлансин.

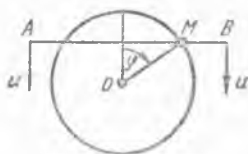
Жавоб: $\omega_a = 15,33 \text{ м/с}^2$ ва MO йўналиш билан 23° бурчак ташкил қилади.

23.31. M шайба горизонтал стержень бўйлаб $OM = 0,5 t^2$ см қонунга асосан ҳаракатланади. Айни вақтда, стержень O нуқтадан ўтаган вертикал ўқ атрофида $\varphi = t^2 + t$ қонун билан айланади. $t = 2$ с булган пайтда шайба абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг радиал ва трансверсал тузувчилари аниқлансин.

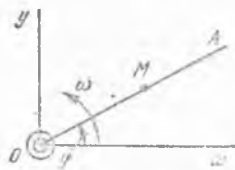
Жавоб: $v_r = 0,02 \text{ см/с}$, $v_\varphi = 0,1 \text{ см/с}$,
 $\omega_r = -0,49 \text{ см/с}^2$, $\omega_\varphi = 0,24 \text{ см/с}^2$.



23.32- масалага



23.33- масалага



23.34- масалага

23.32. Радиуси r бўлган доира, унинг гардишида ётувчи O қўзғалмас ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бу айланишда доира O нуқта орқали ўтувчи қўзғалмас горизонтал тўғри чизик — x ўқни кесиб ўтади. Доира гардиши ва x ўқ кесишган M нуқтасининг доирага нисбатан ва x ўққа нисбатан ҳаракатларидаги тезлик ва тезланиши топилсин. Изланган катталиклар $OM = x$ масофа орқали ифодалансин.

Жавоб: M нуқта O^x ўққа нисбатан — $\omega \sqrt{4r^2 - x^2}$ тезлик ва $-\omega^2 x$ тезланиш билан ҳаракатланади. Доирага нисбатан нуқта, доира айланиши йўналишига тескари йўналишда донмий $2\omega r$ тезлик ва $4\omega^2 r$ тезланиш билан ҳаракатланади.

23.33. Горизонтал AB тўғри чизик вертикал йўналишда ўзгармас u тезлик билан ўз-ўзига параллел кўчади ва r радиусли қўзғалмас доирани кеса боради. Тўғри чизикнинг айлана билан кесишиш нуқтаси M нинг доирага ва AB тўғри чизикқа нисбатан ҳаракатларида тезлик ва тезланиш φ бурчакнинг функцияси сифатида топилсин (расмга қarang).

Жавоб: 1) M нуқта айлана бўйлаб ҳаракатида $\frac{u}{\sin \varphi}$ тезликка,

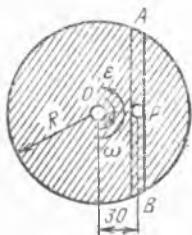
— $\frac{u^2 \cos \varphi}{r \sin^3 \varphi}$ уринма тезланишга ва $\frac{u^2}{r \sin^2 \varphi}$ нормал тезланишга эга.

2) M нуқта AB тўғри чизикқа нисбатан $\frac{u \cos \varphi}{\sin \varphi}$ тезлик ва $-\frac{u^2}{r \sin^3 \varphi}$ тезланиш билан ҳаракатланади,

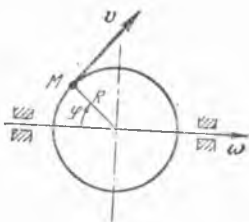
23.34. OA ярим тўғри чизик расм текислигида қўзғалмас O нуқта атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. OA бўйлаб M нуқта силжийди. OA ярим тўғри чизик x ўқ билан устма-уст тушиб турган пайтда M нуқта координата бошида бўлган. M нуқтанинг v абсолют тезлигини миқдор бўйича ўзгармас деб, нуқтанинг OA ярим тўғри чизикқа нисбатан ҳаракати аниқлансин. Шунингдек, M нуқта абсолют ҳаракатининг траекторияси ва абсолют тезланиши ҳам аниқлансин.

Жавоб: M нуқта OA бўйлаб $v_r = v \cos \omega t$ тезлик билан ҳаракатланади.

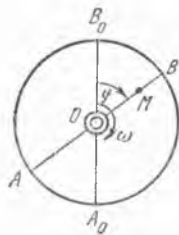
M нуқта абсолют ҳаракатининг траекторияси — айлана, у қутб координаталар системасида $r = \frac{v}{\omega} \sin \varphi$ тенглама билан, декарт коор-



23.36- масалага



23.41- масалага



23.42- масалага

динаталар системасида $x^2 + \left(y - \frac{v}{2\omega}\right)^2 = \left(\frac{v}{2\omega}\right)^2$ тенглама билан ифодаланади.

M нуқтанинг абсолют тезланиши $\omega_a = 2\omega v$.

23.35. Нуқта диск радиуси бўйлаб v ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади; диск эса марказидан ўзининг текислигига тик равишда ўтувчи ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. Нуқта дискнинг айланиш ўқидан r масофада бўлган пайтда унинг абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a = \omega \sqrt{r^2 \omega^2 + 4v^2}$.

23.36. Марказидан ўзининг текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи ўқ атрофида айланаётган дискнинг AB ватари бўйлаб A дан B га томон P шарча $1,2$ м/с тезлик билан ҳаракатланади. Шарча диск марказидан 30 см га тенг энг қисқа масофада бўлганида унинг абсолют тезланиши топилин. Шу пайтда дискнинг бурчак тезлиги 3 рад/с, бурчак секинланиши 8 рад/с² га тенг.

Жавоб: $\omega_a = 10,18$ м/с².

23.37. Олдинги масала диск AB ватарга параллел бўлган диаметри атрофида айланади, деб ечилсин.

Жавоб: $\omega_a = 3,612$ м/с².

23.38. 23.36-масала дискнинг AB ватарига перпендикуляр бўлган диаметрини айланиш ўқи, деб ечилсин.

Жавоб: $\omega_a = 7,2$ м/с².

23.39. Экваторда бўлган кема шимоли-шарқ курси билан бормоқда. Кеманинг тезлиги 20 узелга тенг. Ернинг айланишини ҳисобга олган ҳолда, Ер радиусини $R = 6,378 \cdot 10^6$ м деб олиб, кеманинг абсолют тезлиги ва кориолис тезланиши топилин (курснинг номи кеманинг қаяққа кетаётганлигини кўрсатади, узел = 1 денгиз милияси/соат = 1852 м/соат = $0,5144$ м/с).

Жавоб: $v_a = 470,4$ м/с, $\omega_c = 1,06 \cdot 10^{-3}$ м/с².

23.40. Кема тезлигини ўзгармас ҳисоблаб, олдинги масала шартлари асосида унинг абсолют тезланиши топилин.

Жавоб: $\omega_a = 347,766 \cdot 10^{-4}$ м/с².

23.41. Диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланаётган R радиусли дискнинг гардиши бўйлаб M нуқта миқдор жиҳатдан ўзгармас v тезлик билан ҳаракатланади. M нуқта абсолют

тезланиши унинг радиус вектори билан айланиш ўқи орасидаги φ бурчак функцияси сифатида топилсин.

Жавоб: $\omega_a = \sqrt{\frac{v^4}{R^2} + \omega^4 R^2 \sin^2 \varphi + 2\omega^2 v^2 (1 + \cos^2 \varphi)}$.

23.42. R радиусли диск, маркази орқали ўз текислигига тик ўтадиган ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Диск диаметридан бири бўйлаб M нуқта шундай ҳаракатланадики, диск марказидан ҳисобланган $OM = R \sin \omega t$ қонун билан ўзгаради. M нуқтанинг абсолют траекторияси, абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши топилсин.

Жавоб: Агар M нуқтанинг бошланғич ҳолатини координаталар боши, деб қабул қилинса, y ўқни M нуқта ҳаракатланадиган диаметрнинг бошланғич ҳолати бўйлаб йўналтирилса, нуқтанинг траекторияси $\left(x - \frac{R}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$ тенглама билан ифодаланувчи (маркази диск радиусининг ўртасида жойлашган, диск радиусининг ярмига тенг радиусли) айлана бўлади. Абсолют тезлик $v_a = \omega R$. Абсолют тезланиш $\omega_a = 2\omega^2 R$.

23.43. Диск ўз текислигига перпендикуляр равишда марказидан ўтадиган ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. AB ватарининг ўртасидаги D нуқтадан u ўзгармас нисбий тезлик билан M нуқта ҳаракатланади. Ватар диск марказидан c масофада жойлашган. M нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши $DM = x$ масофанинг функцияси сифатида топилсин.

Жавоб: $v_a = \sqrt{\omega^2 x^2 + (u + \omega c)^2}$, $\omega_a = \omega \sqrt{\omega^2 x^2 + (2u + \omega c)^2}$.

23.44. Дискнинг қўзғалувчи радиуси бўйлаб унинг марказидан гардиши томон M нуқта v_r ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Қўзғалувчи радиус диск текислигида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан бурилади. Диск текислиги ўзининг диаметри атрофида ω_2 доимий бурчак тезлик билан айланади. $t = 0$ пайтда M нуқта диск марказида, қўзғалувчи радиус эса дискнинг айланиш ўқи бўйлаб йўналган деб, M нуқтанинг абсолют тезлиги топилсин.



23.43- масалага

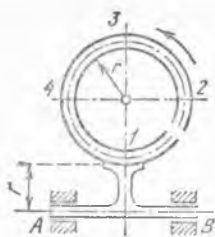


23.44- масалага

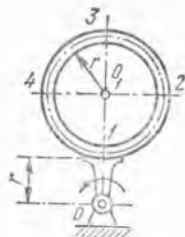
Жавоб: $v_a = v_r \sqrt{1 + t^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2 \sin^2 \omega_1 t)}$.

23.45. Диаметри 4 м бўлган диск гардишида айлана бўйлаб нуқта 2 м/с нисбий тезлик билан ҳаракатланади. Диск, нуқта ҳаракатига тескари йўналишда, берилган пайтда 2 рад/с бурчак тезлик ва 4 рад/с² бурчак тезланиш билан айланади. Нуқтанинг абсолют тезланиши аниқлансин.

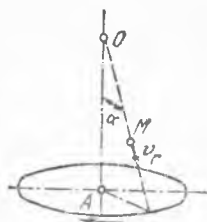
Жавоб: $\omega_a = 8,24$ м/с², ω_a радиусга нисбатан 76° бурчак билан йўналган.



23.47- масалага



23.48- масалага



23.49- масалага

23.46. Диск, ўз текислигига перпендикуляр равнишда марказидан ўтадиган ўқ атрофида $\varphi = \frac{2}{3}t^3$ қонун бўйича айланади. Диск радиуси бўйлаб нуқта $s = 4t^2 - 10t + 8$ (см) қонун билан ҳаракатланади. s масофа дискнинг марказидан бошлаб ўлчанади. $t = 1$ с бўлган пайтда нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_a = 4,47$ см/с, $w_a = 0$.

23.47. Радиуси r бўлган ковак ҳалқа AB вал билан маҳкам бириктирилган, бунда валнинг ўқи ҳалқа ўқининг текислигида жойлашган. Ҳалқа расмда кўрсатилган стрелка йўналишида ўзгармас u нисбий тезлик билан ҳаракат қилувчи суюқлик билан тўлдирилган. Агар айланиш ўқи бўйича A дан B га қаралса, AB вал соат стрелкаси айланадиган томонга айланади. Валнинг ω бурчак тезлиги ўзгармас. 1, 2, 3, ва 4 нуқталардаги суюқлик зарраларининг абсолют тезланишлари миқдорлари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r}$, $\omega_2 = \omega_4 = 2r\omega^2 + \frac{u^2}{r}$, $\omega_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r}$.

23.48. Олдинги масалада ҳалқа ўқининг текислиги AB вал ўқиға тик деб ўзгартирилсин ва ўша миқдорлар қуйидаги иккита ҳол учун топилсин:

- 1) кўчирма ва нисбий ҳаракатлар бир томонга йўналган;
- 2) ҳаракат тузувчиларининг йўналиши қарама-қарши.

Жавоб: 1) $\omega_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r} - 2u\omega$, $\omega_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r} + 2u\omega$,

$$\omega_2 = \omega_4 = \sqrt{\left(\frac{u^2}{r} + 2u\omega + \omega^2 r\right)^2 + 4\omega^4 r^2};$$

$$2) \omega_1 = r\omega^2 - \frac{u^2}{r} + 2u\omega, \quad \omega_3 = 3r\omega^2 + \frac{u^2}{r} - 2u\omega;$$

$$\omega_2 = \omega_4 = \sqrt{\left(\omega^2 r + \frac{u^2}{r} - 2u\omega\right)^2 + 4\omega^4 r^2}.$$

23.49. M нуқта OA ўқли доғравий конуснинг ясовчиси бўйлаб учидан асосига қараб v_r нисбий тезлик билан текис ҳаракат қилади: бурчак $MOA = \alpha$; $t = 0$ бўлган пайтда масофа $M_0O = a$. Конус ўз ўқи атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. M нуқтанинг абсолют тезланиши топилсин.

Жавоб: Тезланиш айланиш ўқиға тик бўлган текисликда ётади ва катетлари $\omega_{en} = \omega^2(a + v_r t) \sin \alpha$ ва $\omega_c = 2v_r \omega \sin \alpha$ бўлган учбурчакнинг гипотенузасини ифодалайди.

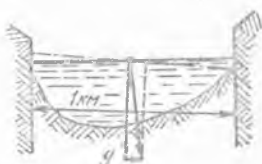
23.50. Олдинги масалада M нуқта ω_r ўзгармас нисбий тезланиш билан конуснинг ясовчиси бўйлаб, унинг учидан асосига қараб ҳаракат қилади деб, шу нуқтанинг $t = 1$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланиш миқдори аниқлансин. Қўйидагилар берилган: $\alpha = 30^\circ$, $a = 15$ м, $\omega_r = 10$ м/с², $\omega = 1$ рад/с ва $t = 0$ бўлган пайтда нуқтанинг нисбий тезлиги v_r нолга тенг.

Жавоб: $\omega = 14,14$ м/с².

23.51. 23.49-масалада конус ўз ўқи атрофида ϵ бурчак тезланиш билан текис тезланувчан айланма ҳаракат қилади деб фараз қилиб, M нуқтанинг $t = 2$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланиши аниқлансин. Қўйидагилар берилган: $\alpha = 30^\circ$, $a = 0,2$ м, $v_r = 0,3$ м/с, $\epsilon = 0,5$ рад/с² ва $t = 0$ бўлган пайтда ω бурчак тезлик нолга тенг.

Жавоб: $\omega = 0,64$ м/с².

23.52. Эни 500 м бўлган дарё жанубдан шимолга қараб 1,5 м/с тезлик билан оқади. 60° шимоллий кенгликда сув заррасининг ω_c кориолис тезланиши аниқлансин. Кейин, сув дарёнинг қайси қирғоғида баланд эканлиги ва қанча баланд эканлиги аниқлансин; сув сатҳи, кориолис тезланишига тенг ва унга қарама-қарши йўналган вектор билан оғирлик кучининг тезланиши g векторнинг йиғиндисига тенг бўлган вектор йўналишига перпендикуляр.



23.52- масалага

Жавоб: Кориолис тезланиши ω_c ғарбга йўналган ва $\omega_c = 1,89 \times 10^{-4}$ м/с². Сув ўнг қирғоқда 0,0096 м га баланд.

23.53. Жанубий темир йўл магистрали Мелитополдан шимолга қараб тўғри меридиан бўйлаб боради. Тепловоз $v = 90$ км/соат тезлик билан шимолга қараб ҳаракат қилади; шу жойнинг кенглиги $\varphi = 47^\circ$. Тепловознинг кориолис тезланиши топилинсин.

Жавоб: $\omega_c = 2,66 \cdot 10^{-3}$ м/с².

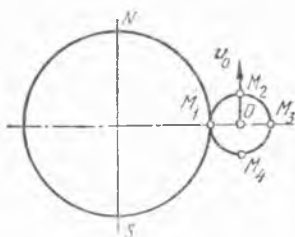
23.54. Шимоллий кенглик параллели бўйлаб ўтказилган темир йўлда тепловоз ғарбдан шарққа қараб $v_r = 20$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Тепловознинг кориолис тезланиши ω_c топилинсин.

Жавоб: $\omega_c = 2,91 \cdot 10^{-3}$ м/с².

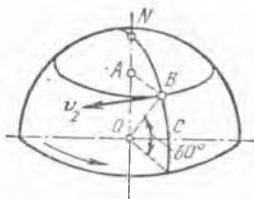
23.55. Меридиан бўйича ҳаракатланувчи электровоз экваторни кесиб ўтаётган пайтда унинг филдирагидаги M_1 , M_2 , M_3 ва M_4 нуқталарнинг кориолис тезланишлари аниқлансин. Электровоз филдираги марказининг тезлиги $v_0 = 40$ м/с.

Жавоб: M_1 ва M_3 нуқталар учун $\omega_c = 0$; M_2 ва M_4 нуқталар учун $\omega_c = 5,81 \cdot 10^{-3}$ м/с².

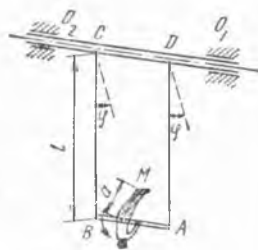
23.56. Нева дарёси шимоллий кенгликнинг 60° ли параллелида шарқдан ғарбга қараб $v_r = 1,11$ м/с тезлик билан оқади. Сув зарралари тезланишларининг сув оқими тезлигига босғиқ бўлган тузувчиларининг тегишли меридиан уринмаси BC даги проекциялари йиғиндисини аниқлансин. Ер радиуси $R = 64 \cdot 10^5$ м.



23.55- масалага



23.56- масалага



23.60- масалага

Жавоб: $\omega_{BC} = 1,395 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$.

23.57. Нева дарёси шимоллий кенгликнинг 60° ли параллелида шарқдан ғарбга қараб $v_r = 1,11 \text{ м/с}$ тезлик билан оқади. Сув зарраси абсолют тезланишининг тузувчилари топилсин. Ер радиуси $R = 64 \times 10^5 \text{ м}$.

Жавоб: $\omega_e = 1,692 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$, $\omega_r = 3,86 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2$, $\omega_c = 1,616 \times 10^{-4} \text{ м/с}^2$.

23.58. Уатнинг марказдан қочма регулятори шарларининг абсолют тезланиши топилсин; регулятор ўзининг вертикал ўқи атрофида шу пайтда $\omega = \frac{\pi}{2} \text{ рад/с}$ бурчак тезлик, $\epsilon = 1 \text{ рад/с}^2$ бурчак тезланиш

билан айланади; шарлар $\omega_1 = \frac{\pi}{2} \text{ рад/с}$ бурчак тезлик, $\epsilon_1 = 0,4 \text{ рад/с}^2$ бурчак тезланиш билан кўтарилади. Шар стерженларининг узунлиги $l = 0,5 \text{ м}$, улар осилган ўқлар оралиғи $2e = 0,1 \text{ м}$, текшириляётган пайтда регуляторнинг очилиш бурчаги $2\alpha = 90^\circ$. Шарлар нуқта деб қабул қилиниб, ўлчовлари ҳисобга олинмасин (22.14- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega = 2,937 \text{ м/с}^2$.

23.59. Уатнинг марказдан қочма регулятори шарларининг абсолют тезланиши топилсин. Машинанинг нагрукаси ўзгартирилгандан кейин регулятор $\omega = \pi \text{ рад/с}$ бурчак тезлик билан айлана бошлади, шу билан бирга шарлар бу пайтда $v_r = 1 \text{ м/с}$ тезликка эга бўлиб, $\omega_r = 0,1 \text{ м/с}^2$ тезланиш билан пастга тушишда давом этади. Регуляторнинг очилиш бурчаги $2\alpha = 60^\circ$; стерженларнинг узунлиги $l = 0,5 \text{ м}$; улар осилган ўқлар оралиғи $2e$ ни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Шарлар нуқта деб қабул қилинсин (22.14- масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: $\omega = 6,71 \text{ м/с}^2$.

23.60. ABCD осма трапеция горизонтал O_1O_2 ўқ атрофида $\varphi = \varphi_0 \sin \omega t$ қонунга мувофиқ тебранади. AB турникда машқ бажаряётган гимнаст турник атрофида $\omega = \text{const}$ нисбий бурчак тезлик билан айланади; $BC = AD = l$ берилган. Гимнаст товонининг AB турникдан a масофада турган M нуқтасининг $t = \frac{\pi}{\omega}$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланиши аниқлансин. Бошланғич пайтда гимнаст вер-

тикал ҳолда бошини юқорига қилиб турган; $ABCD$ трапеция эса пастки вертикал ҳолатни эгаллаган эди.

Жавоб: $\omega_m = \omega^2 [\varphi_0^2 (l - a) - a(2\varphi_0 + 1)]$, квадрат қавс ичидаги ифода мусбат бўлса, ω_m вертикал бўйича юқорига йўналган.

23.61. Нуқта диск радиуси бўйлаб $r = a e^{kt}$ тенгламага мувофиқ ҳаракатланади, бундаги a, k — ўзгармас миқдорлар. Дискнинг текислигига перпендикуляр равнишда марказдан ўтувчи ўқ атрофида диск $\varphi = kt$ тенгламага биноан ҳаракатланади. Нуқтанинг абсолют тезлиги, абсолют тезланиши, уринма ва нормал тезланишлари аниқлансин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } v &= ak e^{kt} \sqrt{2}, \quad \omega = 2 a k^2 e^{kt}, \\ \omega_\tau &= ak^2 e^{kt} \sqrt{2}, \quad \omega_n = ak^2 e^{kt} \sqrt{2}. \end{aligned}$$

23.62. Ер сиртида M нуқта ҳаракатланади; ҳаракатнинг курси h га (шимолга томон йўналиш билан нуқтанинг Ерга нисбатан v тезлиги орасидаги бурчак), жойнинг берилган пайтдаги кенлиги φ га тенг. Нуқта кориолис тезланишининг ω_{cx} — шарқий, ω_{cy} — шимолий ва ω_{cz} — вертикал тузувчилари аниқлансин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \omega_{cx} &= -2 v \omega \cos k \sin \varphi, \quad \omega_{cy} = 2 v \omega \sin k \sin \varphi, \\ \omega_{cz} &= -2 v \omega \sin k \cos \varphi, \quad \text{бундаги } \omega \text{ — Ернинг айланиш} \end{aligned}$$

бурчак тезлиги.

23.63. Олдинги масаланинг шартлари асосида M нуқта кориолис тезланиши горизонтал ташкил этувчисининг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_H = 2v \omega \sin \varphi$; тезланишнинг горизонтал ташкил этувчиси M нуқтанинг Ерга нисбатан v тезлигига перпендикуляр ва ундан шимолий яримшарда чапга, жанубий яримшарда ўнгга йўналган.

23.64. M нуқтанинг Ер сиртидан баландлиги h га тенг; жойнинг кенлиги φ . Нуқтанинг Ер айланиши туфайли вужудга келадиган кўчирма ҳаракати тезланишининг ω_{ex} — шарқий, ω_{ey} — шимолий ва ω_{ez} — вертикал ташкил этувчилари аниқлансин. Ер радиуси R , бурчак тезлиги ω га тенг.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \omega_{ex} &= 0, \quad \omega_{ey} = (R + h) \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi, \\ \omega_{ez} &= -(R + h) \omega^2 \cos^2 \varphi. \end{aligned}$$

23.65. M нуқтанинг Ерга нисбатан тезлигининг шарқий, шимолий ва вертикал проекциялари мос равнишда v_E , v_N ва v_h га тенг. Агар нуқтанинг Ер сиртидан баландлиги берилган пайтда h га тенг, жойнинг кенлиги φ , Ернинг радиуси R ва бурчак тезлиги ω бўлса, нуқта нисбий тезланишининг x , y , z координата ўқларидаги проекциялари аниқлансин. x ўқ — шарққа, y ўқ — шимолга томон, z ўқ эса вертикал бўйича йўналган.

$$\text{Жавоб: } w_{rx} = \dot{v}_E - \frac{v_E v_N}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_E v_h}{R+h}, \quad w_{ry} = \\ = \dot{v}_N + \frac{v_E^2}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_N v_h}{R+h}, \quad w_{rz} = \dot{v}_h - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R+h}.$$

23.66. Олдинги масаланинг шартлари асосида Ер яқинида ҳаракатланувчи M нуқта абсолют тезланишининг тузувчилари аниқлансин.

Жавоб:

$$w_x = \dot{v}_E - \frac{v_E v_N}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_E v_h}{R+h} - 2(v_N \sin \varphi - v_h \cos \varphi) \omega; \\ w_y = \dot{v}_N + \frac{v_E^2}{R+h} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_N v_h}{R+h} + (R+h) \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi + 2v_E \times \\ \times \omega \sin \varphi, \\ w_z = \dot{v}_h - \frac{v_E^2 + v_N^2}{R+h} - (R+h) \omega^2 \cos^2 \varphi - 2v_E \omega \cos \varphi.$$

23.67. Гурзили узатманинг кривошип-кулиса механизми илгариллама-қайтма ҳаракат қилувчи тўғри чизикли кулисадан иборат (22.25-масалага берилган расмга қаралсин). Кулиса, 4π рад/с га тенг бурчак тезлик билан бир текис айланаётган, $OA = r = 0,4$ м узунликдаги кривошипнинг учига бирлаштирилган A тош билан ҳаракатга келтирилади. $t = 0$ пайтда кулиса қуйи ҳолатни эгаллайди. Кулисанинг тезланиши топилсин.

Жавоб: $w = 63,2 \cos 4\pi t$ м/с².

23.68. Тўғри чизикли илгариллама-қайтма ҳаракатланувчи кулисани ҳаракатга келтирадиган $OA = r = 0,5$ м узунликдаги кривошип кулиса ўқи билан 60° бурчак ташкил этган пайтда $\omega = 1$ рад/с бурчак тезлик ва $\varepsilon = \pm 1$ рад/с² бурчак тезланишга эга. (22.25-масалага берилган расмга қаралсин.) Кўрсатилган пайтда кулисанинг тезланиши икки ҳол: 1) $\varepsilon > 0$ ва 2) $\varepsilon < 0$ учун топилсин.

Жавоб: $w_1 = 0,683$ м/с², $w_2 = 0,183$ м/с².

23.69. Ўзининг AB диаметри йўналишида ўзгармас v_0 тезлик билан сирпаниб илгариллама ҳаракат қилаётган кулак ярим диск шаклига эга (22.26-масалага берилган расмга қаралсин). AB диаметрға перпендикуляр равишда вертикал йўналтирувчи бўйлаб эркин сирпаниб, кулакка таянган ҳолда ҳаракатланувчи стерженнинг тезланиши аниқлансин. Роликнинг радиуси ρ . Бошланғич пайтда стержень юқори ҳолатида бўлган.

$$\text{Жавоб: } w = \frac{v_0^2 (r + \rho)^2}{[(r + \rho)^2 - v_0^2 t^2]^{3/2}}.$$

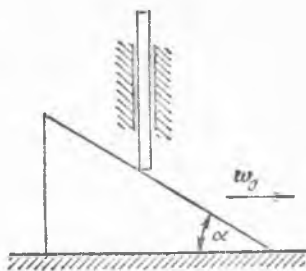
23.70. Токарлик станогида диаметри 80 мм бўлган цилиндр сирти силлиқланмоқда. Шпиндель $30 \frac{\text{гйл}}{\text{мин}}$ га тенг бурчак тезлик билан ай-

ланади. Бўйламасига узатиш тезлиги ўзгармас ва $0,2 \text{ мм/с}$ га тенг. Ишлов берилаётган цилиндрга нисбатан кескичнинг тезлик ва тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_r = 125,7 \text{ мм/с}$, $\omega_e = 789,5 \text{ мм/с}^2$, $\omega_r = \omega_c = 394,8 \text{ мм/с}^2$.

23.71. Стержень қуйи учи билан учбурчакли призманинг силлиқ қия текислигига таяниб, вертикал йўналтирувчи ичида сирпанади. Призма горизонтал бўйлаб ўнг томонга ω_0 ўзгармас тезланиш билан ҳаракатланади. Стерженнинг тезланиши топилсин.

Жавоб: $\omega = \omega_0 \operatorname{tg} \alpha$.



23.71-масалага

VIII БОБ

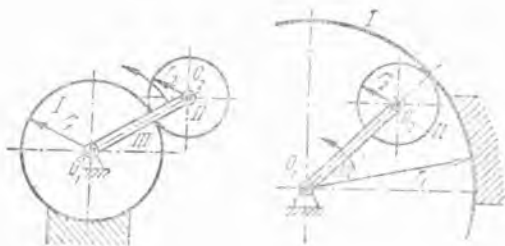
ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ МУРАККАБ ҲАРАКАТИ

24-§. Жисмнинг ҳаракатларини қўшиш

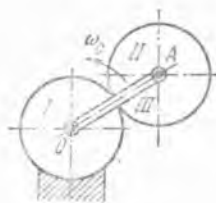
а) Жисмнинг текис-параллел ҳаракатларини қўшиш

24.1. III кривошип иккита I ва II тишли филдиракларнинг O_1 ва O_2 ўқларини бирлаштиради, бунда филдираклар расмда кўрсатилгандек, ташқаридан ёки ичкаридан илашини мумкин; I филдирак қўзғалмайди, III кривошип эса O_1 ўқ атрофида ω_3 бурчак тезлик билан айланади. Филдиракларнинг радиуслари r_1 ва r_2 бўлса, II филдиракнинг абсолют бурчак тезлиги ω_2 ва унинг кривошипга нисбатан нисбий бурчак тезлиги ω_{23} ҳисоблансин.

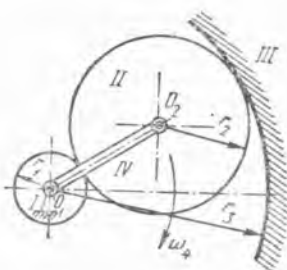
Жавоб: Ташқи илашишда $\omega_2 = \omega_3 \frac{r_1 + r_2}{r_2}$, $\omega_{23} = \omega_3 \frac{r_1}{r_2}$. Ички илашишда: $\omega_2 = -\omega_3 \frac{r_1 - r_2}{r_2}$, $\omega_{23} = -\omega_3 \frac{r_1}{r_2}$. Минус ишора тегишли жисмларнинг қарама-қарши томонга айланишини кўрсатади.



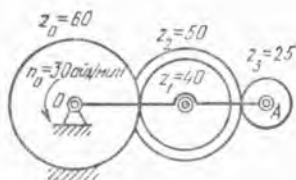
24.1-масалага



24.2-масалага



24.3- масалага



24.4- масалага

24.2. III кривошип билан ҳаракатга келтирилувчи, радиуси r бўлган II тишли ғилдирак худди шундай радиусли I қўзғалмас тишли ғилдирак атрофида думалайди. III кривошип қўзғалмас ғилдиракнинг O ўқи атрофида ω_0 бурчак тезлик билан айланади. II тишли ғилдиракнинг нисбий ва абсолют бурчак тезликлари топилсин; OA кривошип ҳаракати кучирма ҳаракат деб қабул қилинсин.

Жавоб: $\omega_{23} = \omega_0$, $\omega_2 = 2\omega_0$.

24.3. Чарх тошни тез айлантирувчи тишлашма қуйидагича тузилган: IV стержень махсус даста воситасида O_1 ўқ атрофида ω_4 бурчак тезлик билан айлантирилади. Стерженьларнинг O_2 учида палец бўлиб, унга r_2 радиусли II ғилдирак эркин кийгизиб қўйилган. Даста айлантирилганда палец II ғилдиракни III ғилдирак ичида сирғантirmай айлантиради; III ғилдирак қўзғалмас бўлиб, унинг радиуси r_3 . Бунда ишқаланиш натижасида, II ғилдирак чарх ўқи билан маҳкам боғланган I ғилдиракни сирғантirmай айлантиради; I ғилдиракнинг радиуси r_1 бўлиб, у O_1 ўққа эркин ўрнатилган. Ташқариги қўзғалмас обойманинг r_3 радиусига қараб r_1 унинг шундай қиймати топилсинки, $\frac{\omega_1}{\omega_4} = 12$ бўлсин, яъни чарх уни ҳаракатга келтирувчи дастага қараганда 12 марта тезроқ айлانسин.

Жавоб: $r_1 = \frac{1}{11} r_3$.

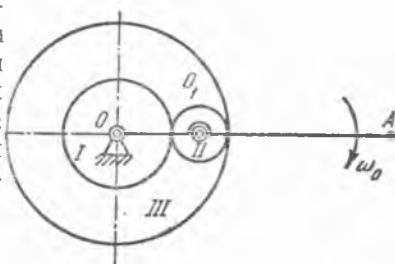
24.4. Агар OA кривошип, тишлари сони $z_0 = 60$ бўлган қўзғалмас шестернянинг O ўқи атрофида $n_0 = 30 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ га тўғри келадиган бурчак тезлик билан айланса ва унга тишларининг сони $z_1 = 40$, $z_2 = 50$ бўлган қўшалок шестернялар ўқи ўрнатилган бўлса, тишларининг сони $z_3 = 25$ бўлган шестернянинг бир минутда неча марта айланиши топилсин.

Жавоб: $n_3 = n_0 \left(1 - \frac{z_0 z_2}{z_1 z_3} \right) = -60 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ (минус ишора ҳақида

24.1- масаланинг жавобига қаралсин).

24.5. От билан ҳаракатга келтирилувчи янчиш асбобида қўлланиладиган эпициклик механизмда OA етакчи кривошип билан r_1 радиусли I ғилдирак O валга эркин кийгизилган; II ғилдиракнинг O_1

ўқин етакчи кривошипга маҳкамланган, r_3 радиусли III ғилдирак эса O ўқ атрофида эркин айланиши мумкин. OA етакчига ω_0 бурчак тезлик, III ғилдиракка эса бошқа двигателдан (бу двигателни ҳам OA ҳаракатлантиради) кривошип бурчак тезлигига қарама-қарши йўналган ω_3 бурчак тезлик берилганда, I ғилдиракнинг ω_1 бурчак тезлигининг миқдори аниқлансин.



24.5- масалага

Жавоб: $\omega_1 = \omega_0 \left(1 + \frac{r_3}{r_1} \right) + \frac{r_3}{r_1} \omega_3$.

24.6. Тезликлар редуктори учта тишли ғилдиракдан иборат. Биринчи ғилдирак (тишларининг сони $z_1 = 20$) бурчак тезлиги $n_1 = 4500$ айл/мин бўлган I етакчи валга ўрнатилган, иккинчиси ($z_2 = 25$) етакланувчи II валга маҳкам қилиб бириктирилган ўққа эркин ўрнатилган, ички томондан тишлари воситасида илашадиган учинчи ғилдирак қўзғалмас. Етакланувчи вал ва айланувчи ғилдиракнинг минутига айланишлари сони топилсин.

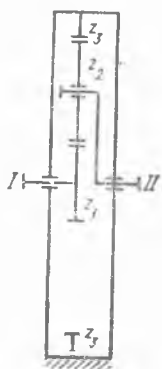
Жавоб: $n_{II} = 1000$ айл/мин, $n_2 = -1800$ айл/мин.

24.7. Редукторнинг I етакчи вали бурчак тезлиги $n_1 = 1200$ айл/мин.

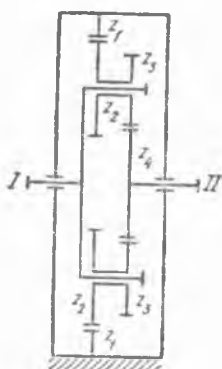
Агар ички томондан тишлари орқали илашадиган қўзғалмас ғилдиракнинг тишлари $z_1 = 180$ та, бир-бирига бириктирилган айланувчи шестерёнчаларнинг тишлари $z_2 = 60$ та ва $z_3 = 40$ та, етакланувчи валга маҳкамланган шестерёнканинг тишлари $z_4 = 80$ та бўлса, II валнинг минутига айланишлари сони топилсин.

Жавоб: $n_{II} = 3000$ айл/мин.

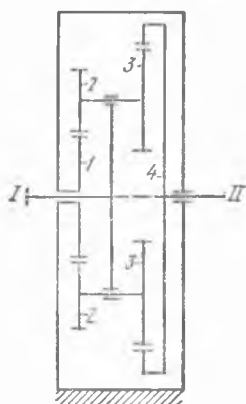
24.8. Тезликлар редуктори радиуси $r_1 = 40$ см бўлган қўзғалмас шестерёнкадан, радиуси $r_2 = 20$ см ҳамда $r_3 = 30$ см бўлган ва бири-бирига бириктирилган иккита айланувчи шестерёнкадан ва тишлари



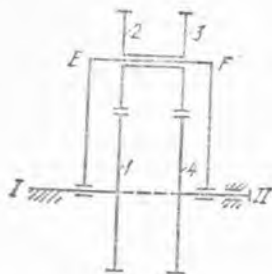
24.6- масалага



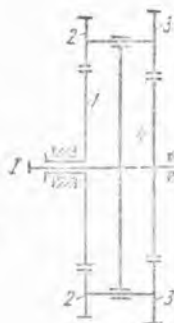
24.7- масалага



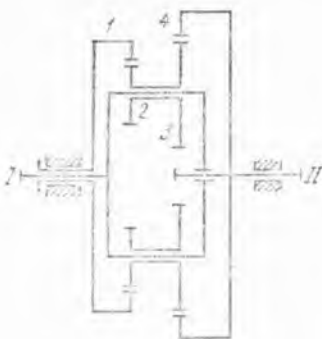
24.8- масалага



24.9- масалага



24.10- масалага



23.11- масалага

ички томонда бўлиб, радиуси $r_4 = 90$ см бўлган ҳамда етакланувчи валга ўрнатилган шестерёнкадан иборат. Айланувчи шестерёнкаларнинг ўқлари ўрнатилган кривошип ва етакчи вал бурчак тезлиги $n_1 = 1800$ айл/мин. Етакланувчи валнинг бир минутда неча марта айланиши топилсин.

Жавоб: $n_{II} = 3000$ айл/мин.

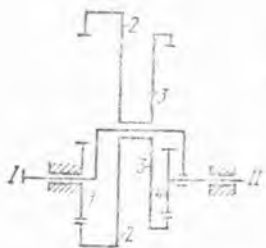
24.9. Планетар узатмали тезликлар редуктори I вал билан маҳкам бириктирилган қўзғалмас I — гилдиракдан, I ва II ўқлар атрофида Ω бурчак тезлик билан эркин айланаётган рамкадан, ўзаро маҳкам бирлаштирилган ва EF ўққа эркин ўрнатилган, рамка билан бирга айланувчи 2- ҳам 3- тишли гилдираклар ва II вал билан маҳкам боғланган 4- тишли етакланувчи гилдиракдан ташкил топган. Агар гилдиракларда тишлар сони $z_1 = 49$, $z_2 = 50$, $z_3 = 51$, $z_4 = 50$ бўлса, II вал бурчак тезлигининг рамка бурчак тезлигига нисбати аниқлансин.

Жавоб: $\omega_{II} / \Omega = 1/2500$.

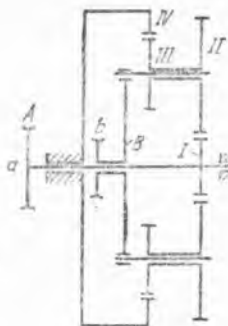
24.10. Дифференциал узатмали редуктор етакланувчи валининг бурчак тезлиги ω_{II} топилсин; бунда бир-бирига бириктирилган узатма шестерёнкалари бўлган кривошипли етакчи вал $\omega_1 = 120$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. I- гилдирак $\omega_1 = 180$ рад/с бурчак тезлик билан айланади ва унинг тишлари сони $z_1 = 80$, айланувчи гилдираклар тишларининг сони: $z_2 = 20$, $z_3 = 40$; етакланувчи валга ўрнатилган гилдирак тишларининг сони $z_4 = 60$. I гилдирак ва етакчи вал бир томонга айланади.

Жавоб: $\omega_1 = 280$ рад/с.

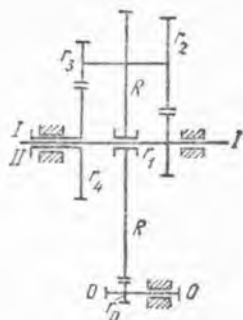
24.11. Дифференциал узатмали тезликлар редуктори тўртта тишли гилдираклардан иборат; булардан биринчиси ички томондан илашадиган бўлиб, бурчак тезлиги 160 айл/мин га тенг, тишларининг сони $z_1 = 70$; иккинчи ва учинчи гилдираклар бир-бирига бириктирилган; улар, минутига 1200 марта айланувчи I етакчи валининг ўқи атрофида вал билан бирга айланувчи ўққа ўрнатилган; тишларининг сони $z_2 = 20$, $z_3 = 30$; ички томондан илашадиган тўрттинчи гилдирак



24.12- масалага



24.13- масалага



24.14- масалага

етақланувчи валга маҳкам ўрнатилган бўлиб, тишларининг сони $z_4 = 80$. Ётақланувчи валнинг бир минутда неча марта айланиши топилсин; 1 вал ва 1 — ғилдирак бир-биринга қарама-қарши томонга айланади.

Жавоб: $n_{II} = 585$ айл/мин.

24.12. Тезликлар редуктори таркибига 1-қўзғалмас шестерёнка, ўзаро бириктирилган ва ички томондан илашадиган 2- ва 3-қўзғалувчи шестерёнкалар ва етакланувчи валга маҳкамланган 4-шестерня кирази. Агар тишларнинг сони $z_1 = 30$, $z_2 = 80$, $z_3 = 70$, $z_4 = 20$ бўлса, етакланувчи валнинг бир минутда неча марта айланиши топилсин; етакчи вал $n_1 = 1200$ айл/мин га тўғри келадиган бурчак тезлик билан айланади.

Жавоб: $n_{II} = -375$ айл/мин.

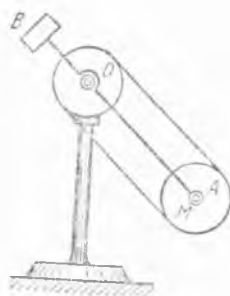
24.13. «Триплекс» системасидаги блокда $a-a$ валга занжирли А блок маҳкам қилиб ўрнатилган; ўша валга кўтарувчи занжири ва юки бўлган b втулка эркин ўрнатилган; втулка В дастага маҳкам қилиб туташтирилган. Дастанинг ҳар қайси палецига ўзаро бириктирилган иккита II ва III шестернялар эркин ўтказилган; II шестернялар $a-a$ валга маҳкамланган I шестерня билан тишлашган; III шестерёнкалар қўзғалмас IV тишли ғилдирак билан тишлашган. Агар I, II, III ва IV тишли ғилдираклар тишларининг сони тегишлича: $z_1 = 12$, $z_2 = 28$, $z_3 = 24$, $z_4 = 54$ га тенг бўлса, $a-a$ вал ва b втулка айланиш бурчак тезликларининг нисбати аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a/\omega_b = 10$.

24.14. Цилиндрик дифференциалда $I-I$ валга радиуси R бўлган тишли ғилдирак эркин ўтказилган бўлиб, унга r_2 ва r_3 радиусли ўзаро бириктирилган шестернялар ўрнатилган. R ғилдирак r_0 радиусли шестерёнка билан ҳаракатга келтирилади. r_2 ва r_3 радиусли шестерёнкалар тегишлича $I-I$ ва $II-II$ валларга маҳкамланган r_1 ва r_4 радиусли шестерёнкалар билан илаштирилган; II вал втулка шаклида ишланган. $I-I$ ва $O-O$ валларнинг айланиш бурчак



24.15- масалага



24.16- масалага

тезликлари n_1 ва n_0 га тенг деб, II валнинг бурчак тезлиги топилсин. $I-I$ га $O-O$ каллар бир томонга айланади.

$$\text{Жавоб: } n_2 = \left(n_1 + n_0 \frac{r_0}{R} \right) \frac{r_1 r_3}{r_2 r_4} - n_0 \frac{r_0}{R}.$$

24.15. Картошка навловчи машинанинг планетар узатмасида марказий a шестерёнка қўзғалувчи c шестерёнкаларга паразит b шестерёнкалар ёрдамида қўшилган; a шестерёнка ўз ўқи билан бирга тўғри чизиqli тенг ўлчовли илгарилама ҳаракат қилади; c шестерёнкалар втулкаларига d қанотлар бириктирилган. b ва c шестерёнкалар ўқлари марказий a шестерёнканинг ўқи атрофида ω_0 бурчак тезлик билан айланувчи S водилога (етакчига) ўрнатилган. Агар ҳамма шестерёнкаларнинг радиуслари бир хил бўлса, шестерёнкаларнинг абсолют бурчак тезликлари, шунингдек, қанотлар ҳаракатининг характери аниқлансин.

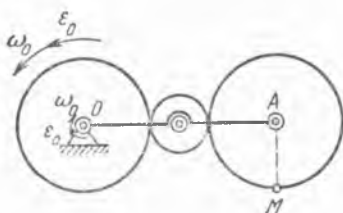
Жавоб: $\omega = 0$, қанотлар c шестерёнкалар марказлари билан бирга илгарилама циклоидал ҳаракат қилади.

24.16. OA кривошип B посанги билан бирга қўзғалмас шестерёнканинг O ўқи атрофида $\omega_0 = \text{const}$ бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг A учига бошқа шестерёнканинг ўқи туради ва бу шестерёнка қўзғалмас шестерёнкага занжир воситасида қўшилган; шестерёнкаларнинг ўлчамлари бир хил. Агар кривошипнинг узунлиги $OA = l$ бўлса, қўзғалувчи шестерёнканинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши, шунингдек, унинг ихтиёрий M нуқтасининг тезлик ва тезланиши аниқлансин.

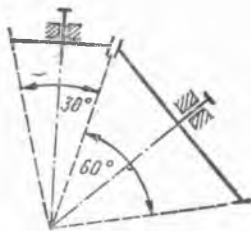
Жавоб: $\omega = 0$, $\varepsilon = 0$, яъни шестерёнка A маркази билан бирга айлана бўйлаб илгарилама ҳаракат қилади:

$$v_M = v_A = l\omega, \quad \omega_M = l\omega_0^2.$$

24.17. Эпициклик узатувчида радиуси R бўлган етакловчи шестерня соат стрелкаси айланишига тескари томонга ω_0 бурчак тез-



24.17- масалага



24.18- масалага

лик ва ϵ_0 бурчак тезланиш билан айланади, узунлиги $3R$ бўлган кривошипнинг ўқи атрофида соат стрелкаси бўйлаб худди шундай бурчак тезлик ва бурчак тезланиш билан айланади. Радиуси R бўлган етакланувчи шестернянинг шу пайтда кривошипка тик бўлган диаметрининг учига турган M нуқтасининг тезлиги ҳамда тезланиши топилсин.

Жавоб: $v = R \omega_0 \sqrt{10}$, $\omega = R \sqrt{10(\epsilon_0^2 + \omega_0^4) - 12 \omega_0^2 \epsilon_0}$.

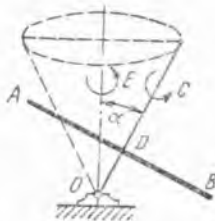
б) Жисмнинг фазовий ҳаракатларини қўшиш

24.18. Ўқларни қўзғалмас ва бурчаклари тегишлича α ва β га тенг бўлган конус шаклидаги иккита тишли ғилдирак берилган. Биринчи ғилдирак ω_1 бурчак тезлик билан айланади. Иккинчи ғилдиракнинг бурчак тезлиги ω_2 аниқлансин ва у $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\omega_1 = 10$ айл/мин бўлган ҳол учун ҳисоблансин.

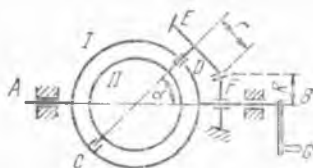
Жавоб: $\omega_2 = \omega_1 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}} = 5,16$ айл/мин.

24.19. Карусель доиравий AB юзадан иборат; AB юза D марказидан ўтган OC ўқ атрофида 6 айл/мин бурчак тезлик билан айланади, OC ўқ эса шу томонга қараб OE вертикал атрофида минутага 10 марта айланади. Ўқлар орасидаги бурчак $\alpha = 20^\circ$, AB юзанинг диаметри 10 м га тенг, OD оралиқ 2 м га тенг. B нуқта энг пастки ҳолатни эгаллаган пайтда унинг тезлиги v аниқлансин.

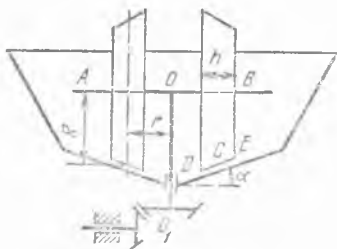
Жавоб: $v = 8,77$ м/с.



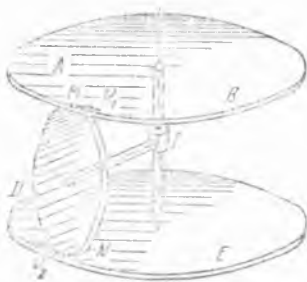
24.19- масалага



24.20- масалага



24.21- масалага



24.22- масалага

24.20. Шарли дробилка CD ўққа ўрнатилган Π ковак шардан иборат (унга шарлар ўрнатилган ва майдаланадиган модда солинган); CD ўққа радиуси r бўлган конус шаклидаги E тишли ғилдирак маҳкамланган. CD ўқ G даста ёрдами билан ҳаракатга келтириладиган I ромдаги подшипникларда туради. I ром AB ўқ билан яхлит қилиб ишланган. E ғилдирак радиуси R бўлган қўзғалмас F ғилдиракка туташган. Агар даста ω_0 бурчак тезлик билан айланса, шарли дробилканинг абсолют бурчак тезлиги аниқлансин; AB ва CD ўқлар орасидаги бурчак α га тенг. Шунингдек, дастанинг бурчак тезлиги $\omega_0 = \text{const}$ бўлса, шарли дробилканинг абсолют бурчак тезлиши аниқлансин.

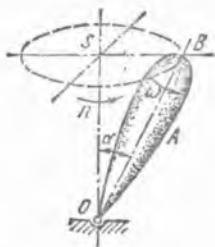
$$\text{Жавоб: } \omega_A = \frac{\omega_0}{r} \sqrt{r^2 + R^2 + 2rR \cos \alpha}, \quad \varepsilon = \omega_0^2 \frac{R}{r} \sin \alpha.$$

24.21. Руда янчиш учун конус шаклидаги чаша (идиш) тубида ғилдиловчи пулат тўғинли чўян ғилдираклар кўринишидаги бегунлар ишлатилади. Бегунлар горизонтал AOB ўқ атрофида айланади; AOB ўқ эса ўзи билан яхлит қилиб ишланган вертикал OO_1 ўқ атрофида айланади. Бегуннинг оний айланиш ўқи бегун тўғинининг чаша тубига уриниш чизигининг ўртасидаги C нуқта орқали ўтади деб фараз қилиб, бегун тўғинидаги D ва E нуқталарнинг абсолют тезликлари топилсин. Вертикал ўқ атрофида айланиш бурчак тезлиги $\omega_e = 1$ рад/с, бегуннинг эни $h = 0,5$ м, бегуннинг ўртача радиуси $R = 1$ м, айланишнинг ўртача радиуси $r = 0,6$ м, $\text{tg } \alpha = 0,2$.

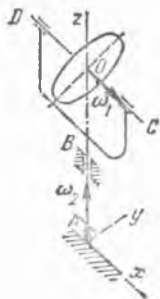
$$\text{Жавоб: } v_D = v_E = 0,28 \text{ м/с.}$$

24.22. Дифференциал узатма иккита AB ва DE дисклардан иборат; дискларнинг марказлари уларнинг умумий айланиш ўқида ётади. Бу дисклар MN ғилдиракни қисиб туради, ғилдиракнинг HI ўқи дисклар ўқига тик. Агар ғилдиракнинг дисклар билан уриниш нуқталарининг тезликлари: $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 4$ м/с, ғилдирак радиуси $r = 0,05$ м бўлса, MN ғилдирак H марказининг тезлиги v ва HI ўқ атрофида айланиш бурчак тезлиги ω_r аниқлансин.

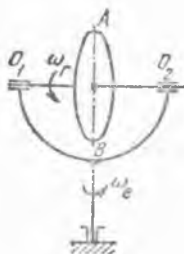
$$\text{Жавоб: } v = 0,5 \text{ м/с, } \omega_r = 70 \text{ рад/с.}$$



24.24- масалага



24.25- масалага



24.26- масалага

24.23. Олдинги масала шартларини сақлаб, узунлики $HI = 1/14$ м деб ҳисоблаб, MN ғилдиракнинг абсолют бурчак тезлиги ва абсолют бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{4949}$ рад/с, $\epsilon = 490$ рад/с².

24.24. A пирилдоқ ўзининг OB симметрия ўқиға нисбатан ω_1 рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. OB ўқ тенг ўлчовли ҳаракат билан конус шаклини чизади. Пирилдоқнинг B учи 1 минутда n марта айланади. Бурчак $BOS = \alpha$. Пирилдоқнинг бурчак тезлиги ω , бурчак тезланиши ϵ топилин.

Жавоб: $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 + 2\omega_1 \frac{\pi n}{30} \cos \alpha}$, $\epsilon = \omega_1 \frac{\pi n}{30} \sin \alpha$.

24.25. Доғравий диск горизонтал CD ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан айланади; шу билан бир вақтда CD ўқ дискнинг O маркази орқали ўтган AB вертикал ўқ атрофида ω_2 бурчак тезлик билан айланади. Агар $\omega_1 = 5$ рад/с, $\omega_2 = 3$ рад/с бўлса, дискнинг оний бурчак тезлиги ω ва оний бурчак тезланиши ϵ нинг миқдор ва йўналишлари ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega = 5,83$ рад/с, ω — x, z ўқларнинг мусбат йўналишлари билан $\alpha = 30^\circ 58'$ ва $\beta = 59^\circ 2'$ бурчаклар ҳосил қилади; $\epsilon = 15$ рад/с², ϵ эса y ўқ бўйлаб йўналган.

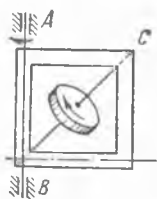
24.26. Радиуси R бўлган диск ω_r доимий бурчак тезлик билан горизонтал $O_1 O_2$ ўқ атрофида айланади; бу ўқ ўз навбатида вертикал ўқ атрофида ω_e доимий бурчак тезлик билан айланади. Дискнинг вертикал диаметри учларида ётган A ва B нуқталарнинг тезлик ва тезланишлари топилин.

Жавоб: $v_A = v_B = R\omega_r$, $\omega_A = \omega_B = R\omega_r \sqrt{4\omega_e^2 + \omega_r^2}$.

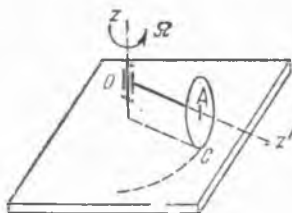
24.27. Квадрат ром AB ўқ атрофида 2 айл/мин бурчак тезлик билан айланади. Ром диагонали бўйича ўтган BC ўқ атрофида диск минутига 2 марта айланади. Дискнинг абсолют бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 0,39$ рад/с; $\epsilon = 0,031$ рад/с².

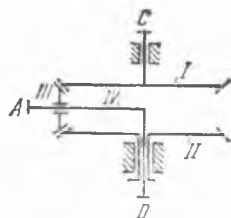
24.28. Тегирмон бегунининг OA ўқи вертикал Oz ўқ атрофида Ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Ўқ узунлиги $OA = R$, бегун радиуси $AC = r$. Бегундаги C нуқтанинг тезлигини шу пайтда



24.27- масалага



24.28- масалага



24.29- масалага

нолга тенг деб ҳисоблаб, бегуннинг бурчак тезлиги ω_1 оний ўқ йўналиши, қўзғалувчи ва қўзғалмас аксондлар аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \frac{\sqrt{R^2 + r^2}}{r} \Omega$; оний ўқ — OC тўғри чизик; аксондлар — учлари O нуқтада бўлган конуслар; қўзғалувчи аксонднинг учига $z'OC$ бурчак $\arctg \frac{r}{R}$ га тенг, қўзғалмас аксонднинг учига zOC бурчак $\pi - \arctg \frac{R}{r}$ га тенг.

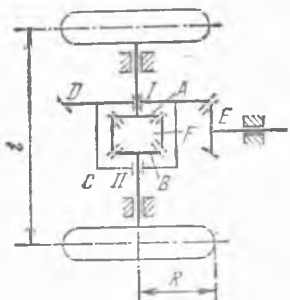
24.29. Дифференциал узатма қўзғалмас CD ўқ атрофида айлана оладиган IV кривошипга эркин ўрнатилган конус шаклидаги III тишли ғилдирак (сателлит) дан иборат. Сателлит ўша CD ўқ атрофида $\omega_1 = 5$ рад/с ва $\omega_2 = 3$ рад/с бурчак тезлик билан айланувчи конус шаклидаги I ва II тишли ғилдираклар билан қўшилган; бунда I ва II тишли ғилдираклар бир томонга айланади. Сателлит радиуси $r = 2$ см, I ва II ғилдиракларнинг радиуслари эса бир хилда ва $R = 7$ см га тенг, IV кривошипнинг бурчак тезлиги ω_4 , сателлитнинг кривошипка нисбатан бурчак тезлиги ω_{31} ва A нуқтанинг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 0,28$ м/с, $\omega_4 = 4$ рад/с, $\omega_{31} = 3,5$ рад/с.

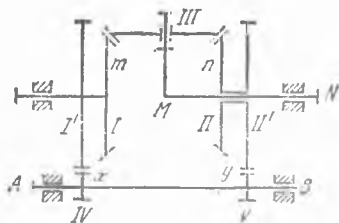
24.30. Олдинги масаладаги дифференциал механизмда конус шаклидаги I ва II тишли ғилдираклар $\omega_1 = 7$ рад/с, $\omega_2 = 3$ рад/с бурчак тезлик билан қарама-қарши томонга айланади. Агар $R = 5$ см, $r = 2,5$ см бўлса, v_A , ω_4 ва ω_{31} нинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 0,1$ м/с, $\omega_4 = 2$ рад/с, $\omega_{31} = 10$ рад/с.

24.31. Автомобиль бурилишдан юрганда унинг ташқи ғилдираклари кўп йўл ўтади ва кам йўл босувчи ички ғилдиракларига қараганда тезроқ айланиши керак. Автомобилнинг орқа етакчи ўқи синмаслиги учун дифференциал узатма деб аталадиган тишли узатма қўлланилади, бу узатманинг тузилиши қуйидагича: иккита ғилдирак ўрнатилган орқа ўқ айрим-айрим бўлган иккита I ва II қисмлардан қилинган; бу қисмларнинг учига иккита бир хил A ва B тишли ғилдираклар маҳкам қилиб ўрнатилган. Валларнинг шу қисмларида C коробка конус шаклидаги D ғилдирак билан бирга подшипникларда айланади; D ғилдирак C коробка билан маҳкам қилиб



24.31- масалага



24.32- масалага

бириктирилган; C коробка мотор билан ҳаракатга келтирилувчи (узунасига кетган) бош вал тишли E ғилдирак ёрдамида айлантрилади. C коробканинг айланиши конус шаклидаги иккита F шестерёнкалар (сателлитлар) ёрдами билан A ва B тишли ғилдиракларга узатилади; шестерёнкалар автомобилнинг $I—II$ орқа ўқиға тик қилиб коробкага маҳкамланган ўқлар атрофида эркин айланади. Автомобилнинг орқадаги ғилдиракларининг бурчак тезликлари C коробка айланишининг бурчак тезлиги функцияси сифатида топилисин ва сателлитларнинг коробкага нисбатан бурчак тезлиги ω_r аниқлансин; автомобиль, радиуси ўртача $\rho = 5$ м бўлган айланма йўлда, $v = 36 \frac{\text{км}}{\text{соат}}$ тезлик билан ҳаракат қилади; орқадаги ўқ ғилдиракларининг радиуси $R = 0.5$ м, улар орасидаги масофа $l = 2$ м. A ва B тишли ғилдираклар радиуслари сателлитлар радиусларига қараганда икки марта катта: $R_0 = 2r$.

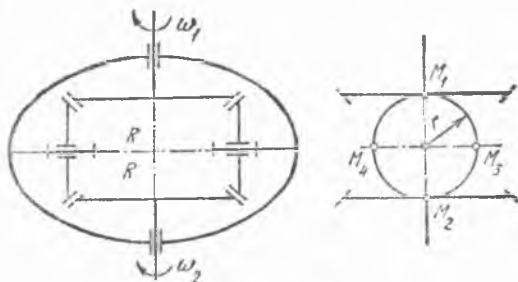
Жавоб: $\omega_1 = 24$ рад/с, $\omega_2 = 16$ рад/с, $\omega_r = 8$ рад/с.

24.32. AB ва MN ўқлар айланиш сонларининг берилган нисбатини олиш учун дифференциал тишлашма қўлланилади; ушнинг конус шаклидаги I ва II ғилдиракларига цилиндр шаклидаги I' ва II' ғилдираклар маҳкам бириктирилган; I' ва II' ғилдираклар AB ўққа маҳкам қилиб ўрнатилган IV ва V шестерёнкалар билан тишлашади. Агар I ва II ғилдирак радиуслари бир хилда, I' , II' , IV ва V ғилдирак тишларининг сонлари тегишлича m , n , x , y бўлса, AB ва MN валларнинг бурчак тезликлари ω_0 билан ω орасидаги муносабат топилисин.

$$\text{Жавоб: } \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{m} + \frac{y}{n} \right).$$

24.33. Олдинги масаладаги дифференциал узатмада I' ва IV тишли ғилдираклар орасига айланиш ўқи қўзғалмас бўлган паразит ғилдирак киритилган. Масаланинг бошқа ҳамма шартларини ўзгартирмаган ҳолда AB ва MN валларнинг бурчак тезликлари ω_0 билан ω орасидаги муносабатни топиш керак.

$$\text{Жавоб: } \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{m} - \frac{y}{n} \right).$$



24.34- масалага

24.34. Автомобиль орқа ўқининг иккала ярмини туташтирувчи дифференциал узатма $R = 6$ см радиусли иккита бир хил шестерён-калардан иборат. Шестерёнкалар ярим ўқларга ўрнатилган бўлиб, автомобиль бурилганда ўзи ҳар хил, миқдори эса ўзгармас бўлган $\omega_1 = 6$ рад/с ва $\omega_2 = 4$ рад/с бурчак тезлик билан бир томонга айланади. Шестерёнкалар орасига ўққа эркин ўрнатилган ва радиуси $r = 3$ см бўлган айланувчи сателлит қисилган. Сателлит ўқи кожух-га маҳкам ўрнатилган бўлиб, у билан бирга автомобилнинг орқа ўқи атрофида айлана олади. Сателлитнинг, расмда кўрсатилганидек, икки диаметр учиди ётувчи тўртта M_1, M_2, M_3 ва M_4 нуқталарининг автомобиль корпусига нисбатан тезланишлари топилсин.

Жавоб: $a_1 = 2,1$ м/с², $a_2 = 0,91$ м/с², $a_3 = a_4 = 1,73$ м/с².

24.35. Тиш қирқиш станогининг дифференциалида тезлантирувчи 4-ғилдирак ўзига маҳкам қилиб бириктирилган 1 ғилдирак билан бир-га етакчи a валга эркин ўрнатилган. Етакчи a валнинг учиди 2 — 2 сателлитларнинг CC ўқи ўтган головка бор. Қуйидаги беш ҳолда етакланувчи b вал ва унга маҳкам қилиб бириктирилган 3-ғилдирак бурчак тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин:

1) Етакчи валнинг бурчак тезлиги ω_a , тезлантирувчи ғилдирак-нинг бурчак тезлиги $\omega_4 = 0$.

2) Етакчи валнинг бурчак тезлиги ω_a , тезлантирувчи ғилдирак ω_4 бурчак тезлик билан етакчи вал айланадиган томонга айланади.

3) Тезлантирувчи ғилдирак ва етакчи вал бир хилдаги $\omega_4 = \omega_a$ бурчак тезлик билан бир томонга айланади.

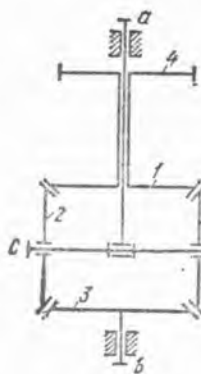
4) Тезлантирувчи ғилдирак ва етакчи вал бир томонга айланади, лекин $\omega_4 = 2\omega_a$.

5) Етакчи валнинг бурчак тезлиги ω_a тезлантирувчи ғилдирак ω_4 бурчак тезлик билан қарама-қарши томонга айланади.

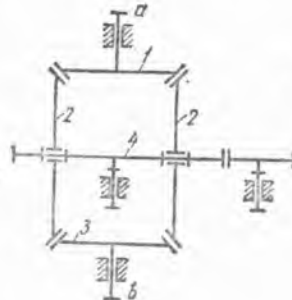
Жавоб: 1) $\omega_b = 2\omega_a$; 2) $\omega_b = 2\omega_a - \omega_4$; 3) $\omega_b = \omega_a$; 4) $\omega_b = 0$; 5) $\omega_b = 2\omega_a + \omega_4$.

24.36. Олдинги масалада тасвирланган тиш қирқиш станогининг дифференциалида етакчи валнинг бурчак тезлиги $n_a = 60$ айл/мин. Етакланувчи вал қўзғалмай қолиши учун тезлантирувчи ғилдирак бур-чак тезлигининг қанча бўлиши кераклиги аниқлансин.

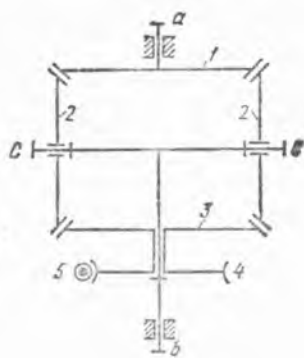
Жавоб: $\omega_4 = 120$ айл/мин.



24.35- масалага



24.37- масалага



24.38- масалага

24.37. Тиш қирқиш станогининг дифференциалидаги тезлантирувчи 4-ғилдирак сателлитлар ўқини элтади. Етакчи валнинг бурчак тезлиги ω_a . Қуйидаги уч ҳолда етакланувчи вал бурчак тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин:

1) Тезлантирувчи 4-ғилдирак $\omega_4 = \omega_a$ бурчак тезлик билан етакчи вал айланган томонга айланади.

2) $\omega_4 = \omega_a$, лекин етакчи вал ва тезлантирувчи ғилдирак қарама-қарши томонга айланади.

3) Сателлитларнинг ўқи ва тезлантирувчи ғилдирак қўзғалмас.

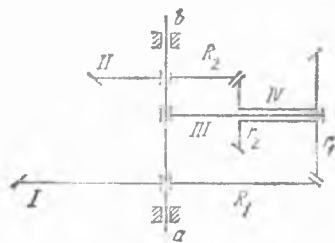
Жавоб: 1) $\omega_b = \omega_a$, 2) $\omega_b = -3\omega_a$, 3) $\omega_b = -\omega_a$.

24.38. Станок дифференциалда конус шаклидаги I ғилдирак етакчи a валга маҳкам ўрнатилган. Етакланувчи b вал учнда 2—2 сателлитларнинг СС ўқи ўрнатилган головка туради.

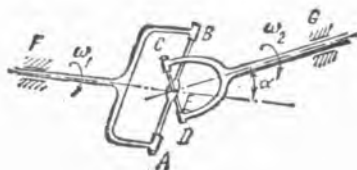
Ўша валнинг ўзида червякли 4-ғилдирак билан туташтирилган конус шаклидаги 3-ғилдирак эркин туради. Агар конус шаклидаги ҳамма ғилдиракларнинг радиуслари бир хил бўлса, 5-червяк, демак, 4-ва 3-ғилдираклар қўзғалмай турган пайтдаги узатма сонининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_b/\omega_a = 0,5$.

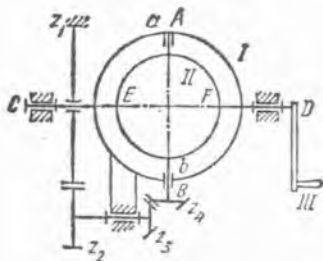
24.39. Қўш дифференциал қўзғалмас ab ўқ атрофида айлана оладиган III кривошипдан иборат. Кривошипга IV сателлит эркин ўрнатилган. Сателлит бир-бирига маҳкам қилиб бириктирилган. $r_1 = 5$ см ва $r_2 = 2$ см радиусли конус шаклидаги иккита тишли ғилдиракдан иборат. Бу ғилдираклар ab ўқ атрофида айланадиган, лекин кривошип билан боғланмаган конус шаклидаги иккита I ва II тишли ғилдираклар билан қўшилган. I ва II ғилдиракларнинг радиуслари $R_1 = 10$ см ва $R_2 = 5$ см, бурчак тезликлари тегишлича $\omega_1 = 4,5$ рад/с



24.39- масалага



24.41- масалага



24.42- масалага

ва $\omega_2 = 9$ рад/с. Агар иккала ғилдирак бир томонга айланса, кривошипнинг бурчак тезлиги ω_3 ва сателлитнинг кривошипга нисбатан бурчак тезлиги ω_{43} аниқлансин.

Жавоб: $\omega_3 = 7$ рад/с, $\omega_{43} = 5$ рад/с.

24.40. Олдинги масала I ва II ғилдираклар ҳар хил томонга айланади деб фараз қилиб ечилсин.

Жавоб: $\omega_3 = 3$ рад/с, $\omega_{43} = 15$ рад/с.

24.41. Кесишувчи ўқлар орасида айланишни кузатишда қўлланиладиган Кардан — Гук универсал шарнирининг ABCD крестовинаси ($AB \perp CD$) қўзғалмас E нуқта атрофида айланади. Крестовина билан боғланган валлар бурчак тезликларининг ω_1/ω_2 нисбати икки ҳол учун топилинсин:

1) ABF вилка текислиги горизонтал, CDG вилка текислиги эса вертикал бўлганда;

2) ABF вилка текислиги вертикал, CDG вилка текислиги эса унга тик бўлганда.

Валлар орасидаги бурчак ўзгармасдир: $\alpha = 60^\circ$.

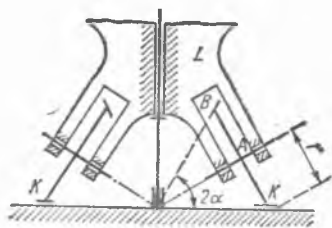
Жавоб: 1) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{\cos \alpha} = 2$; 2) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \cos \alpha = 0,5$.

24.42. Шарли дробилка диаметри $d = 10$ см бўлиб, AB ўққа ўрнатилган ковак шардан иборат; AB ўққа тишларининг сони $z_4 = 28$ та бўлган ғилдирак маҳкамлаб ўтказилган. AB ўқ I айланувчи ромга a ва b подшипниклар билан маҳкамланган. I ром III даста билан айлантириладиган CD ўқ билан яхлит қилиб туташтирилган. Шарли дробилка, тишлари сони $z_1 = 80$, $z_2 = 43$, $z_3 = 28$ бўлган ғилдираклар ёрдами билан AB ўқ атрофида айлантирилади; бунда биринчи ғилдирак қўзғалмасдир. Агар даста $\omega = 4,3$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айлантирилса, дробилканинг абсолют бурчак тезлиги, бурчак тезланиши ва берилган пайтда CD ўқда ётган иккита E ва F нуқталарнинг тезлик ва тезланишлари аниқлансин.

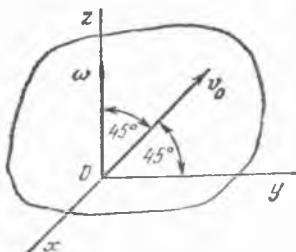
Жавоб: $\omega_a = 9,08$ рад/с, $\varepsilon = 34,4$ рад/с²,

$v_E = v_F = 0,4$ м/с, $\omega_E = \omega_F = 4,68$ м/с².

24.43. Қўприкнинг айланидиган қисми конус шаклидаги K тишли ғилдираклар кўринишидаги катокларга ўрнатилган. Ғилдиракларнинг ўқи ҳалқали L ромга шундай нишаб қилиб ўрнатилганки, уларнинг давоми K тишли ғилдираклар юрадиган текис таянч шестерня-



24.43- масалага



24.44- масалага

нинг геометрик марказида кесишади. Конус шаклидаги катокнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши ҳамда A, B, C нуқталарининг тезлиги ва тезланиши топилсин (A — конус шаклидаги тишли BAC филдиракнинг маркази). Каток асосининг радиуси $r = 0,25$ м, учидagi бурчак 2α , шу билан бирга $\cos \alpha = 84/85$. Ҳалқали ромнинг вертикал ўқ атрофида айланиш бурчак тезлиги $\omega_0 = \text{const} = 0,1$ рад/с.

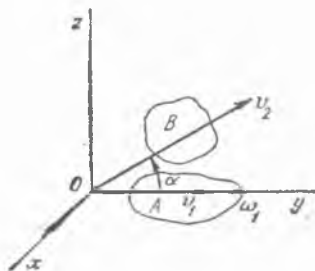
Жавоб: $\omega = 0,646$ рад/с, $\epsilon = 0,0646$ рад/с², $v_A = 0,16$ м/с, $v_B = 0,32$ м/с, $v_C = 0$, $\omega_A = 0,016$ м/с², $\omega_B = 0,11$ м/с², $\omega_C = 0,105$ м/с².

24.44. Қаттиқ жисм фазода ҳаракатланмоқда, шу билан бирга унинг бурчак тезлик вектори ω га тенг бўлиб, y қаралаётган пайтда z ўқ бўйлаб йўналган. Жисм O нуқтасининг тезлиги v_0 га тенг бўлиб, y ва z ўқлар билан бир хил 45° бурчак ҳосил қилади. Жисмнинг энг кичик тезликка эга бўлган нуқтаси ва бу тезликнинг қиймати аниқлансин.

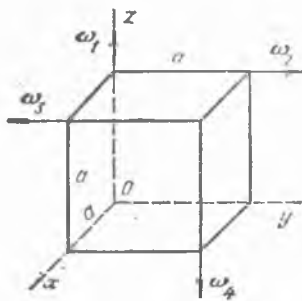
Жавоб: $v_{\min} = v_0 \cos 45^\circ$. Координатлари $x = -\frac{v_0 \cos 45^\circ}{\omega}$, $y = 0$

бўлган нуқтадан z ўққа параллел ўтадиган оний винт ўқининг нуқталари шундай тезликка эга.

24.45. A қаттиқ жисм y ўқ атрофида ω_1 бурчак тезлик билан айланади ва v_1 тезлик билан шу ўқ йўналишида илгарилама ҳаракат қилади. B жисм y ўқ билан α бурчак ҳосил қилувчи v_2 тезлик билан илгарилама ҳаракат қилади. v_1/v_2 нисбат қандай бўлганида A жисмнинг B га нисбатан ҳаракати соф айланиш бўлади? Бунда айланиш ўқи қаерда ётади?



24.45- масалага



24.46- масалага

Жавоб: $v_1|v_2 = \cos \alpha$ бўлганида A жисмининг B жисмга нисбатан нисбий ҳаракати y ўққа параллел ўқ атрофидаги соф айланишдан иборат; айланиш ўқи илгариларча тезликнинг $v_2 \sin \alpha$ ташкил этувчиси бўйлаб y ўққа ўтказилган перпендикуляр бўйича ҳисобланган $l = \frac{v_2 \sin \alpha}{\omega_1}$ масофадан ўтади.

24.46. Томонлари $a = 2$ м ли куб шаклидаги қаттиқ жисм бурчак тезликлари $\omega_1 = \omega_4 = 6$ рад/с. $\omega_2 = \omega_3 = 4$ рад/с бўлган тўртта айланишда бир вақтнинг ўзида иштирок этади. Жисмининг натижавий ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: Жисм v тезликда илгариларча ҳаракат қилади, унинг проекциялари $v_x = -12$ м/с, $v_y = 12$ м/с, $v_z = -8$ м/с га тенг.

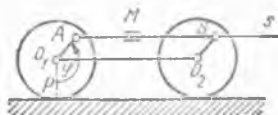
25-§. Нуқта ва қаттиқ жисмининг мураккаб ҳаракатига доир аралаш масалалар

25.1. Паровознинг ғилдираклари AB спарник билан бирлаштирилган. $r = 80$ см радиусли ғилдираклар рельслар бўйлаб сирғанмасдан чап томонга ғилдирайди. Ғилдираклар тинч ҳолатдан бошлаб ҳаракатланганида $\varphi = \angle PO_1A$ бурилиш бурчаги $\varphi = \frac{3\pi}{4}t^2$ рад қонунга асосан ўзгаради. AB спарник бўйлаб M ползун $s = AM = (10 + 40t^2)$ см тенгламага мувофиқ ҳаракатланади. Агар $O_1O_2 = AB$, $O_1A = O_2B = r/2$ бўлса, $t = 1$ с бўлган пайтда M ползуниинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши топилсин.

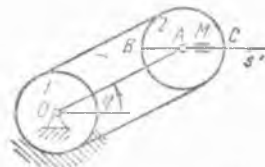
Жавоб: $v_M = 450$ см/с, $\omega_M = 1170$ см/с².

25.2. Қўзғалмас 1-тишли ғилдирак ўзи билан бир хил радиусли 2-тишли ғилдиракка занжир билан бирлаштирилган. 2-тишли ғилдирак соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда $\varphi = \frac{\pi}{6}t$ рад. қонун билан айланувчи $OA = 60$ см узунликдаги кривошип ёрдамида ҳаракатга келтирилади. $t = 0$ бўлган пайтда OA кривошип ўнг томондаги горизонтал ҳолатида бўлган. 2-тишли ғилдиракнинг s ўқ билан устма-уст тушувчи BC горизонтал йўналитирувчиси бўйлаб A марказ атрофида $s = AM = 20 \sin \frac{\pi}{2}t$ см қонунга кўра тебранувчи M ползун ҳаракатланади. $t_1 = 0$ ва $t_2 = 1$ с бўлган пайтлар учун M ползуниинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

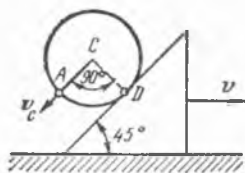
Жавоб: $v_{M0} = 44,1$ см/с, $v_{M1} = 31,4$ см/с, $\omega_{M0} = 16,5$ см/с², $\omega_{M1} = 64,2$ см/с².



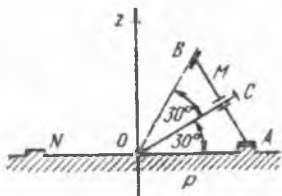
25.1- масалага



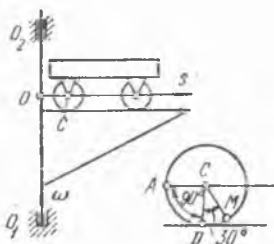
25.2- масалага



25.3- масалага



25.4- масалага



25.6- масалага

25.3. Горизонт билан 45° бурчак ҳосил қилувчи учбурчакли призма ўнг томонга горизонтал текислик бўйлаб v ($v = 2t$ см/с) тезлик билан сирпанади. Призманинг қия ёғи бўйлаб доиравий цилиндр сирғанмасдан юмалаб тушади. Цилиндр инерция маркази C нинг призмага нисбатан тезлиги модули $v_C = 4t$ см/с га тенг. Агар $t = 1$ с пайтда $\angle ACD = 90^\circ$ бўлса, цилиндр гардишидаги A нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши миқдорлари аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 6$ см/с, $\omega_A = 5,6$ см/с².

25.4. Конуссимон M тишли ғилдирак N тишли ғилдирак бўйлаб, O нуқтага бириктирилган ва z вертикал ўқ атрофида 2 рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи OC ўқ ёрдамида ҳаракатга келтирилади. N тишли ғилдирак бириктирилган P горизонтал платформа шу пайтда $v = 80$ см/с тезлик ва $\omega = 80\sqrt{3}$ см/с² тезланишга эга бўлган ҳолда вертикал бўйича пастга томон тезланувчан ҳаракат қилади. Бурчак $BOA = 60^\circ$, M тишли ғилдиракнинг AB диаметри 20 см га тенг. M тишли ғилдиракнинг A ва B нуқталари абсолют тезлиги ва тезланиши топилсин.

Жавоб: $v_A = 81$ см/с, $v_B = 100$ см/с,

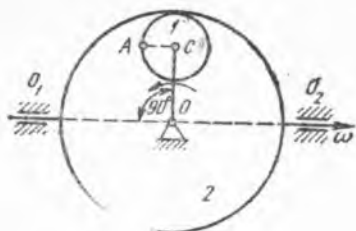
$\omega_A = 0$, $\omega_B = 302$ см/с².

25.5. Олдинги масалада OC ўқ вертикал z ўқ атрофида $2t$ рад/с га тенг бурчак тезлик билан айланади деб, $t = 1$ с пайт учун M конуссимон тишли ғилдирак A ва B нуқталарининг абсолют тезланишлари топилсин.

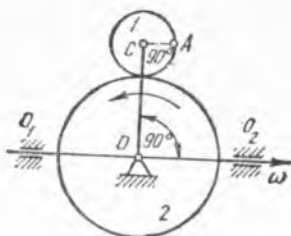
Жавоб: $\omega_A = 0$, $\omega_B = 308$ см/с².

25.6. Айланувчи кран O_1O_2 қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω ($\omega = 1$ рад/с) бурчак тезлик билан айланади. Кранининг s ўқ билан устма-уст тушган горизонтал стреласи бўйлаб тележканинг ғилдираклари сирғалмасдан думалайди. Унинг 10 см радиусли орқадаги ғилдирагининг C масса маркази $s_C = OC = 60(1 + t)$ см қонун билан ҳаракатланади. $t = 1$ с пайтда $\angle MCD = 30^\circ$ бўлса, ғилдирак гардишидаги M нуқта абсолют тезлигининг модули аниқлансин. Шунингдек, $t = 1$ с пайтда $\angle ACD = 90^\circ$ бўлса, ғилдирак гардишидаги A ва D нуқталар абсолют тезланишларининг модуллари топилсин.

Жавоб: $v_M = 129$ см/с, $\omega_A = 278$ см/с², $\omega_D = 380$ см/с².



25.7- масала га



25.9- масалага

25.7. Радиуси 10 см бўлган 1-тишли ғилдирак радиуси 40 см бўлган 2-тишли ғилдирак ичида $\omega_0 = 2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланивчи OC кривошип ёрдамида ҳаракатга келтирилади. Ўз навбатида 2-тишли ғилдиракнинг ўзи ҳам қўзғалмас O_1O_2 горизонтал ўқ атрофида $\omega = 2$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар $\angle OCA = \angle O_1OC = 90^\circ$ бўлса, 1-тишли ғилдиракнинг гардишида ётувчи A нуқтанинг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 103,8$ см/с, $\omega_A = 494$ см/с².

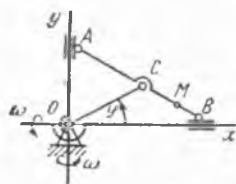
25.8. Олдинги масалада, 2-тишли ғилдиракнинг қўзғалмас O_1O_2 горизонтал ўқ атрофидаги айланиши ω ($\omega = (2 - t)$ рад/с) ўзгарувчи бурчак тезлик билан содир бўлади деб, A нуқтанинг $t = 2$ с бўлган пайтдаги абсолют тезланишининг модули топилсин. $t = 2$ с бўлган пайтда A нуқта олдинги масалага берилган расмда кўрсатилган ҳолатни эгаллайди деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\omega_A = 455$ см/с².

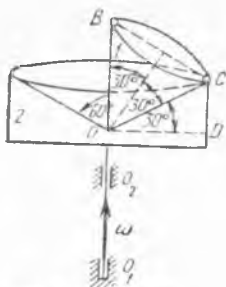
25.9. Радиуси 10 см бўлган 1-тишли ғилдирак $\omega_0 = t$ рад/с бурчак тезлик билан айланивчи OC кривошип воситасида 20 см радиусли 2-тишли ғилдирак устида ҳаракатга келтирилади. Ўз навбатида 2-тишли ғилдирак ҳам қўзғалмас O_1O_2 горизонтал ўқ атрофида ўзгармас ω ($\omega = 2$ рад/с) бурчак тезлик билан айланади. $t = 1$ с бўлган пайтда $\angle O_2OC = \angle OCA = 90^\circ$ деб ҳисоблаб, 1-тишли ғилдиракнинг гардишида ётувчи A нуқтанинг шу пайтдаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг модули аниқлансин.

Жавоб: $v_A = 73,5$ см/с, $\omega_A = 207$ см/с².

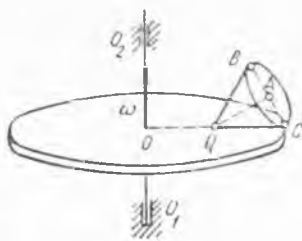
25.10. OC кривошип AB стержень воситасида ўзаро перпендикуляр x ва y йўналтирувчилар бўйлаб сирпанувчи A ва B ползунларни ҳаракатга келтиради. Ўз навбатида бу йўналтирувчилар O ўқ атрофида соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда ω ($\omega = \frac{\pi}{2}$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. OC кривошипнинг x ўқдан соат стрелкаси айланишига тескари йўналишда ҳисобланган айланиш бурчаги $\varphi = \frac{\pi}{4}t$ рад қонунга асосан ўзгаради. Агар $OC = AC = CB = 2BM = 16$ см бўлса, $t = 0$ пайт учун AB линейка M нуқтасининг абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши модуллари топилсин.



25.10- масалага



25.11- масалага



25.13- масалага

Жавоб: $v_M = 44$ см/с, $\omega_M = 93,8$ см/с².

25.11. О учидаги бурчаги 60° бўлган 1-конус, учидаги бурчаги 120° бўлган 2-конус ичида сирғанмасдан юмалайди. 2-конус ўз навбатида қўзғалмас O_1O_2 вертикал ўқ атрофида ω ($\omega = 3$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. 1-конус асосининг гардишидаги В нуқта O_1O_2 ўқ орқали ўтувчи вертикал текисликдаги ВС диаметрда ётади. В нуқтанинг тезлиги ўзгармас бўлиб, 60 см/с га тенг ва ОВС текислигига перпендикуляр ҳамда ўқувчидан расм текислигига қараб йўналган. $OB = OC = 20$ см, $\angle COD = 30^\circ$. 1-конус В ва С нуқталари абсолют тезланишларининг модуллари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_A = 497$ см/с², $\omega_C = 316$ см/с².

25.12. Олдинги масалада В нуқта тезлиги ўзгарувчан ва $60t$ см/с га тенг бўлишига қарамасдан $t = 1$ с пайт учун 1-конуснинг абсолют тезланишлари ўзгармай қоладиган нуқталарининг геометрик ўрни аниқлансин.

Жавоб: 1-конуснинг ОС ясовчи билан устма-уст тушган нуқталари.

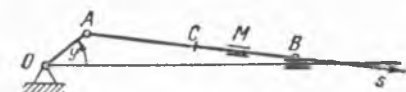
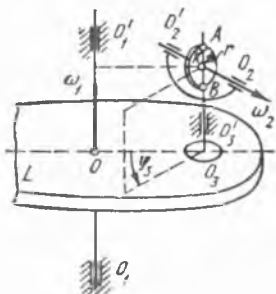
25.13. Горизонтал дискнинг устида унга Q учи билан бириктирилган доиравий конус сирғанмасдан юмалайди. Ўз навбатида, диск ҳам қўзғалмас O_1O_2 вертикал ўқ атрофида ω ($\omega = 2$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Тинч турган дискка нисбатан конус асоси А маркази тезлигининг миқдори 15 м/с га тенг бўлиб, расм текислигига тик равишда ўқувчига томон йўналган. Агар $OQ = QC = QB = BC = 10$ см бўлса, конус асосининг диск билан уринган С нуқтаси абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг модуллари топилсин.

Жавоб: $v_C = 40$ см/с, $\omega_C = 105$ см/с².

25.14. Олдинги масалада диск ϵ ($\epsilon = 2t$ рад/с) бурчак тезланиш билан тезланувчан айланади деб ҳисоблаб, С нуқта абсолют тезланишининг модули $t = 1$ с пайт учун аниқлансин; бошланғич пайтда бурчак тезликининг миқдори 2 рад/с га тенг бўлган.

Жавоб: $\omega_C = 197$ см/с².

25.15. Гироскоп қўзғалмас $O_1O'_1$ вертикал ўқ атрофида ω_1 ($\omega_1 = 2\pi$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал L платформа устига ўрнатилган. Горизонтал $O_2O'_2$ ўқ атрофида ω_2 ($\omega_2 =$



25.16- масалага

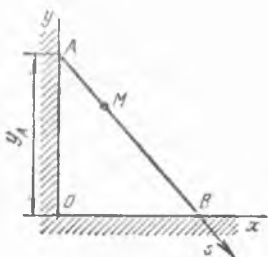
25.15- масалага

$= 8\pi$ рад/с) ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи, $r = 10$ см радиусли K диск гироскоп хизматини ўтайди. O_2O_2' ўқ ўз навбатида вертикал O_3O_3' ўқ атрофида $\varphi_3 = 2\pi t^2$ рад қонунга биноан айланади. $t = 0$ пайтда K диск O_1O_1' ўқ билан битта вертикал текисликда бўлган. φ_3 бурчак шу текисликдан бошлаб расмда кўрсатилган йўналишда ўлчанади. O_2O_2' ва O_3O_3' ўқлар K дискнинг марказида кесишади. Ўзаро параллел O_1O_1' ва O_3O_3' ўқлар орасидаги масофа $OO_3 = 30$ см бўлса, K дискнинг AB вертикал диаметри юқори учидаги A нуқтасининг $t = 1$ с бўлган пайтдаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланиши модуллари топилинсин.

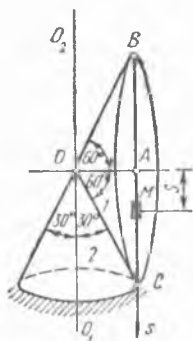
Жавоб: $v_A = 314$ см/с, $\omega_A = 7170$ см/с².

25.16. OAB кривошип-ползун механизмининг AB шатуни бўйлаб унинг C нуқтаси атрофида M муфта $s = CM = 20 \sin \frac{\pi}{2} t$ см

(AB шатун бўйлаб йўналтирилган s ўқнинг боши шатун марказидаги C нуқтада) қонунга асосан тебранади. OA кривошип расм текислигига перпендикуляр бўлган O горизонтал ўқ атрофида, соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда $\varphi = \frac{\pi}{2} t$ рад қонун билан айланади. Агар $OA = 10$ см, $AC = CB = AB/2 = 20$ см бўлса, M муфтанининг $t = 0$ пайтдаги абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг миқдорлари аниқлансин.



25.17- масалага



25.18- масалага

Жавоб: $v_M = 32,3 \text{ см/с}$, $\omega_M = 37,2 \text{ см/с}^2$.

25.17. Узунлиги $4\sqrt{2} \text{ м}$ бўлган AB стерженнинг A учи y ўқ бўйлаб пастга, B учи эса, x ўқ бўйлаб ўнг томонга сирғанади. A нуқта $y_A = (5 - t^2) \text{ м}$ қонун билан ҳаракатланади. Бирор вақтда стерженнинг A нуқтасидан B нуқтасига томон M нуқта сирғанади. M нуқтанинг стержень билан устма-уст тушувчи ўққа нисбатан ҳаракати $s = AM = 2\sqrt{2}t^2 \text{ м}$ тенглама билан ифодаланади. $t = 1 \text{ с}$ пайт учун M нуқта абсолют тезлиги ва абсолют тезланишининг миқдорлари аниқлансин.

Жавоб: $v_M = 7,05 \text{ м/с}$, $\omega_M = 8,06 \text{ м/с}^2$.

25.18. Учидаги бурчаги 120° бўлган 1-доиравий конус, учидagi бурчаги 60° бўлган 2-қўзғалмас конус учига O шарнир билан бириктирилган ва унинг устида сирғанмасдан юмалайди. Шу билан бирга 1-конуснинг OA ўқи O_1O_2 вертикал ўқ атрофида секундига бир марта айланади. 1-конус асосининг $BC = 20 \text{ см}$ диаметри бўйлаб M ползун сирпанатган йўналтирувчи ўтказилган. M ползун A марказ атрофида $s = AM = 10 \sin 2\pi t \text{ см}$ қонун асосида тебранади. $t = 0$ бошланғич пайтда BC йўналтирувчи O шарнир билан битта вертикал текисликда жойлашган. $t = 0$ пайт учун M нуқта абсолют тезланишининг миқдори топилсин.

Жавоб: $\omega_M = 572 \text{ см/с}^2$.

УЧИНЧИ БЎЛИМ

ДИНАМИКА

IX БОБ

МОДИЙ НУҚТА ДИНАМИКАСИ*

26-§. Берилган ҳаракатга қараб кучларни аниқлаш

26.1. Массаси 280 кг бўлган лифт шахтага текис тезланиш билан туширилади; у биринчи 10 с да 35 м йўл ўтади. Лифт осилган арқоннинг тортилиш кучи топилсин.

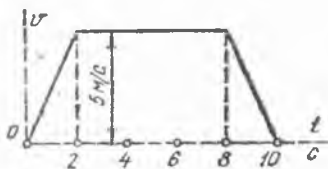
Жавоб: 2548 Н.

26.2. Устида 1,02 кг массали юк турган горизонтал платформа вертикал бўйлаб 4 м/с² тезланиш билан пастга тушади. Платформанинг юк билан бирга пастга тушиш вақтида юкнинг платформага қанча босим кўрсатиши топилсин.

Жавоб: 5,92 Н.

26.3. Столда турган 3 кг массали жисмга ип боғланиб, ипнинг иккинчи учи А нуқтага бириктирилади. Агар тортиш кучи $T = 42$ Н бўлганда ип узилса, жисмни вертикал бўйлаб юқорига кўтарганда ипнинг узилиши учун А нуқтага қандай тезланиш бериш керак?

Жавоб: 4,2 м/с².



26.4-масалала

26.4. Лифт клеткаси кўтарилганда тезликлар графиги расмда тасвирланган кўринишда бўлади. Клетканинг массаси 480 кг га тенг. Қуйидаги учта вақт оралиғида клетка осилган арқонга тушадиган тортиш кучлари T_1 , T_2 ва T_3 аниқлансин: 1) $t = 0$ дан $t = 2$ с гача, 2) $t = 2$ с дан $t = 8$ с гача ва 3) $t = 8$ с дан $t = 10$ с гача.

Жавоб: $T_1 = 5904$ Н, $T_2 = 4704$ Н, $T_3 = 3504$ Н.

26.5. Узунлиги 1 м бўлган ипга осилган 0,3 кг массали тош вертикал текисликда айлана чизади. Тошнинг ип узиладиган энг кичик бурчак тезлиги ω аниқлансин; ипнинг узилишга кўрсатадиган қаршилиги 9 Н га тенг.

Жавоб: $\omega_{\min} = 4,494$ рад/с.

*Динамиканинг ҳамма масалаларида, агар алоҳида кўрсатма бўлмаса, пружиналар, эластик балкаларнинг массалари, қаршилиқ кучлари ва шу кабилар ҳисобга олинмайди.

26.6. Темир йўлнинг эгри чизиқли участкаларида поезддан рельсларга тушадиган босимнинг йўл полотносига тик йўналган бўлиши учун ташқаридаги рельс ичкарасидагига қараганда баланд қўйилади. Қўйидаги маълумотларга қараб, ташқаридаги рельснинг ичкарасидагидан қанча баланд эканлиги аниқлансин. Йўлнинг эгрилик радиуси 400 м, поезд тезлиги 10 м/с, рельслар орасидаги масофа 1,6 м.

Жавоб: $h = 4,1$ см.

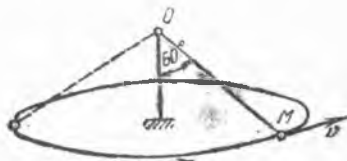
26.7. Аввал тўғри чизиқли, сўнгра эгри йўлда 20 м/с тезлик билан бораётган поезд вағонида бир юк пружинали тарозида тортилди; тарози биринчи ҳолда 50 Н ни, эгри йўлда эса 51 Н ни кўрсатди. Йўлнинг эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: 203 м.

26.8. Массаси 0,2 кг бўлган тош 1 м узунликдаги ипнинг учига осилган; итариб юборилганида тош 5 м/с га тенг горизонтал тезлик олди. Тош итариб юборилгандан кейин ипда қанча тортиш кучи бўлганлиги топилсин.

Жавоб: 6,96 Н.

26.9. Қўзғалмас O нуқтага боғланган, узунлиги 30 см бўлган ипга осиб қўйилган 0,102 кг массали M юк конус шаклидаги маятникни тасвирлайди, яъни горизонтал текисликда айлана чизади: шу билан баробар ип вертикал билан 60° ли бурчак ташкил қилади. Юкнинг тезлиги v ва ипдаги тортилиш кучи T аниқлансин.



26.9- масалага

Жавоб: $v = 2,1$ м/с, $T = 2$ Н.

26.10. Массаси 1000 кг бўлган автомобиль дўнг кўприкда $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади; кўприк ўртасининг эгрилик радиуси $\rho = 50$ м. Автомобиль кўприк ўртасидан ўтган пайтда кўприкка қанча босим кўрсатиши аниқлансин.

Жавоб: 7800 Н.

26.11. Кўтарма машинанинг кўтарилувчи кабинасидаги пружинали тарозида жисм тортилади. Кабинанинг текис ҳаракатида пружинали тарозининг кўрсатиши 50 Н, тезланувчан ҳаракатида 51 Н га тенг. Кабинанинг тезланишини топинг.

Жавоб: $0,196$ м/с².

26.12. Трамвай вағони кузовининг массаси 10 000 кг. Тележканинг ғилдирақлар билан биргаликдаги массаси 1000 кг. Агар вагон кузови юрган вақтда рессоралари устида $x = 0,02 \sin 10t$ м қонунга мувофиқ вертикал бўйича гармоник тебранма ҳаракат қилса, вагоннинг горизонтал тўғри чизиқли йўл участкасида рельсга кўрсатадиган энг катта ва энг кичик босими аниқлансин.

Жавоб: $N_{\max} = 12,78 \cdot 10^4$ Н, $N_{\min} = 8,78 \cdot 10^4$ Н.

26.13. Ички ёнув двигателининг поршени

$$x = r \left(\cos \omega t + \frac{r}{4l} \cos 2\omega t \right) \text{ см}$$

қонунга мувофиқ горизонтал тебранма ҳаракат қилади, бунда r —

кривошип узунлиги, l — шатун узунлиги, ω — валнинг миқдор жихатдан ўзгармас бурчак тезлиги. Агар поршеннинг массаси M бўлса, унга таъсир қилувчи энг катта куч аниқлансин.

Жавоб: $P = Mr\omega^2 \left(1 + \frac{r}{l}\right)$.

26.14. Рудани бойитиш ғалвири $a = 5$ см амплитуда билан вертикал бўйлаб гармоник тебранма ҳаракат қилади. Ғалвир тебранишининг шундай энг кичик k частотаси топилинки, бунда ғалвирдаги руда парчалари ундан ажралиб, юқорига отилиб чиқсин.

Жавоб: $k = 14$ рад/с.

26.15. Массаси 2,04 кг бўлган жисм горизонтал тўғри чизик бўйлаб $x = 10 \sin \frac{\pi}{2} t$ м қонунга асосан тебранма ҳаракат қилади.

Жисмга таъсир этувчи куч билан x координата орасидаги боғланиш ва бу кучнинг энг катта қиймати топилин.

Жавоб: $F = -5,033 x$ Н, $F_{\max} = 50,33$ Н.

26.16. Массаси 0,2 кг бўлган моддий нуқтанинг ҳаракати $x = 3 \cos 2\pi t$ см; $y = 4 \sin \pi t$ см тенгламалар билан ифодаланади (t — секундлар ҳисобида). Нуқтага таъсир қилувчи кучнинг проекциялари унинг координаталари орқали ифодалансин.

Жавоб: $X = -0,0789 x$ Н, $Y = -0,0197 y$ Н.

26.17. Массаси 100 г бўлган шарча оғирлик кучи таъсирида пастга тушади, бунда у ҳавонинг қаршилигига учрайди; шарча ҳаракати: $x = 4,9t - 2,45(1 - e^{-2t})$ тенглама билан ифодаланади, бу ерда x — метрлар, t — секундлар ҳисобида, Ox ўқ вертикал бўйича пастга йўналган. Ҳавонинг R қаршилиқ кучи шарчанинг v тезлиги орқали ифодалансин.

Жавоб: $R = 0,98(1 - e^{-2v})$ Н = $0,2 v$ Н.

26.18. Рандаловчи станок столининг массаси 700 кг, ишланувчи жисм массаси 300 кг. Станок ишга туширилишида биринчи 0,5 с вақт ўтгунча стол текис тезланувчан ҳаракат қилади; бу вақт оралигида ишқаланиш коэффиценти $f_1 = 0,14$. Кейинги вақтда эса стол $v = 0,5$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади; бунда ишқаланиш коэффиценти $f_2 = 0,07$. Столни текис тезланувчан ҳаракатга келтириш, кейин эса унга текис ҳаракат бериш учун керак бўлган кучнинг миқдори топилин.

Жавоб: $F_1 = 2372$ Н, $F_2 = 686$ Н.

26.19. Устидаги юки билан массаси 700 кг бўлган вагонетка $\alpha = 15^\circ$ қийликдаги канатли темир йўл бўйлаб, $v = 1,6$ м/с тезлик билан пастга тушади. Вагонетка тенг ўлчовли ҳаракат билан пастга тушаётганида ва уни тўхтатишда арқонда ҳосил бўладиган тортилиш кучи аниқлансин; тормозлаш вақти $t = 4$ с, ҳаракатга таъсир этувчи қаршилиқнинг умумий коэффиценти $f = 0,015$. Тормозлаш вақтида вагонетка текис секинланувчан ҳаракат қилади.

Жавоб: $T_1 = 1676$ Н, $T_2 = 1956$ Н.

26.20. Массаси 1000 кг бўлган юк тележка билан бирга кўприкни краннинг горизонтал фермаси бўйлаб $v = 1$ м/с тезлик билан ҳаракат қилади; юкнинг оғирлик марказидан юк осиб қўйилган нуқ-

тагача бўлган масофа $l = 5$ м. Тележка тўсатдан тўхтаб қолганда юк инерция билан ҳаракатини давом эттиради ва осиб қўйилган нуқта атрофида тебрана бошлайди. Бу тебранишда арқондаги тортилиш кучининг энг катта миқдори топилсин.

Жавоб: $T = 10\,000$ Н.

26.21. Осма йўл вағони радиуси $R = 30$ м бўлган айланма йўлда $v = 10$ м/с тезлик билан ҳаракат қилганда вагоннинг вертикалдан огиши α ва осма йўлдаги рельсга туширадиган N босими аниқлансин; горизонтал осилган рельс бўйлаб ҳаракат қилувчи ғилдиракларнинг таянч нуқталарини туташтирувчи кесманинг ўртасидан вагоннинг оғирлик марказигача бўлган масофа $l = 1$ м, вагоннинг массаси 1500 кг.

Жавоб: $\alpha = 18^\circ 47'$, $N = 15\,527$ Н.

26.22. Локомотивдан ташқари поезднинг массаси $2 \cdot 10^5$ кг га тенг. У горизонтал йўлда текис тезланиш билан ҳаракат қилиб, ҳаракат бошланганидан 60 с кейин 15 м/с тезликка эга бўлди. Агар ишқаланиш кучи поезд оғирлигининг 0,005 қисмига тенг бўлса, шу тезланиш олаётган вақтда локомотив билан поезд орасидаги тортиқдаги таранглик кучи топилсин.

Жавоб: 59 800 Н.

26.23. Массаси 2000 кг бўлган спорт самолёти горизонтал бўйлаб 5 м/с² тезланиш билан учади; унинг шу пайтдаги тезлиги 200 м/с. Ҳавонинг қаршилиги тезлик квадратига пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда 0,5 Н га тенг. Қаршилиқ кучи тезликка тесқари томонга йўналган деб ҳисоблаб, винтнинг тортиш кучи аниқлансин; винтнинг тортиш кучи учиш йўналиши билан 10° ли бурчак ташкил қилади. Шунингдек, берилган пайтдаги кўтариш кучининг катталиги ҳам аниқлансин.

Жавоб: Тортиш кучи 30 463 Н га, кўтариш кучи 14 310 Н га тенг.

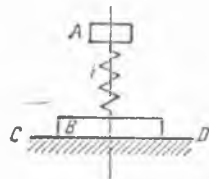
26.24. Массаси 6000 кг бўлган юк автомобили 6 м/с тезлик билан паромга чиқади. Паромга чиққан пайтда тормозланган автомобиль 10 м юриб тўхтади. Автомобиль ҳаракатини текис секинланувчи деб ҳисоблаб, паромни қирғоққа боғлаб қўйилган иккита арқоннинг ҳар қайсисидаги тортилиш кучи топилсин. Масалани ечганда паромнинг массаси ва тезланиши ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Ҳар қайси арқондаги тортилиш кучи 5 400 Н.

26.25. Оғирликлари $P_A = 20$ Н ва $P_B = 40$ Н бўлган A ва B юклар, расмда кўрсатилганидек, пружина билан бир-бирига бирлаштирилган. A юк вертикал тўғри қизиқ бўйлаб 1 см амплитуда ва 0,25 с давр билан эркин тебранма ҳаракат қилади. A ва B юкларнинг CD таянч сиртга туширадиган энг катта ва энг кичик босимлари ҳисоблансин.

Жавоб: $R_{\max} = 72,8$ Н, $R_{\min} = 47,2$ Н.

26.26. Массаси $M = 600$ кг бўлган юк горизонт билан 60° бурчак ҳосил қилувчи қия шурф бўйлаб, чиғириқ ёрдамида кўтарилади. Юкнинг



26.25- масалага

шурф сирти билан ишқаланиш коэффициенти 0,2 га тенг. Радиуси 0,2 м бўлган чиғириқ $\varphi = 0,4 t^3$ қонун асосида айланади. Троснинг тортилиши вақтнинг функцияси сифатида аниқлансин. Шунингдек, юкнинг кўтарилиши бошланганидан 2 с ўтгандан кейин тортилиш кучининг миқдори топилсин.

Жавоб: $T = (5,68 + 0,288 t)$ кН, $t = 2$ с бўлганда $T = 6,256$ кН.

26.27. Самолёт тикка шўнғиб, тезлигини 300 м/с га етказди, шундан кейин учувчи вертикал текисликда радиуси $R = 600$ м бўлган айлана ёйини чизиб, самолётни пикедан олиб чиқди. Учувчининг массаси 80 кг. Учувчини ўриндиққа босадиган энг катта куч қанча?

Жавоб: 12784 Н.

26.28. Оғирлиги 10 Н бўлган M юк $l = 2$ м узунликдаги трос-га осилган ва трос билан бирга $\varphi = \frac{\pi}{6} \sin 2\pi t$ тенгламага мувофиқ

тебранади, бунда φ — троснинг вертикалдан оғиш бурчаги (радиан ҳисобида), t — секундлар ҳисобидаги вақт. Юкнинг юқори ва қуйи ҳолатларида троснинг T_1 ва T_2 тортилишлари аниқлансин.

Жавоб: $T_1 = 32,1$ Н, $T_2 = 8,65$ Н.

26.29. Велосипед ҳайдовчи 5 м/с тезлик билан радиуси 10 м бўлган айлана чизади. Велосипед ўрта текислигининг вертикалга нисбатан оғиш бурчаги ҳамда велосипед шиналари билан йўл орасида пайдо бўладиган ва велосипеднинг турғунлигини таъминлаш учун зарур бўлган энг кичик ишқаланиш коэффициенти топилсин.

Жавоб: $14^\circ 20'$; 0,255.

26.30. Йўлнинг эгри участкаларида велосипед треки виражларга эга; уларнинг кўндаланг қирқими профили горизонтга шундай оғдирилганки, трекнинг ташқи чети ичкисидан баланд ўрнашган. Агар резина шинасининг трек ўрнатилган ерга ишқаланиш коэффициенти f га тенг бўлса, горизонтга α бурчак остида оғган R радиусли виражда қандай энг катта ва энг кичик тезлик билан юриш мумкин?

Жавоб: $v_{\min} = \sqrt{gR \frac{\tan \alpha - f}{1 + f \tan \alpha}}$, $v_{\max} = \sqrt{gR \frac{\tan \alpha + f}{1 - f \tan \alpha}}$.

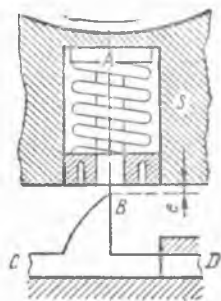
26.31. Маховиклар парчаланиб кетганида бахтсиз ҳодисалар рўй бермаслиги учун қуйидаги мослама қўлланилади. Маховик гардишига



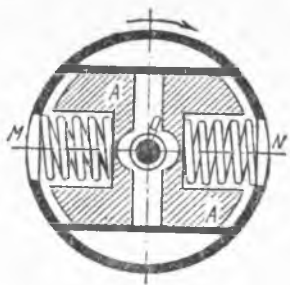
26.26- масалага



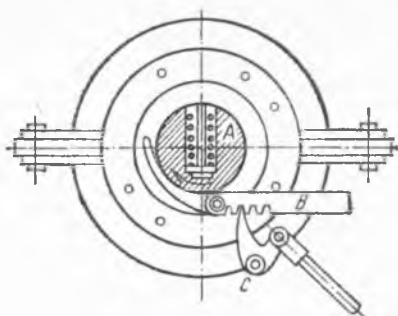
26.28- масалага



26.31- масалага



26.32 - масалага



26.33- масалага

A жисм ўрнатилади, бу жисмни маховик ичкарисидagi S пружина ушлаб туради. Маховик тезлиги етарли миқдорни олганидан кейин A жисмнинг учи CD сурилманинг B бўртиғини уриб ўтади ва сурилма машинага буғ бермай қўяди. A жисмнинг массаси $1,5$ кг га тенг, маховикдан B бўртиқчага бўлган e масофа $2,5$ см га тенг, маховик айланишининг чегаравий бурчак тезлиги $120 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ бўлсин. A жисмнинг массаси расмда тасвирланган маховикнинг айланиш ўқидан $147,5$ см масофадаги нуқтада тўпланган деб фараз қилиб, пружинанинг танланиши зарар бўлган бикрлик коэффициентини c , яъни пружинани 1 см сиқиш учун керак бўлган куч миқдори аниқлансин.

Жавоб: $145,6$ Н/см.

26.32. Регуляторда массаси 30 кг дан бўлган A тошлар бор, улар пружиналар воситасида M ва N нуқталар билан бириктирилган бўлиб, MN горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб сурилиши мумкин. Тошларнинг оғирлик марказлари пружиналарнинг учларига тўғри келади. Ҳар қайси пружина учидан расм текислигига тик O ўқчага бўлган масофа пружиналар сиқилмай турган вақтда 5 см га тенг, пружиналар узунлиги 1 см га ўзгариши учун 200 Н куч талаб қилинади. Регулятор O ўқ атрофида бир текис айланиб, бурчак тезлиги $120 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$ бўлган пайтда тошлар оғирлик марказидан O ўқчага бўлган масофа аниқлансин.

Жавоб: $6,55$ см.

26.33. Буғ турбиналарининг сақлагич виключатели массаси $m = 0,225$ кг бўлган A бармоқдан иборат; бармоқ турбина валининг олдинги қисмида вал ўқиға тик қилиб ўйилган тешикка жойлашган бўлиб, уни пружина ички томонга итариб туради; турбина нормал тезлик билан айланганда $n = 1500$ айл/мин бўлиб, бармоқнинг оғирлик маркази валнинг айланиш ўқидан $l = 8,5$ мм нари туради. Айланиш сони 10% ортганда бармоқ пружина реакциясини енгади ва ўзининг нормал ҳолатидан $x = 4,5$ мм нари қочиб, B ричагининг учига тегади ҳамда C илмоқни бўшатади. C илмоқ турбинадаги буғ тақсимловчи механизм клапанини бекитувчи пружинага ричаглар систе-

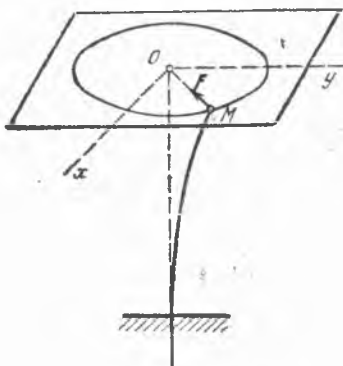
маси орқали туташган. Пружина реакциясини унинг сиқилишига пропорционал деб ҳисоблаб, пружинанинг бикрлиги, яъни уни 1 см сиқиш учун керак бўлган куч аниқлансин.

Жавоб: $c = 89,2 \text{ Н/см}$.

26.34. Массаси m бўлган нуқта $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипс бўйлаб ҳаракатланади. Нуқтанинг тезланиши y ўққа параллел. $t = 0$ пайтда нуқтанинг координатлари $x = 0$, $y = b$, бошланғич тезлиги v_0 бўлган. Ҳаракатланувчи нуқтага таъсир қилувчи куч нуқта траекториясининг ҳар бир нуқтасида аниқлансин.

Жавоб: $F_y = -m \frac{v_0^2 b^4}{a^2 y^3}$.

26.35. Массаси m бўлган шарча пастки учи қўзғалмас тагликка қисиб қўйилган вертикал эластик стержень учига маҳкамланган.



26.35- масалага

Стержень ўзининг мувозанатда турган вертикал ҳолатидан озгина оғганда шарча маркази Oxy горизонтал текисликда ҳаракат қилади деб ҳисоблаш мумкин; Oxy текислиги шарча марказининг юқориги мувозанат ҳолатидан ўтади. Ўзининг координата боши учун қабул қилинган мувозанат ҳолатидан чиқарилган шарча $x = a \cos kt$, $y = b \sin kt$ тенгламаларга мувофиқ (бунда a, b, k — ўзгармас миқдорлар) ҳаракат қилади деб, эгилган эластик стерженьнинг шарчага кўрсатган таъсир кучининг ўзгариш қонуни аниқлансин.

Жавоб: $F = mk^2 r$, бу ерда $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

27-§. Ҳаракатнинг дифференциал тенгламалари

а) Тўғри чизиqli ҳаракат

27.1. Тош шахтага бошланғич тезликсиз тушиб келади. Тошнинг шахта тубига тушиб урилишидан чиққан товуш тошнинг туша бошлаган вақтидан 6,5 с кейин эшитилади. Товуш тезлиги 330 м/с га тенг. Шахта чуқурлиги топилсин.

Жавоб: 175 м.

27.2. Оғир жисм горизонтга 30° бурчак остида оғган силлиқ текислик бўйлаб пастга тушади. Агар жисмнинг бошланғич пайтдаги тезлиги 2 м/с га тенг бўлса, жисм 9,6 м йўли қанча вақтда ўтиши топилсин.

Жавоб: 1,61 с.

27.3. Снаряд тўп оғзидан 570 м/с горизонтал тезлик билан учиби чиқади; снаряднинг массаси 6 кг. Агар снаряд тўп ичидан 2 м йўл ўтиб чиққан бўлса, порох газларининг ўртача босими P қанча? Агар

газлар босими доимий деб ҳисобланса, снаряд тўп стволида қанча вақт ҳаракат қилади?

Жавоб: $P = 4,88 \cdot 10^5 \text{ Н}$, $t = 0,007 \text{ с}$.

27.4. Массаси m бўлган жисм туртиб юборилганда ғадир-будур горизонтал текисликда 5 с да $s = 24,5 \text{ м}$ масофани ўтиб тўхтаган. Ишқаланиш коэффициенти f аниқлансин.

Жавоб: $f = 0,2$.

27.5. Горизонтал йўлда 10 м/с тезлик билан боровчи трамвай вағони тормозланганда у қанча вақтда ва қандай масофани ўтиб тўхтайдиган? Тормозлаш вақтида вағон ҳаракатига кўрсатиладиган қаршилик вағон оғирлигининг 0,3 қисмини ташкил қилади.

Жавоб: $t = 3,4 \text{ с}$, $s = 17 \text{ м}$.

27.6. Биринчи яқинлашув аниқлигида тепиш қаршилигини ўзгармас, орқага силташнинг бошланғич тезлигини 10 м/с, унинг ўртача қайтиш оралигини 1 м ҳисоблаб, дала тўпи стволнинг орқага қайтиш вақти аниқлансин.

Жавоб: 0,2 с.

27.7. Оғир нуқта горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилувчи ғадир-будур қия текисликда кўтарилади. Бошланғич лайдта нуқта тезлиги $v_0 = 15 \text{ м/с}$ бўлган. Ишқаланиш коэффициенти $f = 0,1$. Нуқта тўхтагунча қанча йўл босади? Шу йўлни нуқта қанча вақтда ўтади?

Жавоб: $s = 19,57 \text{ м}$, $t = 2,61 \text{ с}$.

27.8. Қиялиги $\alpha = 10^\circ$ бўлган тўғри чизиқли темир йўлда вағон ўзгармас тезлик билан пастга қараб тушиб боради. Агар у қиялиги $\beta = 15^\circ$ бўлган йўлдан бошланғич тезликсиз туша бошлаган бўлса, вағоннинг тезланиши ва ҳаракат бошланганидан 20 с ўтгандаги тезлиги аниқлансин; ишқаланишдаги қаршилик нормал босимга пропорционал деб ҳисоблансин. Шунингдек, вағон шу вақт ичида қанча йўл ўтиши ҳам аниқлансин.

Жавоб: $a = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} g = 0,867 \text{ м/с}^2$,

$v = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} gt = 17,35 \text{ м/с}$,

$s = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} \frac{gt^2}{2} = 173,5 \text{ м}$.

27.9. Массаси 10 кг ва радиуси $r = 8 \text{ см}$ бўлган шарнинг пастга тушиш вақтидаги энг катта тезлиги топилсин; ҳаво қаршилиги $R = k\sigma^2$ га тенг; бу ерда v — шарнинг тушиш тезлиги, σ — тушувчи жисмнинг ўз ҳаракати йўналишига тик бўлган текисликдаги проекциясининг юзи; k — жисм шаклига боғлиқ бўлган сон коэффициент, шар учун қиймати $0,24 \text{ Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4$.

Жавоб: $v_{\max} = 142,5 \text{ м/с}$.

27.10. Геометрик жиҳатдан ўзаро тенг ва бир жинсли бўлган иккита шар ҳар хил материаллардан ясалган. Шарлар материалининг зичликлари тегишлича γ_1 ва γ_2 . Иккала шар ҳам ҳавода пастга тушади. Муҳитнинг қаршилигини тезлиكنинг квадратига пропорционал

деб ҳисоблаб, шарлар энг катта тезликларининг нисбати аниқлансин.

Жавоб: $v_{1max}/v_{2max} = \sqrt{\gamma_1/\gamma_2}$.

27.11. Массаси 90 кг бўлган чанғичи 45° ли нишаб жойда чанғи ҳассаларини ишлатмай тез тушиб боради. Чанғининг қорға ишқаланиш коэффиценти $f = 0,1$. Чанғичининг ҳаракатига ҳавонинг кўрсатадиган қаршилиги чанғичи ҳаракат тезлигининг квадратиға пропорционал ва 1 м/с тезликда 0,635 Н га тенг. Чанғичининг эришиши мумкин бўлган энг катта тезлиги топилсин. Агар чанғичи чанғини яхши мой билан мойлаб ишқаланиш коэффицентини 0,05 гача камайтирса, унинг максимал тезлиги қанчага ортади?

Жавоб: $v_{1max} = 29,73$ м/с; тезлик $v_{2max} = 30,55$ м/с гача ортади.

27.12. Кема, сувнинг кема тезлиги квадратиға пропорционал ва 1 м/с тезликда 1200 Н га тенг бўладиган қаршилигини енгиб ҳаракатланади. Винтларнинг итариш кучи ҳаракат тезлиги йўналишида $T = 12 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{v}{33}\right)$ Н қонунга асосан ўзгаради, бу ерда v — кеманинг м/с ларда ифодаланган тезлиги. Кеманинг эришиши мумкин бўлган энг катта тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_{max} = 20$ м/с.

27.13. Самолёт горизонтал бўйича учмоқда. Ҳаво қаршилиги тезлик квадратиға пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда 0,5 Н га тенг. Тортиш кучи доимий бўлиб, 30 760 Н га тенг ва учини йўналиши билан 10° ли бурчак ташкил қилади. Самолётнинг энг катта тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v_{max} = 246$ м/с.

27.14. Массаси 10^4 кг бўлган чанғили самолёт горизонтал майдонга қўнди. Учувчи самолётни қўнаётган пайтда вертикал тезликсиз ва вертикал тезланишсиз ер юзасига олиб келди. Рўбарў қаршилиқ кучи тезликнинг квадратиға пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганида 10 Н га тенг. Кўтариш кучи тезликнинг квадратиға пропорционал ва 1 м/с тезликда 30 Н га тенг. Ишқаланиш коэффицентини $f = 0,1$ деб самолёт тўхтагунча кетган вақт ва сирпаниб ўтган йўл аниқлансин.

Жавоб: $s = 909,3$ м, $T = 38,7$ с.

27.15. Самолёт бошланғич вертикал тезликсиз пикировка килади (шўпғийди). Ҳавонинг қаршилиқ кучи тезлик квадратиға пропорционал. Шу пайтдаги вертикал тезлик, ўтилган йўл ва максимал шўнғиш тезлиги орасидаги боғланиш топилсин.

Жавоб: $v = v_{max} \sqrt{1 - e^{-2gs/v_{max}^2}}$.

27.16. Оғирлиги p га тенг бўлган жисм v_0 тезлик билан вертикал юқорига отилган. У қандай T вақт оралиғида H баландликка кўтарилади? Ҳавонинг қаршилигини k^2pv^2 формула билан ифодалаш мумкин, бунда v — жисм тезлигининг миқдори.

Жавоб: $H = \frac{\ln(v_0^2 k^2 + 1)}{2gk^2}$, $T = \frac{\arctg kv_0}{k \cdot g}$.

27.17. Массаси 2 кг бўлган жисм вертикал суратда юқорига 20 м/с тезлик билан отилган. У v м/с тезликда миқдори 0,4 v Н бўлган ҳаво қаршилигига учрайди. Неча секунддан кейин жисм ўзининг энг юқори ҳолатига етиши топилсин.

Жавоб: 1,71 с.

27.18. Тўхтаб турган сув ости кемаси бир озгина манфий p сузувчанликка эга бўлиб, илгарилама ҳаракат билан сув остига чўкади. Кема кичик манфий сузувчанликка эга бўлганда сувнинг қаршилигини чўкиш тезлигининг биринчи даражасига пропорционал ва kSv га тенг деб қабул қилиш мумкин; бу ерда k — пропорционаллик коэффициент, S — кеманинг горизонтал проекцияси юзаси, v — сувга чўкиш тезлигининг миқдори. Кема массаси M га тенг. $t = 0$ бўлганда, $v_0 = 0$ деб кеманинг чўкиш тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{p}{kS} \left(1 - e^{-\frac{kS}{M}t} \right).$$

27.19. Олдинги масаланинг шартларига қараб сувга чўкаётган кеманинг T вақт ичида ўтган йўли z аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } z = \frac{p}{kS} \left[T - \frac{M}{kS} \left(1 - e^{-\frac{kS}{M}T} \right) \right].$$

27.20. Самолёт горизонтал учганда, у s метр учиб, ўз тезлигини v_0 м/с дан v_1 м/с гача ошириши учун винтнинг ўзгармас тортиш кучи T қанча бўлиши керак? Винтнинг тортиш кучи учини тезлиги бўйича йўналган. Тезликка қарама-қарши томонга йўналган рўбарў қаршилиқ кучи тезлик квадратига пропорционал ва тезлик 1 м/с бўлганда α Н га тенг. Самолёт массаси M кг.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{\alpha (v_0^2 - v_1^2 e^{\frac{2\alpha s}{M}})}{1 - e^{\frac{2\alpha s}{M}}} \text{ Н.}$$

27.21. Массаси 10^7 кг бўлган кема 16 м/с тезлик билан ҳаракатланади. Сувнинг қаршилиги кема тезлигининг квадратига пропорционал ва 1 м/с тезликда $3 \cdot 10^5$ Н га тенг. Кеманинг тезлиги 4 м/с га тенг бўлиши олдиан у қандай масофани ўтади? Кема бу масофани қанча вақтда ўтади?

Жавоб: $s = 46,2$ м, $T = 6,25$ с.

27.22. Жисм ҳавода бошланғич тезликсиз пастга тушади. Ҳаво қаршилиги $R = k^2pv^2$, бу ерда v — жисм тезлигининг миқдори, p — жисм оғирлиги. Ҳаракат бошлангандан t вақт ўтгандан кейин жисм тезлиги қанча бўлади? Тезликнинг энг катта қиймати қанча?

$$\text{Жавоб: } v = \frac{1}{k} \frac{e^{kgt} - e^{-kgt}}{e^{kgt} + e^{-kgt}}, \quad v_{\infty} = \frac{1}{k}.$$

27.23. Массаси $1,5 \cdot 10^6$ кг бўлган кема сувнинг $R = \alpha v^2$ Н га тенг қаршилигини енгиб ҳаракатланади, бу ерда v — кеманинг м/с

лардаги тезлиги, $\alpha = 1200$ га тенг ўзгармас коэффициент. Винтларнинг тиралиш кучи ҳаракат тезлиги йўналишида ва $T = 1,2 \times 10^6 (1 - \frac{v}{33})$ Н қонунга асосан ўзгаради. Агар бошланғич тезлик v_0 м/с га тенг бўлса, кема тезлиги вақт функцияси сифатида топилсин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{70 v_0 + 20 (v_0 + 50) (e^{0,056t} - 1)}{70 + (v_0 + 50) (e^{0,056t} - 1)}.$$

27.24. Олдинги масалада ўтилган йўл билан тезлик орасидаги боғланиш топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = 893 \ln \frac{v_0 + 50}{v + 50} + 357 \ln \frac{v_0 - 20}{v - 20} \text{ (м)}.$$

27.25. 27.23-масалада бошланғич тезлик $v_0 = 10$ м/с бўлса, йўл билан вақт орасидаги муносабат топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = 1250 \ln \frac{(v_0 + 50) e^{0,056t} + 20 - v_0}{70} - 50 t;$$

$$v_0 = 10 \text{ м/с бўлганида } x = 1250 \ln \frac{6 e^{0,056 t} + 1}{7} - 50 t.$$

27.26. Массаси 9216 кг бўлган вагон йўл бўйлаб эсувчи шамол таъсири билан ҳаракатга келади ва йўлнинг горизонтал участкасида ҳаракат қилади. Вагон ҳаракатига бўладиган қаршилик вагон оғирлигининг $1/200$ қисмига тенг. Шамол босимининг кучи $P = kSu^2$, бу ерда S — вагоннинг шамол босимига дуч келган ва 6 м^2 га тенг бўлган орқа деворининг юзи, u — шамолнинг вагонга нисбатан тезлиги, $k = 1,2$. Шамолнинг абсолют тезлиги $v = 12$ м/с. Вагоннинг бошланғич тезлигини нолга тенг деб ҳисоблаб:

- 1) вагоннинг энг катта тезлиги $v_{\max}$,
- 2) шу тезликка эришиш учун кетадиган вақт T ,
- 3) вагон 3 м/с га тенг тезлик олгунча ўтиладиган йўл аниқлансин.

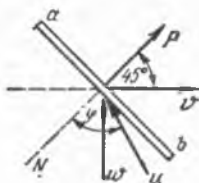
$$\text{Жавоб: } 1) v_{\max} = 4,08 \text{ м/с, } 2) T = \infty, 3) x = 175,5 \text{ м}.$$

27.27. Бошланғич тезликсиз Ёрга тушаётган m массали нуқтанинг ҳаракат тенгламаси топилсин. Ҳавонинг қаршилиги тезлиكنинг квадратига пропорционал. Пропорционаллик коэффициенти k га тенг.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{m}{k} \ln ch \sqrt{\frac{gk}{m}} t.$$

27.28. Пассажирлар билан бирга оғирлиги $Q = 1962$ Н бўлган елканли қайиқ шамол босимининг таъсири натижасида музнинг силлиқ горизонтал юзида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Елкан текислиги (ab) билан ҳаракат йўналиши орасидаги бурчак 45° га тенг. Шамолнинг абсолют тезлиги w ҳаракат йўналишига тик. Шамол босимининг миқдори P Ньютоннинг $P = kSu^2 \cos^2 \varphi$ формуласи билан ифодаланади, бу ерда φ — шамолнинг нисбий тезлиги u билан елкан текислигига тик бўлган N чизиқ орасидаги бурчак, $S = 5 \text{ м}^2$ — елкан

юзининг миқдори, $k = 0,113$ — тажрибада топиладиган коэффициент. **Р** босим кучи елканнинг (ab) текислигига тик йўналган. Ишқаланишни ҳисобга олмай: 1) буернинг энг катта тезлиги v_{max} нинг қанча бўла олиши; 2) шу тезликда матчтага ўтказилган флюгер (шамол тезлигини ўлчайдиган асбоб) елкан текислиги билан қандай α бурчак ташкил қилиши; 3) буернинг бошланғич тезлиги нолга тенг бўлса, $v = \frac{2}{3} \omega$ тезликни олиши учун



27.28- масалага

қандай x_1 йўлни ўтиши кераклиги топилсин.

Жавоб: 1) $v_{max} = \omega$, 2) $\alpha = 0^\circ$, 3) $x_1 = 88,5$ м.

27.29. Трамвай ҳайдовчиси реостатни секин-аста ажратиб, вагон двигатели қувватини оширади, бунда тортиш кучи нолдан бошлаб вақтга пропорционал равишда секунд сари 1200 Н га ортади. Қуйидаги миқдорлар берилган бўлса, вагон босиб ўтган масофанинг ҳаракатланиш вақти орқали ифодаси топилсин: вагон массаси 10 000 кг, ишқаланиш қаршилиги доимий бўлиб, вагон оғирлигининг 0,02 қисмига, бошланғич тезлик эса нолга тенг.

Жавоб: Ҳаракат электр токи берилганидан 1,635 с ўтгандан кейин бошланади: шу пайтдан бошлаб $s = 0,02 (t - 1,635)^3$ м.

27.30. Массаси 1 кг бўлган жисм ўзгарувчан $F = 10(1 - t)$ Н куч таъсирида ҳаракат қилади, бунда вақт t — секундлар ҳисобида. Агар жисмнинг тезлиги бошланғич пайтда $v_0 = 20$ м/с ва куч билан жисм тезлиги бир томонга йўналган бўлса, жисм неча секунддан кейин тўхтайди? Нуқта тўхтагунча қанча йўл ўтади?

Жавоб: $t = 3,236$ с, $s = 60,6$ м.

27.31. Массаси m бўлган моддий нуқта $F = F_0 \cos \omega t$ (бунда F_0 ва ω — ўзгармас миқдорлар) қонунга мувофиқ ўзгарувчи куч таъсирида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Бошланғич пайтда жисмнинг тезлиги $x_0 = v_0$ бўлган. Нуқта ҳаракатининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = \frac{F_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) + v_0 t$.

27.32. e электр зарядига эга бўлган m массали заррача ўзгарувчи $E = A \sin kt$ кучланишли (A ва k — берилган ўзгармас миқдорлар) бир жинсли электр майдонида ҳаракат қилади. Агар электр майдонида заррачага E кучланиш томонига йўналган $F = eE$ куч таъсир қилиши маълум бўлса, заррачанинг ҳаракати аниқлансин. Оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин. Заррачанинг бошланғич ҳолати координаталар боши деб қабул қилинсин: заррачанинг бошланғич тезлиги нолга тенг.

Жавоб: $x = \frac{eA}{mk} \left(t - \frac{\sin kt}{k} \right)$.

27.33. Оғир шарчанинг ер марказидан ўтган деб фараз қилинган тўғри чизиқли канал бўйлаб қиладиган ҳаракати аниқлансин: ер шар ичидаги тортиш кучи ҳаракат қиლაётган нуқтадан Ер марказигача бўлган масофага пропорционал ва шу марказга қараб йўналган: шарча каналга Ер сиртидан бошланғич тезликсиз туширилган. Шунинг

дек, шарчанинг Ер марказидан ўтган вақтдаги тезлиги ва шу марказга ҳаракат қилиш вақти ҳам кўрсатилсин. Ер радиуси $R = 6,37 \cdot 10^6$ м га, ер сиртида тортиш кучининг тезланиши $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ га тенг деб қабул қилинсин.

Жавоб: Шарчадан Ер марказигача бўлган масофа $x = R \cos \sqrt{\frac{g}{R}} t$ қонунга мувофиқ ўзгаради: $v = 7,9 \cdot 10^3$ м/с, $T = 1266,4$ с = 21,1 мин.

27.34. Жисм ерга h баландликдан бошланғич тезликсиз тушади. Ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин. Ернинг тортиш кучи эса жисмдан Ер марказигача бўлган масофа квадратига тескари пропорционал деб ҳисоблансин. Жисм Ер сиртига етгунча кетган T вақт топилсин, шу вақт ичида жисм қандай v тезликка эга бўлади? Ер радиуси R га тенг; оғирлик кучининг тезланиши Ер юзида g га тенг.

Жавоб: $v = \sqrt{\frac{2gRh}{R+h}}$, $T = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{R+h}{2g}} \left(\sqrt{Rh} + \frac{R+h}{2} \arccos \frac{R-h}{R+h} \right)$.

27.35. m массали моддий нуқта масофага пропорционал (пропорционаллик коэффициенти mk_2) бўлган куч билан марказдан итарилди. Муҳитнинг қаршилиги ҳаракат тезлигига пропорционал (пропорционаллик коэффициенти $2mk_1$). Бошланғич пайтда нуқта марказдан a масофада турган ва унинг шу пайтдаги тезлиги нолга тенг бўлган. Нуқтанинг ҳаракат қонуни топилсин.

Жавоб: $x = \frac{a}{\alpha + \beta} (\alpha e^{\beta t} + \beta e^{-\alpha t})$, бунда

$$\alpha = \sqrt{k_1^2 + k_2} + k_1, \quad \beta = \sqrt{k_1^2 + k_2} - k_1.$$

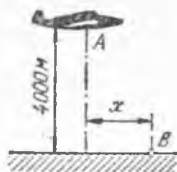
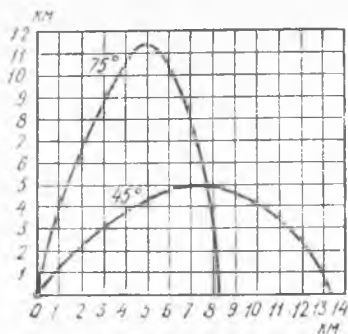
27.36. m массали нуқта $x = \beta$ ҳолатдан бошланғич тезликсиз, $R = \frac{\alpha}{x^2}$ қонун билан ўзгарадиган координата бошига тортувчи куч таъсирида тўғри чизиқли (x ўқ бўйлаб йўналган) ҳаракатга келади. Нуқта $x_1 = \beta/2$ ҳолатда бўладиган вақт топилсин. Нуқтанинг шу ҳолатдаги тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $t_1 = \frac{\beta^{3/2}}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{\alpha}} \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)$, $v_1 = \sqrt{\frac{2\alpha}{m\beta}}$.

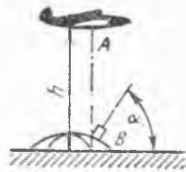
27.37. Массаси m бўлган нуқта $x_0 = a$ ҳолатдан бошланғич тезликсиз, координата бошигача бўлган масофага пропорционал: $F_x = -c_1 m x$ тортиш кучи ва масофа кубига пропорционал $Q_x = c_2 m x^3$ итариш кучи таъсирида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. c_1 , c_2 , a миқдорлар қандай муносабат билан ифодаланганда нуқта координата бошига етиб бориб тўхтайдиган?

Жавоб: $c_1 = \frac{1}{2} c_2 a^2$.

27.38. Жисм бир жинсли бўлмаган муҳитда ҳаракат қилганида қаршилик кучи $F = -\frac{2v^2}{3+s}$ Н қонунга мувофиқ ўзгаради, бу ерда



27.40- масалага



27.41- масалага

27.39- масалага

v — жисмининг м/с билан ифодаланган тезлиги, s эса м лар ҳисобидаги ўтилган йўл. Агар бошланғич тезлик $v_0 = 5$ м/с бўлса, ўтилган йўл вақтнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $s = 3 (\sqrt[3]{5t + 1} - 1)$ м.

б) Эгри чизиқли ҳаракат

27.39. Денгиз тўпи массаси 18 кг бўлган снарядни $v_0 = 700$ м/с тезлик билан отади: снаряднинг ҳаводаги ҳақиқий траекторияси расмда икки ҳол учун тасвирланган:

1) тўп стволи горизонт билан 45° ли бурчак ташкил қилган;

2) шу бурчак 75° бўлган ҳол. Агар снаряд ҳаво қаршилигига учрамаса, унинг иккала ҳолда баландликка кўтарилиши билан узоқликка боришининг қанчага кўпайиши аниқлансин.

Жавоб: Баландликнинг кўпайиши: 1) 7,5 км, 2) 12 км. Узоқликнинг кўпайиши: 1) 36,5 км, 2) 16,7 км.

27.40. А самолёт ердан 4000 м баландликда 140 м/с горизонтал тезлик билан учadi. Берилган В нуқтага самолётдан бошланғич нисбий тезликсиз юк ташлаш керак. Бу юкни В нуқтадан горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб ўлчанадиган қандай x масофада ташлаш керак? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x = 4000$ м.

27.41. А самолёт ердан h баландликда v_1 горизонтал тезлик билан учadi. Самолёт В тўп билан бир вертикалда бўлган вақтда шу тўпдан самолётга снаряд отилган. Снаряд самолётга тегиши учун:

1) Снаряднинг бошланғич тезлиги v_0 қандай шартни қаноатлантириши керак? 2) Снаряд горизонтга қандай α бурчак остида отилиши лозим? Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $v_0^2 \geq v_1^2 + 2gh$; 2) $\cos \alpha = \frac{v_1}{v_0}$.

27.42. Снаряднинг горизонтал бўйлаб энг узоққа учиб бориш масофаси L га тенг. Отиш бурчаги $\alpha = 30^\circ$ бўлганда снаряднинг горизонтал бўйлаб учиб бориш масофаси l ва бу ҳолда чизадиган траекториясининг баландлиги h аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l = \frac{\sqrt{3}}{2} L$, $h = \frac{L}{8}$.

27.43. Отиш бурчаги α бўлганда снаряднинг горизонтал бўйлаб узоққа учиб бориш масофаси l_α . Отиш бурчаги $\frac{\alpha}{2}$ га тенг бўлганда, унинг горизонтал бўйлаб учиб бориш масофасининг қанча бўлиши аниқлансин. Ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l_{\alpha/2} = \frac{l_\alpha}{2 \cos \alpha}$.

27.44. Агар нишоннинг 32 км нарида эканлиги аниқланган ва снаряднинг стволдан чиққан вақтдаги бошланғич тезлиги $v_0 = 600$ м/с бўлса, узоққа отувчи тўп стволининг горизонтга оғиш бурчагининг қанча бўлиши аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\alpha_1 = 30^\circ 18'$, $\alpha_2 = 59^\circ 42'$.

27.45. Олдинги масала нишон артиллерия позициясидан 200 м баландда бўлган ҳол учун ечилсин.

Жавоб: $\alpha_1 = 30^\circ 50'$, $\alpha_2 = 59^\circ 31'$.

27.46. О нуқтада турган тўпдан горизонтга α бурчак остида v_0 бошланғич тезлик билан снаряд отилди. Шу билан бир вақтда О нуқтадан горизонт бўйлаб l масофада турувчи А нуқтадан ҳам вертикал бўйича юқорига қараб снаряд отилди. Иккинчи снаряднинг биринчи снаряд билан тўқнашиши учун уни қандай v_1 бошланғич тезлик билан отиш керак? v_0 тезлик билан А нуқта бир вертикал текисликда ётади. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v_1 = v_0 \sin \alpha$ ($l < \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ шартни қаноатлантирувчи l масофага боғлиқ эмас).

27.47. Вертикал текисликда бир хилдаги v_0 бошланғич тезлик билан, горизонтга нисбатан ҳар хил бурчаклар остида бир нуқтадан бир вақтда моддий нуқталар отиб юборилган. Шу нуқталарнинг t вақт ўтгандаги вазиятларининг геометрик ўрни топилсин.

Жавоб: Радиуси $v_0 t$ га тенг, маркази отиб юборилган нуқтадан вертикал бўйлаб $\frac{1}{2} g t^2$ пастга жойлашган айлана.

27.48. Бир хилдаги v_0 бошланғич тезликка ва ҳар хил отиш бурчагига тўғри келадиган парабола шаклидаги ҳамма траекториялар фокусларининг геометрик ўрни топилсин.

Жавоб: $x^2 + y^2 = \frac{v_0^4}{4g^2}$.

27.49. v_0 бошланғич тезлик билан горизонтга α бурчак остида отилган жисм ўзининг P оғирлик кучи ва ҳавонинг R қаршилиқ кучи таъсирида ҳаракат қилади. Қаршилиқни тезликнинг биринчи даражасига пропорционал, яъни $R = kPv$ деб ҳисоблаб, жисм отилган текислик сатҳидан унинг энг юқори кўтарилиш баландлиги h аниқлансин.

Жавоб: $h = \frac{v_0 \sin \alpha}{gk} - \frac{1}{gk^2} \ln(1 + kv_0 \sin \alpha)$.

27.50. 27.49- масаланинг шартларига кўра нуқта ҳаракатининг тенгламалари топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{v_0 \cos \alpha}{kg} (1 - e^{-kg t}), \quad y = \frac{1}{kg} (v_0 \sin \alpha + \left(\frac{1}{k}\right) (1 - e^{-kg t}) - \frac{t}{k}.$$

27.51. 27.49- масаланинг шартларига кўра нуқта горизонтал бўйлаб қандай s масофада ўзининг энг баланд ҳолатига етиши топилсин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g (kv_0 \sin \alpha + 1)}.$$

27.52. Юмалоқ ҳовуз ўртасига ўрнатилган вертикал трубадан горизонтга нисбатан ҳар хил φ бурчаклар ($\varphi < \frac{\pi}{2}$) остида сув отилиб чиқади: трубанинг оғзи ёпиқ бўлиб, 1 м баландликдаги жойидан тешиклар очилган. Отилиб чиқувчи сув оқимининг бошланғич тезлиги $v_0 = \sqrt{\frac{4g}{3 \cos \varphi}}$ м/с, бу ерда g — оғирлик кучининг тезланиши. Ҳовузнинг деворлари қанчалик паст бўлса ҳам трубадан чиқаётган сувнинг ҳаммаси ҳовузга тушиши учун ҳовузнинг радиуси камида қанча бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } R = 2,83 \text{ м.}$$

27.53. Масофага тўғри пропорционал бўлган куч билан қўзғалмас O марказга тортилувчи m массали моддий нуқтанинг ҳаракати аниқлансин. Нуқта бўшлиқда ҳаракат қилади: масофа бирлигидаги тортиш кучи $k^2 m$ га тенг; $t = 0$ бўлган пайтда: $x = a$, $\dot{x} = 0$, $y = 0$, $\dot{y} = 0$; бунда Oy ўқ вертикал бўйлаб пастга йўналган.

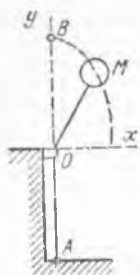
Жавоб: $y = \frac{g}{k^2} - \frac{g}{k^2 a} x$, $|x| \leq a$ тўғри чизик кесмаси бўйича юз берадиган гармоник тебранма ҳаракат:

$$x = a \cos kt, \quad y = \frac{g}{k^2} (1 - \cos kt).$$

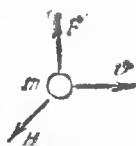
27.54. m массали нуқта қўзғалмас O марказдан итарувчи ва $F = k^2 m r$ қонунга мувофиқ ўзгарувчи куч таъсирида ҳаракат қилади, бу ерда r — нуқтанинг радиус-вектори. Бошланғич пайтда нуқта $M_0(a, 0)$ да турган ва y ўққа параллел йўналган v_0 тезликка эга бўлган. Нуқта траекторияси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{ky}{v_0}\right)^2 = 1 \text{ (гипербола).}$$

27.55. А нуқтага маҳкамланган эластик ип қўзғалмас силлиқ O ҳалқадан ўтади: унинг эркин учига массаси m бўлган M шарча боғланган. Чўзилмаган ипнинг узунлиги $l = AO$. Ипни 1 м га чўзиш



27.55- масалага



27.59- масалага

учун $k^2 m$ га тенг куч қўйиш керак. Ип, узунлиги икки марта кўпайгунча AB тўғри чизиқ бўйлаб чўзилди ва шарчага AB тўғри чизиққа тик бўлган v_0 тезлик берилди. Оғирлик кучини ҳисобга олмай ва ипдаги тортилиш кучини унинг чўзилишига пропорционал деб ҳисоблаб, шарчанинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: Эллипс: $\frac{k^2 x^2}{v_0^2} + \frac{y^2}{l^2} = 1$.

27.56. m массали M нуқта масофага пропорционал кучлар билан n та $C_1, C_2, \dots, C_n$ қўзғалмас марказларга тортилади; M нуқтани C_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) марказга тортувчи куч $k_i m \cdot \overrightarrow{MC_i}$ N га тенг. M нуқта ва тортувчи марказлар Oxy текисликда ётади. Агар $t = 0$ бўлганда $x = x_0, y = y_0, \dot{x} = 0, \dot{y}_0 = v_0$ бўлса, M нуқтанинг траекторияси аниқлансин. Оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Эллипс: $\left(\frac{x-a}{x_0-a}\right)^2 + [(y-b) + \frac{x-a}{x_0-a}(b-y_0)]^2 \frac{k}{v_0^2} = 1$,

бу ерда $a = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n k_i x_i, b = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n k_i y_i, k = \sum_{i=1}^n k_i$.

27.57. M нуқта масофага пропорционал бўлган $km \cdot \overrightarrow{MC_1}$ ва $km \times \overrightarrow{MC_2}$ кучлар билан иккита C_1 ва C_2 марказларга тортилади; C_1 марказ қўзғалмас ва координаталар бошида туради, C_2 марказ Ox ўқ бўйлаб тенг ўлчовли ҳаракат қилади: бунда $x_2 = 2(a + bt)$. $t = 0$ бўлган пайтда M нуқта xy текислигида туради, унинг координаталари $x = y = a$ ва тезлигининг проекциялари $\dot{x} = \dot{z} = b, \dot{y} = 0$ деб ҳисоблаб, M нуқтанинг траекторияси топилсин.

Жавоб: Ўқи Ox ва тенгламаси

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{2kz^2}{b^2} = 1.$$

бўлган эллиптик цилиндрдаги винт чизиғи; винтнинг қадами $2\pi b \sqrt{\frac{2}{k}}$ га тенг.

27.58. Манфий e электр зарядга эга бўлган m массали заррача кучланиши E бўлган бир жинсли электр майдонга v_0 тезлик билан кириб боради. v_0 тезлик майдон кучланиши йўналишига перпендикуляр йўналган. Электр майдонда унга E кучланишга қарама-қарши йўналган $F = eE$ куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, заррача майдонга кирганидан кейинги ҳаракатининг траекторияси аниқлансин: оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Параметри $\frac{mv_0^2}{eE}$ га тенг бўлган парабола.

27.59. Манфий e электр зарядга эга бўлган m массали заррача кучланиши H бўлган бир жинсли магнит майдонга v_0 тезлик билан кириб боради. v_0 тезлик майдон кучланиши йўналишига перпендикуляр йўналган. Заррачага

$$F = -e(v \times H)$$

куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, заррачанинг кейинги ҳаракатининг траекторияси аниқлансин.

Масалани ечганда нуқта ҳаракати тенгламасининг траекторияга ўтказилган уринма ва бош нормалдаги проекциялари орқали ифодасидан фойдаланиш қулай.

Жавоб: Радиуси $\frac{mv_0}{eH}$ бўлган айлана.

27.60. e электр зарядга эга бўлган m массали заррача ўзгарувчан $E = A \cos kt$ (A ва k — берилган ўзгармас миқдорлар) кучланиши бир жинсли электр майдонга v_0 тезлик билан кириб боради. v_0 тезлик майдон кучланиши йўналишига перпендикуляр йўналган. Заррача траекторияси аниқлансин: оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмасин. Электр майдонда заррачага $F = -eE$ куч таъсир қилади.

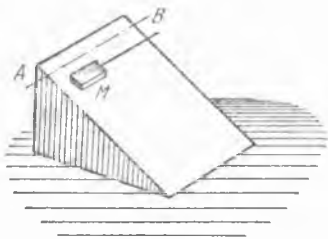
Жавоб: $y = -\frac{eA}{mk^2} (1 - \cos \frac{k}{v_0} x)$, бу ерда y ўқ майдон кучлани-

ши бўйлаб йўналган, координаталар боши нуқтанинг майдондаги бошланғич ҳолатига мос келади.

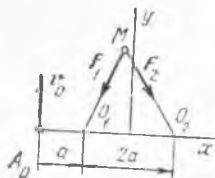
27.61. Оғир M жисм ғадир-будур қия текислик бўйлаб ҳаракат қилади. Уни бир ип AB тўғри чизиққа параллел қилиб горизонтал йўналишда доим тортиб туради. Бирор пайтдан бошлаб жисм ҳаракати тўғри чизиқли ва тенг ўлчовли бўлиб қолади, бунда тезликиннинг иккита ўзаро тик ташкил этувчиларидан AB га параллел йўналганининг миқдори 12 см/с га тенг. Тезлиkning иккинчи ташкил этувчиси v_1 , шунингдек, ипнинг тортилиш кучи T аниқлансин: текислиkning қиялиги $\text{tg} \alpha = 1/30$, ишқаланиш коэффициент $f = 0,1$, жисм массаси 30 кг .

Жавоб: $v_1 = 4,24 \text{ см/с}$; $T = 27,7 \text{ Н}$.

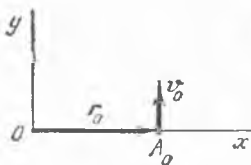
27.62. m массали M нуқта қўзғалмас O_1 ва O_2 марказларга йўналган иккита тортиш кучлари таъсирида туради (расмга қаранг). Бу кучларнинг катталиклари O_1 ва O_2 нуқталардан ҳисобланган масофаларга пропорционал. Пропорционалик коэффициент c га тенг. Ҳаракат A_0 нуқтадан O_1, O_2 чизиққа перпендикуляр бўлган v_0 тезлик билан бошланади. M нуқта қандай траектория чизиши аниқлансин. У O_1, O_2 чизикни кесиб ўтадиган вақтлар ва нуқтанинг шу вақтларга мос келувчи координаталари ҳисоблансин. A_0 нуқтадан u ўққача бўлган оралиқ $2a$ га тенг.



27.61- масалага



27.62- масалага



27.63- масалага



27.65- масалага

Жавоб: Эллипс: $\frac{x^2}{(2a^2)} + \frac{y^2}{(v_0/k)^2} = 1$, бу ерда $k = \sqrt{\frac{2c}{m}}$,
 $t = 0$, $x_0 = -2a$, $y_0 = 0$; $t_1 = \pi/k$, $x_1 = 2a$, $y_1 = 0$; $t_2 = 2\pi/k$,
 $x_2 = -2a$, $y_2 = 0$.

Нуқта эллипс чизиб чиқадиган вақт $T = 2\pi/k$.

27.63. m массали A нуқта O марказга йўналган ва шу нуқтадан марказгача ҳисобланган масофага пропорционал бўлган тортилиш кучи таъсирида $r = r_0$ (бу ерда r — нуқтанинг радиус-вектори) ҳолатдан r_0 га перпендикуляр v_0 тезлик билан ҳаракатлана бошлайди. Пропорционаллик коэффиценти mc_1 га тенг. Бундан ташқари нуқтага $mc_1 r_0$ ўзгармас куч таъсир қилади. Нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси топилсин. Ҳаракат траекторияси O марказдан ўтиши учун c_1/c нисбат қандай бўлиши керак? O марказдан нуқта қандай тезлик билан ўтади?

Жавоб. 1) $r = \frac{c}{c_1} r_0 + \frac{v_0}{\sqrt{c_1}} \sin \sqrt{c_1} t + r_0 \left(1 - \frac{c}{c_1}\right) \cos \sqrt{c_1} t$;

2) эллипс $\left[\frac{x - \frac{c}{c_1} r_0}{r_0 \left(1 - \frac{c}{c_1}\right)} \right]^2 + \left(\frac{y \sqrt{c_1}}{v_0} \right)^2 = 1$;

3) агар $\frac{c_1}{c} = 2$ бўлса, A нуқта O марказ орқали ўтади;

4) A нуқта O марказдан $v_0 = -v_0$ тезлик билан вақт $t = \frac{\pi}{\sqrt{c_1}}$

бўлган пайтда ўтади.

27.64. m массали оғир нуқта $t = 0$ да, координатлари $x_0 = 0$, $y_0 = h$ билан аниқланадиган ҳолатдан (y ўққа параллел) оғирлик кучи ҳамда нуқтадан ўққача бўлган масофага пропорционал ва y ўқдан итариловчи куч (пропорционаллик коэффиценти c) таъсирида тушади. Нуқта бошланғич тезлигининг ўқлардаги проекциялари $v_x = v_0$, $v_y = 0$ га тенг. Нуқтанинг траекторияси, шунингдек, унинг x ўқни кесиб ўтадиган пайт t_1 аниқлансин.

Жавоб: Траекторияси $x = \frac{v_0}{k} \operatorname{sh} k \sqrt{\frac{2}{g}} (h - y)$, бу ерда $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$;

$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

27.65. Массаси m бўлган M нуқта оғирлик кучи таъсирида r радиусли цилиндрнинг ички силлиқ сирти бўйлаб ҳаракатланади. Бошланғич пайтда бурчак $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ ва нуқтанинг тезлиги нолга тенг. Бурчак $\varphi = 30^\circ$ бўлганда M нуқтанинг тезлиги ва цилиндр сиртининг реакцияси аниқлансин.

Жавоб: $v = \sqrt{3} \cdot \sqrt{gr}$, $T = \frac{3\sqrt{3}}{2} mg$.

28-§. Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақида теорема. Моддий нуқта ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши ҳақида теорема

28.1. Темир йўл поезде йўлнинг горизонтал ва тўғри чизикли участкасида ҳаракат қилади. Тормозлаганда ҳосил бўладиган қаршилик кучи поезд оғирлигининг 0,1 қисмига тенг. Тормозлаш бошланган пайтда поезднинг тезлиги 20 м/с га тенг бўлган. Тормозланиш вақти ва тормоз йўли топилсин.

Жавоб: 20,4 с; 204 м.

28.2. Оғир жисм горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи гадир-будур қия текисликда бошланғич тезликсиз тушади. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,2$ бўлса, жисм $l = 39,2$ м йўлни қанча T вақт ичида босиб ўтади?

Жавоб: $T = 5$ с.

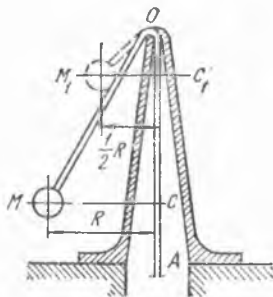
28.3. Массаси $4 \cdot 10^5$ кг бўлган поезд қиялиги $i = \operatorname{tg} \alpha = 0,006$ (бу ерда α — қиялик бурчаги) бўлган қия йўлга 15 м/с тезлик билан кўтарила бошлайди. Поезд юрган вақтдаги ишқаланиш коэффициентини (қаршиликлар йиғиндисининг коэффициентини) 0,005 га тенг. Поезд қия йўлга чиқа бошлагандан 50 с ўтгач унинг тезлиги 12,5 м/с гача камаяди. Тепловознинг тортиш кучи топилсин.

Жавоб: 23 120 Н.

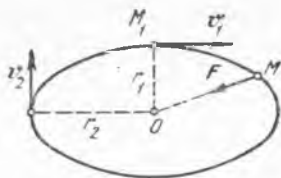
28.4. M тош чўзилмайдиган MOA ипнинг учига боғланган. Бу ипнинг OA қисми вертикал трубка орқали ўтказилган. Тош трубка ўқи атрофида радиуси $MC = R$ бўлган айлана бўйлаб 120 айл/мин бурчак тезликда айланади. Ипнинг OA қисмини трубка ичига секин-аста киритиб, ташқи қисмининг узунлиги OM_1 гача қисқартирилади, бунда тош радиуси $\frac{1}{2}R$ бўлган айлана чизади. Шу айланада тош минутига неча марта айланади?

Жавоб: 480 айл/мин.

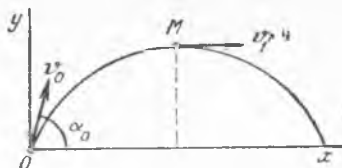
28.5. Юк ортилган темир йўл составининг массасини аниқлаш учун тепловоз билан вагонлар орасига динамометр ўрнатилган. 2 мин ичида динамометр ўрта ҳисобда 10^6 Н ни кўрсатади. Шу вақт ичида составнинг тезлиги 16 м/с га етди (бошда состав



28.4-масалага



28.8- масалага



28.9- масалага

тинч турган эди). Ишқаланиш коэффициенти $f = 0,02$. Составнинг массаси топилсин.

Жавоб: 3036 т.

28.6. 20 м/с тезлик билан борувчи автомобиль тормоз берилгандан кейин 6 с да тўхтаган бўлса, автомобиль фидирагининг йўлга ишқаланиш коэффициенти f қанча бўлиши керак?

Жавоб: $f = 0,34$.

28.7. Массаси 20 г бўлган ўқ милтиқ стволининг каналини $t = 0,00095$ с да ўтиб, стволдан $v_2 = 650$ м/с билан отилиб чиқади. Канал қирқими $\sigma = 150$ мм². Ўқни отиб юбуровчи газлар босимининг ўртача миқдори аниқлансин.

Жавоб: Ўртача босим $9,12 \cdot 10^4$ Н/мм².

28.8. M нуқта қўзғалмас марказ атрофида шу марказга тортувчи куч таъсирида ҳаракат қилади. Траекториянинг марказдан энг узоқ бўлган нуқтасидаги тезлик v_2 топилсин: нуқтанинг марказга энг яқин ҳолатидаги тезлиги $v_1 = 30$ см/с, r_2 эса r_1 дан беш марта катта.

Жавоб: $v_2 = 6$ см/с.

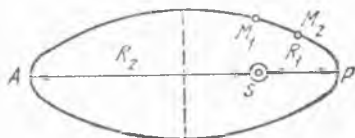
28.9. Снаряд бошланғич O ҳолатдан энг баланд M ҳолатга ўтганга қадар кетган вақт ичида снарядга таъсир қиладиган ҳамма кучлар тенг таъсир этувчисининг импульси топилсин. Берилган: $v_0 = 500$ м/с, $\alpha_0 = 60^\circ$, $v_1 = 200$ м/с, снаряднинг массаси 100 кг.

Жавоб: Тенг таъсир этувчи импульсининг проекциялари:

$$S_x = -5000 \text{ Н} \cdot \text{с}, \quad S_y = -43300 \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

28.10. M_1 ва M_2 астероидлар S фокусидида Қуёш турган битта эллипс чизади. Астероидлар орасидаги масофа шу қадар кичикки, эллипснинг M_1M_2 ёйини тўғри чизик кесмаси деб ҳисоблаш мумкин, M_1M_2 ёйининг ўртаси P перигелийда бўлганида M_1M_2 масофанинг a га тенг бўлгани маълум. Астероидлар ўзаро тенг секториал тезлик билан ҳаракат қилади, деб фараз қилиб, M_1M_2 нинг ўртаси A афелийдан утганида M_1M_2 масофанинг қанча бўлиши аниқлансин.

$$SP = R_1 \text{ ва } SA = R_2.$$



28.10- масалага

$$\text{Жавоб: } M_1M_2 = \frac{R_1}{R_2} a.$$

28.11. Массаси 40 кг бўлган бола спорт чанасининг оёқларида туриб чанани ҳар секундда 20 Н·с ли импульс билан итаради; чананинг умумий мас-

саси 20 кг. Ишқаланиш коэффициентини $f = 0,01$. Чана тезлигининг 15 с да қанчага етиши топилсин.

Жавоб: $v = 3,53$ м/с.

28.12. Нуқта $v = 0,2$ м/с тезлик билан айлана бўйлаб текис ҳаракат қилиб, $T = 4$ с вақт ичида айланани бир марта тўла айланиб чиқади. Битта ярим давр ичида нуқтага таъсир этувчи кучлар импульси S топилсин; нуқта массаси $m = 5$ кг. F кучининг ўртача қиймати аниқлансин.

Жавоб: $S = 2$ Н·с, $F = 1$ Н.

28.13. Узунлиги l_1 ва l_2 ($l_1 > l_2$) бўлган ипларга осилган иккита математик маятник бир хил амплитуда билан тебранади. Иккала маятник ҳам ўзининг энг четга оған ҳолатидан бир томонга қараб баравар ҳаракат қила бошлаган. Маятниклар бирмунча вақт ўтгандан кейин мувозанат ҳолатига баравар қайтиши учун ипларнинг l_1 ва l_2 узунлиги қандай шартни қаноатлантириши керак? Энг кичик вақт оралиғи T аниқлансин.

Жавоб: $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{k}{n}$, бу ерда k, n — бутун сонлар ва $\frac{k}{n}$ қисқармайдиган каср. $T = kT_2 = nT_1$.

28.14. Чўзилмайдиган ипга боғланган шарчанинг массаси m бўлиб, у силлиқ горизонтал текисликда сирпанади; ипнинг иккинчи учи текисликдан очилган тешикка a доимий тезлик билан тортиб киришиб турилади. Шарчанинг ҳаракат қонуни ва ипнинг тортилиш кучи T аниқлансин; бошланғич пайтда ип тўғри чизиқ ташкил қилади; шарча билан тешик орасидаги масофа R га тенг; шарча бошланғич тезлигининг ип йўналишига тик бўлган йўналишга проекцияси v_0 га тенг.

Жавоб: Тешик координаталар боши, φ_0 бурчак нолга тенг деб ҳисобланса, қутб координаталарида: $r = R - at$,

$$\varphi = \frac{v_0 t}{R - at}; \quad T = \frac{m v_0^2 R^2}{(R - at)^3}.$$

28.15. Қуйидагилар берилган бўлса, Қуёшнинг массаси M аниқлансин; Ернинг радиуси $R = 6,37 \cdot 10^6$ м, ўртача зичлиги $5,5$ т/м³, Ер орбитасининг катта ярим ўқи $a = 1,49 \cdot 10^{11}$ м, Ернинг Қуёш атрофида айланиш даври $T = 365,25$ сутка. 1 кг га тенг бўлган, бири-бирдан 1 м масофада турган иккита масса орасидаги бутун дунё тортишиш кучини $\frac{gR^2}{m}$ Н га тенг деб ҳисоблаймиз, бу ерда m — Ер массаси; Кеплер қонунларига кўра, Қуёшнинг Ерни тортиш кучи $\frac{4\pi^2 a^3 m}{T^2 r^2}$ га тенг, бундаги r — Ер билан Қуёш орасидаги масофа.

Жавоб: $M = 1,966 \cdot 10^{30}$ кг.

28.16. Массаси m бўлган нуқта F марказий куч таъсирида $r^2 = a \cos 2\varphi$ лемниската чизади; бу ерда a — ўзгармас миқдор, r — куч марказидан нуқтагача бўлган масофа; бошланғич пайтда $r = r_0$ ва нуқтанинг тезлиги v_0 га тенг бўлиб, шу нуқтани куч мар-

казига бириктирувчи тўғри чизик билан α бурчак ташкил қилади. F куч фақат r масофага боғлиқ деб ҳисоблаб, унинг миқдори аниқлансин.

Бине формуласига мувофиқ: $F = -\frac{mc^2}{r^2} \left(\frac{d^2 \left(\frac{1}{r} \right)}{d\varphi^2} + \frac{1}{r} \right)$, бу ерда c — нуқтанинг иккиланган секториал тезлиги.

Жавоб: Тортиш кучи $F = \frac{3ma^2}{r^3} r_0^2 v_0^2 \sin^2 \alpha$.

28.17. Массаси m бўлган M нуқта қўзғалмас O марказ атрофида F куч таъсирида ҳаракатланади: бу куч O марказдан чиқади ва $OM = r$ масофагагина боғлиқдир. Нуқта тезлигини $v = \frac{a}{r}$ (a — ўзгармас сон) деб ҳисоблаб, F кучнинг миқдори ва нуқтанинг траекторияси топилсин.

Жавоб: Тортиш кучи $F = \frac{ma^2}{r^3}$; траектория — логарифмик спираль.

28.18. Массаси 1 кг бўлган нуқтанинг марказий тортиш кучи таъсиридаги ҳаракати аниқлансин; куч марказдан нуқтагача бўлган масофанинг кубига тескари пропорционал. Қуйидагилар берилган: 1 м га тенг масофада куч 1 Н га тенг; бошланғич пайтда нуқтадан тортилиш марказигача бўлган масофа 2 м, унинг тезлиги миқдори $v_0 = 0,5$ м/с бўлиб, йўналиши марказдан нуқтага қараб ўтказилган тўғри чизик йўналиши билан 45° бурчак ҳосил қилади.

Жавоб: $r^2 = 4 + t\sqrt{2}$, $r = 2e^\varphi$.

28.19. Массаси 1 кг бўлган M заррача масофанинг бешинчи даражасига тескари пропорционал бўлган куч таъсирида қўзғалмас O марказга тортилади, масофа 1 м бўлганда бу куч 8 Н га тенг. Бошланғич пайтда заррача $OM_0 = 2$ м масофада жойлашиб, унинг тезлиги OM_0 га тик ва $v_0 = 5$ м/с бўлган. Заррачанинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: Радиуси 1 м бўлган айлана, маркази OM чизигида жойлашган ва тортилиш марказидан 1 м масофада ётади.

28.20. Массаси 0,2 кг бўлган ва Ньютоннинг тортилиш қонунига мувофиқ қўзғалмас марказга тортувчи куч таъсирида ҳаракат қиладиган нуқта 50 с ичида тўла эллипс чизади, эллипснинг ярим ўқлари 0,1 м ва 0,08 м. Шу ҳаракатда F тортиш кучининг энг катта ва энг кичик қийматлари аниқлансин.

Жавоб: $F_{\max} = 1,97 \cdot 10^{-3}$ Н, $F_{\min} = 1,23 \cdot 10^{-4}$ Н.

28.21. Ҳар силкиниши бир секунд давом этадиган математик маятник секунд маятник деб аталиб, вақтни ўлчашда қўлланилади. Оғирлик кучининг тезланишини 981 см/с² га тенг деб, бу маятникнинг l узунлигини топинг. Оғирлик кучининг тезланиши Ойда Ергагидан 6 марта кам бўлса, бу маятник Ойда вақтни қанча кўрсатади? Ойдаги секунд маятник қандай l_1 узунликка эга бўлиши керак?

Жавоб: $l = 99,4$ см, $T_1 = 2,45$ с, $l_1 = 16,56$ см.

28.22. Ернинг бирор нуқтасида секунд маятник тўғри вақт кўрсатади. У бошқа жойга кўчирилганида суткасига T секунд орқада қолади. Секунд маятник кўчирилган янги жойда оғирлик кучи тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $g_1 = g_0 \left(1 - \frac{T}{86400}\right)^2$, бунда g_0 — маятник дастлабки жойда бўлганидаги оғирлик кучининг тезланиши.

29- §. Иш ва қувват

29.1. Ўлчовлари расмда кўрсатилган бир жинсли $ABCD$ бетон блокнинг массаси 4000 кг. Уни ўзининг D қирраси атрофида айлантириб ағдариш учун қанча иш сарфлаш керак?

Жавоб: 39,24 кЖ.

29.2. Массаси 2 т бўлган юкни горизонт билан 30° бурчак ҳосил қиладиган қия текислик бўйлаб суриб, 5 м баландликка кўтариш учун энг камида қанча иш сарф қилиш кераклиги аниқлансин. Иш-қаланиш коэффициентини 0,5 га тенг.

Жавоб: 183 кЖ.

29.3. 5000 м³ сувни 3 м баландликка кўтариш учун двигателни 2 от кучига эга бўлган насос ўрнатилган. Агар насоснинг фойдали иш коэффициентини 0,8 бўлса, шу ишни бажариш учун қанча вақт керак бўлади?

Фойдали иш (бу масалада сувни кўтаришга сарф қилинган иш) нинг ҳаракатлантирувчи куч ишига нисбати фойдали иш коэффициентини деб аталади; зарарли қаршиликлар бўлганлигидан ҳаракатлантирувчи куч иши фойдали ишдан кўпроқ бўлиши керак.

Жавоб: 34 соат 43 мин 20 с.

29.4. Массаси 200 кг бўлган болғани 0,75 м баландликка бир минутда 84 марта кўтаридиган машинанинг қуввати қанча бўлади? Машинанинг фойдали иш коэффициентини 0,7 га тенг.

Жавоб: 2,94 кВт.

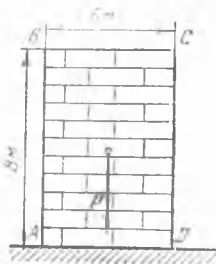
29.5. Бир дарёда кетма-кет жойлашган учта шалоланинг умумий қуввати ҳисоблансин. Сув биринчи шалолада 12 м, иккинчи шалолада 12,8 м, учинчи шалолада 15 м баландликдан тушади. Дарёнинг ўртача сув сарфи 75,4 м³/с.

Жавоб: 29,4 МВт.

29.6. Трамвай тармоғи станциясидаги турбогенераторларнинг қуввати ҳисоблансин, бунда трамвай йўлидаги вагонлар сони 45 та, ҳар бир вагон массаси 10 т, ишқаланиш қаршилиги вагон оғирлигининг 0,02 қисмига, вагоннинг ўртача тезлиги 3,3 м/с га ва тармоқдаги нобудгарчилик 5% га тенг.

Жавоб: 309 кВт.

29.7. Массаси 20 кг бўлган юкни қия текислик бўйлаб 6 м масофага чиқариш учун сарф бўладиган иш ҳисоблансин. Горизонт билан



29.1- масалага

текислик орасидаги бурчак 30° га ва ишқаланиш коэффициенти 0,01 га тенг.

Жавоб: 598 Ж.

29.8. Турбоход 15 узел тезлик билан сузганида унинг турбинаси 3800 кВт қувват беради. Турбина ва винтнинг фойдали иш коэффициенти 0,41 га ва 1 узел = 0,5144 м/с га тенг эканлигини билган ҳолда сувнинг турбоход ҳаракатига бўлган қаршилик кучи аниқлансин.

Жавоб: 201,9 кН.

29.9. Ички ёниш двигателининг қуввати аниқлансин; бутун йўл давомида поршеннинг 1 см^2 юзасига тушадиган ўртача босим 49 Н, поршень йўли 40 см, поршень юзаси 300 см^2 , бир минутдаги ишчи юришлар сони 120 та ва фойдали иш коэффициенти 0,9 га тенг.

Жавоб: 10,6 кВт.

29.10. Силлиқлайдиган тошнинг диаметри 0,6 м бўлиб, у минутага 120 марта айланади. Талаб қилинадиган қувват 1,2 кВт га тенг. Силлиқлайдиган тошнинг деталь билан ишқаланиш коэффициенти 0,2 га тенг. Тош силлиқланаётган детални қандай куч билан қисади?

Жавоб: 1591,5 Н.

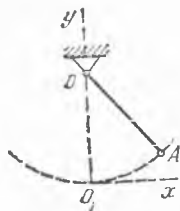
29.11. Бўйлама рандаловчи станок моторининг қуввати аниқлансин; иш йўлининг узунлиги 2 м, шу йўлни ўтиш муддати 10 с, кесувчи куч 11,76 кН, станокнинг фойдали иш коэффициенти 0,8 га тенг. Ҳаракат тенг ўлчовли деб ҳисоблансин.

Жавоб: 2,94 кВт.

29.12. Эластик пружинанинг учига массаси M бўлган юк осилган. Пружинани 1 м га чўзиш учун s Н га тенг куч қўйиш керак. Пружинадаги юкнинг тўлиқ механик энергиясини аниқловчи ифода тузилсин. Ҳаракат юкнинг мувозанат ҳолатидан пастга йўналтирилган x ўққа нисбатан олинсин.

Жавоб: $E = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} cx^2 - Mgx$.

29.13. Чанғида 20 км ли горизонтал йўлни юриб ўтганда, чанғичининг оғирлик маркази амплитудаси 8 см ва даври $T = 4$ с бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади. Чанғичининг массаси 80 кг; чанғичининг қор билан ишқаланиш коэффициенти $f = 0,05$. Агар чанғичи бутун йўлни 1 соату 30 минутда ўтган бўлса, унинг бу юришдаги иши ва шунингдек, ўртача қуввати аниқлансин.

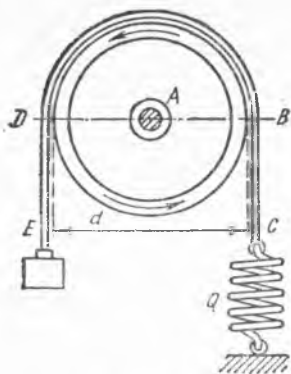


29.14- масалага

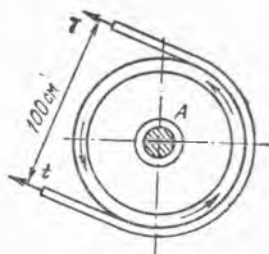
Изоҳ. Чанғичи оғирлик марказининг пастга ҳушидаги тормозлаш иши оғирлик марказини шу баландликка кўтариш ишининг 0,4 қисмига тенг деб ҳисоблансин.

Жавоб: $A = 1021$ кЖ, $N = 188,9$ Вт.

29.14. Оғирлиги P , узунлиги l бўлган A математик маятник $\frac{P}{l}x$ горизонтал куч таъсирида y баландликка кўтарилган. Математик маятникнинг потенциал энергияси икки усул билан: 1) оғирлик кучининг иши



29.15- масалага



29.16- масалага

сингари, 2) $\frac{P}{l} x$ кучнинг иши сифатида ҳисоблансин ва қандай шартларда бу икки усулнинг бир хил натижа бериши кўрсатилсин.

Жавоб: 1) Px ; 2) $\frac{1}{2} \frac{P}{l} x^2$.

Агар y^2 ҳисобга олинмайдиган бўлса, иккала жавоб бир хилда бўлади.

29.15. Двигателнинг қувватини ўлчаш учун унинг A шкивига ёғоч қолипни лента кийгизилган. Лентанинг ўнг томонидаги BC қисмини пружинали Q тарози ушлаб туради, чап томондаги DE қисмини эса юк тортиб туради. Агар двигатель минусига 120 марта бир текис айланса, двигатель қувватининг қанча бўлиши аниқлансин; бунда пружинали тарози лентанинг ўнг тармоғида тортилиш кучи 39,24 Н га тенг эканлигини кўрсатади; юкнинг массаси 1 кг га тенг; шкив диаметри эса $d = 63,6$ см. Лентанинг BC ва DE қисмларидаги тортилиш кучларининг айирмаси шкивга тормоз берадиган кучга тенг. Шу кучнинг 1 с даги иши аниқлансин.

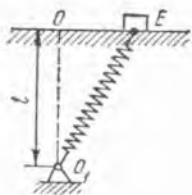
Жавоб: 117,5 Вт.

29.16. Тасма ёрдами билан 14,71 кВт қувват узатилади. Тасмали шкивнинг радиуси 0,5 м, бурчак тезлиги 150 айл/мин га тенг. Тасманинг етакчи қисмидаги T тортилиш кучи етакланувчи қисмидаги t тортилиш кучидан икки марта катта деб фараз қилиб, T ва t тортилиш кучлари аниқлансин.

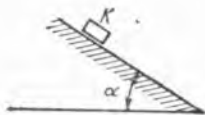
Жавоб: $T = 3746$ Н, $t = 1873$ Н.

30-§. Моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақида теорема

30.1. Массаси m бўлган E жисм силлиқ горизонтал текислик устида туради. Бикирлиги s бўлган пружинанинг бир учи жисмга, иккинчи O_1 учи шарли шарнирга бириктирилган. Деформацияланмаган пружинанинг узунлиги l_0 га тенг бўлиб, $OO_1 = l$. Бошланғич пайтда E жисмни O мувозанат ҳолатидан чекли $OE = a$



30.1- масалага



30.3- масалага

оралиққа узоқлаштирилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Унинг мувозанат ҳолатидан ўтаётган пайтдаги тезлиги аниқлансин.

Жавоб: $v = \sqrt{\frac{2c}{m} \left[\frac{a^2}{2} + l_0 \left(l - \sqrt{l^2 + a^2} \right) \right]}$.

30.2. Олдинги масала шартларига биноан текисликни ғадир-будур ва сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f деб, E жисмининг O мувозанат ҳолатидан ўтиш пайтидаги тезлиги аниқлансин:

Жавоб: $v^2 = \frac{2}{m} \left\{ c \left[\frac{a^2}{2} + l_0 \left(l - \sqrt{l^2 + a^2} \right) \right] - f \left[(mg + cl) a + cl_0 l \ln \frac{l}{a + \sqrt{l^2 + a^2}} \right] \right\}$.

30.3. K жисм ғадир-будур қия текислик устида тинч турибди. Текисликнинг горизонтга нисбатан қиялиги α ва $f_0 > \operatorname{tg} \alpha$, бунда f_0 — тинч ҳолатдаги ишқаланиш коэффициенти. Бирор пайтда жисмга қия текислик бўйлаб пастга томон йўналган бошланғич v_0 тезлик берилган. Ҳаракат вақтидаги ишқаланиш коэффициенти f бўлса, жисм тўхтагунича ўтилган s йўл аниқлансин.

Жавоб: $s = \frac{v_0^2}{2g(f \cos \alpha - \sin \alpha)}$.

30.4. Горизонт билан 30° бурчак ҳосил қилган қия текисликда оғир жисм бошланғич тезликсиз пастга тушмоқда; ишқаланиш коэффициенти $0,1$ га тенг. Ҳаракат бошлангандан кейин жисм 2 м йўл ўтгач, қандай тезликка эга бўлади?

Жавоб: $4,02$ м/с.

30.5. Массаси 24 кг бўлган снаряд тўп стволидан 500 м/с тезлик билан отилиб чиқади. Тўп стволининг узунлиги 2 м. Газлардан снарядга тушадиган босим кучининг ўртача миқдори қанча?

Жавоб: 1500 кН.

30.6. Массаси 3 кг бўлган моддий нуқта горизонтал тўғри чиқиқ бўйлаб 5 м/с тезлик билан чап томонга ҳаракат қилган. Унга ўнг томонга йўналган доимий куч таъсир эттирилди. Куч таъсири 30 с дан кейин тўхтатилди, шунда нуқтанинг тезлиги 55 м/с бўлиб, ўнг томонга қараб йўналди. Шу кучнинг миқдори ва бажарган иши топилин.

Жавоб: $F = 6$ Н, $A = 4,5$ кЖ.

30.7. Қиялик бурчаги $\alpha = 0,008$ радиан бўлган нишаб йўлда станцияга яқинлашаётган поезд тезлиги 10 м/с га тенг. Бирор пайтда

машинист поездни тормозлай бошлади. Ишқаланишдан ўқларда ҳосил бўлган қаршилик поезд оғирлигининг 0,1 қисмига тенг. Поезд тормозлана бошлаганидан тўхтагунча қанча йўл босади ва бунга қанча вақт кетади? $\sin \alpha = \alpha$ деб олинсин.

Жавоб: 55,3 м, 11,8 с.

30.8. Массаси 200 т бўлган поезд йўлнинг горизонтал участкасида $0,2 \text{ м/с}^2$ тезланиш билан кетмоқда. Ўқлардаги ишқаланиш қаршилиги поезд оғирлигининг 0,01 қисмини ташкил қилади ва ҳаракат тезлигига боғлиқ эмас деб ҳисобланади. Бошланғич пайтда поезднинг тезлиги 18 м/с бўлса, $t = 10 \text{ с}$ бўлган пайтда тепловоз эришган қувват аниқлансин.

Жавоб: 1192 кВт.

30.9. Брус ғадир-будур горизонтал текисликда v_0 бошланғич тезлик билан ҳаракатлана бошлайди ва тугал тўхтагунча s масофани ўтади. Ишқаланиш кучини нормал босимга пропорционал ҳисоблаб, сирпаниб ишқаланиш коэффициентини аниқлансин.

Жавоб: $f = v_0^2 / 2gs$.

30.10. Темир йўл платформасининг массаси 6 т бўлиб, ўқларнинг ишқаланиши натижасида ҳаракатдаги поезд ўз оғирлигининг 0,0025 қисмига тенг қаршиликка учрайди. Ишчи тинч турган платформага 250 Н куч билан тиралиб, уни тўғри чизикли горизонтал йўлда юргизади. 20 м йўл юргандан кейин ишчи платформани ўз ҳолига қўйиб юборади. Ҳаво қаршилигини ва ғилдиракларнинг темир йўлга ишқаланиш қаршилигини ҳисобга олмай, платформанинг ҳаракати вақтидаги энг катта тезлик ва платформа тўхтагунча босиб ўтган тўла йўл ҳисоблансин.

Жавоб: $v_{\max} = 0,82 \text{ м/с}$, $s = 34 \text{ м}$.

30.11. 700 Н қаршилик кўрсатиладиган деворга мих қоқилмоқда. Болға ҳар гал урилганда михнинг $l = 0,15 \text{ см}$ узунлиги деворга киради. Болға мих қалпоқчасига урилган пайтда $v = 1,25 \text{ м/с}$ тезликка эга бўлса, унинг массаси қанчага тенг?

Жавоб: 1,344 кг.

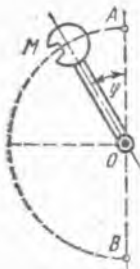
30.12. Ерга тушган 39 кг массали метеорит тупроққа 1,875 м ботган. Метеорит тушган жой тупроғи унга ботувчи жисмга $5 \cdot 10^5 \text{ Н}$ қаршилик кўрсатиши аниқланган. Метеорит Ер сиртига қандай тезлик билан етиб келган? У Ер сиртида кўрсатилган тезликка эришиши учун қандай баландликдан бошланғич тезликсиз тушиши керак? Оғирлик кучини доимий ҳисоблаб, Ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмаймиз.

Жавоб: $v = 219 \text{ м/с}$, $H = 2453 \text{ м}$.

30.13. Массаси 500 т бўлган тормозланмаган поезд ўчирилган двигатель билан ҳаракат қилиб, $R = (7650 + 500 v) \text{ Н}$ қаршиликка учрайди, бу ерда v — м/с лардаги тезлик. Поезднинг бошланғич тезлиги $v_0 = 15 \text{ м/с}$ эканлигини билган ҳолда поезд тўхтагунча қандай масофани ўтиши аниқлансин.

Жавоб: 4,5 км.

30.14. Материалларни зарба билан синаш учун ишлатиладиган асбобнинг асосий қисми пўлатдан қуйилган оғир M қуймадан ибo-



30.14- масалага

рат бўлиб, у қўзғалмас горизонтал O ўқ атрофида деярли ишқаланмасдан айланадиган стержень учига бириктирилган. Стерженьнинг оғирлигини назарга олмай, M қуймани моддий нуқта деб ҳисоблаймиз; OM масофа $0,981$ м га тенг. Шу нуқта энг юқори A ҳолатдан ниҳоятда кичик бошланғич тезлик билан туша бошлаб, энг пастки B ҳолатга келганида тезлиги v нинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v = 6,2$ м/с.

30.15. 4 кН юк таъсирида 1 см эгиладиган эластик рессоранинг x эгилиши юкка тўғри пропорционал равишда ошади, деб фараз қилинсин ва шу рессора потенциал энергиясининг ифодаси ёзилсин.

Жавоб: Агар x см да ҳисобланса, $\Pi = (20x^2 + C)$ Ж.

30.16. Пружина зўриқмаган ҳолатда 20 см узунликка эга. Унинг узунлигини 1 см га ўзгартириш учун зарур бўладиган куч миқдори $1,96$ Н га тенг. Агар пружина 10 см узунликка қисилиб, қўйиб юборилса, массаси 30 г бўлган шарча трубка ичидан қандай v тезлик билан отилиб чиқади? Трубка горизонтал ҳолатда жойлашган.

Жавоб: $v = 8,08$ м/с.

30.17. Ўртасига Q юк қўйилган балканинг статик эгилиши 2 мм га тенг. Балканинг массасини ҳисобга олмай, қуйидаги икки ҳол учун унинг энг катта эгилиши топилсин. 1) Q юкни эгилмаган балкага жойлаб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилганида; 2) юк эгилмаган балканинг ўртасига 10 см баландликдан бошланғич тезликсиз ташланганда.

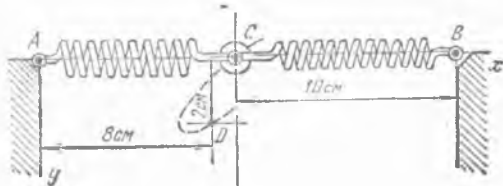
Масалани ечишда балканинг юкка кўрсатадиган таъсир кучини унинг эгилишига пропорционал деб ҳисоблаш керак.

Жавоб: 1) 4 мм, 2) $22,1$ мм.

30.18. $Ах$ горизонтал тўғри чизиқда жойлашган, қисилмай турган иккита $АС$ ва $ВС$ пружина қўзғалмас A ва B нуқталарга шарнирлар билан, C нуқтада эса массаси 2 кг бўлган тошга бириктирилган. $АС$ пружинани 1 см қисиш учун 20 Н, $СВ$ пружинани 1 см чўзиш учун 40 Н куч қўйиш керак. Масофа $АС = ВС = 10$ см. Тошга $v_0 = 2$ м/с тезлик шундай йўналишда берилганки, тош ҳаракатини давом эттириб, координаталари $x_D = 8$ см, $y_D = 2$ см бўлган D нуқтадан утади; бунда A нуқта координаталар боши деб қабул қилинган ва координата ўқлари расмда кўрсатилганидек йўналтирил-



30.16- масалага



30.18- масалага

ган. Тош *ху* вертикал текисликдаги *D* нуқтадан ўтган пайтда тезлиги қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v = 1,77$ м/с.

30.19. Оғирлиги *P* бўлган *M* юк чўзилмайдиган, *l* узунликдаги ип билан *O* нуқтага осилган ва у вертикал текисликда *A* нуқтадан бошлаб бошланғич тезликсиз ҳаракатлана бошлайди; қаршилик бўлмаганда *M* юк

C ҳолатга келади ва бу ерда унинг тезлиги нолга тенг бўлади. *M* юкнинг оғирлик кучидан *B* нуқтада пайдо бўладиган потенциал энергияни нолга тенг деб қабул қилиб, кинетик ва потенциал энергияларнинг ва, шунингдек, улар йиғиндисининг φ бурчакка қараб ўзгаришининг графиги чизилсин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Тенгламалари $T = Pl \sin \varphi$, $V = Pl(1 - \sin \varphi)$ бўлган иккита синусоида ҳамда $T + V = Pl$ — тўғри чизиқ.

30.20. Массаси *m* бўлган моддий нуқта тикловчи эластик куч таъсирида *Ox* тўғри чизиқ бўйлаб $x = a \sin(kt + \beta)$ қонунга мувофиқ гармоник тебранма ҳаракат қилади. Ҳаракат қилувчи нуқтанинг *T* кинетик энергияси билан *V* потенциал энергиясининг *x* координатага боғлиқ равишда ўзгариши графиги чизилсин; қаршилик ҳисобга олинмасин. Координаталар бошида $V = 0$.

Жавоб: Иккала график ҳам парабола бўлиб, улар $T = \frac{mk^2}{2} \times (a^2 - x^2)$, $V = \frac{mk^2}{2} x^2$ тенгламалар билан ифодаланади.

30.21. Моддий нуқта миқдори ва йўналиши ўзгармас бўлган вертикал куч таъсирида Ер радиусига тенг баландликдан Ерга тушади; нуқта Ерга тушганида у Ернинг тортиш кучи таъсирида ҳосил бўладиган тезликка тенг тезлик олиши учун бу вертикал куч миқдори қанча бўлиши керак? Ернинг тортиш кучи нуқтадан Ер марказигача бўлган масофа квадратига тескари пропорционал.

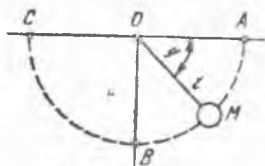
Жавоб: $P/2$, бу ерда *P* — нуқтанинг Ер юзидagi оғирлиги.

30.22. Учига моддий нуқта бириктирилган горизонтал пружина *P* куч билан қисилган ва тинч ҳолатда туради. *P* куч тўсатдан йўналишини қарама-қарши томонга ўзгартиради. Шундан кейин ҳосил бўлган энг катта l_2 чўзилишнинг олдинги l_1 қисилишга қараганда неча марта катталлиги аниқлансин; пружина массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l_2/l_1 = 3$.

30.23. Жисм Ер юзидан юқорига қараб вертикал чизиқ бўйлаб бошланғич v_0 тезлик билан отилган. Оғирлик кучи Ер марказигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаришини эътиборга олиб, жисмнинг кўтарилиш баландлиги *H* аниқлансин; ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин. Ер радиуси $R = 6370$ км, $v_0 = 1$ км/с.

Жавоб: $H = \frac{Rv_0^2}{2gR - v_0^2} = 51,38$ км.



30.19-масалага

30.24. Иккита заррача мусбат электр билан зарядланган, биринчи заррачанинг q_1 заряди 100 Кл, иккинчисининг заряди $q_2 = 0,1 q_1$; биринчи заррача қўзғалмай қолади, иккинчи заррача эса биринчи заррачанинг итариш кучи таъсирида ҳаракат қилади. Иккинчи заррачанинг массаси 1 кг га тенг; биринчи заррачадан ҳисобланадиган бошланғич масофа 5 см га, бошланғич тезлик эса нолга тенг. Фақат $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$

(бунда r — заррачалар орасидаги масофа) итариш кучининг таъсирининг айтилган олиб, ҳаракатланувчи заррача тезлигининг энг юқориги чегараси аниқлансин.

Жавоб: 20 м/с.

30.25. Ер устида турган жисми Ер радиусига тенг баландликка кўтариш учун унга юқорига қараб вертикал равишда қандай v_0 тезлик бериш кераклиги аниқлансин; бунда Ернинг тортиш кучининг айтилган олиб керак, бу куч Ер марказидан жисмгача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаради. Ернинг радиуси $6,37 \cdot 10^6$ м га тенг, Ер устида ер тортиш кучининг тезлиги $9,8 \text{ м/с}^2$ га тенг.

Жавоб: 7,9 км/с.

30.26. Ер юзидан Ойга қараб отилган снаряд Ой билан Ернинг тортиш кучи тенг бўлган нуқтага бориб ўша нуқтада мувозанат ҳолида қолиши учун снарядни қандай v_0 тезлик билан отиш кераклиги топилинсин. Ер ва Ойнинг ҳаракати билан ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин. Ер устида оғирлик кучининг тезлиги $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Ой ва Ер массаларининг нисбати $m : M = 1 : 80$; улар орасидаги масофа $d = 60 R$, бу ерда $R = 60000$ км (Ер радиуси) деб ҳисобланади.

Бутун олам тортишиш кучи миқдорининг формуласига кирган f коэффициентни қуйидаги тенгламадан топамиз:

$$mg = mf \left[\frac{M}{R^2} - \frac{m}{(d - R)^2} \right].$$

$$\text{Жавоб: } v_0^2 = \frac{2gR(d-R)}{d} \frac{\sqrt{\frac{M}{m}(d-R) - R}}{\sqrt{\frac{M}{m}(d-R) + R}} = \frac{59}{30} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} gR,$$

бунда $\alpha = \frac{1}{59\sqrt{80}}$ ёки $v_0 = 10,75 \text{ км/с}$.

30.27. Тупроқни массаси 60 кг, кўндаланг кесим юзаси 12 дм^2 бўлган, 1 м баландликдан тушадиган қўл шиба билан шибадан моқда. Охири зарбада шиба тупроққа 1 см ботган, бунда тупроқнинг шиба ҳаракатига қаршилигини доимий деб ҳисоблаш мумкин. Тупроқ чўкмасдан, қандай миқдордаги энг катта юкка бардош бера олади? Шиба тупроққа қандай қаршиликни энгиб ботган бўлса, зичлаштирилган тупроқ ҳам шундан ошмайдиган юкка чидаши мумкин деб фарз қилинади.

Жавоб: 494,4 кПа.

30.28. Шахта лифти $v_0 = 12 \text{ м/с}$ тезлик билан пастга ҳаракат қилади. Лифтнинг массаси 6 т. Лифтни ушлаб турувчи арқон узилса,

лифтининг $s = 10$ м йўлда тўхташи учун, эҳтиёт парашюти шахта девори билан лифт орасида қандай ишқаланиш кучини ҳосил қилиши керак? Ишқаланиш кучи доимий деб ҳисоблансин.

Жавоб: $F = m(g + \frac{v_0^2}{2s}) = 102$ кН.

30.29. Массаси 200 г бўлган ҳалқа $y = x^2$ парабола шаклидаги сим ёй бўйлаб пастга сирпанади. Ҳалқа $x = 3$ м, $y = 9$ м нуқтадан бошланғич тезликсиз ҳаракатлана бошлаган. Ҳалқа параболанинг қуйи нуқтасидан ўтаётган пайтда ҳалқанинг тезлиги ва унга сим томонидан таъсир қиладиган куч аниқлансин.

Жавоб: $v_1 = 13,3$ м/с. $R = 72,5$ Н.

30.30. Уzunлиги l бўлган математик маятникни горизонтал йўналишда v_0 бошланғич тезлик бериб мувозанат ҳолатидан чиқаришди. Битта тебраниш даврида маятник чизиб ўтадиган ёйнинг узунлиги аниқлансин.

Жавоб: $s = 4l \arccos(1 - \frac{v_0^2}{2gl})$.

31- §. Аралаш масалалар

31.1. Массаси 1 кг бўлган юк қўзғалмас O нуқтага узунлиги 0,5 м бўлган ип воситасида осилган. Бошланғич пайтда юк вертикалдан 60° бурчакка оған ва унга вертикал текисликда ипга тик бўлиб пастга йўналган, 2,1 м/с га тенг v_0 тезлик берилган. Юкнинг энг қуйи ҳолати учун ипнинг таранглиги ҳамда шу ҳолатдан вертикал бўйлаб юқорига томон ҳисобланган кўтарилиш баландлиги аниқлансин.

Жавоб: 28,4 Н, 47,5 см.

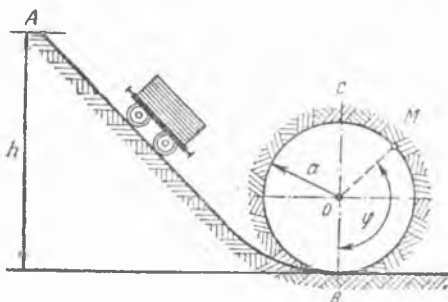
31.2. Олдинги масаладаги v_0 тезлик миқдоридан ташқари ҳамма шартларни сақлаб қолиб, шу v_0 тезлик миқдори қанча бўлганда юк бутун айланани ўтиши топилсин.

Жавоб: $v_0 > 4,43$ м/с.

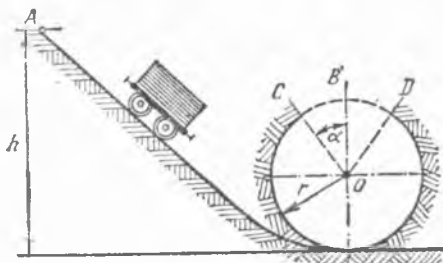
31.3. AB йўл, кейин a радиусли BC ҳалқа кўринишида ўрнатилган сиртмоқ ҳосил қилувчи рельслардан m массали вагонетка гилдираб боради. Вагонетка ҳалқанинг бутун айланасини ундан ажралмай ўтиши учун уни қандай h баландликдан бошланғич тезликсиз қўйиб юбориш керак? Вагонеткадан ҳалқанинг M нуқтасига тушадиган N босим аниқлансин, бу нуқта учун $\angle MOB = \varphi$.

Жавоб: $h \geq 2,5 a$, $N = mg(\frac{2h}{a} - 2 + 3 \cos \varphi)$.

31.4. Вагонетка A нуқтадан гилдираб тушиб борадиган йўл, расмда кўрсатилгандек r радиусли очик сиртмоқ ҳосил қилади: $\angle BOC = \angle BOD = \alpha$.



31.3- масалага



31.4- масалага

Вагонетка бутун сиртмоқни айланиб ўтиши учун у қандай h баландликдан тушиши, шунингдек h баландлик энг кичик бўладиган α бурчакнинг қиймати топилсин.

Кўрсатма. DC участкада вагонетканинг оғирлик маркази парабolik ҳаракат қилади.

Жавоб: $h = r(1 + \cos \alpha + \frac{1}{2\cos \alpha})$; $\alpha = 45^\circ$ бўлганда h_{min} га эришилади.

31.5. Массаси $M = 20$ кг бўлган оғир пўлат қуйма қўзғалмас O ўқ атрофида ишқаланмасдан айлана оладиган стерженьга бириктирилган. Қуйма энг юқори A ҳолатдан ниҳоятда кичик бошланғич тезлик билан тушиб боради. Стержень массасини ҳисобга олмай, ўққа тушадиган энг катта босим аниқлансин (30.14-масалага берилган расмга қаралсин).

Жавоб: 980 Н.

31.6. Олдинги масалада ўққа тушадиган босим нолга тенг бўлган пайтда айланувчи стержень вертикал билан қандай бурчак ҳосил қилади?

Жавоб: $\varphi = \arccos \frac{2}{3}$.

31.7. Массаси 70 кг бўлган парашютчи самолётдан сакраб, 100 м учиб борганидан кейин парашютни очди. Ҳаракатга таъсир этадиган қаршилиқ кучи ўзгармас бўлганда парашютчининг тезлиги парашют очилганидан бошлаб биринчи беш секунд ичида 4,3 м/с гача камайган бўлса, кишини парашютга осиб турадиган стропалардаги тортиш кучи топилсин. Ҳавонинг одамга кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин.

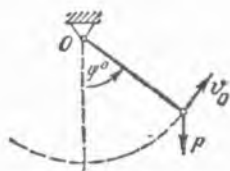
Жавоб: 1246 Н.

31.8. Баландлиги 2 м бўлган тепаликдаги станцияга 500 м қолганда 12 м/с тезлик билан келаётган поезд машинисти буғни берки, тиб, тормоз бера бошлаган. Агар поезднинг массаси 1000 т га тенг ишқаланишдаги қаршилиқ 20 кН бўлса, поезд станцияга келиб тўхташи учун тормозлашдан ҳосил бўлган ва доимий деб қараладиган қаршилиқнинг катталлиги қанча бўлиши керак?

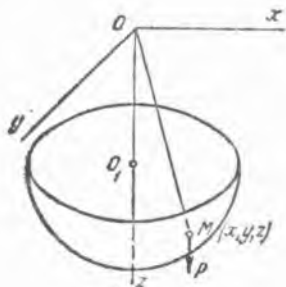
Жавоб 84,8 кН.

31.9. Массаси m бўлган оғир қуйма O ўқ атрофида ишқаланишсиз айлана оладиган ва вертикалга нисбатан φ_0 бурчакка оған стерженьга маҳкамланган. Шу бошланғич ҳолатдан қуймага v_0 бошланғич тезлик берилган (расмга қаранг). Стерженьнинг массасини ҳисобга олмай, ундаги зўриқиш стерженьнинг вертикалга нисбатан оғиш бурчаги функцияси сифатида аниқлансин. Стерженьнинг узунлиги l га тенг.

Жавоб: $N = 3mg \cos \varphi - 2mg \cos \varphi_0 + m \frac{v_0^2}{l}$.



31.9- масалага



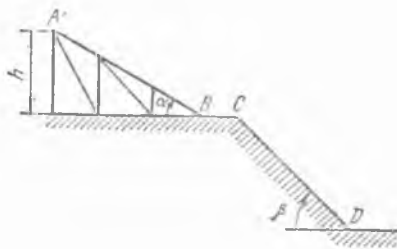
31.10- масалага

Агар $N > 0$ бўлса, стержень чўзилган; агар $N < 0$ бўлса, стержень қисилган.

31. 10. Сферик маятник узунлиги l бўлган ва бир учи қўзғалмас O нуқтага бириктирилган MO ип ҳамда ипнинг иккинчи учига боғланган P сферикдаги M нуқтадан иборат. M нуқта мувозанат ҳолатидан шундай огдирилдики, унинг координаталари $t=0$ да $x = x_0$, $y=0$ бўлиб қолди ва нуқтага $\dot{x}_0=0$, $\dot{y}_0=v_0$, $z_0=0$ бошланғич тезлик берилди. Бошланғич шартлар орасида қандай муносабат бўлганда M нуқта горизонтал текисликда айлана чизади ва шу айланани u қанча вақтда бир марта айланиб чиқади?

Жавоб: $v_0 = x_0 \sqrt{\frac{g}{z_0}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{z_0}{g}}$.

31. 11. Чанғичи трамплиндан сакрашида горизонтга нисбатан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ташкил қилган AB эстакададан пастга тушади. Трамплиндан узилиш олдида u кичкина горизонтал BC майдончини ўтади; ҳисоблаш вақтида биз бу майдоннинг узунлигини эътиборга олмаймиз. Чанғичи трамплиндан узилган пайтда зарб билан ўзига вертикал тузувчиси $v_0 = 1 \text{ м/с}$ бўлган тезлик беради. Эстакада баландлиги $h = 9 \text{ м}$, чанғининг қорға ишқаланиш коэффициентини $f = 0,08$, ерга тушиш чизиги (CD) горизонт билан $\beta = 45^\circ$ бурчак ҳосил қилади. Ҳаво қаршичилигини ҳисобга олмай, чанғичи учиб борадиган l узунлик аниқлансин.



31.11- масалага



31.12- масалага

Изоҳ. Чанғичи учиб борадиган **узоқлик** деб C узилиш нуқтасидан чанғичи ерга тушган CD чизикдаги нуқтагача ўлчанган масофага айтилади.

Жавоб: $l = 47,4$ м.

31.12. Оғирлиги P бўлган M юк B спирал пружинада турган A плитага H баландликдан ташланади. Юк ташланадиган нуқтада унинг бошланғич тезлиги нолга тенг. Тушган M юк таъсирида пружина h миқдорга қисилади. A плита оғирлигини ва қаршиликларни ҳисобга олмай, пружина h миқдорга қисилгунича ўтган T вақт ва пружинанинг шу вақт ичидаги эластиклик кучи импульси S ҳисоблансин.

Жавоб: $T = \frac{1}{k} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$, $S = P \left(T + \sqrt{\frac{2H}{g}} \right)$.

бу ерда $\operatorname{tg} \alpha = - \frac{h}{2\sqrt{H(H+h)}}$, $k = \frac{V2g(H+h)}{h}$.

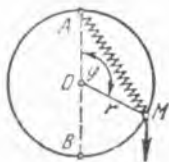
31.13. Маховик парчаланганида унинг бўлиниш жойидан энг узоққа тушган қисмларидан бири ўзининг бошланғич ҳолатидан $s = 280$ м масофада бўлган; маховик парчаланган пайтда ками билан қанча бурчак тезликка эришган бўлиши мумкин; мазкур қисм ўзининг бошланғич ҳолатидаги горизонтал текисликдан шу текисликда ётган кейинги ҳолатига келишда унга ҳавонинг кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин. Маховик радиуси $R = 1,75$ м.

Жавоб: $n = 286$ айл/мин ёки $\omega = 30$ рад/с.

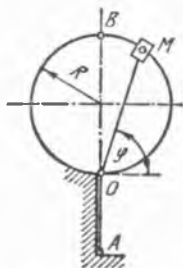
31.14. Вертикал текисликда жойлашган доиравий ҳалқанинг юқоридаги A нуқтасига пружина ёрдамида осилган M юк ишқаланмасдан ҳалқа бўйлаб сирпаниб пастга тушади. Ҳалқанинг пастдаги B нуқтасига тушадиган босимнинг нолга тенг бўлиши учун пружина бикирлиги қандай бўлиши керак? Қуйидагилар берилган: ҳалқанинг радиуси 20 см, юкнинг массаси 5 кг, юкнинг бошланғич пайтида MA масофа 20 см га тенг, пружина чўзилмаган; юкнинг бошланғич тезлиги нолга тенг; пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб. 4,9 Н га тенг куч таъсир қилганда пружина 1 см чўзилиши керак.

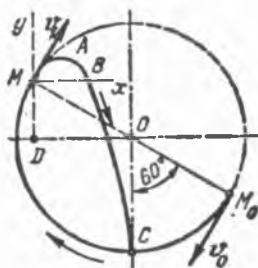
31.15. M юкнинг ҳалқага пастдаги B нуқтада (олдинги масалага берилган расмга қаралсин) туширадиган босими аниқлансин; қуйидагилар берилган: ҳалқанинг радиуси 20 см, юкнинг массаси 7 кг, юкнинг бошланғич ҳолатида MA масофа 20 см га тенг, бунда пружина



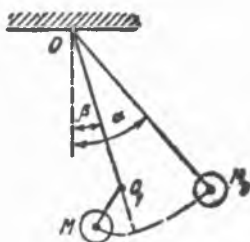
31.14- масалага



31.16- масалага



31.17- масалага



31.19- масалага

на чўзилган ва унинг узунлиги табиий узунлигидан икки марта катта; пружинанинг табиий узунлиги 10 см, пружинанинг бикирлиги шундайки, пружинага 4,9 Н куч таъсир қилганда у 1 см чўзилади; юкнинг бошланғич тезлиги нолга тенг; пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Босим 68,6 Н га тенг бўлиб, юқорига қараб йўналган.

31.16. Оғирлиги Q бўлган силлиқ M ҳалқа вертикал текисликда ётган R см радиусли айлана ёйида ишқаланмасдан сирғана олади. Ҳалқага MOA эластик ип боғланган; MOA ип A нуқтага бириктирилган бўлиб, қўзғалмас ва силлиқ O ҳалқадан ўтади. M ҳалқа O нуқтада бўлган пайтда ипнинг тортилиш кучи нолга тенг, ипни 1 см чўзиш учун c га тенг куч қўйиш керак, деб ҳисоблансин. Бошланғич пайтда ҳалқа B нуқтада ноустувор мувозанат ҳолатда туради ва аста туртилганида айлана бўйлаб сирғанади. Ҳалқанинг айланага кўрсатадиган босими N аниқлансин.

Жавоб: $N = 2Q + cR + 3(Q + cR) \cos 2\varphi$; $N > 0$ бўлса, босим ташқарига, $N < 0$ бўлса, ичкарига йўналган.

31.17. Юк қўзғалмас O нуқтага 0,5 м узунликдаги ип билан осилган. M_0 бошланғич ҳолатда юк вертикалдан 60° бурчакка оғдрилган ва унга вертикал текисликда ипга перпендикуляр равишда пастга йўналган 3,5 м/с га тенг v_0 тезлик берилган.

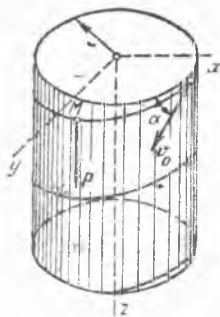
1) M юк қандай ҳолатда бўлганда ипдаги тортилиш кучининг нолга тенг бўлиши ва шу ҳолатдаги v_1 тезлик топилсин.

2) Юкнинг ип яна таранг тортилгунча қилган ҳаракати траекторияси ва шу траекторияни нуқта қанча вақт ичида ўтиши аниқлансин.

Жавоб: 1) M нинг ҳолати O нуқтадан ўтувчи горизонталдан $MD = 25$ см масофада; $v_1 = 156,5$ см/с.

2) Mx ва My ўқларга нисбатан $y = x\sqrt{3} - 0,08x^2$ тенглама билан ифодаланувчи $MABC$ парабола; юк бу параболани 0,55 с ичида чиғиб чиқади.

31.18. 10 км баландликка кўтариладиган самолётга математик маятник ўрнатилган. Шу баландликда маятникнинг кичик тебранишлари даври ўзгармай қолиши учун маятник ипининг узунлигини шу



31.20- масалага

узунлигининг қандай қисмига қисқартириш керак? Оғирлик кучи Ер марказигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал деб ҳисоблансин.

Жавоб: $0,00313l$ га; бу ерда l — ипнинг Ер юзидаги узунлиги.

31.19. Массаси m бўлган M юк узунлиги l бўлган MO ип воситасида қўзғалмас O нуқтага осилган. Бошланғич пайтда MO ип вертикал билан α бурчак ҳосил қилади ва M юкнинг тезлиги нолга тенг бўлади. Ип ўзининг кейинги ҳаракатида ингичка O_1 симга дуч келади; симнинг йўналиши юк ҳаракатининг текислигига тик, унинг олган ўрни эса $h = OO_1$ ва β кутб координаталари билан белгиланади. α бурчакнинг шундай энг кичик қиймати аниқлансинки, бунда MO ип симга дуч келганида унга ўраладиган бўлсин; шунингдек, ип симга дуч келган пайтда ипдаги тортилиш кучининг ўзгариши аниқлансин. Симнинг йўғонлиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \alpha = \arccos \left[\frac{h}{l} \left(\frac{3}{2} + \cos \beta \right) - \frac{3}{2} \right];$$

ипнинг тортилиш кучи $2mg \frac{h}{l} \left(\frac{3}{2} + \cos \beta \right)$ миқдорга кўпаяди.

31.20. Массаси m бўлган оғир M нуқта радиуси r бўлган доиравий цилиндрнинг ички сирти бўйлаб ҳаракат қилади. Цилиндр сиртини абсолют силлиқ, цилиндр ўқини вертикал деб ҳисоблаб ва фақат оғирлик кучини эътиборга олиб, нуқтанинг цилиндрга туширадиган босими аниқлансин. Нуқта бошланғич тезлигининг миқдори v_0 га тенг бўлиб, горизонт билан α бурчак ҳосил қилади.

$$\text{Жавоб: } N = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{r}.$$

31.21. Олдинги масалада нуқтанинг ҳаракат тенгламалари тузилсин. Бошланғич пайтда нуқта x ўқда бўлган.

$$\text{Жавоб: } x = r \cos \left[\frac{v_0 \cos \alpha}{r} t \right],$$

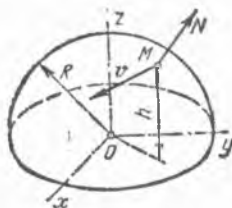
$$y = r \sin \left[\frac{v_0 \cos \alpha}{r} t \right], \quad z = v_0 t \sin \alpha + \frac{gt^2}{2}.$$

31.22. Радиуси R бўлган ярим сфера шаклидаги силлиқ гумбазнинг A учидagi M тошга горизонтал йўналишда v_0 тезлик берилган. Қайси жойда тош гумбаздан ажралиб кетади? v_0 тезликнинг қандай қийматларида тош бошланғич пайтнинг ўзида гумбаздан ажралади? Тошнинг гумбаз бўйлаб ҳаракатига бўладиган қаршилик ҳисобга олинмасин.

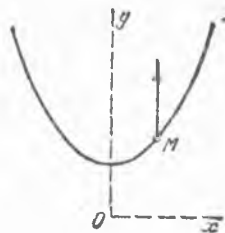
$$\text{Жавоб: } \varphi = \arccos \left(\frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR} \right), \quad v_0 \geq \sqrt{gR}.$$



31.22- масалага



31.23- масалага



31.24- масалага

31.23. Массаси m бўлган нуқта R радиусли ярим сфера шаклидаги силлиқ гумбаз устида ҳаракат қилади. Нуқтага z ўққа параллел бўлган оғирлик кучи таъсир қилади ва бошланғич пайтда нуқта гумбаз асосидан h_0 баландликда турган ҳамда тезлиги v_0 бўлган деб қабул қилиб, нуқта гумбаз асосидан h баландликда бўлганида ундан гумбазга тушадиган босим аниқлансин.

Жавоб: $N = \frac{mg}{R} \left(3h - 2h_0 - \frac{v_0^2}{g} \right).$

31.24. Массаси m бўлган нуқта $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = ach \frac{x}{a}$

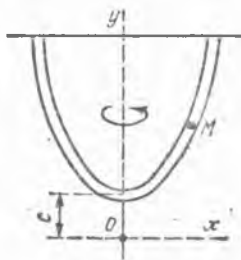
занжир чизиқда Oy ўққа параллел бўлган итарувчи куч таъсирида ҳаракат қилади, бу куч Ox ўқдан йўналган бўлиб, kmu га тенг. $t = 0$ бўлган пайтда $x = 1\text{м}$, $\dot{x} = 1\text{м/с}$. $k = 1\text{с}^{-2}$ ва $a = 1\text{м}$ бўлганида нуқтанинг ҳаракати ҳамда унинг эгри чизиққа туширадиган босими N аниқлансин (оғирлик кучи ҳисобга олинмайди). Занжир чизиқнинг эгрилик радиуси y^2/a га тенг.

Жавоб: $N = 0$; $x = (1 + t)$ м.

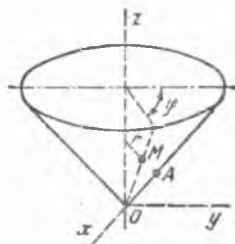
31.25. Труба вертикал Oy ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айлантририлганда унинг ичидаги исталган ерга жойлашган шарча трубага нисбатан мувозанатда қолиши учун трубани қандай текис эгри чизиқ бўйича эгиш керак?

Жавоб: $y = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} x^2 + c$ парабола бўйича.

31.26. Учидаги бурчаги $2\alpha = 90^\circ$ бўлган доиравий конуснинг силлиқ сиртида $m = 1\text{кг}$ массали M нуқта, O учидан итариладиган



31.25- масалага



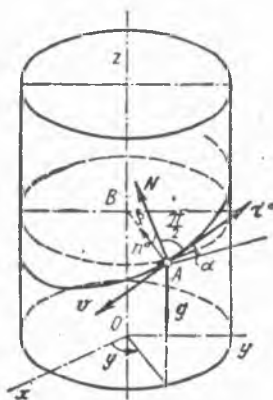
31.26- масалага

ва OM масофага пропорционал куч таъсирида ҳаракатланади: $\Rightarrow F = c \cdot OM$ Н, бунда $c = 1$ Н/м. Бошланғич пайтда M нуқта A ҳолатда, OA масофа $a = 2$ м га тенг, бошланғич тезлик эса $v_0 = 2$ м/с бўлиб, конуснинг асосига параллел равишда йўналган. M нуқтанинг ҳаракати аниқлансин (оғирлик кучи ҳисобга олинмайди).

M нуқтанинг ҳолати z координата ва Oz ўққа тик текисликдаги r ва φ қутб координаталари билан аниқланади; конус сиртининг тенгламаси $r^2 - z^2 = 0$.

Жавоб: $r^2 = e^{2t} + e^{-2t}$, $\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4} \right) = e^{2t}$.

31.27. Олдинги масаланинг шартларига асосан конус ўқини вертикал юқорига йўналган ҳисоблаб ва оғирлик кучини ҳисобга олиб, нуқтанинг конус сиртига бўлган босими аниқлансин.



31.28- масалага

Жавоб: $N = m \sin \alpha \left[g + \frac{a^2 v_0^2 \sin 2\alpha}{2r^3} \right]$.

31.28. A моддий нуқта Oz ўқи вертикал бўлган ғадир-будур винт сиртида оғирлик кучининг таъсири билан ҳаракат қилади; сирт $z = a\varphi + f(r)$ тенглама билан ифодаланади; нуқтанинг сиртга ишқаланиш коэффициентини k га тенг. Қандай шарт бажарилганида нуқта ўқдан $AB = r_0$ ўзгармас масофада, яъни винт чизиғи бўйлаб ҳаракат қилади? Шунингдек, бу нуқтанинг тезлиги қанча бўлади? $a = \text{const}$ деб ҳисоблансин.

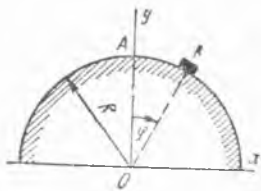
Қўрсатма: Масалани ечиш учун табиий ўқлар системасидан фойдаланган маъқул, бунда ҳаракат тенгламаси винт чизигининг A нуқтасидаги уринма, бош нормал ва бинормалларга проекцияланади.

Расмда винт сирти реакциясининг N нормал тузув-
чанси билан бош нормал бирлик вектори n^0 орасидаги бурчак β билан белгиланган.

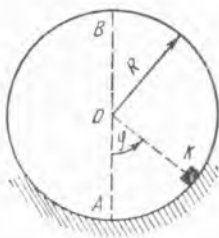
Жавоб: $\operatorname{tg} \alpha - k \sqrt{1 + f'^2(r_0)} \cos^2 \alpha = 0$ бўлганда винт чизиғи бўйлаб ҳаракат бўлиши мумкин; бунда $\operatorname{tg} \alpha = a/r_0$; ҳаракат тезлиги $v = \sqrt{g r_0 f'(r_0)}$.

31.29. Ўлчамларини ҳисобга олмаса ҳам бўладиган K жисм R радиусли ғадир-будур сиртли қўзғалмас ярим цилиндрнинг юқори A нуқтасига ўрнатилган. Агар тинч ва ҳаракат ҳолатларидаги ишқаланиш коэффициентлари бир хил f га тенг бўлса, K жисмга цилиндр сиртига уринма бўйлаб горизонтал йўналган қандай v_0 бошланғич тезлик берилганида, жисм ҳаракатлана бориб, цилиндр устида тўхтаб қолади?

Жавоб: $v_0 \leq \sqrt{\frac{2gR}{1 + 4f^2} \left[\sqrt{1 + f^2} e^{-2f\varphi_0} - (1 - 2f^2) \right]}$, бу ерда $\varphi_0 = \operatorname{arctg} f$.



31.29- масалага



31.30- масалага

31.30. Ўлчамлари ҳисобга олинмаса ҳам бўладиган K жисм R радиусли гадир-будур сиртли қўзғалмас цилиндрнинг ички қисми қуйи A нуқтасига ўрнатилган. K жисм цилиндрнинг юқори B нуқтасига етиб бориши учун унга цилиндр сиртига уринма равишда горизонтал йўналган қандай v_0 бошланғич тезлик бериш керак? Сирпаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг.

Жавоб: $v_0 \geq \sqrt{\frac{gR}{1+4f^2} [2(1-2f^2) + 3e^{2\pi f}]}$.

31.31. Ипга боғланган шарча, конуссимон маятник ҳосил қилиб, горизонтал текисликда айлана чизиб ҳаракатланади. Агар шарча минутига 20 марта айланса, конуснинг баландлиги топилсин.

Жавоб: $h = 2,25$ м.

31.32. Бирлик массага эга бўлган моддий нуқта потенциали $\Pi = x^2 + xy + y^2$ бўлган куч майдони таъсирида, горизонтал текисликда ҳаракатланади. Бошланғич пайтда нуқта $x = 3$ см, $y = 4$ см координаталарга ва x ўқнинг мусбат йўналишига параллел йўналган 10 см/с тезликка эга. Нуқтанинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $x = 3,5 \cos \sqrt{3}t + \frac{5\sqrt{3}}{3} \sin \sqrt{3}t - 0,5 \cos t + 5 \sin t$,

$y = 3,5 \cos \sqrt{3}t + \frac{5\sqrt{3}}{3} \sin \sqrt{3}t + 0,5 \cos t - 0,5 \sin t$.

31.33. Радиуси a га тенг айлана шаклидаги горизонтал симга кийдирилган кичкина ҳалқага v_0 бошланғич тезлик берилган. Ҳалқанинг симга ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ҳалқанинг қанча вақтдан кейин тўхташи аниқлансин.

Жавоб: $t = \frac{a}{f} \int_0^{v_0} \frac{dv}{\sqrt{v^4 + a^2 g^2}}$.

31.34. Массаси 2 кг бўлган моддий нуқта бирор марказга $F = (-8xi - 8yj - 2zk)$ Н куч билан тортилади. Моддий нуқтанинг бошланғич ҳолати $x = 4$ см, $y = 2$ см, $z = 4$ см координаталар билан аниқланади. Бошланғич тезлик нолга тенг. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари ва унинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: $x = 4 \cos 2t$, $y = 2 \cos 2t$, $z = 4 \cos t$.

Траектория — $x = \frac{z^2}{2} - 4$ ва $y = \frac{z^2}{4} - 2$ иккита параболалик цилиндрларнинг кесишиш чизиги. Бу $x = 2y$ текисликда ётувчи параболла. Нуқта траектория бўйлаб координаталари $x = 4$ см, $y = 2$ см, $z = 4$ см бўлган нуқтадан $x = 4$ см, $y = 2$ см, $z = -4$ см нуқтагача бўлган ораликда ҳаракатланади.

31.35. Конуссимон маятник l узунликка эга бўлиб, горизонтал текисликда a радиусли айлана чизади. Конуссимон маятникнинг айланиш даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \frac{\sqrt{l^2 - a^2}}{\sqrt{g}}.$$

32-§. Тебранма ҳаракат

а) Эркин тебранишлар

32.1. AB пружинанинг бир учи A нуқтага бириктирилган; уни 1 м чўзиш учун B нуқтага 19,6 Н кучни статик равишда қўйиш керак. Пружина деформацияланмаган пайтда унинг пастдаги B учига массаси 0,1 кг бўлган C тош илиниб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Пружинанинг массасини ҳисобга олмай, тошнинг кейинги ҳаракати тенгламаси тузилсин ва унинг амплитудаси ҳамда тебраниш даври кўрсатилсин; тошнинг ҳаракати унинг статик мувозанат ҳолатидан бошлаб вертикал пастга йўналган ўққа нисбатан олинсин. ♦

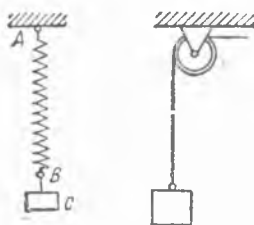
Жавоб: $x = -0,05 \cos 14 t$ м, $a = 5$ см, $T = 0,45$ с.

32.2. Массаси $M = 2$ т бўлган юк $v = 5$ м/с ўзгармас тезлик билан пастга туширилаётган трос, блок обоймасига қисилиб қолиб, юк туширилаётган троснинг юқориги учи тўсатдан тўхтаб қолди. Троснинг массасини ҳисобга олмай, юкнинг кейинги тебранишида троснинг энг катта тортилиш кучи қанчага етиши аниқлансин, троснинг бикирлик коэффиценти $4 \cdot 10^6$ Н/м.

Жавоб: 466,8 кН.

32.3. Олдинги масалада юк билан трос орасига бикирлик коэффиценти $c_1 = 4 \cdot 10^5$ Н/м бўлган эластик пружина ўрнатилган бўлса, троснинг энг катта тортилиш кучи аниқлансин.

Жавоб: 154,4 кН.



32.1- масалага

32.2- масалага

32.4. Q Юк $h = 1$ м баландликдан бошланғич тезликсиз туша бошлаб эластик горизонтал балканинг ўртасига урилади; балканинг учлари маҳкамланган. Юкнинг балка устида қиладиган кейинги ҳаракати тенгламаси ёзилсин. Юк ҳаракати тенгламаси, юк балка устида статик мувозанатда бўлган ҳолатдан бошлаб пастга вертикал йўналган ўққа нисбатан тузилсин. Ўша юк таъсирида балканинг

статик эгилиши унинг ўртасида 0,5 см га тенг; балка массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x = (-0,5 \cos 44,3t + 10 \sin 44,3t)$ см.

32.5. Вагоннинг ҳар қайси рессорасига РН оғирлик тўғри келади; бу оғирлик таъсирида мувозанат вазиятидаги рессора 5 м га эгилади. Вагоннинг рессораларда қиладиган хусусий тебранишлари даври Т аниқлансин. Рессоранинг эластик қаршилиги унинг эгилиши стреласига пропорционал.

Жавоб: $T = 0,45$ с.

32.6. Эластик ерга ўрнатилган машина фундаментининг эркин тебранишлари даври аниқлансин. Фундаментнинг машина билан бирга массаси $M = 90$ т, фундаментнинг ерга тегиб турган юзи $S = 15$ м², ернинг биқирлик коэффиценти $c = \lambda S$, бу ерда $\lambda = 30$ Н/см³ — ернинг солиштирма биқирлиги.

Жавоб: $T = 0,089$ с.

32.7. Тиниб турган сувдаги кеманинг вертикал бўйлаб қиладиган эркин тебранишларининг даври топилин, кеманинг массаси М т, унинг горизонтал проекциясининг юзи S м². Сувнинг зичлиги $\rho = 1$ т/м³. Сувнинг қовушоқлиги туфайли ҳосил бўладиган кучлар ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{\rho g S}}$.

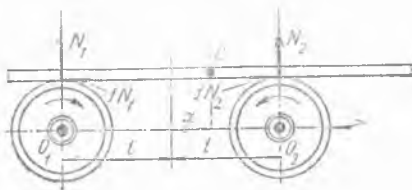
32.8. Олдинги масаланинг шартларига асосан, кема нолга тенг вертикал тезлик билан сувга тушириб юборилган бўлса, ҳаракат тенгламаси топилин.

Жавоб: $y = -\frac{M}{\rho S} \cos \sqrt{\frac{\rho g S}{M}} t$ м.

32.9. Оғирлиги РН бўлган юк эластик ип билан қўзғалмас нуқтага осилган. Юк мувозанат ҳолатидан чиқарилганида тебрана бошлайди. Ипнинг x узунлиги вақт функцияси сифатида ифодалансин ҳамда юк ҳаракат қилган пайтда ип таранг туриши учун унинг бошланғич узунлиги x_0 қандай шартни қаноатлантириши кераклиги топилин. Ипнинг тортилиш кучи чўзилишга пропорционал, ип чўзилмаган пайтда унинг узунлиги l га тенг; q Н га тенг юкнинг статик таъсирида ип l см чўзилади. Юкнинг бошланғич тезлиги нолга тенг.

Жавоб: $x = l + \frac{P}{q} + \left(x_0 - l - \frac{P}{q}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{qg}{P}} t\right)$, $l \leq x_0 \leq l + \frac{2P}{q}$.

32.10. Расмда кўрсатилгандек, қарама-қарши томонга айланадиган тенг радиусли иккита цилиндрик шкивга бир жипсли стержень эркин қўйилган; шкивларнинг O_1 ва O_2 марказлари горизонтал O_1O_2 тўғри чизикда туради; масса $O_1O_2 = 2l$; стержень билан шкивлар уринган нуқталарда ҳосил бўладиган ишқаланиш кучлари стерженни ҳаракатга келтиради; бу кучлар стерженнинг шкивга туширадиган босимига пропор-



32.10- масалага

ционал, пропорционаллик коэффициенти (ишқаланиш коэффициенти) эса f га тенг.

1) Стержень симметрия ҳолатидан x_0 га силжитилгандан кейин унинг қиладиган ҳаракати аниқлансин; бунда $v_0 = 0$.

2) $l = 25$ см бўлганда стерженнинг тебраниш даври $T = 2$ с эканлигини билган ҳолда ишқаланиш коэффициенти f топилсин.

Жавоб: 1) $x = x_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right)$, 2) $f = \frac{4\pi^2 l}{gT^2} = 0,25$.

32.11. Битта пружинага биринчи гал оғирлиги p бўлган юк осилди, иккинчи гал эса оғирлиги $3p$ бўлган юк осилди. Тебраниш даврнинг неча марта ўзгариши аниқлансин. Пружинанинг биқирлик коэффициентини c , шунингдек, бошланғич шартлар берилган (юклар чўзилмаган пружинанинг учига осилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган) деб, юкларнинг ҳаракат тенгламалари топилсин.

Жавоб: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{3}$, $x_1 = -\frac{p}{c} \cos \sqrt{\frac{cg}{p}} t$, $x_2 = -\frac{3p}{c} \cos \sqrt{\frac{cg}{3p}} t$.

32.12. Биқирлиги $c = 2$ кН/м бўлган пружинага аввал 6 кг массали юк илинди, кейин уни массаси 2 марта кўп бўлган юк билан алмаштирилади. Юкларнинг тебраниш частоталари ва давлари аниқлансин.

Жавоб: $k_1 = 18,26$ рад/с, $k_2 = 12,9$ рад/с, $T_1 = 0,344$ с, $T_2 = 0,49$ с.

32.13. Биқирлиги $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага массалари $m_1 = 0,5$ кг ва $m_2 = 0,8$ кг бўлган юклар илинди. Системадан m_2 юк олинганида, у статик мувозанат ҳолатида тинч ҳолатда эди. Қолган юкнинг ҳаракат тенгламаси, частотаси, циклик частотаси ва тебраниш даври аниқлансин.

Жавоб: $x = 0,4 \cos 6,26t$ м; $f = 1$ Гц, $k = 2\pi$ рад/с, $T = 1$ с.

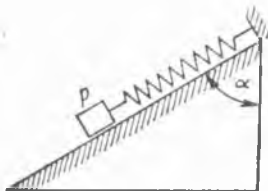
32.14. $m = 2$ кг массали юк биқирлик коэффициентини $c = 98$ Н/м бўлган пружинада осилиб турибди. Бирор пайт m_1 юкка $m_2 = 0,8$ кг массали юк қўшилди. Юкларнинг биргаликдаги ҳаракати тенгламаси ва тебранишлари даври аниқлансин.

Жавоб: $x = -0,08 \cos 5,916t$ м, $T = 1,062$ с.

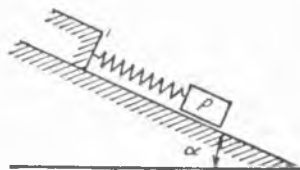
32.15. Массаси 4 кг бўлган юкни аввал биқирлиги $c_1 = 2$ кН/м, кейин биқирлиги $c_2 = 4$ кН/м бўлган пружинага илинди. Шу икки



32.13- масалага



32.16- масалага



32.17- масалага

ҳол учун юкларнинг тебранишларида частоталар нисбати билан тебранишлар даврларининг нисбати топилсин.

$$\text{Жавоб: } k_1/k_2 = 1/\sqrt{2} = 0,7071, \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{2} = 1,4142.$$

32.16. m массали жисм вертикал билан α бурчак ҳосил қилувчи қия текисликда турибди. Жисмга бикирлиги c бўлган пружина бириктирилган. Пружина қия текисликка параллел. Бошланғич пайтда жисм чўзилмаган пружина учига уланиб, унга қия текислик бўйлаб пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик берилган бўлса, жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин. Координата бошини юқининг статик мувозанат ҳолатида олинсин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{v_0}{k} \sin kt - \frac{mg \cos \alpha}{c} \cos kt, \quad k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

32.17. Горизонтга α бурчак остида оған силлиқ қия текислик устида пружинага маҳкамланган P оғирликдаги юк турибди. Пружинанинг статик чўзилиши f га тенг. Агар бошланғич пайтда зўриқмаган пружинани $3f$ узунликка чўзилиб, юк бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, юқининг тебраниши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = 2f \cos\left(\sqrt{\frac{g}{f}} \sin \alpha t\right).$$

32.18. Пружина учига осилган, массаси $M = 12$ кг бўлган юк гармоник тебраниш ҳаракат қилади. Секундомер билан жисмнинг 45 с ичида 100 марта тўла тебраниши аниқланди. Шундан кейин пружина учига қўшимча равишда массаси $M_1 = 6$ кг бўлган юк осилди. Пружинадаги иккала юқининг тебраниш даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T_1 = T \sqrt{\frac{M + M_1}{M}} = 0,55 \text{ с.}$$

32.19. Олдинги масаланинг шартларига биноан битта M юк ва иккита $M + M_1$ юкларнинг ҳаракат тенгламалари топилсин, иккала ҳолда ҳам юклар чўзилмаган пружинанинг учига илинган.

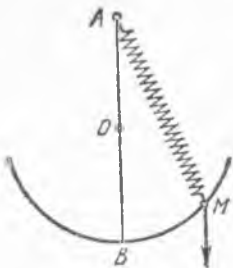
$$\text{Жавоб: } 1) x = -5,02 \cos 14t \text{ см,}$$

2) $x_1 = -7,53 \cos 11,4t$ см, бу ерда x ва x_1 мос равишда иккала ҳолнинг ҳар бирида юкларнинг статик мувозанат ҳолатларидан ҳисобланган.

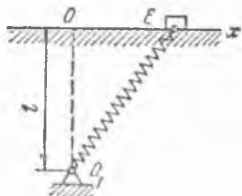
32.20. Қўзғалмас A нуқтага пружина билан осилган M юк айлана ёйида ишқаланмай сирғаниб вертикал текисликда кичик гармоник тебранишлар қилади; айлананинг AB диаметри l га, пружинанинг чўзилмаган ҳолдаги узунлиги a га тенг; пружинанинг бикирлиги шундайки, пружинага M юк оғирлигига тенг куч таъсир қилганда у b га тенг узунликка чўзилади. $l = a + b$ бўлган ҳолда тебраниш даври T нинг қанча бўлиши аниқлансин; пружина массаси ҳисобга олинмасин; тебраниш вақтида у чўзилганича қолади деб ҳисоблаймиз.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

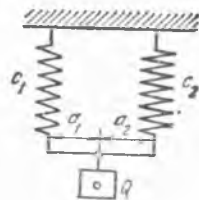
32.21. Олдинги масаланинг шартларига асосан бошланғич пайтда $\angle BAM = \varphi_0$ ҳамда M нуқтага уринма бўйлаб пастга йўналган бошланғич v_0 тезлик берилган бўлса, M юқининг ҳаракат тенгламаси топилсин.



32.20- масалага



32.22- масалага



32.24- масалага

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{g}{l}} t - \frac{v_0}{\sqrt{lg}} \sin \sqrt{\frac{g}{l}} t.$

32.22. Массаси m га тенг бўлган E жисм силлиқ горизонтал текислик устида туради. Жисмга бикирлиги c бўлган пружина бириктирилган бўлиб, унинг иккинчи учи O_1 шарнирга маҳкамланган. Деформацияланмаган пружинанинг узунлиги l_0 га тенг; жисм мувозанатда турганида чекли $F_0 = c(l - l_0)$ тортилишга эга, бу ерда $l = OO_1$. Пружинадаги эластиклик кучининг горизонтал тузувчисида жисмнинг фақат мувозанат ҳолатидан силжишининг биринчи даражасига боғлиқ бўлган ҳадларини ҳисобга олиб, жисмнинг кичик тебранишлари даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{F_0}}.$

32.23. Массаси m бўлган моддий нуқта бикирлик коэффициентини c бўлган ва чўзилмаган пружинанинг учига осилиб, пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик билан қўйиб юборилган. Нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ва тебранишлари даври топилсин; нуқта энг пастки ҳолатда бўлган пайтда унга пастга йўналган $Q = \text{const}$ куч қўйилган.

Координаталар бошини статик мувозанат ҳолатида, яъни чўзилмаган пружина учидан ҳисобланган P/c масофада олинсин.

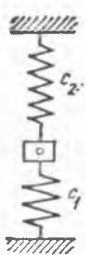
Жавоб: $x = \frac{Q}{c} + \left[\sqrt{\left(\frac{v_0}{k}\right)^2 + \left(\frac{mg}{c}\right)^2} - \frac{Q}{c} \right] \cos \sqrt{\frac{c}{m}} t,$

бу ерда t вақт Q куч таъсир қила бошлаган пайтдан бошлаб ҳисобланади; $T = 2\pi \sqrt{m/c}$.

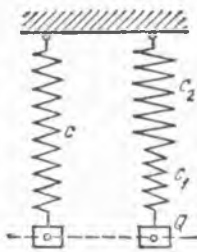
32.24. Бир-бирига параллел қўшилган иккита пружинага осилган m массали юкнинг эркин тебранишлари даври ва бу иккала пружинага эквивалент бўлган пружинанинг бикирлик коэффициентини топилсин. Юк шундай жойлаштирилганки, бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 бўлган иккала пружина ҳам бир хил узунликка чўзилади.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}}; c = c_1 + c_2; \text{ юк шундай жойлашганки, } a_1/a_2 = c_2/c_1.$

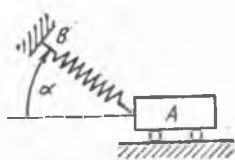
32.25. Олдинги масаланинг шартлари асосида, юкни чўзилмаган пружиналарнинг учига илиб, унга юқорига томон йўналган v_0 бош-



32.26- масалага



32.28- масалага



32.31- масалага

ланғич тезлик берилади деб, юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = -\frac{mg}{c_1 + c_2} \cos \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}} t - v_0 \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}} \cdot \sin \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}} t.$$

32.26. Бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 дан иборат бўлган иккита пружина орасига қисилган m массали юкнинг эркин тебранишлари даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}}.$$

32.27. Олдинги масаланинг шартлари бўйича, мувозанат ҳолатидаги юкка пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик берилган бўлса, унинг ҳаракат тенгламалари топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = v_0 \sqrt{\frac{m}{c_1 + c_2}} \sin \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m}} t.$$

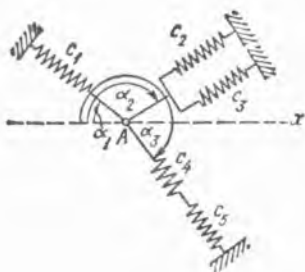
32.28. Кетма-кет уланган c_1 ва c_2 бикирлик коэффициентлари турлича бўлган иккита пружинага эквивалент пружинанинг c бикирлик коэффициенти аниқлансин ва кўрсатилган қўш пружинага осилган m массали юкнинг тебранишлари даври топилсин.

$$\text{Жавоб: } c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m(c_1 + c_2)}{c_1 c_2}}.$$

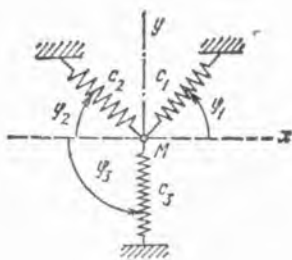
32.29. Олдинги масаланинг шартлари бўйича, юк бошланғич пайтда мувозанат ҳолатидан x_0 масофага қадар пастда бўлиб юқорига йўналган v_0 тезлик берилган бўлса, унинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = x_0 \cos \sqrt{\frac{c_1 c_2}{(c_1 + c_2)m}} t - v_0 \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)m}{c_1 c_2}} \times \sin \sqrt{\frac{c_1 c_2}{(c_1 + c_2)m}} t.$$

32.30. Иккита кетма-кет уланган $c_1 = 9,8$ Н/см ва $c_2 = 29,4$ Н/см турлича бикирлик коэффициентларига эга бўлган қўш пружинанинг бикирлик коэффициенти аниқлансин. Қўш пружинанинг учига массаси 5 кг бўлган юк илиниб, бошланғич пайтда у статик мувозанат ҳолатидан 5 см пастга силжитилган ҳамда пастга томон йўналган 49 см/с бошланғич тезлик берилган бўлса, юкнинг тебранишлари даври, амплитудаси ва ҳаракат тенгламаси топилсин.



32.32- масалага



32.33- масалага

Жавоб: $c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 7,35 \text{ Н/см}$, $T = 0,517 \text{ с}$, $a = 6,43 \text{ см}$,
 $x = 5 \cos 12,13 t + 4,04 \sin 12,13 t \text{ см}$.

32.31. Массаси m га тенг A жисм горизонтал тўғри чизик бўйлаб силжиши мумкин. Жисмга бикирлик коэффициентини c бўлган пружина бириктирилган. Пружинанинг иккинчи учини қўзғалмас B нуқтага маҳкамланган. Бурчак $\alpha = \alpha_0$ бўлганда пружина деформацияланмаган. Жисм кичик тебранишларининг частотаси ва тебраниш даври аниқлансин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{c \cos^2 \alpha_0}{m}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c \cos^2 \alpha_0}}$.

32.32. Массаси m бўлган A нуқта расмда кўрсатилгандек пружиналар билан бириктирилган. Дастлабки ҳолатда нуқта мувозанатда туради ва ҳамма пружиналар зўриқмаган. Нуқтанинг x ўқдаги абсолют силлиқ йўналтирувчи бўйлаб кичик тебранишларида эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициентини ва нуқта эркин тебранишлари частотаси аниқлансин.

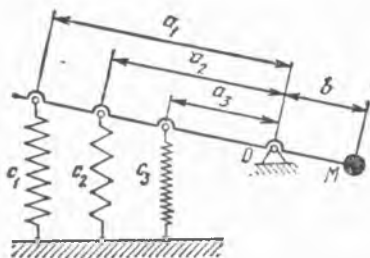
Жавоб: $c = c_1 \cos^2 \alpha_1 + (c_2 + c_3) \cos^2 \alpha_2 + \frac{c_4 c_5}{c_4 + c_5} \cos^2 \alpha_3$, $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$.

32.33. Расмда кўрсатилгандек, M нуқтанинг x ўқдаги абсолют силлиқ йўналтирувчи бўйлаб эркин тебранишларида учта пружинага эквивалент бўлган пружинанинг бикирлик коэффициентини аниқлансин. Шу масалани йўналтирувчи y ўқ бўйлаб ўрнашганида ҳам ечилсин. Бу тебранишларининг частоталари аниқлансин.

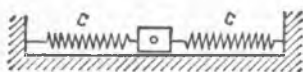
Жавоб: $c_x = c_1 \cos^2 \varphi_1 + c_2 \cos^2 \varphi_2$; $c_y = c_1 \sin^2 \varphi_1 + c_2 \sin^2 \varphi_2 + c_3$;
 $k_x = \sqrt{\frac{c_x}{m}}$, $k_y = \sqrt{c_y/m}$.

Бошланғич пайтда пружиналар зўриқмаган ва M нуқта мувозанатда.

32.34. Массаси m бўлган M юк массасини ҳисобга олмаса ҳам бўладиган стержень учига бириктирилган бўлса, эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициентини аниқлансин. Стержень O нуқтага шарнир воситасида, фундаментга эса учта вертикал пружиналар би-



32.34- масалага



32.36- масалага

лан бириктирилган. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари c_1 , c_2 , c_3 . Пружиналар стерженга шарнирдан a_1 , a_2 , a_3 масофаларда бириктирилган. M юк стерженга шарнирдан b масофада бириктирилган. Мувозанат ҳолатида стержень горизонтал. Эквивалент пружина стерженга шарнирдан b масофада бириктирилади. Юкнинг кичик тебранишлари частотаси топилсин.

$$\text{Жавоб: } c = \frac{c_1 a_1^2 + c_2 a_2^2 + c_3 a_3^2}{b^2}, \quad k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

32.35. Винт шаклидаги пружина n участкалардан иборат, уларнинг бикирлик коэффициентлари тегишлича c_1 , c_2 , $\dots$, c_n га тенг. Шу пружинага эквивалент бўлган бир жинсли пружинанинг бикирлик коэффициенти c ва массаси m бўлган нуқтанинг эркин тебранишлари даври аниқлансин.

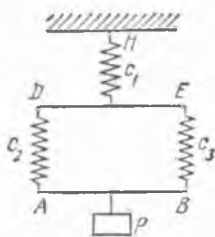
$$\text{Жавоб: } c = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i}, \quad T = \frac{2\pi}{k}, \quad \text{бу ерда } k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

32.36. Абсолют силлиқ горизонтал сирт устида ётувчи 10 кг массали юк бир хил $c = 19,6$ Н/см бикирлик коэффициентига эга бўлган иккита пружина орасига қисилган. Бирор пайтда юк мувозанат ҳолатидан 4 см ўнг томонга сурилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Юкнинг ҳаракат тенгламаси, тебранишлари даври ва шунингдек, максимал тезлиги топилсин.

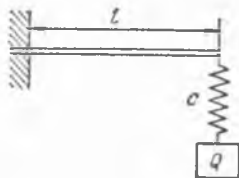
$$\text{Жавоб: } x = 4 \cos 19,8t \text{ см}, \quad T = 0,317 \text{ с}, \quad \dot{x}_{\max} = 79,2 \text{ см/с}.$$

32.37. Массаси m бўлган P юк AB стерженга осилган; AB стержень эса бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 бўлган пружиналар билан DE стерженга бириктирилган. DE стержень бикирлик коэффициенти c_1 бўлган пружина билан шипнинг H нуқтасига маҳкамланган. AB ва DE стерженлар тебранганида горизонтал ҳолда қолаверади. P юкнинг тебраниш частотасига тенг частотада тебранадиган эквивалент пружинанинг бикирлик коэффициенти аниқлансин. Юкнинг эркин тебранишлари топилсин. Стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } c = \frac{c_1(c_2 + c_3)}{c_1 + c_2 + c_3}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m(c_1 + c_2 + c_3)}{c_1(c_2 + c_3)}}.$$



32.37- масалага



32.38- масалага

32.38. Узунлиги l га тенг эластик консолнинг учига илинган m массали Q юкнинг хусусий тебранишлари частотаси аниқлансин. Юкни кўтариб турувчи пружинанинг бикирлиги $c_1 = 3EI/l^3$ (E — эластиклик модули, I — инерция моменти) формула билан аниқланади. Консолнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{3EIc}{m(3EI + cl^3)}}$.

32.39. Бикирлиги $c = 20$ Н/см бўлган эластик балканинг ўртасида ётган $M = 10$ кг массали юкнинг тебранишлари 2 см амплитуда билан бўлади. Агар $t = 0$ пайтда юк ўзининг мувозанат ҳолатида турган бўлса, бошланғич тезлиكنинг миқдори аниқлансин.

Жавоб: $v_0 = 28,3$ см/с.

32.40. Массаси m бўлган Q юк $AB = l$ таранг тортилган горизонтал трос билан маҳкамланган. Юкнинг кичик вертикал тебранишларида троснинг S зўриқишини ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Троснинг юкдан A учга оралиги a га тенг бўлса, юкнинг эркин тебранишлари частотаси аниқлансин.

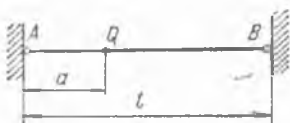
Жавоб: $k = \sqrt{\frac{Sl}{ma(l-a)}}$ рад/с.

32.41. Оғирлиги 490,5 Н бўлган юк AB балканинг ўртасида ётибди. Балка кўндаланг кесимининг инерция моменти $J = 80$ см⁴. Балкадаги юкнинг эркин тебранишлари даври $T = 1$ с га тенг бўлиши шартидан фойдаланиб, балканинг l узунлиги аниқлансин.

Эслатма. Балканинг статик эгилиши $f = \frac{Pl^3}{48EJ}$ формуладан топилади, бу ерда эластиклик модули $E = 2,05 \cdot 10^{11}$ Н/м².

Жавоб: $l = 15,9$ м.

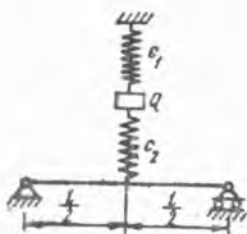
32.42. Массаси m бўлган Q юк бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 бўлган иккита вертикал пружиналар орасига қисилган. Биринчи пружина



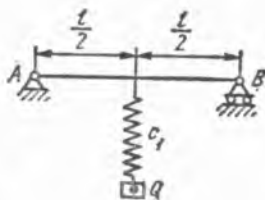
32.40- масалага



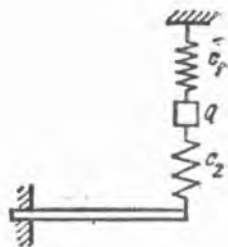
32.41- масалага



32.42- масалага



32.43- масалага



32.44- масалага

нанинг юқори учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган, иккинчи пружина-
нинг қуйи учи эса балканинг ўртасига бириктирилган. Балканинг
шундай l узунлиги аниқлансинки, бунда юкнинг тебранишлари даври
 T га тенг бўлсин. Балка кўндаланг кесимининг инерция моменти
 J , эластиклик модули E .

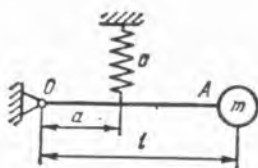
Жавоб: $l = \sqrt[3]{\frac{48 EJ (c_1 + c_2 - \frac{4 \pi^2 m}{T^2})}{c_2 \left(\frac{4 \pi^2 m}{T^2} - c_1 \right)}}$

32.43. l узунликдаги балканинг ўртасига бикирлик коэффициентлари
 c_1 бўлган пружина маҳкамланиб, унинг учига осилган m массали Q
юкнинг ҳаракат тенгламаси ва тебранишлари даври топилсин. Балка-
нинг эгилишга бикирлиги EJ га тенг. Бошланғич пайтда юк статик
мувозанат ҳолатда бўлган ва унга пастга йўналган v_0 тезлик берил-
ган.

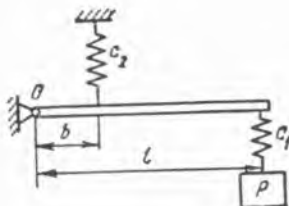
Жавоб: $x = v_0 \sqrt{\frac{m (c_1 l^3 + 48 EJ)}{48 EJ c_1}} \sin \sqrt{\frac{48 EJ c_1}{(c_1 l^3 + 48 EJ) m}} t$

$T = 2 \pi \sqrt{\frac{(c_1 l^3 + 48 EJ) m}{c_1 \cdot 48 EJ}}$

32.44. Бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 га тенг иккита
вертикал пружиналар орасида Q оғирликдаги юк қисилиб туради. Би-
ринчи пружинанинг юқори учи қўзғалмас қилиб мустаҳкамланган. Ик-
кинчи пружинанинг қуйи учи бир учи билан деворга қистирилган
балканинг эркин учига бириктирилган. Қистирилган балканинг эркин
учига қўйилган P куч таъсиридан балка $f = \frac{Pl^2}{3 EJ}$ эгилиш беради, бу
ерда EJ берилган ва у балканинг эгилишга бикирлигини ифодалайди;
юкни берилган T давр билан тебрантирадиган балканинг l узунлиги
аниқлансин. Агар юк бошланғич пайтда қўзилмаган пружиналар учи-
га илиниб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, юкнинг ҳа-
ракат тенгламаси топилсин.



32.45- масалага



32.46- масалага

Жавоб:
$$l = \sqrt[3]{\frac{3EJ \left((c_1 + c_2) - \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{Q}{g} \right)}{c_2 \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{Q}{g} - c_1 \right)}}$$

$$x = -Q \frac{c_2 l^3 + 3EJ}{c_1 c_2 l^3 + (c_1 + c_2) 3EJ} \cdot \cos \sqrt{\frac{[c_1 c_2 l^3 + (c_1 + c_2) 3EJ] g}{(c_2 l^3 + 3EJ) Q}} t.$$

32.45. Учига m массали юк ўрнатилган l узунликдаги OA стержень O ўқ атрофида айлана олади. O ўқдан a масофада стерженга бикирлик коэффициентини c га тенг пружина бириктирилган. Агар OA стержень мувозанат ҳолатида горизонтал вазиятда турса, юкнинг хусусий тебранишлари частотаси аниқлансин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

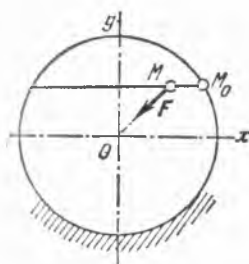
Жавоб: $k = \frac{a}{l} \sqrt{\frac{c}{m}}$ рад/с.

32.46. m массали P юк, O ўқ атрофида бурила оладиган, узунлиги l бўлган стержень учидagi пружинага осилган. Пружинанинг бикирлик коэффициентини c_1 . Стерженни ушлаб турувчи, бикирлик коэффициентини c_2 бўлган пружина, O нуқтадан b масофада ўрнатилган. P юкнинг хусусий тебранишлари частотаси аниқлансин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

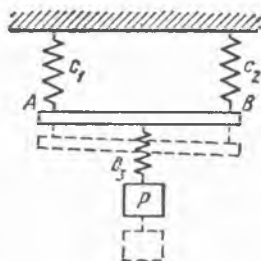
Жавоб: $k = \sqrt{\frac{c_1 c_2}{m \left[c_2 + \left(\frac{l}{b} \right)^2 c_1 \right]}}$ рад/с.

32.47. Ер шарининг берилган нуқтасидаги оғирлик кучининг тезланишини аниқлаш учун иккита тажриба ўтказишади. Пружина учига P_1 юк илиб, унинг l_1 статик чўзилиши ўлчанади. Кейин P_2 юк илиб, яна l_2 статик чўзилиш ўлчанади. Шундан кейин иккала тажрибани ҳам такрорлаб, иккала юкларни навбати билан эркин тебранишга мажбур этилиб, тебранишларнинг T_1 ва T_2 даврлари ўлчанади. Иккинчи тажрибани, пружина массаси таъсирини, юкнинг ҳаракатида жисмга қандайдир қўшимча масса қўшилгандаги таъсирга эквивалент деб ҳисоблаш учун ўтказилади. Тажриба натижаларига асосланиб, оғирлик кучи тезланишини аниқлайдиган формула топилсин.

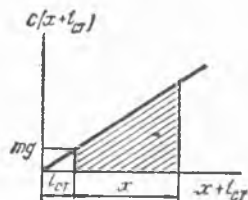
Жавоб: $g = \frac{4\pi^2(l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2}.$



32.48- масалага



32.49- масалага



32.50- масалага

32.48. Вертикал ўрнашган доиранинг горизонтал ватари (пази) да 2 кг массали M нуқта, миқдори жиҳатидан O марказгача бўлган масофага пропорционал ўзгарувчи тортилиш кучи F таъсирида ишқаланмасдан ҳаракатланади; бунда пропорционаллик коэффиценти 98 Н/м. Доира марказидан ватаригача 20 см, доира радиуси 40 см. Агар бошланғич пайтда нуқта ватарнинг M_0 ўнг четки вазиятида бўлиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, ҳаракат қонуни аниқлансин. Нуқта ватарнинг ўртасидан қандай тезлик билан ўтади?

Жавоб: $x = 34,6 \cos 7t$ см, $\dot{x} = \pm 242$ см/с.

32.49. Массаси ҳисобга олинмайдиган AB стерженга учта пружина бириктирилган. Бикирликлари c_1 ва c_2 бўлган иккита пружина AB стерженнинг учларига бириктирилган ва шу стерженни ушлаб туради. c_3 бикирликдаги учинчи пружина стержень ўртасига бириктирилган ва учига m массали P юк осилган. Юкнинг хусусий тебранишлари частотаси аниқлансин.

Жавоб: $k = \sqrt{\frac{4c_1 \cdot c_2 \cdot c_3}{m(4c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)}}$ рад/с.

32.50. Бикирлик коэффиценти $c = 1,96$ кН/м бўлган пружинага бириктирилган 10 кг массали юк тебранади. Пружина массасини ҳисобга олмай, юк ва пружинанинг тўлиқ механик энергияси аниқлансин ҳамда эластиклик кучининг силжишга боғлиқ равишда ўзгариш графиги чизилиб, унда пружинанинг потенциал энергияси кўрсатилсин. Статик мувозанат ҳолатни потенциал энергия учун ҳисоб боши қилиб олинсин.

Жавоб: агар x координата м ҳисобида, $\dot{x}$ эса м/с да ўлчанса, $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} cx^2 = (5 \dot{x}^2 + 980 x^2)$ Ж. Расмдаги штрихланган юза пружинанинг потенциал энергиясига тенг.

32.51. m массали моддий нуқтага, потенциали $\Pi = \frac{1}{2} k (x^2 + 4y^2 + 16z^2)$ бўлган куч майдони таъсир этади. Нуқтани ҳар қандай (ноль бўлмаган) бошланғич ҳолатдан ҳаракатга келтирилганида бир қанча вақтдан кейин нуқта яна шу ҳолатга қайтиб келиши ис-

ботлансин. Ана шу қайтиш вақти аниқлансин. Қайтиб келиш тезлиги бошланғич тезликка тенг бўладими?

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Нуқтанинг тезлиги T вақт оралғидан кейин ўзининг бошланғич тезлигига тенг бўлади.

32.52. Массаси m бўлган моддий нуқтага потенциали $\Pi = -\frac{1}{2} k(x^2 + 2y^2 + 5z^2)$ бўлган куч майдони таъсир этади. Бу ҳолда бир қанча вақт ўтгандан кейин нуқта ўзининг дастлабки ҳолатига қайтадими?

Жавоб: Учала координата ҳам бир вақтда бошланғич пайтдаги қийматларни оладиган пайтни кўрсатиш мумкин эмас. Учта тебранма ҳаракатнинг қўшилиши процессида нуқта дастлабки ҳолатига қайтмайди.

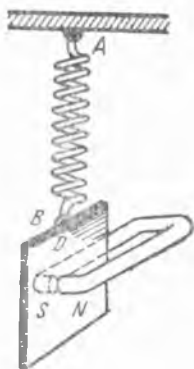
б) Эркин тебранишларга қаршиликнинг таъсири

32.53. Массаси 100 г бўлган D пластинка AB пружина воситасида қўзғалмас A нуқтага осилган ва магнит қутблари орасида ҳаракатланади. Уярма тоқлар туфайли ҳаракат тезликка пропорционал куч билан тормозланади. Ҳаракатга қаршилик қиладиган куч $k\upsilon \Phi^2 H$ га тенг, бу ерда $k = 0,001$, υ м/с ҳисобидаги тезлик, Φ бўлса N ва S қутблар орасидаги магнит оқими. Бошланғич пайтда пластинканинг тезлиги нолга тенг ва пружина чўзилмаган. У статик таъсири 19,6 Н бўлган куч B нуқтага қўйилганда 1 м га чўзилади. $\Phi = 10\sqrt{5}$ Вб (вебер — СИ даги магнит оқими бирлиги) бўлганда пластинканинг қандай ҳаракат қилиши аниқлансин.

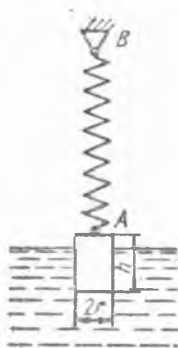
Жавоб: $x = -e^{-2,5t} (0,05 \cos 13,77t + 0,00907 \sin 13,77t)$ м, бу ерда x ўқ пластинка оғирлик марказининг статик мувозанат ҳолатидан пастга томон йўналган.

32.54. Олдинги масала шартлари асосида, магнит оқими $\Phi = 100$ Вб бўлганда D пластинканинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $x = -0,051 e^{-2t} + 0,001 e^{-98t}$.



32.53 ва 32.54-масалага



32.55-масалага

32.55. Оғирлиги P , радиуси r ва баландлиги h бўлган цилиндр юқоридаги B учи маҳкамлаб қўйилган AB пружинага осилиб, сувга туширилган. Мувозанат ҳолатида цилиндр ўз баландлигининг ярмигача сувга ботади. Бошланғич пайтда цилиндр ўз баландлигининг $2/3$ қисмига қадар сувга ботирилиб, бошланғич тезликсиз вертикал тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қила бошлайди. Пружинанинг бикирлигини s га тенг деб ҳисоблаб ва сувнинг цилиндрга таъсири қўшимча Архимед кучига келтирилади деб фараз қилиб, цилиндрнинг ҳаракати ўзи-

нинг мувозанат ҳолатига нисбатан аниқлансин. Сувнинг солиштирма оғирлиги γ деб қабул қилинсин.

Жавоб: $x = \frac{1}{6} h \cos kt$, бунда $k^2 = \frac{g}{P} (c + \pi \gamma r^2)$.

32.56. Олдинги масалада сувнинг қаршилиги тезликнинг биринчи даражасига пропорционал ва αv га тенг бўлса, цилиндрнинг тебранма ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: агар $\left(\frac{c}{m} + \frac{\pi r^2}{m} \gamma\right) - \left(\frac{\alpha}{2m}\right)^2 > 0$ бўлса, цилиндрнинг ҳаракати тебранма ҳаракат бўлади. У ҳолда

$$x = \frac{h}{6} \sqrt{\frac{k^2}{k^2 - n^2}} \cdot e^{-nt} \sin\left(\sqrt{k^2 - n^2} t + \beta\right),$$

бунда $k^2 = \frac{c}{m} + \frac{\pi r^2}{m} \gamma$, $n = \frac{\alpha}{2m}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{k^2 - n^2}}{n}$, $m = \frac{P}{g}$.

32.57. Массаси 0,5 кг бўлган A жисм ғадир-будур горизонтал текисликда туради; бу жисм BC ўқи горизонтал бўлган пружина билан қўзғалмас B нуқтага бириктирилган. Жисмнинг текислик билан ишқаланиш коэффиценти 0,2 га тенг; пружинани 1 см чўзиш учун 2,45 Н куч талаб қилинади. A жисм B нуқтадан шу тариқа сурилганки, бунда пружина 3 см чўзилган, кейин у бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. 1) A жисмнинг неча марта тебраниши, 2) ҳар бир тебранишида қанчадан сурилганлигини ва 3) унинг ҳар қайси тебранишига кетган T вақтни топиш керак.

Жисмнинг тезлиги нолга тенг бўлган ҳолатида пружинанинг эластиклик кучи ишқаланиш кучига тенг ёки ундан кичик бўлса, жисм тўхтайд.

Жавоб: 1) 4 тебраниш; 2) 5,2 см, 3,6 см, 2 см, 0,4 см; 3) $T = 0,14$ с.

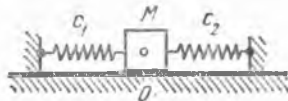
32.58. Ғадир-будур қия текислик устида ётувчи, массаси $M = 20$ кг бўлган юкни чўзилмаган пружинага бириктириб, пастга томон йўналган $v_0 = 0,5$ м/с тезлик берилди. Сирғаниб ишқаланиш коэффиценти $f = 0,08$, пружинанинг бикирлик коэффиценти $c = 20$ Н/см. Қия текислиkning горизонт билан ҳосил қилган бурчаги $\alpha = 45^\circ$. Қуйидагилар аниқлансин: 1) тебранишлар даври; 2) юкнинг мувозанат ҳолатидан максимал четланишларининг сони; 3) бу четланишларнинг катталиклари.

Жавоб: 1) $T = 0,628$ с; 2) 7 та четланиш; 3) 7,55 см; 6,45 см; 5,35 см; 4,25 см; 3,15 см; 2,05 см; 0,95 см.

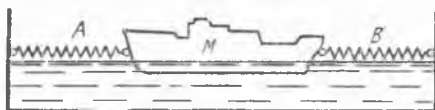
32.59. Массаси $M = 0,5$ кг бўлган жисм иккита бир хил пружиналар таъсирида горизонтал текисликда тебранади. Пружиналар уч-



32.57- масалага



32.59- масалага



32.62 ва 32.63- масалала

лари бир томондан жисмга, иккинчи томондан қўзғалмас устунларга бириктирилган ва уларнинг ўқлари битта горизонтал тўғри чизиқда ётади. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари $c_1 = c_2 = 1,225 \text{ Н/см}$, жисмнинг ишқаланиш коэффициентлари жисм ҳаракатда бўлса, $f = 0,2$, тинч ҳолатида эса $f_0 = 0,25$. Бошланғич пайтда жисм ўзининг O ўрта ҳолатидан ўнг томонга $x_0 = 3 \text{ см}$ сурилган ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Қуйидагилар топилсин: 1) жисмнинг мумкин бўлган мувозанат ҳолатлари области — «ҳаракатсизлик соҳаси», 2) жисм тебранишларининг қулочлари; 3) тебранишлар сони; 4) ҳар бир тебранишга кетган вақт; 5) жисмнинг тебранишдан кейинги ҳолати.

Жавоб: 1) $0,5 \text{ см} < x < 0,5 \text{ см}$; 2) $5,2 \text{ см}, 3,6 \text{ см}, 2 \text{ см}, 0,4 \text{ см}$; 3) 4 та тебраниш; 4) $T = 0,141 \text{ с}$; 5) $x = -0,2 \text{ см}$.

32.60. Бикирлик коэффициенти c бўлган пружинага осилган m массали жисм, тезликнинг биринчи даражасига пропорционал ($R = \alpha v$) R қаршилик кучи таъсирида сўнувчи тебранма ҳаракат қилади. Агар $n/k = 0,1$ ($k^2 = c/m, n = \alpha/2m$) нисбат берилган бўлса, сўнувчи тебранишларнинг даври T сўнувчи бўлмаган тебранишларнинг даври T_0 дан неча марта катта бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $T \approx 1,005 T_0$.

32.61. Олдинги масаланинг шартлари бўйича неча тўлиқ тебранишдан кейин тебраниш амплитудаси юз марта камайиши аниқлансин.

Жавоб: 7,5 тўлиқ тебранишдан кейин.

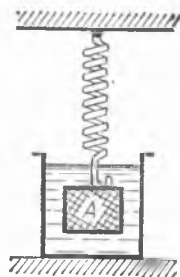
32.62. Кема модели ҳаракатиға сувнинг кўрсатадиган қаршилигини аниқлаш учун M кема моделининг тумшуғи ва думи иккита бир хилдаги A ва B пружиналарга боғланиб, жуда кичик тезлик билан идишдаги сувда суздирилди. Пружиналарнинг тортилиш кучлари чўзилишга пропорционалдир. Кузатиш натижалари шуни кўрсатдики, модель ҳар бир тебранганида, унинг мувозанат ҳолатидан оғиши махражи $0,9$ га тенг геометрик прогрессия ҳосил қилиб камаяди, ҳар тебраниш $T = 0,5 \text{ с}$ давом этади. Сувнинг қаршилигини тезликнинг биринчи даражасига пропорционал деб фараз қилиб, моделининг тезлиги 1 м/с бўлганда модель массасининг ҳар килограммига тўғри келган сув қаршилиги R аниқлансин.

Жавоб: $R = 0,42 \text{ Н}$.

32.63. Олдинги масаланинг шартларига асосан бошланғич пайтда $\Delta l = 4 \text{ см}$ миқдорга A пружина чўзилган ва B пружина қисилган бўлиб, модель бошланғич тезликсиз қўйиб юборилганда модель ҳаракатининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = e^{-0,21 t} (4 \cos 6,28 t + 0,134 \sin 6,28 t) \text{ см}$.

32.64. Сууюқликнинг ёпишқоқлигини аниқлаш учун Кулон қуйидаги методни қўллаган: пружинага юпқа A пластинка осиб уни аввал ҳавода, сўнгра ёпишқоқлиги аниқланиши керак бўлган сууюқликда тебранишга мажбур этиб, бир тебранишга ҳавода кетадиган T_1 ва сууюқликда кетадиган T_2 вақт оралиқларини аниқлаган. Пластинка билан сууюқлик орасидаги ишқаланиш кучи $2Skv$ формула билан ифодаланиши мумкин, бу ерда $2S$ — пластинканинг юзи, v — унинг тезлиги, k — ёпишқоқлик коэффициент. Пластинканинг массаси m га тенг бўлса, пластинка билан ҳаво орасидаги ишқаланишни ҳисобга олмай, тажрибада топилган T_1 ва T_2 миқдорлардан фойдаланиб k коэффициент аниқлансин.



32.64- масалага

Жавоб: $k = \frac{\pi m}{ST_1 T_2} \sqrt{T_2^2 - T_1^2}.$

32.65. Массаси 5 кг бўлган жисм бикирлик коэффициентини 2 кН/м га тенг пружинага осилган. Муҳитнинг қаршилиги тезликка пропорционал. Тўрт марта тебранишдан кейин амплитуда 12 марта кичрайдиган. Тебранишлар даври ва сўнишнинг логарифмик декременти аниқлансин.

Жавоб: $T = 0,316$ с, $\lambda = nT/2 = 0,3106$.

32.66. Олдинги масаланинг шартлари бўйича, юкни чўзилмаган пружинанинг учига илиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = e^{-1,97t} (-2,45 \cos 19,9t - 0,242 \sin 19,9t)$ см.

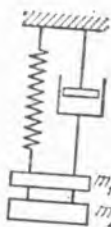
32.67. Пружинага осилган ва массаси 6 кг бўлган жисм қаршилик бўлмаганда $T = 0,4\pi$ с давр билан, тезликнинг биринчи даражасига пропорционал қаршилик бўлганда эса $T_1 = 0,5\pi$ с давр билан тебранади. Бошланғич пайтда пружина мувозанат ҳолатидан 4 см чўзилган ва кейин жисм ўз ҳолига қўйиб юборилган бўлса, қаршилик $R = -\alpha v$ ифодасидаги пропорционаллик коэффициентини α топилсин ва жисмнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $\alpha = 36 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}, x = 5e^{-3t} \sin\left(4t + \arctg \frac{4}{3}\right)$ см.

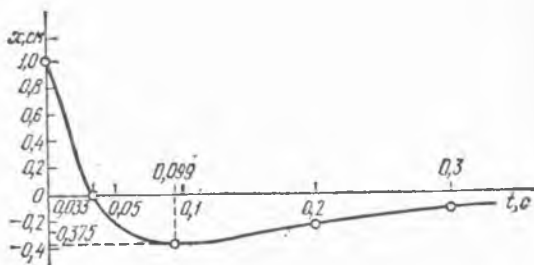
32.68. 4,9 Н куч билан 10 см га чўзиладиган пружинага осилган ва массаси 1,96 кг бўлган жисм ҳаракат вақтида тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган қаршиликка учрайди ва бу қаршилик 1 м/с тезликда 1,96 Н га тенг. Бошланғич пайтда пружина мувозанат ҳолатидан 5 см чўзилади ва жисм бошланғич тезликсиз ҳаракатга келади. Жисмнинг ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $x = 5e^{-5t}(5t + 1)$ см.

32.69. Бикирлик коэффициентини $c = 392$ Н/м бўлган пружинага осилган $m_1 = 2$ кг ва $m_2 = 3$ кг массали юклар статик мувозанат ҳолатда турибди. Мой демплери тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган, $R = -\alpha v$ га тенг қаршилик кучи ҳосил қилади,



32.69- масалага



32.72- масалага

бу ерда $\alpha = 98 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$; m_2 юк олиб ташланди. m_1 юкнинг шундан кейинги ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (8,32 e^{-4,4t} - 0,82 e^{-44,6t})$ см.

32.70. Пружинанинг P оғирликдаги юк таъсирида статик чўзилиши f га тенг. Тебранувчи жисмга тезликка пропорционал бўлган муҳитнинг қаршилик кучи таъсир этади. Қаршилик коэффициентини α нинг ҳаракат процесси аperiодик бўладиган энг кичик қиймати аниқлансин. Агар қаршилик коэффициентини топилган қийматидан кичик бўлиб қолса, сўнувчи тебранишларнинг даври топилсин.

Жавоб: $\alpha = \frac{2P}{\sqrt{gf}}$; $\alpha < \frac{2P}{\sqrt{gf}}$ ҳолда ҳаракат даври $T = 2\pi$:

$:\sqrt{\frac{g}{f} - \frac{\alpha^2}{4m^2}}$ бўлган тебранишлардан иборат.

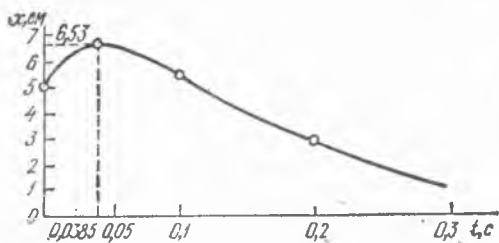
32.71. Массаси 100 г бўлган пружина учига осилган юк суяқликда ҳаракатланади. Пружинанинг бикирлик коэффициентини $c = 19,6 \text{ Н/м}$. Ҳаракатга бўлган қаршилик кучи юк тезлигининг биринчи даражасига пропорционал: $R = \alpha v$, бунда $\alpha = 3,5 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$. Агар бошланғич пайтда юк мувозанат ҳолатидан $x_0 = 1 \text{ см}$ га силжитилиб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (1,32 e^{-7t} - 0,33 e^{-28t})$ см.

32.72. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб, бошланғич пайтда юк статик мувозанат ҳолатидан $x_0 = 1 \text{ см}$ масофага силжитилган ва унга бу силжишга қарама-қарши йўналишда 50 см/с га тенг бошланғич тезлик берилган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин ва силжишнинг вақтга боғлиқ равишда ўзгариши графиги чизилсин.

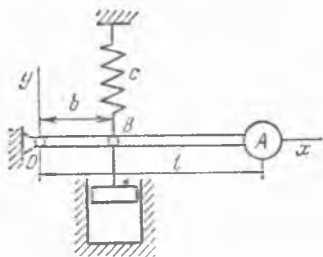
Жавоб: $x = (-e^{-7t} + 2e^{-28t})$ см.

32.73. 32.71-масаланинг шартларига асосан, юк бошланғич пайтда мувозанат ҳолатидан $x_0 = 5 \text{ см}$ масофага силжитилиб, унга силжиш йўналишида $v_0 = 100 \text{ см/с}$ бошланғич тезлик берилган. Юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин ва силжишнинг вақтга боғлиқ равишда ўзгариши графиги чизилсин.



32.73-масалага

Жавоб: $x = (11,4e^{-7t} - 6,4e^{-28t})$ см.



32.74- масалага

32.74. Шарнир билан O нуқтага бириктирилган стержень учидagi оғир A нуқта кичик тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин, шунингдек сўнувчи тебранишлар частотаси топилсин. Мухитнинг қаршилиқ кучи тезликнинг биринчи даражасига пропорционал, пропорционаллик коэффициенти α га тенг деб ҳисоблансин. A нуқтанинг оғирлиги P , пружинанинг бикирлик коэффициенти c , стержень узунлиги l , масофа $OB=b$. Стерженьнинг массаси ҳисобга олинмасин. Мувоzanат вазиятида стержень горизонтал жойлашган. α коэффициентининг қандай қийматида ҳаракат аperiодик бўлади?

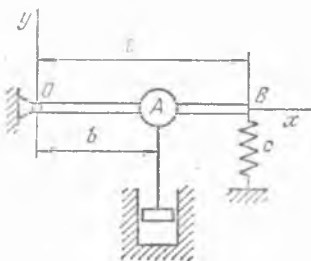
Жавоб: $\frac{P}{g} \ddot{y} + \alpha \frac{b^2}{l^2} \dot{y} + c \frac{b^2}{l^2} y = 0, k = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{cg}{P} - \left(\frac{\alpha bg}{2Pl}\right)^2}$

рад/с, $\alpha \geq \frac{2l}{b} \sqrt{\frac{cP}{g}}$

32.75. Пружинага илинган 20 кг массали юкнинг тебранишларида 10 тўла тебранишдан сўнг мувоzanат ҳолатидан энг катта оғишлар икки марта камайганлиги аниқланган. Юк 9 с ичида 10 марта тўлиқ тебранган. Пропорционаллик коэффициенти α (тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган мухитнинг қаршилигида) қандай катталиқка эга ва бикирлик коэффициенти c нинг қиймати қанча?

Жавоб: $\alpha = 3,08 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}, c = 974,8 \text{ Н/м}.$

32.76. A нуқта кичик тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин ва сўнувчи тебранишлар частотаси аниқлансин. A нуқтанинг оғирлиги P га тенг, пружинанинг бикирлик коэффициенти c , масофалар $OA=b$, $OB=l$. Мухитнинг қаршилиқ кучи тезликнинг биринчи даражасига пропорционал, пропорционаллик коэффициенти α га тенг. O нуқтага шарнир воситасида бириктирилган OB стерженьнинг массаси ҳисобга олинмасин. Мувоzanат ҳолатида стержень горизонтал туради. α коэффициентининг қандай қийматларида ҳаракат аperiодик бўлади?



32.76- масалага

$$\text{Жавоб: } \frac{P}{g} \ddot{y} + \alpha \dot{y} + \frac{c l^2}{b^2} y = 0,$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{c l^2 g}{P b^2} - \frac{\alpha^2 g^2}{4 P^2}} \text{ рад/с}, \alpha \geq \frac{2l}{b} \sqrt{\frac{c P}{g}}.$$

32.77. Массаси 5 кг бўлган жисм бикирлиги 20 Н/м га тенг пружинанинг учига илинган ва ёпишқоқ муҳитга жойлаштирилган. Шу ҳолда унинг тебранишлари даври 10 с. Демпферлаш доимийси, тебранишларнинг логарифмик декременти ва эркин тебранишлар даври топилсин.

$$\text{Жавоб: } \alpha = 19 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}, \lambda = nT/2 = 9,5; T = 3,14 \text{ с}.$$

в) Мажбурий тебранишлар

32.78. Массаси m бўлган нуқтанинг $Q = -cx$ тикловчи куч ва F_0 доимий куч таъсиридаги тўғри чизиқли ҳаракатининг тенгламаси топилсин. Бошланғич пайтда $t = 0$, $x_0 = 0$ ва $\dot{x}_0 = 0$. Шунингдек, тебраниш даври ҳам топилсин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{F_0}{c} (1 - \cos kt), \text{ бунда } k = \sqrt{\frac{c}{m}}, T = 2\pi/k.$$

32.79. Массаси m га тенг нуқтанинг $Q = -cx$ тикловчи куч ва $F = \alpha t$ куч таъсиридаги тўғри чизиқли ҳаракатининг тенгламаси аниқлансин. Бошланғич пайтда нуқта статик мувозанат ҳолатда турган ва тезлиги нолга тенг бўлган.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{\alpha}{mk^3} (kt - \sin kt), \text{ бунда } k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

32.80. $Q = -cx$ тикловчи куч ва $F = F_0 e^{-\alpha t}$ куч таъсир этаётган m массали нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракатини, бошланғич пайтда нуқта ўзининг мувозанат ҳолатида тинч турган деб топинг.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{F_0}{m(k^2 + \alpha^2)} \left(e^{-\alpha t} - \cos kt + \frac{\alpha}{k} \sin kt \right); \text{ бунда}$$

$$k = \sqrt{c/m}.$$



32.81-масага

32.81. Бикирлик коэффициенти $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага 100 г массали магнит стержени осилган. Магнитнинг пастки учи $i = 20 \sin 8\pi t$ А ўзгарувчан ток ўтиб турадиган ғалтакдан ўтади. Ток, стерженни соленоидга тортган ҳолда $t = 0$ пайтдан бошлаб ўта бошлайди; шу пайтга қадар магнит стержени пружинада қўзғалмай осилиб турган. Магнит билан ғалтак орасидаги ўзаро таъсир кучи $F = 0,016\pi i$ Н тенглик билан аниқланади. Магнитнинг мажбурий тебранишлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = -2,3 \sin 8\pi t \text{ см}.$$

32.82. Олдинги масаланинг шартларига асосан, магнит стержени чўзилмаган пружинанинг учига илиниб, бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган деб, унинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (-5 \cos 14t + 4,13 \sin 14t - 2,3 \sin 8\pi t)$ см.

32.83. 32.81-масаланинг шартлари асосида, статик мувозанат ҳолатида турувчи магнит стерженига $v_0 = 5$ см/с бошланғич тезлик берилса, унинг ҳаракат тенгламаси қандай ифодаланиши топилсин.

Жавоб: $x = (4,486 \sin 14t - 2,3 \sin 8\pi t)$ см.

32.84. M тош AB пружинага осилган; бунда пружинанинг юқори учи A амплитуда ва n частота билан вертикал тўғри чизиқ бўйлаб гармоник тебранма ҳаракат қилади: $O_1C = a \sin nt$ см. Қуйидагилар берилган: тошнинг массаси 400 г, пружина 32,2 Н куч таъсиридан 1 м га чўзилади, $a = 2$ см, $n = 7$ рад/с. M тошнинг мажбурий тебранишлари аниқлаңсин.

Жавоб: $x = 4 \sin 7t$ см.

32.85. AB пружинага осилган M тошнинг (32.84-масалага қаранг) ҳаракати аниқлаңсин. Пружинанинг юқориги A учи a амплитуда ва k диспавий частота билан вертикал бўйлаб гармоник тебранма ҳаракат қилади. Пружинанинг тош оғирлиги таъсирида статик чўзилиши δ га тенг. Бошланғич пайтда A нуқта ўзининг ўрта ҳолатида, M тош эса тинч туради; тошнинг бошланғич ҳолатини координата боши деб олиб, Ox ўқ пастга йўналтирилсин.

Жавоб: $k \geq \sqrt{\frac{g}{\delta}}$ бўлганда:

$$x = \frac{ag}{k^2 \delta - g} \left[k \sqrt{\frac{\delta}{g}} \sin \sqrt{\frac{g}{\delta}} t - \sin kt \right];$$

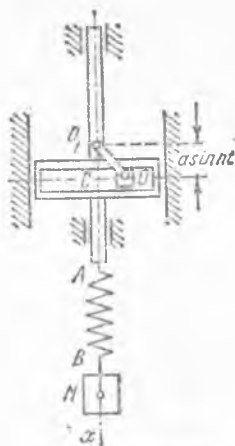
$k = \sqrt{g/\delta}$ бўлганида:

$$x = \frac{a}{2} \left[\sin \sqrt{\frac{g}{\delta}} t - \sqrt{\frac{g}{\delta}} t \cos kt \right].$$

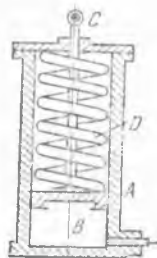
32.86. Юк ортилган товар вағони рессораларининг статик эғилиши $\Delta l_{ст} = 5$ см. Рельслар уланган жойларда вағон рессораларига, уларни мажбурий тебранишга келтирувчи турткилар тегса, вағон «дўкилла» бошлайдиган ҳаракатнинг критик тезлиги аниқлаңсин; рельсларнинг узунлиги $L = 12$ м.

Жавоб: $v = 96$ км/соат.

32.87. Машинанинг индикатори A цилиндр ва унинг ичида D пружинага тиралиб юрадиган B поршендан иборат; поршенга BC стержень улаңиб, унга ёзғич C штифт бириктирилган. Паскалда ифодаланган бугнинг босими $p = 10^5 \left(4 + 3 \sin \frac{2\pi}{T} t \right)$ формула (бунда T — валнинг бир марта айланиб чиқиш вақти) билан ўзгаради ва вал минутига 180 марта айланади деб олиб, C штифтнинг мажбурий



32.84- масалага



32.87- масалага

тебранишлари амплитудаси қуйидаги берилганларга асосан аниқлансин: индикатор поршени юзаси $\sigma = 4 \text{ см}^2$, индикатор ҳаракатланувчи қисмининг массаси 1 кг , пружина $29,4 \text{ Н}$ куч билан 1 см га қисилади.

Жавоб: $a = 4,64 \text{ см}$.

32.88. Агар система бошланғич пайтда статик мувозанат ҳолатида тинч турган бўлса, олдинги масаланинг шартларига асосан C штифтининг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (-1,61 \sin 54,22t + 4,64 \sin 6\pi t) \text{ см}$.

32.89. Массаси $m = 200 \text{ г}$ бўлган юк, $9,8 \text{ Н/см}$ бикирлик коэффициентли пружинага илинган бўлиб, $S = H \sin pt$ куч таъсирида туради, буида $H = 20 \text{ Н}$, $p = 50 \text{ рад/с}$. Бошланғич пайтда $x_0 = 2 \text{ см}$, $v_0 = 10 \text{ см/с}$. Координата боши юкнинг статик мувозанат ҳолатида танланган. Юкнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = (2 \cos 70t - 2,83 \sin 70t + 4,17 \sin 50t) \text{ см}$.

32.90. Олдинги масаланинг шартларида уйғотувчи кучнинг частотаси $p = 70 \text{ рад/с}$ қийматга ўзгарди деб, юкнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = (2 \cos 70t + 1,16 \sin 70t - 71,4t \cos 70t) \text{ см}$.

32.91. Массаси $24,5 \text{ кг}$ бўлган юк бикирлик коэффициенти 392 Н/м бўлган пружинада осилиб турибди. Юкка $F(t) = 156,8 \sin 4t \text{ Н}$ куч таъсир эта бошлайди. Юкнинг ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $x = (0,2 \sin 4t - 0,8t \cos 4t) \text{ м}$.

32.92. Массаси $24,5 \text{ кг}$ бўлган юк 392 Н/м бикирликдаги пружинада осилиб турибди. Агар юкка $F = 39,2 \cos 6t \text{ Н}$ куч таъсир эта бошлаган бўлса, юкнинг ҳаракат тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = 16 \sin t \sin 5t \text{ см}$. Тебранишлар «тепиш» характерига эга бўлади.

32.93. Пружинага илинган юк шундай тебранадики, унинг ҳаракати дифференциал тенгламаси

$$m \ddot{x} + cx = 5 \cos \omega t + 2 \cos 3\omega t$$

кўринишда ёзилади. Бошланғич пайтда юкнинг силжиши ва тезлиги нолга тенг бўлса, юкнинг ҳаракат қонуни топилсин, шунингдек, ω нинг қандай қийматларида резонанс бошланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = \frac{47m\omega^2 - 7c}{(c - m\omega^2)(c - 9m\omega^2)} \cos \sqrt{\frac{c}{m}} t + \frac{5}{c - m\omega^2} \times \\ \times \cos \omega t + \frac{2}{c - 9m\omega^2} \cos 3\omega t.$$

Резонанс қуйидаги икки ҳолда бошланади

$$\omega_{1\text{кр}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{c}{m}} \text{ ва } \omega_{2\text{кр}} = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

г) Қаршиликнинг мажбурий тебранишларга таъсири

32.94. Бикирлик коэффициенти $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага, соленоид орқали ўтувчи 50 г массали магнит стержени ва магнит қутблари орасидан ўтувчи 50 г массали мис пластинка осилган. Соленоиддан $i = 20 \sin 8\pi t$ А ток ўтади ва магнит стержени билан $0,016$ лТ Н миқдордаги ўзаро таъсир кучи ҳосил қилади. Уярма тоқлар туфайли ҳосил бўлган мис пластинкани тормозловчи куч $k\Phi^2$ га тенг, бунда $k = 0,001$, $\Phi = 10\sqrt{5}$ Вб ва v — пластинканинг м/с да ифодаланган тезлиги. Пластинканинг мажбурий тебранишлари аниқлансин.

Жавоб: $x = 0,022 \sin(8\pi t - 0,91\pi)$ м.

32.95. Олдинги масаланинг шартларига асосан, чўзилмай турган пружинага магнит стержени ва мис пластинкани илиб, уларга пастга томон йўналган $v_0 = 5$ см/с тезлик берилган бўлса, мис пластинканинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = e^{-2,5t} (-4,39 \cos 13,77t + 3,42 \sin 13,77t) + 2,2 \sin(8\pi t - 0,91\pi)$ см.

32.96. Массаси $m = 2$ кг бўлган моддий нуқта бикирлик коэффициенти 4 кН/м бўлган пружинага осилган. Нуқтага $S = 120 \times \sin(\pi t + \delta)$ Н уйғотувчи куч ва тезликнинг биринчи даражасига пропорционал бўлган, $R = 0,5\sqrt{m}c$ Н га тенг ҳаракатга қаршилик кучи таъсир қилади. Мажбурий тебраниш амплитудасининг энг катта $A_{\max}$ қиймати нимага тенг? Қандай p частотада мажбурий тебраниш амплитудаси энг катта қийматни олади?

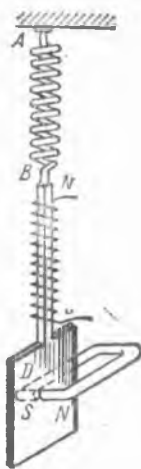
Жавоб: $A_{\max} = 6,2$ см, $p = 41,83$ рад/с.

32.97. Олдинги масаланинг шартларига асосан, бошланғич пайтда нуқта ҳолати ва тезлиги: $x_0 = 2$ см, $v_0 = 3$ см/с га тенг бўлганида, унинг ҳаракат тенгламаси топилсин. Уйғотувчи куч частотаси $p = 30$ рад/с, бошланғич фазаси $\delta = 0$. Координата боши қилиб юкнинг статик мувозанат ҳолати танланган.

Жавоб: $x = e^{-11,18t} (4,422 \cos 43,3t - 1,547 \sin 43,3t) + 4,66 \sin(30t - 0,174\pi)$ см.

32.98. Массаси 3 кг бўлган моддий нуқта бикирлик коэффициенти $c = 117,6$ Н/м бўлган пружинага осилган. Нуқтага $F = H \sin(6,26t + \beta)$ Н уйғотувчи куч ва муҳитнинг ёпишқоқ қаршилик кучи $R = -\alpha v$ (R — Н ҳисобида) таъсир қилади. Температуранинг ўзгариши туфайли муҳитнинг ёпишқоқлиги (α коэффициент) уч марта кўпайса, нуқта мажбурий тебранишларининг амплитудаси қандай ўзгаради?

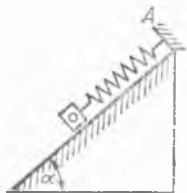
Жавоб: Мажбурий тебранишлар амплитудаси уч марта камайди.



32.94 ва 32.95-масалага

32.99. Пружина воситасида қўзғалмас A нуқтага бириктирилган массаси 2 кг га тенг юк горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи силлиқ қия текислик устида $S = 180 \sin 10t \text{ Н}$ уйғотувчи куч ва тезликка пропорционал $R = -29,4v \text{ (} R - \text{Н ҳисобида)}$ қаршилик кучи таъсирида ҳаракат қилади. Пружинанинг бикирлик коэффициентини $c = 5 \text{ кН/м}$. Бошланғич пайтда жисм статик мувозанат ҳолатида тинч турган. Жисмнинг ҳаракат тенгламаси, эркин ва мажбурий тебранишларининг даврлари T ва T_1 , мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фаза силжиши топилсин.

Жавоб: $x = e^{-7,35t} (0,228 \cos 49,46t - 0,72 \times \sin 49,46t) + 3,74 \sin (10t - 3^\circ 30')$ см, $T = 0,127 \text{ с}$, $T_1 = 0,628 \text{ с}$, $\epsilon = 3^\circ 30'$.



32.99- масалага

32.100. Бикирлик коэффициентини $c = 4 \text{ кН/м}$ бўлган пружинага бириктирилган $0,4 \text{ кг}$ массали жисмга $S = 40 \sin 50t \text{ Н}$ куч ва $R = -\alpha v$ муҳитнинг қаршилик кучи таъсир этади. Бунда $\alpha = 25 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$, v — жисмнинг тезлиги (v — м/с ҳисобида). Бошланғич пайтда жисм статик мувозанат ҳолатида тинч туради. Жисмнинг ҳаракат қонуни топилсин ҳамда уйғотувчи кучнинг мажбурий тебранишлари амплитудаси максимал бўладиган частотаси аниқлансин.

Жавоб: 1) $x = 0,647 e^{-31,25t} \sin (95t - 46^\circ 55') + 1,23 \sin (50t - 22^\circ 36')$ см;

2) Мажбурий тебранишлар амплитудасининг максимал қиймати $p = 89,7 \text{ рад/с}$ бўлганда олинади ва $1,684 \text{ см}$ га тенг.

32.101. Массаси $M \text{ кг}$, бикирлик коэффициентини $c \text{ Н/м}$ бўлган пружинага бириктирилган жисмга $S = H \sin pt \text{ Н}$ уйғотувчи куч ва $R = -\alpha v$ (R — Н ҳисобида) қаршилик кучи таъсир этади, бунда v — жисмнинг тезлиги. Бошланғич пайтда жисм статик мувозанат ҳолатида бўлиб, бошланғич тезликка эга эмас. Агар $c > \alpha^2/(4M)$ бўлса, жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $x = \frac{hpe^{-nt}}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2} \left(2ncos \sqrt{k^2 - n^2}t + \right. \\ \left. + \frac{2n^2 + p^2 - k^2}{\sqrt{k^2 - n^2}} \sin \sqrt{k^2 - n^2}t + \frac{h}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2} \cdot [(k^2 - p^2) \sin pt - \right. \\ \left. - 2np \cos pt] \right)$, бу ерда $h = \frac{H}{M}$, $k^2 = c/M$, $n = \alpha/(2M)$.

32.102. Бикирлик коэффициентини $c = 17,64 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$ бўлган пружинага осилган 6 кг массали юкка $P_0 \sin pt$ уйғотувчи куч таъсир қилади. Суюқликнинг қаршилиги тезлиқка пропорционал. Мажбурий тебранишлар амплитудасининг максимал қиймати статик чўзилишнинг уч бараварига тенг бўлиши учун ёпишқоқ суюқликнинг қаршилик коэффициентини α қандай бўлиши керак? Носозлик коэффициентини (мажбурий тебранишлар доиравий частотасининг эркин тебранишлар доиравий частотасига нисбати) нимага тенг? Мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фаза силжиши топилсин.

Жавоб: $\alpha = 110$ Н. с/м, $z = 0,97$, $\epsilon = 80^\circ 7'$.

32.103. Бикирлик коэффициенти $c = 5$ кН/м бўлган пружинага ёриштирилган, $0,1$ кг массали жисмга $S = H \sin pt$ куч ва $R = \beta v$ қаршилик кучи таъсир этади: бунда $H = 100$ Н, $p = 100$ рад/с, $\beta = 50$ Нс/м. Мажбурий тебранишлар тенгласи ёзилсин ва мажбурий тебранишлар амплитудаси максимал қийматга эришадиган p частота миқдори аниқлансин.

Жавоб: $x_2 = 0,98 \sin 100t - 1,22 \cos 100t$ см; амплитуданинг максимал қиймати $n > k/\sqrt{2}$ бўлгани учун мавжуд эмас.

32.104. Олдинги масаланинг шартлари бўйича мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фаза силжиши аниқлансин.

Жавоб: $\epsilon = \arctg 1,25 = 51^\circ 20'$.

32.105. Бикирлик коэффициенти $c = 19,6$ Н/м бўлган пружинага $0,2$ кг массали юк осилган. Юкка $S = 0,20 \sin 14t$ Н уйғотувчи куч ва $R = 49v$ Н қаршилик кучи таъсир этади. Мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи кучнинг фазалари силжиши аниқлансин.

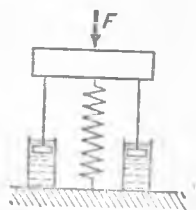
Жавоб: $\epsilon = 91^\circ 38'$.

32.106. Олдинги масаланинг шартларига асосан, мажбурий тебранишлар ва уйғотувчи куч фазалар силжиши $\pi/2$ га тенг бўлиши учун берилган пружинани алмаштирувчи янги пружинанинг c_1 бикирлик коэффициенти аниқлансин.

Жавоб: $c_1 = 39,2$ Н/м.

32.107. m массали жисмга $F = F_0 \sin(pt + \delta)$ уйғотувчи кучнинг таъсирини камайтириш учун суюқлик демпферли пружинали амортизатор ўрнатилади. Пружинанинг бикирлик коэффициенти c га тенг. Қаршилик кучини тезликнинг биринчи даражасига пропорционал ($F_{\text{қарш}} = \alpha v$) деб ҳисоблаб, барқарор тебранишларда яхлит системанинг фундаментга бўлган максимал динамик босимни топилсин.

Жавоб: $N = F_0 \sqrt{\frac{k^4 + 4n^2p^2}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2}}$, бунда $k^2 = c/m$, $n = \alpha/(2m)$.

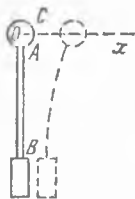


32.107- масалага

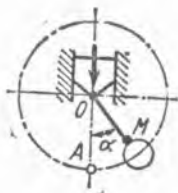
33-§. Нисбий ҳаракат

33.1. АВ вертикал эластик стерженнинг А учига массаси $2,5$ кг бўлган С юк маҳкамланган. С юк мувозанат ҳолатидан чиқарилганда, ўзининг мувозанат ҳолатигача бўлган массага пропорционал куч таъсирида гармоник тебранма ҳаракат қилади. АВ стержень шундай-ки, унинг А учини 1 см оғдириш учун 1 Н куч қўйиш керак. Стерженнинг маҳкамланган В нуқтаси горизонтал тўғри чизик бўйлаб амплитудаси 1 мм ва даври $1,1$ с бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилганда С юкнинг мажбурий тебранишлар амплитудаси қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $5,42$ мм.



33.1- масалага



33.3- масалага

33.2. Узунлиги l бўлган математик маятникнинг осилган нуқтаси вертикал бўйлаб текис тезланиш билан ҳаракат қилади. Қуйидаги икки ҳолда маятникнинг кичик тебранишлари даври T аниқлансин: 1) осилган нуқтанинг тезланиши юқорига йўналган ва бирор p миқдорга эга; 2) бу тезланиш пастга йўналган ва унинг миқдори $p < g$.

Жавоб: 1) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{p+g}}$; 2) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-p}}$.

33.3. Узунлиги l га тенг OM математик маятник бошланғич пайтда OA мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдирилган ва тезлиги нолга тенг бўлган; тебрангич осилган нуқтанинг шу пайтдаги тезлиги ҳам нолга тенг; бироқ, бирор пайтда бу нуқта $p \geq g$ доимий тезланиш билан пастга тушади. M нуқтанинг O нуқта атрофида нисбий ҳаракат қилиб чизадиган айлана ёйининг узунлиги s аниқлансин.

Жавоб: 1) $p = g$ ҳолда $s = 0$;
2) $p > g$ ҳолда $s = 2l(\pi - \alpha)$.

33.4. Меридиан бўйлаб ётқизилган рельсда темир йўл поезде жанубдан шимолга қараб 15 м/с тезлик билан бормоқда. Поездининг массаси 2000 т.

1) поезд шу пайтда 60° шимолий кенгликни кесиб ўтаётган бўлса, поездининг рельсга ён томондан туширадиган босим кучи аниқлансин; 2) агар поезд худди шу ерда шимолдан жанубга қараб кетаётган бўлса, унинг рельсга ён томондан туширадиган босим кучи аниқлансин.

Жавоб: 1) ўнг томондаги шарқий рельсга $3778,7$ Н;
2) ўнг томондаги ғарбий рельсга $3778,7$ Н.

33.5. Шимолий ярим шарда моддий нуқта 500 м баландликдан ерга эркин тушмоқда. Ернинг ўз ўқи атрофидаги айланишини ҳисобга олиб ва ҳаво қаршилигини ҳисобга олмай, нуқтанинг тушиш вақтида шарққа қанча оғиши аниқлансин. Шу жойнинг географик кенглиги 60° га тенг.

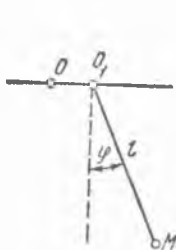
Жавоб: 12 см га.

33.6. Горизонтал тўғри чизиқли йўлда ҳаракатланувчи вагондаги маятник кичик гармоник тебранма ҳаракат қилади, бунда унинг ўртача ҳолати вертикалдан 6° бурчакка оғганича қолади.

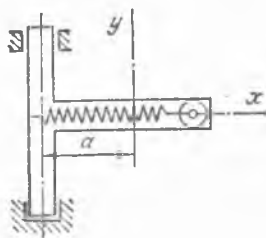
1) Вагоннинг ω тезланиши аниқлансин. 2) Маятникнинг вагон ҳаракат қилмай турган пайтдаги T ва берилган ҳолдаги T_1 тебраниш даврларининг айирмаси топилсин.

Жавоб: 1) $\omega = 1,03$ м/с², 2) $T - T_1 = 0,0028$ Т.

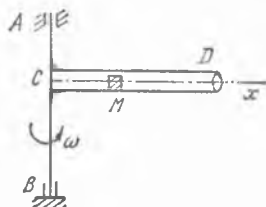
33.7. Узунлиги l бўлган маятник осилган O_1 нуқта қўзғалмас O нуқта атрофида тўғри чизиқли горизонтал гармоник тебранма ҳаракат қилади: $OO_1 = a \sin pt$.



33.7- масалага



33.9- масалага



33.10- масалага

Вақт нолга тенг бўлган пайтда $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0$ деб ҳисоблаб, унинг кичик тебранма ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = \frac{ap^2}{l(k^2 - p^2)} \left(\sin pt - \frac{p}{k} \sin kt \right)$, $k = \sqrt{g/l}$.

33.8. λ кенгликда турган нуқта, ғарбий йўналишда горизонтга нисбатан α бурчак остида v_0 бошланғич тезлик билан отилган. Нуқтанинг учиш вақти ва учиш узоқлиги аниқлансин.

Жавоб: $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g + 2\omega v_0 \cos \lambda \cos \alpha} \approx \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \left(1 - \frac{2\omega v_0 \cos \lambda \cos \alpha}{g} \right)$
 $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{v_0^3 \omega \cos \lambda \sin \alpha (16 \sin^2 \alpha - 12)}{3g^2}$,

бу ерда ω — Ер айланишининг бурчак тезлиги.

33.9. Бикирлик коэффициенти c бўлган горизонтал пружина учига бириктирилган m массали шарча трубка ичида вертикал ўқдан a масофада мувозанатда турибди. Ўқ билан тўғри бурчак ҳосил қилувчи трубка шу вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айлана бошласа, шарчанинг нисбий ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: Учи шарчанинг мувозанат ҳолатига мос келадиган координата системасида:

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} > \omega$$

бўлганда $x = 2 \frac{\omega^2 a}{k^2 - \omega^2} \sin^2 \frac{\sqrt{k^2 - \omega^2}}{2} t$;

$$k = \sqrt{\frac{c}{m}} < \omega$$

бўлганда $x = \frac{\omega^2 a}{\omega^2 - k^2} (\operatorname{ch} \sqrt{\omega^2 - k^2} t - 1)$.

33.10. Горизонтал CD трубка вертикал AB ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Трубка ичида M жисм бор. Бошланғич пайтда $x = x_0$, $v_0 = 0$ бўлса, жисмнинг трубкадан отилиб чиқиш пайтида унга нисбатан v тезлиги аниқлансин; трубка узунлиги L га тенг. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v = \sqrt{L^2 - x_0^2} \omega$.

33.11. Олдинги масаланинг шартлари бўйича жисмнинг трубка ичида ҳаракатланиш вақти аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{1}{\omega} \ln \frac{L + \sqrt{L^2 - x_0^2}}{x_0}.$$

33.12. Трубка билан жисм орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг деб, 33.10- масаланинг шартларига асосан, жисмнинг трубка ичидаги ҳаракати дифференциал тенгламаси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{x} = \omega^2 x \pm f \sqrt{g^2 + 4\omega^2 x^2};$$

юқори ишорага $x < 0$, қуйидагисига $x > 0$ мос келади.

33.13. Ҳалқа силлиқ AB стержень бўйлаб ҳаракатланади; стержень горизонтал текисликда, A учидан ўтувчи вертикал ўқ атрофида секундига бир марта айланиб, текис айланма ҳаракат қилади; стержень узунлиги 1 м ; $t = 0$ пайтда ҳалқа A учдан 60 см нарида турган ва тезлиги нолга тенг бўлган. Ҳалқа стержендан чиқиб кетадиган t_1 пайт аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } t_1 = \frac{1}{2\pi} \ln 3 = 0,175\text{ с.}$$

33.14. AB трубка вертикал CD ўқ билан ўзгармас 45° бурчак ҳисил қилиб, унинг атрофида ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Трубка ичида оғир M шарча туради. Агар шарчанинг бошланғич тезлиги нолга тенг ва у билан O нуқтанинг бошланғич оралиги a га тенг бўлса, шарчанинг ҳаракати аниқлансин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } OM = \frac{1}{2} \left(a - \frac{2g}{\omega^2} \right) \left(e^{0,5\sqrt{2}\omega t} + e^{-0,5\sqrt{2}\omega t} \right) + \frac{\sqrt{2}g}{\omega^2}.$$

33.15. Ер ўз ўқи атрофида айланиши натижасида оғирлик кучи тезланишининг жой кенглиги φ га қараб қай тариқа ўзгариши аниқлансин. Ер радиуси $R = 6370\text{ км}$.

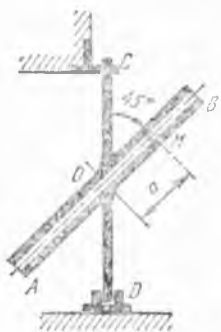
Жавоб: агар ω^4 кичик бўлгани учун, у қатнашган хад ҳисобга олинмаса, $g_1 = g \left(1 - \frac{\omega^2 R \cos^2 \varphi}{g} \right)$ ёки $g_1 = 9,81 \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi}{289} \right)$ бўлади,

бу ерда g — оғирлик кучининг қутбдаги тезланиши, φ — жойнинг географик кенглиги.

33.16. Экваторда Ер сиртидаги оғир нуқта, оғирлиги бўлмаслиги учун, Ернинг ўз ўқи атрофида айланиш бурчак тезлигини неча марта кўпайтириш керак? Ернинг радиуси $R = 6370\text{ км}$.

Жавоб: 17 марта.

33.17. Артиллерия снаряди ётиқ траектория (яъни тахминан горизонтал тўғри чизиқ деб ҳисоблаш мумкин бўлган траектория) бўйлаб ҳаракат қилади. Ҳаракат вақтида снаряднинг горизонтал тезлиги $v_0 = 900\text{ м/с}$. Снаряд ўзининг отилган жойидан 18 км наридаги мулжалга тегиши керак. Ҳавонинг қаршичилигини ҳисобга олмай, Ер-



33.14- масалага

нинг айланиши натижасида снаряднинг мўлжалдан қанча оғиши аниқлансин. Снаряд $\lambda = 60^\circ$ шимолий кенгликда отилган.

Жавоб: снаряд қай томонга қараб отилмасин, у ўнг томонга (агар унга юқоридан тезликка тик ҳолда қаралса)

$$s = \omega v_0 t^2 \sin \lambda = 22,7 \text{ м}$$

масофага оғади.

33.18. Ўзун ипга осилган маятник шимол — жануб текислигида кичик бошланғич тезлик олган. Маятникнинг сғишини ипнинг узунлигига нисбатан кичик деб ҳисоблаб ва Ернинг ўз ўқи атрофида айланишини ҳисобга олиб, маятникнинг тебраниш текислиги ғарб — шарқ текислигига тўғри келганига қадар қанча вақт ўтиши топилсин. Маятник 60° ли шимолий кенгликда ўрнатилган.

Жавоб: $T = 13,86(0,5 + k)$ соат, бу ерда $k = 0, 1, 2, \dots$

33.19. Оғир нуқта вертикал сим ҳалқа бўйлаб ишқаланмасдан ҳаракатланиши мумкин; ҳалқа эса ўзининг вертикал диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Ҳалқанинг радиуси R га тенг. Нуқтанинг мувозанат ҳолати топилсин ва нуқта мувозанат ҳолатида уринма бўйлаб юқорига йўналган кичик v_0 тезлик олса, қандай ҳаракатланиши аниқлансин.

Жавоб: Мувозанат ҳолати нуқтанинг айланадаги қуйи ҳолатидан ҳисобланадиган $\varphi_0 = \arccos \frac{g}{\omega^2 R}$ бурчакка мос келади. Кичик v_0 тезлик олган нуқта $\varphi = \frac{v_0}{Rk} \sin kt$ тенгламага мувофиқ мувоза-

нат ҳолати атрофида кичик тебранишлар қилади, бу ерда $k = \frac{\omega R}{\sqrt{\omega^2 R^2 - g^2}}$.

33.20. Вертикал тебранишларининг доиравий частотаси 10 рад/с бўлган пружинали вибродатчик, поезднинг вертикал тезланишини ўлчаш учун ишлатилади. Асбоб таянчи поезд вагонларининг бири бўлиб, вагон корпуси билан яхлит ҳисобланади. Асбобнинг таянчига биқирлик коэффициентини $c = 17,64 \text{ кН/м}$ бўлган пружина боғланган. Пружинага $m = 1,75 \text{ кг}$ массали юк бириктирилган. Вибродатчик юкнинг нисбий ҳаракати амплитудаси, асбобнинг ёзишига кўра, 0,125 см га тенг. Поезднинг вертикал бўйича максимал тезланиши топилсин. Поезд вибрациясининг амплитудаси қанча?

Жавоб: Поезднинг вертикал бўйича максимал тезланиши $\omega_{\max} = 1237 \text{ см/с}^2$ га тенг. Поезднинг вертикал тебранишлари амплитудаси $a = 12,37 \text{ см}$ га тенг.

33.21. Машина қисмларидан бирининг вертикал тебранишларини аниқлаш учун виброметр ишлатилади. Асбобнинг ҳаракатлашувчи системасида демпфер йўқ. Виброметр датчиги (массив юк) нинг нисбий силжиши 0,005 см га тенг. Виброметрнинг хусусий тебранишлари частотаси 6 Гц, машинанинг вибрацияланаётган қисми частотаси 2 Гц га тенг. Машинанинг вибрацияланаётган қисми тебранишлари амплитудаси, максимал тезлиги ва максимал тезланиши нимага тенг?

Жавоб: Тебранишлар амплитудаси $a = 0,04$ см, максимал тезлиги $v_{\max} = 0,5$ см/с ва максимал тезланиши $\omega_{\max} = 6,316$ см/с² бўлади.

33.22. Массаси $m = 1,75$ кг бўлган юк коробка ичидаги бикирлик коэффициентини $c = 0,88$ кН/м бўлган вертикал пружинага осиб қўйилган. Коробка вертикал йўналишда вибрацияланаётган столга ўрнатилган. Столнинг тебранишлар тенгламаси $x = 0,225 \sin 3t$ см. Юк тебранишларининг абсолют амплитудаси топилсин.

Жавоб: $x = 0,2254$ см.

Х Б О Б

МОДДИЙ СИСТЕМА ДИНАМИКАСИ

34-§. Массалар геометрияси: моддий система массалар маркази, қаттиқ jismlарнинг инерция моментлари

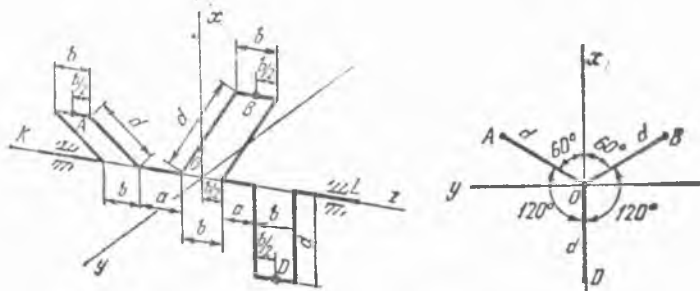
34.1. Уч цилиндрли двигателнинг расмда тасвирланган тирсакли вали бир-бирига нисбатан 120° билан жойлашган учта тирсакдан иборат. Тирсаклар массаларини A , B ва D нуқталарда тўпланган ҳисоблаб ҳамда $m_A = m_B = m_D = m$ деб, валининг бошқа қисмлари массаларини ҳисобга олмай, тирсакли вал массалар марказининг ҳолати аниқлансин. Масофалар расмда кўрсатилган.

Жавоб: массалар маркази O координаталар боши билан устма-уст тушган.

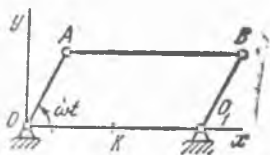
34.2. $OABO$, шарнирли параллелограмм массалар марказининг ҳаракати тенгламаси, шунингдек, OA кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланганида параллелограмм массалар марказининг траекторияси топилсин. Параллелограмм звенолари бир жинсли стерженлар бўлиб, $OA = O_1B = AB/2 = a$.

Жавоб: $x_c = a + \frac{3}{4} a \cos \omega t$, $y_c = \frac{3}{4} a \sin \omega t$; траектория тенгламаси: $(x_c - a)^2 + y_c^2 = \left(\frac{3}{4} a\right)^2$ — радиуси $\frac{3}{4} a$, маркази $(a, 0)$ координатали K нуқтада бўлган айлана.

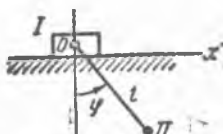
34.3. Массаси M_1 бўлган I ползунга ингичка енгил ип билан M_2 массали II юк боғланган. Юкнинг $\varphi = \varphi_0 \sin \omega t$ қонунга асосан тебра-



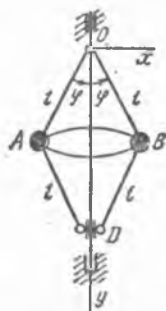
34.1. масалага



34.2- масалага



34.3- масалага



34.4- масалага

нишида ползун қўзғалмас силлиқ горизонтал сирт устида сирпанади. Бошланғич ($t = 0$) пайтда ползун x ўқнинг боши — O нуқтада бўлган деб, ползуннинг $x_1 = f(t)$ ҳаракат тенгламаси топилсин. Ипнинг узунлиги l га тенг.

Жавоб: $x_1 = - \frac{M_2}{M_1 + M_2} l \sin(\varphi_0 \sin \omega t)$.

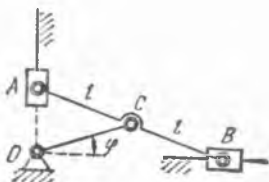
34.4. Расмда тасвирланган марказдан қочма регулятор, ҳар бири M_1 массали A ва B шарлар, массаси M_2 га тенг D муфтадан иборат бўлса, регулятор массалар марказининг ҳолати аниқлансин. A ва B шарлар нуқтавий массалар деб ҳисоблансин. Стерженлар массаларини ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $x_C = 0$, $y_C = 2 \frac{M_1 + M_2}{2M_1 + M_2} l \cos \varphi$.

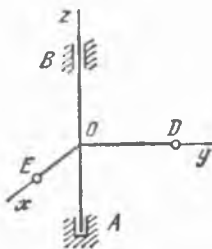
34.5. Ҳар қайсисининг массаси M_1 бўлган A ва B муфталар, M_2 массали OC кривошип ҳамда массаси $2M_2$ бўлган AB линейкадан иборат эллипсограф механизми массалар марказининг траекторияси аниқлансин; берилган: $OC = AC = CB = l$. Линейка ва кривошипни бир жинсли стерженлар, муфталарни эса моддий нуқталар деб ҳисоблансин.

Жавоб: Маркази O нуқтада ва радиуси $\frac{4M_1 + 5M_2}{2M_1 + 3M_2} \cdot \frac{l}{2}$ га тенг айлана.

34.6. Иккита бир хил D ва E юклар AB вертикал валга AB га перпендикуляр, шу билан бирга ўзаро перпендикуляр бўлган $OE = OD = r$ стерженлар ёрдамида бириктирилган. Вал ва стерженлар массалари ҳисобга олинмасин. Юклар моддий нуқталар деб ҳисоб-



34.5- масалага



34.6- масалага

лансин. Системанинг S массалар маркази ҳолати ва марказдан қочма инерция моментлари I_{xz} , I_{yz} , I_{xy} топилсин.

Жавоб: $C\left(\frac{1}{2}r, \frac{1}{2}r, 0\right)$, $I_{xz} = I_{yz} = I_{xy} = 0$.

34.7. Радиуси 5 см ва массаси 100 кг бўлган пўлат валнинг ясовчисига нисбатан инерция моменти ҳисоблансин. Валин бир жинсли цилиндр деб қаралсин.

Жавоб: 3750 кг·см².

34.8. Бир жинсли M массали ва r радиусли юпқа ярим дискнинг ярим диск диаметри бўйлаб чегаралаб ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $Mr^2/4$.

34.9. Расмда тасвирланган бир жинсли, тўғри бурчакли M массали пластинканинг x ва y ўқларга нисбатан инерция моментлари I_x ва I_y ҳисоблансин:

Жавоб: $I_x = \frac{4}{3}Ma^2$, $I_y = \frac{4}{3}Mb^2$.

34.10. Расмда тасвирланган бир жинсли тўғри бурчакли M массали параллелепипеднинг x , y ва z ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳисоблансин.

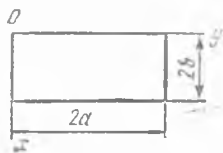
Жавоб: $I_x = \frac{M}{3}(a^2 + 4c^2)$, $I_y = \frac{M}{3}(b^2 + 4c^2)$, $I_z = \frac{M}{3}(a^2 + b^2)$.

34.11. R радиусли юпқа бир жинсли дискда пармалаб, r радиусли концентрик тешик очилган. Шу M массали дисkning инерция марказидан унинг текислигига тик ўтувчи z ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

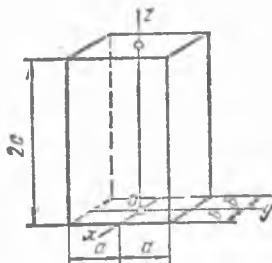
Жавоб: $I_z = \frac{M}{2}(R^2 + r^2)$.

34.12. Тенг ёнли учбурчак шаклидаги h баландликка эга бўлган, бир жинсли M массали пластинканинг S инерция марказидан асосига параллел равишда ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

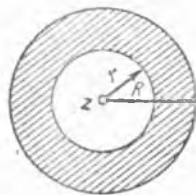
Жавоб: $\frac{1}{18}Mh^2$.



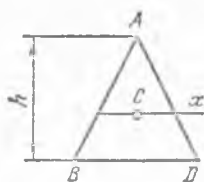
34.9- масалага



34.10- масалага



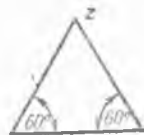
34.11- масалага



34.12- масалага



34.13- масалага



34.14- масалага

34.13. Бир жинсли металл пластинка тенг томонли учбурчак шаклида ишланган. Пластинка массаси — M , томонининг узунлиги — l . Пластинканинг бир учидан унинг асосига параллел ўтадиган z ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $I_z = \frac{3}{8} Ml^2$.

34.14. Бир жинсли тенг томонли учбурчак шаклидаги пластини M массага эга бўлиб, томонининг узунлиги l га тенг. Пластинанинг бирор учидан пластини текислигига тик бўлиб ўтадиган z ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $I_z = \frac{4}{12} Ml^2$.

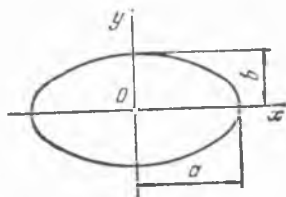
34.15. Юпқа бир жинсли, M массали эллиптик пластинка $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ контур билан чегараланган; шу пластинканинг учта ўзаро тик x , y ва z ўқларга нисбатан инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоб: $I_x = \frac{M}{4} b^2$, $I_y = \frac{M}{4} a^2$, $I_z = \frac{M}{4} (a^2 + b^2)$.

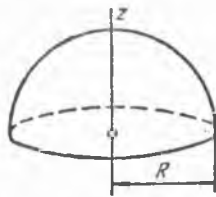
34.16. Массаси M бўлган бир жинсли ичи бўш шарнинг, унинг оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин. Ташқи ва ички радиуслар мос равишда R ва r га тенг.

Жавоб: $\frac{2}{5} M \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$.

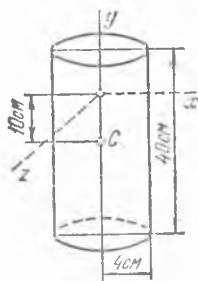
34.17. Радиуси R га тенг ярим сфера шаклида ишланган юпқа бир жинсли қобиқнинг уш чегараловчи текисликка тик бўлиб, ярим сфера марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблан-



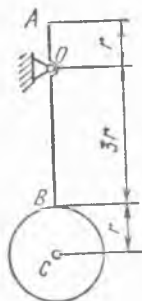
34.15- масалага



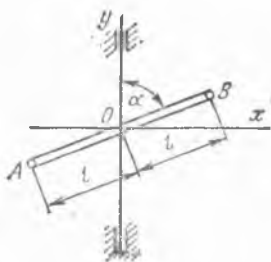
34.17- масалага



34.18- масалага



34.19- масалага



34.20- масалага

син. Қобиқнинг M массаси ярим сфера сирти бўйлаб бир текис тақсимланган.

Жавоб: $\frac{2}{3} MR^2$.

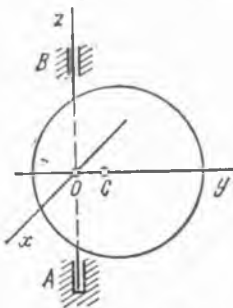
34.18. Бир жинсли туташ цилиндрнинг радиуси 4 см, баландлиги 40 см га тенг. Шу цилиндрнинг, цилиндр ўқиға тик бўлиб, унинг C массалар марказидан 10 см масофада турувчи z ўққа нисбатан инерция радиуси ҳисоблансин.

Жавоб: 15,4 см.

34.19. Маятник M_1 массали ингичка бир жинсли AB стержень учига бириктирилган массаси M_2 бўлган бир жинсли C дискдан иборат. Стержень узунлиги $4r$, бу ерда r — диск радиуси. Маятникнинг стержень учидан r масофала, маятник текислигига тик қилиб ўтказилган O осилиш ўқиға нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $\frac{14 M_1 + 99 M_2}{6} r^2$.

34.20. Массаси M бўлган, $2l$ узунликдаги ингичка бир жинсли AB стержень O маркази билан вертикал ўққа бириктирилган. Стержень вертикал билан α бурчак ташкил этади. Стерженнинг I_x , I_y моментлари ҳамда I_{xy} марказдан қочма инерция моменти ҳисоблансин. Координата ўқлари расмда кўрсатилган.

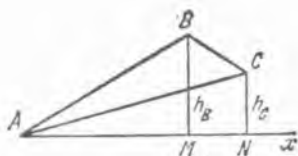


34.21- масалага

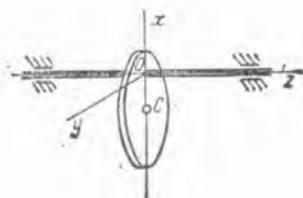
Жавоб: $I_x = \frac{Ml^2}{3} \cos^2 \alpha$, $I_y = \frac{Ml^2}{3} \sin^2 \alpha$,

$I_{xy} = \frac{Ml^2}{6} \sin 2\alpha$.

34.21. Массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли доиравий диск C массалар марказидан $OC = \frac{r}{2}$ масофада турувчи AB ўққа бириктирилган. Дискнинг ўқларга нисбатан ва марказдан қочма инерция моментлари ҳисоблансин.



34.22- масалага



34.24- масалага

Жавоб: $I_x = \frac{3}{4} Mr^2$, $I_y = \frac{Mr^2}{4}$, $I_z = \frac{Mr^2}{2}$, $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$.

34.22. Массаси M га тенг бир жинсли ABC учбурчак пластинканинг, унинг A учидан ўтиб, пластинка текислигида ётадиган x ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин. B ва C нуқталардан x ўққача бўлган масофалар берилган: $BM = h_B$, $CN = h_C$.

Жавоб: $I_x = \frac{M}{6} (h_B^2 + h_B \cdot h_C + h_C^2)$.

34.23. 34.1-масаланинг берилганларига асосан, тирсакли валнинг марказдан қочма инерция моментлари I_{xz} , I_{yz} , I_{xy} аниқлансин.

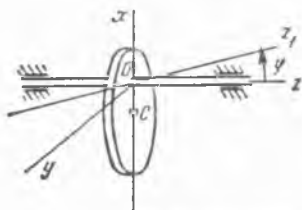
Жавоб: $I_{xz} = -\frac{3}{2} md(a+b)$, $I_{yz} = -\frac{\sqrt{3}}{2} md(a+b)$, $I_{xy} = 0$.

34.24. Бир жинсли, доиравий M массали диск унинг текислигига тик бўлган z ўққа эксцентрик ҳолда ўрнатилган. Диск радиуси r га тенг, эксцентриситети $OC = a$, бунда C — дискнинг массалар маркази. Дискнинг ўқларга нисбатан I_x , I_y , I_z ва марказдан қочма I_{xy} , I_{xz} , I_{yz} инерция моментлари ҳисоблансин. Координата ўқлари расмда кўрсатилган.

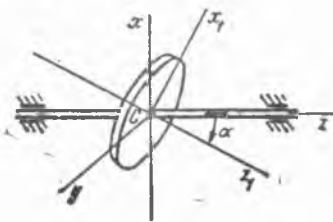
Жавоб: $I_x = \frac{1}{4} Mr^2$, $I_y = M \left(\frac{r^2}{4} + a^2 \right)$, $I_z = M \left(\frac{r^2}{2} + a^2 \right)$,
 $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$.

34.25. 34.24-масаланинг шартларига асосан дискнинг xz вертикал текисликдаги z ўқ билан φ бурчак ҳосил қилган z_1 ўққа нисбатан инерция моменти ҳисоблансин.

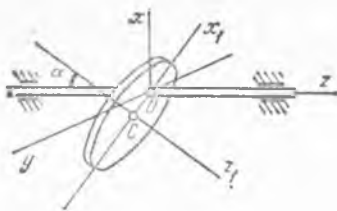
Жавоб: $I_{z_1} = \frac{1}{4} Mr^2 \sin^2 \varphi + M \left(\frac{r^2}{2} + a^2 \right) \cos^2 \varphi$.



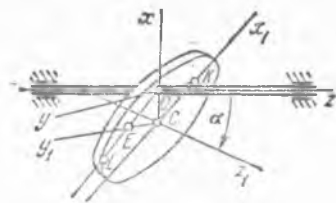
34.25- масалага



34.26- масалага



34.27- масалага



34.28- масалага

34.26. Массаси M бўлган бир жинсли доиравий диск унинг C массалар марказидан ўтувчи z ўққа ўрнатилган. Дискнинг z_1 симметрия ўқи xz вертикал симметрия текислигида ётиб, z ўқ билан α бурчак ҳосил қилади. Диск радиуси r га тенг. Дискнинг марказдан қочма инерция моментлари I_{xz} , I_{yz} , I_{xy} ҳисоблансин (координата ўқлари расмда кўрсатилган).

Жавоб: $I_{xy} = I_{yz} = 0$, $I_{xz} = (I_{z_1} - I_{x_1}) \frac{\sin 2\alpha}{2} = \frac{1}{8} Mr^2 \sin 2\alpha$.

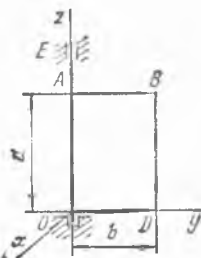
34.27. Олдинги масалани диск z ўқига эксцентрик ўрнатилган ва бу эксцентриситетни $OC = a$ деб ҳисоблаб, ечилсин.

Жавоб: $I_{xy} = I_{yz} = 0$, $I_{xz} = \frac{M}{2} \left(\frac{r^2}{4} + a^2 \right) \sin 2\alpha$.

34.28. Радиуси R га тенг бир жинсли доиравий диск O нуқтадан ўтиб, дискнинг Cz_1 симметрия ўқи билан α бурчак ҳосил қилувчи z айланиш ўқига ўрнатилган. Диск массаси M га тенг. Дискнинг z айланиш ўқига нисбатан I_z инерция моменти ва I_{xz} , I_{yz} марказдан қочма инерция моментлари аниқлансин. Бунда z ўқнинг диск текислигидаги проекцияси OL га тенг ва $OE = a$, $OK = b$.

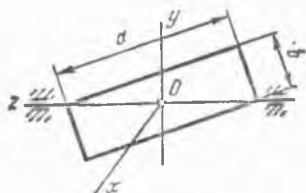
Жавоб: $I_z = M \left[\left(a^2 + \frac{1}{2} R^2 \right) \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} R^2 \sin^2 \alpha + b^2 \right]$,
 $I_{xz} = M \left(\frac{1}{4} R^2 + a^2 \right) \sin \alpha \cos \alpha$, $I_{yz} = Ma b \sin \alpha$.

34.29. Массаси M , томонлари a ва b бўлган бир жинсли тўғри бурчакли $OABD$ пластинка OA томони орқали OE ўққа бириктирилган. Пластинканинг I_{xz} , I_{yz} ва I_{xy} марказдан қочма инерция моментлари ҳисоблансин.



34.29- масалага

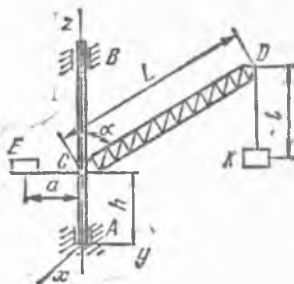
Жавоб: $I_{xz} = I_{xy} = 0$, $I_{yz} = \frac{Mab}{4}$.



34.30- масалага

34.30. Массаси M , томонларининг узунликлари a ва b бўлган бир жинсли тўғри бурчакли пластинка, ўзининг диагоналларида бири орқали ўтайдиган z ўққа бириктирилган. Пластинканинг I_{yz} марказдан қочма инерция моменти ҳисоблансин, бунда y ва z ўқлар пластинка билан бирга расм текислигида ётувчи ўқлардир. Координата боши пластинканинг массалар маркази билан устма-уст тушади.

Жавоб: $I_{yz} = \frac{M}{12} \frac{ab(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2}$.



34.31- масалага

34.31. Кўтариш кранининг айланувчи қисми L узунликдаги M_1 массали CD стрела, M_2 массали E посанги ва M_3 массали K юкдан иборат. Стрелани ингичка бир жинсли балка, E посанги ва K юкни моддий нуқталар деб қараб, кранининг вертикал айланиш ўқи z га нисбатан I_z инерция моменти ва кран билан боғланган x, y, z координаталар системасига нисбатан марказдан қочма инерция моментлари аниқлансин. Бутун системанинг массалар маркази z ўқида, CD стрела эса yz текислигида жойлашган.

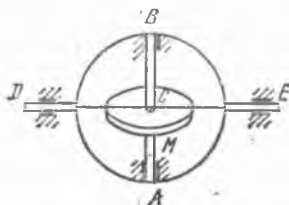
Жавоб: $I_z = M_2 a^2 + \left(M_3 + \frac{1}{3} M_1 \right) L^2 \sin^2 \alpha$, $I_{yz} = \frac{M_3 + \frac{1}{3} M_1}{2} \times \times L^2 \sin 2\alpha - M_3 L l \sin \alpha$, $I_{xy} = I_{xz} = 0$.

35- §. Моддий система массалар марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема

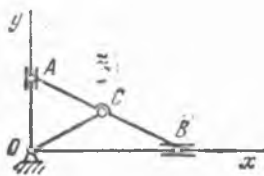
35.1. AB ўқ атрофида айланаётган M маховикка таъсир этувчи ташқи кучларнинг бош вектори аниқлансин. Доирaviй рамага ўрнатилган AB ўқ ўз навбатида E ўқ атрофида айланади. Маховикнинг C массалар маркази AB ва DE ўқларнинг кесишиш нуқтасига мос келади.

Жавоб: ташқи кучларнинг бош вектори нолга тенг.

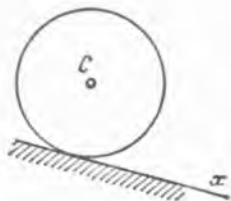
35.2. Расмда тасвирланган AB эллипсограф линейкасига қўйилган ташқи кучлар бош вектори аниқлансин. OC кривошип ω ўзгар-



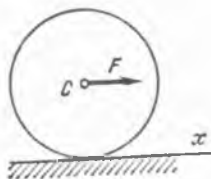
85,1- масалага



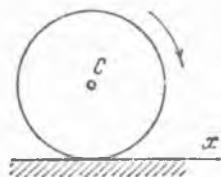
35,2- масалага



35.3- масалага



35.4- масалага



35.5- масалага

мас бурчак тезлик билан айланади; AB линейка массаси M га тенг; $OC = AC = BC = l$.

Жавоб: ташқи кучларнинг бош вектори CO га параллел ва миқдори $Ml\omega^2$ га тенг.

35.3. Қия текислик бўйлаб юқоридан пастга юмалаб тушаётган M массали ғилдиракнинг C массалар маркази $x_C = at^2/2$ қонунга асосан ҳаракатланса, ғилдиракка таъсир этадиган ташқи кучлар бош вектори аниқлансин.

Жавоб: ташқи кучларнинг бош вектори x ўққа параллел бўлиб, ҳаракат бўйича йўналган ва миқдори Ma га тенг.

35.4. Ғилдирак расмда тасвирланган F куч таъсирида горизонтал тўғри чизик бўйлаб сирғаниб юмалайди. Ғилдиракнинг C массалар маркази ҳаракати қонунини топилсин, сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг; $F = 5fP$ бўлиб, бунда P ғилдирак оғирлигини ифодалайди. Бошланғич пайтда ғилдирак тинч турган.

Жавоб: $x_C = 2fgt^2$.

35.5. Ғилдирак унга қўйилган айлантирувчи момент таъсирида горизонтал тўғри чизик бўйлаб сирғаниб ғилдирайди. Агар сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг бўлса, ғилдиракнинг C массалар маркази ҳаракати топилсин. Бошланғич пайтда ғилдирак тинч туради.

Жавоб: $x_C = \frac{f g t^2}{2}$.

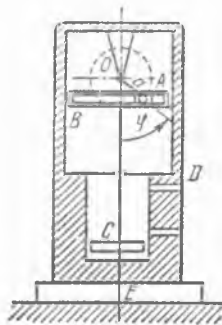
35.6. Трамвай вағони рессораларда амплитудаси $2,5$ см ва даври $T = 0,5$ с бўлган вертикал гармоник тебранма ҳаракат қилади. Юк ортилган кузовнинг массаси 10 т, тележка билан ғилдиракларнинг массаси 1 т. Вагоннинг рельсга туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: $68,0$ дан $147,6$ кН гача.

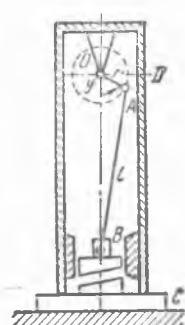
35.7. Суз чиқарадиган насоснинг салт ишлаган вақтида ерга туширадиган босими аниқлансин; D корпусдаги қўзғалмас қисмларнинг ва E фундаментнинг массаси M_1 га тенг, $OA = a$ кривошипнинг массаси M_2 га тенг, B кулиса ва C поршеннинг биргаликдаги массаси M_3 га тенг, ω бурчак тезлик билан бир текис айланаётган OA кривошип бир жинсли стержень деб ҳисоблансин.

Жавоб: $N = (M_1 + M_2 + M_3)g + \frac{a\omega^2}{2}(M_2 + 2M_3)\cos\omega t$.

35.8. Олдинги масаланинг берилганларидан фойдаланиб, насосни эластиклик коэффициенти c бўлган эластик асосга ўрнатилган деб олинсин ва OA кривошип O ўқининг вертикал йўналишдаги ҳаракат қонуни топилсин. O ўқ бошланғич пайтда статик мувозанат ҳолатда бўлган ва унга вертикал бўйича пастга йўналган v_0 бошланғич тезлик берилган. Вертикал пастга йўналтирилган x ўқининг ҳисоб боши қилиб O ўқининг статик мувозанат ҳолати олинсин. Қаршилиқ кучлари ҳисобга олинмасин.



35.7- масалага



35.9- масалага

Жавоб: 1) $\frac{c}{M_1 + M_2 + M_3} \neq \omega^2$ бўлганда, $x_0 = \frac{-h}{k^2 - \omega^2} \cos kt + \frac{v_0}{k} \sin kt + \frac{h}{k^2 - \omega^2} \cos \omega t$, бунда $k = \sqrt{\frac{c}{M_1 + M_2 + M_3}}$,
 $h = \frac{M_2 + 2M_3}{M_1 + M_2 + M_3} \cdot \frac{a\omega^2}{2}$,

2) $\frac{c}{M_1 + M_2 + M_3} = \omega^2$ бўлганда, $x_0 = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + \frac{h}{2\omega} t \sin \omega t$.

35.9. Металл кесадиган қайчи, B ползунига қўзғалувчан пичоқ маҳкамланган OAB кривошип-ползунли механизмдан иборат. Қўзғалмас пичоқ C фундаментга маҳкамланган. Фундаментнинг ерга туширадиган босими аниқлансин; кривошипнинг узунлиги r , массаси M_1 , шатуннинг узунлиги l , B ползун билан қўзғалувчан пичоқнинг массаси M_2 , C фундамент билан D корпуснинг массаси M_3 га тенг. Шатун массаси ҳисобга олинмасин. ω бурчак тезлик билан текис айланаётган OA кривошип бир жинсли стержень деб ҳисоблансин.

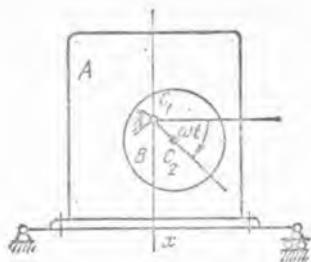
Қўрсатма. $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2} \sin^2 \omega t$ ифодани қаторга ёйиш ва қатордаги $\frac{r}{l}$ га нисбатан иккинчи даражадан юқори бўлган ҳамма ҳадларни ташлаб юбориш керак.

Жавоб: $N = (M_1 + M_2 + M_3)g + \frac{r\omega^2}{2} \left[(M_1 + 2M_2) \cos \omega t + 2M_2 \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right]$.

35.10. Массаси M_1 бўлган электр мотор силлиқ фундаментга маҳкамланмасдан ўрнатилган. Узунлиги $2l$ ва массаси M_2 бўлган стержень бир учи билан мотор валига тўғри бурчак остида маҳкамланган, стерженнинг иккинчи учига нуқтавий M_3 массали юк ўрнатилган; валнинг бурчак тезлиги ω га тенг.



35.10- масалага



35.12- масалага

1) моторнинг горизонтал ҳаракати; 2) агар электр моторнинг корпуси фундаментга болтлар билан маҳкамланган бўлса, шу болтларга таъсир қилувчи энг катта горизонтал зўриқиш R аниқлансин.

Жавоб: 1) амплитудаси $\frac{l(M_2 + 2M_3)}{M_1 + M_2 + M_3}$ ва даври $\frac{2\pi}{\omega}$ бўлган гармоник тебранма ҳаракат; 2) $R = (M_2 + 2M_3)l\omega^2$.

35.11. Олдинги масала шартларига қараб электр моторнинг шундай бурчак тезлиги ω аниқлансинки, бунда болтлар билан фундаментга маҳкамланмаган электр мотори фундаментда сакрайдиган бўлсин.

Жавоб: $\omega > \sqrt{\frac{(M_1 + M_2 + M_3)g}{(M_2 + 2M_3)l}}$.

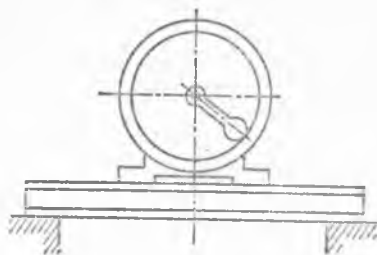
35.12. Электромоторни йиғишда унинг B ротори C_1 айланиш ўқиға $C_1C_2 = a$ масофада эксцентрик ўрнатилди, бунда C_1 — A статорнинг массалар маркази, C_2 эса — B роторнинг массалар маркази. Ротор ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. Электромотор статик эгилиш Δ бўлган эластик балканинг ўртасига ўрнатилган; M_1 — статор массаси, M_2 — ротор массаси. C_1 нуқта бошланғич пайтда статик мувозанат ҳолатида тинч турган деб, унинг вертикал бўйлаб ҳаракати аниқлансин. Қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. x ўқнинг боши сифатида C_1 нуқтанинг статик мувозанат ҳолати олинсин.

Жавоб: 1) $\sqrt{\frac{g}{\Delta}} \neq \omega$ бўлганда, $x_1 = -\frac{\omega}{k} \frac{h}{k^2 - \omega^2} \sin kt + \frac{h}{k^2 - \omega^2} \sin \omega t$, бунда $k = \sqrt{\frac{g}{\Delta}}$, $h = \frac{M_2}{M_1 + M_2} a \omega^2$; 2) $\sqrt{\frac{g}{\Delta}} = \omega$ бўлганда, $x_1 = \frac{h}{2\omega^2} \sin \omega t - \frac{h}{2\omega} t \cos \omega t$.

35.13. Массаси M_1 бўлган электр мотори биқирлиги c га тенг балкаға ўрнатилган. Мотор валига вал ўқидан l масофада M_2 массали юк ўрнатилган. Моторнинг бурчак тезлиги $\omega = \text{const}$. Балка массасини ва ҳаракатга бўладиган қаршиликни ҳисобга олмай, мотор мажбурий тебранишларининг амплитудаси ва унинг минутига айланишлари критик сони аниқлансин.

Жавоб: $a = \frac{M_2 l \omega^2}{c - (M_1 + M_2) \omega^2}$, $n_{кр} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{M_1 + M_2}}$.

35.14. Расмда BD балканинг ўртасида тормозланган M_1 масса-ли A кран тележкasi тасвирланган. Тележканинг C_1 массалар маркази-га, бир учига M_2 массали C_2 юк боғланган l узунликтаги трос осил-ган. Трос юки билан вертикал те-кисликда гармоник тебранади. Қу-йидагилар аниқлансин: 1) BD бал-кани абсолют қаттиқ ҳисоблаб, вер-тикал реакция кучларининг йиғин-диси; 2) эластик деб қаралувчи балканинг эластиклик коэффициенти c га тенг бўлса, C_1 нуқтанинг вертикал йўналишдаги ҳаракат қонуни.



35.13- масалага

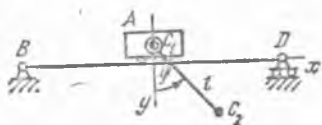
Бошланғич пайтда деформацияланмаган балка горизонтал ҳолат-да тинч турган. Троснинг тебранишларини кичик ҳисоблаб: $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$ деб қабул қилинсин. y ўқнинг боши C_1 нуқтанинг статик мувозанат ҳолатида олинсин. Троснинг массаси ва балка узунлигига нисбатан тележка ўлчовлари кичик бўлганидан тележка ўлчовлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $R_y = (M_1 + M_2)g$; 2) C_1 нуқта $y_1 = -\frac{(M_1 + M_2)g}{c} \times \cos \sqrt{\frac{c}{M_1 + M_2}} t$ қонунга асосан эркин тебранади.

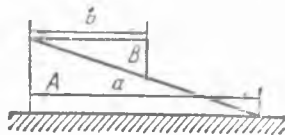
35.15. Олдинги масаладаги берилганларни сақлаб қолиб ва BD балкани абсолют қаттиқ ҳисоблаб: 1) рельслар горизонтал реакция-ларининг йиғиндиси топилинсин; 2) тележкани тормозланмаган деб фараз қилиб, A тележка массалар маркази C_1 нинг x ўқ бўйлаб ҳа-рекат қонуни аниқлансин. Бошланғич пайтда C_1 нуқта x ўқнинг бо-шида тинч турган. Трос $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$ қонунга асосан тебранади.

Жавоб: 1) $R_x = -M_2 l \varphi_0 \omega^2 \cos \omega t$; 2) C_1 нуқта амплитудаси $\frac{M_2}{M_1 + M_2} l \varphi_0$ ва доиравий частотаси ω бўлган $x_1 = \frac{M_2}{M_1 + M_2} l \varphi_0 \times (1 - \cos \omega t)$ қонунга асосан тебранма ҳаракат қилади.

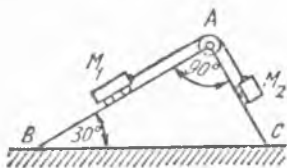
35.16. Тинч турган қайиқнинг ўртадаги ўриндиғида икки киши ўтирган эди. Улардан бири — массаси $M_1 = 50$ кг бўлгани ўнгга — қайиқнинг тумшугига ўтади. Қайиқ қўзғалмай туравериши учун $M_2 = 70$ кг массали иккинчи киши қайси томонга ва қанча нарига ўтиши керак? Қайиқнинг узунлиги 4 м. Сувининг қайиқ ҳаракатига кўрсатадиган қаршилиғи ҳисобга олинмасин.



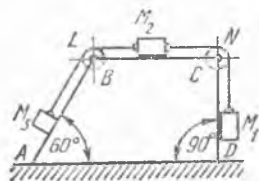
35.14- масалага



35.17- масалага



35.19- масалага



35.20- масалага

Жавоб: қайиқнинг қуруғига — чап томонга 1,43 м сурилиши керак.

35.17. Горизонтал текисликда ётган бир жинсли A призманинг устига бир жинсли B призма қўйилган: призмаларнинг кўндаланг қирқими тўғри бурчакли учбурчаклардан иборат бўлиб, A призманинг массаси B призманинг массасидан уч баравар кўп. Призмалар билан горизонтал текисликни ниҳоят даражада силлиқ деб фараз қилиб, B призма A призма устидан пастга тушиб, горизонтал текисликка етганда A призманинг қандай масофага силжиши аниқлансин.

Жавоб: $l = \frac{a-b}{4}$.

35.18. Дастлабки пайтда тинч турган, узунлиги 6 м, массаси 2700 кг бўлган горизонтал вагон-платформа бўйлаб икки ишчи оғир қўймани платформанинг чап учидан ўнг учига томон юмалатиб ўтишди. Агар юк ва ишчиларнинг умумий массаси 1800 кг бўлса, платформа қайси йўналишда ва қанча масофага силжийди? Платформа ҳаракатига бўлган қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: чап томонга, 2,4 м масофага силжийди.

35.19. A блокдан ўтган, чўзилмас ип билан туташтирилган M_1 ва M_2 массали иккита M_1 ва M_2 юклар тўғри бурчакли понанинг силлиқ ён томонлари бўйлаб сирғанади; пона BC асоси билан горизонтал силлиқ текисликка таяниб туради. M_1 юк $h = 10$ см пастга тушганида понанинг горизонтал текислик бўйлаб қанча силжиши топилсин. Пона массаси $M = 4M_1 = 16M_2$; ипнинг ва блокнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: пона ўнг томонга 3,77 см га силжийди.

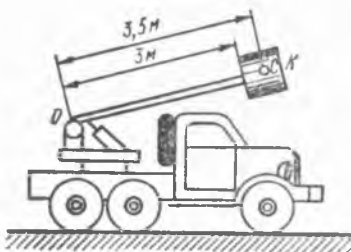
35.20. Массалари $M_1 = 20$ кг, $M_2 = 15$ кг ва $M_3 = 10$ кг бўлган учта юк қўзғалмас L ва N блоклардан ўтган ва оғирлиги бўлмаган чўзилмас ип билан туташтирилган. M_1 юк пастга тушганида M_2 юк, массаси $M = 100$ кг бўлган тўртбурчакли $ABCD$ кесик пирамиданинг юқориги асоси бўйлаб ўнг томонга силжийди, M_3 юк эса AB ён ёқ бўйлаб юқорига кўтарилади. Агар M_1 юк 1 м паст тушган бўлса, $ABCD$ кесик пирамида билан пол ўртасидаги ишқаланнишни ҳисобга олмай, $ABCD$ кесик пирамиданинг полга нисбатан қанча силжиганлиги аниқлансин.

Жавоб: 14 см чапга.

35.21. Кўчадаги электр шохобчаларининг ремонтда ишлатиладиган қўзғалувчи айланма кран массаси 1 т бўлган авто-

машинага ўрнатилган. L стерженга маҳкамланган K кажава расм текислигига тик бўлган O горизонтал ўқ атрофида айлана олади. Бошланғич пайтда горизонтал ҳолатда бўлган кран ва автомашина тинч туришган. Кран 60° га айланган бўлса, тормозсиз қўйилган автомашинанинг силжиши аниқлансин. Бир жинсли, 3 м uzunликдаги L стержень массаси 100 кг га тенг, K — кажаваники эса 200 кг. K кажаванинг C массалар маркази O ўқдан $OC = 3,5$ м масофада туради. Ҳаракатга бўладиган қаршиликлар ҳисобга олинмасин.

Жавоб: ўнг томонга $32,7$ см.



35.21- масалага

36- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош векторининг ўзгариши ҳақидаги теорема. Туташ муҳитларга татбиқи

36.1. Расмда тасвирланган ишлаётган тезликлар редукторининг тўртта айланувчи тишли гилдираклари ҳар бирининг оғирлик марказлари айланиш ўқларида ётса, редукторнинг ҳаракат миқдорлари бош вектори аниқлансин.

Жавоб: ҳаракат миқдорлари бош вектори нолга тенг.

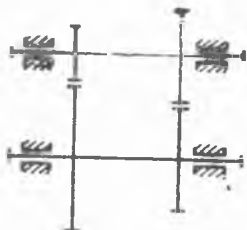
36.2. Олдинги масалада қўрилган редукторга қўйилган ташқи кучларнинг ихтиёрий чекли вақт оралиғида ҳисил қилган импульсларининг йиғиндисини аниқлансин.

Жавоб: ташқи кучлар импульсларининг йиғиндисини нолга тенг.

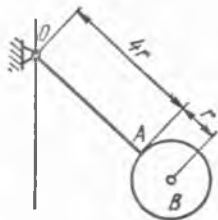
36.3. Массаси M_1 , узунлиги $4r$ бўлган бир жинсли OA стержендан ва M_2 массали, r радиусли бир жинсли B дискдан ташкил топган маятник ҳаракат миқдорининг бош вектори топилинсин; маятникнинг берилган пайтдаги бурчак тезлиги ω га тенг.

Жавоб: ҳаракат миқдорининг бош вектори OA стерженга тик йўналган ва миқдори $(2M_1 + 5M_2)r\omega$ га тенг.

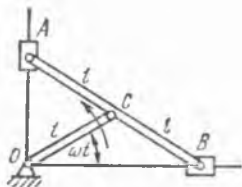
36.4. Эллипсограф механизми ҳаракат миқдори бош векторининг қиймати ва йўналиши аниқлансин; кривошип массаси M_1 га, эллипсограф AB линейкасининг массаси $2M_1$ га, A ва B муфталардан ҳар қайсисининг массаси M_2 га тенг. Ўлчовлар: $OC = AC = CB = l$



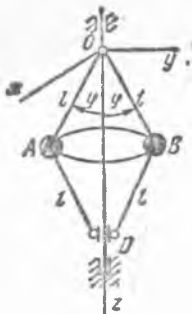
36.1- масалага



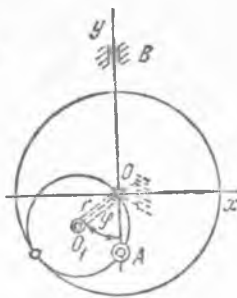
36.3- масалага



36.4- масалага



36.5- масалага



36.6- масалага

берилган. Кривошип ва линейканинг массалар марказлари уларнинг ўртасига ўрнашган. Кривошип ω бурчак тезлик билан айланади.

Жавоб: бош векторнинг қиймати $Q = \frac{\omega l}{2} (5M_1 + 4M_2)$; бош векторнинг йўналиши кривошипга тик.

36.5. Вертикал ўқ атрофида тезланувчан айланаётган марказдан қочма регулятор

ҳаракат миқдорининг бош вектори аниқлансин. Бунда φ бурчаклар $\varphi = \varphi(t)$ қонун бўйича ўзгаради ва юқориги стерженлар айланиб A ва B шарларни кўтаради. Стерженларнинг узунликлари: $OA = OB = AD = BD = l$. M_2 массали D муфтаннинг массалар маркази z ўқда ётади. A ва B шарлар ҳар бирининг массаси M_1 бўлган моддий нуқталар деб ҳисоблансин. Стерженларнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $Q_x = Q_y = 0$, $Q_z = -2(M_1 + M_2)l \varphi \sin \varphi$, бунда Q — ҳаракат миқдорининг бош вектори; yz текислиги регулятор стерженлари текислиги билан устма-уст тушади.

36.6. Расмда кўрсатилган механизмдаги ҳаракатланувчи ёлдиракнинг радиуси r , массаси M ва массалар маркази O_1 нуқтада; тўғри чизиқли AB стержень массаси kM га тенг бўлиб, унинг массалар маркази ўзининг ўртасида. OO_1 кривошип O ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Кривошип массасини ҳисобга олмай, системанинг ҳаракат миқдори бош вектори аниқлансин.

Жавоб: Система ҳаракат миқдори бош векторининг координата ўқларидаги проекциялари: 1) Ox ўққа: $-Mr\omega \cos \omega t$; 2) Oy ўққа: $Mr\omega(1 + 2k) \sin \omega t$.

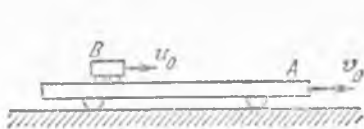
36.7. Тўп стволининг массаси 11 т. Снаряд массаси 54 кг. Снаряднинг тўп оғзидан отилиб чиқиш тезлиги $v_0 = 900$ м/с. Снаряд отилиб чиқиш пайтида тўп стволининг эркин суратда орқага тепиш тезлиги аниқлансин.

Жавоб: Тўп стволининг орқага тепиш тезлиги 4,42 м/с бўлиб, снаряд ҳаракатига қарама-қарши томонга йўналган.

36.8. 15 м/с тезлик билан учиб бораётган 12 кг массали граната ҳавода икки парчага ажралган. Массаси 8 кг бўлган парчасининг тезлиги ҳаракат йўналишида 25 м/с гача кўпайган. Иккинчи парчасининг тезлиги аниқлансин.

Жавоб: 5 м/с бўлиб, йўналиши биринчи парча ҳаракатига қарама-қарши.

36.9. Инерцияси бўйича v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган A горизонтал платформа бўйлаб B аравача u_0 доимий нисбий тезлик билан силжийди. Бирор пайт тележка тормозланади. Платформа массаси M , тележка массаси m бўлса, тележка тўхтаганидан кейин платформанинг аравача билан умумий тезлиги v аниқлансин.



36.9- масалага



36.11- масалага

Жавоб: $v = v_0 + \frac{M+m}{M+m} u_0$

36.10. Олдинги масаланинг шартларини сақлаган ҳолда, B ара-
вача тормозлай бошланган пайтдан бошлаб A платформа бўйлаб
қанча s масофани ўтгандан кейин узил-кесил тўхташи ва тормозла-
ниш вақти τ аниқлансин; тормозлаш вақтида миқдори ўзгармас F
қаршилик кучи вужудга келади деб ҳисоблансин.

Қўрсатма. Тележканинг ҳаракати дифференциал тенгламасида $Mv + m \times (u + r) = \text{const}$ муносабатдан фойдаланилсин, бунда u ва v — ўзгарувчан тез-
ликлар.

Жавоб: $s = \frac{1}{2} \frac{mM}{m+M} \cdot \frac{u_0^2}{F}$, $\tau = \frac{mM}{m+M} \cdot \frac{u_0}{F}$

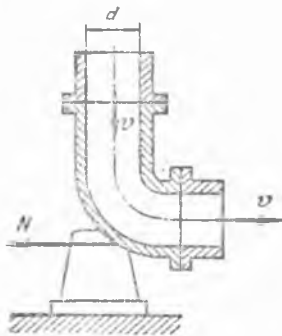
36.11. Ўт ўчирувчи шлангнинг қўндаланг қирқими 16 см^2 бўл-
ган учидан сув 8 м/с тезлик билан горизонтга $\alpha = 30^\circ$ бурчак ости-
да отилиб чиқади. Сув оқимининг шаклига сғирлик кучининг
қўрсатадиган таъсирини ҳисобга олмай, сув оқимининг вертикал
деворга туширадиган босими аниқлансин. Сув заррачалари деворга
дуч келганида девор бўйлаб йўналган тезлик олади деб ҳисоблан-
син.

Жавоб: $88,8 \text{ Н}$.

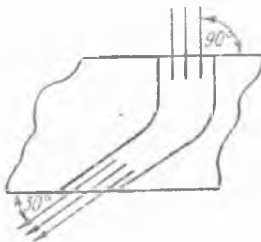
36.12. Диаметри $d = 300 \text{ мм}$ бўлган тирсакли трубада сув $v =$
 $= 2 \text{ м/с}$ тезлик билан оқаётганида, сувнинг ҳаракати туфайли труба
тирсагидаги таянчга тушадиган босимнинг N горизонтал тузувчиси
аниқлансин.

Жавоб: $N = 284 \text{ Н}$.

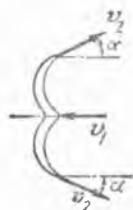
36.13. Қирқими ўзгариб борадиган
қўзғалмас каналга горизонтга $\alpha = 90^\circ$
бурчак остида $v_0 = 2 \text{ м/с}$ тезлик би-



36.12- масалага



36.13- масалага



36.14- масалага

лан сув кирмоқда; канал вертикал текисликка нисбатан симметрик бўлиб, сув кирадиган жойдаги қирқими $0,02 \text{ м}^2$; сувнинг каналдан чиққан жойдаги тезлиги $v_1 = 4 \text{ м/с}$ бўлиб, горизонтга $\alpha_1 = 30^\circ$ бурчак остида йўналган. Сув канал деворида ҳосил қиладиган реакцияси горизонтал тузувчисининг миқдори аниқлансин.

Жавоб: 138 Н.

36.14. Турбина ғилдирагининг қўзғалмас курагига сув оқими кўрсатадиган босимнинг горизонтал тузувчиси аниқлансин; сарфланган сувнинг ҳажми Q , зичлиги γ , сувнинг куракка келиш тезлиги v_1 горизонтал йўналган, сувнинг чиқиш тезлиги v_2 горизонт билан α бурчак ҳосил қилади.

Жавоб: $N = \gamma Q (v_1 + v_2 \cos \alpha)$.

37. §. Моддий система ҳаракат миқдори бош моментининг ўзгариши ҳақида теорема. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланишининг дифференциал тенгламаси

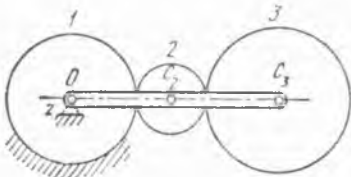
37.1. Массаси 50 кг ва радиуси $R = 30 \text{ см}$ бўлган бир жинсли доиравий диск ўз ўқи атрофида минутага 60 марта айланиб, горизонтал текисликда сирғанмай ғилдирайди. Диск ҳаракат миқдорининг қуйидаги ўқларга нисбатан бош моменти ҳисоблансин: 1) ҳаракат текислигига перпендикуляр ҳолда дискнинг марказидан ўтadиган ўққа, 2) оний ўққа нисбатан.

Жавоб: 1) $14,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$; 2) $42,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$.

37.2. Эллипсограф AB линейкасининг абсолют ҳаракати ҳаракат миқдорининг OC кривошип айланиш ўқи билан устма-уст тушадиган z ўққа нисбатан бош моменти, шунингдек, линейканинг C атрофидаги нисбий ҳаракати ҳаракат миқдорининг унинг C масеалар марказидан z ўққа параллел ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти ҳисоблансин. Кривошип, z ўқдаги проекцияси ω_z га тенг бўлган бурчак тезлик билан айланади; линейка массаси m ; $OC = AC = BC = l$ (34.5- масалага берилган расмга қаранг).

Жавоб: $L_{O_z} = \frac{2}{3} m l^2 \omega_z$, $L_{C_z} = -\frac{m l^2}{3} \omega_z$.

37.3. Планетар узатманинг, OC_3 кривошипнинг айланиш ўқи билан устма-уст тушадиган, қўзғалмас z ўққа нисбатан ҳаракат миқдорининг бош моменти ҳисоблансин. 1 қўзғалмас ва 3 қўзғалувчи ғилдиракларнинг радиуслари бир хил бўлиб, r га тенг. 3 ғилдирак массаси m га тенг. m_2 массали 2- ғилдирак r_2 радиусга эга. Кривошип, z ўқдаги проекцияси ω_z га тенг бўлган бурчак тезлик билан айланади. Кривошипнинг массаси ҳисобга олинмасин. Ғилдиракларни бир жинсли дисклар деб ҳисоблансин.



37.3- масалага

$$\text{Жавоб: } \Delta_{O_2} = \frac{m_2(2r + 3r_2) + 8m(r + r_2)}{2} (r + r_2)\omega_2.$$

37.4. Радиуси $r = 20$ см, массаси $M = 3,27$ кг бўлган A шкивин айлантирувчи тасманинг етакчи ва етакланувчи қисмларидаги тортилиш кучлари тегишлича, $T_1 = 100$ Н, $T_2 = 50$ Н га тенг. Шкив $\varepsilon = 1,5$ рад/с² бурчак тезланиш билан айланиши учун қаринилик кучларининг моменти қанча бўлиши керак? Шкив бир жинсли диск деб ҳисоблансин.

Жавоб: 9,8 Н·м.

37.5. Цапфалардаги ишқаланиш моментини аниқлаш учун валга массаси 500 кг бўлган маховик ўрнатилган; маховикнинг инерция радиуси $\rho = 1,5$ м. Маховикка $n_0 = 240$ айл/мин га тўғри келадиган бурчак тезлик берилиб, ўз ихтиёрига қўйилган, шунда у 10 минутдан кейин тўхтаган. Ўзгармас деб қаралувчи ишқаланиш моменти аниқлансин.

Жавоб: 47,1 Н·м.

37.6. Катта маховикларни тез тўхтатиш учун электр тормоз ишлатилади; бу тормоз диаметрал равишда жойлашган иккита қутбдан иборат бўлиб, уларда ўзгармас ток билан таъминланувчи чулғам бор. Маховик қутблар ёнида айланганида, унда индукцияланадиган тоқлар, маховик гардишидаги v тезликка пропорционал бўлган тормозловчи M_1 моментни ҳосил қилади: $M_1 = kv$, бунда k — магнит оқимига ва маховикнинг ўлчовига боғлиқ бўлган коэффициент. Подшипникдаги ишқаланиш моменти M_2 ни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин; диаметри D бўлган маховикнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг. ω_0 бурчак тезлик билан айланаётган маховикнинг қанча вақтдан кейин тўхташи топилсин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{2I}{kD} \ln \left(1 + \frac{kD\omega_0}{2M_2} \right).$$

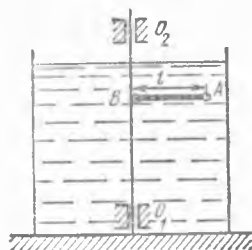
37.7. Тинч ҳолатда турган қаттиқ жисм M га тенг ўзгармас момент таъсирида қўзғалмас вертикал ўқ атрофида айланишга келтирилади; бунда қаршилик кучларининг қаттиқ жисм айланишининг бурчак тезлиги квадратиға пропорционал бўлган M_1 моменти ҳосил бўлади: $M_1 = \alpha \omega^2$. Бурчак тезлигининг ўзгариш қонуни топилсин. Қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{M}{\alpha} \frac{e^{\beta t} - 1}{e^{\beta t} + 1}}, \text{ бунда } \beta = \frac{2}{I} \sqrt{\alpha M}.$$

37.8. Олдинги масала, қаршилик кучларининг M_1 моменти қаттиқ жисм айланишининг бурчак тезлигиға пропорционал: $M_1 = \alpha \omega$ деб счилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t/I}).$$

37.9. Суюқлик солинган идиш ичида турган ва узунлиги l бўлган AB стерженнинг учига маҳкамланган A шарча бошланғич ω_0 бурчак тезлик билан вертикал O_1O_2 ўқ атрофида айлантирилади. Суюқликнинг қаршилик кучи айланишининг бурчак тезлигиға про-



37.9- масалага



37.10- масалага

порционал: $R = \alpha m \omega$, бу ерда m — шарчанинг массаси, α — пропорционаллик коэффициенти. Қанча вақтдан кейин айланиш бурчак тезлиги бошланғич бурчак тезликдан икки баравар камайиши ва шарчали стерженнинг шу вақт ичида неча марта айланиши аниқлансин. Шарчанинг массаси унинг марказига жойлашган деб ҳисоблансин, стержень массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{l}{\alpha} \ln 2, \quad n = \frac{l \omega_0}{4 \pi \alpha}.$$

37.10. Массаси M бўлган арралаб ағдарилаётган дарахтнинг массалар маркази дарахт тубидан h баландликда жойлашган, ҳавонинг қаршилик кучи эса m қаршилик моменти ҳосил қилса, дарахт ерга қандай бурчак тезлик билан тушиши аниқлансин, бунда $m_2 = -\alpha \varphi^2$, $\alpha = \text{const}$. Дарахт қулаётганида қайси ўқ атрофида айланса, дарахтнинг шу ўқ билан устма-уст тушувчи z ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{2 M g h l}{I^2 + 4 \alpha^2} \left(e^{-\frac{\alpha \pi}{l}} + 2 \frac{\alpha}{l} \right)}.$$

37.11. Радиуси r бўлган вал арқонга осилган тош ёрдами билан горизонтал ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирилади. Ҳаракат бошлангандан кейин бир оз вақт ўтгач валнинг бурчак тезлиги ўзгармас миқдорга яқин бўлиши учун, валга n та бир хил пластинка бириктирилган; пластинкага таъсир қилувчи ҳаво қаршилиги вал бурчак тезлигининг квадратига пропорционал бўлган ва айланиш ўқидан R масофада пластинкага нормал бўйича қўйилган кучга келтирилади, бунда пропорционаллик коэффициенти k га тенг. Тошнинг массаси m ; ҳамма айланувчи қисмларнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I га тенг; арқон массаси ва таянчлардаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Валнинг бошланғич пайтдаги бурчак тезлигини нолга тенг деб ҳисоблаб, валнинг t вақтдаги бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{m g r}{k n R} \frac{e^{\alpha t} - 1}{e^{\alpha t} + 1}}, \quad \text{бунда } \alpha = \frac{2}{l + n r^2} \sqrt{m g n k r R};$$

t нинг қиймати катта бўлганда ω бурчак тезлик $\sqrt{\frac{mgr}{knR}}$ ўзгармас миқдорга яқин.

37.12. Радиуси r ва массаси m бўлган бир жинсли шар осилган эластик сим φ_0 бурчакка бурилиб, сўнггра ўз ҳолига қўйиб юборилган. Симни бир радианга бураш учун керак бўлган жуфтнинг моменти c га тенг. Ҳаво қаршилигини ҳисобга олмай ва буралган симнинг эластиклик кучининг моменти буралиш бурчағи φ га пропорционал деб ҳисоблаб, ҳаракат аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{5c}{2mr^2}} t.$

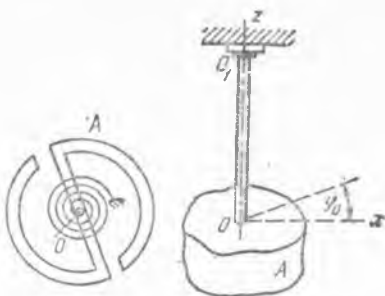
37.13. Соатнинг юришини тартибга солиш учун соат балансири қўлланилади. A балансир оғирлик маркази O дан ўз текислигига перпендикуляр равнида ўтган ўқ атрофида айланиши мумкин, бунда унинг шу ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг. Балансир спираль пружина билан ҳаракатга келтирилади, пружинанинг бир учи балансирга бириктирилган, иккинчи учи эса соатнинг қўзғалмас корпусига маҳкамланган. Балансир айланганида пружина эластиклик кучининг айланиш бурчағига пропорционал бўлган момент ҳосил бўлади. Пружинани бир радианга буриш учун керак бўладиган момент c га тенг. Агар бошланғич пайтда эластиклик кучлари моменти бўлмаган шаронда, балансирга бошланғич ω_0 бурчак тезлиги берилган бўлса, балансирининг ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = \omega_0 \sqrt{\frac{I}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{I}} t.$

37.14. A жисмнинг Oz ўққа нисбатан I_z инерция моментини аниқлаш учун у OO_1 эластик вертикал стерженга бириктирилган. A жисмни Oz ўқ атрофида кичик φ_0 бурчакка буриб, стержень айлантирилган ва қўйиб юборилган; олинган тебранишларнинг даври T_1 га тенг бўлган; эластиклик кучларининг Oz ўққа нисбатан моменти $m_z = -c\varphi$ га тенг. c коэффициентни аниқлаш учун иккинчи тажриба қилинган: стерженнинг O нуқтасига массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли диск кийгизилганида тебраниш даври T_2 га тенг чиққан. Жисмнинг I_z — инерция моменти аниқлансин.

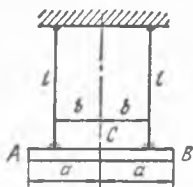
Жавоб: $I_z = \frac{Mr^2}{2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2.$

37.15. Олдинги масала, c коэффициентни топиш учун ўтказиладиган иккинчи тажриба бошқача қилинади, деб фараз қилиб ечилсин: массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли доғравий диск инерция моментини аниқлаш талаб қилинадиган жисмга бириктирилади. Агар жисмнинг тебраниш даври τ_1 , унга диск бириктирилган-



37.13- масалага 37.14- масалага

дан кейинги тебраниш даври τ_2 бўлса, жисмнинг I_z инерция моменти топилин.



37.16-масалага

$$\text{Жавоб: } I_z = \frac{Mr^2}{2} \frac{\tau_1^2}{\tau_2^2 - \tau_1^2}.$$

37.16. Бифиляр — осма, бир-биридан $2b$ масофада турган, узунлиги l бўлган иккита вертикал ип билан горизонтал қилиб осилган $2a$ узунликдаги бир жинсли AB стержендан иборат. Ҳаракат вақтида стержень ҳамisha горизонтал бўлиб тураверди ва иплардан ҳар қайсисининг тортилиш кучи стержень оғирлигининг ярмига тенг деб ҳисоблаб, стерженнинг буралма тебраниш даври аниқлансин.

Кўрсатма. Иплардан ҳар қайсисининг тортилиш кучининг горизонтал тузувчисини аниқлашда, бифиляр тебранишини кичик деб ҳисоблаб, ип йўналиши билан вертикал орасидаги бурчак синуси бурчакнинг ўзи билан алмаштирилсин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{2\pi a}{b} \sqrt{\frac{l}{3g}}.$$

37.17. Эластик симга осилган диск суюқлик ичида буралиб тебранади. Дискнинг сим ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг. Симни бир радианга бураш учун керак бўлган жуфт моменти c га тенг. Ҳаракатга кўрсатиладиган қаршилик моменти $\alpha S\omega$ га тенг, бу ерда α — суюқликнинг қовушоқлик коэффиценти, S — дискнинг юқориги ва пастки асослари юзларининг йиғиндиси, ω — дискнинг бурчак тезлиги. Суюқликдаги дискнинг тебранишлар даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{4\pi I}{\sqrt{4cl - \alpha^2 S^2}}.$$

37.18. Эластик симга осилган қаттиқ жисм m_t ташқи момент таъсирида буралма тебранишлар қилади, бунда $m_{tz} = m_1 \sin \omega t + m_3 \sin 3\omega t$ бўлиб, m_1 , m_3 ва ω ўзгармас сонлар, z эса сим бўйлаб йўналган ўқ. Симнинг эластиклик моменти $m_{эл}$ га тенг бўлиб, $m_{элz} = -c\varphi$ бу ерда c — эластиклик коэффиценти, φ — буралиш бурчагидир. Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан аниқланган инерция моменти I_z га тенг бўлса, мажбурий буралма тебранишлар қонуни аниқлансин. Ҳаракатга бўлган қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. $\sqrt{c/I_z} \neq \omega$ ва $\sqrt{c/I_z} \neq 3\omega$ деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = \frac{h_1}{k^2 - \omega^2} \sin \omega t + \frac{h_3}{k^2 - 9\omega^2} \sin 3\omega t,$$

бунда $k^2 = c/I_z$; $h_1 = m_1/I_z$, $h_3 = m_3/I_z$.

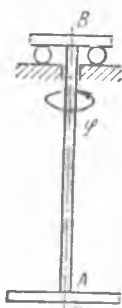
37.19. Олдинги масала m_k қаршилик моментини ҳам ҳисобга олиб ечилсин, бунда m_k қаттиқ жисмнинг бурчак тезлигига пропорционал: $m_{kz} = -\beta\varphi$, β — ўзгармас коэффицент.

$$\text{Жавоб: } \varphi = A_1 \sin(\omega t - \epsilon_1) + A_3 \sin(3\omega t - \epsilon_3),$$

$$\text{бунда } A_1 = \frac{h_1}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}, \quad A_3 = \frac{h_3}{\sqrt{(k^2 - 9\omega^2)^2 + 36n^2\omega^2}},$$

$$\epsilon_1 = \arctg \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2}, \quad \epsilon_3 = \arctg \frac{6n\omega}{k^2 - 9\omega^2}, \quad n = \frac{\beta}{2I_z}.$$

37.20. Массаси M_1 , радиуси R га тенг диск буралишга бикирилиги c бўлган AB эластик стерженга осиб қўйилган. Стерженнинг B учи $\varphi_B = \omega_0 t + \Phi \sin pt$ қонун билан айланади, бу ерда ω_0 , Φ , p — ўзгармас катталиклар. Қаршилик кучларини ҳисобга олмай, D дискнинг ҳаракати қуйидаги ҳолларда аниқлансин: 1) резонанс бўлмаганида, 2) резонанс ҳолида.



37.20- масалага

Жавоб: 1) $\varphi_A(t) = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} \times$
 $\times \left(\sin pt - \frac{p}{k} \sin kt \right)$, бу ерда $k = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$, $h = \frac{2c\Phi}{MR^2}$;

2) $\varphi_A(t) = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{2k} \left(\frac{1}{k} \sin kt - t \cos kt \right)$.

37.21. Эластик симга осиб қўйилган қаттиқ жисм суюқлик ичида буралма тебранишлар қилади. Жисмнинг сим ўқи z га нисбатан инерция моменти I_z га тенг. Симнинг эластиклик кучи моменти $m_{эл z} = -c\varphi$, бу ерда c — эластиклик коэффициенти, φ эса — буралиш бурчаги; ҳаракатга бўлган қаршилик моменти $m_{кz} = -\beta\dot{\varphi}$, бунда β — қаттиқ жисмнинг бурчак тезлиги, β эса ўзгармас мусбат сон. Бошланғич пайтда қаттиқ жисм φ_0 бурчакка бурилган ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Агар $\beta/(2I_z) < \sqrt{c/I_z}$ бўлса, қаттиқ жисмнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 e^{-nt} \left(\cos \sqrt{k^2 - n^2} t + \frac{n}{\sqrt{k^2 - n^2}} \sin \sqrt{k^2 - n^2} t \right)$

қонун билан бўладиган сўнувчи буралма тебранишлар, бу ерда

$$k^2 = c/I_z, \quad n = \beta/(2I_z).$$

37.22. Эластик симга осилган массаси M , радиуси R бўлган бир жинсли юмалоқ диск суюқлик ичида буралиш тебрана олади. Симнинг эластиклик кучи моменти $m_{эл z} = -c\varphi$, бу ерда z ўқ сим бўйлаб ўтказилган, c — эластиклик коэффициенти, φ эса — буралиш бурчаги; ҳаракатга бўлган қаршилик моменти $m_{кz} = -\beta\dot{\varphi}$, бунда β — дискнинг бурчак тезлиги бўлиб, β эса ўзгармас мусбат сон. Бошланғич пайтда диск φ_0 бурчакка бурилган ва бошланғич тезликсиз қўйиб юборилган. Қуйидаги ҳолларда:

1) $\frac{\beta}{MR^2} = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$, 2) $\frac{\beta}{MR^2} > \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$

дискнинг ҳаракат тенгламаси топилсин.

Жавоб: Қуйидаги қонунлар билан бўладиган аperiодик ҳаракат:

1) $\frac{\beta}{MR^2} = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$, $\varphi = \varphi_0 e^{-nt} (1 + nt)$, бунда $n = \frac{\beta}{MR^2}$;

$$2) \frac{\beta}{MR^2} > \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}, \quad \varphi = \frac{\varphi_0}{2 \sqrt{n^2 - k^2}} e^{-nt} \left[(\sqrt{n^2 - k^2} - n) e^{-\sqrt{n^2 - k^2} t} + (\sqrt{n^2 - k^2} + n) e^{\sqrt{n^2 - k^2} t} \right],$$

бунда $k^2 = \frac{2c}{MR^2}$, $n = \frac{\beta}{MR^2}$.

37.23. Эластик симга осилган қаттиқ жисм $m_{Tz} = m_0 \cos pt$ ташқи момент таъсирида буралма тебранишлар қилади: бу ерда m_0 ва p — мусбат ўзгармас миқдорлар, z эса — сим бўйлаб йўналган ўқ. Симнинг эластиклик кучи моменти $m_{элz} = -c\varphi$, бу ерда c — эластиклик коэффициентини, φ эса — буралиш бурчаги. Қаттиқ жисмнинг z ўққа нисбатан инерция моменти I_z га тенг. Ҳаракатга кўрсатиладиган қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Сим зўриқмай эркин турган бошланғич пайтда қаттиқ жисмга ω_0 бурчак тезлик берилган. Қаттиқ жисмнинг ҳаракати қуйидаги ҳолларда аниқлансин:

1) $\sqrt{c/I_z} \neq p$, 2) $\sqrt{c/I_z} = p$.

Жавоб: 1) $\sqrt{c/I_z} \neq p$, $\varphi = \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{k^2 - p^2} (\cos pt - \cos kt)$,

бунда $k = \sqrt{c/I_z}$, $h = m_0/I_z$;

2) $\sqrt{c/I_z} = p$, $\varphi = \frac{\omega_0}{k} \sin kt + \frac{h}{2k} t \sin kt$, бунда $R = \sqrt{c/I_z} = p$, $h = m_0/I_z$.

37.24. Эластик симга осиб қўйилган бир жинсли M массали, радиуси R бўлган юмалоқ диск суяқлик ичида $m_{Tz} = m_0 \sin pt$ ташқи момент таъсирида резонансли буралма тебранишлар қилади; бунда m_0 ва p — мусбат доимийлар, z эса сим бўйлаб йўналган ўқ; симнинг эластиклик кучи моменти $m_{элz} = -c\varphi$, бу ерда c — эластиклик коэффициентини, φ эса — буралиш бурчаги; ҳаракатга бўлган қаршилик моменти $m_{қз} = -\beta\varphi$, бу ерда β — дискнинг бурчак тезлиги, β — ўзгармас мусбат сон. Дискнинг резонансли мажбурий тебранишлари тенгламаси топилсин.

Жавоб: $p = \sqrt{\frac{2c}{MR^2}}$ бўлганида $\varphi = -\frac{h}{2\pi p} \cos pt$,

бунда $h = \frac{2m_0}{MR^2}$, $n = \frac{\beta}{MR^2}$.

37.25. Суяқликнинг ёпишқоқлик коэффициентини аниқлаш учун, суяқликдаги эластик симга осилган дискнинг тебранишлари кузатилади. Дискка $M_0 \sin pt$ ($M_0 = \text{const}$) га тенг бўлган ташқи момент қўйилганида резонанс ҳодисаси юзага келади. Суяқликдаги диск ҳаракатига кўрсатиладиган қаршилик моменти $\alpha S \omega$ га тенг, бу ерда α — суяқликнинг ёпишқоқлик коэффициентини, S — дискнинг юқориги ва пастки асослари юзларининг йиғиндиси, ω — дискнинг

бурчак тезлиги. Суюқликнинг ёпишқоқлик коэффициенти α аниқлансин; резонанс вақтида дискнинг мажбурий тебранишлари амплитудаси φ_0 га тенг.

Жавоб: $\alpha = \frac{M_0}{\varphi_0 S p}$.

37.26. Снаряд учиб кетаётганида, ўзининг симметрия ўқи атрофида айланиши ҳаво қаршилик кучининг $k\omega$ га тенг бўлган моменти таъсиридан секинланади, бунда ω — снаряд айланишининг бурчак тезлиги, k — ўзгармас пропорционаллик коэффициенти. Бурчак тезлигининг камайиш қонуни аниқлансин; бошланғич бурчак тезлик ω_0 га тенг, снаряднинг симметрия ўқиға нисбатан инерция моменти эса I га тенг.

Жавоб: $\omega = \omega_0 e^{-\frac{k}{I} t}$.

37.27. Оғирлик кучининг тезланишини аниқлаш учун иккита уч қиррали A ва B пичоқлар билан таъминланган стержендан иборат ағдарма маятникдан фойдаланилади. Пичоқнинг бири қўзғалмас, иккинчиси эса стержень бўйлаб силжиши мумкин. Стерженьни пичоқларнинг дам бирига, дам иккинчисига осиб ва пичоқлар орасидаги AB масофани ўзгартириб, маятникнинг ҳар қайси пичоқ атрофида тебраниш давларини тенглаштириш мумкин. Агар маятникнинг тебраниш давлари тенглашганда пичоқлар орасидаги масофа $AB = l$, тебраниш даври эса T га тенг бўлса, оғирлик кучининг тезланиши қанча бўлади?



37.27-масалага

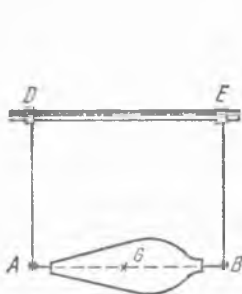
Жавоб: $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.

37.28. Иккита қаттиқ жисм битта горизонтал ўқ атрофида ҳар қайсиси алоҳида-алоҳида ва туташтирилганида бирга қўшилиб тебраниши мумкин. Мураккаб маятникнинг келтирилган узунлиги аниқлансин; қаттиқ жисмларнинг массалари M_1 ва M_2 га, уларнинг оғирлик марказларидан умумий айланиш ўқиғача бўлган масофалар a_1 ва a_2 га, ҳар қайси жисм алоҳида тебранганида уларнинг келтирилган узунликлари l_1 ва l_2 га тенг.

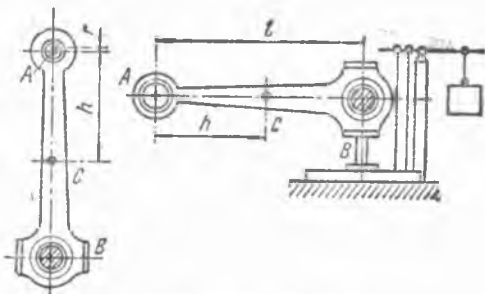
Жавоб: $l_k = \frac{M_1 a_1 l_1 + M_2 a_2 l_2}{M_1 a_1 + M_2 a_2}$.

37.29. Асбобнинг бир қисми бир жинсли L узунликдаги стержень шаклида бўлиб, бир учи билан горизонтал O ўққа эркин осиб қўйилган. Стержень тебранишларини қайд қилиш учун унинг қуйи учига m массали кўзгу ёпиштирилган. Шунинг билан бирга стержень тебранишлари частотаси ўзгармаслиги учун унинг бошқа ерига A юк ўрнатилади. Кўзгу билан юкни моддий нуқталар сифатида қараб, A юк қандай минимал массага эга бўлиши кераклиги топилин. Уни O ўқдан қандай масофада ўрнатиш керак?

Жавоб: $m_A = 3m$, $OA = \frac{1}{3} L$.



37.31- масалага



37.33- масалага

37.30. Соатнинг юришини тартибга солиш учун массаси M_1 , оғирлик марказидан осилиш ўқигача бўлган масофаси a , келтирилган узунлиги l бўлган маятникка унинг осилиш ўқидан x масофада массаси M_2 бўлган қўшимча юк осилган. Қўшимча юкни моддий нуқта деб қабул қилиб, берилган M_2 ва x қийматларда маятник келтирилган узунлигининг ўзгариши Δl аниқлансин ҳамда шундай $x = x_1$ қиймат топилсинки, бунда маятникнинг келтирилган узунлиги энг кичик массали қўшимча юк билан берилган Δl миқдорда ўзгарсин.

Жавоб: Маятникнинг келтирилган узунлиги $\Delta l = \frac{M_2 x (x - l)}{M_1 a + M_2 x}$ га камайитириш керак; $x_1 = \frac{1}{2} (l + \Delta l)$.

37.31. Жисмнинг массалар маркази G дан ўтувчи бирор AB ўққа нисбатан инерция моменти I ни аниқлаш учун, у AD ва BE стерженлар билан AB ўқи горизонтал қўзғалмас DE ўққа параллел бўлиб турадиган қилиб осилди; AD ва BE стерженлар жисмга маҳкам бириктирилган бўлиб, DE ўққа эркин ўтказилган; кейин жисм тебранма ҳаракатга келтирилиб, унинг бир силкиниши қанча T вақт давом этиши аниқланди. Инерция моменти I аниқлансин. Жисмнинг массаси M ; AB ва DE ўқлар орасидаги масофа h га тенг. Стерженларнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $I = h Mg \left(\frac{T^2}{\pi^2} - \frac{h}{g} \right)$.

37.32. Олдинги масалани ингичка тўғри чизикли бир жинсли AD ва BE стерженларнинг массасини ҳисобга олган ҳолда ечилсин; стерженлар ҳар бирининг массаси M_1 га тенг.

Жавоб: $I = h \left[\frac{(M + M_1)^2 g T^2}{\pi^2} - \frac{3M + 2M_1}{3} h \right]$.

37.33. Шатуннинг инерция моментини аниқлаш учун крейцкопф цапфасининг втулкасидан ингичка цилиндрик стержень ўтказилиб, шатун шу горизонтал ўқ атрофида тебратилади. Юзта силкиниш $100T = 100$ с мобайнида давом этади, бу ерда T —ярим давр. Сўнгра

А тешик марказидан C массалар марказигача бўлган $AC = h$ масофани аниқлаш учун, шатун A нуқтасидан талларга осилиб, B нуқтаси билан эса ўнли тарозининг платформасига тиралиб, горизонтал ҳолатда қўйилди, бу вақтда тарозига тушадиган босим P га тенг бўлган. Шатуннинг расм текислигига тик бўлган ўққа нисбатан марказий инерция моменти I аниқлансин. Қўйидагилар берилган: шатуннинг массаси M , A ва B нуқталардан ўтказилган вертикаллар (ўнгдаги расмга қаралсин) орасидаги масофа l , крейцкопф цапфасининг радиуси r .

Жавоб:
$$I = \frac{Pl + Mgr}{g} \left(\frac{g}{\pi^2} T^2 - \frac{P}{Mg} l - r \right).$$

37.34. Маятник AB стержендан ва унинг учига бириктирилган шардан иборат. Шарнинг массаси m , радиуси r бўлиб, C маркази AB стержень давомида ётади. Стерженнинг массасини ҳисобга олмай, кичкина тебранма ҳаракатлар қилганда шу маятникнинг бир силкиниш вақти берилган T миқдорга тенг келиши учун осилиш ўқини стерженнинг қандай O нуқтасидан ўтказиш кераклиги аниқлансин.



37.34-масалага

Жавоб:
$$OC = \frac{1}{2\pi^2} (gT^2 + \sqrt{g^2 T^4 - 1,6 \pi^4 r^2}).$$

$OC > r$ бўлиши керак, шунинг учун $T^2 > 1,4 \frac{\pi^2}{g} r$ бўлгандагина масалани ечиш мумкин, илдиз олдидаги ишора минус бўлганида уни ечиш мумкин эмас.

37.35. Физик маятникнинг тебраниш даври энг кичик бўлиши учун уни массалар марказидан қандай масофада осиш керак?

Жавоб: Маятникнинг массалар марказидан тебраниш текислигига тик равишда ўтган ўққа нисбатан инерция радиусига тенг келадиган масофада.

37.36. Маятник иккита юк бириктирилган стержендан иборат, юклар орасидаги масофа l га тенг; юқоридаги юкнинг массаси m_1 , пастдаги юкнинг массаси m_2 га тенг. Маятникнинг кичик тебранишлари даври энг кичик бўлиши учун, осилиш ўқини пастки юкдан қандай x масофада ўрнатиш кераклиги аниқлансин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин ва юкларни моддий нуқталар деб ҳисоблансин.

Жавоб:
$$x = l \sqrt{m_1} \cdot \frac{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}}{m_1 + m_2}.$$

37.37. Физик маятникнинг силкинишлар даври ўзгармаслиги учун қўшимча юкни осилиш ўқидан қандай масофада бириктириш керак?

Жавоб: Физик маятникнинг келтирилган узунлигига тенг бўлган масофада.

37.38. Массаси M , узунлиги $2l$ ва радиуси $r = \frac{l}{6}$ бўлган доиравий цилиндр расм текислигига тик бўлган O ўқ атрофида тебра-

нади. Агар унга $OK = \frac{85}{72} l$ масофада нуқтавий m масса бириктирилса, цилиндрнинг тебраниш даври қандай ўзгаради?

Жавоб: Тебраниш даври ўзгармайди, чунки нуқтавий масса цилиндрнинг тебраниш марказида қўшилган.

37.39. Массаси M бўлган бир жинсли, r радиусли дискнинг масалар марказидан $OC = r/2$ масофада турувчи, диск тезлигига тик бўлиб ўтадиган горизонтал Oz ўқ атрофида қилаётган кичик тебранишларнинг тенгламаси топилсин. Дискка m айлантирувчи момент қўйилган бўлиб, $m = m_0 \sin pt$, бунда m_0 ва p — ўзгармас миқдорлардир. Бошланғич пайтда қуйи ҳолатда турган дискка ω_0 бурчак тезлик берилган. Қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Тебранишларни кичик ҳисоблаб, $\sin \varphi \approx \varphi$ деб олинсин.

Жавоб: 1) $p \neq \sqrt{\frac{2g}{3r}}$ бўлганида $\varphi = \frac{1}{k} \left(\omega_0 - \frac{hp}{k^2 - p^2} \right) \sin kt + \frac{h}{k^2 + p^2} \sin pt$,

бунда $k = \sqrt{\frac{2g}{3r}}$, $h = \frac{4m_0}{3Mr^2}$; 2) $p = \sqrt{\frac{2g}{3r}}$ бўлганида $\varphi = \frac{1}{p} \left(\omega_0 + \frac{h}{2p} \right) \sin pt - \frac{h}{2p} t \cos pt$, бунда $h = \frac{4m_0}{3Mr^2}$.

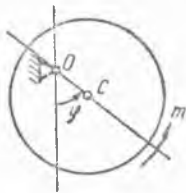
37.40. Сейсмографларда, яъни ер қимирлашни қайд қилувчи асбобларда физик маятник қўлланилади; маятникнинг осилиш ўқи вертикал билан α бурчак ташкил қилади. Осилиш ўқидан маятникнинг массалар марказигача бўлган масофа a га тенг, осилиш ўқига параллел ҳолда массалар марказидан ўтган ўққа нисбатан маятник инерция моменти I_C га тенг. Маятникнинг массаси M . Маятникнинг тебранишлар даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + Ma^2}{Mg \sin \alpha}}$.

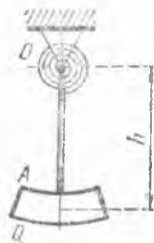
37.41. Машиналар фундаментларининг горизонтал тебранишларини ёзувчи вибрографда учидан юки бўлган ричагдан иборат OA маятник ўзининг горизонтал O ўқи атрофида тебраниши мумкин;



37.38- масалага

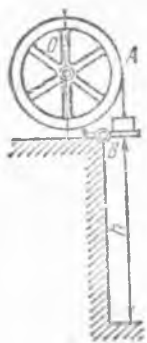
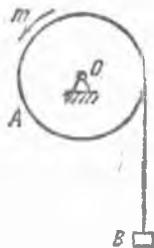


37.39- масалага



37.41- масалага

ОА маятникни ўз массаси ва спираль пружина вертикал ҳолатда устувор мувозанатда ушлаб туради. Оғиш бурчаклари кичик бўлганда маятник хусусий тебранишларининг даври аниқлансин; маятник оғирлигининг унинг айланиш ўқиға нисбатан максимал статик моменти $Mg h$ га, шу ўққа нисбатан инерция моменти I_z га, қаршилиги буралиш бурчагига пропорционал бўлган пружинанинг бикирлик коэффициентини c га тенг; 37.43- масалага 37.44- масалага маятник мувозанатда турганида пружина зўриқмасдан туради. Қаршиликлар ҳисобга олинмасин.



Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{c + Mg h}}$.

37.42. Виброграф (олдинги масалага қаралсин) $x = a \sin \omega t$ қонунга мувофиқ горизонтал гармоник тебранма ҳаракат қилаётган фундаментга ўрнатилган. Агар виброграф маятникнинг мажбурий тебраниш амплитудаси φ_0 га тенг бўлса, фундамент тебранишининг амплитудаси a аниқлансин.

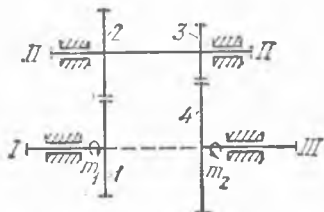
Жавоб: $a = \frac{\varphi_0 (c + Mg h - I_z \omega^2)}{Mh \omega^2}$.

37.43. Электр лебедкани ишга тушириб юборишда A барабанга вақтга пропорционал бўлган m айлантирувчи момент қўйилган: $m = at$ бўлиб, бунда a —ўзгармас. M_1 массали B юк массаси M_2 бўлган r радиусли барабанга ўралган арқон ёрдамида қўтарилади. Барабани туташ цилиндр ҳисоблаб, унинг бурчак тезлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда лебедка тинч турган.

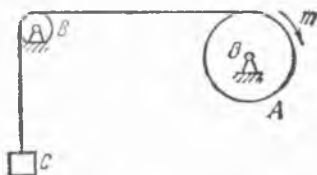
Жавоб: $\omega = \frac{(at - 2M_1 g r) t}{r^2 (2M_1 + M_2)}$.

37.44. Радиуси R бўлган A айланма ғилдиракнинг массалар марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти I ни топиш учун ғилдиракка ингичка сим ўралиб, унинг учига массаси M_1 бўлган B тошни боғлаб, тошнинг h баландликдан тушиш вақти T_1 эканлиги кузатилган. Подшипниклардаги ишқаланиш таъсирини чиқариб ташлаш учун массаси M_2 бўлган иккинчи тош билан ҳам тажриба қилиб юкнинг ўша баландликдан тушиш вақти T_2 га тенг эканлиги аниқланган. Ишқаланиш кучи моментини тошларнинг массасига борилик бўлмаган ўзгармас катталиқ деб I инерция моменти ҳисоблансин.

Жавоб: $I = R^2 \frac{\frac{g}{2h} (M_1 - M_2) - \left(\frac{M_1}{T_1^2} - \frac{M_2}{T_2^2} \right)}{\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2}}$.



37.45- масалага



37.46- масалага

37.45. I валга айлантирувчи моменти m_1 га тенг бўлган электр мотори уланган. Тўртта 1, 2, 3 ва 4 тишли филдираклардан ташкил топган тезликлар редуктори орқали бу айлантирувчи момент токарлик станогининг III шпинделига узатилади, унга қаршилик моменти m_2 қўйилган (бу момент йўнувчи ёрдамида ишлов берилаётган жисм юзасидан қириндини олиш пайтида пайдо бўлади). Агар I, II ва III валларга ўрнатилган айланувчи деталларнинг инерция моментлари тегишлича I_1, I_II, I_{III} бўлса, III шпинделнинг бурчак тезланиши аниқлансин. Филдиракларнинг радиуслари r_1, r_2, r_3 ва r_4 га тенг.

$$\text{Жавоб: } \epsilon_{III} = \frac{m_1 k_{1,2} \cdot k_{3,4} - m_2}{(I_1 k_{1,2}^2 + I_{II}) k_{3,4}^2 + I_{III}},$$

бу ерда $k_{1,2} = r_2/r_1, k_{3,4} = r_4/r_3$.

37.46. Массаси M_1 ва радиуси r бўлган A барабан чўзилмайдиган троснинг учига боғланган M_2 массали C юк ёрдамида айлантирилади. Трос B блок орқали ўтказилиб, A барабанга ўралган. A барабанга унинг айланиш бурчак тезлигига пропорционал бўлган қаршилик моменти m қўйилган, пропорционаллик коэффициенти α га тенг. Агар бошлангич пайтда система тинч турган бўлса, барабанининг бурчак тезлиги аниқлансин. B блок билан троснинг массаси ҳисобга олинмасин, барабанини бир жинсли туташ цилиндр деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M_2 g r}{\alpha} (1 - e^{-\beta t}),$$

бунда

$$\beta = \frac{2\alpha}{r^2 (M_1 + 2M_2)}; \lim_{t \rightarrow \infty} \omega = \frac{M_2 g r}{\alpha} = \text{const.}$$

37.47. Автомашинанинг массаси M ва радиуси r бўлган етакловчи филдирагига m айлантирувчи момент қўйилган бўлса, унинг бурчак тезланиши аниқлансин. Филдиракнинг C массалар маркази орқали моддий система симметрия текислигига тик бўлиб ўтадиган ўққа нисбатан инерция моменти I_C га тенг; $f_{\text{ю}}$ —юмалаб ишқаланиш коэффициенти, F —ишқаланиш кучи. Шунингдек, филдирак ўзгармас

бурчак тезлик билан думалаши учун айлантирувчи моментнинг қанча бўлиши топилсин.

Жавоб: $\varepsilon = \frac{m - Mg f_{ю} - F \cdot r}{I_C}$, $m = Mg f_{ю} + Fr$.

37.48. Автомобилнинг массаси M ва радиуси r бўлган етакла- нувчи ғилдирагининг бурчак тезлиги аниқлансин. Горизонтал шос- седа сирғаниш билан юмалаётган ғилдирак унинг C массалар мар- казига қўйилган горизонтал йўналган куч таъсирида ҳаракатга ке- лади. Ғилдиракнинг C массалар маркази орқали унинг моддий систе- ма симметрия текислигига тик бўлиб ўтадиган ўққа нисбатан инер- ция моменти I_C га тенг, $f_{ю}$ — юмалаб ишқаланиш коэффициенти, f — сирғаниб юмалашдаги ишқаланиш коэффициенти. Бошланғич пайтда ғилдирак тинч турган.

Жавоб: $\omega = \frac{Mg}{I_C} (fr - f_{ю}) t$.

37.49. Олдинги масалада қўрилган ғилдиракнинг C массалар марказига қўйилган куч миқдори икки марта оширилса, унинг бурчак тезлиги ўзгарадими?

Жавоб: Ўзгармайди.

37.50. Массаси ҳисобга олинмайдиган блокдан ар- қон ўтказилган; арқонни унинг A нуқтасидан бир ки- ши ушлаб туради. Арқоннинг B нуқтасига эса масса- си шу кишининг массасидек юк осилган. Киши арқонга нисбатан v тезлик билан арқон бўйлаб кўтарила бош- ласа, юк нима қилади?

Жавоб: Юк $v/2$ тезликда арқон билан бирга кўтарилади.

37.51. Олдинги масала блок массасини ҳисобга олиб ечилсин. Блокнинг массаси кишининг массасидан тўрт барабар кам. Блокнинг инерция моментини аниқлашда унинг массаси гардиши бўйлаб текис таралган деб олинсин.

Жавоб: юк $\frac{4}{9} v$ тезлик билан кўтарилади.

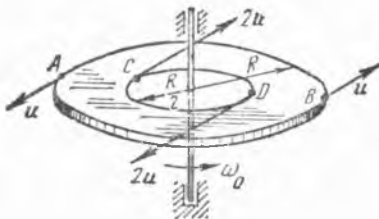
37.52. Доиравий горизонтал платформа ўзининг O марказидан ўтувчи вертикал Oz ўқ атрофида ишқаланмасдан айлана олади. Платформа устида Oz ўқдан ўзгармас r масофада массаси M_1 бўл- ган киши ўзгармас u тезлик билан юради. Бунда платформа ўз ўқи атрофида қандай ω бурчак тезлик билан айланади? Платформа мас- саси M_2 ни R радиусли доира юзаси бўйлаб текис таралган деб ҳи- соблаш мумкин. Бошланғич пайтда платформа билан кишининг тез- лиги нолга тенг.

Жавоб: $\omega = \frac{2M_1 r}{M_2 R^2 + 2M_1 r^2} u$.

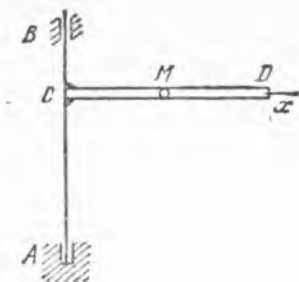
37.53. Доиравий горизонтал платформа ўзининг массалар марка- зидан ўтувчи вертикал ўқ атрофида ишқаланмасдан ўзгармас ω_0 бур- чак тезлик билан айланимоқда; шу вақтда платформада массаси бир хилда бўлган тўрт киши туради: улардан икkitаси платформанинг чеккасида, икkitаси эса айланиш ўқидан платформанинг ярим ра-



37.50- масалага



37.53- масалага



37.56- масалага

диусига тенг бўлган масофада. Платформа чеккасида турган одамлар айлана бўйлаб айланиш томонига қараб u чизиқли нисбий тезлик билан юрсалар ва айланиш ўқидан ярим радиусга тенг масофада турган одамлар айлана бўйлаб қарама-қарши томонга $2u$ чизиқли нисбий тезлик билан юрсалар, платформанинг бурчак тезлиги қандай ўзгаради? Одамлар моддий нуқталар деб, платформа бир жинсли доирaviй диск деб ҳисоблансин.

Жавоб: Платформа аввалгидек бурчак тезлик билан айланади.

37.54. Олдинги масала ҳамма одамлар платформанинг айланиш томонига қараб юради деб фараз қилиб ечилсин. Платформа радиуси R , унинг массаси ҳар бир одамнинг массасидан тўрт барабар катта бўлиб, ўзининг бутун юзаси бўйлаб текис таралган. Шунингдек, u чизиқли нисбий тезликининг қандай қийматида платформа тўхтайдиган?

Жавоб: $\omega_1 = \omega_0 - \frac{8u}{9R}$, $u = \frac{9}{8} R \omega_0$.

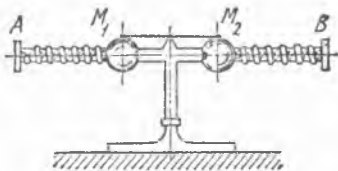
37.55. Жуковский скамейкасида турган киши қўлларини ёнга узатган вақтда унга 15 айл/мин га тўғри келадиган бошланғич бурчак тезлик берилади; бунда киши билан скамейканинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти $0,8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ га тенг. Агар киши қўлларини танасига яқинлаштириб, система инерция моментини $0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ гача камайтирса, скамейка билан киши қандай бурчак тезлик билан айлана бошлайди?

Жавоб: 100 айл/мин.

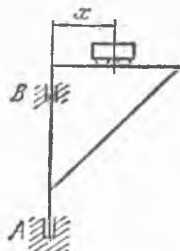
37.56. Горизонтал CD трубка вертикал AB ўқ атрофида эркин айлана олади. Трубка ичида ўқдан $MC = a$ масофада M шарча бор. Бирор пайт трубкага ω_0 бошланғич бурчак тезлик берилади. Шарча трубка ичидан отилиб чиққан пайтда трубканинг ω бурчак тезлиги аниқлансин. Трубканинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I , L — унинг узунлиги; шарча m массали моддий нуқта деб қаралсин, ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{1 + ma^2}{1 + mL^2} \omega_0$.

37.57. Узунлиги $2L = 180 \text{ см}$ ва массаси $M_1 = 2 \text{ кг}$ бўлган бир жинсли AB стержень устувор мувозанат ҳолатида бир қиррага шундай қилиб ўрнатилганки, унинг ўқи горизонтал. Бир хилдаги



37.57- масалага



37.58- масалага

иккита пружинанинг учига бириктирилган ва ҳар қайсисининг массаси $M_2 = 5$ кг бўлган иккита шар стержень бўйлаб силжиши мумкин. Стержень $n_1 = 64$ айл/мин га тўғри келадиган бурчак тезлик билан вертикал ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирилади, бунда шарлар айланиш ўқига нисбатан симметрик ўрнашган бўлиб, уларнинг марказлари ип ёрдамида бир-биридан $2l_1 = 72$ см масофада ушлаб турилади. Сўнгра ип куйдириб юборилади, шундан кейин шарлар бир неча марта тебраниб пружина ва ишқаланиш кучи таъсирида бир-биридан $2l_2 = 108$ см масофада мувозанат ҳолатини олади. Шарларни моддий нуқта деб қараб ва пружиналарнинг массасини ҳисобга олмай, стерженнинг минутига айланиш сонининг янги n_2 қиймати аниқлансин.

Жавоб:
$$n_2 = \frac{6 M_2 l_1^2 + M L^2}{6 M_2 l_2^2 + M_1 L^2} n_1 = 34 \text{ айл/мин.}$$

37.58. Айланма кўтариш кранининг аравачаси стрелага нисбатан ўзгармас v тезлик билан ҳаракатланади. Кранни айлантирувчи мотор тезликини ошириш даврида m_0 га тенг ўзгармас момент ҳосил қилади. Аравачанинг юки билан массаси M га тенг, I — краннинг (аравачасиз) айланиш ўқига нисбатан инерция моменти бўлса, краннинг айланиш бурчак тезлиги ω тележкадан AB айланиш ўқигача бўлган x масофага боғлиқ равишда аниқлансин; краннинг айланиши аравача AB айланиш ўқидан x_0 масофада бўлган пайтда бошланади.

Жавоб:
$$\omega = \frac{m_0}{I + M x^2} \cdot \frac{x - x_0}{v}.$$

37.59. Олдинги масаланинг шартини сақлаган ҳолда, агар мотор $m_0 - \alpha \omega$ га тенг айлантирувчи момент ҳосил қилса, кран айланишининг ω бурчак тезлиги аниқлансин, бу ерда m_0 ва α — мусбат ўзгармас ифодалар.

Жавоб:
$$\omega = \frac{m_0}{v(I + M x^2)} e^{-\mu \operatorname{arctg} x/k} \int_{x_0}^x e^{\mu \operatorname{arctg} x/k} dx,$$

бу ерда $k = \sqrt{I/M}$, $\mu = \frac{\alpha}{v_x} \sqrt{\frac{1}{IM}}$ (x ўқ стрела бўйлаб ўнг то-

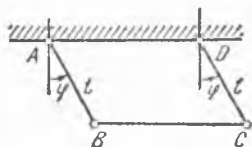
монга йўналган).

38-§. Моддий система кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема

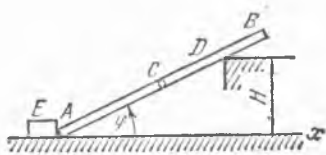
38.1. Учта AB , BC ва CD стерженлар A ва D цилинрик шарнирлар билан шипга бириктирилган бўлиб, ўзаро B ва C шарнирлар воситасида боғланган; ҳосил қилинган текис механизмнинг кинетик энергияси ҳисоблансин. l узунликдаги AB ва CD стерженлар ҳар бирининг массаси M_1 , BC стержень массаси M_2 бўлиб, $BC = AD$; AB ва DC стерженлар ω бурчак тезлик билан айланади.

Жавоб: $T = \frac{2M_1 + 3M_2}{6} l^2 \omega^2$.

38.2. Массаси M га тенг бир жинсли ингичка AB стержень D тиргакка таяниб, A учи билан горизонтал йўналтирувчи бўйлаб



38.1- масалага



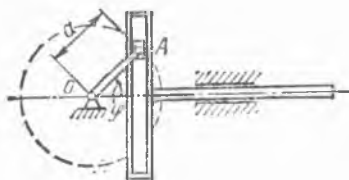
38.2- масалага

сирпанади. E таянч ўнг томонга v ўзгармас тезлик билан силжийди. Стерженнинг узунлиги $2l$ га тенг, D тиргак горизонтал йўналтирувчига нисбатан H баландликда қўйилган бўлса, стерженнинг кинетик энергияси φ бурчакка боғлиқ равишда аниқлансин.

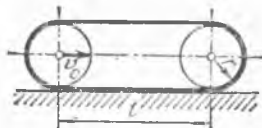
Жавоб: $T = \frac{M v^2}{2} (1 - 2 \frac{l}{H} \sin^3 \varphi + \frac{4}{3} \frac{l^2}{H^2} \sin^4 \varphi)$.

38.3. Кулисали механизмнинг кинетик энергияси ҳисоблансин; OA кривошипнинг расм текислигига тик бўлган айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_0 га, кривошип узунлиги a га, кулиса массаси m га тенг. A тошнинг массаси ҳисобга олинмасин. OA кривошип ω бурчак тезлик билан айланади. Механизм қандай ҳолатга келганда кинетик энергия энг катта ва энг кичик қийматларга эга бўлади?

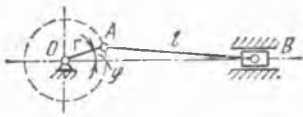
Жавоб: $T = \frac{1}{2} (I_0 + m a^2 \sin^2 \varphi) \omega^2$.



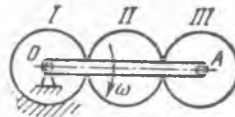
38.3- масалага



38.4- масалага



38.5- масалага



38.7- масалага

Кулисанинг четки ҳолатларида кинетик энергия энг кичик, кулса ўрта ҳолатдан ўтишида кинетик энергия энг катта қийматга эга бўлади.

38.4. v_0 тезлик билан ҳаракат қилувчи трактор гусеничасининг кинетик энергияси ҳисоблансин. Ғилдирак ўқлари орасидаги масофа l га тенг, ғилдираklar радиуслари r га тенг, гусеница занжири ҳар метрнинг массаси γ га тенг.

Жавоб: $T = 2\gamma(l + \pi r)v_0^2$.

38.5. Кривошип-ползунли механизмнинг кинетик энергияси ҳисоблансин; кривошип массаси m_1 , узунлиги r , ползун массаси m_2 , шатун узунлиги l га тенг. Шатуннинг массаси ҳисобга олинмасин. Кривошип бир жинсли стержень деб ҳисоблансин. Кривошипнинг бурчак тезлиги ω га тенг.

Жавоб: $T = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} m_1 + m_2 \left[\sin \varphi + \frac{r}{2l} \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}} \right]^2 \right\} r^2 \omega^2$.

38.6. Шатун массасини m_3 га тенг деб ҳисоблаб, олдинги масала, OA кривошип ползун йўналтирувчисига перпендикуляр бўлган ҳолат учун ечилсин.

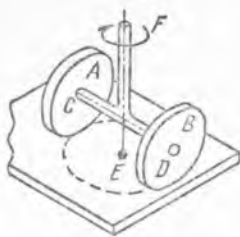
Жавоб: $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m_1 + m_2 + m_3 \right) r^2 \omega^2$.

38.7. Горизонтал текисликда жойлашган планетар механизмни, бир хилдаги учта I, II, III ғилдираklar ўқларини туташтирувчи OA кривошип ҳаракатга келтиради. I ғилдирак қўзғалмас; кривошип ω бурчак тезлик билан айланади. Ҳар қайси ғилдиракнинг массаси M_1 га, радиуси r га тенг, кривошипни массаси M_2 га тенг. Ғилдираklarни бир жинсли диск ва кривошипни бир жинсли стержень деб ҳисоблаб, механизмнинг кинетик энергияси аниқлансин. III ғилдиракка қўйилган жуфт кучнинг иши нимага тенг?

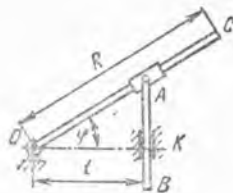
Жавоб: $T = \frac{r^2 \omega^2}{3} (33 M_1 + 8 M_2)$;

жуфтнинг иши нолга тенг.

38.8. Тегирмоннинг A ва B тошлари вертикал EF ўқ атрофида айланувчи горизонтал CD ўққа ўтқазилган; ҳар қайси тошнинг массаси 200 кг, тошларнинг диаметрлари бир хилда бўлиб, ҳар қайсиси 1 м га тенг, улар орасидаги CD масофа 1 м га тенг. CD ўқ минутага 20 марта айланса, тошнинг кинетик энергияси қанча бўлиши топилсин; инерция моментларини ҳисоблаганда тошни бир



38.8- масалага



38.9- масалага

жинсли юққа диск деб фараз қилиш мумкин. Тошлар таянч текислиги бўйича сирпанмай думалайди.

Жавоб: 383 Н·м.

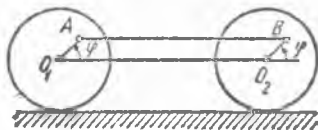
38.9. Кулиса механизмида OC рычаг расм текислигига тик бўлган O ўқ атрофида тебранганида, A ползун OC рычаг бўйлаб силжиб, AB стерженни ҳаракатга келтиради. AB стержень вертикал K йўналтирувчиларда ҳаракат қилади. Уzunлиги R бўлган OC рычаг массаси m_1 бўлган бир жинсли стержень деб ҳисоблансин; ползун массаси m_2 га, AB стержень массаси m_3 га тенг, $OK = l$. Механизмнинг кинетик энергияси OC рычагнинг бурчак тезлиги ва айланиш бурчаги функцияси сифатида ифодалансин. Ползун нуқтавий масса деб ҳисоблансин.

Жавоб: $T = \frac{\omega^2}{6 \cos^4 \varphi} [m_1 R^2 \cos^4 \varphi + 3 l^2 (m_2 + m_3)]$.

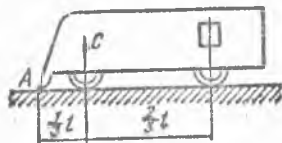
38.10. Паровоз спарниги AB ва $O_1 O_2$ стержень билан туташтирилган иккита филдиракдан иборат системанинг кинетик энергияси ҳисоблансин; филдиракларнинг ўқлари v_0 тезлик билан ҳаракатланади. Ҳар қайси филдиракнинг массаси M_1 га тенг, AB спарник ва бирлаштирувчи $O_1 O_2$ стержень бир хил M_2 массага эга. Филдиракларнинг массалари гардишлари бўйлаб тақсимланган; $O_1 A = O_2 B = r/2$, бу ерда r — филдираклар радиуси. Филдираклар тўғри чизиқли рельслар бўйлаб сирпанмасдан думалайди.

Жавоб: $T = \frac{v_0^2}{8} [16 M_1 + M_2 (9 + 4 \sin \varphi)]$.

38.11. M массали автомобиль горизонтал йўлда v тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Автомобиль филдираги билан йўл орасидаги юмалаб ишқаланиш коэффициенти f_{μ} га, филдирак радиуси r га тенг, ҳавонинг аэродинамик қаршилик кучи R_k тезлиكنинг квадратига пропорционал: $R_k = \mu g M v^2$, бунда μ — автомобилнинг



38.10- масалага



38.12- масалага

шаклига боғлиқ бўлган коэффицент. Барқарор режимда етакловчи гилдираклар ўқиға узатиладиган двигателининг қуввати N аниқлансин.

Жавоб: $N = Mg \left(\frac{f_0}{r} + \mu v^2 \right) v$.

38.12. Музни силлиқлайдиган M массали машина яхмалак майдонча бўйлаб горизонтал текисликда v тезлик билан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади. С массалар марказининг ҳолати расмда кўрсатилган. Муз ва автомобиль гилдираклари орасидаги юмалаб ишқаланиш коэффиценти f_0 , муз билан силлиқлайдиган A қирра орасидаги сирпаниб ишқаланиш коэффиценти f бўлса, двигателининг r радиусли гилдираклар ўқиға узатадиган N қуввати ҳисоблансин. Гилдираклар сирғанмасдан думалайди.

Жавоб: $N = \frac{Mg}{3} \left(2f + \frac{f_0}{r} \right) v$.

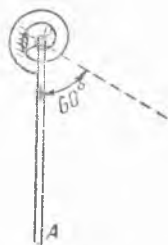
38.13. Диаметри 60 мм бўлган валга минутига 180 марта айланивчи маховик ўрнатилган, маховик диаметри 50 см. Агар привод ўчирилгандан кейин маховик тўхтагунича 90 марта айланган бўлса, вал билан подшипник орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффиценти f нинг қанча бўлиши аниқлансин. Маховик массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин. Вал массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $f = 0,07$.

38.14. Диаметри 2 м ва массаси 3 т бўлган айланма гилдирак ўрнатилган цилиндрик вал бирор пайтда 60 айл/мин бурчак тезлик билан айланиб туради ва шундан кейин ўз ҳолиға қўйилади; валининг диаметри 10 см ва массаси 0,5 т. Агар подшипниклардаги ишқаланиш коэффиценти 0,05 га тенг бўлса, вал тўхтагунича яна неча марта айланади? Масалани ечганда маховик массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин.

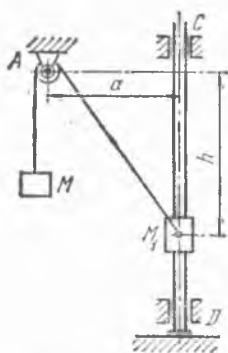
Жавоб: 109,8 айланиш.

38.15. Массаси M , узунлиги l бўлган бир жинсли OA стержень бир учидан расм текислигига тик бўлиб ўтувчи қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида айлана олади. Эластиклик коэффиценти c га тенг бўлган спирал пружинанинг бир учи қўзғалмас O ўққа ва иккинчи учи стерженга боғланган. Стержень вертикал ҳолатда тинч туради, бунда пружина деформацияланмаган. Стержень вертикалга нисбатан 60° га тенг бурчакка оғиши учун унинг A учига қандай тезлик бериш керак?



Жавоб: $v = \sqrt{\frac{9Mgl + 2\pi^2 c}{6M}}$.

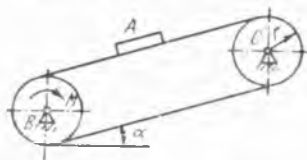
38.16. Жуда кичик A блок орқали ўтказилган эластик чўзилмас ип учларига иккита юк осилган. 38.15- масалага



38.16- масалага



38.17- масалага



38.20- масалага

M_1 юк блок ўқидан a масофада бўлган силлиқ вертикал CD стержень бўйлаб сирғана олади. M_1 юкнинг оғирлик маркази бошланғич пайтда блок ўқи билан бир сатҳда турган, бу юк оғирлик кучи таъсирида бошланғич тезликсиз пастга туша бошлайди. M_1 юк тезлиги билан унинг пастга тушиш баландлиги h орасидаги боғланиш топилсин. Иккинчи юкнинг массаси M га тенг.

$$\text{Жавоб: } v^2 = 2g(a^2 + h^2) \frac{M_1 h - M(\sqrt{a^2 + h^2} - a)}{M_1(a^2 + h^2) + M h^2}.$$

38.17. M массали P юк билан унинг устига қўйилган M_1 массали юк, ғадир-будур горизонтал BC текисликда тинч ҳолатда турувчи M_2 массали A юкни, блокдан ўтказилган шнур ёрдами билан ҳаракатга келтиради. M юк пастга s_1 масофага тушиб D ҳалқадан ўтганда, ҳалқа M_1 юкни тутиб қолади; шундан кейин M юк пастга s_2 масофага тушиб тўхтайди, Шнур билан блок массаларини ва блокдаги ишқаланишни ҳисобга олмай, A жисм билан текислик орасидаги ишқаланиш коэффициентини f аниқлансин; берилган:

$$M_2 = 0,8 \text{ кг}, M = M_1 = 0,1 \text{ кг}, s_1 = 50 \text{ см}, s_2 = 30 \text{ см}.$$

$$\text{Жавоб: } f = \frac{s_1(M_1 + M)(M + M_2) + s_2 M(M + M_1 + M_2)}{M_2[s_1(M + M_2) + s_2(M + (M + M_1 + M_2))]} = 0,2.$$

38.18. Бир қисми силлиқ горизонтал стол устида ётган L узунликдаги бир жинсли ип столдан пастга осилиб тушган бошқа бир қисми оғирлигининг таъсирида ҳаракат қилади. Агар бошланғич пайтда ипнинг осилиб турган қисмининг узунлиги l , бошланғич тезлиги эса нолга тенг бўлса, ипнинг қанча T вақтдан кейин столдан тушиб кетиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = \sqrt{\frac{L}{g}} \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 - l^2}}{l} \right).$$

38.19. Силлиқ штифтда тинч осилиб турган ва узунлиги $2a$ бўлган бир жинсли оғир ип v_0 бошланғич тезлик билан ҳаракатлана

бошлайди. Ип штифтдан чиқиб кетган вақтда тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v = \sqrt{ag + v_0^2}$.

38.20. Транспортёр пастки B шкивига туташтирилган привод ёрдамида тинч ҳолатдан ҳаракатга келтирилади. Привод шу шкивга доимий M айлантирувчи момент беради. Агар кўтарилувчи A юкнинг массаси M_1 га тенг, B ва C шкивлар бир жинсли доиравий цилиндр шаклида бўлса, транспортёр лентасининг v тезлиги унинг s сияжишига боғлаб аниқлансин; B ва C шкивларнинг радиуси r га, ҳар қайсисининг массаси M_2 га тенг. Транспортёр лентаси горизонт билан α бурчак ҳосил қилади, унинг массаси ҳисобга олинмайди. Лента шкивда сирғанмайди.

Жавоб: $v = \sqrt{\frac{2(M - M_1 g r \sin \alpha)}{r(M_1 + M_2)}} s$.

38.21. Горизонтал CD трубка AB вертикал ўқ атрофида эркин айлана олади (37.56-масалала берилган расмга қаранг). Трубка ичида ўқдан $MC = x_0$ масофада M жисм турибди. Бирор пайтда трубмага ω_0 бурчак тезлик берилган. M жисмнинг трубкадан отилиб чиқиш пайтида унга нисбатан v тезлиги аниқлансин. Трубканинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг, L — трубка узунлиги; ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Жисмни m массали моддий нуқта деб қаралсин.

Кўрсатма. 37.56-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

Жавоб: $v = \omega_0 \sqrt{\frac{I + m x_0^2}{I + m L^2}} (L^2 + x_0^2)$.

38.22. Ишқаланишсиз ҳаракатланаётган A горизонтал платформа бўйлаб u_0 ўзгармас нисбий тезлик билан B жисм силжийди. (36.9-масалала берилган расмга қаранг.) B жисм тормозланганда у билан A платформа орасида ишқаланиш кучлари пайдо бўлади. Тормозлаш бошлангандан сўнг B жисм A платформамга нисбатан бутунлай тўхтагунча B жисм ва A платформа орасидаги ички ишқаланиш кучларининг иши ҳисоблансин; уларнинг массалари тегишлича m ва M га тенг.

Кўрсатма. 36.9-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

Жавоб: $A = -\frac{1}{2} \frac{m M}{m + M} u_0^2$.

38.23. Лебедка электромотори ёрдамида r радиусли ва M массали A барабан валига барабаннинг айланиш бурчаги φ га пропорционал бўлган m айлантирувчи момент қўйилган, бунда пропорционаллик коэффиценти a га тенг (37.43-масалала берилган расмга қаранг). Кўтарилаётган M_2 массали B юкнинг тезлиги унинг h кўтарилиш баландлигига боғлиқ ҳолда аниқлансин. A барабан туташ цилиндр деб ҳисоблансин. Троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

Бошланғич пайтда система тинч ҳолатда бўлган.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{\frac{2h(ah - 2M_2gr^2)}{r^2(M_1 + 2M_2)}}.$$

38.24. Расмда кўтариш механизми лебедкаси тасвирланган. M_1 массали A юк C блок орқали ўтказилган r радиусли, M_2 масеали B барабанга ўралган трос ёрдамида кўтарилади. Барабанга, ишга тушириб юборилгандан бошлаб барабанининг φ айланиш бурчаги квадратига пропорционал бўлган $m = a\varphi^2$ айлантирувчи момент қўйилган, бу ерда a — ўзгармас коэффициент. A юк L баландликка кўтарилганида унинг тезлиги аниқлансин. B барабан массасини унинг гардиши бўйлаб текис таралган, C блок эса M_3 массали туташ диск деб ҳисоблансин. Троснинг массаси ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда система тинч ҳолатда бўлган.

$$\text{Жавоб: } v = \sqrt{\frac{4h(aL^2 - 3M_1gr^2)}{3r^2(2M_1 + 2M_2 + M_3)}}.$$

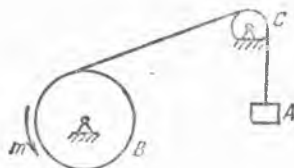
38.25. Горизонт билан α бурчак ҳосил қилган қия текислик бўйлаб сирганмай юмаловчи r радиусли ғилдирак шу қия текислик бўйлаб h баландликка кўтарилиши учун ғилдирак ўқиға қия текисликка параллел йўналишда қандай бошланғич тезлик бериш керак? Юмалаб ишқаланиш коэффициенти $f_{ю}$ га тенг. Ғилдирак бир жинсли диск деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{2}{3} \sqrt{3gh(1 + \frac{f_{ю}}{r} \operatorname{ctg} \alpha)}.$$

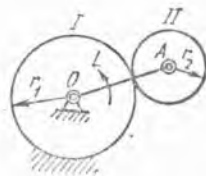
38.26. Бир хил массали ва радиусли иккита цилиндр қия текислик устида сирганмай юмалаб тушади. Биринчиси туташ цилиндр, иккинчи цилиндрининг массасини гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаш мумкин. Цилиндрлар бир хил баландликка тушганида уларнинг массалар марказлари тезликлари орасидаги боғланиш топилсин. Бошланғич пайтда цилиндрлар тинч туришган.

$$\text{Жавоб: } v_2/v_1 = \sqrt{3/2}.$$

38.27. Горизонтал текисликда жойлашган эпициклик механизм OA кривошипга қўйилган доимий L айлантирувчи момент туфайли тинч ҳолатидан ҳаракатга келтирилади. Агар қўзғалмас I ғилдиракнинг радиуси r_1 , қўзғалувчи II ғилдиракнинг радиуси r_2 ва массаси M_1 , OA кривошипнинг массаси эса M_2 бўлса, кривошипнинг бурчак



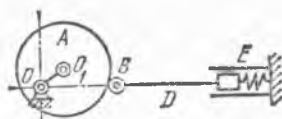
38.24- масалага



38.27- масалага

тезлиги унинг айланиш бурчаги функцияси сифатида аниқлансин. II ғилдирак бир жинсли диск, кривошип эса бир жинсли стержень деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r_1 + r_2} \sqrt{\frac{3L\varphi}{9M_1 + 2M_2}}.$$



38.28- масалага

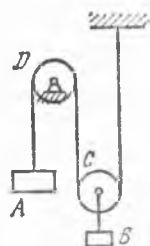
38.28. Горизонтал текисликда жойлашган кулакли механизмда A эксцентрик D штангали B роликни илгариллама-қайтма ҳаракатга келтиради. Штангага бириктирилган E пружина ҳам ша роликни эксцентрикка тақоб туради. Эксцентрикнинг массаси M га тенг, e эксцентриситет унинг радиусининг ярмига тенг; пружинанинг эластиклик коэффициент c га тенг. Штанга энг чапдаги ҳолатда бўлганида пружина бўш туради. Эксцентрик D штангани энг чапдаги ҳолатдан энг ўнгдаги ҳолатига кўчириши учун унга қандай бурчак тезлик бериш керак? Ролик, штанга ва пружиналар массалари ҳисобга олинмасин. Эксцентрик бир жинсли доиравий диск деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = 2\sqrt{c/(3M)}.$$

38.29. Агар велосипеддаги киши бошланғич пайтда 9 км/соат тезлик билан ҳаракат қилиб, кейин педалларни айлантирмай қўйган бўлса, велосипед тўхтагунича қанча йўл босиб ўтади? Велосипед билан кишининг умумий массаси 80 кг га, ҳар қайси ғилдиракнинг массаси 5 кг га тенг, ҳар қайси ғилдиракнинг массаси 50 см радиусли айлана бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин. Ғилдиракларнинг ерда юмалашидаги ишқаланиш коэффициент $0,5$ см га тенг.

$$\text{Жавоб: } 35,6 \text{ м.}$$

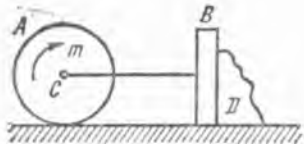
38.30. M_1 массали A юк пастга тушаётганида, қўзғалмас D блок орқали ўтказилган трос ёрдамида қўзғалувчи C блокнинг ўқига бириктирилган M_2 массали B юкни юқорига кўтаради. C ва D блокларнинг ҳар бири M_3 массали бир жинсли туташ диск деб ҳисоблансин. A юкнинг h баландликдан тушган пайтдаги тезлиги аниқлансин. Троснинг массаси, блоклар гардишидаги сирғанишлар ва қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда система тинч турган.



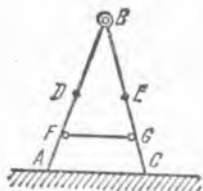
$$\text{Жавоб: } v = 2\sqrt{2gh \frac{2M_1 - M_2 - M_3}{8M_1 + 2M_2 + 7M_3}}.$$

38.30- масалага

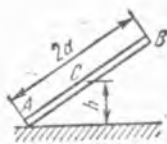
38.31. Қор курагичнинг етакловчи ғилдираги — A барабанига доимий айлантирувчи m момент қўйилган. A барабанининг массасини унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб қараш мумкин. D қор, B шчит ва бошқа илгариллама ҳаракат қилувчи қисмлар массалари йиғиндиси ўзгармас ва M_2 га тенг. Қор ва шчитнинг ерга ишқаланиш коэффициент f га, барабанининг ерда юмалашидаги ишқаланиш коэффициент f_0 га тенг. Барабанининг массаси M_1 га, радиуси r га тенг. Бошланғич пайтда система тинч турган бўлса, қор курагич B шчитни ўтган s йўл билан унинг v тезлигининг қиймати орасидаги мутаносиблик аниқлансин.



38.31- масалага



38.33- масалага



38.34- масалага

$$\text{Жавоб: } s = \frac{r}{2} \frac{2M_1 + M_2}{m - (M_1 f_{\text{ю}} + f M_2 r)g} v^2.$$

38.32. Горизонтал тўғри йўлда ҳаракатланаётган автомашинанинг тезлиги v_1 дан v_2 га қадар двигателъ қувватини ошириш ҳисобига ортди. Бунда s йўл ўтилди. Агар тўртта ғилдирак ҳар бирининг массаси M_1 , кузов массаси M_2 , r — ғилдирак радиуси, $f_{\text{ю}}$ — ғилдиракнинг шосседан юмалаб ишқаланиш коэффициентини бўлса, автомашина моторининг шу силжишда бажарган иши ҳисоблансин. Сирғанмай юмалаётган ғилдиракларни бир жинсли яхлит дисклар деб ҳисоблансин. Ғилдираклар ва кузовдан ташқари ҳамма деталларнинг кинетик энергияси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } A = \frac{6M_1 + M_2}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{f_{\text{ю}}}{r} (4M_1 + M_2)gs.$$

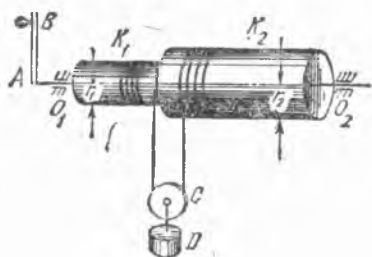
38.33. B шарнирли ABC нарвон силлиқ горизонтал полда туради, узунлик $AB = BC = 2l$, массалар марказлари стерженларнинг ўртасидаги D ва E нуқталарда, ҳар қайси зинапояннинг массалар марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. B шарнирдан полгача бўлган масофа h га тенг. Бир пайтга келиб нарвон FG тортиқчининг узилиши натижасида керили бошлайди. Шарнирдаги ишқаланишни ҳисобга олмай: 1) B нуқтанинг ерга тегиш пайтидаги тезлиги; 2) B нуқта билан пол орасидаги масофа $\frac{1}{2}h$ га тенг бўлган пайтдаги B нуқта тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) v = 2l \sqrt{\frac{gh}{l^2 + \rho^2}}; 2) v = \frac{1}{2} \sqrt{gh \frac{16l^2 - h^2}{2(l^2 + \rho^2)}}.$$

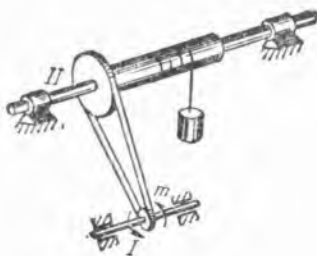
38.34. Узунлиги $2a$ бўлган AB стерженнинг A учи силлиқ горизонтал полда сирғанганида стержень йиқилади. Бошланғич пайтда стержень вертикал ҳолатини эгаллаб, тинч турган. Стержень массалар марказининг тезлиги унинг полдан баландлиги h нинг функцияси сифатида аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = (a - h) \sqrt{\frac{6g(a + h)}{4a^2 - 3h^2}}.$$

38.35. Дифференциал чиғириқда бир-бирига маҳкамлаб бириктирилган иккита K_1 ва K_2 валлар AB даста билан айлантирилади; K_1 ва K_2 валларнинг радиуслари r_1 ва r_2 , уларнинг $O_1 O_2$ ўққа нисбатан



38.35- масалага



38.36- масалага

инерция моментлари тегишлича I_1 ва I_2 га тенг. Қўзғалувчи C блок чўзилмайдиган ва оғирлиги бўлмаган ипга осилган; ипнинг чап томондаги учи K_1 валга, ўнг томондаги учи эса K_2 валга ўралган. AB даста айланганда ипнинг чап томондаги учи K_1 валдан ечилади, ўнг томондаги учи эса K_2 валга ўралади. AB дастага m ўзгармас айлантирувчи момент қўйилган. C блокка M массали D юк осилган. D юкнинг s баландликка кўтарилишининг пировардида дастанинг бурчак тезлиги топилсин. Бошланғич пайтда система тинч турган. Даста билан блок массалари ҳисобга олинмасин.

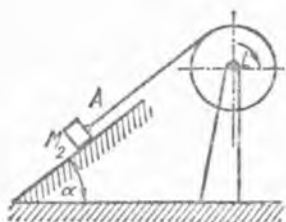
$$\text{Жавоб: } \omega = 2 \sqrt{2s \frac{2m - Mg(r_2 - r_1)}{(r_2 - r_1)[M(r_2 - r_1)^2 + 4(I_1 + I_2)]}}.$$

38.36. Чиғириқ тасмали узатма ёрдамда ҳаракатга келтирилади, бу узатма чиғириқ валига ўрнатилган Π шкив билан мотор валидаги I шкивни бирлаштиради. Массаси M_1 ва радиуси r бўлган I шкивга m ўзгармас айлантирувчи момент қўйилган. Π шкивнинг массаси M_2 га ва радиуси R га тенг. Чиғириқ барабанининг массаси M_3 , радиуси r , кўтарилувчи юк массаси M_4 га тенг. Чиғириқ тинч ҳолатдан ҳаракатга келтирилади. Юкнинг h баландликка кўтарилган пайтдаги тезлиги топилсин. Тасма билан арқон массаси ҳамда подшипниклардаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Барабан ва шкивлар бир жинсли доиравий цилиндрлар деб ҳисоблансин.

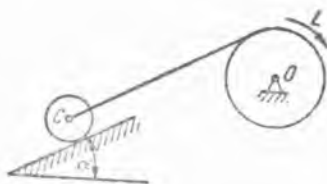
$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{h(m \frac{R}{r^2} - M_4 g)}{M_1 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_3 + 2M_4}}.$$

38.37. Бундан олдинги масала юк боғланган арқоннинг массасини ҳисобга олиб ечилсин. Арқон узунлиги l , арқон узунлик бирлигининг массаси M . Бошланғич пайтда чиғириқ барабанидан арқоннинг $2h$ узунликдаги қисми осилиб турган.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{h(m \frac{R}{r^2} - M_4 g - \frac{3}{2} Mgh)}{M_1 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2 + M_3 + 2M_4 + 2Ml}}.$$



38.38- масалага



38.40- масалага

38.38. L ўзгармас айлантурувчи момент чиғириқнинг радиуси r ва массаси M_1 бўлган барабанига қўйилган. Барабанга ўралган троснинг A учига горизонт билан α бурчак ташкил қилган қия текислик бўйлаб кўтарилиувчи M_2 массали юк боғланган. Чиғириқ барабани φ бурчакка айланганида унинг бурчак тезлиги қанча бўлади? Юк билан қия текислик орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Трос массаси ҳисобга олинмасин, барабан бир жинсли доправий цилиндр деб ҳисоблансин. Бошланғич пайтда система тинч турган.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{L - M_2 g r (\sin \alpha + f \cos \alpha)}{M_1 + 2M_2}} \varphi.$$

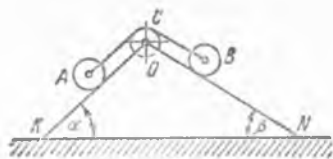
38.39. Бундан олдинги масала юк боғланган троснинг массаси ҳисобга олиниб ечилсин. Троснинг узунлиги l , трос узунлик бирлигининг массаси M га тенг. Бошланғич пайтда троснинг a узунлигидаги қисми чиғириқ барабанидан осилиб турган. Барабанга ўралган трос потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{1}{r} \sqrt{2 \frac{2L - 2M_2 g r (\sin \alpha + f \cos \alpha) - M g r (2a - r \varphi) \sin \alpha}{M_1 + 2M_2 + 2Ml}} \varphi.$$

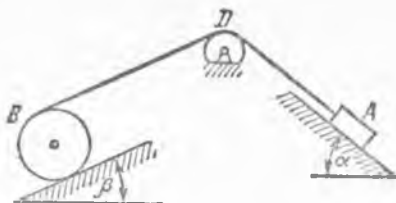
38.40. Чиғириқнинг массаси M_1 , радиуси r_1 бўлган барабанига L ўзгармас айлантурувчи момент қўйилган. Барабанга ўралган троснинг учига M_2 массали ғилдиракнинг C ўқи бириктирилган. Ғилдирак горизонтга нисбатан α бурчакка оғган қия текислик бўйлаб юқорига сирғанмасдан думалайди. Барабан n марта айланганида қандай бурчак тезликка эга бўлади? Барабан ва ғилдиракни бир жинсли доправий цилиндрлар деб ҳисоблансин. Бошланғич пайтда система тинч турган. Троснинг массаси ва ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r_1} \sqrt{2 \pi n \frac{L - M_2 g r_1 \sin \alpha}{M_1 + 3M_2}}.$$

38.41. Агар l — троснинг узунлиги, M — трос узунлик бирлигининг массаси, a — троснинг бошланғич пайтдаги барабанга уралмаган қисмининг узунлиги, $f_{\text{ю}}$ — юмалаб ишқаланиш коэффициентини, r_2 — ғилдиракнинг радиуси бўлса, бундан олдинги масала троснинг массасини ва ғилдиракнинг қия текислик устидаги юмалаб ишқала-



38.42- масалага



38.44- масалага

ниш коэффициентини ҳисобга олган ҳолда ечилсин. Троснинг барабанга ўралган қисми потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2}{r_1} \sqrt{\frac{L - r_1 g [M_2 (\sin \alpha + \frac{f_0}{r_2} \cos \alpha) + M(a - \pi r_1) \sin \alpha]}{2\pi n (M_1 + 3M_2 + 2M)}}$$

38.42. А ғилдирак ОК қия текисликда ғилдираб тушиб, чўзилмас трос ёрдами билан В ғилдиракни кўтаради. В ғилдирак ОН қия текисликда ғилдирайди. Трос қўзғалмас горизонтал О ўқ атрофида айланувчи С блок орқали ўтказилган. А ғилдирак ўқи ОК чизикқа параллел суратда s масофага силжиганида шу ўқнинг тезлиги топилсин. Бошланғич пайтда система тинч ҳолатда турган. Блок билан иккала ғилдирак массаси ва радиуси бир хилда бўлган бир жинсли дисклар деб ҳисоблансин. Троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{1}{7} g s (\sin \alpha - \sin \beta)}.$$

38.43. Бундан олдинги масала ғилдиракларнинг қия текисликларда юмалашидаги ишқаланишнинг ҳисобга олиб ечилсин. Юмалаб ишқаланиш коэффициенти f_0 га, ғилдиракларнинг радиуси r га тенг.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{\frac{1}{7} g s [\sin \alpha - \sin \beta - \frac{f_0}{r} (\cos \alpha + \cos \beta)]}.$$

38.44. M_1 массали А юкка чўзилмайдиган ип бириктирилган ва бу ип M_2 массали D блок орқали ўтказилиб, массаси M_3 бўлган В цилиндрик ғилдиракнинг ён сиртига ўралган. Горизонт билан α бурчак ташкил этувчи қия текислик бўйлаб А юк пастга томон ҳаракатланганида D блок айланади. В ғилдирак эса горизонт билан β бурчак ҳосил қилувчи қия текислик бўйлаб юқорига сирғанмасдан юмалайди. Бошланғич пайтда система тинч турган бўлса, А юкнинг тезлиги унинг ўтган s йўлига боғлиқ равишда аниқлансин. D блок ва В ғилдиракни бир жинсли доғравий цилиндрлар деб ҳисоблансин. Ишқаланиш кучлари ва ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{2gs \frac{2M_1 \sin \alpha - M_3 \sin \beta}{8M_1 + 4M_2 + 3M_3}}$$

38.45. Бундан олдинги масала сирғаниб ишқаланиш ва юмалаб ишқаланиш коэффициентларини мос равишда f ва $f_{ю}$ га тенг деб ечилсин. B ғилдиракнинг радиуси r га тенг.

$$\text{Жавоб: } v = 2 \sqrt{2gs \frac{2M_1 (\sin \alpha - f \cos \alpha) - M_3 (\sin \beta + \frac{f_{ю}}{r} \cos \beta)}{8M_1 + 4M_2 + 3M_3}}$$

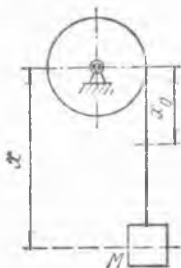
38.46. Айланиш ўқи горизонтал бўлган цилиндрик барабанга ўралган бир жинсли чузилмайдиган тросга массаси M бўлган юк осилган. Троснинг узунлиги l га тенг. Барабанинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I , барабан радиуси R , трос узунлик бирлигининг массаси m берилган. Трос осилиб турган қисмининг узунлиги x бўлган пайтда юкнинг тезлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда юк тезлиги $v_0 = 0$, троснинг осилиб турган қисмининг узунлиги эса x_0 бўлган. Барабан ўқидаги ишқаланиш, троснинг йўғонлиги ва троснинг барабанга ўралган қисми потенциал энергиясининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } v = R \sqrt{g \frac{[2M + m(x + x_0)](x - x_0)}{I + (M + ml)R^2}}$$

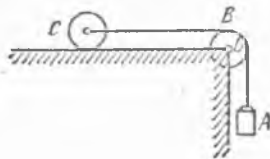
38.47. Массаси M_1 бўлган A юк узунлиги L ва массаси M_2 бўлган бир жинсли чузилмас арқонга осилган. Арқон расм текислигига тик бўлган O ўқ атрофида айланувчи B блокдан ўтказилган. Арқоннинг иккинчи учи қўзғалмас горизонтал текислик бўйлаб сирғанимай юмаловчи C ғилдиракнинг ўқиға уланган. B блок ва C ғилдиракнинг ҳар бири радиуси r ва массаси M_2 бўлган бир жинсли доиравий дискдан иборат. Ғилдиракнинг горизонтал текисликда юмалашидаги ишқаланиш коэффициенти $f_{ю}$ га тенг. Система тинч ҳолатда турган бошланғич пайтда B блокдан арқоннинг l узунликдаги қисми осилиб турган. A юкнинг тезлиги унинг вертикал силжиши h нинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v =$

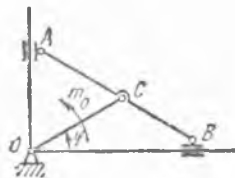
$$= \sqrt{2gh \frac{\left\{ M_1 + \frac{M_2}{2L} (2l + 2r + h) - \frac{f_{ю}}{r} \left[M_3 + M_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{l}{2L} - \frac{\pi r}{4L} - \frac{h}{4L} \right) \right] \right\}}{M_1 + M_2 + 2M_3}}$$



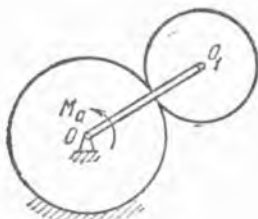
38.46- масалага



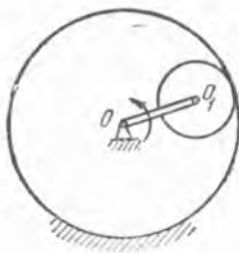
38.47- масалага



38.48- масалага



38.50- масалага



38.52- масалага

рида ҳаракатга келтирилади. $\varphi = 0$ бўлган бошланғич пайтда механизм тинч туради. ОС кривошип чорак айланган пайтда унинг бурчак тезлиги топилисин. Берилган: M — АВ стерженнинг массаси, $m_A = m_B = m$ — А ва В ползуларнинг массалари, $OC = AC = BC = = l$; ОС кривошипнинг массаси ва қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{3\pi m_0}{M + 3m}}.$$

38.49. Бундан олдинги масала С шарнирға қўйилган m_k ўзгармас қаршилик моментини ҳисобга олиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{3\pi (m_0 - 2m_k)}{M + 3m}}.$$

38.50. Горизонтал текисликда жойлашган эпициклик механизмнинг OO_1 кривошипиға $M_a = M_0 - \alpha \omega$ айлантирувчи момент қўйилган, бу ерда M_0 ва α мусбат ўзгармас миқдорлар, ω эса — кривошипнинг бурчак тезлиги. Кривошипнинг массаси m га, сателлит (ҳаракатланувчи филдирак) массаси M га тенг. Кривошипни ингичка бир жинсли стержень, сателлитни эса r радиусли бир жинсли донавий диск ҳисоблаб, кривошипнинг ω бурчак тезлиги вақт функцияси сифатида аниқлансин. Бошланғич пайтда система тинч турган. Қўзғалмас шестернянинг радиуси R га тенг, қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин.

Қўрсатма. Кинетик энергия ўзгариши ҳақидаги теореманинг дифференциал шакли қўлланилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M_0}{\alpha} \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{I'} t} \right), \text{ бунда } I' = \left(\frac{m}{3} + \frac{3}{2} M \right) (R + r)^2.$$

38.51. Бундан олдинги масала сателлитнинг O_1 ўқиға қўйилган $M_{\text{иш}}$ ўзгармас ишқаланиш моментини ҳисобга олиб ечилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{M_0 - \frac{R}{r} M_{\text{иш}}}{\alpha} (1 - e^{-\frac{\alpha}{I'} t}),$$

бу ерда $I' = \left(\frac{m}{3} + \frac{3}{2}M\right)(R+r)^2$.

38.52. Горизонтал текисликда ўрнашган гипоциклик механизмнинг OO_1 кривошипни ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бирор пайтда двигатель ўчириб қўйилган ва сателлит (ҳаракатланувчан филдирак) ўқига қўйилган ишқаланиш кучининг $M_{\text{иш}}$ ўзгармас ишқаланиш моменти таъсирида механизм тўхтаган. Кривошип массаси M_1 , сателлит массаси M_2 , R ва r эса, мос равишда, катта ва кичик филдираклар радиуслари бўлса, тўхташ вақти τ ва кривошипнинг шу вақт оралигидаги айланиш бурчаги аниқлансин.

Қўрсатма. Кинетик энергия ўзгариши ҳақидаги теореманинг дифференциал шакли қўллансин.

Жавоб: $\tau = \frac{rI'}{RM_{\text{иш}}} \omega_0$, $\varphi = \frac{1}{2} \frac{rI'}{RM_{\text{иш}}} \omega_0^2$,

бу ерда $I' = \left(\frac{M_1}{3} + \frac{3}{2}M_2\right)(R-r)^2$.

38.53. Қўзғалмас O ўқ атрофида айланувчи AB бир жинсли стержень ёрдамида C крестовина қўзғалмас O_1 ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтирилади (O ва O_1 ўқлар расм текислигига перпендикуляр). Бунда A ва B ползунлар AB стержень билан шарнирли бириктирилган бўлиб, C крестовинанинг ўзаро перпендикуляр излари бўйлаб сирпанади. Стерженьнинг айланиши m_a ўзгармас айлантирувчи момент таъсирида содир бўлади. AB стержень чорак айланган пайтда унинг бурчак тезлиги топилсин. Бошланғич пайтда $\varphi=0$, стерженьнинг бурчак тезлиги эса ω_0 бўлган. A ва B ползунлар шарнирларининг ҳар бирида вужудга келади қаршилик моментларининг миқдори m_a дан икки марта кичик.

Бошқа қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. Стерженьнинг массаси m га тенг; C крестовинанинг O_1 ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг; $OO_1 = OA = OB = l$.

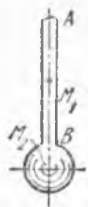
Жавоб: $\omega = \sqrt{\frac{6\pi m_a}{4ml^2 + 3I} + \omega_0^2}$.

39-§. Қаттиқ жисмнинг текис-параллел ҳаракати

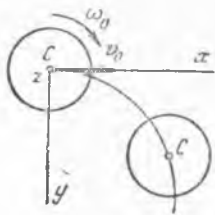
39.1. Оғир жисм узунлиги 80 см ва массаси 1 кг бўлган стержendan ва унга бириктирилган дискдан иборат; дисkning радиуси 20 см га, массаси 2 кг га тенг. Стержень вертикал ҳолатда турган бошланғич пайтда жисмга шундай ҳаракат берилганки, стержень массалар маркази M_1 нинг тезлиги нолга, диск массалар маркази M_2 нинг тезлиги эса 360 см/с га тенг бўлган ва горизонтал бўйлаб ўнг томонга йўналган. Оғирлик кучи таъсиринигина эътиборга олиб, жисмнинг кейинги ҳаракати топилсин.

Жавоб: жисм ўзининг $y^2 = 117,5x$ тенгламага мос парабола чизувчи массалар маркази атрофида 6 рад/с бурчак тезлик билан бир текис айланади (координаталар боши B нуқтада, y ўқ горизонтал бўйича ўнга, x ўқ пастга йўналган).

39.2. Диск оғирлик кучи таъсирида вертикал текислик бўйлаб тушади. Бошланғич пайтда дискка ω_0 бурчак тезлик берилган ва унинг C массалар маркази координаталар бошига мос келиб, горизонтал йўналган v_0 тезликка эга бўлган. Дискнинг ҳаракат тенгламалари топилинсин, x, y ўқлар расмда тасвирланган. Қаршилиқ кучлари ҳисобга олинмасин.



39.1- масалага



39.2- масалага

Жавоб: $x_C = v_0 t$, $y_C = \frac{g t^2}{2}$, $\varphi = \omega_0 t$,

бу ерда φ дискнинг айланиш бурчаги бўлиб, x ўқ билан бошланғич пайтда дискнинг горизонтал ҳолатдаги диаметри ташкил қилган бурчакни ифодалайди.

39.3. Бундан олдинги масала, диск ҳаракат текислигига перпендикуляр равишда унинг C массалар марказидан ўтувчи қўзғалувчи горизонтал ўққа нисбатан ҳаракатга қаршилиқ momenti m_k ни диск бурчак тезлиги φ нинг биринчи даражасига пропорционал деб ечилсин; бунда пропорционаллик коэффициенти β га тенг. Дискнинг мазкур ўққа нисбатан инерция momenti I_C га тенг.

Жавоб: $x_C = v_0 t$, $y_C = \frac{g t^2}{2}$, $\varphi = \frac{I_C \omega_0}{\beta} \left(1 - e^{-\frac{\beta}{I_C} t} \right)$,

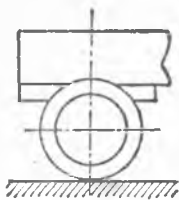
бу ерда φ дискнинг айланиш бурчагидан иборат ва y, x ўқ билан бошланғич пайтда горизонтал ҳолатда бўлган диаметр ташкил қилган бурчакни ифодалайди.

39.4. Автомобилнинг радиуси r ва массаси M бўлган етакловчи филдираги горизонтал ва тўғри чизиqli йўлда ҳаракат қилади. Филдиракка m айлантирувчи момент қўйилган. Филдиракнинг массалар марказидан унинг текислигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. Филдиракнинг ерда сирғанишидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Филдирак сирғанмай думалаши учун айлантирувчи момент қандай шартни қаноатлантириши керак? Юмалашга қаршилиқ ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $m \leq f M g \frac{r^2 + \rho^2}{r}$.

39.5. Бундан олдинги масала юмалашдаги ишқаланишни ҳисобга олиб ечилсин, бунда юмалашга ишқаланиш коэффициенти $f_{\text{ю}}$ га тенг.

Жавоб: $m \leq f M g \frac{r^2 + \rho^2}{r} + M g f_{\text{ю}}$.



39.8- масалага

39.6. Автомобилнинг етакланувчи ғилдираги ўқи горизонтал тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Ғилдирак ўқиға горизонтал йўналган F юритувчи куч қўйилган. Ғилдиракнинг массалар марказидан унинг текислигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. Ғилдиракнинг ерда сирғанишидан ҳосил бўладиган ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ғилдирак радиуси r га, массаси M га тенг. Ғилдирак сирғанмай ғилдираши учун F куч қандай шартни қаноатлантириши керак? Юмаланишга қаршилиқ ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $F \leq Mg \frac{r^2 + \rho^2}{\rho^2}$.

39.7. Юмалашга ишқаланиш коэффициентини f_0 бўлганида, бундан олдинги масала юмалашдаги ишқаланишни ҳисобга олиб ечилсин.

Жавоб: $F \leq \frac{fMg(r^2 + \rho^2) - Mg f_0 r}{\rho^2}$.

39.8. Автомобиль прицепа тўхтагунича ω_0 тезланиш билан секинланувчан ҳаракат қилади. Бунда унинг ғилдиракларидан биридаги тормоз ишга туширилмайди. Ғилдиракнинг йўлга кўрсатадиган босими N га тенг. Ғилдиракнинг йўлга ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Берилган: r — ғилдирак радиуси, m — унинг массаси, ρ — инерция радиуси. Ғилдиракнинг ўз ўқиға кўрсатадиган S горизонтал босими аниқлансин.

Жавоб: 1) $\omega_0 \leq \frac{fN}{m} \frac{r^2}{\rho^2}$, $S = m \omega_0 \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)$,

2) $\omega_0 > \frac{fN}{m} \frac{r^2}{\rho^2}$, $S = m \omega_0 + fN$.

39.9. Радиуси r бўлган ғилдирак унга қўйилган $m_a = \frac{5}{2} fMgr$ айлантурувчи момент таъсирида горизонтал тўғри чизиқли рельс бўйлаб ғилдирайди, бунда f — сирғанишдаги ишқаланиш коэффициентини, M — ғилдирак массаси. Ғилдиракнинг рельсга тегиб турган нуқтасининг тезлиги (сирғаниш тезлиги) аниқлансин. Ғилдирак массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган. Юмалашдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда ғилдирак тинч турган.

Жавоб: $\frac{f g}{2} t$.

39.10. Олдинги масала юмалашга ишқаланиш коэффициентини $f_0 = \frac{1}{4} f r$ ни ҳисобга олган ҳолда ечилсин.

Жавоб: $\frac{1}{4} f g t$.

39.11. Горизонтал ўқли бир жинсли цилиндр ўз оғирлиги таъсирида ишқаланиш коэффициентини f бўлган ғадир-будур қия текислик.

дан ғилдираб тушиб боради. Цилиндр сирғанмай ҳаракатланади деб, текисликнинг горизонтга оғиш бурчаги ва цилиндр ўқининг тезланиши аниқлансин. Юмаланиш қаршилиғи ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\alpha \leq \arctg 3f$; $\omega = \frac{2}{3} g \sin \alpha$.

39.12. Бир жинсли яхлит донавий диск горизонтга нисбатан α бурчак ҳосил қилган қия текислик бўйлаб юмалайди. Диск ўқи энг катта нишаблик йўналиши билан β бурчак ҳосил қилади. Диск битта вертикал текисликда юмалайди деб ҳисоблаб, унинг массалар маркази тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_c = \frac{2}{3} g \sin \alpha \sin \beta$.

39.13. Горизонтал ўқли бир жинсли цилиндр ўз оғирлиги таъсирида қия текисликда сирғаниб ғилдираб тушади. Сирғаниш ишқаланиш коэффиценти f . Текисликнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчаги ва цилиндр ўқининг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\alpha > \arctg 3f$, $\omega = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)$.

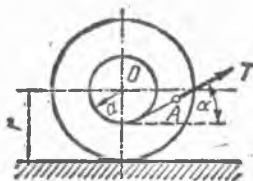
39.14. Радиуси r бўлган бир жинсли ғилдирак горизонт билан α бурчак ташкил қилган қия текисликда сирғанмай ғилдираб тушади. Юмалашга ишқаланиш коэффиценти f_0 қандай қийматга эга бўлганда ғилдиракнинг массалар маркази ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади, ғилдирак эса массалар марказидан унинг текислигига тик ўтган ўқ атрофида бир текис айланади?

Жавоб: $f_0 = r \operatorname{tg} \alpha$.

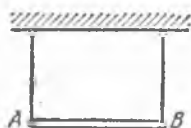
39.15. Горизонтал ғадир-будур полда турган массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли ғилдирак ўзагига ип ўралган; ипга горизонтга нисбатан α бурчак остида йўналган T куч қўйилган. Ўзак радиуси a , ғилдиракнинг инерция радиуси ρ . Ғилдирак O ўқининг ҳаракат қонуни топилсин. Ғилдирак бошланғич пайтда тинч ҳолатда бўлган, кейин эса сирпанмай думалаган.

Жавоб: $x = \frac{T}{M} \frac{r(r \cos \alpha - a)}{2(\rho^2 + r^2)} t^2$, бунда x ўқ чапдан ўнгга йўналган.

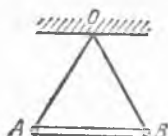
39.16. Массаси M бўлган бир жинсли AB стержень ўзининг учларига боғланган иккита вертикал ип билан шипга горизонтал қилиб осилган. Битта ип узилган пайтда иккинчисида юзага келадиган тортилиш кучи топилсин.



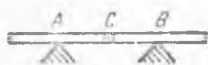
39.15- масалага



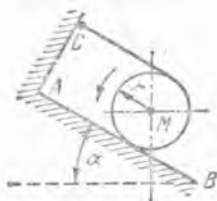
39.16- масалага



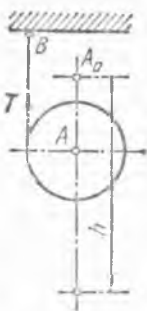
39.17- масалага



39.18-масалага



39.20- масалага



39.19- масалага

Кўрсатма. Ип узилган пайтдан кейин ўтган жуда кичик вақт учун стержень ҳаракати дифференциал тенгламаси тузилганда стержень йўналишининг ўзгариши билан стержень массалар марказидан бошқа илгача бўлган масофанинг ўзгариши ҳисобга олинмайди.

Жавоб: $T = Mg/4$.

39.17. Массаси M бўлган бир жинсли стержень узунлиги шу стержень узунлигига тенг бўлган иккита ип билан O нуқтага осилган. Бир ип узилганда иккинчи ипда ҳосил бўладиган тортилиш кучи топилисин (39.16-масалага берилган кўрсатмага қаралсин).

Жавоб: $T = 0,266 Mg$.

39.18. Узунлиги $2l$ ва массаси M бўлган бир жинсли стержень иккита A ва B таянчда ётади; стерженнинг C массалар маркази таянчлардан бир хил масофада, бунда: $CA = CB = a$; ҳар қайси таянчга тушадиган босим $Mg/2$ га тенг. B таянч бирданига олиб ташланган пайтда A таянчга тушадиган босим қандай ўзгаради? (39.16-масалага берилган кўрсатмага қаралсин.)

Жавоб: A таянчга тушадиган босим $\frac{l^2 - 3a^2}{2(l^2 - 3a^2)} Mg$ миқдориди кўпаяди.

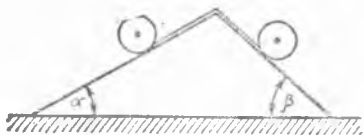
39.19. Массаси m бўлган A оғир доиравий цилиндрнинг ўртасига B учи қўзғалмайдиган қилиб бойланган илгичка ип ўралган. Цилиндр иппин чуватиб, бошланғич тезликсиз пастга тушади. Цилиндрнинг ўки h баландликка тушганда шу ўқ тезлигининг қанча бўлиши аниқлансин ва иппинг тортилиш кучи T топилисин.

Жавоб: $v = \frac{2}{3} \sqrt{3gh}$, $T = \frac{1}{3} mg$.

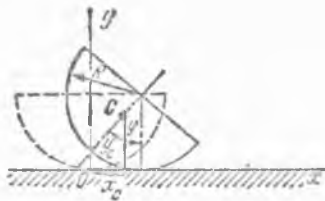
39.20. Иккита эластик ип массаси M ва радиуси r бўлган бир жинсли доиравий цилиндрга шундай ўралганки, уларнинг ўрамлари асосларга параллел бўлган ўрта текисликка нисбатан симметрик равишда жойлашган. Цилиндр AB қия текисликка шундай қўйилганки, унинг ясовчилари энг кўп оған чиқиққа тик, иппинг C учлари эса юқориди кўрсатилган ўрта текисликка нисбатан симметрик равишда AB текисликдан $2r$ масофага боғланган. Цилиндр қия текисликда пайдо бўладиган ва коэффиценти f га тенг бўлган ишқаланишни енгиб, оғирлик кучининг таъсирида бошланғич тезликсиз ҳаракат қила бошлайди. t вақт ичида цилиндр массалар маркази ўтган йўл s ва ипларнинг тортилиш кучи T аниқлансин; шу вақт ичида ипларнинг биронтаси ҳам охиригача чувалмаган деб қабул қилинсин.

Жавоб: $s = \frac{1}{3} g (\sin \alpha - 2f \cos \alpha) t^2$, $T = \frac{1}{6} Mg (\sin \alpha + f \cos \alpha)$.

Агар $\tan \alpha < 2f$ бўлса, цилиндр тинч туради.



39.21 - масалага



39.22- масалага

39.21. Массалари M_1 ва M_2 бўлган иккита цилиндрик валлар горизонт билан тегишлича α ва β бурчаклар ташкил қилувчи иккита қия текисликларда ёлдираб тушадилар. Валлар бир-бирига чўзилмайдиган ип билан туташтирилган. Ип валларга ўралган бўлиб, учлари уларга боғланган. Ипнинг тортилиш кучи ва ипнинг қия текисликларда қиладиган ҳаракатининг тезланиши аниқлансин. Валлар бир жинсли доиравий цилиндрлар деб ҳисоблансин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } T = g \frac{M_1 M_2 (\sin \alpha + \sin \beta)}{3(M_1 + M_2)}, \quad a = g \frac{M_1 \sin \alpha - M_2 \sin \beta}{M_1 + M_2}.$$

39.22. Радиуси R бўлган бир жинсли ярим доира шаклидаги диск кичик тебранишларининг даври аниқлансин; диск гадир-будур горизонтал текисликда туради ва шу текисликда сирғанмай ёлдирай олади.

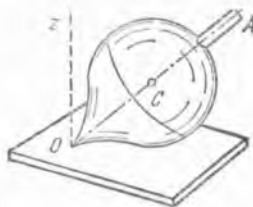
$$\text{Жавоб: } T = \frac{\pi}{2g} \sqrt{2g(9\pi - 16)R}.$$

40- §. Гироскопларнинг тақрибий назарияси

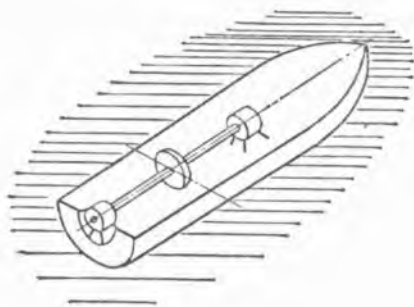
40.1. Пирилдоқ ўзининг OA ўқи атрофида соат стрелкаси ҳаракати йўналишида $\omega = 600$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан айланоқда; OA ўқ вертикалга нисбатан оған; ўқнинг қуйи O учи қўзғалмай қолади; пирилдоқнинг C массалар маркази OA ўқда бўлиб, O нуқтадан $OC = 30$ см масофада ўрнашган; пирилдоқнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция радиуси 10 см га тенг. Пирилдоқ ҳаракат миқдорининг OA айланиш ўқиға нисбатан бош моментини $I\omega$ га тенг деб, OA ўқнинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: OA ўқ Oz вертикал атрофида $\omega_1 = 0,49$ рад/с ўзгармас бурчак тезлик билан доиравий конус қизиб, соат стрелкаси ҳаракати йўналишида айланади.

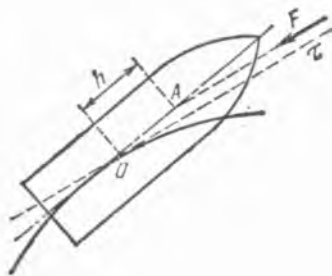
40.2. Диаметри 30 см бўлган диск шаклидаги пирилдоқ ўзининг симметрия ўқи атрофида 80 рад/с бурчак тезлик билан айланади. Диск пирилдоқнинг симметрия ўқи бўйлаб йўналган, узунлиги 20 см бўлган ўқ-



40.1- масалага



40.4- масалага



40.5- масалага

қа ўрнатилган. Ҳаракат миқдорининг бош моменти симметрия ўқи бўйлаб йўналган ва $I \omega$ га тенг деб фараз қилиб, пирилдоқ мунтазам прецессиясининг бурчак тезлиги аниқлансин.

Жавоб: 2,18 рад/с.

40.3. Вали кеманинг бўйлама ўқига параллел бўлган турбина бурчак тезлиги 1500 айл/мин га тенг. Айланувчи қисмларнинг массаси 6 т, инерция радиуси $\rho = 0,7$ м. Агар кема вертикал ўқ атрофида секундида 10° айланиб циркуляция чизса, подшипникларга тушадиган гироскопик босимнинг қанча бўлиши аниқлансин. Подшипниклар орасидаги масофа $l = 2,7$ м.

Жавоб: 30,4 кН.

40.4. Кемага ўрнатилган тезюрар турбина подшипникларига тушадиган максимал гироскопик босимлар аниқлансин. Кеманинг кили ротор ўқига тик бўлган ўқ атрофида чайқалади, чайқалишнинг амплитудаси 9° ва даври 15 секунд. Массаси 3500 кг, инерция радиуси 0,6 м бўлган ротор бурчак тезлиги 3000 айл/мин га тенг. Подшипниклар орасидаги масофа 2 м.

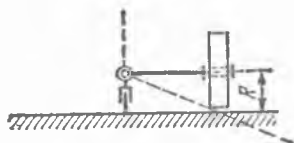
Жавоб: 13,0 кН.

40.5. Артиллерия снаряди симметрия ўқининг снаряд массалар маркази траекториясига ўтказилган уринма атрофида тўла айланиш вақти T аниқлансин. Бу ҳаракат снаряднинг ўқига оғирлик марказидан $h = 0,2$ м масофада қўйилган $F = 6,72$ кН миқдоридаги ҳаво қаршилиқ кучи таъсиридан юзага келади; бу куч уринмага деярли параллел йўналган. Снаряд ҳаракат миқдорининг унинг симметрия ўқига нисбатан моменти $1850 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ га тенг.

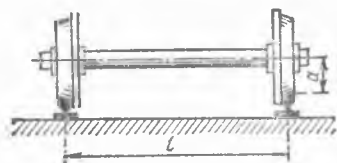
Жавоб: 8,66 с.

40.6. Газотурбовоз ўқи ёлдирак ўқига параллел ва ёлдирак айланадиган томонга 1500 айл/мин бурчак тезлик билан айланувчи турбина воситасида ҳаракатга келтирилади. Турбина айланувчи қисмларининг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти $I = 200 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Агар газотурбовоз радиуси 250 м бўлган бурилишда 15 м/с тезлик билан борса, рельсларга тушадиган қўшимча босим қанча бўлади? Рельслар орасидаги масофа 1,5 м.

Жавоб: бир рельсга 1256 Н — пастга, иккинчи рельсга 1256 Н — юқорига.



40.7- масалага



40.8- масалага

40.7. Тош билан янчувчи машинанинг ҳар қайси тошининг мас-саси $M = 1200$ кг, унинг ўқиға нисбатан инерция радиуси $\rho = 0,4$ м тош радиуси $R = 0,5$ м, тошнинг айланиш оний ўқи палла (янчиладиган материал солинувчи идиш) туби билан тош уриниш чизиги-нинг ўртасидан ўтади. Палланинг горизонтал тубиға тошдан тушадиган босим аниқлансин. Тошнинг вертикал ўқ атрофида айланиш-нинг кўчирма бурчак тезлиги $n = 60$ айл/мин га мос келади.

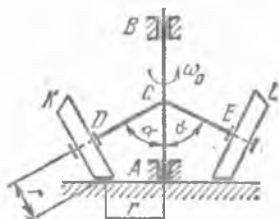
Жавоб: $N = 26,9$ кН.

40.8. Массаси $M = 1400$ кг, радиуси $a = 75$ см ва ўз ўқиға нисбатан инерция радиуси $\rho = \sqrt{0,55 a}$ бўлган ғилдирак скати гори-зонтал текисликда радиуси $R = 200$ м бўлган бурилишда $v = 20$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади. Агар рельслар оралиги $l = 1,5$ м бўлса, скатдан рельсларға тушадиган босимнинг қанча бўли-ши аниқлансин.

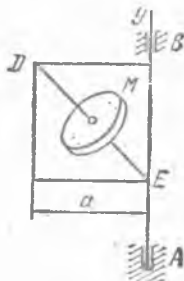
Жавоб: $N = (6,87 \pm 0,77)$ кН.

40.9. Расмда ажралувчи кўприкнинг бурилиш қисми тугуни тас-вирланган. AB вал унга α бурчак остида шарнирли бирлаштирилган CD ва CE стерженлари билан биргаликда ω_0 бурчак тезликда айла-нади. Бунда CD ва CE стерженларға эркин ўрнатилган конуссимон K ва L тишли ғилдираклар қўзғалмас текис горизонтал тишли ғил-дирак устида сирғанмасдан ғилдирайди. Ҳамма тишли ғилдираклар-нинг радиуслари r га тенг бўлса, ҳар бирининг массаси M бўлган K ва L тишли ғилдираклар томонидан қўзғалмас горизонтал тишли ғилдиракка кўрсатиладиган қўшимча динамик босим кучи аниқлан-син. Ҳаракатланувчи тишли ғилдиракларни бир жинсли яхлит диск-лар деб ҳисоблансин.

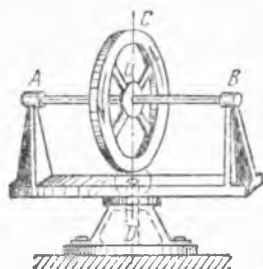
Жавоб: $\frac{Mr\omega_0^2 \sin \alpha}{2}$.



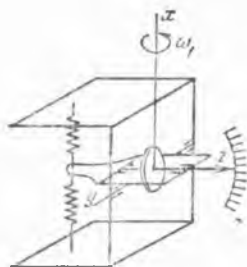
40.9- масалага



40.10- масалага



40.11- масалага



40.12- масалага

40.10. Томоғи $a = 20$ см бўлган квадрат рама AB вертикал ўқ атрафида $\omega = 2$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Раманинг DE диагонални бўйича ўрнашган ўқ атрафида $r = 10$ см радиусли M диск $\omega = 300$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. A ва B таянчларга кўрсатиладиган қўшимча ён босим кучларининг тегишлича статик босимларга нисбати аниқлансин. Раманинг массаси ҳисобга олинмасин. Диск массасини унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисоблансин.

Жавоб: 4,32.

40.11. Радиуси a ва массаси $2M$ бўлган ғилдирак горизонтал AB ўқ атрафида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; AB ўқ ғилдирак марказидан ўтайдиган вертикал CD ўқ атрафида ω_2 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; айланиш йўналишлари стрелкалар билан кўрсатишган. $AO = OB = h$ деб олиб, A ва B подшипникларга тушадиган N_A ва N_B босимлар топилсин. Ғилдирак массаси унинг тўғғиси бўйлаб текис таралган.

Жавоб: $N_A = Mg \left(1 + \frac{a^2 \omega_1 \omega_2}{g h} \right)$, $N_B = Mg \left(1 - \frac{a^2 \omega_1 \omega_2}{g h} \right)$.

40.12. Энг содда гиротахметр рамкаси иккита пружина билан асбобнинг корпусига бириктирилган гироскопдан иборат. Гироскопнинг хусусий айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I га, бурчак тезлиги ω га тенг. Асбоб рамканинг y айланиш ўқига тик бўлган x ўқ атрафида ω_1 бурчак тезлик билан айланувчи платформага ўрнатилган бўлса, гироскоп ўқи рамкаси билан бирга буриладиган α бурчак аниқлансин. Пружиналарнинг бикирлик коэффициентлари c га тенг; α бурчак кичик деб ҳисоблансин, рамканинг айланиш ўқидан пружиналаргача бўлган масофа a га тенг.

Жавоб: $\alpha = \frac{I \omega}{2 c a} \omega_1$.

41-§. Кинетостатика методи

41.1. Ўқ атрафида $\varphi = 3t^2$ қонунига мувофиқ айланадиган ва радиуси 20 см бўлган бир жинсли доиравий дискиннинг оғирлик кучи аниқлансин. Ўқ диск текислигига тик бўлиб, унинг марказидан ўт-

ган; диск уринма инерция кучларининг бош моменти $4 \text{ Н} \cdot \text{см}$ га тенг.

Жавоб: 3,27 Н.

41.2. Узунлиги l ва массаси M бўлган ингичка бир жинсли тўғри чизиқли стержень $\varphi = at^2$ қонунга мувофиқ стерженга тик ва унинг учидан ўтган ўқ атрафида айланади. Стержень заррачаларининг марказидан қочувчи I_n ва уринма I_τ инерция кучлари тенг таъсир этувчиларининг миқдори, йўналиши ва қўйилган нуқталари топилсин.

Жавоб: уринма инерция кучларининг тенг таъсир этувчиси $I_\tau = Ma l$ бўлиб, стерженга тик йўналган ва айланиш ўқидан $\frac{2}{3}l$ узқликдаги нуқтага қўйилган; марказдан қочувчи инерция кучларининг тенг таъсир этувчиси $I_n = 2Ma^2 l t^2$ бўлиб, айланиш ўқидан стержень йўналган.

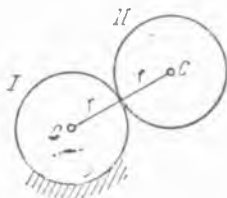
41.3. Массаси M бўлган r радиусли ғилдирак горизонтал тўғри чизиқли рельс бўйлаб сўрганмасдан ғилдирайди. Инерция кучларининг бош вектори ҳамда ғилдирак массалар марказидан ҳаракат текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти аниқлансин. Ғилдирак бир жинсли яхлит диск деб қаралсин. С массалар маркази $x_C = \frac{at^2}{2}$ қонун билан ҳаракатланади, бу ерда a — мусбат ўзгармас миқдор, x ўқ рельс бўйлаб йўналган.

Жавоб: Инерция кучлари бош векторининг модули Ma га тенг бўлиб, ўққа параллел равишда манфий йўналиш бўйича йўналган; инерция кучлари бош моментининг абсолют қиймати $\frac{1}{2}Mar$ га тенг.

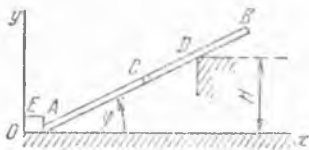
41.4. Планетар механизмнинг ҳаракатланувчи II ғилдираги инерция кучларининг бош вектори ва унинг S массалар марказидан ҳаракат текислигига перпендикуляр равишда ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти аниқлансин. OC кривошип ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. II ғилдирак массаси M га тенг. Ғилдираклар радиуслари r га тенг.

Жавоб: Инерция кучларининг бош вектори OC кривошипга параллел ва $2Mr\omega^2$ га тенг; инерция кучларининг бош моменти нолга тенг.

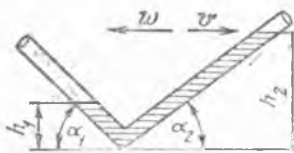
41.5. Узунлиги $2l$, массаси M бўлган ингичка бир жинсли AB стерженнинг A учи горизонтал йўналтирувчи бўйлаб E тиргак ёр-



41.4- масалага



41.5- масалага



41.7. масалага

дамида σ ўзгармас тезлик билан силжийди, шунинг билан бирга ҳар доим D рахга таянади. Стержень инерция кучларининг бош вектори ҳамда унинг ҳаракат текислигига тик равишда C масалар марказидан ўтувчи ўққа нисбатан бош моменти Φ бурчакка боғлиқ ҳолда аниқлансин.

Жавоб: $V_x^{(I)} = 3M \frac{v^2}{H^2} l \sin^4 \varphi \cos \varphi,$

$V_y^{(I)} = M \frac{v^2}{H^2} l (1 - 3 \cos^2 \varphi) \sin^3 \varphi,$

$m_{Cz}^{(I)} = -\frac{2}{3} M l^2 \frac{v^2}{H^2} \sin^3 \varphi \cos \varphi.$

41.6. Олдинги масаланинг берилганларига асосан стерженнинг D рахга бўлган динамик босими N_D аниқлансин.

Жавоб: $N_D = \frac{8}{3} \frac{v^2 l^2}{H^3} M \sin^4 \varphi \cos \varphi.$

41.7. Троллейбуснинг секинланишининг экспериментал йўл билан аниқлаш учун ёғ билан тўлдирилган вертикал текисликда ўрнашган букилган трубкadan иборат суюқлик акселерометри қўлланилади. Троллейбусга тормоз берилганда суюқлик трубканинг ҳаракат йўналишидаги учиди h_2 баландлик қадар кўтарилса, қарама-қарши учиди баландлиги h_1 қадар пасайса, троллейбуснинг секинланиши аниқлансин. Акселерометрнинг ҳолати расмда кўрсатилган: $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$, $h_1 = 25$ мм, $h_2 = 75$ мм.

Жавоб: $\omega = g \frac{(h_2 - h_1) \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_2}{h_1 \operatorname{tg} \alpha_2 + h_2 \operatorname{tg} \alpha_1} = 0,5g.$

41.8. Ён ёғи горизонт билан α бурчак ҳосил қиладиган призманинг ён текислигида турган жисм призмага нисбатан қўзғалмай қолиши учун призмани горизонтал текисликда қандай тезланиш билан ҳаракат қилдириш керак?

Жавоб: $\omega = g \operatorname{tg} \alpha.$

41.9. Тез алмашилиб турадиган чўзувчи ва қисувчи кучларнинг металл брусга кўрсатадиган таъсирини (металлларнинг чарчашиини) текшириш учун, текшириладиган A бруснинг юқориги учи BCO кривошипли механизмнинг B ползунига бириктирилган, унинг пастки учига эса массаси M бўлган юк осилган. OC кривошип O ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланган ҳолда брусни чўзувчи куч топилинсин.

Кўрсатма. $\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \varphi}$ нифодани қаторга ёйиш ва қатордаги

$\frac{r}{l}$ нисбатининг иккинчи даражадан юқори бўлган ҳамма ҳадларини ташлаб юбориш керак.

Жавоб: $Mg + Mr \omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right).$

41.10. Массаси 3 т бўлган E юк $\frac{1}{3}g$ тезланиш билан кўтари-

лаётганида айланма кран A подпятниги ва B подшипнигидаги таянч реакциялар аниқлансин. Кран массаси 2 т ва унинг массалар маркази C нуқтада. D аравача массаси 0,5 т. Кран ва аравача қўзғалмас. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $X_A = -X_B = 52,1 \text{ кН}$; $Y_A = 63,9 \text{ кН}$.

41.11. Бундан олдинги масалада қўрилган айланма кран A подпятниги ва B подшипниги таянч реакцияларини E юк бўлмай, те-
лежка 0,5g тезланиш билан чап томонга ҳаракатланганида аниқ-
лансин. Аравачанинг массалар маркази B таянч баландлигида туради.

Жавоб: $X_A = 12,8 \text{ кН}$, $X_B = -15,2 \text{ кН}$, $Y_A = 24,5 \text{ кН}$.

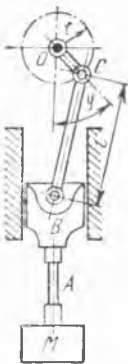
41.12. Қирғоққа иккита параллел арқон билан бўлган паром-
га массаси 7 т бўлган юк машинаси 12 км/соат тезлик билан чиқиб
келади, тормозлар юк машинасини 3 м масофада тўхтатади. Гилди-
ракларнинг паром полига ишқаланиш кучини ўзгармас деб фараз
қилиб, арқонларнинг тортилиш кучи T аниқлансин. Паромнинг
массаси билан тезланиши ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 6,48 \text{ кН}$.

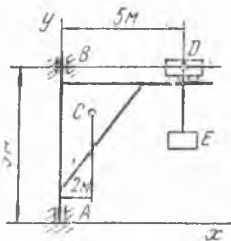
41.13. Массаси M бўлган автомобиль ω тезланиш билан тўғри
чизиqli ҳаракат қилади. Автомобилнинг олдинги ва кейинги гилди-
ракларидан тушадиган вертикал босим аниқлансин. Автомобилнинг
марказидан ўтувчи вертикалдан унинг олдинги ва кейинги гилди-
раклари ўқларигача бўлган масофалар мос равишда a ва b га тенг.
Гилдиракларнинг массалари ҳисобга олинмасин. Олдинги ва кейинги
гилдиракларнинг ерга босими бир хил бўлиши учун автомобиль
қандай ҳаракат қилиши керак?

Жавоб: $N_1 = \frac{M(gb - \omega h)}{a + b}$, $N_2 = \frac{M(ga + \omega h)}{a + b}$;

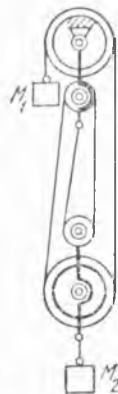
автомобиль $\omega = g \frac{a - b}{2h}$ секинланиш билан тормозланганда.



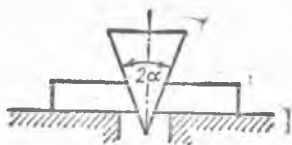
41.9- масалага



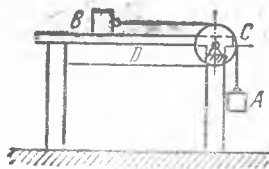
41.10- масалага



41.14- масалага



41.15- масалага



41.16- масалага

41.14. Расмда кўрсатилган полиспастр ёрдамида массаси M_2 бўлган юкни кўтарувчи M_1 массали юк пастга қандай теزلаниш билан тушади? M_1 юкнинг тенг ўлچовли ҳаракат қилиши учун қандай шарт бажарилиши керак? Блокларнинг ва троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

Кўрсатма. M_2 юкнинг теزلаниши M_1 юкнинг теزلанишидан тўрт марта кичик.

Жавоб: $w = 4g \frac{4M_1 - M_2}{16M_1 + M_2}$, $\frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{4}$.

41.15. Массаси M ва учигаги бурчаги 2α бўлган силлиқ пона горизонтал силлиқ столда турган пластинкаларни ажратади, пластинкалар ҳар бирининг массаси M_1 га тенг. Пона ва пластинкаларнинг ҳаракат тенгламалари тузилсин ва понанинг ҳар қайси пластинкага туширадиган босими аниқлансин.

Жавоб: понанинг ҳаракат тенгламаси:

$$s = \frac{wt^2}{2}, \text{ бу ерда } w = g \frac{M \operatorname{ctg} \alpha}{M \operatorname{ctg} \alpha + 2M_1 \operatorname{tg} \alpha};$$

пластинкаларнинг ҳаракат тенгламаси:

$$s_1 = \frac{w_1 t^2}{2}, \text{ бу ерда } w_1 = w \operatorname{tg} \alpha; \text{ босим кучи: } N = \frac{M_1 w_1}{\cos \alpha}.$$

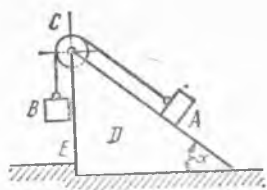
41.16. Массаси M_1 бўлган A юк пастга тушиб, массаси ҳисобга олинмайдиган ип ёрдами билан M_2 массали B юкни ҳаракатга келтиради; ип қўзғалмас C блокдан ўтган. D столнинг пастга туширадиган босими аниқлансин. Столнинг массаси M_3 га тенг.

Жавоб: $N = (M_1 + M_2 + M_3 - \frac{M_1^2}{M_1 + M_2})g$.

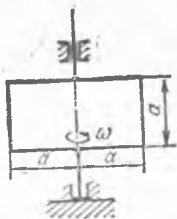
41.17. Массаси M_1 бўлган A юк горизонт билан α бурчак ташкил қилган қия текисликда пастга тушиб, массаси ҳисобга олинмайдиган ва қўзилмайдиган ип ёрдамида M_2 массали B юкни ҳаракатга келтиради; ип қўзғалмас C блокдан ўтган. Қия D текислигининг полдаги E дўнгликка туширадиган босимининг горизонтал тузувчиси аниқлансин.

Жавоб: $N = M_1 g \frac{M_1 \sin \alpha - M_2 \cos \alpha}{M_1 + M_2}$.

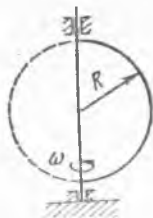
41.18. Массаси M , узунлиги l бўлган бир жинсли стержень қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айла-



41.17- масалага



41.19- масалага



41.20- масалага

нади. Вертикал ўқ стерженга перпендикуляр бўлиб, стерженнинг учидан ўтади. Стерженнинг айланиш ўқидан a масофада турадиган қўндаланг қирқимидаги чўзувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $F = M(l^2 - a^2)\omega^2/(2l)$.

41.19. Массаси M бўлган бир жинсли тўғри тўртбурчакли пластинка вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Айланиш ўқидан ўтадиган қирқимда пластинкани айланиш ўқига тик йўналишда чўзувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $Ma\omega^2/4$.

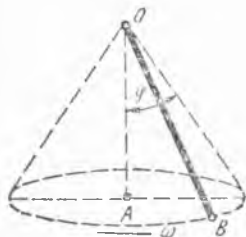
41.20. Массаси M , радиуси R бўлган бир жинсли доғравий диск ўзининг вертикал диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Дискни диаметри бўйлаб чўзувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $2MR\omega^2/(3\pi)$.

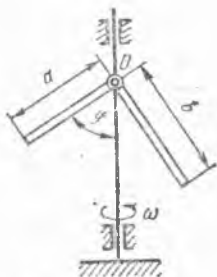
41.21. Ўзунлиги l ва массаси M бўлган тўғри чизикли ингичка бир жинсли стержень қўзғалмас O нуқта (шарли шарнир) атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланиб, ўқи OA ва учи O нуқтада бўлган конус сиртини чизади. Стерженнинг вертикал йўналишдан ϕ гиш бурчаги, шунингдек, стерженнинг O шарнирга туширадиган N бссимининг миқдори ҳисоблансин.

Жавоб: $\phi = \arccos \frac{3g}{2l\omega^2}$, $N = \frac{1}{2}Ml\omega^2 \sqrt{1 + \frac{7g^2}{4l^3\omega^4}}$.

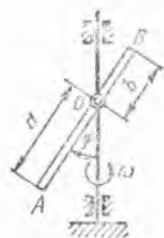
41.22. Ўзунлиги a ва b бўлган тўғри чизикли иккита ингичка бир жинсли стержень бир-бири билан тўғри бурчак сетида маҳкам бириктирилган. Шу тўғри бурчакнинг O учи ω ўзгармас бурчак



41.21- масалага



41.22- масалага



41.23- масалага

тезлигида айланган вертикал валга шарнир билан бириктирилган. Узунлиги a бўлган стержень йўналишининг вертикалдан оғиш бурчаги φ билан ω орасидаги мунсабат топилсин.

$$\text{Жавоб: } \omega^2 = 3g \frac{b^2 \cos \varphi - a^2 \sin \varphi}{(b^3 - a^3) \sin 2\varphi}.$$

41.23. Тўғри чизикли ва бир жинсли ингичка AB стержень O нуқтада вертикал валга шарнир билан бириктирилган. Вал ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар $OA = a$ ва $OB = b$ бўлса, стерженинг вертикалдан оғиш бурчаги φ аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \cos \varphi = \frac{3}{2} \frac{g}{\omega^2} \frac{a-b}{a^2 - ab + b^2}.$$

42-§. Айланувчи қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға туширадиган босими

42.1. Массаси 3000 кг бўлган айланма гилдиракнинг массалар маркази валнинг горизонтал ўқидан 1 мм масофада туради, подшипниклардан гилдираккача бўлган масофалар ўзаро тенг. Вал бурчак тезлиги 1200 айл/мин бўлганда подшипникларга тушадиган босим топилсин. Гилдирак айланиш ўқиға тик бўлган симметрия текислигига эга.

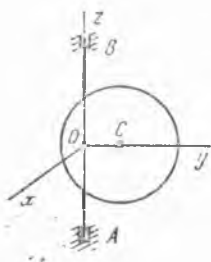
Жавоб: подшипникларнинг ҳар қайсисига тушадиган босим икки кучнинг тенг таъсир қилувчисидир; улардан бири $14,7$ кН га тенг бўлиб, вертикал бўйлаб йўналган, иккинчиси эса $23,6$ кН га тенг ва гилдиракнинг вал ўқидаги гесметрик марказини гилдиракнинг массалар маркази билан туташтирувчи тўғри чизикқа параллел бўлиб йўналган.

42.2. Массаси M бўлган бир жинсли доиравий диск ўз текислигида ўрнашган. C массалар марказидан $OC = a$ масофада жойлашган қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан бир текис айланади. $OB = OA$ бўлганида ўқнинг A подпятник ва B подшипникка кўрсатадиган динамик босим кучлари аниқлансин.

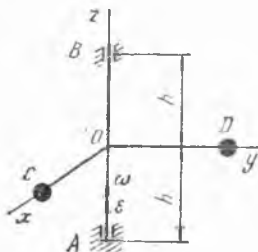
$$\text{Жавоб: } X_A = X_B = 0, Y_A = Y_B = Ma\omega^2/2$$

42.3. Буздан олдинги масала қаршилиқ кучи бўлганида, дискнинг бурчак тезлиги $\omega = \omega_0 - \varepsilon_0 t$ қонуни билан камаюди деб фараз қилиб ечилсин, бу ерда ω_0 ва ε_0 мусбат доимийлардир.

$$\text{Жавоб: } X_A = X_B = -Ma\varepsilon_0/2, Y_A = Y_B = Ma\omega_0^2/2.$$



42.2- масалага



42.4- масалага

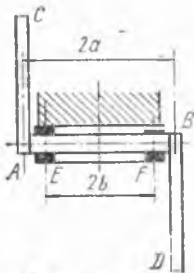
42.4. ε бурчак тезланиш билан текис тезланувчан айланма ҳаракат қилаётган вертикал AB ўққа иккита C ва D юклар ўзаро перпендикуляр $OC=OD=r$ стерженлар билан бириктирилган; стерженлар AB ўққа ҳам перпендикулярдир. AB ўқнинг A подпятник ва B подшпинникка кўрсатадиган динамик босим кучлари аниқлансин. C ва D юкларни ҳар бирининг массаси M бўлган моддий нуқталар деб қаралсин. Стерженларнинг массаси ҳисобга олинмасин. Бошланғич пайтда система тиш турган, x ва y ўқлар стерженлар билан мустаҳкам боғланган.

Жавоб: $X_A = X_B = Mr \varepsilon (e t^2 + 1)/2$, $Y_A = Y_B = Mr \varepsilon (e t^2 - 1)/2$.

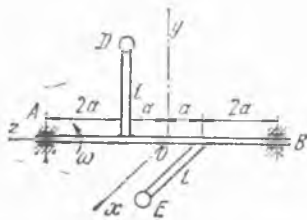
42.5. Учларида бир хилда M массали юкларни бўлган $2l$ узунликдаги AB стержень вертикал Oz ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан текис айланади. Oz ўқ AB стерженнинг ўртасидаги O нуқтадан ўтади, O нуқтадан C подшпинниккача бўлган масофа a га, D подпятниккача бўлган масофа b га тенг. AB стержень билан Oz ўқ орасидаги α бурчак ўзгармайди. Стерженнинг массасини ва юклар ўлчамларини ҳисобга олмай, стержень Oyz текислигида бўлган пайтда C подшпинник ва D подпятникка тушадиган босим проекциялари аниқлансин.

Жавоб: $X_C = X_D = 0$, $Y_C = -Y_D = \frac{Ml^2\omega^2 \sin 2\alpha}{a+b}$, $Z_D = -2Mg$.

42.6. AB ўқнинг учларига узунлиги l , ҳар бирининг массаси M_1 бўлган ва бир-бирларига ишбатан 180° бурчак сстида маҳкамланган иккита AC ва BD кривошиплар ўтказилган. Узунлиги $2a$ ва массаси M_2 бўлган AB ўқ симметрик равишда бир-биридан $2b$ масофада жойлашган иккита подшпинникда ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. AC кривошип юқорига вертикал йўналган пайтда подшпинникларга тушадиган N_E ва N_F босимлар аниқлансин. Ҳар қайси кривошип массасини унинг ўқи бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаш мумкин.



42.6-масалага



42.7-масалага

Жавоб: босим кучи $N_E = \frac{1}{2} M_2 g + M_1 g - \frac{M_1 a l \omega^2}{2b}$, $N_E > 0$ бўлганда вертикал бўйлаб пастга, $N_E < 0$ бўлганда юқорига йўналган. Босим кучи $N_F = \frac{1}{2} M_2 g + M_1 g + \frac{M_1 a l \omega^2}{2b}$ вертикал бўйлаб пастга йўналган.

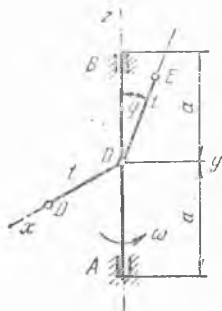
42.7. Ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал AB валга ўзаро перпендикуляр текисликларда ётган l узунликдаги иккита стержень тик қилиб бириктирилган (расмга қаралсин). Стерженьларнинг учларида ҳар қайсисининг массаси m бўлган D ва E шарлар бор. Валнинг A ва B таянчларга туширадиган динамик босимлари аниқлансин. Шарлар моддий нуқта деб ҳисоблансин, стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $N_A = N_B = \frac{\sqrt{5}}{3} m l \omega^2$.

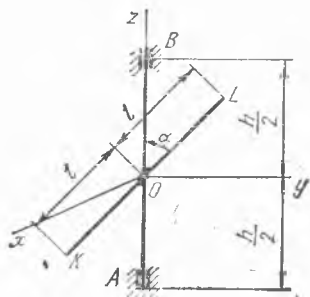
42.8. Ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланувчи вертикал AB валга иккита стержень маҳкам бириктирилган. OE стержень вал билан φ бурчак ташкил қилади, OD стержень эса AB вал билан OE стержень турган текисликка тик. Қуйидаги ўлчовлар берилган: $OE = OD = l$, $AB = 2a$. Стерженьларнинг учларига ҳар қайсисининг массаси m бўлган иккита E ва D шарлар бириктирилган. A ва B таянчларга валнинг туширадиган динамик босимлари аниқлансин. D ва E шарлар нуқтавий массалар деб ҳисоблансин; стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $X_A = X_B = m l \omega^2 / 2$, $Y_A = \frac{m l \omega^2 (a - l \cos \varphi) \sin \varphi}{2a}$, $Y_B = \frac{m l \omega^2 (a + l \cos \varphi) \sin \varphi}{2a}$.

42.9. 34.1-масаланинг шартларидан фойдаланиб тирсакли валнинг K ва L пўдшипникларга кўрсатилган динамик босими аниқлансин. Вал ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. Масалани ечишда 34.1- ва 34.23-масалаларга берилган жавоблардан фойдаланиш мумкин.



42.8- масалага



42.10- масалага

$$\text{Жавоб: } X_K = -X_L = \frac{3}{2} md \frac{a+b}{4a+3b} \omega^2,$$

$$Y_K = -Y_L = \frac{\sqrt{3}}{2} md \frac{a+b}{4a+3b} \omega^2.$$

42.10. Вертикал AB ўққа α бурчак остида бириктирилган бир жинсли KL стержень е бурчак тезланиш билан текис тезланувчан айланади. Стерженнинг массаси M , $2l$ — унинг узунлиги, $OA = OB = h/2$, $OK = OL = l$ бўлса, AB ўқнинг A подпятник ва B подшпникка кўрсатадиган динамик босим кучлари аниқлансин. Бошлангич пайтда система тинч турган.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } X_B &= -X_A = \frac{M l^2}{6h} \varepsilon \sin 2\alpha, \quad Y_B = -Y_A = \\ &= \frac{M l^2}{6h} \varepsilon^2 l^2 \sin 2\alpha. \end{aligned}$$

42.11. OA томони билан OE валга бириктирилган M массали бир жинсли, томонлари a ва b бўлган $OABD$ тўғри бурчакли пластинка ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Таянчлар оралиги $OE = 2a$. Валнинг O ва E таянчларга ён томондан туширадиган динамик босим кучлари ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } N_{Ox} = N_{Ex} = 0, \quad N_{Oy} = \frac{3}{8} Mb \omega^2, \quad N_{Ey} = \frac{1}{8} Mb \omega^2.$$

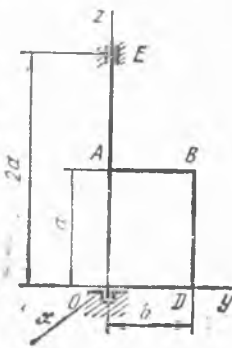
42.12. Массаси M , узунлиги $2l$ ва радиуси r бўлган бир жинсли доиравий тўғри цилиндр ўзининг O массалар марказидан ўтувчи вертикал Oz ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади; бунда цилиндрининг Oz ўқи билан Oz ўқ орасидаги α бурчак ўзгармайди. Подшпник билан подпятник орасидаги $H_1 H_2$ масофа h га тенг. Ён томондан подпятникка тушадиган N_1 босим билан подшпникка тушадиган N_2 босим аниқлансин.

Жавоб: N_1 ва N_2 босимларининг миқдори бир хил:

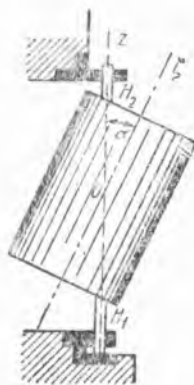
$$M \frac{\omega^2 \sin 2\alpha}{2h} \left(\frac{1}{3} l^2 - \frac{1}{4} r^2 \right)$$

бўлиб, йўналишлари қарма-қарши.

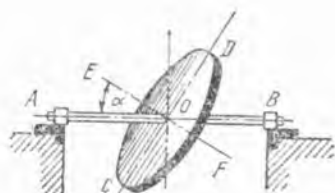
42.13. Бут турбинаининг бир жинсли юмқа доиравий CD диски AB ўқ атрофида айланганда A ва B подшпникларга тушадиган босим ҳисоблансин; AB ўқ дискининг O марказидан ўтади, лекин втулканинг нотўғри тешилганлиги натижасида диск текислигига ўтказилган перпендикуляр билан $\widehat{AOE} = \alpha = 0,02$ радиан



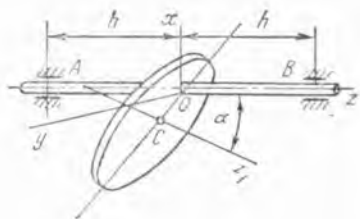
42.11-асалага



42.12-масалага



42.13- масалага



42.14- масалага

бурчак ташкил қилади. Диск массаси 3,27 кг, радиуси 20 см, бурчак тезлиги 30 000 айл/мин га мос келади; оралиқлар: $AO = 50$ см, $OB = 30$ см; AB ўқ абсолют қаттиқ деб ҳисобланади ва $\sin 2\alpha = 2\alpha$ деб қабул қилинади

Жавоб: Диск огирлигидан ҳосил бўладиган босим: A подшипникка 12,1 Н ва B подшипникка 20,0 Н дискнинг айланишидан подшипникларга тушадиган босим бир хилда ва 8,06 кН га тенг бўлиб, қарама-қарши томонга йўналган.

42.14. Буғ турбинасининг доиравий дискини нотўғри йиғиш туфайли диск текислиги AB ўқ билан α бурчак ҳосил қилади, дискнинг C массалар маркази эса бу ўқда ётмайди. Экспентриситет $OC = a$. Дискнинг массаси M , унинг радиуси R , $AO = OB = h$ берилган; диск айланишининг ω бурчак тезлиги ўзгармас бўлса, A ва B подшипникларга ён томондан кўрсатиладиган динамик босим кучларни топилин.

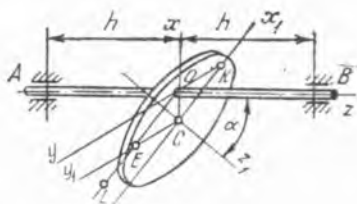
Кўрсатма: 34.27- масаланинг жавобидан фойдаланилин.

$$\text{Жавоб: } Y_A = Y_B = 0, \quad X_A = -\frac{M}{2} \left[\left(\frac{R^2}{4} + a^2 \right) \frac{\sin 2\alpha}{2h} + a \cos \alpha \right] \omega^2, \quad X_B = \frac{M}{2} \left[\left(\frac{R^2}{4} + a^2 \right) \frac{\sin 2\alpha}{2h} - a \cos \alpha \right] \omega^2.$$

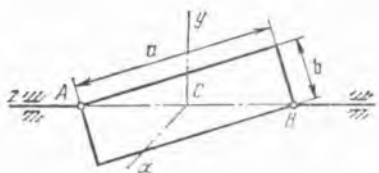
42.15. Бир жиқсли M массали, радиуси R бўлган доиравий диск AB ўққа ўрнатилган. AB ўқ дискнинг O нуқтаси орқали ўтиб, унинг Cz_1 симметрия ўқи билан α бурчак ҳосил қилади. z ўқнинг AB билан устма-уст тушган қисмининг диск текислигидаги проекцияси OL дан иборат; бунда $OE = a$, $OK = b$. Диск ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланиб, $AO = OB = h$ бўлса, A ва B подшипникларга ён томондан кўрсатиладиган динамик босимлар ҳисоблансин.

Кўрсатма: 34.28- масаланинг жавобидан фойдаланилин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } X_A &= -\frac{1}{2} M a \omega^2 \cos \alpha - \frac{M}{4h} \left(\frac{1}{4} R^2 + a^2 \right) \omega^2 \sin^2 2\alpha, \\ X_B &= \frac{1}{2} M a \omega^2 \cos \alpha + \frac{M}{4h} \left(\frac{1}{4} R^2 + a^2 \right) \omega^2 \sin^2 2\alpha, \\ Y_A &= -\frac{M b}{2} \left(1 + \frac{a}{h} \sin \alpha \right) \omega^2, \\ Y_B &= -\frac{M b}{2} \left(1 - \frac{a}{h} \sin \alpha \right) \omega^2. \end{aligned}$$



42.15- масалага



42.16- масалага

42.16. Массаси M бўлган бир жинсли тўғри бурчакли пластинка ўзининг AB диагонали атрофида ω бурчак тезлик билан текис айланади. Агар томонларининг узунлиги a ва b бўлса, пластинкадан A B таянчларга тушадиган динамик босим аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } X_A = 0, \quad Y_A = \frac{-Mab\omega^2(a^2 - b^2)}{12(a^2 + b^2)^{3/2}},$$

$$X_B = 0, \quad Y_B = \frac{Mab\omega^2(a^2 - b^2)}{12(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

42.17. Пастки B таянчга ён томондан тушадиган босим нолга тенг бўлиши учун, тенг ёнли тўғри бурчакли ABD учбурчак шаклидаги бир жинсли пластинка ўзининг $AB = a$ катети атрофида қандай бурчак тезлик билан айланиши керак? Таянчлар орасидаги масофа AB катет узунлигига тенг деб ҳисоблансин.

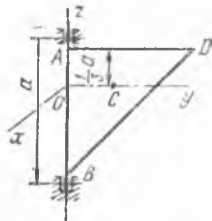
$$\text{Жавоб: } \omega = 2\sqrt{g/a}.$$

42.18. Қўтариш кранининг айланувчи қисми массаси M_1 , узунлиги L бўлган CD стрела ва ҳар бирининг массаси M_2 бўлган E посанги ҳамда K юкдан иборат (34.30-масалага берилган расмга қаранг). Ўзгармас тормозловчи момент қўйилганига қадар кран $n = 1,5$ айл/мин га мос келувчи бурчак тезлик билан айланган ва 2 с дан кейин тўхтаган. Стрелани нигичка бир жинсли балка, посанги билан юкни нуқтавий массалар сифатида қараб, тормозланиш охирида краннинг A ва B таянчларга кўрсатадиган динамик реакциялари аниқлансин. Кран таянчлари орасидаги масофа $AB = 3$ м, $M_2 = 5$ т, $M_1 = 8$ т, $\alpha = 45^\circ$, $L = 30$ м, $l = 10$ м, бутун системанинг массалар маркази айланиш ўқида жойлашган, юкнинг кран текислигидан оғиши ҳисобга олинмасин. x, y ўқлар кран билан боғланган. CD стрела yz текислигида туради.

Кўрсатма. $M_2 = M_3$ деб, 34.30-масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

$$\text{Жавоб: } Y_A = -Y_B = 0,$$

$$X_B = -X_A \cong 60,8 \text{ кН.}$$



42.17- масалага

43-§. Аралаш масалалар

43.1. Учлари маҳкамланган, узунлиги $2l$ бўлган бир жинсли оғир AB балка горизонтал ҳолатда туради. Бир пайтга келиб унинг A учини бўшатилади ва балка B учидан ўтган горизонтал ўқ атрафида айланиб, пастга туша бошлайди; балка вертикал ҳолатни эгаллаган пайтда унинг B учини ҳам бўшатилади. Балканинг бундан кейин келадиган ҳаракатида унинг массалар маркази траекторияси ва бурчак тезлиги ω аниқлансин.

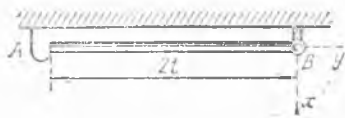
Жавоб: 1) $y^2 = 3lx - 3l^2$ — парабола; 2) $\omega = \sqrt{3g/(2l)}$.

43.2. Узунлиги l бўлган оғир бир жинсли стержень ўзининг юқориги учидан горизонтал O ўққа осиб қўйилган. Вертикал вазиятда бўлган стерженга $\omega_0 = 3\sqrt{g/l}$ бурчак тезлик берилган. У ярим айлана чизиб, O ўқдан ажралади. Стерженьнинг бундан кейинги ҳаракатида унинг массалар маркази траекторияси ва бурчак тезлиги ω топилин.

Жавоб: 1) $y_c = \frac{l}{2} - \frac{2}{3l} x_c^2$ парабола; 2) $\omega = \sqrt{3g/l}$.

43.3. Массалари тегишлича, M_1 ва M_2 , асосларининг радиуслари эса r_1 ва r_2 бўлган иккита бир жинсли доиравий A ва B цилиндрга иккита эластик ип ўралган; ипнинг ўрамлари цилиндр асосларига параллел бўлган ўрта текисликларга симметрик равишда жойлашган; цилиндрларнинг ўқлари горизонтал бўлиб, ясовчилари энг кўп оғган чизиқларга тик. A цилиндр ўқи қўзғалмас; B цилиндр тинч ҳолатдан ўз оғирлиги таъсирида пастга тушиб боради. Ҳаракат бошланганидан кейинги t пайтда иплар ҳали иккала цилиндрга ўроғлиқ турибди, деб ҳисоблаб: 1) цилиндрларнинг бурчак тезликлари ω_1 ва ω_2 ; 2) B цилиндрнинг массалар маркази ўтган s йўл ва 3) ипларнинг тортилиш кучи T аниқлансин.

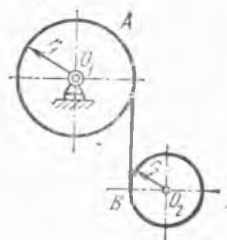
Жавоб: 1) $\omega_1 = \frac{2gM_2}{r_1(3M_1 + 2M_2)} t$; $\omega_2 = \frac{2gM_1}{r_2(3M_1 + 2M_2)} t$;
2) $s = \frac{g(M_1 + M_2)}{3M_1 + 2M_2} t^2$; 3) $T = \frac{M_1 M_2 g}{3M_1 + 2M_2}$.



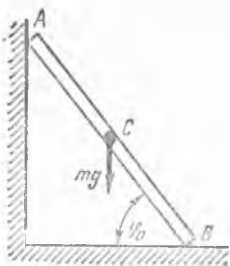
43.1- масалага



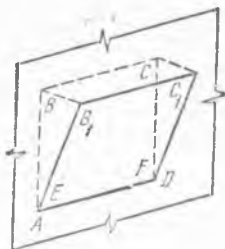
43.2- масалага



43.3- масалага



43.4- масалага



43.6- масалага

43.4. Ҳозирги a бўлган бир жинсли AB стержень вертикал те-
кисликда горизонтга φ_0 бурчак остида шундай қўйилганки, унинг A
учи силлиқ вертикал деворга, B учи эса силлиқ горизонтал полга
тиралиб туради; шундан кейин стержень бошланғич тезликсиз пастга
туширилган. 1) Стерженьнинг бурчак тезлиги ва бурчак тезланиши
аниқлансин. 2) Стержень девордан ажралган пайтда горизонт билан
қандай φ_1 бурчак ташкил қилиши топилсин.

Жавоб: 1) $\dot{\varphi} = \sqrt{\frac{3g}{a}(\sin \varphi_0 - \sin \varphi)}$. $\ddot{\varphi} = -\frac{3g}{2a} \cos \varphi$;

2) $\sin \varphi_1 = \frac{2}{3} \sin \varphi_0$.

43.5. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб стерженьнинг
полга йиқирилиш пайтидаги бурчак тезлиги $\dot{\varphi}$ ва қуйи учининг тезлиги
аниқлансин.

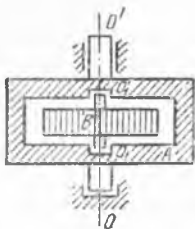
Жавоб: $\dot{\varphi} = \sqrt{\frac{3g}{a}(1 - \frac{1}{9} \sin^2 \varphi_0)} \sin \varphi_0$,

$v_B = \frac{1}{3} \sin \varphi_0 \sqrt{ga \sin \varphi_0}$.

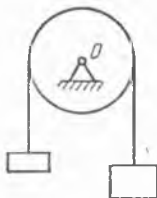
43.6. Тўғри тўртбурчак шаклидаги юпқа бир жинсли $ABCD$ тахта
вертикал деворга суяб қўйилган; тахта каллаги бўлмаган иккита сил-
лиқ E ва F михларга таяниб туради. AD оралиқ EF га тенг. Бир
пайтда тахта AD тўғри чизик атрофида айланиб, жуда кичик бош-
ланғич бурчак тезлик билан пастга туша бошлайди. Тахтанинг мих-
лар бўйлаб сирғаниши юз бермайди деб ҳисоблаб, реакция кучлари-
нинг горизонтал ташкил этувчиси йўналишини ўзгартирадиган $\alpha_1 =$
 $= \angle BAV_1$ бурчак ва тахта михдан ажрайдиган пайтдаги α_2 бурчак
аниқлансин.

Жавоб: $\alpha_1 = \arccos \frac{2}{3} = 48^\circ 11'$, $\alpha_2 = \arccos \frac{1}{3} = 70^\circ 32'$.

43.7. Иккита дисклар битта ўқ атрофида ω_1 ва ω_2 бурчак тез-
ликлар билан айланади; дискларнинг шу ўққа нисбатан инерция мо-



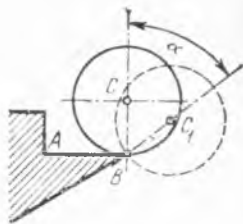
43.8- масалага



43.9- масалага



43.10- масалага



43.11- масалага

ментлари J_1 ва J_2 га тенг. Дисклар бир-бирига тўсатдан фрикцион муфта билан бириктирилганда, «йўқоладиган» кинетик энергия аниқлансин. Муфта массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \Delta T = \frac{1}{2} \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} (\omega_1 - \omega_2)^2.$$

43.8. A жисм OO' ўққа нисбатан ω_A бурчак тезлик билан ишқаланмасдан айланади. A жисм ичида O_1O_1' ўқ атрофида ўша томонга ω_B нисбий бурчак тезлик билан айланувчи B ротор жойлаштирилган. OO' ва O_1O_1' ўқлар битта тўғри чизиқ бўйлаб ўрнашган. A жисм ва B роторнинг шу тўғри чизиққа нисбатан инерция моментлари J_A ва J_B га тенг. Энергия исрофини ҳисобга олмай, B роторга A жисм тўхтайдиган қилиб бурчак тезлик бериш учун A жисмга ўрнатилган моторнинг бажариши керак бўлган иш аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } A = \frac{1}{2} J_A \left[\omega_A^2 \left(1 + \frac{J_A}{J_B} \right) + 2 \omega_A \omega_B \right].$$

43.9. O горизонтал ўқ атрофида ω_0 бурчак тезлик билан қаршиликсиз айланётган шкивга учларига иккита юк боғланган ремenni ташлашди. Шкив массаси m бўлган r радиусли бир жинсли дискдан иборат; юклардан ҳар бирининг массаси $M = 2m$. Юкларнинг бошланғич тезликларини нолга тенг ҳисоблаб, ременинг шкив сиртида сирғаниши тўхтаганидан кейин уларнинг қандай тезлик билан ҳаракатланиши аниқлансин. Шунингдек, ремень билан шкив орасидаги ишқаланиш кучининг иши ҳам топилинсин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{1}{9} \omega_0 r, \quad A_{\text{иш}} = \frac{2}{9} m \omega_0^2 r^2.$$

43.10. Массаси M бўлган қаттиқ жисм расм текислигига тик бўлган горизонтал O ўқ атрофида тебранади. Осилиш ўқидан C массалар марказигача бўлган масофа a га тенг; жисмнинг массалар марказидан расм текислигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ га тенг. Бошланғич пайтда жисм мувозанат вазиятидан φ_0 бурчакка сўдирилиб, сўнгра бошланғич тезликсиз қўйиб юборилди. Ўқдаги реакция кучининг жисм осилган нуқта ва жисмнинг массалар

марказидан ўтган йўналиш билан унга тик бўлган йўналишдаги тузувчилар R ва N аниқлансин. Бу реакция кучлари жисмнинг вертикалдан оғиш бурчаги φ орқали ифодалансин.

$$\text{Жавоб: } R = Mg \cos \varphi + \frac{2Mga^2}{\rho^2 + a^2} (\cos \varphi - \cos \varphi_0),$$

$$N = Mg \frac{\rho^2}{\rho^2 + a^2} \sin \varphi.$$

43.11. Оғир бир жинсли цилиндр жуда кичик бошланғич тезлик олиб, горизонтал AB майдончадан сирғанмай гилдираб тушади. AB майдончанинг B қирраси ўткир ва цилиндр ясовчисига параллел; цилиндр асосининг радиуси r га тенг. Цилиндр майдончадан ажралган пайтда цилиндр ўқидан ва майдончанинг B қиррасидан ўтадиган текислик вертикал ҳолатдан $\widehat{CBC_1} = \alpha$ бурчакка оған. Цилиндр майдончадан ажралган пайтда бурчак тезлигининг қанча бўлиши, шунингдек, α бурчак аниқлансин. Юмаланишдаги ишқаланиш ва ҳаво қаршилиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = 2 \sqrt{\frac{g}{7r}}, \quad \alpha = \arccos \frac{4}{7} = 55,1^\circ.$$

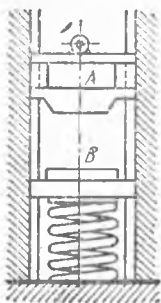
43.12. Музни силлиқлайдиган автомашинна яхмалакнинг горизонтал текислигида тўғри чизиқли ҳаракат қилади. S массалар марказининг ҳолати 38.12-масалага берилган расмда кўрсатилган. Мотор ўчирилган пайтда машина v тезликка эга бўлган. Агар $f_{ю}$ муз билан автомашинна гилдираги орасидаги юмалаш ишқаланиш коэффициенти, f силлиқлайдиган A қирра билан муз орасидаги сирғаниш ишқаланиш коэффициентини бўлса, машина тўхтагунча ўтадиган йўл топилин. Сирғанмасдан гилдираётган r радиусли гилдиракларининг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{3r}{2r + f_{ю}}.$$

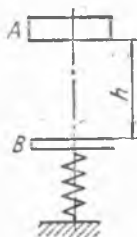
43.13. Вертикал ўқли доғравий цилиндрнинг ён сиртида кўтарилиш бурчаги α бўлган силлиқ винт шаклидаги ариқча ўйилган; цилиндр вертикал ўқ атрофида ишқаланмай айлана олади. Бошланғич пайтда цилиндр тинч ҳолатда туради; ариқчага оғир шарча туширилади; у ариқча бўйлаб бошланғич тезликсиз пастга тушади ва цилиндрни айлантиради. Цилиндр массаси M , радиуси R , шарча массаси m , шарчадан ўққача бўлган масофани R га тенг ва цилиндр инерция моменти $\frac{1}{2}MR^2$ га тенг деб ҳисоблаб, шарча h баландликка тушган пайтда цилиндрнинг ω бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{2m \cos \alpha}{R} \sqrt{\frac{2gh}{(M + 2m)(M + 2m \sin^2 \alpha)}}.$$

44-§. Зарба



44.1- масалага



44.2- масалага

44.1. А көпёр тұқмоғи 4,905 м баландлықтан тушып, пружинаға бириктирилген В сандонни уради. Тұқмоқның массасы 10 кг, сандоннинг массасы 5 кг. Тұқмоқ сандонға урилгандан кейин у билан бирға ҳаракат қилса, зарбдан кейин сандон ҳаракатини қандай тезлик билан бошлайди?

Жавоб: 6,54 м/с.

44.2. Массасы M_1 бўлган А юк бошланғич тезликсиз h баландлиқдан M_2 массали В плитага тушади, плита биқирлик коэффициентни c

бўлган пружинаға бириктирилган. Тиклаш коэффициентини олға тенг деб ҳисоблаб, урилишдан кейин пружина сиқилишининг миқдори s топилис.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{M_1 g}{c} + \sqrt{\frac{M_1^2 g^2}{c^2} + 2gh \frac{M_1^2}{c(M_1 + M_2)}}$$

44.3. Тиклаш коэффициентини тажриба йўли билан аниқлаш учун ишлатиладиган асбобда текширилувчи материалдан ясалган шарча вертикал тиниқ шиша трубка ичида қўғалмас қилиб ўрнатилган ва тегишли материалдан ясалган горизонтал плитага $h_1 = 50$ см баландлиқдан бошланғич тезликсиз тушади. Агар урилишдан кейин шарча $h_2 = 45$ см баландлиққа қўтарилса, тиклаш коэффициентининг қалча бўлиши топилис.

$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = 0,95.$$

44.4. Эластик шарча h баландлиқдан горизонтал плитага вертикал тушади ва ундан юқорига сапчийди, ҳаракатларини шу тариқа давом эттириб, яна плитага тушади ва ҳоказо. Агар зарбадаги тиклаш коэффициенти R га тенг бўлса, шарчанинг тўхтагувча ўтган йўли топилис.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{1+k^2}{1-k^2} h.$$

44.5. Тиклаш коэффициенти k бўлган иккита m_1 ва m_2 массали жисмлар бир хил йўналишда илгарिताма ҳаракат қилади. Қувиб борувчи m_1 жисм тұқнашувдан сўнг тўхтаб қолиши ва m_2 жисм берилган u_2 тезликка эга бўлиши учун, уларнинг v_1 ва v_2 тезликлари қандай бўлиши керак?

$$\text{Жавоб: } v_1 = \frac{1+k}{k} \cdot \frac{m_2}{m_1+m_2} u_2; \quad v_2 = \frac{m_1 - km_2}{k(m_1+m_2)} u_2.$$

44.6. Массасы 12 т бўлган буғ болға 5 м/с тезлик билан сандонга тушади. Сандон билан унинг устида тобланаётган деталнинг массасы

250 т. Тобланаётган деталь ютадиган A_1 иш ва пойдеворнинг сил-кинишига кетган A_2 иш топилиши; шунингдек, болганинг фойдали иш коэффициенти η ҳам ҳисоблансин; зарба эластик эмас.

Жавоб: $A_1 = 143 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $A_2 = 6,87 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $\eta = 0,95$.

44.7. Массаси $m_1 = 10 \text{ кг}$ бўлган болға тайёрланаётган жисмни 70 зарбада керакли ўлчовларга мос яссилайди. Массаси $m_2 = 100 \text{ кг}$ бўлган болғага ҳаракатни узатувчи механизм биринчи болганинг тезлиги каби тезлик берса, шу иш неча зарбада бажарилади? Сандоннинг массаси $M = 200 \text{ кг}$. Зарбани абсолют эластик эмас деб ҳисоблансин.

Жавоб: 10 зарба.

44.8. v_1 ва v_2 тезлик билан бир-бирига қараб ҳаракат қилаётган бир хилдаги иккита шарнинг абсолют эластик урилганидан кейинги тезликларни топилиши.

Жавоб: урилганидан кейин шарлар тезликларни билан алмашади.

44.9. Бир хилдаги иккита A ва B эластик шар бир-бирига қараб ҳаракат қилади. Зарбадан олдинги тезликлар нисбати қанча бўлганда A шар зарбадан кейин тўхтаб қолади? Зарба вақтидаги тиклаш коэффициенти k га тенг.

Жавоб: $\frac{v_A}{v_B} = \frac{1+k}{1-k}$.

44.10. A жисм B жисмга қараганда уч марта катта тезликка эга бўлиб, уни қувиб етади. A жисм зарбадан сўнг тўхтаб қолиши учун бу жисмлар массалари орасида қандай муносабат бўлиши керак? Тўқнашувни тўғри марказий зарба деб ҳисоблансин. Тиклаш коэффициенти $k = 0,8$.

Жавоб: $m_B/m_A = 5$.

44.11. Қуйидаги ҳолларда иккита шарнинг m_1 ва m_2 массалари орасидаги нисбат аниқлансин: 1) биринчи шар тинч турганда марказий зарба содир бўлади; шундан кейин иккинчи шар тинч қолади; 2) шарлар қағам-қарши бўлган барабар тезликлар билан тўқнашади, марказий зарбадан кейин иккинчи шар тинч қолади. Тиклаш коэффициенти k га тенг.

Жавоб: 1) $\frac{m_2}{m_1} = k$; 2) $\frac{m_2}{m_1} = 1 + 2k$.

44.12. Массаларни m_1 , m_2 ва m_3 бўлган учта абсолют эластик шар силлиқ ариқчада бир-биридан бир оз нарида ётади. Бирор бошланғич тезлик билан қўйиб **исборилган** биринчи шар тинч турган иккинчи шарга урилади, иккинчи шар эса тинч турган учинчи шарга урилади. Иккинчи шар массаси m_2 қанча бўлса, учинчи шар энг катта тезлик олади?

Жавоб: $m_2 = \sqrt{m_1 m_3}$.

44.13. v_1 тезлик билан ҳаракат қилаётган m_1 массали шар тинч турган m_2 массали шарга дуч келади. Зарба вақтида унинг тезлиги шарларнинг марказларини бирлаштирувчи чизиқ билан α бурчак ҳисил қилади. 1) Зарбани абсолют эластик эмас деб ҳисоблаб, биринчи шар-

нинг зарбадан кейинги тезлиги; 2) зарбани тиклаш коэффициенти k бўлган эластик зарба деб фараз қилиб, ҳар қайси шарнинг зарбадан кейинги тезлиги аниқлансин.

Жавоб: 1) $u_1 = v_1 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \cos^2 \alpha};$

2) $u_1 = v_1 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{m_1 - k m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \cos^2 \alpha};$

3) $u_2 = v_1 \frac{m_1 (1 + k) \cos \alpha}{m_1 + m_2}.$

44.14. Маркази v тезлик билан горизонтал тўғри чизик чизаётган абсолют эластик шар силлиқ вертикал текисликка α бурчак остида дуч келади. Шарнинг зарбадан кейинги тезлиги аниқлансин.

Жавоб: Қайтиш бурчаги тушмиш бурчагига тенг, тезликларнинг зарбадан олдинги ва кейинги миқдорлари тенг.

44.15. Пўлат шарча 45° бурчак остида горизонтал пўлат плитага тушади ва вертикалга 60° бурчак остида ундан сапчийди. Зарбадаги тиклаш коэффициенти аниқлансин.

Жавоб: $k = 0,58$.

44.16. Шарча v тезлик билан қия ҳаракат қилиб қўзғалмас горизонтал текисликка тушади ва $v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} v$ тезлик билан текисликдан сапчийди. Агар зарбадаги тиклаш коэффициенти $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ бўлса, ту-

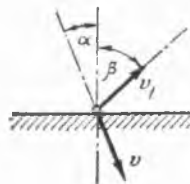
шмиш бурчаги α ва қайтиш бурчаги β аниқлансин.

Жавоб: $\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{4}.$

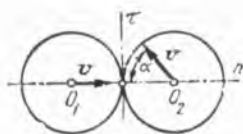
44.17. Бир хилдаги иккита абсолют эластик шарлар модуллари тенг бўлган v тезликлар билан бир-бирига урилади. Урилишдан олдин чапдаги шарнинг тезлиги марказлар орқали ўтувчи чизик бўйлаб ўнгга йўналган, ўнгдаги шарнинг тезлиги эса шу чизик билан α бурчак ташкил қилган (расмга қаралсин). Шарларнинг зарбадан кейинги тезлиги топилсин.

Жавоб: $u_{1n} = -v \cos \alpha; u_{1\tau} = 0; u_{2n} = v;$

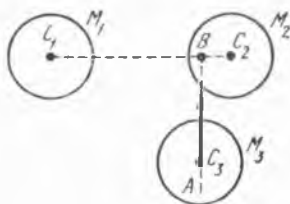
$u_{2\tau} = v \sin \alpha.$ n ўқ марказларни туташтирувчи чизик бўйлаб ўнгга, τ ўқ эса юқорига йўналган.



44.16- масалага



44.17- масалага



44.18- масалага

44.18. Учта бир хил M_1 , M_2 , M_3 шарлар бор, уларнинг радиуслари R ; C_1 , C_2 марказларининг ораси $C_1C_2 = a$. M_3 шар C_1C_2 чизиққа тик бўлган AB тўғри чизиқ бўйлаб йўналган бирор тезлик билан M_2 шарга урилиб, сўнгга M_1 шарга марказий зарб бериши учун учинчи шарнинг C_3 маркази қандай вазиятдаги AB тўғри чизиқда бўлиши керак? Шарлар абсолют эластик ва илгариллама ҳаракат қилади деб қаралсин.

Жавоб: C_2 марказдан AB тўғри чизиққача бўлган масофа:

$$BC_2 = 4R^2/a.$$

44.19. Бино пойдевори остидаги ерни мустаҳкамлаш учун массаси $M = 50$ кг устун қозиқ копёр билан қоқилади; копёр муҳрасининг массаси $M_1 = 450$ кг бўлиб, у $h = 2$ м баландликдан бошлангич тезликсиз тушади; тиклаш коэффициентини нолга тенг; охириги ўн марта уришда устун қозиқ ерга $\delta = 5$ см кирган. Устун қозиқни қоқишга ернинг кўрсатадиган ўртача қаршилиги аниқлансин.

Жавоб: $S = 159$ кН.

14.20. Массалари m_1 ва m_2 бўлган иккита шар узунликлари l_1 ва l_2 бўлган параллел илгарга шундай осилганки, уларнинг марказлари бир хил баландликда туради. Биринчи шар вертикалдан α_1 бурчакка седирилган ва сўнгга бошлангич тезликсиз қўйиб юборилган. Иккинчи шарнинг энг кўп сгиш бурчаги α_2 аниқлансин; тиклаш коэффициентини k га тенг.

$$\text{Жавоб: } \sin \frac{\alpha_2}{2} = \frac{m_1(1+k)}{m_1+m_2} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \sin \frac{\alpha_1}{2}.$$

44.21. Зарб машинасининг маятниги радиуси 10 см ва қалинлиги 5 см бўлган A пўлат диск ҳамда диаметри 2 см ва узунлиги 90 см бўлган доправий B пўлат стержендан иборат, O ўққа зарб тегмаслиги учун, урилаётган C брус O айланиш ўқи ётган горизонтал текисликдан қандай l масофага ўратилиши керак? Бериладиган зарба йўналишини горизонтал деб ҳисоблаймиз.

Жавоб: $l = 97,5$ см.

44.22. Отиладиган тўғри тўртбурчак шаклидаги нишоннинг зарба маркази аниқлансин. Нишон баландлиги h .

Жавоб: $S = 2h/3$.

44.23. Отиладиган учбурчак нишоннинг K зарба маркази аниқлансин. Нишоннинг баландлиги h .

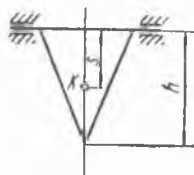
Жавоб: $S = h/2$.



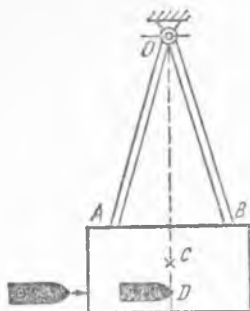
44.21- масалала



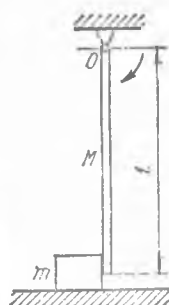
44.22- масалала



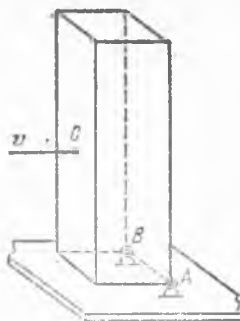
44.23- масалала



44.25- масалага



44.26- масалага



44.27- масалага

44.24. Иккита шкив бир текисликда ўз ўқлари атрафида ω_{10} ва ω_{20} бурчак тезликлар билан айланади. Шкивларни зичликлари бир хил ва радиуслари R_1, R_2 бўлган доиравий диск деб ҳисоблаб, шкивларга тасма кийгизилгандан кейин, шкивлар бурчак тезликлари ω_1 ва ω_2 нинг қанча бўлиши аниқлансин. Тасма массаси билан сирғаниши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega_1 = \frac{R_1^3 \omega_{10} + R_2^3 \omega_{20}}{R_1 (R_1^2 + R_2^2)}, \quad \omega_2 = \frac{R_1^3 \omega_{10} + R_2^3 \omega_{20}}{R_2 (R_1^2 + R_2^2)}.$$

44.25. Снаряд тезлигини аниқлаш учун қўлланиладиган баллистик маятник горизонтал O ўққа осилган AB цилиндрдан иборат; цилиндрга қум тўлдирилган ва унинг бир A томони очик; цилиндрга кирган снаряд маятникни O ўқ атрафида бирор бурчакка айлантиради. Маятникнинг массаси M га тенг, унинг C массалар марказидан O ўққа қача бўлган масофа $OC = h$; O ўққа нисбатан инерция радиуси — ρ ; снаряднинг массаси m га тенг; зарба импульси таъсир чизигидан ўққа қача бўлган масофа $OD = a$; маятникнинг сғиш бурчаги — α . Маятникнинг O ўқиға зарба таъсир этмайди деб фараз қилиб, снаряднинг v тезлиги аниқлансин. $ah = \rho^2$ деб олинсин.

$$\text{Жавоб: } v = \frac{2(Mh + ma)}{m} \sqrt{\frac{h}{a}} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

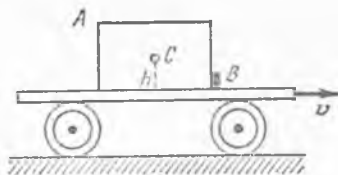
44.26. Юқориги учи O цилиндрик шарнирға бириктирилган ва массаси M , узунлиги l бўлган бир жинсли стержень горизонтал ҳолатдан бошланғич тезликсиз тушади. У вертикал ҳолатда m массали юкни уриб, уни горизонтал гадир-будур текисликда ҳаракатға келтиради. Сирғанишдаги ишқаланиш коэффициентини f . Зарбани эластик эмас деб ҳисоблаб, юкнинг ўтган йўли аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{3l}{2f} \frac{M^2}{(M + 3m)^2}.$$

44.27. Асоси квадрат бўлган бир жинсли тўғри призма горизонтал текисликда туради ва шу текисликдаги AB қирраси атрафида айлана олади. Призма асосининг қирраси a , призманинг баландлиги

3а, массаси $3m$. AB қирраининг қаршисидаги C ён ёқ ўртасига m массали шар горизонтал v тезлик билан урилади. Зарбани эластик эмас ва шарнинг массаси унинг марказига жойлашган ҳамда урилшдан кейин шар C нуқтада қолади деб фараз қилиб, призма ағдариладиган энг кичик v тезлик аниқлансин.

Жавоб: $v = \frac{1}{3} \sqrt{53 g a}$.



44.28- масалага

44.28. Призма шаклидаги AB юк жойлашган платформа горизонтал рельс бўйлаб v тезлик билан боради. Платформадаги юкнинг B қирраси олдида чиқик жой бор, у юкни платформада олдинга силжитмайди, лекин юкнинг B қирраси атрофида айланишига тўсқинлик қилмайди. Платформадан юкнинг массалар марказигача бўлган баландлик h , юкнинг B қиррага нисбатан инерция радиуси ρ берилган. Платформа бирдан тўхтаб қолганда, юкнинг B қирра атрофида қандай ω бурчак тезлик билан айланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega = hv/\rho^2$.

44.29. Олдинги масала шартларига кўра, юк платформа бўйлаб йўналган қиррасининг узунлиги 4 м, баландлиги 3 м бўлган тўғри бурчакли бир жинсли параллелеленипеддан иборат, деб фараз қилинсин ва v тезлик қандай бўлганда унинг ағдарилиши тошлсин.

Жавоб: $v = 30,7$ км/соат.

45-§. Массаси ўзгарувчан (ўзгарувчан таркибли) нуқта ва система динамикаси

45.1. Массаси ўзгарувчан маятникнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин; маятник, қаршилиги тезликка пропорционал бўлган муҳитда ҳаракат қилади. Маятник массаси берилган $m = m(t)$ қонунга мувофиқ, заррачаларнинг нолга тенг бўлган нисбий тезлик билан ажралиши орқасида ўзгаради. Маятник ипининг узунлиги l . Маятникка унинг бурчак тезлигига пропорционал бўлган $R = -\beta\dot{\varphi}$ қаршилиқ кучи ҳам таъсир қилади.

Жавоб: $\ddot{\varphi} + \frac{\beta}{m(t)l}\dot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0$.

45.2. Ракетанинг кўтарилиб бораётган ҳаракатининг дифференциал тенгламаси тузилсин. Газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги*) v_e ўзгармас деб ҳисоблансин. Ракетанинг массаси $m = m_0 f(t)$ қонун (ёниш қонуни) билан ўзгаради. Ҳавонинг қаршилиги ракета тезлиги ва ҳолатининг берилган функцияси: $R(x, \dot{x})$.

*) Реактив двигателнинг тортиши $P_d = \frac{dm}{dt} v_e$ формула билан аниқланади, бунда v_e — оқиб чиқишнинг эффектив тезлиги.

$$\text{Жавоб: } \ddot{x} = g - \frac{\dot{f}(t)}{f(t)} v_e - \frac{R(x, \dot{x})}{m_0 f(t)}.$$

45.3. $m = m_0(1 - \alpha t)$ ва $R = 0$ бўлганда олдинги масаладаги ҳаракат тенгламаси интеграллансин. Ракетанинг Ер юзасидаги бошланғич тезлиги нолга тенг. $v_e = 2000$ м/с ва $\alpha = 1/100$ с⁻¹ бўлганда $t = 10, 30, 50$ с пайтларда ракета қандай баландликда бўлади?

$$\text{Жавоб: } x(t) = \frac{v_e}{\alpha} \left[(1 - \alpha t) \ln(1 - \alpha t) + \alpha t \right] - \frac{g t^2}{2},$$

$$x(10) = 0,54 \text{ км; } x(30) = 5,65 \text{ км; } x(50) = 18,4 \text{ км.}$$

45.4. Бошланғич m_0 массали ракета бир жишли оғирлик кучи майдонида ўзгармас тезланиш билан вертикал юқорига кўтарилади (g — ернинг тортиши тезланиши). Атмосферанинг қаршилигини ҳисобга олмай, газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги v_e ни ўзгармас деб ҳисоблаб, 1) ракета массасининг ўзгариш қонуни, 2) тортишиш майдони бўлмаганда ракета массасининг ўзгариш қонуни аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } 1) m = m_0 e x p \left(- \frac{n+1}{v_e} g t \right); 2) m = m_0 e x p \left(- \frac{n \mu}{v_e} t \right).$$

45.5. 45.2-масалада тавсифланган ракетанинг массаси $t = t_0$ бўлгунча $m = m_0 e^{-\alpha t}$ қонун бўйича ўзгаради. Қаршилик кучини ҳисобга олмай ракетанинг ҳаракати топилиши ва вақтнинг t_0 моментигача амалда ҳамма зарядни ёниб кетган ҳисоблаб, ракетанинг максимал кўтарилиш баландлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда ракета нолга тенг тезликка эга бўлган ва ерда турган.

Жавоб: $H = \frac{\alpha v_e}{2g} (x v_e - g) t_0^2$, бу ерда v_e — газларнинг ракетадан оқиб чиқиш эффектив тезлиги.

45.6. Олдинги масаланинг шартларига асосан α нинг ракета кўтарилиши мумкин бўлган максимал баландлиги H_{max} га мувофиқ келадиган қиймати аниқлансин ва H_{max} ҳисоблансин ($\mu = \alpha t_0 = \ln(m_0/m_1)$ катталикини ўзгармас деб ҳисоблаш зарур; m_1 — ракета-нинг t_0 моментдаги массаси).

$$\text{Жавоб: } \alpha = \infty \text{ (бир онда ёниш), } H_{max} = \mu^2 v_e^2 / (2g).$$

45.7. 45.5 ва 45.6-масалаларнинг шартлари асосида зўрқиш коэффицентини $k = \alpha v_e / g$ берилган деб ракетанинг кўтарилиш баландлиги H ни H_{max} га боғлиқ ҳолда аниқланг.

$$\text{Жавоб: } H = H_{max} (k - 1) / k.$$

45.8. Ракета Ойдан унинг сиртига тик равишда старт олади. Оқиб чиқиш эффектив тезлиги $v_e = 2000$ м/с. Циолковский сони $z = 5^*)$. Ракета $v = 3000$ м/с тезликка эришиши учун ёқилғининг ёниб кетиш вақти қанча бўлиши кераклиги аниқлансин (оғирлик кучининг Ой атрофидаги тезланиши ўзгармас ва $1,62$ м/с² га тенг деб қабул қилинсин).

*) Циолковский сони деб ракетанинг старт олдидаги массасининг ёқилғисиз ракета массасига бўлган нисбатига айтылади.

Жавоб: ≈ 2 мин 4 с.

45.9. Ракета, огирлик кучининг бир жинсли майдонида юқорига томон ўзгармас ω тезланиш билан ҳаракатланади. Атмосфера қаршилигини ҳисобга олмай, газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e ни ўзгармас ҳисоблаб, ракета массаси икки марта камайдиган T вақт аниқлансин.

Жавоб: $T = v_e \ln 2 / (\omega + g)$.

45.10. Ракетадан газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги $v_e = 2,4$ км/с; Ракета тортилиш майдонидан ташқарида ҳам, атмосферадан ташқарида ҳам ҳаракатланаётганида 9 км/с тезликка эришиши учун ёқилғи ракетанинг старт олдидаги массасининг қандай процентини ташкил қилиши керак?

Жавоб: Тахминан 98 %.

45.11. Ракета тортилиш майдони ва қаршилиги бўлмаган муҳитда илгариларма ҳаракат қилади. Газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги $v_e = 2400$ м/с. Ёқилғи батамом ёниб бўлган пайтда ракетанинг тезлиги 4300 м/с га тенг бўлса, Циолковеккий сони аниқлансин.

Жавоб: $z \approx 6$.

45.12. Ўзгарувчан массали жисм нолга тенг бошланғич тезликка эга бўлгани ҳолда ω ўзгармас тезланиш билан горизонтал йўналтирувчи бўйлаб ҳаракатланади. Газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e ўзгармас. Қаршилигини ҳисобга олмай, жисм массаси k марта камайгунча кетган вақт ичида унинг ўтган йўли аниқлансин.

Жавоб: $s = v_e^2 (\ln k)^2 / (2\omega)$.

45.13. Олдинги масала, жисмга сирғаниб ишқаланиш кучи таъсир қилади, деб ечилсин.

Жавоб: $s = \frac{\omega v_e^2}{2(\omega + f)g} (\ln k)^2$, бу ерда f — сирғаниб ишқаланиш коэффициентини.

45.14. Ўзгарувчан массали жисм экватор бўйлаб ўрнатилган махсус йўналтирувчида ҳаракатланади. Уринма тезланиш $\omega_\tau = a$ — ўзгармас. Агар газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги $v_e = \text{const}$ бўлса, ҳаракатга бўлган қаршилиқни ҳисобга олмай, жисм Ер атрофини бир марта айланиб чиққанида массаси неча марта камайиши аниқлансин. Жисм бир марта айланиб чиққанида биринчи космик тезликка эга бўлиши учун a тезланиш қандай бўлиши керак? Ернинг радиуси R .

Жавоб: $\exp(2\sqrt{\pi R a / v_e})$ марта; $a = g / (4\pi)$.

45.15. Олдинги масалада жисмнинг йўналтирувчига бўлган босими нолга тенглашган моментгача ёниб бўлган ёқилғининг массаси аниқлансин.

Жавоб: $m_g = m_0 \left(1 - e^{-\frac{\sqrt{gR}}{v_e}} \right)$.

45.16. Жисм горизонтал рельслар бўйлаб сирғанади. Газ вертикал пастга томон ўзгармас v_e эффектив тезлик билан оқади. Жисмнинг бошланғич тезлиги v_0 га тенг. Массанинг ўзгариши $m = m_0 - at$ қонун билан бўлса, жисм тезлигининг ўзгариш қонуни ва жисмнинг ҳаракат қонуни топилсин. Сирғаниб ишқаланиш коэффициент f га тенг.

$$\text{Жавоб: } v = v_0 - f \left[gt - v_e \ln \frac{m_0}{m_0 - at} \right],$$

$$s = v_0 t - f \left\{ \frac{gt^2}{2} - v_e \left[t \ln m_0 + \frac{m_0 - at}{a} \left(\ln (m_0 - at) - 1 - \frac{m_0}{a} (\ln m_0 - 1) \right) \right] \right\}.$$

45.17. Олдинги масала ёқилғининг ўзгариши $m = m_0 e^{-\alpha t}$ қонун билан содир бўлади, деб ечилсин. α нинг қандай қийматида жисм v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } v = v_0 - f(g - \alpha v_e)t;$$

$$s = v_0 t - f(g - \alpha v_e) \frac{t^2}{2}; \quad \alpha = \frac{g}{v_e}.$$

45.18. Ракета тўғри чизиqli бўшлиқдаги актив участкада ва тортишши кучлари бўлмаганида нолга тенг бошланғич тезликдан ёниш маҳсулотлари оқиб чиқишининг v_e эффектив тезлигига тенг тезликка эришгунча кетган вақт ичида қандай йўлни ўтади? Ракетанинг бошланғич массаси m_0 га ва ҳар секунддаги сарф β га тенг.

$$\text{Жавоб: } s = \frac{v_e m_0}{\beta} \cdot \frac{e - 2}{e}, \quad \text{бу ерда } e - \text{Непер сони.}$$

45.19. Ракета тортишши майдонидан ташқарида қаршиликсиз тўғри чизиqli ҳаракат қилади. Ҳамма ёқилғи ёниб бўлган пайтгача двигатель тортишши кучининг иши топилсин. Ракетанинг бошланғич массаси m_0 , охириги — m_1 , оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e — ўзгармас.

$$\text{Жавоб: } A = m_1 v_e^2 (z - 1 - \ln z), \quad z = m_0/m_1.$$

45.20. Бошланғич m_0 ва охириги m_1 массаларининг қандай z нисбатида бўшлиқда ва тортишши кучлари бўлмаганда тўғри чизиqli ҳаракат қилувчи ракета, ёқилғиси ёниб бўлганидан кейинги кинетик энергиясининг сарфланган энергияга нисбати каби аниқланадиган механик ф. и. к энг катта қийматга эга бўлади?

$$\text{Жавоб: } \ln z = \frac{2(z-1)}{1+z} \quad \text{тенгламанинг илдизи } z.$$

45.21. Массаси m_0 бўлган самолёт v_0 тезлик билан қутб аэродромига қўнади. Самолёт сиртининг музлаши натижасида унинг массаси қўнгандан кейинги ҳаракати пайтида $m = m_0 + at$ формулага мувофиқ кўпаяди, буида $a = \text{const}$. Самолётнинг аэродром бўйлаб ҳаракатига қаршилик—унинг оғирлигига пропорционал (пропорционаллик коэффициенти f). Масса ўзгариши ҳисобга олинган (T) ва ҳисобга олинмаган ҳолларда (T_1) самолёт тўхтагунча ўтадиган вақт оралиқлари аниқлансин. Вақт ўтиши билан тезлигининг ўзгариш қонуни топилсин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{m_0}{a} \left(\sqrt{1 + \frac{2 a v_0}{f g m_0}} - 1 \right), \quad T_1 = v_0 / (f g),$$

$$v = \frac{2 m_0 v_0 - f g (2 m_0 + a t) t}{2 (m_0 + a t)}.$$

45.22. Икки босқичли ракета биринчи ва иккинчи босқичларининг оқиб чиқиш эффектив тезликлари мос равишда $v_e^{(1)} = 2400$ м/с ва $v_e^{(2)} = 2600$ м/с га тенг. Ҳаракатни тортишиш майдонидан ва атмосферадан ташқарида бўлади деб ҳисоблаб, биринчи босқич учун эҳирги тезликини $v_1 = 2400$ м/с бўлишини ва иккинчи босқич учун $v_2 = 5400$ м/с бўлишини таъминлайдиган Циолковский сони аниқлансин.

Жавоб: $z_1 = 2,72$; $z_2 = 3,17$.

45.23. Уч босқичли ракетада Циолковский сони ва оқиб чиқишнинг эффектив v_e тезликларини ҳамма босқичларда бир хил ҳисоблаб, $v_e = 2,4$ км/с тезликда, ҳамма ёқилғи ёниб тугаганида ракета-нинг тезлиги 9 км/с га тенг бўлса, Циолковский сонини топинг (тортишиш майдонининг таъсири ва атмосферанинг қаршилиги ҳисобга олинмасин).

Жавоб: $z = 3,49$.

45.24. Уч босқичли ракета тортишиш ва атмосфера қаршилиги бўлмаганда илгарилама ҳаракат қилади. Оқиб чиқишнинг эффектив тезлиги ва Циолковский сони ҳамма босқичлар учун бир хил бўлиб, мос равишда $v_e = 2500$ м/с, $z = 4$ га тенг. Ракетанинг биричи босқичдаги, иккинчи босқичдаги ва учинчи босқичдаги тезликларини ёқилғи ёниб бўлган пайтда аниқлансин.

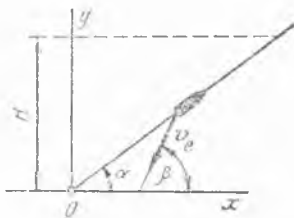
Жавоб: $v_1 = 3465$ м/с, $v_2 = 6930$ м/с, $v_3 = 10395$ м/с.

45.25. Ойга яқинлашаётган космик кема унинг сиртидан H масофада бўлиб, Ойнинг марказига йўналган v_0 тезликка эга бўлган пайтда тормозлаш двигатели ишга тушириб юборилади. Тортишиш кучи кемадан Ойнинг марказигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлса ва кема массаси $m = m_0 e^{-\alpha t}$ қонун бўйича ўзгарса (m_0 — ракетанинг тормоз двигатели ишга туширилган пайтдаги массаси, α — ўзгармас сон), α нинг қандай қийматида кема Ойга оҳиста қўнади (яъни Ойга қўниш тезлиги нолга тенг бўлади)? Газларнинг оқиб чиқиш эффектив тезлиги v_e ўзгармас, Ойнинг радиуси R , оғирлик кучининг Ойдаги тезлашиши g_0 .

$$\text{Жавоб: } \alpha = \frac{v_0^2}{2 v_e H} + \frac{g_0 R}{v_e (R + H)}.$$

45.26. Ҳаракатини нолга тенг бошланғич тезлик билан вертикал юқорига томон ўзгармас ω тезланишда бошлаган ракета массасининг ўзгариш қонуни топилин; бунда муҳитнинг қаршилиги тезликининг квадратига пропорционал (b — пропорционаллик коэффициент), оғирлик кучи майдони бир жинсли деб ҳисоблансин. Газлар оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e — ўзгармас.

$$\text{Жавоб: } m = (m_0 + \frac{2 b v_e^2 \omega^2}{(\omega + g)^3} e^{-\frac{\omega + g}{v_e} t} - \frac{b \omega^2}{\omega + g} t^2 + \frac{2 v_e b \omega^2}{(\omega + g)^2} t - \frac{2 v_e^2 b \omega^2}{(\omega + g)^3}$$



45.27- масалага

тезлиги v_e йўналиш ва миқдор бўйича ўзгармас деб фараз қилиб, ракета бошланғич массасининг ёқилғиси тугагандаги массасига бўлган нисбати (Циолковский сон) аниқлансин; ёқилғи ёниб тугаган вақтда ракета юқорида айtilган уринма текисликдан H баландликда бўлган деб олинсин.

Жавоб: $z = e^{\frac{\cos \alpha}{v_e \cos \beta}} \sqrt{\frac{2 \omega H}{\sin \alpha}}$, бунда β — уринма текислик билан v_e тезлик орасидаги бурчак қуйидагича:

$$\beta = \arctg \frac{\omega \sin \alpha + g}{\omega \cos \alpha}$$

45.28. Массаси ўзгарувчи жисм юқорига томон ўзгармас ω тезланишда горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи тўғри чизикли ғадир-будур йўналтирувчи бўйлаб ҳаракатланади. Оғирлик кучи майдонининг бир жинсли, атмосферанинг ҳаракатга бўлган қаршилигини тезликнинг биринчи даражасига пропорционал (b — қаршилик коэффициент) деб ҳисоблаб, жисм массасининг ўзгариш қонуни топилсин. Газ оқиб чиқишининг эффектив тезлиги v_e — ўзгармас; жисм билан йўналтирувчи орасида сирғанишдаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг.

$$\text{Жавоб: } m = \left(m_0 - \frac{b \omega v_e}{\omega_1^2} \right) e^{-\frac{\omega_1}{v_e} t} - \frac{b \omega}{\omega_1} \left(t - \frac{v_e}{\omega_1} \right), \text{ бунда}$$

$\omega_1 = \omega + g(\sin \alpha + f \cos \alpha)$, m_0 — жисмнинг бошланғич массаси.

45.29. Оғирлиги Q бўлган аэростат вертикал бўйлаб баландга кўтарилади ва ерда ўроғлиқ турган арқонни ўзи билан тортиб боради. Аэростатга кўтарувчи куч P , оғирлик кучи ва тезлик квадратага пропорционал бўлган $R = -\beta x^2$ қаршилик кучи таъсир қилади. Арқон узунлик бирлигининг оғирлиги γ . Аэростатнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{x} = -g + \frac{P g}{Q + \gamma x} - \frac{\beta g + \gamma}{Q + \gamma x} x^2$$

45.30. Олдинги масаланинг шартларига мувофиқ аэростатнинг кўтарилиш тезлиги аниқлансин. Бошланғич пайтда аэростат қўзғалмас бўлиб, H баландликда туради.

$$\text{Жавоб: } \dot{x}^2 = \frac{P g}{(\beta g + \gamma)} \left[1 - \left(\frac{Q + \gamma H_0}{Q + \gamma x} \right)^{2(1 + \beta g/\gamma)} \right] - \frac{2 g}{2 \beta g + 3 \gamma} \left[1 - \left(\frac{Q + \gamma H_0}{Q + \gamma x} \right)^{3 + 2 \beta g/\gamma} \right] \cdot (Q + \gamma x).$$

45.31. Шар шаклидаги сув томчиси сув буғлари билан тўйинган атмосферада вертикал бўйлаб пастга тушади. Конденсация орқасида томчи массаси унинг сирти юзига пропорционал равишда ортиб боради (пропорционаллик коэффиценти α). Томчининг бошланғич радиуси r_0 , бошланғич тезлиги v_0 , бошланғич баландлиги h_0 . Томчи тезлиги ва баландлигининг вақтга боғлиқ равишда ўзгариш қонуни аниқлансин (ҳаракатга бўлган қаршилик ҳисобга олинмасин).

Кўрсатма. $dr = \alpha dt$ эканлиги кўрсатилсин ва янги эркли ўзгарувчи r га тилсин.

$$\text{Жавоб: } x = h_0 + \frac{v_0 r_0}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right] - \frac{g}{8\alpha^2} \left[r^2 - 2r_0^2 + \frac{r_0^4}{r^2} \right],$$

$$v = v_0 \frac{r_0^3}{r^3} - \frac{g}{4\alpha} \left[r - \frac{r_0^4}{r^3} \right],$$

бунда $r = r_0 + \alpha t$.

45.32. Томчига оғирлик кучидан ташқари, томчи кўндаланг кесимининг максимал юзасига ва томчи тезлигига пропорционал бўлган қаршилик кучи $R = -4\beta\pi r^2 v$ (β — ўзгармас коэффицент) ҳам таъсир қилади деб ҳисоблаб, олдинги масала ечилсин.

$$\text{Жавоб: } x = h_0 - \frac{1}{3\beta + 2\alpha} \left[\frac{\frac{1}{4\alpha} (4\alpha + 3\beta)}{\frac{g r_0}{4\alpha + 3\beta}} + v_0 r_0^{\frac{3}{\alpha} (\beta + \alpha)} \right] \times$$

$$\times \left[r^{-\frac{1}{\alpha} (3\beta + 2\alpha)} - r_0^{-\frac{1}{\alpha} (3\beta + 2\alpha)} \right] - \frac{g(r^2 - r_0^2)}{2\alpha(4\alpha + 3\beta)},$$

$$v = -\frac{g r}{4\alpha + 3\beta} + \left[\frac{\frac{1}{4\alpha} (4\alpha + 3\beta)}{\frac{g r_0}{4\alpha + 3\beta}} + v_0 r_0^{\frac{3}{\alpha} (\alpha + \beta)} \right] r^{-\frac{3}{\alpha} (\alpha + \beta)},$$

бу ерда $r = r_0 + \alpha t$.

45.33. Копток қилиб ўралган бир жинсли оғир занжир горизонтал столнинг четида ётади, бунда дастлаб занжирнинг бир ҳалқаси қўзғалмас ҳолда столдан осилиб тушиб туради. x ўқни вертикал бўйлаб пастга йўналтириб ва бошланғич пайтда $x_0 = 0$ ва $\dot{x}_0 = 0$ деб ҳисоблаб, занжирнинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $x = g t^2/6$.

45.34. Занжир ўроғлиқ ҳолда ерда туради, унинг бир учи горизонт билан α бурчак ташкил қилувчи қия йўл участкасида турган

вагонеткага маҳкамланган. Занжирнинг ерга ишқаланиш коэффициенти f . Занжир узунлик бирлигининг оғирлиги γ , вагонетка оғирлиги P , вагонетканинг бошланғич пайтдаги тезлиги v_0 га тенг. Вагонетканинг исталган пайтдаги тезлиги аниқлансин ва унинг тўхтаб қолиши учун қандай зарурий шарт бўлиши кераклиги топилсин.

$$\text{Жавоб: } \frac{x^2}{2} = \frac{P^2 v_0^2}{2(P - \gamma x)^2} + \frac{Pg}{3\gamma} \sin \alpha \left[1 - \frac{P^2}{(P + \gamma x)^2} \right] + \frac{1}{3} \left[g x \sin \alpha + \right. \\ \left. + \frac{fPg}{6\gamma} \left[1 - \frac{P^2}{(P + \gamma x)^2} \right] \cos \alpha - \frac{1}{3} f g x \cos \alpha \right].$$

$f > \operatorname{tg} \alpha$ шарт бажарилганида вагонетка тўхташи мумкин.

45.35. m массали моддий нуқта қўзғалмас марказга Ньютоннинг бутун олам тортишиш қонунига мувофиқ тортилади. Марказнинг мас-саси вақт ўтган сайин $M = \frac{M_0}{1 + \alpha t}$ чизиқли қонунга мувофиқ ўзга-ради. Нуқта ҳаракати аниқлансин.

Кўрсатма. $\xi = \frac{x}{1 + \alpha t}$; $\eta = \frac{y}{1 + \alpha t}$ муносабатлар ёрдамида декарт координаталаридан янги координаталарга, шунингдек $\tau = \frac{1}{\alpha(1 + \alpha t)}$ келтирилган вақтга ўтилсин.

$$\text{Жавоб: } \xi, \eta \text{ координаталардаги ҳаракат тенгламалари } \frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \\ = f \frac{M_0 \xi}{\rho^2} = 0, \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + f \frac{M_0 \eta}{\rho^2} = 0, \rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \text{ кўринишда бўлади,}$$

яъни улар массалари ўзгармас бўлган одатдаги тенгламалар каби бўлади. Шунинг учун ξ ва η ўзгарувчилардаги бошланғич шартларга қараб эллиптик, параболик ёки гиперболик орбиталар бўлиши мумкин (f — тортишиш доимийси).

45.36. Гироскоп роторига зарур бўлган айланишлар сонини тезгина бериш учун реактив ишга тушириб юборгич қўлланилади. Ротордаги жисмга умумий массаси m_0 бўлган порох шашкалари жойлаштирилади, уларнинг ёниш маҳсулоти махсус соплолар орқали улоқтириб ташланади. Порох шашкаларининг ротор айланиш ўқидан r масофаларда ўрнашган моддий нуқталар деб қабул қилинсин. Ёниш маҳсулотлари оқиб чиқиш эффектив тезлигининг уринма ташкил этувчиси v_0 — ўзгармас. Бир секундда ёнувчи порох массасининг умумий сарфини q га тенг ҳисоблаб, роторга M га тенг ўзгармас қаршилик моменти таъсир қилса, порохнинг ёниб бўлиш пайтига тўғри келадиган роторнинг ω айланиш бурчак тезлиги аниқлансин. Ротор радиуси R га тенг. Бошланғич пайтда ротор тинч турган.

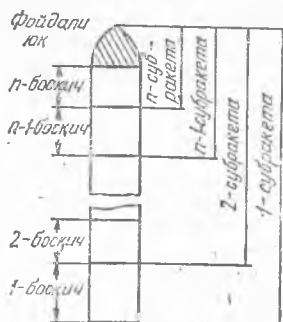
$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{R q v_0 - M}{r^2 q} \ln \frac{I_0}{I_p}, \text{ бу ерда } I_0 = I_p + m_0 r^2, I_p \text{ — ротор-} \\ \text{нинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти.}$$

45.37. Агар роторга бурчак тезликка пропорционал (b — пропорционаллик коэффициенти) қаршилик моменти таъсир қилаётган бўлса,

олдинги масаланинг берилганларига асосан роторнинг порох ёниб бўлгандан кейинги бурчак тезлиги аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \omega = \frac{R v_e q}{b} \left[1 - \left(\frac{I_p}{I_0} \right) \frac{b}{r^2 q} \right].$$

45.38. Кўп босқичли ракета фойдали юк ва босқичлардан иборат. Ҳар бир босқич ёқилғиси ёниб бўлгандан кейин конструкциянинг қолган қисмидан ажралади. Субракета дейилганида, ишлаётган босқич билан ҳамма ишламаётганлари ва фойдали юкнинг узвий бирлиги тушунилади, бунда фойдали юк ва субракетанинг ҳамма ишламаётган босқичлари берилган субракета учун «фойдали юк» бўладилар, яъни ҳар бир ракета бир босқичли ракета каби қаралади. Расмда субракеталар ва босқичларнинг номерлари кўрсатилган.



45.38- масалага

Фойдали юкнинг оғирлиги — q , i — номерли босқич ёқилғисининг оғирлиги — P_i , i — босқичнинг қуруқ (ёқилғисиз) оғирлиги — Q_i , i — субракетанинг тўлиқ оғирлиги — G_i бўлсин. Ҳар бир субракета учун

$$z_i = \frac{G_i}{G_i - P_i}.$$

Циолковский сонини ва ҳар бир босқич учун конструктив характеристика (босқичнинг тўлиқ оғирлигини унинг қуруқ оғирлигига нисбати)

$$s_i = \frac{Q_i + P_i}{Q_i}.$$

ни киритиб, ҳамма ракетанинг тўлиқ старт олди оғирлиги, k — субракетанинг оғирлиги, k — босқич ёқилғисининг оғирлиги, k — босқичнинг қуруқ оғирлиги аниқлансин.

Кўрсатма. Масалани ечишда i — субракетанинг α_i — «Нисбий оғирлиги», яъни субракета бошланғич оғирлигининг унинг фойдали юкига нисбати: $\alpha_1 = G_1/G_2$, $\alpha_2 = G_2/G_3$, ..., $\alpha_n = G_n/q$ киритилсин.

$$\text{Жавоб: } G_1 = q \prod_{i=1}^n z_i \prod_{i=1}^n \frac{s_i - 1}{s_i - z_i}; \quad G_k = q \prod_{i=k}^n z_i \prod_{i=k}^n \frac{s_i - 1}{s_i - z_k};$$

$$P_k = \frac{z_k - 1}{z_k} G_k; \quad Q_k = \frac{P_k}{s_k - 1} \quad (\text{Фертрегт формулалари}).$$

45.39. Икки босқичли ракета $q = 1$ кН фойдали юкка $v = 6000$ м/с тезлик бериши мўлжалланган. Босқичлардан газлар оқиб чиқшининг эффектив тезликлари бир хил бўлиб $v_e = 2400$ м/с га тенг. Биринчи ва иккинчи босқичларнинг конструктив характеристикалари мос равишда $s_1 = 4$, $s_2 = 5$ га тенг (45.38- масалага қаранг). Ернинг тортишиш кучини ва атмосфера қаршилигини ҳисобга олмай, биринчи ва иккинчи субракеталар учун Циолковский сони қанча бўлганда ракетанинг старт олдидаги оғирлиги G_1 энг кичик қийматга эга бўлиши топилсин.

Жавоб: $z_1 = 3,12$; $z_2 = 3,91$; $G_1 = 152$ кН.

45.40. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб, ҳар бир босқич учун ёқилғининг оғирлиги ва қуруқ оғирлик аниқлансин.

Қўрсатма. 45.38-масалага берилган жавобнинг формулаларидан фойдаланилсин.

Жавоб: $P_1 = 100,4$ кН; $P_2 = 10,5$ кН; $Q_1 = 33,5$ кН; $Q_2 = 2,6$ кН.

45.41. Тўрт босқичли ракета тўртта ракетадан иборат. Ҳамма ракеталарнинг конструктив характеристикалари s ва эффектив тезликлари v_e бир хил ва $s = 4,7$, $v_e = 2,4$ км/с га тенг. Ракета 10 кН юкка $v = 9000$ м/с тезлик бериши учун унинг старт олди оғирлиги қандай бўлиши керак? (45.38-масалага берилган жавобнинг формулаларидан фойдаланилсин).

Жавоб: 3720 кН.

ХІ БО Б

АНАЛИТИК МЕХАНИКА

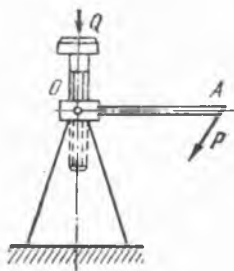
46-§. Мумкин бўлган кўчишлар принципи

46.1 Q юк $OA = 0,6$ м узунликдаги даста билан ҳаракатга келтириладиган домкрат ёрдамида кўтарилади. Дастанинг учига унга тик бўлган $P = 160$ Н куч қўйилган. Домкрат винтининг қадами $h = 12$ мм бўлса, Q юк оғирлик кучининг миқдори аниқлансин.

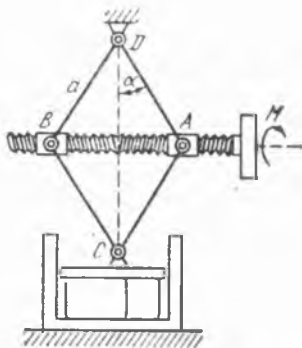
Жавоб: $Q = 52,2$ кН.

46.2. Тирсакли пресснинг маховикчасига M айлантирувчи момент таъсир қилади, маховикча ўқининг учларида қарама-қарши томонга йўналган h қадамли винт излари бор, бу ўқ иккита гайкадан ўтади; гайкалар томонлари a бўлган стерженли ромбнинг икки учига шарнир билан бириктирилган; ромбнинг юқориги учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган, пастки учи эса пресснинг горизонтал плитасига бириктирилган. Ромб учигаги бурчак 2α га тенг бўлганда, пресснинг қисиладиган жисмга кўрсатадиган босим кучи P аниқлансин.

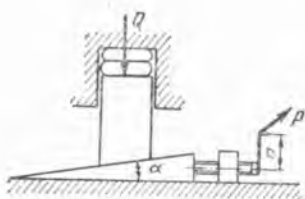
Жавоб: $P = \pi \frac{M}{h} \operatorname{ctg} \alpha$.



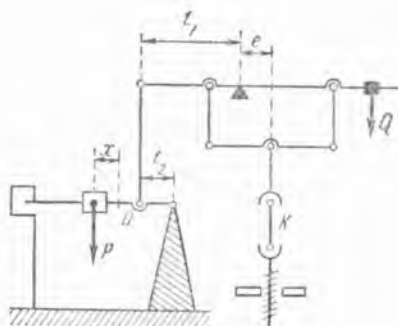
46.1- масалага



46.2- масалага



46.3- масалага



46.4- масалага

46.3. Понали прессга қўйилган P ва Q кучлар орасидаги муносабат аниқлансин. P куч дастанинг учига қўйилган бўлиб, винт ва даста ўқиға перпендикуляр йўналган. Даста узунлиги a , винт қадами h га тенг. Пона учигади бурчак α га тенг.

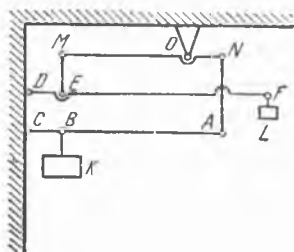
Жавоб: $Q = P \frac{2 \pi a}{h \lg \alpha}$.

46.4. Расмда намуналарнинг қўзилишни синайдиган машина схемаси тасвирланган. Агар Q юк ёрдамида машина шундай мувозанатлаштирилган бўлсаки, бунда K намунада зўриқиш бўлмаганида ҳамма ричаглар горизонтал турадиган бўлса, K намунадаги X зўриқиш билан M массали P юкдан унинг ноль ҳолати O нуқтагача бўлган x масофа орасидаги муносабат аниқлансин. l_1 , l_2 ва e масофалар берилган.

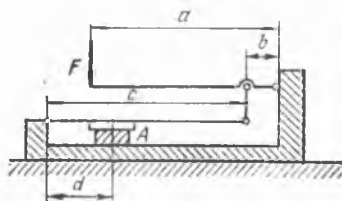
Жавоб: $X = Mg \frac{x l_1}{e l_2}$.

46.5. Расмда кўрсатилган ричаглар системаси билан бириктирилган K ва L юклар мувозанатда туради. Агар $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{10}$, $\frac{ON}{OM} = \frac{1}{3}$, $\frac{DE}{DF} = \frac{1}{10}$ берилган бўлса, юкларнинг массалари орасидаги муносабат аниқлансин.

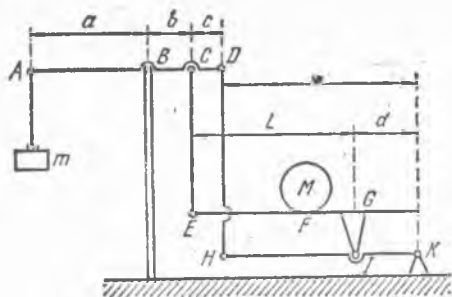
Жавоб: $M_L = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{ON}{OM} \cdot \frac{DE}{DF} M_K = \frac{1}{300} M_K$.



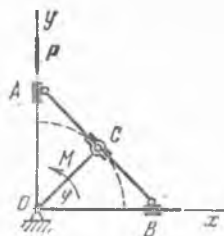
46.5- масалага



46.6- масалага



46.7- масалага



46.8- масалага

46.6. Расмда тасвирланган ричагли прессда A пумунани сиқувчи Q кучнинг миқдори аниқлансин. Берилган: $F = 100$ Н, $a = 60$ см, $b = 10$ см, $c = 60$ см, $d = 20$ см.

Жавоб: $Q = 1800$ Н.

46.7. Тарози платформасининг F нуқтасида массаси M бўлган юк туради. Узунликлар: $AB = a$; $BC = b$; $CD = c$; $IK = d$; платформанинг узунлиги $EG = L$. b , c , d ва l узунликлар орасидаги шундай муносабат аниқлансинки, бунда M юк платформанинг қайси нуқтасида турмасин, тошнинг m массаси билан мувозанатлашадиган бўлсин ва шу ҳолда тош массаси m топилиши.

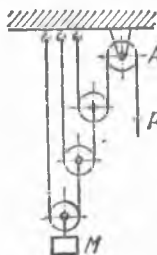
Жавоб: $\frac{b+c}{b} = \frac{l}{d}$, $m = \frac{b}{a} M$.

46.8. Эллипсограф механизмининг A ползунига P куч қўйилган; бу куч ползунининг йўналтирувчиси бўйлаб OC кривошипнинг O айланиш ўқи томонига йўналган. OC кривошип B ползунининг йўналтирувчиси билан ф бурчак ҳосил қилганда, механизм мувозанатда бўлиши учун OC кривошипга қандай айлантирувчи момент қўйиш керак? Механизм горизонтал текисликда ўрнашган ва $OC = AC = CB = l$.

Жавоб: $M = 2Pl \cos \varphi$.

46.9. Полиспастр қўзғалмас A блок ва n та қўзғалувчи блоклардан иборат. Мувозанат ҳолатида кўтарилаётган M массали юкнинг қўзғалмас A блокдан чиққан арқон учига қўйилган P кучга нисбати қандай бўлиши аниқлансин.

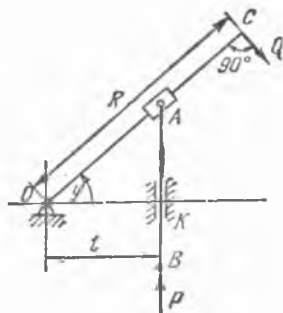
Жавоб: $Mg/P = 2^n$.



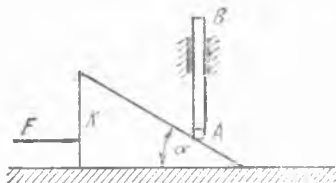
46.10. Кулиса механизмида OC кривошип горизонтал O ўқ атрофида тебранганида A ползун OC кривошип бўйлаб силжиб, AB стерженьни ҳаракатга келтиради; AB стержень вертикал K йўналтирувчиларда ҳаракат қилади. $OC = R$, $OK = l$ берилган. AB стержень бўйлаб юқорига йўналган P кучни мувозанатлаш учун, C нуқтада OC кривошипга тик қилиб қандай Q куч қўйиш керак?

Жавоб: $Q = \frac{Pl}{R \cos^2 \varphi}$.

46.9- масалага



46.10- масалага



46.11- масалага

46.11. M_1 массали K кулак, вертикал йўналтирувчилар ичида ўрнашган M_2 массали AB стерженни тутган ҳолда, силлиқ горизонтал текислик устида мувозанатда туради. K кулакка горизонтал йўналишда ўнг томонга қараб қўйилган F куч таъсирида система мувозанатда туради. Кулакнинг ён сирти горизонт билан α бурчак ҳосил қилган бўлса, F кучнинг миқдори аниқлансин. Агар горизонтал текислик ғадир-будур бўлиб, K кулак асоси билан текислик орасида сирғанишдаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг бўлса, F куч қабул қилиши мумкин бўлган қийматлар соҳаси топилсин.

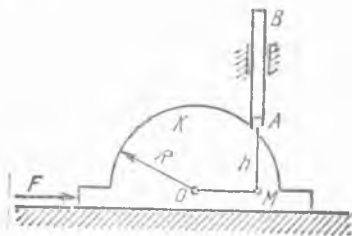
Жавоб: 1) $F = M_2 g \tan \alpha$,

2) $M_2 g \tan \alpha - f(M_1 + M_2)g \leq F \leq M_2 g \tan \alpha + f(M_1 + M_2)g$.

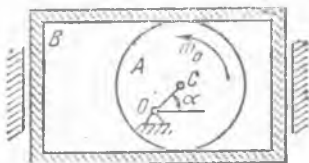
46.12. Массаси M_1 , радиуси R бўлган K доиравий кулак ғадир-будур горизонтал текисликда турибди. У вертикал йўналтирувчида жойлашган M_2 массали AB стерженнинг A учига уринади. Кулакка қўйилган, горизонтал бўйлаб ўнг томонга йўналган F куч таъсирида система мувозанатда туради. Бунда $MA = h$. Агар кулакнинг горизонтал текисликда сирғанишдаги ишқаланиш коэффициентини f га тенг бўлса, F кучнинг қабул қиладиган қийматлари соҳаси топилсин.

Жавоб: $\frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{h} M_2 g - f(M_1 + M_2)g \leq F \leq \frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{h} M_2 g + f(M_1 + M_2)g$.

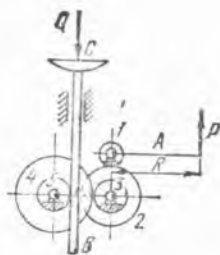
46.13. Расм текислигига тик бўлган қўзғалмас O горизонтал ўққа M_1 массали A доиравий эксцентрик ўрнатилган. Эксцентрик



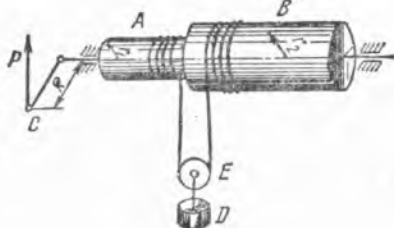
46.12- масалага



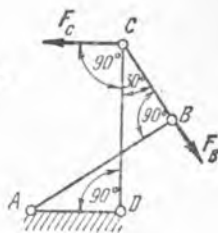
46.13- масалага



46.14- масалага



46.15- масалага



46.16- масалага

вертикал йўналтирувчиси бўлган M_2 массали B рамани ушлаб туради. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин. Эксцентриситет $OC = a$. Моддий системанинг мувозанат ҳолатида OC эксцентриситет горизонтал билан α бурчак ҳисил қилса, эксцентрикка қўйилган m_0 моментнинг катталиги топилинсин.

Жавоб: $m_0 = (M_1 + M_2) g a \cos \alpha$.

46.14. Домкрат механизмида узунлиги R бўлган A даста айлан-тирилганда 1, 2, 3, 4 ва 5 тишли ғилдираклар ҳам айлана бошлайди, бу ғилдираклар домкратнинг тишли B рейкасини ҳаракатга келти-ради. Домкрат мувозанат ҳолатда бўлганида C палла 4,8 кН босим ҳўсил қилиши учун, дастанинг учига унга тик қилиб қандай P куч қўйиш керак? Тишли ғилдираклар радиуслари тегиншлича $r_1 = 3$ см, $r_2 = 12$ см, $r_3 = 4$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 3$ см га, даста радиуси $R = 18$ см га тенг.

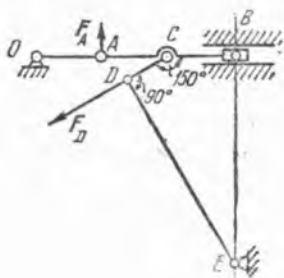
Жавоб: $P = Q \frac{r_1 r_3 r_5}{r_2 r_4 R} = 50$ Н.

46.15. Дифференциал чиғириқ узунлиги R бўлган C даста билан айлантириладиган, маҳкам қилиб бир-бирига бириктирилган иккита A ва B валлардан иборат. Массаси M бўлган кўтариладиган D юк арқон ўралган қўзғалувчи E блокка маҳкамланган. C даста айлан-ганида арқоннинг чап учи r_1 радиусли A валдан чувалади, ўнг учи эса r_2 радиусли B валга ўралади ($r_2 > r_1$). Агар $M = 720$ кг, $r_1 = 10$ см, $r_2 = 12$ см ва $R = 60$ см бўлса, D юкни мувозанатлаш-тириш учун даста учига унга тик қилиб қандай P куч қўйиш керак?

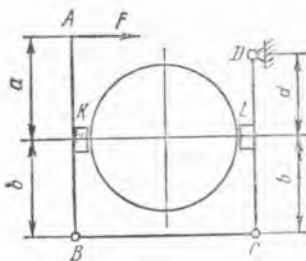
Жавоб: $P = Mg \frac{r_2 - r_1}{2R} = 118$ Н.

46.16. $ABCD$ антипараллелограмм механизмида AB , CD ва BC звенолар B ва C цилинрик шарнирлар воситасида бириктирилган, A ва D цилинрик шарнирлар билан эса AD қўзғалмас стерженга маҳкамланган. CD звенонинг C шарнирига горизонтал F_C куч қў-йилган. Механизм расмда кўрсатилган ҳолатда мувозанатда турган бўлса, AB звенонинг B шарнирига тик қилиб қўйилган F_B кучнинг миқдори аниқлансин. Берилган: $AD = BC$, $AB = CD$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle DCB = 30^\circ$.

Жавоб: $F_B = 2F_C$.



46.17- масалага



46.18- масалага

46.17. OAB кривошип-ползун механизми AB шатунининг ўрта-сидаги C нуқтада цилинрик шарнир билан CD стерженга боғланган. CD ва DE стерженлар ўзаро D цилинрик шарнир воситасида бириктирилган. Механизмнинг расмда тасвирланган мувозанат ҳолати учун OA ва DE стерженларга мос равишда перпендикуляр қилиб қўйилган F_A ва F_D кучлар миқдорлари орасидаги муносабат аниқлансин. Берилган: $\angle DCB = 150^\circ$, $\angle CDE = 90^\circ$.

Жавоб: $F_D = 4 F_A$.

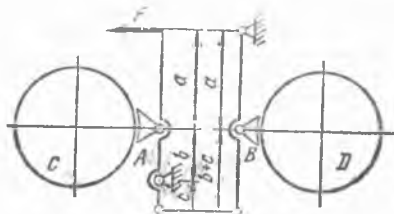
46.18. Трамвай вагонининг колодка — бандажли тормози B ва C шарнирлар воситасида бириктирилган учта AB , BC ва CD тортқичлардан иборат. Горизонтал F куч таъсирида AB ва CD тортқичларга бириктирилган K ва L тормоз колодкалари ғилдирақларга қисилади. Колодкаларнинг ғилдирақларга кўрсатадиган N_K ва N_L босим кучлари аниқлансин. Ўлчамлар расмда кўрсатилган. Вагон тинч турибди.

Жавоб: $N_K = F \frac{a+b}{b}$, $N_L = F \frac{a}{b} \frac{b+d}{d}$.

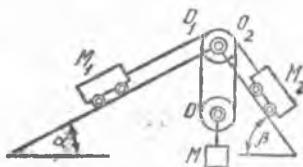
46.19. Расмда трамвай вагонининг колодка-бандажли тормози схемаси тасвирланган. a , b ва c узунликлар орасида шундай муносабат аниқлансинки, унда A ва B колодкалар F куч таъсирида C ва D ғилдирақларнинг бандажларига бир хил миқдордаги кучлар билан қисилсин. Шунингдек, бу кучнинг катталиги ҳам топилсин. Ғилдирақлар қўзғалмас деб ҳисоблансин.

Жавоб: $\frac{a}{b} = \frac{a+b+c}{c}$, $Q = F \frac{a+b}{2b}$.

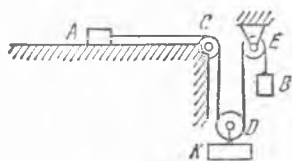
46.20. Массаси M бўлган юк билан горизонтга α ва β бурчаклар остида оғган текисликларда мувозанат ҳолатида ушлаб турила-



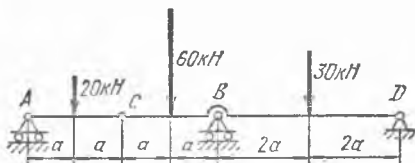
46.19- масалага



46.20- масалага



46.21- масалага



46.22- масалага

диган M_1 ва M_2 юкларнинг массалари топилсин. M_1 ва M_2 массали юклар M_1 массали юкдан бошланиб, горизонтал ўққа ўрнатилган қўзғалмас O_1 блок орқали ўтиб, қўзғалувчи O блокка ва кейин O_1 блок ўқиға ўрнатилган O_2 блок орқали ўтиб, M_2 массали юкка боровчи троснинг учларига боғланган. O_1 ва O_2 блокларнинг ўқи умумий. Ишқаланиш, шунингдек, блоклар билан троснинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $M_1 = \frac{M}{2 \sin \alpha}$, $M_2 = \frac{M}{2 \sin \beta}$.

46.21. Чўзилмайдиган ипнинг учларига массалари бир хил A ва B юклар боғланган. Ип A юкдан горизонтал текисликка параллел ҳолда қўзғалмас C блокни айланиб, қўзғалувчи D блокка ўрилиб, кейин қўзғалмас E блокка ўрилиб ўтади; шу ерда ипнинг иккинчи учига B юк боғланган. Қўзғалувчи D блок ўқиға массаси M бўлган K юк осилган. A ва B юклар ҳар қайсисининг M_1 массаси ва A юк билан горизонтал текислик орасидаги сирғаниб ишқаланиш коэффициенти f аниқлансин. Юклар системаси мувозанатда туради. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $M_1 = M/2$; $f = 1$.

46.22. Учта таянчда турган AD қўшма балка C нуқтада шарнир билан бириктирилган иккита балкадан иборат. Балкага 20 кН, 60 кН ва 30 кН га тенг бўлган вертикал кучлар таъсир қилади. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. A , B ва D таянчлардаги реакция кучлари аниқлансин.

Жавоб: $R_A = 10$ кН, $R_B = 105$ кН, $R_D = -5$ кН.

46.23. D даги таянч реакциясининг нолга тенг бўлиши учун олдинги масалада AD балканинг BD участкасига қўйилиши керак бўлган айлантирувчи момент миқдори аниқлансин.

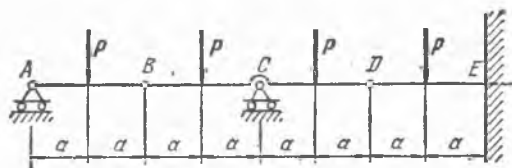
Жавоб: $M = 20a$ кН · м.

46.24. Иккита A ва C таянчларда ётувчи AE қўшма балка B ва D нуқталарда шарнирлар билан бирлаштирилган учта AB , BD ва DE балкалардан иборат. DE балка E кесимда деворга қистирилган. E кесимдаги реакция кучининг вертикал тузувчиси аниқлансин. Балкаларга тўртта ўзаро тенг вертикал P кучлар қўйилган. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

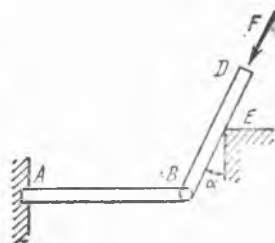
Жавоб: $R = 0,5 P$.

46.25. Олдинги масалада кўрилган DE балканинг деворга қистирилган учиде вужудга келувчи жуфтнинг m_E моменти аниқлансин.

Жавоб: $m_E = 0$.



46.24- масалага



46.26- масалага

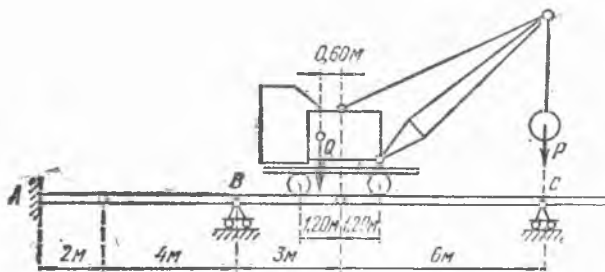
46.26. AB ва BD балкалар ўзаро B цилиндрик шарнир билан бириктирилган. AB горизонтал балка A кесимда вертикал деворга қистирилган. E силлиқ учликка таяниб турувчи BD балка вертикал билан α бурчак ҳосил қилади. BD балка бўйлаб F куч таъсир қилади. A кесимдаги боғланиш реакциясининг горизонтал тузувчиси аниқлансин. Балкалар массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_{Ax} = F \sin \alpha$.

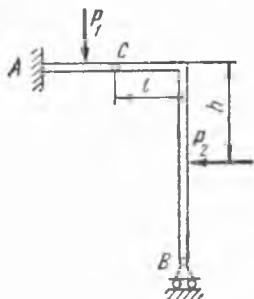
46.27. Иккита горизонтал AB ва BD балкалар B цилиндрик шарнир билан бириктирилган. D таянч ғилдиракчалар устида туради, A кесимда эса балка деворга қистирилган. BD балканинг K нуқтасига горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи F тўпланган куч қўйилган. Ўлчовлар расмда кўрсатилган. A кесимдаги боғланиш реакция кучларининг ташкил этувчилари ва бу кесимда вужудга келувчи m_r — реактив моменти аниқлансин. Балкалар массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $R_{Ax} = F \cos \alpha$, $R_{Ay} = \frac{1}{2} F \sin \alpha$, $m_r = Fa \sin \alpha$.

46.28. Темир йўл крани бир-бирдан маълум оралиқда жойлашган горизонтал иккита мураккаб балкага ўрнатилган рельслар устида туради. Мураккаб балканинг ҳар бири ўзаро шарнирлар билан бириктирилган учта балкадан иборат. Кран $P = 30$ кН юкни кўтарди,



46.28- масалага



46.29- масалага

краннинг оғирлиги $Q = 160$ кН. Краннинг расмда кўрсатилган ҳолатида А қистирма боғланиш реактив жуфтнинг моменти аниқлансин.

Жавоб: $M_A = -\frac{1}{2}(1,95Q + 3,60P) = -210$ кН.м.

46.29. Платформанинг каркаси Г шаклидаги рамалардан тузилган. Рама қисмлари С шарнир билан боғланган. Рамаларнинг юқори учи бетон деворга қистириб маҳкамланган, қуйи учи қўзғалувчи цилиндрик шарнирга таянади. P_1 ва P_2 кучлар таъсиридан рама қистирилган А нуқтадаги реакция кучининг вертикал тузувчиси аниқлансин.

Жавоб: $Y_A = P_1 - P_2 \cdot \frac{h}{l}$.

46.30. Иккита BC ва CD балкалар С нуқтада шарнирли боғланган, А кесимида полга қоқилган АВ вертикал устунга В цилиндрик шарнир билан бириктирилиб, D цилиндрик шарнир воситасида полга боғланган. Балкаларга горизонтал P_1 ва P_2 кучлар қўйилган. А кесимдаги реакция кучининг горизонтал тузувчиси аниқлансин. Ўлчовлар расмда кўрсатилган.

Жавоб: $R = P_1 + \frac{1}{2}P_2$.

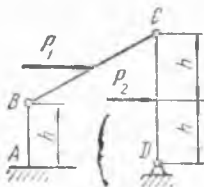
46.31. Олдинги масалада кўрилган АВ устун қоқилган А кесимдаги реактив жуфтнинг m_A моменти аниқлансин.

Жавоб: $m_A = (P_1 + \frac{1}{2}P_2)h$.

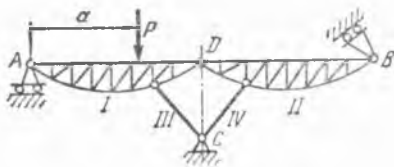
46.32. Иккита I ва II фермалар ўзаро D шарнир билан боғланиб, III ва IV стерженлар билан C шарнир воситасида ерга бириктирилган; фермалар A ва B нуқталарда ғалтакларга таяниб туради. I ферма A таянчдан a масофада қўйилган вертикал P куч билан юкланган. B ғалтакнинг реакцияси топилсин.

Кўрсатма. Аввал I ва II фермаларнинг C_1 ва C_2 тезликлар оний марказлари аниқлаб олинсин.

Жавоб: $R_B = P \frac{a}{b} \frac{DC_2}{DC_1}$, бу ерда b билан R_B реакция кучининг



46.30- масалага



46.32- масалага

C_2 марказга нисбатан елкаси белгиланган. R_B реакция кучи B ғал-такнинг сирғаниш текислигига перпендикуляр бўлиб, чапдан ўнгга қараб, пастга томон йўналган.

47-§. Динамиканинг умумий тенгламаси

47.1. Ҳар бирининг массаси M бўлган учта юк кўчмас A блок орқали ўтказилган чўзилмас ип билан боғланган. Иккита юк силлиқ горизонтал текисликда ётади, учинчи юк эса вертикал қилиб осилган. Системанинг тезланиши ва ипнинг ab қирқимидаги тортилиш кучи аниқлансин. Иплар ва блокнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{1}{3}g$, $T = \frac{1}{3}Mg$.

47.2. Олдинги масалани блокнинг массасини ҳисобга олиб ечилсин; бунда юклар ҳаракатланганида A блок қўзғалмас ўқ атрафида айланади деб ҳисоблансин. Блокнинг — яхлит бир жинсли дискнинг массаси $2m$ га тенг.

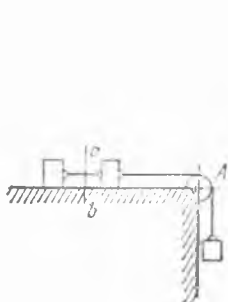
Жавоб: $\omega = \frac{1}{4}g$, $T = \frac{1}{4}Mg$.

47.3. Массалари M_1 ва M_2 бўлган юклар чўзилмайдиган иккита эластик ипга осиб қўйилган; иплар расмда кўрсатилгандек, умумий ўққа ўрнатилган ҳамда радиуслари r_1 ва r_2 бўлган барабанларга ўралган. Юклар оғирлик кучларининг таъсирида ҳаракатланади. Барабанларнинг ва ипларнинг массаларини ҳисобга олмай, барабанларнинг бурчак тезланиши ϵ аниқлансин.

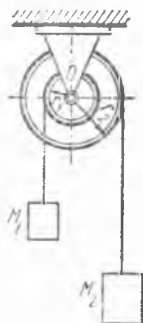
Жавоб: $\epsilon = g \frac{M_2 r_2 - M_1 r_1}{M_1 r_1^2 + M_2 r_2^2}$.

47.4. Олдинги масаланинг шартларига қараб бурчак тезланиши ϵ ҳамда ипларнинг T_1 ва T_2 тортилиш кучлари аниқлансин; қуйидагилар берилган: $M_1 = 20$ кг, $M_2 = 34$ кг, $r_1 = 5$ см, $r_2 = 10$ см; кичик барабаннинг массаси 4 кг ва барабаннинг массаси 8 кг. Барабанларнинг массаларини уларнинг устки юзалари бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаймиз.

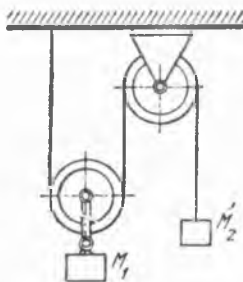
Жавоб: $\epsilon = 49$ рад/с², $T_1 = 246$ Н, $T_2 = 167$ Н.



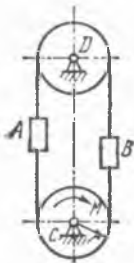
47.1- масалага



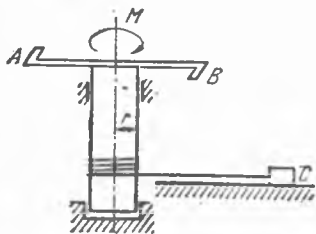
47.3- масалага



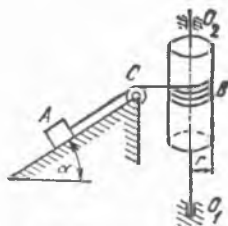
47.5- масалага



47.6- масалага



47.7- масалага



47.9- масалага

47.5. Расмда кўрсатилган блоklar системасига массаси 10 кг бўлган M_1 ва массаси 8 кг бўлган M_2 юк осилган. Блоклар массасини ҳисобга олмай, M_2 юкнинг тезланиши ω_2 ва ипнинг тортилиши T аниқлансин.

Жавоб: $\omega_2 = 2,8 \text{ м/с}^2$, $T = 56,1 \text{ Н}$.

47.6. Подёмникнинг пастки C шкивига M айлантурувчи момент қўйилган. Массаси M_1 бўлган, юқорига қўтарилиувчи A юкнинг тезланиши аниқлансин. B посангининг массаси M_2 га тенг, C ва D шкивлар эса радиуси r ва ҳар қайсисининг массаси M_3 бўлган бир жинсли цилиндрдан иборат. Тасма массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{M + (M_2 - M_1) g r}{(M_1 + M_2 + M_3) r}$.

47.7. Юкларни силжитувчи механизм — кабастан вали AB дастага қўйилган M ўзгармас айлантурувчи момент билан ҳаракатга келтирилади; вал радиуси r га тенг. Массаси m бўлган C юкнинг тезланиши аниқлансин; юкнинг горизонтал текисликка ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Кабастан билан арқон массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = \frac{M - f m g r}{m r}$.

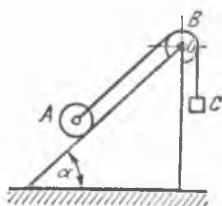
47.8. Олдинги масала кабастан массасини ҳисобга олиб ечилсин, унинг айланиш ўқиға нисбатан инерция momenti I га тенг.

Жавоб: $\omega = \frac{r(M - f m g r)}{I + m r^2}$.

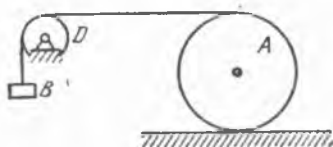
47.9. Массаси M_1 бўлган A юк горизонтга α бурчак остида оғган силлиқ текисликда пастга тушиб, чўзилмайдиган ип ёрдами билан M_2 массали, r радиусли B барабанны айлантиради. Барабанны бир жинсли доиравий цилиндр деб ҳисоблаб, унинг бурчак тезланиши аниқлансин. C блокнинг ва ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\varepsilon = \frac{2M_1 g \sin \alpha}{r(2M_1 + M_2)}$.

47.10. Одам аравачага горизонтал F кучни қўйиб, уни итариб боради. Кузов массаси M_1 га тенг бўлса, аравача кузовининг тезланиши аниқлансин; M_2 — тўртта филдирак ҳар бирининг массаси r — филдираклар радиуси, f_ω — юмалаб ишқаланиш коэффициентини. Фил-



47.11- масалага



47.12- масалага

диракларни рельслар бўйлаб сирғанмай ғилдировчи яхлит бир жинсли дисклар деб ҳисоблансин.

$$F - \frac{f_{\text{ю}}}{r} (M_1 + 4M_2)g$$

Жавоб: $\omega = \frac{M_1 + 6M_2}{M_1 + 6M_2}$

47.11. Массаси M_1 бўлган A ғалтак қия текисликда сирғанмасдан юмалаб пастга туша бориб, B блокдан ўтказилган чўзилмас ип ёрдами билан M_2 массали C юкни кўтаради. Бунда B блок ўз текислигига тик бўлган қўзғалмас O ўқ атрофида айланади. A ғалтак билан B блок массаси ва радиуси бир хил бўлган бир жинсли доиравий дисклардир. Қия текислик горизонт билан α бурчак ҳосил қилади. Ғалтак ўқининг тезланиши аниқлансин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\omega = g \frac{M_1 \sin \alpha - M_2}{2M_1 + M_2}$

47.12. M_1 массали B юк, массаси M_2 бўлган r радиусли цилиндрлик A ғалтакни унга ўралган ип ёрдамида ҳаракатга келтиради. Ғалтак сирғанмасдан юмаласа ва юмалашдаги ишқаланиш коэффициентини $f_{\text{ю}}$ га тенг бўлса, B юкнинг тезланиши аниқлансин. D блокнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$M_1 - \frac{f_{\text{ю}}}{2r} \cdot M_2$$

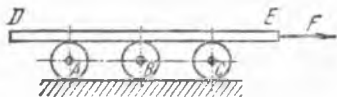
Жавоб: $\omega = 8g \frac{M_1 - \frac{f_{\text{ю}}}{2r} \cdot M_2}{8M_1 + 5M_2}$

47.13. Массаси M_1 бўлган DE стержень ҳар бирининг массаси M_2 бўлган учта A , B ва C ғалтаклар устида ётади. Стерженьга горизонтал бўйлаб ўнгга йўналган, стержень ва ғалтакларни ҳаракатга келтирувчи F куч қўйилган. Стержень билан ғалтаклар орасида, шунингдек, ғалтаклар билан горизонтал текислик орасида сирғаниш бўлмайди. DE стерженнинг тезланиши топилсин. Ғалтакларни бир жинсли доиравий цилиндрлар деб ҳисоблансин.

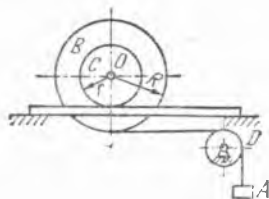
Жавоб: $\omega = \frac{8F}{8M_1 + 9M_2}$

47.14. 47.5- масалада қўрилган блокларни ҳар бирининг массаси 4 кг дан бўлган бир жинсли яхлит дисклар ҳисоблаб, M_1 юкнинг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $\omega_2 = 0,7 \text{ м/с}^2$.



47.13- масалага



47.15- масалага

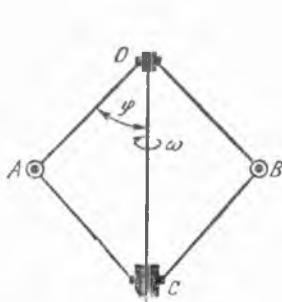
47.15. Массаси M_1 бўлган A юк пастга туша бориб, кўчмас D блокдан ўтган, B шкивга ўралган, чўзилмайдиган ип ёрдамида C вални горизонтал рельс бўйлаб сирпантирмай юмалатади. R радиусли B шкив r радиусли C валга маҳкам қилиб ўрнатилган; уларнинг умумий массаси M_2 га тенг, расм текислигига тик бўлган O ўққа нисбатан инерция радиуси эса ρ га тенг. A юкнинг тезланиши топилинсин. Ипнинг ва блокнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega = g \frac{M_1 (R - r)^2}{M_1 (R - r)^2 + M_2 (\rho^2 + r^2)}.$$

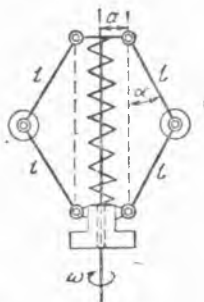
47.16. Марказдан қочма регулятор вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Фақат ҳар қайси шарларнинг M массасини ва C муфтанинг M_1 массасини ҳисобга олиб, OA ва OB қўлларнинг вертикалдан оғиш бурчаги аниқлансин; ҳамма стерженларнинг l узунлиги бир хил.

$$\text{Жавоб: } \cos \varphi = \frac{(M + M_1) g}{M l \omega^2}.$$

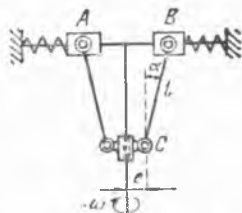
47.17. Марказдан қочма регулятор ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Регулятор бурчак тезлиги билан унинг стерженларининг вертикалдан оғиш бурчаги α орасидаги муносабат топилинсин; массаси M_1 бўлган муфтани бикирлиги c бўлган пружина пастга қисиб туради, $\alpha = 0$ бўлганда пружина деформацияланмаган, унинг юқориғи учи регулятор ўқиға маҳкамланган; шарларнинг массаси M_2 га тенг, стерженларнинг узунлиги l , осилиш ўқи регулятор



47.16- масалага



47.17- масалага

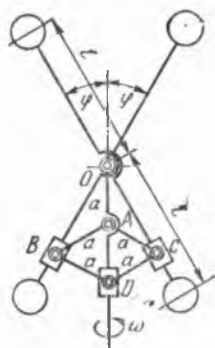


47.18- масалага

Ўқидан α масофада туради; стерженларнинг ва пружинанинг массалари ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } \omega^2 = \frac{(M_1 + M_2)g + 2/c(1 - \cos \alpha)}{M_2(a + l \sin \alpha)} \operatorname{tg} \alpha.$$

47.18. Марказдан қочма пружинали регулятор ҳар бирининг массаси M бўлган, регулятор шпинделига маҳкамланган силлиқ горизонтал стерженга ўрнатилган A ва B юк, массаси M_1 бўлган C муфта, l узунликдаги тортқич ва юкларни айланиш ўқиға қисиб турувчи пружиналардан иборат; тортқич шарнирлардан шпиндел ўқиғача бўлган масофа e га тенг; c — пружиналарнинг бикирлик коэффициенти. Регуляторнинг очилиш бурчаги α га мос келувчи бурчак тезлиги аниқлансин; α_0 бурчакда пружина зўриқмаган ҳолатда туради, бу ерда $\alpha_0 < \alpha$; тортқичнинг массаси ва ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



7.19-масалага

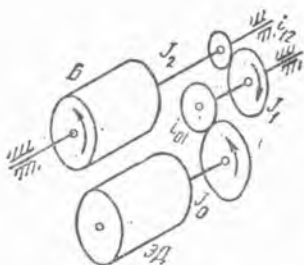
$$\text{Жавоб: } \omega = \sqrt{\frac{M_1 g \operatorname{tg} \alpha + 2cl(\sin \alpha - \sin \alpha_0)}{2M(e + l \sin \alpha)}}.$$

47.19. Регуляторда бир хил M_1 массаларга эга бўлган тўртта юк, узунлиги $2l$ бўлган иккита тенг елкали ричагнинг учида туради. Ричаглар регулятор текислигида шпинделнинг O учи атрофида айланиши мумкин бўлиб, шпиндел ўқи билан ўзгарувчи φ бурчак ҳосил қилади. Шпинделнинг O учидан $OA = a$ масофада турувчи A нуқтада узунлиги a бўлган AB ва AC ричаглар шарнирлар билан бириктирилган, улар ўз навбатида B ва C нуқталарда узунлиги a бўлган ва D муфта ўрнатилган BD ва CD стерженлар билан туташган. B ва C нуқталарда юк ўрнатилган ричаглар бўйлаб сирганувчи ползунлар бор. Муфтанинг массаси M_2 га тенг. Регулятор ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Регулятор мувозанат ҳолатга келганида φ бурчак билан ω бурчак тезлик орасида қандай боғланиш бўлиши топилсин.

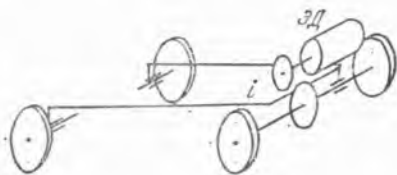
Жавоб: $\omega = \sqrt{\frac{2g M_2 a}{M_1 l^2}}$ бўлгандагина регулятор мувозанат ҳолатга келиши мумкин; бу ҳолатда ω бурчак тезлиги φ бурчакка боғлиқ эмас.

48-§. Лагранжнинг 2-тур тенгламалари

48.1. Иккита вал орасидаги айланма ҳаракатни узатиш, тишлари тегишлича z_1 ва z_2 бўлган иккита тишли гилдираклар орқали амалга оширилади, валларининг уларга ўрнатилган гилдираклари билан биргаликдаги инерция моментлари мос равишда J_1 ва J_2 га тенг. Биринчи валга M_1 айлантирувчи момент таъсир этса, унинг ҳаракат тенгламаси тузилсин, бошқа валга эса M_2 қаршилиқ momenti таъсир қилади. Подшипниклардаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



48.2- масалага



48.3- масалага

Жавоб: $(J_1 + i^2 J_2) \ddot{\varphi} = M_1 - i M_2$, бу ерда $i = z_1/z_2$.

48.2. Центрифуганинг B барабани $ЭД$ электродвигатель билан икки поғонали редуктор орқали айланма ҳаракатга келтирилади. Электродвигательнинг J_0 инерция моменти, барабаннинг J_2 инерция моменти, редуктор ораллиқ валининг J_1 инерция моменти, редуктор поғоналарининг узатиш сонлари i_{01} ва i_{12} берилган. Электродвигательнинг роторига M_0 айлантирувчи момент ва қаршилик кучларининг M'_0 моменти, редукторнинг валига ва барабанга мос равишда M'_1 ва M'_2 қаршилик кучларининг моментлари қўйилган. Центрифуга барабани айланишининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

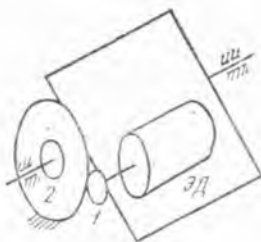
Жавоб: $(J_0 i_{01}^2 i_{12}^2 + J_1 i_{12}^2 + J_2) \ddot{\varphi} = (M_0 - M'_0) i_{10} i_{12} - M'_1 i_{12} - M'_2$.

48.3. Электромобилнинг узатмаси $ЭД$ электродвигатель ва узатиш сони i бўлган бир поғонали редуктордан иборат. J_0 — электродвигатель роторининг инерция моменти, J_1 — радиуси r бўлган тўртта ғилдирақлардан ҳар бирининг инерция моменти, m — электромобилнинг жами массаси, M — электродвигательнинг айлантирувчи моменти, M' — электродвигательнинг валига тушадиган қаршилик кучларининг моменти, F — электромобиль ҳаракатига бўлган қаршилик кучларининг йиғиндиси бўлса, электромобиль ҳаракатининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

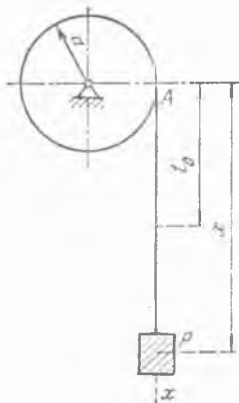
Жавоб: $\left(m + 4 \frac{J_1}{r^2} + \frac{J_0}{i^2 r^2}\right) \ddot{x} = \frac{M - M'}{i r} - F$.

48.4. Стабиллаштирувчи узатманинг $ЭД$ электродвигатели, ҳолати φ бурчак билан аниқланадиган айланувчи рамага ўрнатилган. Электродвигатель валидаги 1-шестерня қўзғалмас асосга ўрнатилган 2-шестерня атрофида юмалайди. J_1 — раманинг электродвигатель билан бирга инерция моменти, J_0 — электродвигатель роторининг инерция моменти, i_{12} — жуфт шестерняларнинг узатишлар сони, M_0 — электродвигательнинг айлантирувчи моменти, M'_0 — электродвигатель валидаги қаршилик кучларининг моменти, M'_1 — рамага қўйилган кучларнинг рама ўқиға нисбатан моменти бўлса, раманинг ҳаракати дифференциал тенгламаси тузилсин.

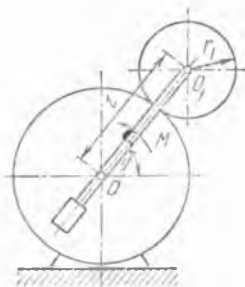
Жавоб: $\left[J_0 \left(1 + \frac{1}{i_{12}^2}\right) + J_1\right] \ddot{\varphi} = (M_0 - M'_0) \left(1 + \frac{1}{i_{12}^2}\right) - M'_1$.



48.4- масалага



48.5- масалага



48.6- масалага

48.5. Массаси m_1 ва узунлиги l бўлган тросга осилган m массали юкининг ҳаракати аниқлансин; трос радиуси a ва массаси m_2 бўлган барабанга ўралган; айланиш ўқи — горизонтал; ишқаланиш ҳисобга олинмайди; барабан массаси унинг гардиши бўйлаб текис таралган деб ҳисобланади. Бошланғич $t=0$ пайтда система тинч турган ва троснинг осилиб турган қисмининг узунлиги l_0 га тенг.

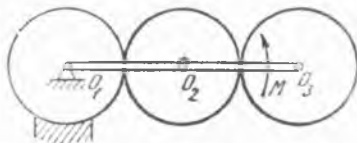
Қўрсатма. Барабан ўлчовлари троснинг осилиб турган қисмининг узунлигига нисбатан ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } x = -\frac{ml}{m_1} + \left(l_0 + \frac{ml}{m_1}\right) \text{ch} \sqrt{\frac{m_1 g}{(m + m_1 + m_2) l}} t.$$

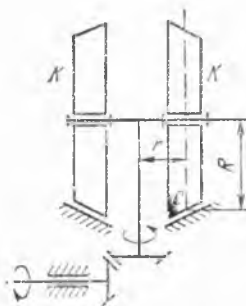
48.6. Эпициклик механизмда r_1 радиусли айланувчи шестеренка M момент таъсирида қўзғалмас шестеренка ўқи атрофида айланувчи посангили кривошипга ўрнатилган. Кривошип айланишининг бурчак тезланиши ва шестеренкалар бир-бирига тегиб турган нуқтадаги айланма зуриқиш S аниқлансин; шестеренкалар ўқи орасидаги масофа l га тенг, посангили кривошипнинг ўз айланиш ўқида нисбатан инерция моменти J_0 га тенг, айланувчи шестеренка массаси m_1 , шестеренканинг ўз ўқида нисбатан инерция моменти J_1 ; ишқаланиш ҳисобга олинмасин; шестеренка ва посангили кривошипнинг массалар маркази кривошипнинг айланиш ўқида ётади.

$$\text{Жавоб: } \varepsilon = \frac{M}{J_0 + m_1 l^2 + J_1 \frac{l^2}{r_1^2}}; S = \frac{J_1 l}{r_1^2} \varepsilon.$$

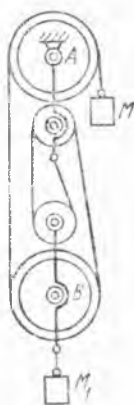
48.7. Планетар механизмда O_1 ўқли филдирак қўзғалмас; $O_1 O_2$ дастага айлантирувчи M момент қўйилган; механизм горизонтал текисликда жойлашган. Филдиракларни массалари m ва радиуслари r бўлган бир хилдаги бир жинсли диск-



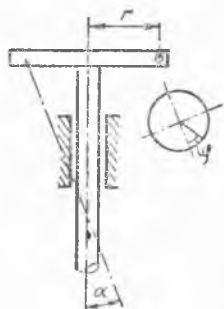
48.7- масалага



48.8- масалага



48.9- масалага



48.10- масалага

лар деб ҳисоблаб ҳамда даста массасини ҳисобга олмай, дастанинг бурчак тезланиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \epsilon_1 = \frac{M}{22mr^2}.$$

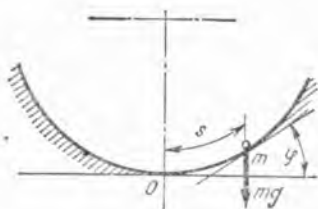
48.8. K, K бегунлар, схемаси расмда кўрсатилган узатма ёрдами билан двигателъ валидан ҳаракатга келтирилади. Битта бегуннинг массаси 3 т, ўртача радиуси $R = 1$ м, айланиш радиуси $r = 0,5$ м. Бегуннинг айланиш оний ўқи гардиш ўртасидаги C нуқтадан ўтади деб ҳисоблаймиз. Двигателдан вертикал валга ҳаракат узатувчи конуссимон узатма ғилдираклари радиусларининг нисбати $2/3$ га тенг. Бегунни R радиусли бир жинсли диск деб ҳисоблаймиз ва ҳаракатланувчи ҳамма қисмларнинг массаларини бегунлар массасига нисбатан ҳисобга олмаймиз. Двигателъ ҳаракатга келтирилганидан кейин 10 с ўтгач, вертикал ўқнинг бурчак тезлиги 120 айл/мин бўлиши учун двигателъ валига қандай ўзгармас айлантирувчи момент қўйиш кераклиги ҳисоблансин; қаршилиқ кучлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 3140 Н·м.

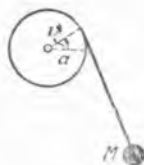
48.9. Массаси 101 кг бўлган M юк қўзғалувчи ҳалқа билан бирга олинган массаси 320 кг бўлган M_1 юкни полиспаст ёрдамида юқорига кўтарди. Блоклар ҳаммаси бўлиб тўртта, катта блокларнинг массалари 16 кг дан, кичиклариники эса 8 кг дан, катта блокларнинг радиуслари r га тенг, кичикларининг радиуслари r_1 га тенг. M юкнинг тезланиши аниқлансин. Блокларнинг энергиясини аниқлашда уларнинг массаларини айлана бўйлаб текис таралган деб ҳисоблаймиз.

Жавоб: 0,1 g.

48.10. Роторларни статик мувозанатлаштириш учун ишлатиладиган машинада подшипниклар вертикалга α бурчак остида оғган. Подшипникка ўрнатилган ротор (ўз ўқиға нисбатан) I инерция моментига эга ва ўқдан r масофада мувозанатлашмаган m массани



48.12- масалага



48.13- масалага

элтади. Ротор ҳаракатининг дифференциал тенгламаси ёзилсин ва ротор мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишларининг частотаси аниқлансин.

Жавоб: $(mr^2 + I)\ddot{\varphi} + mgr \sin \alpha \sin \varphi = 0$, $k = \sqrt{\frac{mgr \sin \alpha}{mr^2 + I}}$,

бу ерда φ — роторнинг айланиш бурчаги.

48.11. Бир жинсли конус горизонтга α бурчак остида оғган ғадир-будур текисликда юмалайди. Конус ясовчисининг узунлиги l , учидаги очилиш бурчаги 2β . Конуснинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

Қўрсатма. Ясовчисининг уриниш чизиги билан текислиكنинг энг қўп оғган тўғри чизиги орасидаги θ бурчакни умумлашган координата деб қабул қилинсин.

Жавоб: $\ddot{\theta} + \frac{g \sin \alpha}{l(\cos^2 \beta + 1/5)} \sin \theta = 0$.

48.12. m массали моддий нуқта $s = 4a \sin \varphi$ тенглама билан ифодаланган циклоидал йўналирувчи бўйлаб сғирлик кучи таъсирида ҳаракат қилади, бу ерда s — O нуқтадан бослаб ҳисобланадиган ёй, φ — циклоидага ўтказилган уринма билан горизонтал ўқ орасидаги бурчак. Нуқтанинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $s = A \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{a}} t + \varphi_0\right)$, бу ерда A ва φ_0 — интеграллаш ўзгармаслари.

48.13. Радиуси a бўлган қўзғалмас цилиндрга ўралган ипга осилган m массали M моддий нуқтадан иборат маятник ҳаракатининг тенгламаси тузилсин. Мувозанат вазиятида ипнинг осилиб турадиган қисмининг узунлиги l . Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $(l + a\theta) \ddot{\theta} + a \ddot{\theta}^2 + g \sin \theta = 0$, бунда θ — маятникнинг вертикалдан оғиш бурчаги.

48.14. Узунлиги ихтиёрий берилган $l = l(t)$ қонунга мувофиқ ўзгарувчи ипга осилган m массали моддий нуқтадан иборат маятникнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\ddot{\varphi} + 2 \frac{\dot{l}}{l} \dot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0$, бунда φ — ипнинг вертикалдан оғиш бурчаги.

38.15. Узунлиги l бўлган чўзилмайдиган ипга осилган m массали моддий нуқтадан иборат маятникнинг осилган нуқтаси гори-

¹ Расмларда θ бурчаги φ билан берилган.



48.16- масалага

зонт билан α бурчак ташкил қилган оғма тўғри чизик бўйлаб, берилган $\xi = \xi_0(t)$ қонунга мувофиқ ҳаракат қилади. Маятник ҳаракатининг тенгламаси тузилсин.

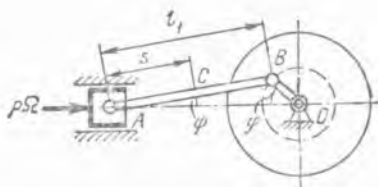
Жавоб: $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{1}{l} \cos(\varphi - \alpha) = 0$.

48.16. Бир текисликда ётувчи ва бир-бири билан α бурчак ташкил қилувчи икки вал Кардан шарнири билан қўшилган. Валларнинг инерция моментлари I_1 ва I_2 га тенг. Биринчи валга M_1 айлантирувчи ва иккинчисига M_2 қаршилик momenti қўйилган бўлса, биринчи валнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин. Подшипниклардаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: Биринчи валнинг айланиш бурчагини φ билан белгилаб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\left[I_1 + I_2 \left(\frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi} \right)^2 \right] \ddot{\varphi} - \frac{I_2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \sin 2\varphi}{(1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi)^3} \dot{\varphi}^2 = M_1 - M_2 \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}.$$

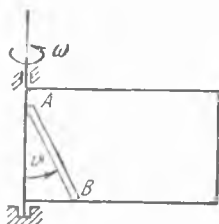
48.17. Қривошип механизми m_1 массали поршендан, m_2 массали АВ шатундан, ОВ кривошипдан, вал ва айланма ғилдиракдан иборат; шатуннинг С массалар марказига нисбатан инерция momenti I_2 ; ОВ кривошип, вал ва айланма ғилдиракнинг ўққа нисбатан инерция momenti — I_3 ; поршень юзи — Ω ; поршенга таъсир қилувчи босим — p ; шатун узунлиги — l ; шатун массалар маркази билан А нуқта орасидаги масофа — s ; ОВ кривошип узунлиги — r ; валга таъсир



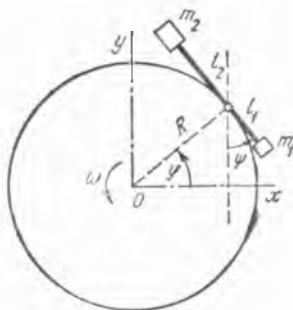
48.17- масалага



48.18- масалага



48.19- масалага



48.20- масалага

қилувчи қаршилиқ моменти — M . Шатуннинг айланиш бурчаги φ ни жуда кичик деб ҳисоблаб, яъни $\sin \varphi = \psi$ ва $\cos \varphi = 1$ деб қабул қилиб, механизмнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин; кривошипнинг φ айланиш бурчагини умумлашган координата деб қабул қилинсин.

Жавоб:
$$\left[(m_1 + m_2) r^2 \sin^2 \varphi + (I_2 + m_1 s^2) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \cos^2 \varphi + I_3 \right] \ddot{\varphi} + \left[(m_1 + m_2) r^2 - (I_2 + m_1 s^2) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \right] \cos \varphi \sin \varphi \dot{\varphi}^2 = M + p \Omega r \sin \varphi.$$

48.18. Учлари R радиусли силлиқ горизонтал айлана бўйлаб сирғанадиган, узунлиги $2a$ ва массаси M бўлган бир жинсли стерженда m массали моддий нуқта v ўзгармас нисбий тезлик билан ҳаракат қилади. Стержень ҳаракати аниқлансин. Бошлангич пайтда моддий нуқта стерженнинг массалар марказида туради.

Жавоб.
$$\theta - \theta_0 = C \arctg \frac{vt}{\sqrt{R^2 - a^2 + \frac{M}{m} \left(R^2 - 2 \frac{a^2}{3} \right)}}$$

бунда θ_0 ва C — ихтиёрий ўзгармас миқдорлар.

48.19. Узунлиги $2a$ ва массаси M бўлган бир жинсли оғир AB стержень учлари рамканинг горизонтал ва вертикал стерженлари бўйлаб ишқаланмай сирғанади; рамка вертикал томони атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Стерженнинг ҳаракат тенгламаси тузилсин ва нисбий мувозанат вазияти аниқлансин.

Жавоб:
$$\frac{4}{3} Ma^2 \ddot{\theta} - \frac{4}{3} M \omega^2 a^2 \sin \theta \cos \theta Mga \sin \theta = 0,$$

бунда θ — стержень билан вертикал орасидаги бурчак. Мувозанат вазиятида $\theta = 0$ (ноустувор мувозанат).

48.20. Учларида тўпланган m_1 ва m_2 массалари бўлган ричаг R радиусли бир жинсли диск айланасига шарнир воситасида бириктирилган. Массалардан шарниргача бўлган масофалар тегишлича l_1 ва l_2 га тенг. Диск ўз текислигига тик бўлган вертикал ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланади. Ричагнинг ҳаракат тенгламаси ту-

зилсин ва нисбий мувозанат вазияти аниқлансин. Ричаг массаси ҳисобга олинмасин. Ричагнинг айланиш ўқи дискнинг айланиш ўқига параллел. Шунингдек, масалани диск вертикал текисликда айланади деб фараз қилиб (оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олиниб) ҳам ечилсин.

Жавоб: вертикал ўқ атрофидаги айланиш учун; $(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\psi} - R\omega^2 (m_1 l_1 - m_2 l_2) \cos(\psi - \omega t) = 0$; $m_1 l_1 = m_2 l_2$ бўлганда ричаг фарқсиз нисбий мувозанатда бўлади. $m_1 l_1 \neq m_2 l_2$ бўлганда иккита нисбий мувозанат вазияти мавжуд: $\psi = \omega t \pm \frac{\pi}{2}$, яъни ричаг радиус бўйлаб йўналган.

Горизонтал ўқ атрофидаги айланиш учун:

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\psi} - R\omega^2 (m_1 l_1 - m_2 l_2) \cos(\psi - \omega t) + (m_1 l_1 - m_2 l_2) g \sin \psi = 0.$$

$m_1 l_1 \neq m_2 l_2$ ҳолида нисбий мувозанат бўлиши мумкин эмас.

48.21. M массали юпка диск ўз текислиги билан горизонтал текислик бўйлаб ишқаланмай сирғаниши мумкин. Дискнинг радиуси будур устки юзасида m массали моддий нуқта ҳаракат қилади. Нуқта нисбий ҳаракатининг диск билан боғланган ва боши дискнинг массалар марказида бўлган x ва y декарт координаталаридаги тенгламалари $x = x(t)$ ва $y = y(t)$ кўринишда берилган. Дискнинг ўз массалар марказига нисбатан инерция моменти I га тенг. Диск бурчак тезлигининг ўзгариш қонуни топилсин. Бошланғич пайтда диск қўзғалмас.

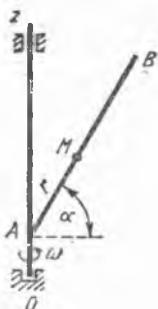
$$\text{Жавоб: } \left[I + \frac{mM}{m+M} (x^2 + y^2) \right] \dot{\varphi} + \frac{mM}{m+M} (x \dot{y} - y \dot{x}) = \frac{mM}{m+M} \times (x_0 \dot{y}_0 - y_0 \dot{x}_0),$$

бунда $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ — нуқта координаталарининг ва тезлиги проекцияларининг бошланғич пайтдаги қийматлари, φ — дискнинг бурчак тезлиги.

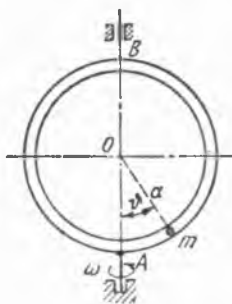
48.22. Олдинги масалада тасвирланган дискда R радиусли айлана бўйлаб моддий нуқта $v = \alpha t$ нисбий тезлик билан ҳаракат қилади. Дискнинг ҳаракат қонуни топилсин.

$$\text{Жавоб: } \varphi = - \frac{mM}{2(m+M)} \frac{R\alpha}{I + \frac{mM}{m+M} R^2} t^2 = \frac{\beta}{2R} t^2, \\ \xi = - \frac{mR}{m+M} \cos \frac{\alpha + \beta}{2R} t^2, \quad \eta = - \frac{mR}{m+M} \sin \frac{\alpha + \beta}{2R} t^2,$$

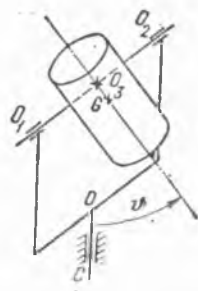
бу ерда φ — дискнинг айланиш бурчаги, ξ ва η эса боши системанинг массалар марказида бўлган қўзғалмас декарт системасига нисбатан диск массалар марказининг координаталари.



48.23- масалага



48.24- масалага



48.25- масалага

48.23. Қўзғалмас вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи AB тўғри чизиқда M моддий нуқта оғирлик кучи таъсирида ҳаракат қилади. AB тўғри чизиқ горизонтал билан α бурчак ташкил қилади. Нуқта ҳаракатининг қонуни топилсин.

Жавоб: Ҳаракат қилувчи нуқтадан тўғри чизиқнинг вертикал билан кесишган нуқтасигача бўлган масофа.

$$r_1 = C_1 e^{\omega t \cos \alpha} + C_2 e^{-\omega t \cos \alpha} + \frac{g}{\omega^2 \cos^2 \alpha},$$

бунда C_1 ва C_2 — интеграллаш ўзгармаслари.

48.24. m массали моддий нуқта вертикал AB диаметри атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи ҳалқа бўйлаб ҳаракатланади. Ҳалқанинг радиуси a га тенг. Нуқта ҳаракатининг тенгламаси тузилсин ва бурчак тезликини ўзгартирмай сақлаш учун керак бўлган M момент аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{\theta} + \left(\frac{g}{a} - \omega^2 \cos \theta \right) \sin \theta = 0,$$

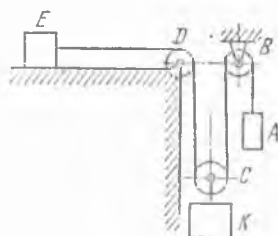
$$M = 2ma^2 \sin \theta \cos \theta \cdot \omega \dot{\theta}.$$

48.25. Массаси m бўлган жисм горизонтал O_1O_2 ўқ атрофида айланади; O_1O_2 ўқ эса ўз навбатида вертикал OC ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Жисмнинг G массалар маркази O_1O_2 тўғри чизиққа перпендикуляр тўғри чизиқдаги O_3 нуқтадан l масофада ётади. O_1O_2 ва O_3G ўқларни жисмнинг O_3 нуқтадаги инерция бош ўқлари деб ҳисоблаб, ҳаракат тенгламаси тузилсин. Жисмнинг бош ўқларга нисбатан инерция моментлари A , B ва C га тенг.

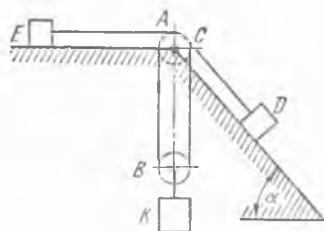
$$\text{Жавоб: } A \ddot{\theta} + \omega^2 (C - B) \sin \theta \cos \theta = -mgl \sin \theta,$$

бунда θ — O_1O_2 атрофидаги айланиш бурчаги.

48.26. Учига m массали A юк боғланган чўзилмайдиган ип кўчмас B блок орқали ўтади, қўзғалувчи C блокни ўраб юқорига, кўчмас D блокка кўтарилади ва горизонтал текисликка параллел йўналади; унинг шу ердаги учига массаси m бўлган E юк боғланган.



48.26- масалага



48.27- масалага

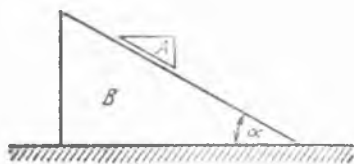
С блок ўқига массаси m_1 бўлган K юк боғланган. E юкнинг горизонтал текисликка сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ҳамма юкларнинг бошланғич тезликлари нолга тенг бўлса, K юкнинг пастга тушиши учун қандай шарт бажарилиши керак? K юкнинг тезланиши топилинсин. Блоklar ва ипнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $m_1 > m(1 + f)$, $w = g \frac{m_1 - m(1 + f)}{m_1 + 2m}$

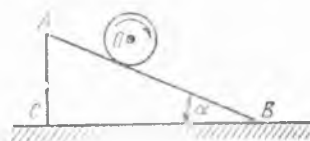
48.27. Ҳар бирининг массаси m бўлган иккита D ва E юклар чўзилмас ип учига боғланган. Бу ип E юкдан чиқиб кўчмас A блок орқали ўтади, кейин қўзғалувчи B блокни ўраб ўтиб, юқорига, A блок билан бир ўқда турувчи кўчмас C блокка қайтиб келади ва силлиқ қия текисликка параллел бўлиб ўтади, шу ерда унинг учига D юк боғланган. Қия текислик горизонт билан α бурчак ҳосил қилади. Қўзғалувчи B блокка массаси m_1 бўлган K юк бириктирилган. E юкнинг горизонтал текисликка сирғаниб ишқаланиш коэффициентини f га тенг. Ипнинг ва блоklarнинг массалари ҳисобга олинмасин. K юкнинг пастга тушиши учун қандай шарт бўлиши кераклигини аниқлансин. Шу юкнинг тезланиши топилинсин. Бошланғич пайтда ҳамма юкларнинг тезликлари нолга тенг.

Жавоб: $m_1 > m(f + \sin \alpha)$, $w = g \frac{m_1 - m(f + \sin \alpha)}{m_1 + 2m}$

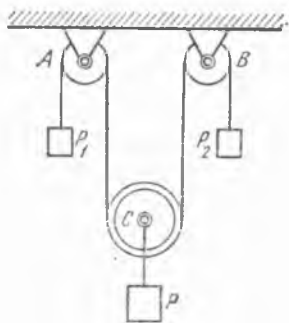
48.28. Массаси m бўлган A призма горизонт билан α бурчак ҳосил қилувчи m_1 массали B призманинг силлиқ ён ёғида сирғаниб тушиб келади. B призманинг тезланиши аниқлансин. Горизонтал текислик билан B призма орасидаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



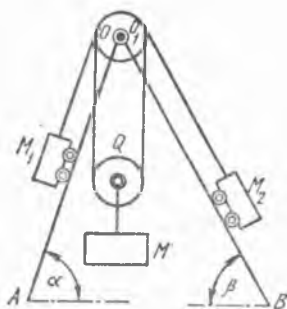
48.28- масалага



48.29- масалага



48.30- масалага



48.31- масалага

Жавоб: $\omega = g \frac{m \sin 2\alpha}{2(m_1 + m \sin^2 \alpha)}$.

48.29. Силлиқ горизонтал текисликка қўйилган m массали уч-бурчакли ABC призма шу текисликда ишқаланишсиз сирғана олади; призманинг AB ёғида массаси m_1 бўлган бир жинсли доңравий цилиндр сирғанмай ғилдирайди. Призманинг тезланиши аниқлансин.

Жавоб: тезланиш чап томонга йўналган ва $g \frac{m_1 \sin 2\alpha}{3(m + m_1) - 2m_1 \cos^2 \alpha}$ га тенг.

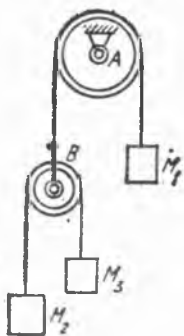
48.30. Қўзғалувчи C блокни ушлаб турадиган шнур қўзғалмас ўқли A ва B блоклар орқали ўтган; шнурнинг блоклар устида бўлмаган қисмлари вертикал, C блокка массаси $m = 4$ кг бўлган тош осилган, шнур учларига массалари $m_1 = 2$ кг ва $m_2 = 3$ кг бўлган юklar боғланган. Блоклар билан шнур массасини ва ўқлардаги ишқаланишни ҳисобга олмай учала юкнинг тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $\omega = \frac{1}{11} g$ (юқорига), $\omega_1 = \frac{1}{11} g$ (юқорига), $\omega_2 = \frac{3}{11} g$ (пастга).

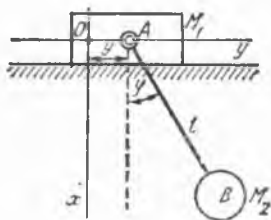
48.31. Бир хил m массали M_1 ва M_2 юklar вертикал текисликда горизонтга нисбатан α ва β бурчаклар остида ўрнашган иккита оғма OA ва OB йўналтирувчиларда ҳаракат қилади; бу юklarни бирлаштирувчи ип M_1 юкдан чиқиб, горизонтал ўқ атрофида айланувчи O блок орқали ўтади ва m_1 массали M юкни элтувчи қўзғалувчи Q шкив орқали ўтади, кейин ўша O блок ўқиға ўрнатилган O_1 блок орқали ўтиб M_2 юкка боради. O_1 ва O блоклар бир ўқда; ишқаланишни, шунингдек блоклар, шкив ҳамда ип массасини ҳисобга олмай, M юкнинг тезланиши ω аниқлансин.

Жавоб: $\omega = g \frac{m_1 - m(\sin \alpha + \sin \beta)}{m_1 + 2m}$.

48.32. Олдинги масала M_1 ва M_2 юklar ҳар бирининг массаси m ва радиуси r бўлган ғалтаклар билан алмаштириб ечилсин.



48.33- масалага



48.35- масалага

Ғалтақларни яхлит бир жинсли доиравий дисклар деб ҳисоблансин. Ғалтақларнинг қия текисликлар устидаги юмалаши ишқаланиш коэффициенти μ_0 га тенг. Иллар ғалтақларнинг уқларига бириктирилган.

Жавоб:
$$w = g \frac{m_1 - m \left[\sin \alpha + \sin \beta + \frac{l}{r} (\cos \alpha + \cos \beta) \right]}{m_1 + 2m}$$

48.33. Қўчмас A ва қўзғалувчи B иккита блоклар ҳамда қўзилмайдиған иллар расмда кўрсатилгандек осилган учта M_1 , M_2 ва M_3 юклар системаси берилган. Юкларнинг массаси тегишлича m_1 , m_2 ва m_3 га тенг; бунда $m_1 < m_2 + m_3$ ва $m_2 \neq m_3$. Блоклар массалари ҳисобга олинмайди. Юкларнинг бошланғич тезликлари ноль бўлганда m_1 , m_2 ва m_3 массаларнинг қандай муносабатида M_1 юк пастга тушади?

Жавоб: $m_1 > \frac{4m_2m_3}{m_2 + m_3}$ бўлиши керак.

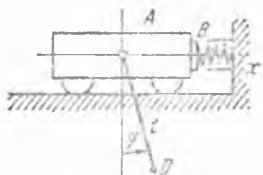
48.34. Тележка платформасида доиравий цилиндр сирғанмай ғилдирайди. Агар аравача ғилдираклари горизонтга α бурчак остида оғган ва платформага параллел бўлган текислик бўйлаб сирғанмай ғилдираб тушса, аравача тезланиши топилинсин; цилиндрининг ясовчилари платформанинг энг кўп олишган чизиқларига тик. Тележканинг ғилдираксиз массаси M , ҳамма ғилдираклар массаси m , цилиндр массаси M_1 ; ғилдираклар бир жинсли яхлит доиравий диск деб ҳисоблансин.

Жавоб: $w = \frac{6M + 6m + 2M_1}{6M + 9m + 2M_1} g \sin \alpha$.

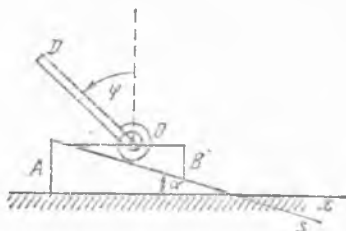
48.35. Горизонтал текисликда ишқаланмасдан сирғанувчи m_1 массали M_1 ползун ҳамда ползунга l узунликдаги AB стержень билан бириктирилган m_2 массали M_2 шарчадан ташкил топган эллиптик маятникнинг ҳаракат теңгаламалари тузилсин. Стержень, ползун билан боғланган, A нуқтадан расм текислигига тик бўлиб ўтадиган ўқ атрофида айлана олади. Стержень массаси ҳисобга олинмасин. Эллиптик маятник кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

Жавоб: $\frac{d}{dt} \left[(m_1 + m_2) \dot{y} + m_2 l \dot{\varphi} \cos \varphi \right] = 0$,

$l \ddot{\varphi} + \cos \varphi \ddot{y} + g \sin \varphi = 0$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{l}{g}}$.



48.36- масалага



48.37- масалага

48.36. A тележка эластик B таянчга урилганида стерженга осилган D юк тебрана бошлайди. Агар m_1 — тележканинг массаси, m_2 — юк массаси, l — стержень узунлиги, c эса B таянч пружинасининг бикирлик коэффициенти бўлса, моддий системанинг ҳаракат дифференциал тенгламалари тузилсин. Гилдираклар массаси ва ҳамма қаршилик кучлари ҳисобга олинмасин. x ўқнинг ҳисоб бошини деформацияланмаган пружинанинг чап учига олинсин. B таянч бўлмаганида юкнинг кичик тебранишлари даври аниқлансин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин.

Қўрсатма. φ^2 кўпайтувчига эга бўлган ҳад ҳисобга олинмасин, $c = 0$, $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$ деб ҳисоблансин.

Жавоб: $(m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2 l \ddot{\varphi} \cos \varphi - m_2 l \dot{\varphi}^2 \sin \varphi = -cx$,

$$\ddot{x} \cos \varphi + l \ddot{\varphi} = -g \sin \varphi; T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

48.37. Қўзғалмас A призманинг горизонтга нисбатан α бурчак остида жойлашган ёнида m_2 массали B призма сирғанади. B призмага O цилиндрик шарнир ва бикирлик коэффициенти c бўлган спираль пружина воситасида l узунликдаги, m_1 массали ингичка бир жинсли OD стержень бириктирилган. Стержень O нуқта орқали расм текислигига тик ўтувчи ўқ атрофида тебранади. B призманинг ва OD стерженнинг ҳолати s ва φ координаталар орқали аниқланган. Ишқаланиш кучларини ҳисобга олмай, B призма ва CD стержендан ташкил топган моддий системанинг ҳаракат дифференциал тенгламалари ёзилсин. Агар $m_1 g l \cos^2 \alpha < 2c$ бўлса, OD стержень кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

Қўрсатма. $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos(\varphi + \alpha) \approx \cos \alpha - \varphi \sin \alpha$ деб ҳисоблансин, сўнгра $\dot{\varphi}^2$ ва $\varphi \cdot \ddot{\varphi}$ кўпайтувчилари бўлган ҳадлар ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $(m_1 + m_2)\ddot{s} + \frac{1}{2} m_1 l \ddot{\varphi} \sin(\varphi + \alpha) - \frac{1}{2} m_1 l \dot{\varphi}^2 \cos(\varphi + \alpha) =$
 $= (m_1 + m_2) g \sin \alpha, \frac{1}{3} m_1 l^2 \ddot{\varphi} - \frac{1}{2} m_1 l \ddot{s} \cos(\varphi + \alpha) = \frac{1}{2} m_1 g l \sin \varphi - c\varphi,$

$$T = 2\pi l \sqrt{\frac{m_1 [m_1 (1 + 3 \sin^2 \alpha) + 4m_2]}{6(m_1 + m_2) (2c - m_1 g l \cos^2 \alpha)}}.$$

48.38. Олдинги 48.37-масала m_3 массали A призма силлиқ горизонтал текисликда ҳаракатланади деб ечилсин, унинг ҳолати эса x координата билан аниқланади.

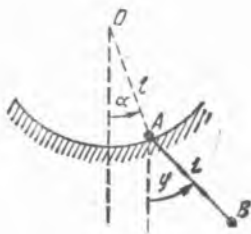
Жавоб. $(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{x} + (m_1 + m_2)\ddot{s} \cos \alpha + m_1 \frac{l}{2} \ddot{\varphi}^2 \sin \varphi - m_1 \times$
 $\times \frac{l}{2} \ddot{\varphi} \cos \varphi = 0, (m_1 + m_2)\ddot{x} \cos \alpha + (m_1 + m_2)\ddot{s} + m_1 \frac{l}{2} \ddot{\varphi}^2 \sin (\varphi + \alpha) -$
 $- m_1 \frac{l}{2} \ddot{\varphi} \cos (\varphi + \alpha) = (m_1 + m_2)g \sin \alpha, \frac{1}{3} m_1 l^2 \ddot{\varphi} - \frac{1}{2} m_1 l \ddot{x} \cos \varphi -$
 $- \frac{1}{2} m_1 l \ddot{s} \cos (\varphi + \alpha) = \frac{1}{2} m_1 g l \sin \varphi - c \varphi.$

48.39. Массаси m_1 бўлган A моддий нуқта вертикал текисликда қўзғалмас l радиусли цилиндрнинг силлиқ ички сиртида ҳаракатланади. m_2 массали, l узунликдаги AB стержень воситасида A нуқтага бириктирилган B моддий нуқта расм текислигига тик A ўқ атрофида тебрана олади. A ва B нуқталарнинг ҳолатлари вертикалга нисбатан ҳисобланган α ва φ бурчаклар ёрдамида аниқланган. Система ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин. Система кичик тебранишларининг дифференциал тенгламалари ёзилсин. AB стержень массаси ҳисобга олинмасин.

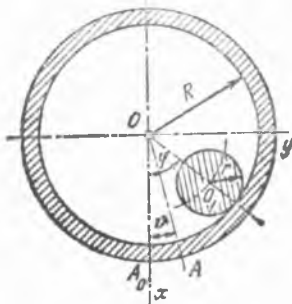
Кўрсатма. φ^2 ва α^2 қўпайтувчилари бўлган ҳадлар ҳисобга олинмасин, шунингдек, $\sin (\varphi - \alpha) = \varphi - \alpha$, $\cos (\varphi - \alpha) \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \varphi \approx \varphi$ деб ҳисоблансин.

Жавоб: $(m_1 + m_2)l\ddot{\alpha} + m_2 l \ddot{\varphi} \cos (\varphi - \alpha) - m_2 l \varphi^2 \sin (\varphi - \alpha) = -$
 $- (m_1 + m_2)g \sin \alpha, l \ddot{\varphi} + l \ddot{\alpha} \cos (\varphi - \alpha) + l \alpha^2 \sin (\varphi - \alpha) = g \sin \varphi;$
 $(m_1 + m_2)l\ddot{\alpha} + m_2 l \ddot{\varphi} = - (m_1 + m_2)g \alpha, l \ddot{\varphi} + l \ddot{\alpha} = -g \varphi.$

48.40. Массаси m ва радиуси r бўлган ғадир-будур цилиндр M массали ва R радиусли ичи бўш цилиндрнинг ички сирти бўйлаб сирғанмай ғилдирайди, ичи бўш цилиндр ўзининг горизонтал жойлашган O ўқи атрофида айлана олади. Цилиндрларнинг ўз ўқларига



48.39- масалага



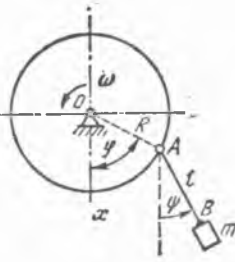
48.40- масалага

нисбатан инерция моментлари MR^2 ва $\frac{1}{2}mr^2$ га тенг. Система ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин ва уларнинг биринчи интеграллари топилинсин.

Жавоб: $MR^2 \ddot{\theta} - \frac{1}{2} mR \left[(R-r) \ddot{\varphi} + R \ddot{\theta} \right] = C_1, \frac{1}{2} MR^2 \dot{\theta}^2 +$
 $+\frac{1}{4} m \left[(R-r) \dot{\varphi} - R \dot{\theta} \right]^2 + \frac{m}{2} (R-r)^2 \dot{\varphi}^2 - mg(R-r) \cos \varphi = C_2,$

бу ерда φ — цилиндрлар ўқларини туташтирувчи кесманинг айланиш бурчаги, θ — ташқи цилиндрнинг айланиш бурчаги ва C_1 ҳамда C_2 — интеграллаш ўзгармаслари.

48.41. Массаси M бўлган R радиусли бир жинсли диск ўзининг горизонтал O ўқи атрофида айлана олади. Дискка узунлиги l бўлган AB ипда m массали моддий нуқта осилган. Система ҳаракатининг тенгламалари тузилсин.



48.41- масалага



48.44- масалага

Жавоб: $\left(m + \frac{M}{2}\right) R^2 \ddot{\varphi} + mRl \cos(\varphi - \psi) \ddot{\psi} + mRl \sin(\varphi - \psi) \dot{\psi}^2 +$
 $+ mgR \sin \varphi = 0,$

$$R \cos(\varphi - \psi) \ddot{\varphi} + l \ddot{\psi} - R \sin(\varphi - \psi) \dot{\varphi}^2 + g \sin \psi = 0,$$

бу ерда φ — дискнинг айланиш бурчаги, ψ — ипнинг вертикалдан оғиш бурчаги.

48.42. Олдинги масалада тасвирланган системадаги диск ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\ddot{\psi} - \omega^2 \frac{R}{l} \sin(\omega t - \psi) + \frac{g}{l} \sin \psi = 0.$

48.43. Эластик ипга осилган m массали математик маятник ҳаракатининг тенгламалари тузилсин; мувозанат вазиятида ипнинг узунлиги l , унинг биқирлиги c га тенг. Кичик тебранишлар ҳоли учун маятникнинг ҳаракати топилинсин. Умумлашган координаталар сифатида маятникнинг вертикалдан оғиш бурчаги φ ва ипнинг z нисбий узайиши олинсин.

Жавоб: $(1 + z) \ddot{\varphi} + 2z \dot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0,$

$$\ddot{z} - (1 + z) \dot{\varphi}^2 + \frac{c}{m} z + \frac{g}{l} (1 - \cos \varphi) = 0;$$

$$z = A \sin\left(\sqrt{\frac{c}{m}} t + \alpha\right), \quad \varphi = B \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t + \beta\right),$$

бу A, α, B, β — ихтиёрий ўзгармаслар.

48.44. Ингичка чўзилмайдиган ипнинг бир учи R радиусли бир жинсли доиравий цилиндр атрофида ўралган, иккинчи учи қўзғалмас O нуқтага мақкамланган. Цилиндр ипни чувалаб пастга тушади ва бир вақтда ип осилган нуқтадан ўтувчи горизонтал ўқ атрофида тебранади. Ипнинг массасини ва цилиндр ўлчамларини ҳисобга олмай, цилиндр ҳаракатининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\ddot{\rho} - R\ddot{\varphi} - \frac{2}{3}\rho\dot{\varphi}^2 = \frac{2}{3}g\cos\varphi$, $\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\varphi}) - R\rho\dot{\varphi}^2 = -g\rho \times \sin\varphi$, бу ерда ρ — ипнинг цилиндрдан чувалган қисми узунлиги, φ — ип билан вертикал орасидаги бурчак.

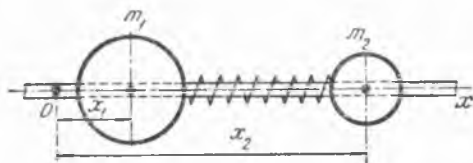
48.45. Олдинги масала ечими натижаларидан фойдаланиб ҳаракат мувозанат ҳолатидан бошланган ва $t=0$ пайтда $\rho=\rho_0$, $\varphi=\varphi_0 \neq 0$ бўлса, цилиндр кичик тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\frac{d}{dt}[F^2(t)\dot{\varphi}] + gF(t)\varphi = 0$, бу ерда $F(t) = \frac{gl^2}{3} + \rho_0 - R\varphi_0$.

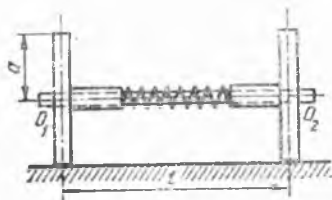
48.46. Силлиқ горизонтал стерженга (Ох ўқ) ўтказилган иккита m_1 ва m_2 массадаги иборат бўлган системанинг ҳаракати аниқлансин: массалар биқирлиги c бўлган пружина билан боғланган ва стержень бўйлаб илгариларга ҳаракат қила олади; пружина зўриқмаганда массалар марказлари орасидаги масофа l га тенг; системанинг $t=0$ бўлгандаги бошланғич ҳолати массалар марказлари координаталарининг ва тезликларининг қуйидаги қийматлари билан аниқланади: $x_1=0$, $\dot{x}_1=u_0$, $x_2=l$, $\dot{x}_2=0$.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } x_1 &= \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ m_1 u_0 t + \frac{m_2 u_0}{R} \sin kt \right\}, \\ x_2 - l &= \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ m_1 u_0 t - \frac{m_1 u_0}{k} \sin kt \right\}, \\ k &= \sqrt{c \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}. \end{aligned}$$

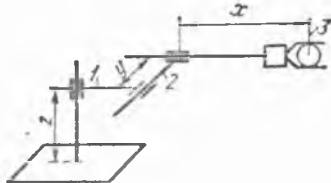
48.47. Ҳар қайсисининг радиуси a бўлган иккита бир хил гилдираклардан иборат система горизонтал текислик бўйлаб гилдирайди; гилдираклар ўзларига тик бўлган l узунликдаги умумий O_1O_2 ўқ атрофида бир-бирдан мустақил равишда айлана олади. Гилдираклар



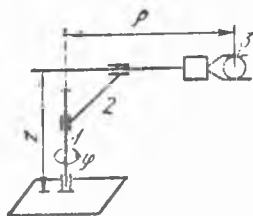
48.46- масалага



48.47- масалага



48.48- масалага



48.49- масалага

буралишга ишлайдиган, бикирлиги c бўлган пружина билан боғланган (эластик торсион). Ҳар қайси гилдиракнинг массаси M га тенг. Гилдиракнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти C га, гилдиракнинг ўз диаметрига нисбатан инерция моменти A га тенг. Системанинг ҳаракат тенгламалари тузилсин ва $\varphi_1 = 0$, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$, $\varphi_2 = \omega$ (φ_1 , φ_2 — гилдиракларнинг айланиш бурчаклари) бошланғич шартларни қаноатлантирадиган ҳаракат аниқлансин. Ўқнинг массаси ҳисобга олинмасин.

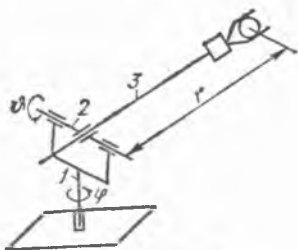
$$\text{Жавоб: } \varphi_1 = \frac{1}{2} \left(\omega t - \frac{\omega}{k} \sin kt \right), \quad \varphi_2 = \frac{1}{2} \left(\omega t + \frac{\omega}{k} \sin kt \right),$$

$$k = \sqrt{\frac{2c}{M a^2 + C + 4A \left(\frac{a}{l} \right)^2}}.$$

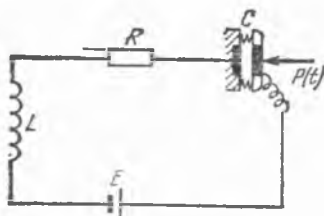
48.48. Робот-манипулятор механизми вертикал силжиш колоннаси, 1-ва 2-звенолардан тузилган горизонтал силжиш қурилмаси ва горизонтал суриладиган 3-тутқич қўлдан ташкил топган. Механизм звеноларининг массалари m_1 , m_2 ва m_3 га тенг. Илгариларма ҳаракатланувчи жуфтларга қўйилган приводлар вужудга келтирадиган ҳаракатлантирувчи кучлар мос равишда F_{01} , F_{12} ва F_{23} га тенг. Механизм ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } m_3 \ddot{x} = F_{23}, \quad (m_2 + m_3) \ddot{y} = F_{12}, \quad (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{z} = F_{01} - (m_1 + m_2 + m_3) g.$$

48.49. Робот-манипулятор механизми 1-айланувчи колонна, 2-вертикал силжиш қурилмаси ва суриладиган 3-тутқичли қўлдан иборат. 1-звенонинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_1 ; 2-звенонинг массаси m_2 , айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_2 ; ҳаракатланувчи 3-қўлнинг тутқичи билан массаси m_3 , массалар марказидан айланиш ўқиғача бўлган масофа ρ , марказий ўққа нисбатан инерция моменти I_3 . Айланиш ўқиға M момент қўйилган; илгариларма ҳаракатланувчи қўш звеноларда приводлар ҳосил қиладиган ҳаракатлантирувчи кучлар мос равишда F_{12} ва F_{23} га тенг. Механизм ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.



48.50- масалага



48.52- масалага

Жавоб: $\frac{d}{dt} [(I_1 + I_2 + I_3 + m_3 \rho^2) \dot{\varphi}] = M,$

$(m_2 + m_3) \ddot{z} = F_{12} - (m_2 + m_3) g, m_3 (\ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2) = F_{23}.$

48.50. Робот-манипуляторнинг қўлини олиб юрадиган 1-вертикал колонна φ бурчакка айланиши мумкин. Қўл, тутқичи билан θ бурчакка айланади ва r масофага сурилади. Вертикал колоннанинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_1 га тенг; 2-ва 3-звенолар массалари m_2 ва m_3 бўлган l_2 ва l_3 узунликдаги ингичка бир жинсли стерженлар деб ҳисоблансин; кўчириляётган юкнинг массаси m . Вертикал айланиш ўқиға M_φ момент, иккинчи звено айланиш ўқиға M_θ момент қўйилган, приводнинг илгарилема ҳаракатланувчи қўш звеносида ҳосил қиладиган ҳаракатлантирувчи куч F_{23} га тенг. Механизм ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилсин. Ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\frac{d}{dt} \left[\left(I_1 + \frac{1}{12} m_2 l_2^2 + I(r) \sin^2 \theta \right) \dot{\varphi} \right] = M_\varphi,$

$\frac{d}{dt} (I(r) \dot{\theta}) - I(r) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta = M_\theta + [m_3 (r - \frac{l_3}{2} + mr) g \sin \theta,$

$(m_3 + m) \ddot{r} - [m_2 (r - \frac{l_3}{2}) + mr] (\ddot{\theta} + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta) = F_{23} - (m_3 +$

$+ m) g \cos \theta, \text{ бу ерда } I(r) = m_3 \left(r^2 - r l_3 + \frac{l_3^2}{3} \right) + mr^2.$

48.51. Ғилдирак горизонтал текислик бўйлаб сирғанмай думалайди. Ғилдиракнинг радиуси a га, массаси M га тенг; ғилдиракнинг ғилдирак марказидан унинг текислигига тик ўтган ўққа нисбатан инерция моменти C га, ғилдиракнинг ўз диаметрига нисбатан инерция моменти эса A га тенг. Ғилдирак ҳаракатининг тенгламалари тузилсин.

Кўрсатма. Беголоном системалар учун қўпайтувчи Лагранж тенгламаларидан фойдаланилсин.

Жавоб: $\frac{d}{dt} (A \dot{\psi} \sin^2 \theta) - C (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta) \dot{\theta} \sin \theta = 0, (C +$

$+ ma^2) \frac{d}{dt} (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta) - ma^2 \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \theta = 0, (A + ma^2) \ddot{\theta} -$

$- A \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta + (C + ma^2) \cdot (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta) \dot{\psi} \sin \theta = -m g a \cos \theta,$

бу ерда φ — ғилдиракнинг ўз текислигига тик ўқ атрофида айланиш бурчаги; θ — ғилдирак текислигининг горизонтга оғиш бурчаги; ψ — ғилдиракнинг уриниш нуқтаси ва ғилдирак диаметри орқали ўтган вертикал текислик азинмути.

48.52. Конденсаторли микрофон L ўзиндукцияли кетма-кет уланган ғалтакдан, R қаршилик резистори ва конденсатордан иборат бўлиб, конденсатор пластинкалари умумий бикирлиги c бўлган икита пружина билан боғланган. Занжир E электр юритувчи кучи доимий бўлган элементга уланган, конденсатор пластинкасига эса ўзгарувчи $P(t)$ куч таъсир қилади. Системанинг мувозанат ҳолатида конденсаторнинг снгими — C_0 , шу вазиятда пластинкалар орасидаги масофа — a , конденсатор қўзғалувчи пластинкасининг массаси — m . Электрик ва механик умумлашган координаталар киритилсин ва системанинг ҳаракат тенгламалари Лагранж тенгламалари шаклида тузилсин.

Кўрсатмалар. 1. Конденсаторнинг потенциал энергияси $V = \frac{q^2}{2C}$ га тенг (C — конденсатор снгими, q — унинг пластинкаларидаги заряд); электрокинетик энергия $T = \frac{1}{2} Li^2$ формула бўйича ҳисобланади. (L — ўзиндукция коэффициентя, $i = \frac{dq}{dt}$ занжирдаги ток кучи).

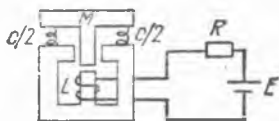
2. Умумлашган координаталар учун конденсатор зарядининг ўзгариши ва пружиналарнинг мувозанат вазиятидан силжиши қабул қилинсин. У вақтда тўлиқ заряд $q_0 + q$, тўла силжиш эса $x_0 + x$ бўлади, бу ерда q_0 конденсатор заряди, x_0 эса пружиналарнинг нейтрал вазиятдан системанинг мувозанат вазияти томонига силжиши.

$$\text{Жавоб: } m\ddot{x} + cx - \frac{F}{a} q - \frac{q^2}{2C_0 a} = P(t), \quad L\ddot{q} + R\dot{q} - \frac{E}{a} x + \frac{q}{C_0} - \frac{qx}{a C_0} = 0.$$

48.53. Олдинги масалада тавсифланган конденсаторли микрофоннинг кичик эркин тебранишлари частоталари аниқлансин. Резистор қаршилиги ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } k_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{c}{m} + \frac{1}{C_0 L} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{m} - \frac{1}{C_0 L}\right)^2 + 4 \frac{E^2}{a^2 m L}}}.$$

48.54. Расмда кўрсатилган система акселерометр электродинамик датчигининг принципаал схемасига мос келади. Якорь массаси M га, пружиналарнинг умумий бикирлиги c га тенг. Ғалтакнинг ўзиндукцияси $L = L(x)$ магнитопроводдаги кичик ҳаво зазорининг ўзгариши орқасида ўзгаради (x — якорнинг пружиналар зўриқмаган пайтдаги ҳолатидан вертикал силжиши). Ғалтакка берилган E электр юритувчи кучга эга бўлган элементдан иборат электр занжир уланган, занжирнинг қаршилиги R га тенг.



48.54- масалага

Система ҳаракатининг тенгламалари тузилсин ва унинг «мувозанат ҳолати» аниқлансин.

Қўрсатма. Умумлашган координаталар учун якорнинг силжиши x ва занжирдаги i токка тўғри келадиган заряд q қабул қилинсин ($i = \frac{dq}{dt}$).

Жавоб: Ҳаракат тенгламалари:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q\dot{x} \frac{\partial L}{\partial x} = E; M\ddot{x} - \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial x} \dot{q}^2 + cx = Mg.$$

«мувозанат ҳолати» да $x = x_0$ ва $i = \dot{q} = i_0$,
бу ерда

$$i_0 = \frac{E}{R}; cx_0 = Mg + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)_0 i_0^2.$$

48.55. Олдинги масалада тавсифланган электромагнит датчикнинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик ҳаракатларининг тенгламалари тузилсин.

Қўрсатма. Заряднинг ўзгариши e ва якорнинг мувозанат ҳолатидан бошлаб вертикал силжиши ξ умумлашган координаталар деб қабул қилинсин. $L(x)$ функция $L = L(x_0 + \xi) = L_0 + L_1\xi + \dots$ қаторга ёйилсин ва бу қаторда биринчи иккита ҳад билан чегаралансин.

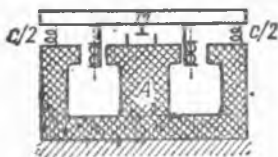
Жавоб: $L_0\ddot{e} + R\dot{e} + L_1i_0\dot{\xi} = 0, M\ddot{\xi} + c\xi - L_1i_0\dot{e} = 0.$

48.56. 48.54-масалада тавсифланган датчикнинг асоси $\xi = \xi_0 \sin \omega t$ қонун билан вертикал тебранма ҳаракатлар қилади. Якорь ҳаракатининг қонуни ва датчик электр занжирдаги ток аниқлансин.

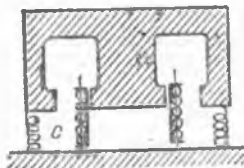
Жавоб: $t = \frac{M\xi_0\omega^3}{\Delta} L_1 i_0 \{ R(c - M\omega^2) \cos \omega t + [L_1^2 i_0^2 \omega + L_0 \omega (c - M\omega^2)] \sin \omega t \},$
 $x = \frac{M\xi_0\omega^3}{\Delta} \{ -[L_1^2 i_0^2 L_0 \omega^2 + (R^2 + L_0^2 \omega^2)(c - M\omega^2)] \sin \omega t + \omega L_1^2 i_0^2 R \cos \omega t \},$ бунда $\Delta = R^2(c - M\omega^2)^2 + \omega^2 [L_1^2 i_0^2 + L_0(c - M\omega^2)]^2.$

48.57. Электромеханик ҳаракатланувчи система радиал майдон ҳосил қилувчи A концентрик қутблари бўлган цилиндр шаклидаги доимий магнитдан ва биқирлиги c бўлган пружинага таянган M массали якордан иборат. Якорь n ўрамдан иборат бўлган симли ғалтакка ва қаршилиги якорь тезлигига пропорционал (қаршилик коэффициент β) бўлган механик демпферга қўшилган; ғалтак ўрамларининг ўртача радиуси r ; унинг ўзиндукцияси L , қаршилиги R , магнит зазоридаги магнит индукцияси — B . Ғалтакнинг клеммаларига $V(t)$ ўзгарувчан кучланиш қўйилган. Система ҳаракатининг тенгламалари тузилсин.

Қўрсатма. Ғалтак билан магнитнинг ўзаро таъсирини ифодаловчи умумлашган кучлар $Q_q = -2\pi r n Bx$, $Q_x = 2\pi r n Bq$ га тенг (Q_q — электр занжирда



48.57- масалага



48.58- масалага

индукцияланувчи электр юритувчи куч, Q_x — магнит билан ғалтакнинг ўзаро таъсир кучи).

Жавоб: $L\ddot{q} + R\dot{q} + 2\pi r n B \dot{x} = V(t)$, $M\ddot{x} + \beta \dot{x} + cx - 2\pi r n B \dot{q} = 0$.

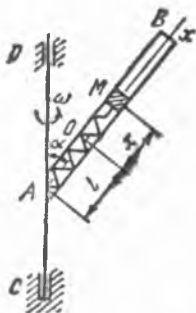
48.58. Индукцион ўзгартгичли сейсмометр асосига n та ўрамдан иборат бўлган r радиусли ғалтак маҳкамланган; ғалтак қайд қилувчи электр система билан қўшилган; бу система схемаси ўзиндукцияси L ва қаршилиги R бўлган занжирга тўғри келади. Ҳазорда B магнит индукцияси орқали характерланадиган радиал магнит майдонини пайдо қилувчи магнит ўзаги асосга умумий бикирлиги c бўлган пружиналар ёрдамида таянади. Ўзакка демпфер таъсирида ҳосил бўладиган ва ўзакнинг тезлигига пропорционал βx қаршилик кучи ҳам таъсир қилади. Сейсмометр асоси $\xi = \xi_0 \sin \omega t$ қонун билан кичик вертикал тебранма ҳаракат қилганда, ўзакнинг силжишини ва занжирдаги токни аниқловчи тенгламалар тузилсин.

Қўрсатма. Ғалтак билан магнит орасидаги ўзаро таъсирни фодолавчи кучлар $Q_q = -2\pi r n B \dot{x}$ ва $Q_x = 2\pi r n B \dot{q}$ формулалар билан берилади.

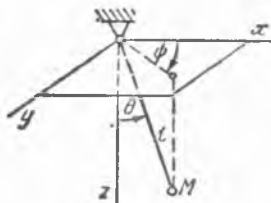
Жавоб: $M\ddot{x} + \beta \dot{x} + cx - 2\pi r n B \dot{q} = M \xi_0 \omega^2 \sin \omega t$, $L\ddot{q} + R\dot{q} + 2\pi r n B \dot{x} = 0$.

49-§. Ҳаракат интеграллари, Раусс алмаштиришлари, Гамильтоннинг каноник тенгламалари, Якоби-Гамильтон тенгламалари, Гамильтон-Остроградский принципи

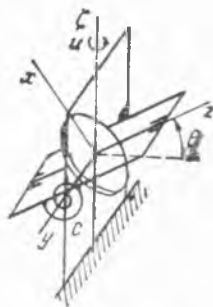
49.1. AB трубка CD вертикал ўқ атрофида y билан α бурчак ҳосил қилиб, ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Трубка ичидан бир учи A нуқтага маҳкамланган, c бикирликдаги пружина булиб, унинг иккинчи учига трубка ичидан ишқаланмасдан сирпанадиган m массали M жисм бириктирилган. Пружинанинг деформацияланмаган ҳолатидаги узунлиги $AO = l$ га тенг. M жисмдан O нуқтагача бўлган x масофани умумлашган координата сифатида қабул қилиб, M жисмнинг T кинетик энергияси ва умумлашган энергия интегралли аниқлансин.



49.1- масалага



49.2- масалага



49.3- масалага

Жавоб: $T = \frac{1}{2} m [\dot{x}^2 + (l + x)^2 \omega^2 \sin^2 \alpha], m \dot{x}^2 - m (l + x)^2 \omega^2 \sin^2 \alpha + cx^2 + 2mg \cos \alpha \cdot x = h,$

бунда h — интеграллаш доимийси.

49.2. Ҳолати θ ва ψ бурчаклар билан аниқланадиган l узунликдаги сферик маятник ҳаракатининг биринчи интеграллари топилсин.

Жавоб: 1) ψ — циклик координата мос келувчи интеграл ҳаракат миқдорининг (z ўққа нисбатан моментларининг интеграли): $\psi \sin^2 \theta = n$;
2) Энергия интеграли: $\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \frac{g}{l} \cos \theta = h$, бу ерда n ва h — интеграллаш ўзгармаслари.

49.3. Гироскопик тахометр u ўзгармас бурчак тезлик билан ξ ўқ атрофида айланувчи платформа устига ўрнатилган. Спираль пружинанинг бикирлик коэффиценти c га тенг, гироскопнинг x, y, z — бош марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари, мос равишда A, B ва C га тенг, бунда $B = A$. Гироскопнинг z соф айланиш ўқидаги ишқаланиш кучлари гироскопни айланттирувчи электромотор статори ҳосил қиладиган момент билан мувозанатлашади. Ҳаракатнинг биринчи интеграллари аниқлансин; прецессия ўқи y даги ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) ϕ — циклик координатага мос келувчи интеграл ҳаракат миқдорининг z ўққа нисбатан моментларининг интеграли:

$$\phi + u \sin \theta = n;$$

2) Энергия умумлашган интеграл:

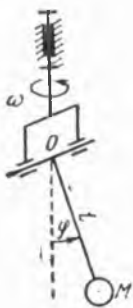
$$\frac{1}{2} [(C\dot{\phi}^2 + A\dot{\theta}^2) - (Cu^2 \sin^2 \theta + Au^2 \cos^2 \theta)] + \frac{1}{2} c \theta^2 = h,$$

бунда n ва h — интеграллаш доимийлари.

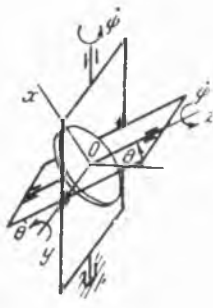
49.4. M моддий нукта l узунликдаги OM стержень ёрдамида ясси O шарнирга бириктирилган бўлиб, унинг горизонтал ўқи вертикал атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Маятник қуйи

вертикал ҳолатининг устуворлик шarti, уни шу ҳолатдан чиқарилгандаги кичик тебранишларининг даври ва энергия умумлашган интегрални аниқлансин. Стержень массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $\omega^2 < \frac{g}{l}$; 2) $T = \frac{2\pi}{\sqrt{(g/l) - \omega^2}}$; 3) $\dot{\varphi}^2 - \omega^2 \sin^2 \varphi - 2\frac{g}{l} \cos \varphi = h$.



49.4- масалага



49.5- масалага

бунда h — интеграл ўзгармаси.

49.5. Осма карданда мувозанатлашган гироскоп инерцияси бўйича ҳаракатланади. Ташқи рамканинг ξ қўзғалмас айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_ξ га тенг, ички рамканинг x, y, z бош марказий ўқларға нисбатан инерция моментлари I'_x, I'_y, I'_z га тенг, гироскопнинг тегишли инерция моментлари эса I_x, I_y ва I_z ($I_x = I_y$) бўлса, системанинг кинетик энергияси ҳамда ҳаракат тенгламаларининг бириинчи интеграллари аниқлансин.

Жавоб: 1) $T = \frac{1}{2} \{ [I_\xi + I'_z + (I'_x + I_x - I'_z) \cos^2 \theta] \dot{\psi}^2 + (I_y + I'_y) \dot{\theta}^2 + I_z (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \theta)^2 \}$;

2) φ циклик координатаға мос келувчи интеграл, (гироскоп ҳаракат миқдорининг z ўққа нисбатан моментларининг интегралли): $\varphi + \psi \sin \theta = n$;

3) ψ циклик координатаға мос келувчи интеграл (бутун система ҳаракат миқдорининг ξ ўққа нисбатан моментларининг интегралли):

$$[I_\xi + I'_z + (I'_x + I_x - I'_z) \cos^2 \theta] \dot{\psi} + I_z n \sin \theta = n_1;$$

4) энергия интегралли:

$$[I_\xi + I'_z + (I'_x + I_x - I'_z) \cos^2 \theta] \dot{\psi} + (I_y + I'_y) \dot{\theta}^2 = h,$$

бу ерда n, n_1 ва h — интеграллаш доимийлари.

49.6. Гироскоп осма карданға ўрнатилган. Осма рамкаларнинг ξ ва y айланиш ўқлари атрофида ташқи кучларнинг M_ξ ва M_y моментлари таъсир қилади. φ циклик координатани эътиборға олмай 1) φ ва θ координаталар учун ҳаракат дифференциал тенгламалар, 2) гироскопик ҳадлар топилисин (49.5-масалаға берилган расмға қаранг).

Жавоб: 1) $[I_\xi + I'_z + (I'_x + I_x - I'_z) \cos^2 \theta] \ddot{\psi} - 2(I'_x + I_x -$

$$-I_2 \cos \theta \sin \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + I_2 n \cos \theta \dot{\theta} = M_z, (I_y + I_y') \ddot{\theta} + (I_x' + I_x - I_2) \cos \theta \sin \theta \dot{\psi}^2 - I_2 n \cos \theta \dot{\psi} = M_y;$$

$$2) I_2 n \cos \theta \dot{\theta}, -I_2 n \cos \theta \dot{\psi}.$$

49.7. Ҳолати вертикалга нисбатан φ бурчакка оғиши билан аниқланадиган m массали, l узунликдаги математик маятник учун Гамильтон функцияси ва каноник ҳаракат тенгламаларни тузилсин. Тузилган тенгламалар математик маятникнинг одатдаги ҳаракат дифференциал тенгламаларига эквивалент эканлиги текширилсин.

Жавоб: 1) $H = \frac{1}{2} \frac{p^2}{ml^2} - mgl \cos \varphi$; 2) $\dot{\varphi} = \frac{p}{ml^2}$, $\dot{p} = -mgl \sin \varphi$.

49.8. m массали моддий нуқта l узунликдаги стержень ёрдамда, горизонтал ўқи вертикал атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланаётган ясси шарнирга осиб қўйилган (49.4-масалага берилган расмга қаранг). Гамильтон функцияси ва ҳаракатнинг каноник тенгламалари тузилсин. Стержень массаси нисобга олинмасин.

Жавоб: 1) $H = \frac{1}{2} \frac{p^2}{ml^2} - \frac{ml^2}{2} \omega^2 \sin^2 \varphi - mgl \cos \varphi$;

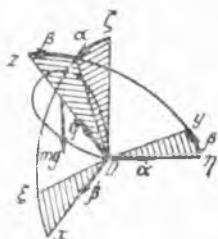
2) $\dot{\varphi} = \frac{p}{ml^2}$, $\dot{p} = ml^2 \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi - mgl \sin \varphi$.

49.9. Оғирлик кучи таъсирида қўзғалмас O нуқтага нисбатан айланаётган пирилдоқ симметрия ўқининг вертикал ҳолати α ва β бурчаклар билан аниқланади. φ (соғ айланиш бурчаги) циклик координатани чиқариб ташлаб, α ва β бурчаклар учун Раусс ва Гамильтон функциялари тузилсин. Пирилдоқ массаси m га, унинг массалар марказидан O нуқтагача бўлган масофа l га, z симметрия ўқиға нисбатан инерция моменти C га, x ва y ўқларга нисбатан эса A га тенг,

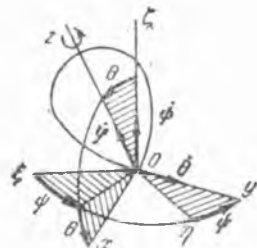
Жавоб: $R = \frac{1}{2} A (\cos^2 \beta \dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) - Cn \sin \beta \dot{\alpha} + mgl \cos \alpha \cos \beta$,

$$H = \frac{1}{2A} \left[\frac{(P_\alpha + Cn \sin \beta)^2}{\cos^2 \beta} + P_\beta^2 \right] + mgl \cos \alpha \cos \beta,$$

бунда $n = \dot{\varphi} - \sin \beta \dot{\alpha} = \text{const.}^*$



49.9- масалага



49.11- масалага

* Бу ерда ва бундан кейин P_α , P_β ва шу каби символлар умумлашган импульсларни билдиради.

49.10. Олдинги масалани ечинда олинган натижалардан фойдаланиб, Гамильтон каноник ўзгарувчилари учун пирилдоқнинг юқори вертикал ҳолати атрофидаги кичик тебранишлари дифференциал тенгламалари тузилсин.

$$\text{Жавоб: } \ddot{\alpha} = \frac{1}{A} (P_{\alpha} + Cn\beta), \quad \dot{P}_{\alpha} = mgl\alpha,$$

$$\ddot{\beta} = \frac{1}{A} P_{\beta}, \quad \dot{P}_{\beta} = -\frac{Cn}{A} (P_{\alpha} + Cn\beta) + mgl\beta.$$

49.11. Оғирлик кучи таъсирида қўзғалмас O нуқтага нисбатан ҳаракатланувчи пирилдоқ z симметрия ўқининг ҳолати Эйлер бурчаклари ψ — прецессия ва θ — нутация бурчаклари билан аниқланади. m — пирилдоқ массаси, I — унинг массалар марказидан O нуқтагача бўлган масофа, C эса z ўққа нисбатан инерция моменти, A — экваториал текисликда ётувчи O нуқта орқали ўтадиган ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти бўлса, ψ , θ ва φ (соф айланиш бурчаги) бурчаклар ва тегишли импульслар учун Гамильтон функцияси тузилсин.

$$\text{Жавоб: } H = \frac{1}{2A} \left[\frac{(P_{\psi} - P_{\varphi} \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} + P_{\varphi}^2 \right] + \frac{1}{2C} P_{\varphi}^2 + mgl \cos \theta.$$

49.12. Олдинги масаланинг шартларига асосан пирилдоқ ҳаракатининг каноник тенгламалари тузилсин.

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \ddot{\psi} &= \frac{P_{\psi} - P_{\varphi} \cos \theta}{A \sin^2 \theta}, \quad \dot{P}_{\psi} = 0, \quad \ddot{\theta} = \frac{P_{\theta}}{A}, \quad \dot{P}_{\theta} = - \\ &- \frac{(P_{\varphi} \cos \theta - P_{\psi})(P_{\psi} \cos \theta - P_{\varphi})}{A \sin^3 \theta} + mgl \sin \theta, \quad \ddot{\varphi} = -\frac{P_{\psi} - P_{\varphi} \cos \theta}{A \sin \theta} + \\ &+ \frac{P_{\varphi}}{C}, \quad \dot{P}_{\varphi} = 0. \end{aligned}$$

49.13. Бирлик массага эга бўлган эркин моддий нуқта оғирлик кучи таъсирида xy вертикал текисликда ҳаракатланади. Якоби-Гамильтоннинг хусусий ҳосилалари дифференциал тенгламалари тузилсин ва унинг тўлиқ интегралли топилсин (y ўқ вертикал юқорига йўналган).

$$\begin{aligned} \text{Жавоб: } \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + gy &= 0, \quad V = b_1 t + b_2 x \pm \\ &\pm \frac{1}{3g} \sqrt{(-2gy - 2b_1 - b_2^2)^3} + C, \end{aligned}$$

бу ерда b_1 , b_2 ва C — ихтиёрий ўзгармаслар. Қўйрилишда «+» ишора ва тушишда «—» ишора олинати.

49.14. Олдинги масалада олинган ечим натижаларидан ва Якоби-Гамильтон тенгламаси тўлиқ интегралнинг хоссаларидан фойдаланиб, нуқта ҳаракати тенгламаларининг биринчи интеграллари топилсин.

$$\text{Жавоб: } \frac{\partial V}{\partial b_1} = t + \frac{1}{g} \sqrt{-2gy - 2b_1 - b_2^2} = a_1,$$

$$\frac{\partial V}{\partial b_2} = x + \frac{b_2}{g} \sqrt{-2gy - 2b_1 - b_2^2} = a_2,$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = b_2 = \dot{x}, \quad \frac{\partial V}{\partial y} = \sqrt{-2gy - 2b_1 - b_2^2} = \dot{y},$$

бунда a_1, a_2, b_1 ва b_2 — ихтиёрий ўзгармаслар.

49.15. Массаси M бўлган физик маятник қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида айланади. Маятникнинг бу ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг, маятник массалар марказидан ўққача бўлган масофа l га тенг. Якоби-Гамильтон дифференциал тенгламаси тузилсин, унинг тўлиқ интеграллари ва маятник ҳаракатининг биринчи интеграллари топилсин (потенциал энергиянинг ноль сатҳи қилиб маятник ўқи сатҳи олинсин).

Жавоб: 1) $\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2I} \left(\frac{\partial V}{\partial \varphi} \right)^2 - Mgl \cos \varphi = 0;$

2) $V = bt \pm \sqrt{2I} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{Mgl \cos \varphi - b} d\varphi;$

3) $t \pm \sqrt{\frac{I}{2}} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{Mgl \cos \varphi - b}} = a, \pm \sqrt{2I} \sqrt{Mgl \cos \varphi - b} = I\dot{\varphi},$

бунда a ва b — интеграллашнинг ихтиёрий ўзгармаслари.

49.16. Битта қўзғалмас O нуқтага эга бўлган пирилдоқнинг ҳаракати ψ, θ ва φ Эйлер бурчаклари билан аниқланади. 49.11-масала ечими натижаларидан фойдаланиб Якоби-Гамильтоннинг хусусий ҳосилалари тенгламаси тузилсин ва унинг тўлиқ интеграллари топилсин.

Жавоб: 1) $\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2A \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial V}{\partial \psi} - \frac{\partial V}{\partial \varphi} \cos \theta \right)^2 + \frac{1}{2A} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{2C} \left(\frac{\partial V}{\partial \varphi} \right)^2 + mgl \cos \theta = 0;$

2) $V = b_1 t + b_2 \psi + b_3 \varphi +$

$+ \int \sqrt{-2Ab_1 - \frac{Ab_3^2}{C} - \frac{(b_2 - b_3 \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} - 2Amgl \cos \theta} d\theta.$



49.17- масалага

49.17. Торнинг учлари қўзғалмас A ва B нуқталарга маҳкамланган, улар орасидаги масофа l га тенг. Торнинг ҳамма нуқталаридаги T тортилишини бир хил ҳисоблаб, торнинг кичик тебранишлари учун Гамильтон бўйича таъсир ҳисоблансин. Тебранишларни битта x вертикал текисликда содир бўлади ва торга фақат таранглик кучи таъсир этади деб ҳисобланади, торнинг чизиқли зичлиги ρ га тенг.

Жавоб: $S = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \left[\rho \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 - T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] dx dt,$

бунда: $y = y(x, t).$

49.18. Гамильтон-Остроградский принципи ва олдинги масала ечими натижаларидан фойдаланиб, тор тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, бунда $a^2 = \frac{T}{\rho}$;

чегаравий шартлар:

$$y(0, t) = y(l, t) = 0.$$



49.19-масалага

49.19. Абсолют эластик бир жинсли ва қўзилмайдиган l узунликдаги ип бир учи билан O нуқтага осиб қўйилган. Оғирлик кучи таъсирида содир бўладиган ипнинг вертикал атрофидаги кичик тебранишлари учун Гамильтон бўйича таъсир аниқлансин. Ип узунлик бирлигининг массаси ρ га тенг.

Жавоб: $S = \frac{\rho}{2} \int_0^l \int_0^t \left[\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 - g(l-x) \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right] dx dt$,

бунда $y = y(x, t)$.

49.20. Гамильтон-Остроградский принципи ва олдинги масала ечими натижаларидан фойдаланиб, бир учи билан осиб қўйилган ипнинг кичик тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин.

Жавоб: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = g \frac{\partial}{\partial x} \left[(l-x) \frac{\partial y}{\partial x} \right]$; чегаравий шартлар:

1) $y(0, t) = 0$, 2) $y(l, t), \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=l}$ ва $\frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{x=l}$ чекли.

49.21. Гамильтон-Остроградский принципидан фойдаланиб, бир учи қўзғалмас қилиб қистирилган ва иккинчи учиди m массаси бўлган ингичка стержень бўйлама тебранишларининг дифференциал тенгламаси тузилсин ва чегаравий шартлар ёзилсин. Стержень материалнинг зичлиги ρ , бўйлама эластиклик модули E , қўндаланг кесим юзаси F , узунлиги l берилган.

Жавоб: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, бунда $u(x, t)$ — бўйлама ўқ йўналишидаги

силжиш $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; чегаравий шартлар:

$$u \Big|_{x=0} = 0, m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l}.$$

49.22. Бир учи маҳкам қистирилган ва бошқа учиди диск бўлган стерженнинг буралма тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин. Стержень материалнинг зичлиги ρ , силжиш модули G , қўндаланг кесим юзаси — r радиусли Доира, стержень узунлиги l , дисkning инерция моменти J берилган.

Жавоб: $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$, бунда $\theta(x, t)$ — қўндаланг кесим юзасининг

айланиш бурчаги, $a = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$; чегаравий шартлар: $\theta|_{x=0} = 0$, $J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -GJ_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=l}$, бунда $J_p = \frac{\pi r^4}{2}$.

49.23. Гамильтон-Остроградский принциpidан фойдаланиб шарнирли таянчга эга бўлган балканинг кўндаланг тебранишлари дифференциал тенгламаси тузилсин, шунингдек, чегаравий шартлари ёзилсин. Балка материалининг зичлиги ρ , бўйлама эластиклик модули E , кўндаланг кесим юзаси F , кўндаланг кесим юзасининг инерция моменти J , балка узунлиги l берилган.

Жавоб: $\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = 0$, бунда $v(x, t)$ — балканинг эгилиши, $c = \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}$, чегаравий шартлар: $v|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0$, $v|_{x=l} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$.

49.24. Гамильтон-Остроградский принциpidан фойдаланиб l узунликдаги консол балканинг кўндаланг тебранишига доир масаланинг чегаравий шартлари ҳосил қилинсин.

Жавоб: $v|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$, $\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = 0$.



49.25-масалага

49.25. Гамильтон-Остроградский принциpidан фойдаланиб l узунликдаги консол балка ва m массали юкдан ташкил топган, балкага ва қўзғалмас асосга c бикирликдаги пружиналар билан бириктирилган системанинг кичик тебранишлари тенгламалари тузилсин. Балка материалининг зичлиги ρ , бўйлама эластиклик модули E , кўндаланг кесим юзаси F , кўндаланг кесим юзасининг инерция моменти J .

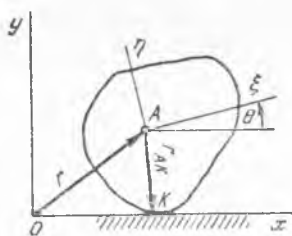
Жавоб: $\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = 0$, бунда $c = \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}$, $v|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0$, $EJ \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = c(v|_{x=l} - u)$, $m\ddot{u} = c(v|_{x=l} - 2u)$.

50-§. Юмаловчи системалар. Беголоном боғланишлар

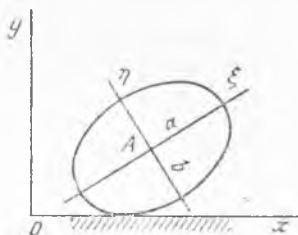
50.1. Дискнинг сирт устида берилган эгри чизиқ бўйлаб сирганмасдан юмалаш шarti умумлашган координаталар орасидаги чекли муносабатлар билан ифодаланиши кўрсатилсин.

Жавоб: $s = r\varphi$, бунда s — уриниш нуқтасининг эгри чизиқ бўйлаб ўтган йўли, r — диск радиуси, φ — диск текислигига ортогонал бўлган ўқ атрофида айланиш бурчаги ($s = 0$ бўлганда $\varphi = 0$).

50.2. Цилиндрик сиртга эга бўлган жисмининг текислик бўйлаб сирганмасдан юмалаш шarti топилсин.



50.2- масалага



50.3- масалага

Қўрсатма. Жисм билан маҳкам боғланган координата система-сида цилиндрик сиртнинг кўндаланг кесими юзасида олинадиган эгри чизиқ—йўналтирувчининг тенгламаси берилган деб ҳисоблансин. Жисм кесимининг текисликдаги ҳолатини аниқлайдиган параметрлар сифа-тида A қутбнинг x, y координаталари ва жисм билан бириктирилган $A\xi\eta$ с координата системасининг бурилиш бурчаги θ қабул қилинсин.

Жавоб: $x - (\xi_K \sin \theta + \eta_K \cos \theta)\theta = 0$, $y + (\xi_K \cos \theta - \eta_K \sin \theta)\theta = 0$, бунда ξ_K, η_K — уриниш нуқтасининг координаталари.

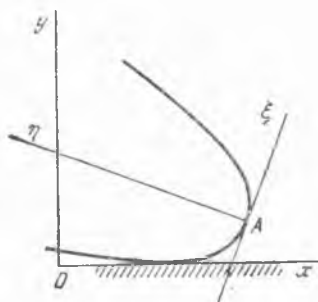
50.3. Олдинги масала цилиндрик сиртнинг йўналтирувчиси эллипс бўлган ҳолда ечилсин.

Жавоб: $\dot{x} + (a^2 \cos^2 \theta - b^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \dot{\theta} = 0$,

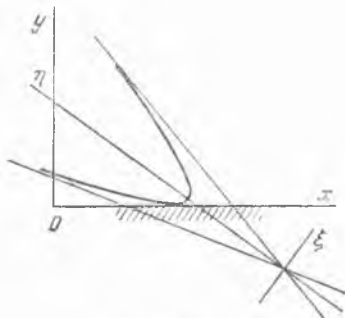
$$\dot{y} - \frac{(a^2 - b^2) \theta \sin \theta \cos \theta}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{1/2}} = 0,$$

бунда x, y — эллипс марказининг координаталари, a, b — эллипсининг катта ва кичик ярим ўқлари. $b = a$ бўлган хусусий ҳолда доиравий цилиндрнинг текислик бўйлаб юмалаши шартлари: $\dot{x} + a\dot{\theta} = 0, \dot{y} = 0$ ҳосил қилинади.

50.4. 50.2- масала цилиндрик сиртнинг йўналтирувчиси парабола бўлган ҳолда ечилсин.



50.4- масалага



50.5- масалага

Жавоб: $2x + p\theta \sin\theta \operatorname{tg}\theta = 0$, $2y - p(2 + \operatorname{tg}^2\theta) \sin\theta = 0$, бунда x, y билан $\xi^2 = 2p\eta$ парабола учининг координаталари белгиланган.

50.5. 50.2- масала цилиндрик сиртнинг йўналтирувчиси гипербола-нинг тармоғи бўлганида ечилсин.

Жавоб: $x - (a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta)^{1/2} \dot{\theta} = 0$,

$$\dot{y} - \frac{(a^2 + b^2) \dot{\theta} \sin\theta \cos\theta}{(a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta)^{1/2}} = 0,$$

бунда x, y координаталар учун $\eta^2/a^2 - \xi^2/b^2 = 1$ — гипербола асимптоталарининг кесишган нуқтаси олинган.

50.6. Цилиндрик сирт билан чегараланган жисмнинг цилиндрик сирт устида сирғанмасдан юмалаш шarti топилсин. Жисм кесимининг текисликдаги ҳолатини аниқловчи параметрлар сифатида s ва θ қабул қилинсин, бунда s — таянч сиртининг йўналтирувчи бўйлаб бирор нуқтадан бошлаб иккала йўналтирувчининг K уриниш нуқтасигача ҳисобланган ёй узунлиги, θ — жисм кесимига маҳкам боғланган $A\xi\eta$ системанинг $A\xi$ ўқи билан K нуқтага ўтказилган уринма йўналиши орасидаги бурчак.

$$\text{Жавоб: } ds = \left[\left(\frac{d\xi_K}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{d\eta_K}{d\theta} \right)^2 \right]^{1/2} d\theta,$$

бунда ξ_K, η_K билан K нуқтанинг $A\xi\eta$ координата системасидаги координаталари белгиланган.

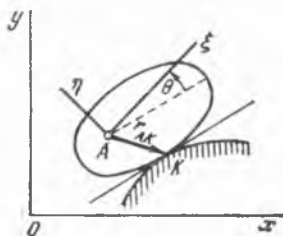
50.7. Олдинги масала r радиусли цилиндрик жисм сиртида йўналтирувчиси 1) эллипс, 2) парабола, 3) гипербола тармоғи бўлган цилиндрик жисмлар сирғанмай юмалаган ҳоллар учун ечилсин.

Жавоб: 1) $r d\psi = a^2 b^2 (a^2 \sin^2\theta + b^2 \cos^2\theta)^{-1/2} d\theta$, 2) $r d\psi = = p \cos^{-3}\theta d\theta$, 3) $r d\psi = a^2 b^2 (a^2 \cos^2\theta - b^2 \sin^2\theta)^{-3/2} d\theta$. Параметрларнинг маъноси 50.3, 50.4, 50.5- масалалардаги каби.

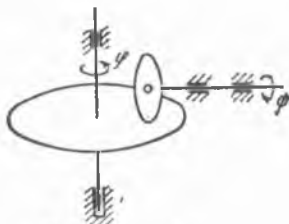
50.8. Бурчак тезлик вариаторида (расмга қаранг) r радиусли дискдан горизонтал абсолют ғадир-будур сиртли диск айланиш ўқиғача бўлган масофа ихтиёрий қонун билан ўзгариши мумкин. Дискларнинг φ ва ψ бурилиш бурчаклари орасидаги боғланиш топилсин.

Жавоб: $rd\psi = x d\varphi$. Бу муносабат умумий ҳолда интегралланмайди.

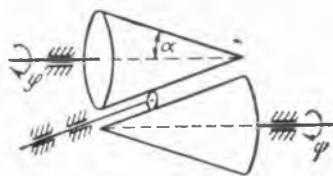
50.9. Ўқлари параллел бўлган иккита ғадир-будур сиртли доиравий конуслар филдиракча воситаси билан бир-бирига тегиб туради.



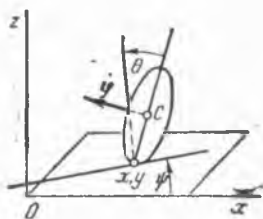
50.6- масалага



50.8- масалага



50.9- масалага



50.11- масалага

Ғилдиракчанинг ўқи конусларнинг ясовчиларига параллел. Ғилди акча ўзагининг айланиш ўқи бўйлаб ихтиёрий қонун билан силжиши мумкин. Агар α — ўқ билан конус ясовчиси орасидаги бурчак, h — конуснинг баландлиги бўлса, конусларнинг айланиш бурчак тезликлари орасидаги боғланиш топилсин.

Жавоб: $x \dot{\varphi} = \left(\frac{h}{\cos \alpha} - x \right) \dot{\psi}$, бунда x — ғилдиракчадан юқоридаги конус учигача бўлган масофа.

50.10. Қирраси ярим доирадан иборат коньки муз устида сирғанади. Конькининг кўндаланг йўналишда тоймаслик шarti ёзилсин.

Жавоб: $\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$, бунда x, y конькининг музга тегиб турган нуқтасининг координаталари, θ — коньки текислиги ҳамда муз текислиги кесишган чизиқ билан Ox ўқ орасидаги бурчак.

50.11. Радиуси a бўлган диск абсолют ғадир-будур текислик устида юмалаганида кинематик боғланиш тенгламаси топилсин; диск ҳолатини аниқловчи параметрлар сифатида диск маркази координаталари

1) x_C, y_C, z_C ва Эйлер бурчаклари θ, ψ, φ ; 2) дискнинг текисликка тегиб турган нуқтаси координаталари x, y ва Эйлер бурчаклари θ, ψ, φ қабул қилинсин.

Жавоб: 1) $\dot{x}_C - a \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi - a \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi - a \dot{\varphi} \cos \psi = 0$,
 $\dot{y}_C + a \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi - a \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi - a \dot{\varphi} \sin \psi = 0$, $\dot{z}_C + a \dot{\theta} \sin \theta = 0$.
 Охирги тенглама $z_C = a \cos \theta$ муносабатга келтирилади.

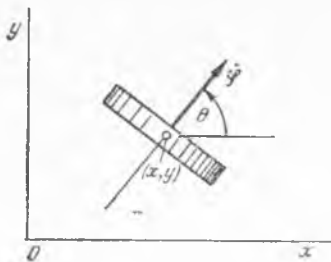
2) $\dot{x} = a \dot{\varphi} \cos \psi$, $\dot{y} = a \dot{\varphi} \sin \psi$.

50.12. Бундан олдинги масалани ўткир гардишли диск учун сирғаниш фақат кўндаланг йўналишда бўлмаган ҳолда ечилсин.

Жавоб: 1) $\dot{x}_C \sin \psi - \dot{y}_C \cos \psi - a \dot{\theta} \cos \theta = 0$, $z_C = a \cos \theta$,

2) $\dot{x} \sin \psi - \dot{y} \cos \psi = 0$.

50.13. Кўндаланг кертикли a радиусли (тишли) ғилдирак текислик бўйлаб шундай юмалайдики, унинг ўқи ҳар доим текисликка параллеллигича қолади. Кинематик боғланишнинг тенгламаси топилсин.



50.13- масалага

Қўрсатма. Қўндаланг кертик, гилдиракнинг соф айланиш ўқи йўналишида сирғанишга тўсқинлик қилмайди.

Жавоб: $x \sin \theta - y \cos \theta - a \dot{\varphi} = 0$.

50.14. Радиуси a бўлган шар абсолют ғадир-будур сирт устида юмалайди. Сирт қуйидагича бўлган ҳолларда кинематик боғланиш тенгламалари топилсин: 1) текислик, 2) R радиусли цилиндр, 3) R радиусли сферик палла ($R > a$), 4) ўқи

ва ясовчиси орасидаги бурчаги α бўлган конус.

Қўрсатма. Уму лашган координаталар сифатида шарнинг сирт билан уриниб турган нуқтасининг координаталари ва Эйлер бурчлари олинсин.

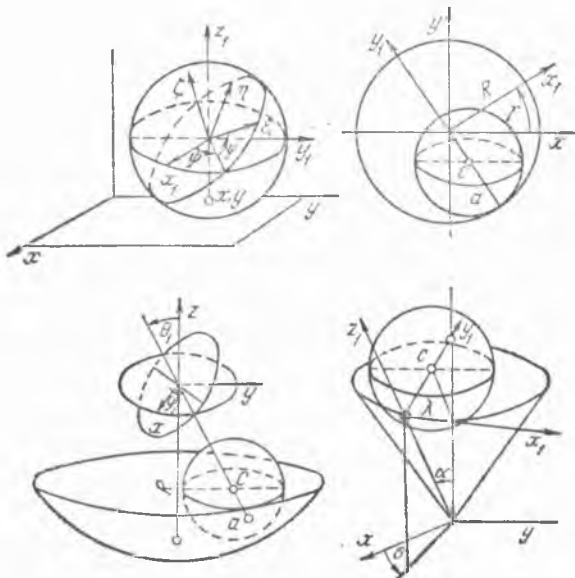
Жавоб: 1) $\dot{x} - a \dot{\theta} \sin \psi + a \dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi = 0$,

$\dot{y} + a \dot{\theta} \cos \psi + a \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi = 0$;

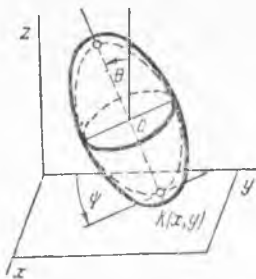
2) $(R - a) \dot{\gamma} + a (\dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}) = 0$,

$\dot{z} - a \dot{\theta} \cos(\psi - \gamma) - a \dot{\varphi} \sin \theta \sin(\psi - \gamma) = 0$;

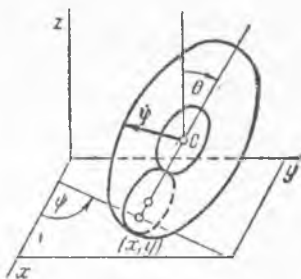
3) $(R - a) \dot{\psi}_1 \sin \theta_1 + a \dot{\theta} \cos \theta_1 \sin(\psi - \psi_1) + a \dot{\psi} \sin \theta_1 +$
 $+ a \dot{\varphi} [\cos \theta \sin \theta_1 - \sin \theta \cos \theta_1 \cos(\psi - \psi_1)] = 0$,



50.14- масалага



50.15. масалага



50.16- масалага

$$(R - a)\dot{\theta}_1 + a\dot{\theta}\cos(\psi - \psi_1) + a\dot{\varphi}\sin\theta\sin(\psi - \psi_1) = 0;$$

$$4) \lambda\dot{\sigma}\sin\alpha + a\dot{\theta}\cos\alpha\sin(\psi - \sigma) + a\dot{\varphi}\sin\alpha + a\dot{\varphi}[\cos\theta\cos\alpha - \sin\theta\cos\alpha\cos(\psi - \sigma)] = 0,$$

$$\lambda\dot{\sigma} - a\dot{\theta}\cos(\psi - \sigma) + a\dot{\varphi}\sin\theta\sin(\psi - \sigma) = 0.$$

50.15. Айланиш эллипсоиди (a — катта ярим ўқи, b — кичик ярим ўқи) абсолют ғадир-будур текислик устида юмалайди. Умумлашган координаталар сифатида $x, y, \theta, \psi, \varphi$ қабул қилиниб кинематик боғланиш тенгламалари ёзилсин, бу ерда x, y — эллипсоиднинг текислик билан уриниш нуқтаси координаталари; θ, ψ, φ — Эйлер бурчаклари.

Жавоб: $(x\sin\psi - y\cos\psi)(a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta)^{3/2} - a^2b^2\dot{\theta} = 0,$

$$(x\cos\psi + y\sin\psi)(a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta)^{3/2} + b^2\dot{\varphi}\sin\theta = 0.$$

50.16. Тороидал жисм абсолют ғадир-будур текислик бўйлаб юмалайди, b — тор меридианининг экватордаги эгрилик радиуси, $a + b$ — тор экваториал айланасининг радиуси.

$x, y, \theta, \psi, \varphi$ параметрларни умумлашган координаталар деб қабул қилиб, кинематик боғланишлар тенгламалари топилсин, бунда x, y — торнинг текислик билан уринган нуқтасининг координаталари, θ — торнинг қиялик бурчаги, ψ — тор ўрта текислиги $Ох$ ўқ орасидаги бурчак, φ — торнинг соф айланиш бурчаги.

Жавоб: $x + \varphi(a + b\cos\theta)\cos\psi + b\dot{\theta}\sin\psi = 0,$

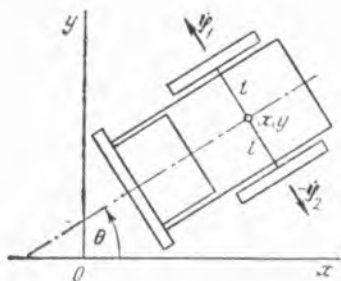
$$y + \varphi(a + b\cos\theta)\sin\psi - b\dot{\theta}\cos\psi = 0.$$

50.17. Икки ғилдиракли тележканинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин. Тележканинг корпуси, умумий ўққа ўрнатилган, сирғанмасдан юмаловчи ғилдиракларнинг ҳаракат текислигига параллел ҳаракатланади, r — ғилдираклар радиуси, l — ярим ўқ узунлиги.

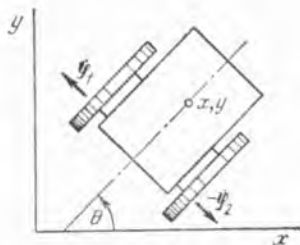
Жавоб: Иккита интегралланмайдиган

$$x\cos\theta + y\sin\theta - r\varphi_1 - l\dot{\theta} = 0, \quad x\sin\theta - y\cos\theta = 0$$

ифодалар билан боғланган тўртта x, y, φ_1, θ умумлашган координаталар. Системанинг эркинлик даражаси иккита бўлади.



50.17- масалага



50.18- масалага

50.18. Гусеницалар фақат бўйлама йўналишда сирғанмасдан юмалашни таъминлайди деб ҳисоблаб, гусеницали тракторнинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин, r —таянч ғилдирақлар радиуси, $2l$ — изнинг эни.

Жавоб: Битта интегралланмайдиган $\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - r \dot{\varphi}_1 - l \dot{\theta} = 0$ муносабат билан боғланган x , y , φ_1 , θ тўртта умумлашган координаталар. Система учта эркинлик даражасига эга.

50.19. Буер (елканли қайиқ)нинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин.

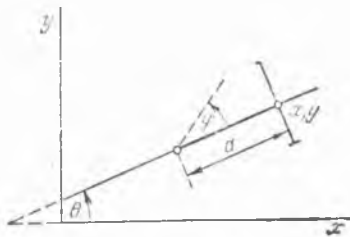
Жавоб: Иккита интегралланмайдиган

$$(\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta) \operatorname{tg} \varphi - a \dot{\theta} = 0, \quad \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$$

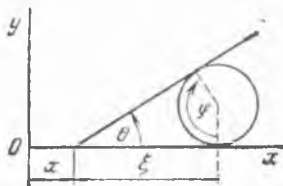
муносабат билан боғланган тўртта x , y , θ , φ умумлашган координаталар. Система иккита эркинлик даражасига эга.

50.20. Радиуси r бўлган абсолют дағал сиртли диск тўғри чизиқ бўйлаб ғилдирайди. Бир учи шу тўғри чизиқ бўйлаб сирғанувчи стержень диска суянади. Диск ва стерженьлардан ташкил топган системанинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин.

Жавоб: Тўғри чизиқ бўйлаб стержень орасидаги битта умумлашган координата сифатида қабул қилиниши мумкин бўлган θ бурчак.



50.19- масалага



50.20- масалага

Диск ва стерженнинг ҳолатини аниқловчи қолган параметрлар θ бурчак орқали чекли $\xi = r \operatorname{ctg}(\theta/2)$,

$$x = -2r \left(\operatorname{ctg}(\theta/2) + \frac{\theta}{2} \right) + C_1,$$

$$\varphi + \operatorname{ctg}(\theta/2) + \theta = C_2$$

муносабатлар билан ифодаланади.

50.21. Учта дағал сиртли цилиндрлардан ташкил топган системанинг умумлашган координаталар сони ва эркинлик даражаси аниқлансин. Иккита бир хил r радиусли цилиндрлар горизонтал текислик бўйлаб юмалайди, R радиусли учинчи цилиндр эса шу икки цилиндр устида юмалайди.

Жавоб: Тўртта дифференциал тенгламаларни қаноатлантирувчи олтига $x, y, \theta, \varphi, \varphi_1, \varphi_2$ умумлашган координаталар:

$$\begin{aligned} \dot{x} - R \dot{\varphi} \sin \theta - \theta(r \dot{\varphi}_1 - \dot{y}) &= 0, \quad \dot{y} + R \dot{\varphi} \cos \theta + \theta(r \dot{\varphi}_1 - \dot{y}) \operatorname{ctg} \theta - \\ - 2r \dot{\varphi}_1 &= 0, \quad x \sin(\theta - \alpha) - R \dot{\varphi} \sin \theta \sin(\theta - \alpha) + 2r \dot{\varphi}_2 \sin \alpha \sin(\theta - \alpha) - \\ - \theta(r \dot{\varphi}_2 + x \sin \alpha - y \cos \alpha) \sin \theta &= 0, \quad y \sin(\theta - \alpha) + R \dot{\varphi} \cos \theta \sin(\theta - \alpha) - \\ - 2r \dot{\varphi}_2 \cos \alpha \sin(\theta - \alpha) + \theta(r \dot{\varphi}_2 + x \sin \alpha - y \cos \alpha) \cos \theta &= 0. \end{aligned}$$

Система иккита эркинлик даражасига эга.

50.22. 50.18-масалада баён қилинган гусеничали тракторнинг двигателидан чап гусеницага узатиладиган куч моменти $M_1(t)$ га, ўнг гусеницага узатиладиган момент эса $M_2(t)$ га тенг, тракторнинг массаси m бўлганда унинг ҳаракат тенгламалари тузилсин. Ғилдираклар билан гусеницалар массаси ҳисобга олинмасин; тракторнинг инерция маркази орқали ўтувчи вертикал ўққа нисбатан инерция моменти I га тенг.

Жавоб: $m r \ddot{x} = (M_1 + M_2) \cos \theta, \quad m r \ddot{y} = (M_1 + M_2) \sin \theta,$

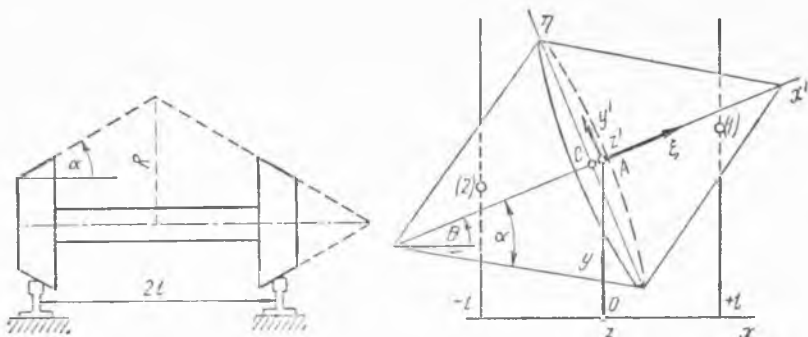
$$I r \ddot{\theta} = l(M_2 - M_1), \quad r \dot{\varphi}_1 = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - l \dot{\theta}.$$

50.23. Темир йўлдаги жуфт ғилдирак (скат) рельслар бўйлаб сирғанмай юмалаганда битта эркинлик даражасига эга бўлиши кўрсатилсин.

Кўрсатма. Жуфт ғилдирак модели сифатида асослари ўзаро бириктирилган иккита бир хил конуслардан иборат жисм қабул қилинсин, рельслар геометрик тўғри чизиқлар деб ҳисоблансин. Тўғри чизиқли ҳаракатдан кичик четланиш ҳоли текширилсин. Ўқлари орасидаги бурчакларнинг косинуслари қуйидаги жадвал билан аниқланадиган қўзғалмас $Ox'y'z'$ координаталар системаси ва иккита қўзғалувчи $Ax'y'z'$ ҳамда $C\xi\eta\zeta$ системалар киритилсин.

$$x' \quad y' \quad z' \quad \xi \quad \eta \quad \zeta \quad \xi \quad \eta \quad \zeta$$

$$\begin{array}{c|ccc|ccc|ccc} x & \cos \theta & -\sin \theta & 0 & x' & \cos \psi & 0 & -\sin \psi & x & \cos \theta \cos \psi & -\sin \theta & -\cos \theta \sin \psi \\ y & \sin \theta & \cos \theta & 0 & y' & 0 & 1 & 0 & y & \sin \theta \cos \psi & \cos \theta & -\sin \theta \sin \psi \\ z & 0 & 0 & 1 & z' & \sin \psi & 0 & \cos \psi & z & \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{array}$$



50.23- масалага

бу ерда θ , ψ — Крылов бурчаклари; умумлашган координаталар қилиб y , θ , ψ , ϕ қабул қилинсин, бу ерда y — массалар маркази C нинг ординатаси, ϕ — жисмнинг жуфт ғилдирак ўқи атрофидаги айланиш бурчаги.

Жавоб: Сирғанмасдан юмалаш шарти

$$\dot{\theta} - \dot{\psi} \dot{\phi} = 0, \quad \dot{\psi} + \dot{\phi} \left(\frac{R}{l} - \operatorname{tg} \alpha \right) \operatorname{tg} \alpha = 0, \quad \dot{y} = \dot{\phi} (R - l \operatorname{tg} \alpha)$$

кўринишга эга, улар интегралланади; жуфт ғилдирак битта эркинлик даражасига эга.

50.24. Радиуси a бўлган m массали биё жинсли диск горизонтал текислик бўйлаб сирғанмасдан юмалайди. Диск ҳаракатининг тенгламалари қуйидагича танланган координаталарда тузилсин. 1) x_C , y_C , θ , ψ , ϕ координаталарда, бу ерда x_C , y_C — диск массалар марказининг координаталари, θ , ψ , ϕ — Эйлер бурчаклари, 2) x , y , θ , ψ , ϕ координаталарда, бу ерда x , y — дисkning текислик билан уришиш нуқтаси координаталари, θ , ψ , ϕ — Эйлер бурчаклари (50.11-масалага қаранг); 3) диск айланиш оний бурчак тезлиги векторининг диск марказий инерция эллипсонди бош ўқларидаги проекциялари бўлмиш p , q , r квазикоординаталарда; A , C — дисkning бош марказий инерция моментлари.

Жавоб:

$$1) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_C} = \lambda_1, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_C} = \lambda_2,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -a(\lambda_1 \sin \psi - \lambda_2 \cos \psi) \cos \theta,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = -a(\lambda_1 \cos \psi + \lambda_2 \sin \psi) \sin \theta,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = -a(\lambda_1 \cos \psi + \lambda_2 \sin \psi),$$

$$\ddot{x}_C - a\dot{\theta} \cos \theta \sin \psi - a\dot{\psi} \sin \theta \cos \psi - a\dot{\varphi} \cos \psi = 0,$$

$$\ddot{y}_C + a\dot{\theta} \cos \theta \cos \psi - a\dot{\psi} \sin \theta \sin \psi - a\dot{\varphi} \sin \psi = 0,$$

бу ерда λ_1, λ_2 — ноаниқ кўпайтувчилар, L — Лагранж функцияси,

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + a^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2} A (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta) + \\ + \frac{1}{2} C (\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\varphi})^2 - mga \cos \theta;$$

$$2) \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \lambda_1, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \lambda_2, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0, \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = 0,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = -a(\lambda_1 \cos \psi + \lambda_2 \sin \psi), \quad \dot{x} - a\dot{\varphi} \cos \psi = 0, \quad \dot{y} - a\dot{\varphi} \sin \psi = 0,$$

бу ерда λ_1, λ_2 — ноаниқ кўпайтувчилар, L — Лагранж функцияси:

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + a^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta)) + 2a\dot{x}(\dot{\theta} \cos \theta \sin \psi + \\ + \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi) - 2a\dot{y}(\dot{\theta} \cos \theta \cos \psi - \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi) + \frac{1}{2} A (\dot{\theta}^2 + \\ + \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} C (\dot{\psi} \sin \theta + \dot{\varphi})^2 - mga \cos \theta;$$

$$3) (A + ma^2) \ddot{r} + Aq^2 \operatorname{tg} \theta - (C + ma^2) q r = mga \sin \theta, \quad A\dot{q} + Cpr - \\ - A p q \operatorname{tg} \theta = 0, \quad (C + ma^2) \ddot{r} + p q = 0, \quad \dot{\theta} = p.$$

Бу тенгламалар интегралланиб бўлганидан кейин, x, y, ψ, φ умумлашган координаталар

$$\dot{\psi} \cos \theta = q, \quad \dot{\varphi} = r - q \operatorname{tg} \theta, \quad \dot{x} = a\dot{\varphi} \cos \psi, \quad \dot{y} = a\dot{\varphi} \sin \psi$$

муносабатлардан топилади.

50.25. Бундан олдинги масаланинг ечимидан фойдаланиб, дискнинг ҳамма мумкин бўлган стационар ҳаракатлари топилсин.

Кўрсатма. Дискнинг стационар ҳаракатлари (θ, Ω, ω) фазодаги мувозанат ҳолатлари билан аксланади, бунда

$$\Omega = \dot{\psi}, \quad \omega = \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \theta.$$

Жавоб. (θ, Ω, ω) фазодаги мувозанат ҳолатлари дискнинг икки ўлчовли стационар ҳаракатларининг хилма-хиллигини ифодаловчи, тенгламаси $(c + ma^2) \Omega \omega - A \Omega^2 \sin \theta + mga \sin \theta = 0$ бўлган Π сиртнинг ҳосил қилади. Шу сирт устида $\theta = \Omega = 0$ тўғри чизиқнинг нуқталари дискнинг тўғри чизиқ бўйлаб шундай юмалашига мос келадики, унда диск текислиги вертикал ҳолатини сақлайди. $\theta = \omega = 0$ тўғри чизиқнинг нуқталари дискнинг қўзғалмас вертикал диаметри атрофида пириллаб айланишига мос келади. Π сиртнинг қолган ҳамма нуқталари айлана бўйлаб ҳаракатга мос келади.

50.26. Қуйидаги ҳолларда диск ҳаракатининг устуворлик шarti топилсин; 1) диск текислиги вертикал бўлиб, тўғри чизиқ бўйлаб

юмалаганида; 2) диск қўзғалмас вертикал диаметри атрофида пириллаб айланганида; 3) диск текислиги вертикал бўлиб, айлана бўйлаб юмалаганида.

Қўрсатма. 50.24 (3) ва 50.25-масалаларнинг ечимидан фойдаланилсин.

Жавоб: 1) $\omega^2 > \omega_{кр}^2 = \frac{mg a A}{C (C + ma^2)}$,

2) $\Omega^2 > \Omega_{кр}^2 = \frac{mga}{A + ma^2}$;

3) $\Omega^2 [A(1 + 2 \sin^2 \theta) + ma^2 \cos^2 \theta] + \Omega \omega (3C + ma^2) \sin \theta + \frac{C}{A} (C + ma^2) \omega^2 > mga \cos \theta$.

Бу тенгсизликларга кирувчи катталиклар

$(C + ma^2) \Omega \omega - A \Omega^2 \sin \theta + mga \sin \theta = 0$.

муносабат билан боғланган.

ХИ БО В

КОСМИК УЧИШЛАР ДИНАМИКАСИ

51-§. Кеплер ҳаракати (марказий куч таъсиридаги ҳаракат)

51.1. Массаси m бўлган моддий нуқтага таъсир қилувчи бутун олам тортишиш кучи $F = m\mu/r^2$ тенглик билан аниқланади, бунда $\mu = fM$ — тортиш марказининг гравитацион параметри (M — унинг массаси, f — гравитацион доимийси) ва r — тортиш марказидан тортитулвчи нуқтагача бўлган масофа. Осмон жисмининг R радиусини ва унинг сиртида оғирлик кучининг g тезланишини*) билган ҳолда, осмон жисмининг гравитацион параметри μ аниқлансин ва Ерни осмон жисми деб олиб, Ернинг радиуси $R = 6370$ км, $g = 9,81$ м/с² бўлганида унинг миқдори ҳисоблансин.

Жавоб: $\mu = g R^2$; Ер учун $\mu = 3,98 \cdot 10^6$ км³/с².

51.2. Осмон жисмининг M_n массаси ва R_n радиусининг Ер массаси M ва радиуси R га нисбати маълум бўлса, унинг сиртида гравитацион параметр μ_n ва Ер оғирлик кучининг g_n тезланиши аниқлансин. Бу катталиклар Ой, Венера, Марс ва Юпитер учун ҳисоблансин, улар учун тегишли нисбатлар қуйидаги жадвалда берилган:

	$M_n : M$	$R_n : R$		$M_n : M$	$R_n : R$
Ой	0,0123	0,273	Марс	0,107	0,535
Венера	0,814	0,953	Юпитер	317	10,95

* 1 Бу ерда ва бундан кейин осмон жисмининг тортиш кучи унинг марказига йўналган деб фараз қилинади; оғирлик кучининг g тезланиши осмон жисмининг айланишини ҳисобга олмай берилади.

Жавоби:

	$\mu, \text{ км}^3/\text{с}^2$	$g, \text{ м/с}^2$		$\mu, \text{ км}^3/\text{с}^2$	$g, \text{ м/с}^2$
Ой	$4,90 \cdot 10^3$	1,62	Марс	$42,8 \cdot 10^3$	3,69
Венера	$326 \cdot 10^3$	8,75	Юпитер	$126 \cdot 10^3$	26,0

51.3. Моддий нуқта осмон жисмининг сиртидан H баландликда R радиусли айланма орбита бўйлаб бутун олам тортишиш кучи таъсирида текис ҳаракат қилади. Моддий нуқтанинг ҳаракат тезлиги v_1 ва айланиб чиқиш даври T аниқлансин*).

Жавоб: 1) $v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+H}}$ (берилган осмон жисми учун

H баландликдаги айланиш тезлиги);

2) $T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{\mu}} = 2\pi \frac{(R+H)^{3/2}}{R\sqrt{g}}$. Бу ерда, r — моддий нуқта-

дан осмон жисми марказигача бўлган масофа, μ — унинг гравитацион параметри, g — унинг сиртидаги оғирлик кучининг тезланиши.

51.4. Сунъий йўлдошнинг осмон жисми сиртидан ҳисобланган учиш баландлигини ҳисобга олмай, тегишлича биринчи космик тезлик v_1 ва айланиб чиқиш даври T Ер, Ой, Венера, Марс ва Юпитер учун аниқлансин.

Жавоб:

	$v_1, \text{ км/с}$	$T, \text{ мин}$		$v_1, \text{ км/с}$	$T, \text{ мин}$
Ер	7,91	84,3	Марс	3,54	101
Ой	1,68	108	Юпитер	42,6	172
Венера	7,30	87,5			

51.5. Экватор текислигида айланувчи Ернинг доиравий йўлдоши ҳар доим Ернинг бир жойи тепасида туриши учун у қандай баландликда учирлиши керак?

Жавоб: $H = 35800$ км.

51.6. Агар йўлдош экватор текислигига α бурчак остида оғган H баландликдаги доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланаётган бўлса, йўлдош трассаси (унинг траекториясининг ер сиртидаги проекцияси) Ер экватори билан қандай β бурчак остида кесишади.

Жавоб: $\tan \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \Omega \sqrt{(R+H)^3 : \mu}}$, бунда Ω — Ер суткалик

айланишининг бурчак тезлиги ва μ — унинг гравитацион параметри.

51.7. Массаси m бўлган нуқта $F = m\mu/r^2$ бутун олам тортишиш қонуни билан қўзғалмас марказга тортилади, бунда μ — тортилиш марказининг гравитацион параметри. Энергия интегралли топилсин.

Жавоб: $v^2 - 2\mu/r = h$.

* Бу бобнинг ҳамма масалаларида атмосферанинг қаршилигини ҳисобга олмаймиз.

51.8 Йўлдош доирaviй орбитасининг қандай H баландлигида R радиусли планетанинг сиртига нисбатан потенциал энергияси унинг кинетик энергиясига тенг бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $H = R/2$.

51.9. Чексизликдаги тезлиги $v_{\infty} = 10$ км/с бўлган метеорит ер атмосферасига қандай тезлик билан кириши аниқлансин.

Жавоб: $v = 15$ км/с.

51.10. Космик аппарат чексизликка кетиши учун унга планета сиртида қандай v_2 минимал тезлик бериш керак?

Жавоб: $v_2 = \sqrt{2v_1}$ — иккинчи космик тезлик (v_1 — биринчи космик тезлик).

51.11. Ер, Ой, Венера, Марс ва Юпитерлар учун иккинчи космик тезлик аниқлансин.

Жавоб:

	v_2 , км/с		v_2 , км/с
Ер	11,2	Марс	5,0
Ой	2,37	Юпитер	60,2
Венера	10,3		

51.12. Нуқта марказий куч таъсирида ҳаракатланади. Радиус-вектор r нинг модули t вақт билан φ қутб бурчаги орқали мураккаб боғланиш ҳосил қилади деб ҳисоблаб, нуқтанинг тезлик, тезланиши аниқлансин*).

Жавоб: $v^2 = c^2 \left[u^2 + \left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 \right]$; $w_{\varphi} = 0$,

$w_r = \pm c^2 u^2 \left(\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u \right)$, бунда $u = 1/r$,

$c = r^2 \dot{\varphi} = |r \times v| = \text{const}$ иккиланган секториал тезлик, плюс белгиси итарилиш кучи, минус — тортилиш кучи учун.

51.13. Массаси m бўлган нуқта тенгламаси қутб координаталари системасида $r = \frac{p}{1+e \cos \varphi}$ кўринишдаги конус кесими бўйлаб марказий куч таъсирида ҳаракатланади, бунда p ва e — траекториянинг параметри ва эксцентриситети. Нуқтани ҳаракатлантирувчи куч аниқлансин.

Жавоб: $F_{\varphi} = 0$, $F_r = -m\mu/r^2$, бунда $\mu = c^2/p$ ва c — иккиланган секториал тезлик.

51.14. Массаси m бўлган нуқта $F = m\mu/r^2$ — бутун олам тортишиш қонуни билан қўзғалмас қутбга тортилади. Нуқта ҳаракатининг траекторияси топилсин.

*) Бу ерда ва бундан кейин қутб координата системасининг учи тортишиш (итарилиш) маркази билан устма-уст тушади деб ҳисобланади.

Жавоб: Кутб координаталар системасида тенгламаси $r = \frac{p}{1 + e \cos(\varphi - \epsilon)}$ кўринишда (қонун кесими) бўлган иккинчи тартибли эгри чизиқ, бу ерда $p = c^2/\mu$, e ва ϵ эса ихтиёрий интеграллаш ўзгармаслари.

Қўрсатма: 51.12- масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

51.15. Моддий нуқта бутун олам тортишиш кучи таъсирида эллиптик траектория бўйлаб ҳаракатланади; унинг эксцентриситети $e < 1$, параметри эса, p га тенг. Юзалар интегралли $c = r^2 \dot{\varphi} = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}|$ бўлишини билган ҳолда, эллиптик траекториянинг a ва b ярим ўқлари ҳамда айланиш даври T аниқлансин.

Жавоб: $a = \frac{p}{1 - e^2}$; $b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}$; $T = \frac{2\pi p^3}{c(1 - e^2)^{3/2}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$.

51.16. Олдинги масаланинг шартларига асосан нуқтанинг апогей ва перигейдан ўтиш пайтларидаги тезланишлари аниқлансин.

Жавоб: $\omega_a = \frac{c^2}{p^3} (1 - e)^2$, $\omega_p = \frac{c^2}{p^3} (1 + e)^2$.

51.17. Ўўлдошнинг Ер атрофидаги эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатининг айланиш даври T ва унинг апогей ҳамда перигейлари фарқи H эканлигини билган ҳолда, орбитанинг эксцентриситети аниқлансин.

Жавоб: $e = H \sqrt{\frac{a^2}{2\mu T^2}}$.

51.18. Ўўлдош R радиусли планетанинг атрофида e эксцентриситетга эга бўлган эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатланади. Агар перигей ва апогей баландликларининг нисбати γ га тенг бўлса ($\gamma < 1$) ўўлдош орбитасининг катта ярим ўқи топилсин.

Жавоб: $a = \frac{1 - \gamma}{1 - \gamma - e(1 + \gamma)} R$.

51.19. Нуқта бутун олам тортишиш кучи $F = m\mu/r^2$ таъсирида ҳаракатланади. Энергия доимийси h (51.7- масалага қаранг) нуқта траекториясининг элементлари ва гравитацион параметр μ орқали ифодалансин.

Жавоб: $h = -\mu/a$ — эллиптик траектория учун (a эллипснинг катта ярим ўқи), $h = 0$ — параболик траектория учун ва $h = \mu/a$ — гиперболик траектория учун (a — гиперболанинг ҳақиқий ярим ўқи).

51.20. Бутун олам тортишиш қонунига асосан ҳаракатланаётган моддий нуқта бошланғич пайтда тортиш марказидан r_0 масофадаги M_0 нуқтада турган ва v_0 тезликка эга бўлган; v_0 тез-



51.20- масалага

лик вектори билан горизонт чизиги (маркази тортиш маркази билан устма-уст тушувчи айланага M_0 нуқтада ўтказилган уринма) орасидаги бурчак θ_0 га, қутб бурчаги эса φ_0 га тенг бўлган. Эксцентриситет e ҳамда қутб ўқи билан конус кесимининг фокус чизиги орасидаги бурчак ε аниқлансин*).

$$\text{Жавоб: } e = \sqrt{1 + \frac{c^2}{\mu^2} h}, \quad \text{tg}(\varphi_0 - \varepsilon) = \frac{\text{tg} \theta_0}{1 - r_0/p},$$

бунда $c = r_0 v_0 \cos \theta_0$ — юзалар интеграл, $h = v^2 - 2\mu/r$ — энергия интеграл.

51.21. Планета сиртидан H баландликка қўтарилганидан кейин космик аппарат ракетанинг охири поғонасидан ажралиб эллиптик, параболик ёки гиперболик траектория бўйлаб ҳаракатланиши учун унга қандай тезлик берилиши кераклиги аниқлансин. Планета радиуси R га тенг.

Қўрсатма. Олдинги масаланинг жавобидан фойдаланилсин.

Жавоб: $v_0 < v_2$ бўлганида траектория — эллипс, $v_0 = v_2$ да парабола, $v_0 > v_2$ ҳолида — гипербола; бунда $v_2 = \sqrt{2 \frac{R R^2}{R + H}} = \sqrt{2} v_1$ билан H баландликдаги параболик тезлик (v_1 — доиравий тезлик) белгиланган.

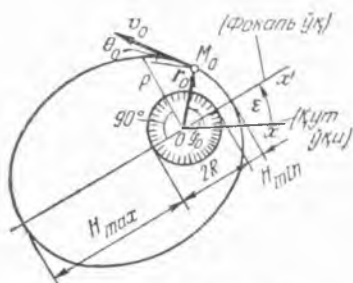
51.22. Ер сиртидаги моддий нуқта Қуёш системаси доирасидан чиқиб кетиши учун унга қандай $v_0 = v_3$ бошланғич тезлик бериш керак?

$$\text{Жавоб: } v_0 = v_3 = \sqrt{v_2^2 + v^2 (\sqrt{2} - 1)^2} \approx 16,7 \text{ км/с},$$

бунда $v \approx 30$ км/с — Ернинг доиравий тезлиги, v_2 — иккинчи космик тезлик.

51.23. Космик аппарат ракетанинг охири поғонасидан ажралиши пайтида M_0 нуқтада Ер сиртидан $H = 230$ км баландликда бўлиб, $v_0 = 8,0$ км/с бошланғич тезликка эга бўлган ва бунда v_0 тезлик вектори горизонт чизиги (r_0 радиусли айлананинг M_0 нуқтасига ўтказилган уринма) билан $\theta_0 = 0,02$ рад бурчак ҳосил қилган. Юзалар доимийси c , траектория параметри p , энергия доимийси h , йўлдош эллиптик траекторияси катта ўқининг йўналиши, траекториянинг e эксцентриситети, апогей ($H_{\max}$) ва перигей ($H_{\min}$) ҳамда йўлдошнинг айланиш даври T аниқлансин.

Жавоб: $c = 52790$ км²/с, $p = 7002$ км, $h = -56,6$ км²/с², $\varepsilon = \varphi_0 = 0,335$ рад, бу ерда φ_0 — радиус-



51.23- масалага

*) Конус кесимининг фокал ўқи мусбат йўналиши сифатида кесимнинг фокусларидан бири билан устма-уст тушувчи қутбдан энг яқин учга томон олинган йўналиш қабул қилинади.

вектор r_0 нинг бошланғич қутб бурчаги; $e = 0,0649$, $H_{max} = 1120$ км, $H_{min} = 210$ км, $T = 98,5$ мин.

51.24. Бошланғич тезликнинг қандай йўналишида космик аппарат тезликининг бошланғич қийматига боғлиқ бўлмагани ҳолда R радиусли планетанинг сиртига қулаб тушади?

Жавоб: Агар бошланғич тезлик, учи бошланғич нуқтада бўлган планета атрофига чизилган конус ичига томон йўналган бўлса.

51.25. Қандай бошланғич шартларда R радиусли планета сиртидан H баландликда учирилган космик аппаратнинг траекторияси унинг сиртини кесмайди?

$$\text{Жавоб: } 1) v_0^2 > v_1^2 \frac{2RH}{(R+H)^2 \cos^2 \theta_0 - R^2} \cos \theta_0 > \frac{R}{R+H},$$

бу ерда v_1 — берилган планетанинг H баландликдаги доиравий тезлиги.

2) Бошланғич тезлик, учи бошланғич нуқтада бўлган планета атрофига чизилган конуснинг ташқарисига томон йўналган бўлиши керак.

51.26. Планеталарнинг Қуёш атрофида айланиб чиқиш давлари T_i билан эллиптик траекторияларининг катта ярим ўқлари a_i орасидаги боғланиш топилсин.

$$\text{Жавоб: } \text{Ҳар қандай планета учун } \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} \text{ (Кеплернинг учинчи қонуни).}$$

51.27. Юпитер йўлдошларидан бири — Ио деб номланувчисининг айланиб чиқиш даври 1.77 суткага тенг, шу билан бирга орбитасининг радиуси Юпитер радиусидан 5,91 барабар катта. Юпитер — Қуёш ўртача масофаси, Ер — Қуёш ўртача масофасидан 5,20 барабар катта (5,20 · 23000 ер радиуси). Юпитернинг Қуёш атрофида айланиш даври эса 11,8 йилга тенг. Юпитер массасининг Қуёш массасига нисбати аниқлансин (Юпитер радиуси 11,14 Ер радиусига тенг).

Жавоб: Юпитер массаси Қуёш массасидан 1000 марта кичик.

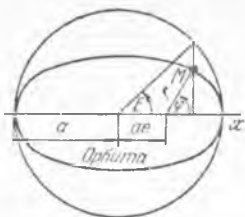
51.28. Эллиптик траектория бўйлаб ҳаракатланувчи нуқта ради-

ус-векторининг ўртача қиймати $[r]$ мазмунида $[r] = \frac{1}{T} \int_0^T r dt$ тенг-

лик билан аниқланувчи катталик тушунилади, бу ерда T — айланиш даври. Агар a — унинг эллиптик траекторияси катта ярим ўқи, e — эксцентриситети бўлса, планета радиус-векторининг ўртача қиймати аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } [r] = a \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right).$$

51.29. Массалари тенг бўлган иккита йўлдош тортиш маркази атрофида компланар орбиталар бўйлаб битта йўналишда ҳаракатланади; улардан бири r_0 радиусли доиравий, бошқаси эса перигей ва апогей масофалари мос равишда r_0 ва $8r_0$ бўлган эллиптик орбиталардир. Йўлдошлар орбиталари уринган нуқтада бир-бири билан бевосита учрашиб бирлашди ва кейин биргаликда ҳаракатланди деб фараз қилиб, уларнинг янги орбитаси апогейи топилсин.



51.30- масалага

Жавоб: $r_a = \frac{49}{23} r_0$.

51.30. Эксцентриситети e бўлган эллиптик орбитадаги нуқтанинг ҳақиқий φ ва эксцентрик E аномалиялари орасидаги боғла-нишлар аниқлансин.

Жавоб: $\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$.

51.31. Эллиптик орбитанинг исталган нуқтасидаги тезлик эксцентрик аномалия орқали ифодалансин.

Жавоб: $v = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{1+e \cos E}{1-e \cos E}}$.

51.32. Эллиптик орбитада ҳаракат тезлиги перигей ва апогейида-ги ўрта геометрик тезликларга тенг бўлган нуқталар топилсин.

Жавоб: $E = \pm \pi/2$ (эллипсининг кичик ўқи учларида ўрнашган нуқталар).

51.33. Тортиш маркази атрофида эллиптик ҳаракат қилувчи нуқ-танинг радиус-вектор ифодаси: $r = \frac{p}{1+e \cos \varphi} e_r$,

$r = a(1 - e \cos E) e_r$.

ни билган ҳолда (бунда e_r — тортиш марказидан ўтказилган радиус-вектор r нинг бирлик вектори, φ — ҳақиқий, E эса — эксцентрик аномалия) орбитал ва инерциал координаталар системаларида ёзил-ган орбитал тезлик вектори ифодаси топилсин.

Жавоб:

$v = \sqrt{\frac{\mu}{p}} [e_r e \sin \varphi + e_\varphi (1 + e \cos \varphi)],$

$v = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \left[-e_1 \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{1-e \cos E} + e_2 \frac{(1-e^2) \cos E}{1-e \cos E} \right],$

бунда e_1 — қутбдан перигейга йўналган бирлик вектор, e_2 эса e_1 га перпендикуляр йўналган бирлик вектор.

51.34. Эллиптик орбитанинг қайси нуқтасида траекториянинг ма-ҳаллий горизонт (радиус-векторга тик текислик) га оғиш бурчаги энг катта қийматга эришади?

Жавоб: $E = \pm \pi/2$.

51.35. Йўлдош r радиусли доиравий орбита бўйлаб ҳаракатла-ниб, T вақтда бир марта айланади. Радиал йўналишда u каттали-даги тезлик импульси олиш ҳисобига у эллиптик орбитага ўтади. Эллиптик орбита бўйлаб айланиб чиқиш даври аниқлансин.

Жавоб: $T_1 = \frac{T}{\left[1 - \left(\frac{uT}{2\pi r} \right)^2 \right]^{1/2}}$.

51.36. Йўлдош r радиусли доиравий орбита бўйлаб ҳаракатла-ниб, T вақтда бир марта айланади. Тангенциаль (уринма) йўналишда

u катталикдаги тезлик импульси олиш ҳисобига у эллиптик орбитага ўтади. Эллиптик орбита бўйлаб айланиб чиқиш даври T_1 аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T_1 = \frac{T}{\left[1 - \left(\frac{uT}{2\pi r}\right)^2 - \frac{uT}{\pi r}\right]^{3/2}}$$

51.37. Йўлдош Ер атрофига яқин r радиусли доиравий орбита бўйлаб ҳаракатланади. Йўлдошни, таъсири натижасида перигейи r_1 бўладиган эллиптик орбитага ўтказувчи радиал тезлик импульсининг қиймати аниқлансин?

$$\text{Жавоб: } u = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{r}{r_1}} - \sqrt{\frac{r_1}{r}} \right).$$

51.38. Космик кема радиуси $r_1 = 150 \cdot 10^6$ км бўлган Ер орбита-си бўйлаб $v = 30$ км/с тезлик билан ҳаракатланади. Ўзининг янги орбитаси афелийда Марс ($r_0 = 228 \cdot 10^6$ км) орбитасига чиқиши учун у қандай u уринма тезлик импульси олиши керак?

Шундай масалани Венера ($r_3 = 108 \cdot 10^6$ км) орбитасига чиқиш ҳоли учун ҳам ечилсин.

Жавоб: Марс орбитасига: $u = 2,95$ км/с.

Венера орбитасига: $u = 2,55$ км/с.

51.39. Йўлдош Ер атрофига яқин, перигей ва апогей радиуслари мос равишда r_1 ва r_2 бўлган эллиптик орбита бўйлаб ҳаракатланади. Апогей баландлиги H га ортиши учун перигейда u тезликининг уринма бўйича қиймати қанчага ўсиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } u = \sqrt{\frac{2M}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{r_2 + H}{r_1 + r_2 + H}} - \sqrt{\frac{r_2}{r_1 + r_2}} \right).$$

51.40. Йўлдош доиравий орбитасида ҳаракатланаётган космик кема уринма тезлик импульси олиш йўли билан старт олиши ва гиперболик орбитага тезликининг чексизликда берилган v_∞ қиймати билан чиқиши керак. Бошланғич доиравий орбитанинг қандай r_0 радиусига зарурий импульс u қиймати энг кичик бўлади?

Жавоб: $r_0 = 2\mu/v_\infty^2$.

52-§. Түрли масалалар

52.1. Массалари m_1 ва m_2 га тенг бўлган иккита эркин нукта ўзаро тортилиш кучи таъсирида ҳаракатланади. Биринчи нуктанинг иккинчисига нисбатан ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: Гравитацион параметри $\mu = f(m_1 + m_2)$ бўлган абсолюст ҳаракат қонунлари каби нисбий ҳаракат содир бўлади.

52.2. Қуёшнинг тегишли планета тортиши туфайли содир бўлувчи ҳаракати ҳисобга олинса, планеталарнинг Қуёш атрофида айланиб чиқиш давлари T_i билан уларнинг эллиптик орбиталари катта ярим ўқлари a_i орасида қандай боғлиқлик бўлади?

$$\text{Жавоб: } \frac{a_1^3}{T_1^2} : \frac{a_2^3}{T_2^2} = \frac{M + m_1}{M + m_2}, \text{ бунда } m_1, m_2, M — \text{мос равишда}$$

планеталар ва Қуёшнинг массаси (51.26-масаланинг жавоби билан таққослансин).

52.3. Радиуслари R_1 ва R_2 бўлган иккита бир жинсли шарлар ўзаро тортишиш кучи таъсирида тинч ҳолатдан ҳаракатга кела бошладилар. Агар уларнинг марказлари орасидаги бошланғич масофа L , шарлар массалари эса m_1 ва m_2 га тенг бўлса, шарлар қандай v , нисбий тезлик билан тўқнашишлари аниқлансин.

Жавоб: $v_t = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{L} \right)}$, бу ерда $\mu = f(m_1 + m_2)$.

52.4. Массалари m_1 ва m_2 га тенг бўлган иккита нуқта тинч ҳолатдан ўзаро тортишиш кучи таъсирида ҳаракатга кела бошлади. Улар орасидаги бошланғич масофа L га тенг бўлса, нуқталар тўқнашгунча кетадиган T вақт аниқлансин.

Жавоб: $T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L^3}{2\mu}}$, бунда $\mu = f(m_1 + m_2)$.

52.5. Массалари m_1 ва m_2 га тенг бўлган иккита эркин нуқталар ўзаро тортишиш кучи таъсирида ҳаракатланадилар. Нуқталарнинг C массалар марказига нисбатан уларнинг ҳаракат қонунлари аниқлансин.

Жавоб: массалар марказига нисбатан ҳаракатлари, Гравитацион параметрлари

$$\mu_1 = f \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} \quad \text{ва} \quad \mu_2 = f \frac{m_1^3}{(m_1 + m_2)^2}.$$

бўлган абсолют ҳаракат қонунлари каби содир бўлади.

52.6. Марказий кучнинг радиус-векторга проекцияси $-\left(\frac{\mu}{r^2} + \frac{v}{r^3}\right)$ га тенг; бу ерда $\mu > 0$ ва v — бирор ўзгармас миқдорлар. Ҳаракатланувчи нуқтанинг траекторияси аниқлансин.

Жавоб: 1) $v < c^2$, $r = \frac{p}{1 + e \cos k(\varphi - \varepsilon)}$, бу ерда $c = r^2 \dot{\varphi} = \text{const}$, $p = \frac{c^2 - v}{\mu}$, $k^2 = 1 - \frac{v}{c^2}$, e ва ε — ихтиёрий ўзгармаслар;

2) $v = c^2$, $\frac{1}{r} = \frac{\mu}{c^2} \frac{\varphi^2}{2} + C_1 \varphi + C_2$, C_1 ва C_2 — интеграллаш ўзгармаслари;

3) $v < c^2$, $r = \frac{p}{1 + e \operatorname{ch} k(\varphi - \varepsilon)}$, бу ерда $p = -\frac{v - c^2}{\mu}$, $k^2 = \frac{v}{c^2} - 1$, e ва ε ихтиёрий ўзгармаслар.

52.7. Массаси m бўлган космик аппарат планетага унинг марказидан ўтувчи тўғри чизиқ бўйлаб яқинлашади. Двигатель томонидан вужудга келтириладиган mT га тенг тормозловчи куч оҳиста қўниш (нолга тенг тезлик билан қўниш) ни таъминлаши учун уни планета сиртидан қандай H баландликда ишлатиб юбориш керак? Космик аппаратнинг двигатель ишлатиб юбориладиган пайтдаги тезлиги v_0 га тенг, планетанинг гравитацион параметри μ , радиуси R ; бошқа осмон жисмларининг тортиши, атмос-

феранинг қаршилиги ва двигатель массасининг ўзгариши ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } H = \frac{1}{2T} \left\{ \frac{\mu}{R} + TR + \frac{v_0^2}{2} \pm \right.$$

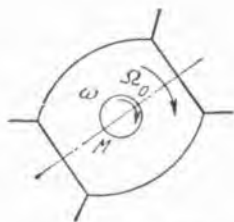
$$\left. \pm \sqrt{\left(\frac{\mu}{R} + TP + \frac{v_0^2}{2} \right)^2 - 4\mu T} \right\} - R; \text{ агар } T > \mu/R^2 \text{ бўлса, плюс}$$

ишора, $T < \mu/R^2$ ҳолда, минус ишора олинади.

52.8. Космик аппаратни планеталар сиртидан H баландликка қўтариш ва унга шу баландликда доиравий ҳамда параболик космик тезликлар бериш учун керак бўладиган ракета двигатели бажарадиган фойдали иш аниқлансин. Космик аппаратнинг планета сиртидаги массаси M га тенг, планета радиуси — R ; атмосферанинг қаршилиги ҳисобга олинмасин. $M = 5000$ кг бўлганида шу ишни Ер учун иккинчи космик тезликка ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } A_1 = MgR \frac{R+2H}{2(R+H)}, A_2 = MgR, A_2 = 31,85 \cdot 10^7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

52.9. Космик аппарат Ω_0 бурчак тезлик билан айланади. Космик аппаратнинг айланишини тўхтатиш учун, бу айланиш мас-салар марказидан ўтиб, илгариланма ҳаракат қилувчи ўқ атро-фида бўлади, деб ҳисоблаб, M маховик двигатели бажариши керак бўладиган тўлиқ иш аниқлансин. Маховикнинг айланиш ўқи аппаратнинг айланиш ўқи билан устма-уст ту-шади; I ва I_0 маховик ва аппаратнинг (махо-вик билан бирга) умумий айланиш ўқига нис-батаи инерция моментлари. Бошланғич пайтда маховикнинг бурчак тезлиги аппаратнинг бур-чак тезлигига тенг.



52.9- масалага

$$\text{Жавоб: } A = \frac{1}{2} \frac{I_0(I_0 - I)}{I} \Omega_0^2.$$

52.10. 52.9-масалада баён этилган система электромоторининг статори $M_s = M_0 - \kappa \omega$ айлантирувчи момент ҳосил қилади деб ҳи-соблаб, космик аппарат айланишини тормозлаш чекли вақтда бажа-рилиши учун зарур бўлган шарт топилсин; бу ерда M_0 ва κ — би-рор мусбат доимийлар, ω — маховикнинг нисбий бурчак тезлиги. Бу шарт бажарилган деб ҳисоблаб, тормозлаш вақти T аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } M_0 > \kappa \frac{I_0}{I} \Omega_0, T = \frac{I(I_0 - I)}{\kappa I_0} \ln \frac{IM_0}{IM_0 - \kappa I_0 \Omega_0}.$$

52.11. Космик аппаратнинг 52.9 ва 52.10-масалаларда баён этилган усуллар билан бажариладиган айланишида аппаратнинг тор-мозланиш вақти оралигида қандай ψ бурчакка бурилиши аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \psi = \frac{I(I_0 - I)}{\kappa I_0} \Omega - \frac{I(I_0 - I)}{I_0^2 \kappa^2} (M_0 I - \Omega \kappa I_0) \times \\ \times \ln \frac{IM_0}{IM_0 - \kappa I_0 \Omega}.$$

52.12. Космик аппаратнинг корпусини бурниш учун айланаётган аппаратда ҳаракат тенгламаси $\dot{\omega} + \omega/I = u$ кўринишни олган электро-двигатель — маховикдан фойдаланилади, бу ерда ω — маховикнинг нисбий айланиш бурчак тезлиги, T — унинг вақт доимийси, u эса $\pm u_0$ қийматларни оладиган бошқарувчи кучланиш. Дастлаб, маховик қўзғалмас бўлганда, айланаётган корпусни берилган φ бурчакка бурниш ва тўхтатиш талаб қилинса, маховикнинг тезланиш олинш вақти t_1 ($u = u_0$) ва тормозланиш вақти t_2 ($u = -u_0$) аниқлансин. Маховикнинг айланиш ўқи космик аппаратнинг массалар маркази орқали ўтади; ҳаракат текис-параллел деб ҳисоблансин. Маховик ва аппаратнинг умумий айланиш ўқига нисбатан инерция моментлари мос равишда J ва J_0 га тенг.

Жавоб: $t_1 = \tau + T \ln(1 + \sqrt{1 - e^{-\varphi/T}})$,

$$t_2 = T \ln(1 + \sqrt{1 - e^{\varphi/T}}),$$

бунда $\tau = \frac{J_0 \varphi}{J u_0 T}$.

Х I I Б О Б

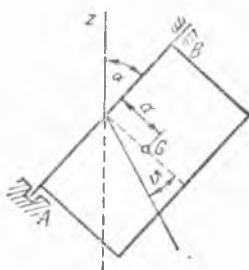
СИСТЕМА МУВОЗНАТИНИНГ УСТУВОРЛИГИ, ТЕБРАНИШЛАР НАЗАРИЯСИ, ҲАРАКАТНИНГ УСТУВОРЛИГИ

53-§. Система мувозанат шартларини аниқлаш. Мувозанатнинг устуворлиги

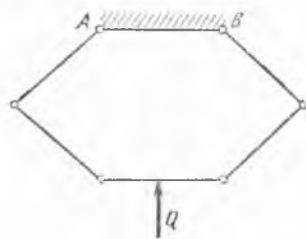
53.1. Тўғри бурчакли пластинканинг AB айланиш ўқи вертикалга α бурчак остида оғган. Пластинкани θ бурчакка айлантириш учун унга қўйилиши керак бўлган кучларнинг AB ўққа нисбатан M momenti топилин. Пластинка оғирлиги P . Пластинканинг G массалар марказидан AB ўққача бўлган масофа a га тенг.

Жавоб: $M = P a \sin \alpha \sin \theta$.

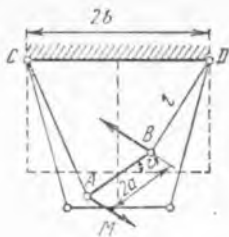
53.2. Ҳар бирининг сферлиги R бўлган бир жинсли олтига бир хил стерженлардан тузилган шарнирли олти бурчак вертикал текисликда жойлашган. Олтибурчакнинг юқориги AB томони горизонтал



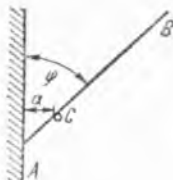
53.1- масалага



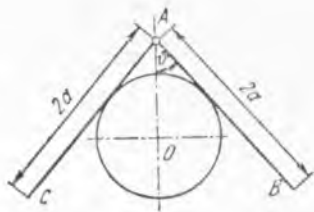
53.2- масалага



53.3- масалага



53.4- масалага



53.5- масалага

ҳолда қўзғалмас қилиб маҳкамланган; қолган томонлари AB нинг ўртасидан ўтувчи вертикалга нисбатан симметрик жойлашган. Система бефарқ мувозанатда бўлиши учун AB га қарама-қарши бўлган горизонтал томоннинг ўртасига қандай Q вертикал куч қўйиш керак?

Жавоб: $Q = 3P$.

53.3. Хар бирининг узунлиги l га тенг иккита илга осиб қўйилган бир жинсли $2a$ узунлик ва Q оғирликка эга бўлган AB стерженга M моментли жуфт куч қўйилган. Илларнинг битта горизонталда жойлашган осилиш нуқталари бир-биридан $2b$ масофада туради. Стерженнинг мувозанат вазиятини аниқловчи θ бурчак топилади.

Жавоб: мувозанат ҳолатида θ бурчак

$$M \sqrt{l^2 - (a - b)^2 - 4ab \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} = Qab \sin \theta$$

тенгламадан топилади.

53.4. Узунлиги $2l$ бўлган тўғри чизиqli бир жинсли AB стержень пастки A учи билан вертикал деворга таяниб, девор билан φ бурчак ҳосил қилади. Стержень деворга параллел бўлган C миҳга ҳам тиралиб туради. Миҳ девордан a масофада жойлашган. Стержень мувозанатда турганда φ бурчакнинг қанча бўлиши аниқлансин

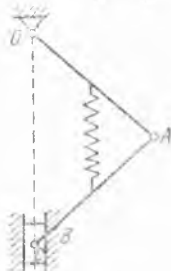
Жавоб: $\sin \varphi = \sqrt{\frac{a}{l}}$

53.5. Ўзаро A шарнир билан бириктирилган иккита оғир стерженлар радиуси r бўлган силлиқ цилиндрга таяниб туради. Хар қайси стерженнинг узунлиги $2a$ га тенг. Система мувозанат ҳолатида стерженларнинг очилиш бурчаги 2θ аниқлансин.

Жавоб: θ бурчак $atg^3 \theta - r tg^2 \theta - r = 0$

тенгламадан аниқланади.

53.6. Система вертикал текисликда ўрналган, m массали ва a узунликдаги иккита бир жинсли OA ҳамда AB стерженлардан ташкил топган. Стерженлар A нуқтада шарнир билан боғланган. O нуқтада — қўзғалмас шарнир. B нуқтада AB стержень O нуқта орқали ўтувчи вертикал бўй-



53.6- масалага

лаб силжий оладиган m_1 массали C жисмга шарнир воситасида бириктирилган. OA ва AB стерженларнинг ўрталари бикирлиги c бўлган пружина билан бирлаштирилган. Пружинанинг зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги $l_0 < a$. Мувозанат ҳолатлари ва уларнинг устуворлик шартлари топилсин. Ишқаланиш ва пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $2(m + m_1)g > c(a - l_0)$ ҳолда $\varphi_1 = 0$ га мос келувчи битта устувор мувозанат ҳолат; $2(m + m_1)g < c(a - l_0)$ ҳолида $\varphi_1 = 0$ га мос келувчи иккита ноустувор ва $\varphi_2 = \arccos \frac{2(m + m_1)g + cl_0}{ca}$

га мос келувчи устувор мувозанат ҳолатлар.

53.7. Узунлиги l бўлган бир жинсли оғир стерженнинг учлари $f(x, y) = 0$ тенглама билан берилган эгри чизик бўйлаб ишқаланмай сирғана олади. Стерженнинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин (y ўқ вертикал бўйлаб юқорига, x ўқ горизонтал бўйлаб ўнгга йўналган).

Жавоб: стержень учларининг мувозанат ҳолатига жавоб берадиган координаталари $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - l^2 = 0$, $f(x_1, y_1) = 0$,

$$f(x_2, y_2) = 0, \quad 2(y_2 - y_1) \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} = (x_2 - x_1) \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial f}{\partial y_2} + \frac{\partial f}{\partial y_1} \frac{\partial f}{\partial x_2} \right]$$

тенгламалар системасининг счимлари бўлади.

53.8. Узунлиги l бўлган бир жинсли оғир стерженнинг учлари $y = ax^2$ парабола бўйлаб ишқаланмай сирғана олади. Мумкин бўлган мувозанат ҳолатлари аниқлансин (y ўқ вертикал бўйлаб юқорига, x ўқ горизонтал бўйлаб ўнгга йўналган).

Жавоб: биринчи мувозанат ҳолати: $x_2 = -x_1 = \frac{l}{2}$, $y_1 = y_2 = al^2/4$. Иккинчи мувозанат ҳолати $\operatorname{ch} \xi = \sqrt{al}$ тенгламадан

$$x_1 = -\frac{1}{2a} e^{-\xi}, \quad y_1 = \frac{1}{4a} e^{-2\xi}, \quad x_2 = \frac{1}{2a} e^{\xi}, \quad y_2 = \frac{1}{4a} e^{2\xi}$$

формулалар билан аниқланади.

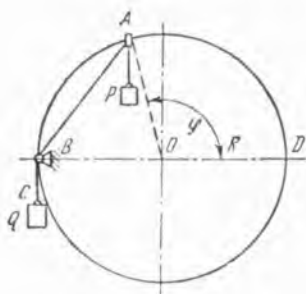
53.9. 53.7-масала эгри чизик ($f(x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$) эллипсдан иборат, стержень узунлиги эса $l < 2a$ шартни қаноатлантиради деб фараз қилиб ечилсин. Стерженнинг мумкин бўлган мувозанат ҳолатлари аниқлансин.

Қўрсатма. Декарт координаталари ўрнига $x = a \cos \varphi$, $y = b \sin \varphi$ муносабатлар ёрдамида φ координата (эксентрик аномалия) ни киритиш керак.

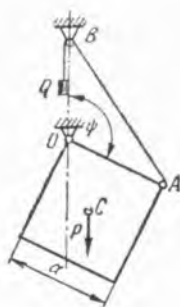
Жавоб: мувозанат ҳолатлари эксцентрик аномалияларнинг қуйидаги тенгламалардан аниқланадиган қийматларига жавоб беради:

$$a) \varphi_1 = \pi - \varphi_2, \quad \cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{l}{2a}} \quad (l \leq 2a \text{ бўлганда мавжуд});$$

$$b) \sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \sqrt{\frac{l}{2b}}, \quad \cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \sqrt{\frac{1 - lb/(2a^2)}{1 - b^2/(a^2)}} \quad (a > b \text{ ва } l < 2b \text{ бўлганда мавжуд}).$$



53.10- масалага



53.11- масалага

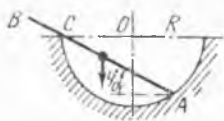
53.10. Вертикал текисликда жойлашган R радиусли силлиқ сим ҳалқада A ҳалқача ишқаланмасдан сирғана олади. Шу ҳалқачага ип воситасида массаси m_1 бўлган P юк осилган; катта ҳалқа горизонтал диаметрининг чеккасидаги жуда кичик B блокдан ўтказилган бошқа ипнинг C учи массаси m_2 бўлган Q юкка эга. A ҳалқачанинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва улардан қайси бирининг устувор бўлиши ва қайси бирининг ноустуворлиги текширилсин.

Кўрсатма. A ҳалқачанинг вазияти $\varphi = \angle DOA$ марказий бурчак билан ифодаланиши лозим. Ҳалқачанинг юқориги ва пастки ярим айланалардаги мувозанати алоҳида- алоҳида қараб чиқишли ки керак.

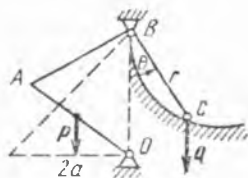
Жавоб: юқориги ярим айланада ($0 < \varphi < \pi$) $\frac{m_2}{m_1}$ нинг ҳар қандай қийматида ноустувор мувозанат ҳолати мавжуддир: $\sin \frac{\varphi_0}{2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{m_2^2}{m_1^2} + 8} - \frac{m_2}{m_1} \right)$, бунда $0 < \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$. Пастки ярим айланада ($\pi < \varphi < 2\pi$) $\frac{m_2}{m_1} \leq 1$ бўлганда устувор мувозанат ҳолати мавжуддир: $\sin \frac{\varphi_0}{2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{m_2^2}{m_1^2} + 8} + \frac{m_2}{m_1} \right)$, бунда $\pi < \varphi_0 < \frac{3\pi}{2}$.

53.11. Бир жинсли квадрат пластинка O бурчакдан ўтувчи ўқ атрофида вертикал текисликда айлана олади; пластинка оғирлиги P га, томонларининг узунлиги a га тенг. Пластинканинг A бурчагига O нуқтадан вертикал бўйлаб a масофада турувчи кичкина B блок орқали ўтган l узунликдаги ип боғланган. Ипда оғирлиги $Q = \frac{\sqrt{2}}{2} P$ бўлган юк осилиб туради. Системанинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: мувозанат ҳолатлари ψ бурчакнинг қуйидаги қийматларига жавоб беради: $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = \frac{\pi}{6}$, $\psi_3 = \frac{\pi}{2}$, $\psi_4 = \frac{3\pi}{2}$. Биринчи ва учинчи мувозанат ҳолатлари устувордир.



53.12- масалага



53.13- масалага

53.12. Ҳаёлиги $2a$ бўлган бир жинсли оғир AB стержень радиуси R бўлган ярим айлана шаклидаги эгри чизиқли йўналтирувчига таянади. Ишқаланишни ҳисобга олмай мувозанат ҳолати аниқлансин ва унинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: мувозанат ҳолатида стержень горизонтал чизиққа φ_0 бурчак остида оғган; φ_0 бурчак $\cos \varphi_0 = \frac{1}{8R} [a + \sqrt{a^2 + 32R^2}]$ тенг-

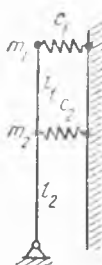
ламадан аниқланади ($\sqrt{\frac{2}{3}}R < a < 2R$ деб фараз қилинади). Бу мувозанат ҳолати устувор бўлади.

53.13. Расмда, схема тарзида, OA кўтарма кўприк оғирлиги P ва узунлиги $2a$ бўлган бир жинсли пластинка кўринишида тасвирланган. Пластинка четининг ўртасига узунлиги l бўлган арқон маҳкамланган; арқон, O нуқта устида ундан вертикал бўйлаб $2a$ масофада турган кичкина B блок орқали ўтказилган. Арқоннинг бошқа C учи эгри чизиқли йўналтирувчида ишқаланмай сирғанадиган посангига боғланган. Системанинг бефарқ мувозанатда туриши учун йўналтирувчи қандай шаклда ва посанги оғирлиги Q нинг қанча бўлиши топилсин. Кўприк горизонтал вазиятда бўлганда C посанги OB тўғри чизиқда жойлашади.

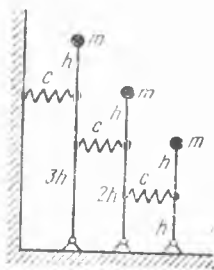
Жавоб: $Q = \frac{P}{\sqrt{2}}$; $r, 0$ кутб координаталарида йўналтирувчи тенгламаси қуйидагича:

$$r^2 = 2(l - 2\sqrt{2}a \cos \theta)r + 4\sqrt{2}al - l^2 - 8a^2.$$

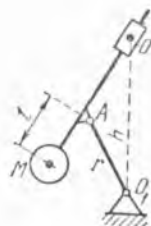
53.14. Расмда кўрсатилган «тўнтарилган» қўшалок маятник вертикал мувозанат вазиятини устуворлиги текширилсин. Маятникни узунликлари l_1 ва l_2 бўлган стерженьлар билан ўзаро боғланган ва массалари m_1 ва m_2 бўлган моддий нуқталар кўринишида схемалаштириш мумкин. Вертикал мувозанат ҳолатида пружиналар зўриқмайди (пружиналарнинг биқирликлари c_1 ва c_2).



53.14- масалага



53.15- масалага



53.16- масалага

Жавоб: устуворлик шартлари $c_1 l_1 > m_1 g$,

$$[(c_1 + c_2) l_2 - (m_1 + m_2) g] [c_1 l_1 - m_1 g] > c_1^2 l_1 l_2.$$

кўринишларда ёзилди.

53.15. Расмда кўрсатилган маятниклар системаси вертикал мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин; биринчи, иккинчи ва учинчи маятниклар стерженларининг узунликлари мос равишда $4h$, $3h$, $2h$ га тенг. Ҳамма маятникларнинг массалари ва пружиналарнинг биқирлиги бир хилда бўлиб, мос равишда m ва c га тенг. Пружиналар бириктирилган нуқталардан массалар марказларигача бўлган масофалар h га тенг. Стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин, m массалар эса моддий нуқталар деб ҳисоблансин; маятниклар вертикал ҳолатда бўлганида пружиналар зўрқмайди.

Жавоб: устуворлик шартлари қуйидаги кўринишларга эга:

$$13ch^2 - 4mgh > 0, \quad 49c^2 h^4 - 59mgch^3 + 12m^2 g^2 h^2 > 0,$$

$$36c^3 h^6 - 153mgc^2 h^5 + 130m^2 g^2 ch^4 - 24m^3 g^3 h^3 > 0.$$

53.16. Паллограф маятнигида M юк MO стерженга осилган; стержень айланиб турадиган O цилиндрчадан эркин ўтиб, A нуқтада шарнир ёрдамида AO_1 коромислога бириктирилган; узунлиги r бўлган коромисло O_1 ўқ атрофида айланади; юк массалар маркази билан A шарнир орасидаги масофа l га тенг; оралиқ $OO_1 = h$. Маятник вертикал мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин. Юкнинг ўлчовлари ва стерженларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\sqrt{rl} > h - r$ бўлганда мувозанат ҳолати устувор, $\sqrt{rl} < h - r$ ҳолида — ноустувор.

53.17. Кучи i_1 га тенг электр токи ўтаётган тўғри чизиqli сим унга параллел бўлган ва кучи i_2 га тенг токни ўтказётган бошқа AB симни ўзига тортади. AB симнинг массаси m ; унга биқирлиги c бўлган пружина ўланган; ҳар қайси симнинг узунлиги l га тенг. AB симда ток бўлмаганда симлар орасидаги масофа a га тенг. Системанинг мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Кўрсатма. i_1 ва i_2 тоқлар ўтаётган, узунлиги l бўлган, бир-биридан d масофада турган иккита параллел ўтказгичнинг ўзаро таъсир кучи $F = \frac{2i_1 i_2}{d} l$ формулага мувофиқ аниқланади.

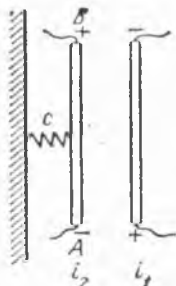
Жавоб: $\alpha = \frac{2i_1 i_2 l}{c} < \frac{a^2}{4}$ бўлганда иккита мувозанат ҳолати бор:

$$x_1 = \frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - \alpha} \text{ ва } x_2 = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - \alpha}, \text{ бунда } x_1 \text{ устувор, } x_2$$

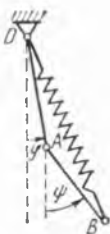
ноустувор мувозанат ҳолатга тўғри келади. $\alpha > \frac{a^2}{4}$ бўлганда муво-

занат ҳолати йўқ. $\alpha = \frac{a^2}{4}$ бўлганда ягона ноустувор мувозанат ҳолати

мавжуд.



53.17- масалага



53.18- масалага

53.18. Узунлиги a бўлган OA стержень O нуқта атрофида эркин айлана олади. Стерженьнинг A учига a узунликдаги AB стержень шарнир билан бириктирилган бўлиб, бу стерженьнинг бошқа учига массаси m бўлган B юк маҳкамланган. O ва B нуқталар бикирилиги c бўлган пружина билан ўзаро бирлаштирилган. Пружинанинг массаси ҳисобга олмаса ҳам бўладиган даражада кичкина, пружина узунлиги зўриқмаган ҳолатида a га тенг. Система вертикал текисликда ўрнashган деб ҳисоблаб, мувозанат ҳолатлари топилсин. AB ва OA стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

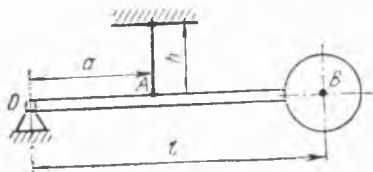
Жавоб: тўртта мувозанат ҳолатлар: $\varphi_1 = 0, \psi_1 = 0; \varphi_2 = \pi, \psi_2 = \pi; \varphi = \mp \varphi_3, \psi = \pm \psi_3$, бу ерда $\cos \varphi_3 = \cos \psi_3 = \frac{mg + ca}{2ca}$. $mg > ca$ бўлганида $\varphi_1 = 0, \psi_1 = 0$ — устувор мувозанат ҳолати. $mg < ca$ бўлганида $\varphi = \mp \varphi_3, \psi = \pm \psi_3$ — устувор мувозанат ҳолатлари. $\varphi_2 = \pi, \psi_2 = \pi$ мувозанат ҳолатлари хар доим ноустувор.

54-§. Эркинлик даражаси битта бўлган системанинг кичик тебранишлари

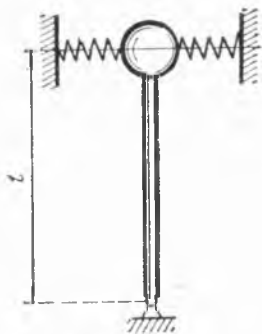
54.1. Узунлиги l бўлган қаттиқ OB стержень O учидagi шарли шарнирда эркин тебрана олади ва бошқа учига Q оғирликдаги шарчани элтади. Чўзилмас, h узунликдаги вертикал ип воситасида стержень горизонтал ҳолатда ушлаб турилади. Оралиқ $OA = a$. Агар шарчани расм текислигига тик йўналишда тортиб туриб, кейин қўйиб юборилса, система тебрана бошлайди. Стерженьнинг массасини ҳисобга олмай, система кичик тебранишларнинг даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{hl}{ag}}$.

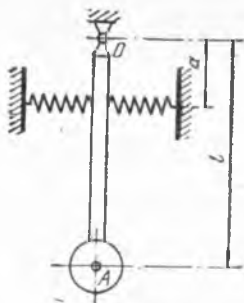
54.2. Тупроқ тебранишларини ёзувчи сейсмографларнинг баъзиларида қўлланиладиган астатик маятник кичик тебранишларининг даври



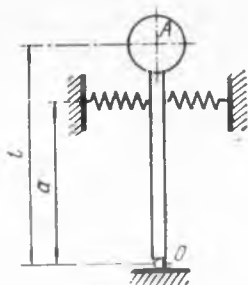
54.1- масалага



54.2- масалага



54.3- масалага



54.4- масалага

аниқлансин. Маятник бир учиди m масса бўлган l узунликдаги қаттиқ стержендан иборат; учлари маҳкамланган, ҳар қайсисининг бикирлиги c бўлган горизонтал пружиналар бу массани қисиб туради. Стержень массаси ҳисобга олинмасин ва мувозанат вазиятида пружиналар зўриқмайди деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } T = \frac{2\pi}{\sqrt{2\frac{c}{m} - \frac{g}{l}}}.$$

54.3. Маятник бир учиди m масса бўлган l узунликдаги қаттиқ стержендан иборат. Стерженнинг юқоридаги учидан a масофада унга бикирлиги c бўлган иккита пружина бириктирилган; пружиналарнинг қарама-қарши учлари маҳкамланган. Стержень массасини ҳисобга олмай, маятник кичик тебранишларининг даври топилсин.

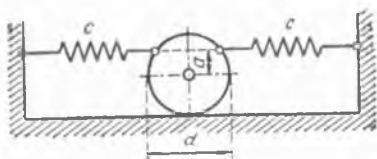
$$\text{Жавоб: } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2ca^2}{ml^2} + \frac{g}{l}}}.$$

54.4. Слдинги масаладэ тасвирланган маятникда m масса осилиш нуқтасидан юқорига ўрнатилган деб ҳисоблаб, маятник вертикал мувозанат вазиятининг устувор бўлиш шарти аниқлансин ва маятник кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

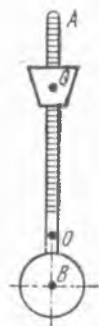
$$\text{Жавоб: } a^2 > \frac{mgl}{2c}, \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2a^2c}{ml^2} - \frac{g}{l}}}.$$

54.5. Диаметри d ва массаси m бўлган цилиндр горизонтал текислик бўйлаб сирғанмай ғилдирай олади. Цилиндрга унинг ўқидан a ораликда бикирликлар c бўлган иккита бир хил узунликдаги пружина бириктирилган; пружиналарнинг қарама-қарши учлари вертикал деворга маҳкамланган. Цилиндр кичик тебранишларининг даври аниқлансин.

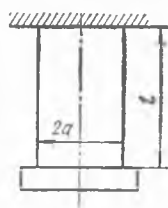
$$\text{Жавоб: } T = \frac{\pi\sqrt{3}}{1 + \frac{2a}{d}} \sqrt{\frac{m}{c}}.$$



54.5- масалага



54.6- масалага



54.7- масалага

54.6. Маятник ва m массали қўзғалувчи G юкдан ташкил топган метрономнинг кичик тебранишлари даври аниқлансин. Бутун системанинг горизонтал айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти ҳаракатланувчи G юкни силжитиш йўли билан ўзгартирилади. Маятник массаси — M ; O айланиш ўқидан маятник массалар марказигача бўлган масофа s_0 га тенг; масофа $OG = s$; маятникнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти — I_0 .

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + Ms^2}{(Ms_0 - ms)g}}.$$

54.7. Ҳар бирининг узунлиги l бўлган иккита вертикал илга осилган жисм иллар текислигида ва улардан бир хил узоқликда ётган вертикал ўқ атрофида буралади (осма бифиляр); иллар орасидаги масофа $2a$ га тенг. Жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция радиуси — ρ . Кичик тебранишларнинг даври топилин.

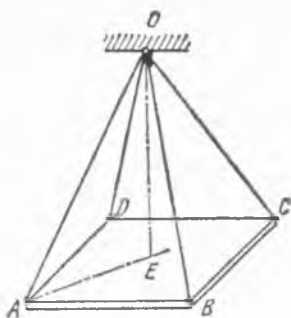
$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \frac{\rho}{a} \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

54.8. Доиравий ҳалқа бир хилдаги учта чўзилмас ип билан учта қўзғалмас нуқтага, ҳалқа текислиги горизонтал бўлиб турадиган қилиб осилган; ҳар қайси ипнинг узунлиги l . Ҳалқа мувозанатда турганида иллар вертикал бўлиб, ҳалқа айланасини тенг уч қисмга бўлади. Ҳалқанинг ўз марказидан ўтган вертикал ўқ атрофида қиладиган кичик тебранишларининг даври топилин.

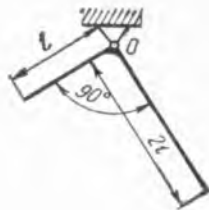
$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{l/g}.$$

54.9. M массали оғир $ABCD$ квадрат платформа қўзғалмас O нуқтага тўртта эластик арқон воситасида осилган; система мувозанатда бўлган вақтда O нуқта платформанинг E марказидан вертикал бўйлаб l масофада туради. Ҳар қайси арқоннинг биқирлиги c га тенг. Платформа диагоналининг узунлиги a . Система вертикал тебранишларининг даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{c} \cdot \frac{(a^2 + 4l^2)}{16l^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Mga^2}{16cl^3}}}.$$



54.9- масалага



54.10- масалага

54.10. Узунлиги l ва $2l$ бўлган ингичка бир жинсли стерженлардан тузилган бурчаклик O нуқта атрофида айланиши мумкин; стерженлар орасидаги бурчак 90° . Бурчакликнинг мувозанат вазияти атрофидаги кичик тебранишлари даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mg \cos \beta}} = 7,53 \sqrt{\frac{l}{g}}$.

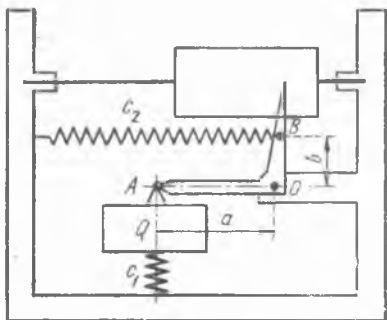
54.11. Айланиш ўқи горизонтал текислик билан β бурчак ташкил қилган M массали маятник кичик эркин тебранишларининг даври аниқлансин. Маятникнинг айланиш ўқида нисбатан инерция моменти I га, инерция марказидан айланиш ўқида l бўлган масофа s га тенг.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgs \cos \beta}}$.

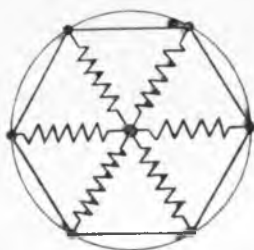
54.12. Машиналар фундаментларининг вертикал тебранишларини қайд қилувчи асбобда бикирлик коэффиценти c_1 бўлган вертикал пружинага маҳкамланган m массали Q юк статик мувозанатлашган стрелкага шарнир билан қўшилган; бу стрелка O айланиш ўқида нисбатан инерция моменти I бўлган синиқ ричаг шаклида бўлиб, уни бикирлик коэффиценти c_2 бўлган горизонтал пружина итариб, мувозанат вазиятида тутиб туради. Стрелканинг вертикал мувозанат вазияти атрофидаги эркин тебранишларининг даври аниқлансин. $OA = a$, $OB = b$. Юкнинг ўлчамлари ва пружиналардаги бошланғич тортилиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I + ma^2}{c_1 a^2 + c_2 b^2}}$.

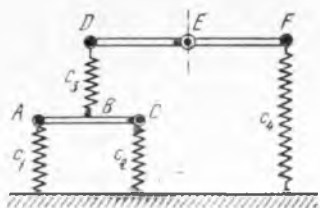
54.13. Амортизацияловчи асбобни мунтазам кўп бурчак учларига бикирлиги s бўлган n та пружина билан бириктирилган m массали



54.12- масалага



54.13- масалага



54.15- масалага

моддий нуқта шаклида схемалаштириш мумкин. Ҳар кайси пружинанинг зўриқмаган ҳолдаги узунлиги a га, кўпбурчакка ташқи чизилган айлананинг радиуси b га тенг. Горизонтал текисликда жойлашган системанинг эркин горизонтал тебранишларининг частотаси аниқлансин.

Кўрсатма. Потенциал энергияни иккинчи тартибли чексиз кичик миқдорларга қадар аниқлик билан ҳисоблаш учун пружиналарнинг чўзилишини ҳам шундай аниқлик билан топиш керак.

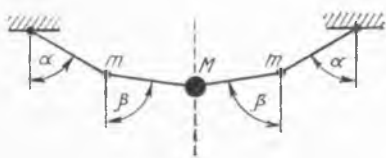
$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{nc}{2m} \frac{2b-a}{b}}.$$

54.14. Олдинги масалада системанинг кўпбурчак текислигига тик бўлган тебранишларининг частотаси аниқлансин. Пружиналарнинг массаси ҳисобга олинмасин.

$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{nc(b-a)}{mb}}.$$

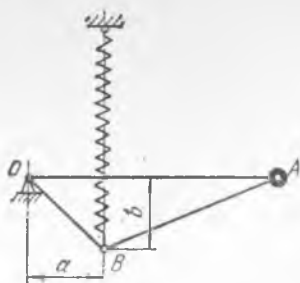
54.15. Расмда кўрсатилган система таркибига кирган E моддий нуқтанинг кичик вертикал тебранишларининг частотаси аниқлансин. Моддий нуқта массаси — m . Оралиқлар $AB = BC$ ва $DE = EF$; пружиналарнинг бикирликлари c_1, c_2, c_3, c_4 берилган. AC ва DF балкачалар қаттиқ ва массаси йўқ деб ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{4}{m \left(\frac{1}{4c_1} + \frac{1}{4c_2} + \frac{1}{c_3} + \frac{1}{c_4} \right)}}.$$



54.16- масалага

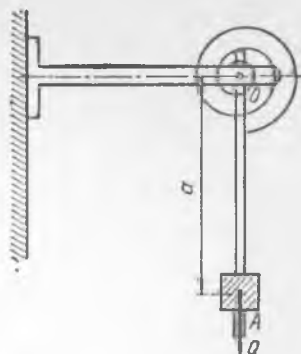
54.16. Узунлиги $4a$ бўлган чўзилмайдиган ипда массалари мос равишда m, M, m га тенг бўлган учта юк бор. Ип симметрик қилиб учларидан шундай осилганки, ипнинг бошланғич ва охири қисмлари вертикал билан α бурчаклар, ўртадаги қисмлари



54.17- масалага



54.18- масалага



54.19- масалага

β бурчаклар ташкил қилади. M юк вертикал бўйлаб кичик теб-
ранма ҳаракат қилади. M юк эркин вертикал тебранишларининг
частотаси аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{g(\cos^2 \beta \sin \beta + \cos^2 \alpha \sin \alpha)}{a \cos \beta \cos \alpha \sin(\beta - \alpha) \cos(\beta - \alpha)}}$$

бунда
$$2m = \frac{M \sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \cos \beta}.$$

54.17. Б. Б. Голициннинг вертикал сейсмографи оғирлиги Q бўл-
ган юк бириктирилган AOB рамкадан иборат. Рамка горизонтал O ўқ
атрофида айланиши мумкин. Рамканинг B нуқтасига, O дан a масофа-
да турувчи, биқирлиги c бўлган, чўзилишга ишлайдиган пружина
на бириктирилган. Мувозанат вазиятида OA стержень горизонтал
жойлашган. Рамка билан юкнинг O ўққа нисбатан инерция моменти
 I , рамканинг баландлиги b . Пружина массасини ҳисобга олмай ва
юк билан рамканинг массалар маркази O нуқтадан l масофада тур-
ган A нуқтада жойлашган деб ҳисоблаб, маятник кичик тебраниш-
ларининг частотаси аниқлансин.

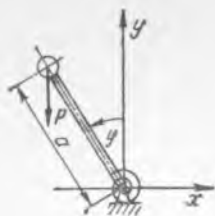
$$\text{Жавоб: } k = \sqrt{\frac{ca^2 - F_0 b(1 - b/l)}{I}}, \text{ бу ерда } F_0 = Q \frac{l}{a} \text{ — пружина-}$$

нинг мувозанат вазиятидаги узунлиги.

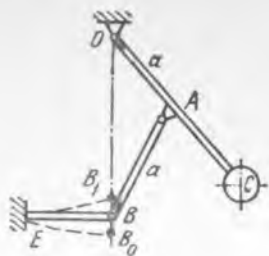
54.18. Фундаментлар, машина қисмлари ва ҳоказоларнинг тебра-
нишини ёзишда қўуланиладиган вибрографда, оғирлиги Q бўлган
маятникни биқирлиги c бўлган спираль пружина вертикалга нисба-
тан α бурчак остида ушлаб туради; маятникнинг O айланиш ўқи-
га нисбатан инерция моменти I га, маятник массалар марказидан ай-
ланиш ўқи-гача бўлган масофа s га тенг. Виброграф эркин тебраниш-
ларининг даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Qs \sin \alpha + c}}.$$

54.19. Горизонтал тебранишларни ёзувчи вибрографда рычаг ва
юкдан иборат бўлган OA маятник O горизонтал ўқда вертикал ус-



54.20- масалага



54.22- масалага

тувор мувозанат вазияти атрофида тебраниши мумкин; маятникни ўз оғирлиги ва спираль пружина вертикал устувор мувозанат вазиятида ушлаб туради. Агар маятник оғирлигининг максимал статик моменти $Qa = 45 \text{ Н} \cdot \text{см}$, O ўққа нисбатан инерция моменти $I = 0,3 \text{ кг} \times \text{см}^2$ ва пружинанинг буралишга бикирлик коэффициенти $c = 45 \text{ Н} \times \text{см}$ бўлса, оғиш бурчаклари кичик бўлганида маятник хусусий тебранишларининг даври аниқлансин.

Жавоб: $T = 0,364 \text{ с}$.

54.20. Маятникнинг эркин айланишига унинг вертикал ҳолатида зўриқмай турадиган қилиб ўрнатилган, бикирлиги c бўлган спираль пружина қаршilik қилса, қандай шарт бажарилганда маятникнинг юқори вертикал ҳолатидаги мувозанати устувор бўлиши топилсин. Маятникнинг оғирлиги — P . Маятник массалар марказидан осилиш нуқтасигача бўлган масофа a га тенг. Шунингдек, маятникнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_0 га тенг бўлса, унинг кичик тебранишлари даври топилсин.

Жавоб; $c > Pa$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{c - Pa}}$.

54.21. Бундан олдинги масалада қўрилган маятник $c < Pa$ бўлганида учтадан кам бўлмаган мувозанат ҳолатларига эга бўлиши кўрсатилсин. Шунингдек, кичик тебранишларнинг даври ҳам топилсин.

Жавоб: $\varphi = 0$ бўлганида — ноустувор мувозанат ҳолати. Устувор мувозанат ҳолати $\varphi = \varphi_0 > 0$, $\varphi = \varphi_0 < 0$ ҳолларида содир бўлади, бунда φ_0 билан $\sin \varphi = \frac{c}{Pa}$ тенгламанинг илдизлари белгиланган.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 \varphi_0}{Pa \cos \varphi_0 (\lg \varphi_0 - \varphi_0)}}.$$

54.22. Маятникнинг OA стержени AB шатун ёрдамида бикирлиги c бўлган кичик EB пўлат рессорага бириктирилган. Рессора зўриқмаганида EB_1 вазиятда бўлади; рессорани маятникнинг мувозанатига тўғри келадиган EB_0 вазиятга келтириш учун, унга OB бўйлаб йўналган F_0 куч қўйиш керак; $OA = AB = a$. Стерженлар массасини ҳисобга олмаймиз; маятник массалар марказидан айланиш ўқиғача бўлган масофа $OC = l$; маятник оғирлиги Q га тенг. Энг яхши изохронлик (тебраниш даврининг бошланғич оғиш бурчагига боғлиқ бўл-

маслиги) ҳосил бўлиши учун система шундай қилиб ростланганки, маятникнинг $\varphi = f(\varphi) = -\beta\varphi + \dots$ ҳаракат тенгламасида ташлаб юбориладиган ҳадлардан биринчисининг тартиби φ^5 бўлади. Бунинг учун Q, F_0, c, a, l ўзгармас сонлар орасида қандай боғланиш бўлиши кераклиги топилсин ва маятник кичик тебранишларининг даври ҳисоблансин.

$$\text{Жавоб: } Ql - 2aF_0 = 12a^2c, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - 2aF_0/(Ql)}}.$$

54.23. Олдинги масаладаги маятник мувозанат вазиятидан $\varphi_0 = 45^\circ$ бурчакка оғганда, унинг тебранишлари даври кўп деганда 0,4% га ортиши кўрсатилсин. Шу шартларда оддий маятник даври қандай ўзгаради?

Жавоб: маятник ҳаракат тенгламасида φ^5 ҳадни сақлаб қолиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{1}{\sqrt{1 - 2aF_0/(Ql)}} \left(1 + \frac{\varphi_0^4}{96}\right);$$

оддий маятник 45° га оғганда тебраниш даври 4% га ўзгаради.

54.24. 54.22-масаланинг шартлари бўйича маятник $Ql = 2aF_0$ тенглик бажариладиган қилиб ростланган. Маятник мувозанат вазиятидан φ_0 бурчакка оғдирилганида унинг кичик тебранишлари даври топилсин.

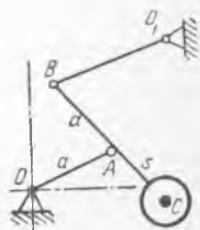
$$\text{Жавоб: } T = \frac{4l}{a\varphi_0} \sqrt{\frac{Q}{cg}} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = 5,24 \frac{l}{a\varphi_0} \sqrt{\frac{Q}{cg}}.$$

54.25. Паллограф маятникда маятникнинг M юки айланиб турадиган O цилиндр орқали эркин ўтказилган стерженга ссилган. Стержень O_1 қўзғалмас ўқ атрофида айлунувчи AO_1 коромислога A нуқтада шарнир билан бириктирилган. Қандай шартда маятник MO стерженининг вертикал вазияти устувор мувозанат ҳолати бўлади. Маятникнинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишларининг даври топилсин. Юкнинг ўлчовлари ва стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин (стерженнинг ўлчовлари 53.16-масалага берилган расмда кўрсатилган).

$$\text{Жавоб: } h - r < \sqrt{rl}, \quad T = 2\pi(h - r + l) \sqrt{\frac{r}{[rl - (h - r)^2]g}}.$$

54.26. Стерженларнинг массаларини ҳисобга олмай, расмда тасвирланган маятникнинг кичик тебранишлари даври топилсин. Юкнинг массалар маркази $OABO_1$ шарнирли тўрт звенли механизмнинг шатуни давомидаги C нуқтада ётади. Мувозанат ҳолатида OA ва BC стерженлар вертикал, O_1B стержень горизонтал жойлашган. $OA = AB = a$; $AC = s$.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{s+a}{g(s-a)}}.$$



54.26- масалага

54.27. Юқори учи маҳкамлаб қўйилган пружинага осилган m массали P юкнинг тебранишлари даври пружинанинг биқирлик коэффициенти c га ва массаси m_0 га тенг деб аниқлансин. Пружина икки нуқтасининг мувозанат ҳолатларидан четлашишларининг нисбати шу нуқталардан пружинанинг маҳкамланган учигача ҳисобланган тегишли масофалар нисбатига тенг деб қабул қилинсин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{1}{3}m_0}{c}}.$$

54.28. Юқори учи маҳкамланган цилиндрсимон вертикал эластик стерженнинг қўйи учига горизонтал диск ўз маркази билан бириктирилган. Дискнинг марказдан ўтувчи вертикал ўққа нисбатан инерция моменти I га, стерженнинг ўз ўқиға нисбатан инерция моменти I_0 га тенг; буралишдаги биқирлик коэффициенти, яъни стерженнинг қўйи учини бир радианга буриш учун зарур бўлган момент c га тенг. Системанинг тебраниш даври аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } T = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_0/3}{c}}.$$

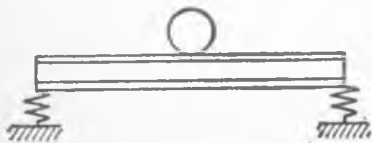
54.29. Оғирлиги Q бўлган юк учлари эркин таяниб турадиган балканинг ўртасига маҳкамланган; балканинг узунлиги l , қўндаланг кесимининг инерция моменти I , материалнинг эластиклик модули E . Балканинг массасини ҳисобга олмай, юкнинг бир минутда бажарадиган тебранишлари сони аниқлансин.

Жавоб: $n = 2080 \sqrt{\frac{EI}{Ql^3}}$, бунда узунлик бирлиги сифатида сантиметр қабул қилинган.

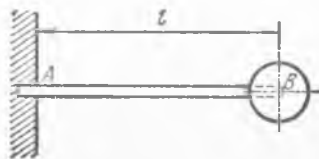
54.30. Қирқимининг инерция моменти $I = 180 \text{ см}^4$, узунлиги $l = 4 \text{ м}$ бўлган қўш тавр балка бир хилдаги иккита эластик пружиналарда ётиб, унинг ўртасига қўйилган $Q = 2 \text{ кН}$ юкни кўтариб туради, пружиналарнинг биқирлиги $c = 1,5 \text{ кН/см}$. Балка оғирлигини ҳисобга олмай, система эркин тебранишларининг даври аниқлансин. Балка материалнинг эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$.

Жавоб: $T = 0,238 \text{ с}$.

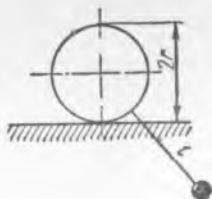
54.31. Горизонтал l узунликдаги AB стерженнинг B учига T давр билан тебранувчи Q оғирликдаги юк бор; стерженнинг бошқа учи деворга қистириб қўйилган. Стержень қирқимининг тебранишлар текислигига тик марказий ўқига нисбатан инерция моменти I га тенг. Стержень материалнинг эластиклик модули топилсин.



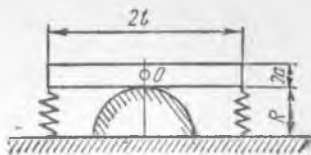
54.30- масалага



54.31- масалага



54.32- масалага



54.33- масалага

Жавоб: $E = \frac{4 \pi^2 Q l^3}{3 l g T^2}$.

54.32. Горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб r радиусли ва M массали диск сирғанмасдан юмалаши мумкин. Диска бир учидан нуқтавий m массаси бўлган l узунликдаги стержень маҳкам бириктирилган. Системанинг кичик тебранишлари даври топилин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{3Mr^2 + 2ml^2}{2mg(r+l)}}$.

54.33. Дағал сиртли, R радиусли юмалоқ яримцилиндр устига тўғри тўртбурчак қирқимга эга бўлган M массали призма шаклидаги брус қўйилган. Бруснинг бўйлама ўқи цилиндр ўқига тик. Бруснинг учлари бир хил c бикирликдаги пружиналар билан полга бирлаштирилган. Брусни цилиндр устида сирғанмайди деб, унинг кичик тебранишлари даври топилин. Бруснинг брус массалар маркази орқали ўтувчи кўндаланг горизонтал ўққа нисбатан инерция моменти I_0 га тенг.

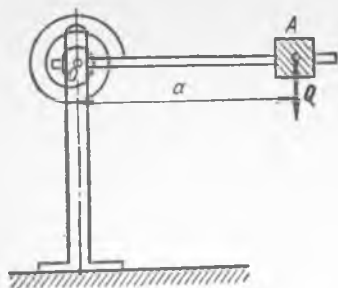
Жавоб: $T = 2 \pi \sqrt{\frac{Ma^2 + I_0}{Mg(R-a) + 2cl^2}}$.

54.34. Эркинлик даражаси бирга тенг бўлган система амплитуда-частота характеристикасининг ўткирлиги тезликка пропорционал ишқаланиш кучи таъсир этганида амплитуда-частота характеристикасининг «ярим кенглиги» билан характерланади. Амплитуда-частота характеристикасининг «ярим кенглиги» шундай иккита частоталар орасидаги фарқ билан ўлчанадики, бу частоталарга мос тебраниш амплитудалари резонансга тўғри келадиган амплитуданинг ярмига тенг бўлади. Амплитуда-частота характеристикаси «ярим кенглиги» Δ ни «частоталарни созлаш коэффициенти» $z = \frac{\omega}{k}$ ва келтирилган сўниш

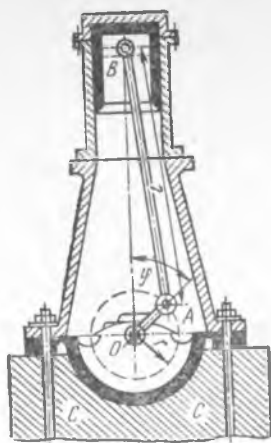
коэффициенти $\delta = \frac{n}{k}$ орқали ифодалансин. $\delta \ll 1$ бўлган ҳол учун тақрибий формула берилсин (ω — мажбур этувчи кучнинг частотаси, k — хусусий тебранишлар частотаси; резонанс ҳолида $z = 1$).

Жавоб: Амплитуда-частота характеристикасининг «ярим кенглиги»

$\Delta = z_2 - z_1 = \sqrt{1 - 2\delta^2 + 2\delta\sqrt{3 + \delta^2}} - \sqrt{1 - 2\delta^2 - 2\delta\sqrt{3 + \delta^2}}$
 ёки $\delta \ll 1$ бўлса, $\Delta \approx 2\delta\sqrt{3}$ га тенг.



54.35- масалага



54.37- масалага

54.35. Вертикал тебранишларни ёзиш учун ишлатиладиган вибрографда асбобнинг ёзадиган пероси билан бириктирилган OA стержень O горизонтал ўқ атрофида айлана олади. OA стерженнинг A учига Q юк қўйилган бўлиб, стержень спираль пружина билан горизонтал ҳолатда мувозанатда тутиб турилади. Агар виброграф $z = 0,2 \sin 25t$ см қонун билан вертикал тебранма ҳаракат қилувчи фундаментга ўрнатилган бўлса, OA стерженнинг нисбий ҳаракати аниқлансин. Пружинанинг буралишга бикирлик коэффиценти $c = 1$ Н·см, OA стерженнинг Q юк билан бирга O га нисбатан инерция моменти $I = 4$ кг·см² га тенг, $Qa = 100$ Н·см. Стерженнинг хусусий тебранишлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\varphi = 0,0051 \sin 25t$.

54.36. Олдинги 54.35-масалада баён қилинган виброграф стержени қўзғалмас қилиб ўрнатилган магнит қутблари орасида тебранувчи алюминий пластинка кўринишидаги электромагнит тормозга эга. Пластинкада пайдо бўладиган уярма тоқлар пластинка ҳаракати тезлигининг биринчи даражасига пропорционал бўлган ва аperiодиклик чегарасига қадар етган тормозланишни юзага келтиради. Агар асбоб $z = h \sin pt$ қонун билан вертикал тебранувчи фундаментга ўрнатилган бўлса, асбоб стрелкасининг мажбурий тебранишлари аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } x = a\varphi = \frac{Qah}{I_g \left[1 + \frac{c}{Ip^2} \right]} \sin(pt - \epsilon), \quad \tan \epsilon = \frac{2 \sqrt{\frac{I}{c} p}}{1 - \frac{I}{c} p^2}.$$

54.37. Массаси M_1 бўлган вертикал двигатель асосининг юзи S бўлган фундаментга маҳкамланган; тупроқнинг солиштирма бикирлиги λ га тенг. Двигатель кривошипининг узунлиги r , шатуни узунлиги l , валнинг бурчак тезлиги ω , поршень ва илгариллама-қайтма ҳаракат қилувчи мувозанатлашмаган қисмларнинг массаси M_2 , фундамент массаси M_3 га тенг; кривошип посанги ёрдамида муво-

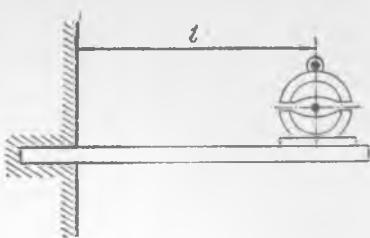
занатлаштирилган деб ҳисоблансин. Шатуннинг массаси ҳисобга олинмасин. Фундаментнинг мажбурий тебранишлари аниқлансин.

Қўрсатма. Ҳисобларда $\frac{r}{l}$ кичик нисбатнинг бирдан юқори даражали ҳамма ҳадлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: фундамент массалар марказининг мувозанат ҳолатидан

$$\text{силжиши } \xi = \frac{M_2 r \omega^2}{(M_1 + M_3)(k^2 - \omega^2)} \cos \omega t + \frac{r}{l} \frac{M_2 r \omega^2}{(M_1 + M_3)(k^2 - 4\omega^2)} \cos 2\omega t,$$

$$\text{бунда } k = \sqrt{\frac{\lambda S}{M_1 + M_3}}.$$



54.39- масалага

54.38. Массаси $M = 10^4$ кг бўлган вертикал тебранадиған двигатель ссти фундаментнинг сғирлиги мажбурий тебранишлари амплитудаси 0,25 мм дан ошиб кетмайдиган қилиб ҳисоблансин. Фундамент асосининг юзаси $s = 100 \text{ м}^2$ фундамент сстидаги тупроқнинг солиштирма бикирлиги $\lambda = 490 \text{ кН/м}^3$. Двигатель кривошипининг узунлиги $r = 30$ см, шатуннинг узунлиги $l = 180$ см, валнинг бурчак тезлиги $\omega = 8\pi$ рад/с, поршень ва илгарилама-қайтма ҳаракат қилувчи бошқа мувозанатлаштирилмаған қисмларнинг массаси $m = 250$ кг; кривошип посанги ёрдамида мувозанатлаштирилган деб ҳисоблансин. Шатуннинг массаси ҳисобга олинмасин.

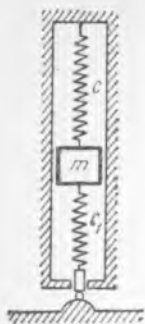
Қўрсатма. Олдинги масаланинг ечими натижасидан фойдаланилсин ва $\frac{r}{l}$ нисбатга эга ҳадларни ташлаб юбориш натижасида олинған ечим билан чеғараланилсин. Қўрсатилған тақрибий ечимнинг қонунийлиги текширилсин.

Жавоб: $G = 3592,7 \text{ кН}$.

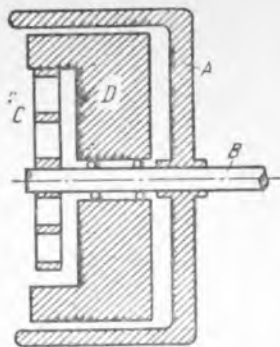
54.39. Массаси $M = 1200$ кг бўлған электромотор бир учи билан деворга қистирилған иккита горизонтал ва ўзаро параллел балкаларнинг эркин учига ўрнатилған. Электромотор ўқидан деворгача бўлған масофа $l = 1,5$ м. Электромотор яқори $n = 50$ рад/с тезлик билан айланади, якорь массаси $m = 200$ кг, унинг массалар маркази вал ўқидан $r = 0,05$ мм масофада туради. Балкалар ясалған юмшоқ пўлатнинг эластиклик модули $E = 19,6 \cdot 10^7 \text{ Н/см}^2$. Қўндаланг қирқим юзасининг инерция моменти шундай аниқлансинки, мажбурий тебранишлар амплитудаси 0,5 мм дан ошмасин. Балканинг сғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $I = 8740 \text{ см}^4$ ёки 8480 см^4 .

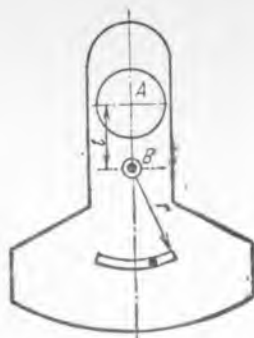
54.40. Клапани ҳаракатга келтирувчи кулачокли механизми, схематик равишда, бир томондан s бикирликдаги пружина билан қўзғалмас нуқтага бириктирилған, иккинчи томондан илгарилама ҳаракат қилувчи кулачокдан узатиловчи, s_1 бикирликдаги пружина орқали ҳаракатланувчи m масса шаклида тасвирлаш мумкин: кулачокнинг профили шундайки, вертикал силжишлар:



54.40- масалага



54.41- масалага



54.42- масалага

$0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ бўлганда $x_1 = a[1 - \cos \omega t]$, $t > \frac{2\pi}{\omega}$ бўлганда $x_2 = 0$ формулалар билан аниқланади. m массали жисм ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $0 \leq t \leq 2\pi/\omega$ бўлганда

$$x = \frac{c_1 a}{m(k^2 - \omega^2)} [\cos kt - \cos \omega t] + \frac{c_1 a}{mk^2} [1 - \cos kt], \text{ бу ерда}$$

$$k = \sqrt{\frac{c + c_1}{m}}.$$

$t > 2\pi/\omega$ бўлганда юк эркин тебранади:

$$x = \left[\frac{c_1 a}{m(k^2 - \omega^2)^2} - \frac{c_1 a}{mk^2} \right] \left[\cos kt - \cos k \left(t - \frac{2\pi}{\omega} \right) \right].$$

54.41. Буралма тебранишларни ёзиш учун торсиограф ишлатилади; у B валга маҳкам ўрнатилган енгил алюминий A шкивдан ва B валга нисбатан эркин айлана оладиган оғир D маховикдан иборат. Вал D маховикка бикирлиги c бўлган спираль пружина воситасида боғланган. B вал $\varphi = \omega t + \varphi_0 \sin \omega t$ қонунга асосан ҳаракатланади (гармоник тебранишлар билан қўшилган бир текис айланиш). Маховикнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I га тенг. Торсиограф маховигининг мажбурий тебранишлари текширилсин.

Жавоб: маховикнинг нисбий айланиш бурчаги:

$$\psi = \frac{\varphi_0 \omega^2}{\frac{c}{I} - \omega^2} \sin \omega t.$$

54.42. Авиация мотори тирсакли валининг тебранишларини сўндириш учун, шу вал посангисида маркази айланиш ўқидан $AB = l$ масофага сурилган r радиусли айлана ёни шаклида из очилади; из бўйлаб моддий нуқта тарзида схемалаштирилган қўшимча посангни эркин ҳаракатланиши мумкин. Валнинг айланиш бурчак тезлиги

ω га тенг. Оғирлик кучининг таъсирини ҳисобга олмай, қўшимча посанги кичик тебранишларининг частотаси аниқлансин.

Жавоб: $k = \omega \sqrt{\frac{l}{r}}$.

54.43. Бикирлиги c бўлган пружинада осилиб турган P оғирликдаги юкка бошланғич пайтда ўзгармас F куч қўйилган. Унинг таъсири τ вақт ўтганидан кейин тўхтади. Юкнинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $0 \leq t \leq \tau$ бўлганда $x = \frac{F}{c} \left[1 - \cos \sqrt{\frac{cg}{P}} t \right]$;

$\tau \leq t$ бўлганда $x = \frac{F}{c} \left[\cos \sqrt{\frac{cg}{P}} (t - \tau) - \cos \sqrt{\frac{cg}{P}} \tau \right]$.

54.44. Олдинги масалада баён қилинган системага куч турли муддатларда таъсир қилганда системанинг мувозанат ҳолатидан максимал оғишлари аниқлансин:

$\tau = 0$, $\lim_{\tau \rightarrow 0} F\tau = S$ (зарба); 2) $\tau = \frac{T}{4}$;

3) $\tau = \frac{T}{2}$, бунда T — системанинг эркин тебранишлари даври.

Жавоб: 1) $x_{\max} = \sqrt{\frac{g}{cP}} S$; 2) $x_{\max} = \sqrt{2} \frac{F}{c} = \sqrt{2} x_{\text{ст}}$;

3) $x_{\max} = 2 \frac{F}{c} = 2 x_{\text{ст}}$.

54.45. Чўзилмайдиган l узунликдаги илга осилган моддий нуқтадан иборат маятникнинг ҳаракат қонуни топилсин. Маятник осилган нуқта берилган $\xi = \xi(t)$ қонун бўйича горизонтал тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланади.

Жавоб: маятникнинг вертикалга нисбатан φ оғиш бурчаги

$$\varphi = c_1 \sin kt + c_2 \cos kt - \frac{\xi(t)}{l} + \frac{k}{l} \int_0^t \epsilon(\tau) \sin k(t - \tau) d\tau$$

қонун бўйича ўзгаради, бу ерда $k = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

54.46. Бикирлиги c бўлган пружинага осилган m массали моддий нуқтага қуйидаги

$$\begin{aligned} t < 0 \text{ бўлганда, } F &= 0, \\ 0 \leq t \leq \tau \text{ да, } F &= \frac{t}{\tau} \cdot F_0, \\ t > \tau \text{ да, } F &= F_0 \end{aligned}$$

шартлар билан берилган уйғотувчи куч таъсир қилади. Нуқтанинг ҳаракати ва $t > \tau$ бўлганида тебранишлар амплитудаси аниқлансин.

Жавоб: $x = \frac{F_0}{c} \left[1 - \frac{2}{k\tau} \cos k \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \sin \frac{k\tau}{2} \right]$;

$k = \sqrt{\frac{c}{m}}$; $A = \frac{2F_0}{kc\tau} \sin \frac{k\tau}{2}$.

54.47. Бикирлиги c бўлган пружинада осилиб турган m массали юкка $Q(t) = F |\sin \omega t|$ қонун билан ўзгарувчи уйғотувчи куч таъсир қилади. Частотаси уйғотувчи куч частотасига тенг системанинг тебранишлари аниқлансин.

Жавоб: $0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}$ бўлганда $x = \frac{F \omega}{m k (\omega^2 - k^2)} \times$
 $\times [\sin kt + \operatorname{ctg} \frac{k \pi}{2 \omega} \cos kt] - \frac{F}{m(\omega^2 - k^2)} \sin \omega t; \quad k = \sqrt{\frac{c}{m}}.$

54.48. Ўртасида P оғирликдаги диск бўлган вазнсиз валнинг (кўндаланг тебранишларга нисбатан) критик бурчак тезлиги аниқлансин. Қуйидаги ҳоллар кўрилсин: 1) вал икки учи билан узун подшипникларга таяниб туради (учларини қистириб қўйилган деб ҳисоблаш мумкин); 2) валнинг бир учи узун подшипникка (учи қистирилган), бошқа учи эса қисқа подшипникка (учи тиралган) таянади. Валнинг узунлиги l га, эгилишга бикирлиги эса EI га тенг.

Жавоб: 1) $\omega_{кр} = \sqrt{\frac{192 EI g}{P l^3}}$; 2) $\omega_{кр} = \sqrt{\frac{768 EI g}{7 P l^3}}$.

54.49. Узунлиги l бўлган енгил вал айланишининг критик тезлиги вал иккита қисқа подшипникларда турганида аниқлансин: валнинг подшипникдан чиққан a узунликдаги учида P оғирликдаги диск бор. Валнинг эгилишга бикирлиги EI деб олинсин.

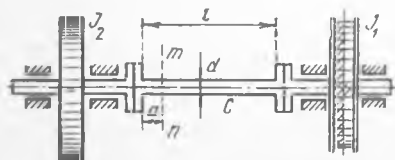
Жавоб: $\omega_{кр} = \sqrt{\frac{2 EI g}{P l a^2}}$.

54.50. Бир учи қисқа ва иккинчи учи узун подшипникларда ётган оғир вал айланишининг критик тезлиги аниқлансин: валнинг узунлиги l , эгилишга бикирлиги EI , вал узунлик бикирлигининг оғирлиги q га тенг.

Жавоб: $\omega_{кр} = 15,4 \sqrt{\frac{EI g}{q l^4}}$.

55- §. Эркинлик даражаси бир нечта бўлган системанинг кичик тебранишлари

55.1. Гидравлик турбиналарни бошқариш процессини экспериментал йўл билан текшириш учун, роторнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти $I_1 = 50 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ бўлган турбина, инерция моменти $I_2 = 1500 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ бўлган маховикдан ва турбина роторини маховик билан бирлаштирувчи эластик C валдан ташкил топган мослама йиғилган; вал $l = 1552 \text{ мм}$ узунликка, $d = 25,4 \text{ мм}$ диаметрга эга, вал

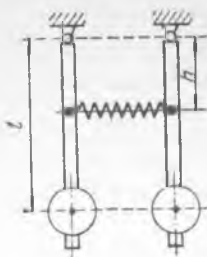


материалининг силжиш модули $G = 8800 \text{ кН/см}^2$. Валнинг массасини ва йўғон жойларининг буралишини ҳисобга олмай, берилган системанинг эркин тебранишларида қўзғалмай қоладиган m kesim (аҳамиятли кесим) топилсин, шунингдек, системанинг эркин тебранишлари даври T ҳисоблансин.

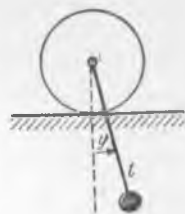
55.1- масалага

Жавоб: $a=50$ мм, $T=0,09$ с.

55.2. Бир учи маҳкамланган, ўртасида ва иккинчи учида бир жинсли дисклар ўрнатилган валдан ташкил топган системанинг эркин буралма тебранишларининг частотаси аниқлансин. Ҳар бир дискнинг вал ўқиға нисбатан инерция моменти I га тенг; вал қисмларининг буралишга бикирлиги $c_1 = c_2 = c$. Валнинг массаси ҳисобга олинмасин.



55.4- масалага



55.5- масалага

Жавоб: $k_1 = 0,62 \sqrt{\frac{c}{I}}$, $k_2 = 1,62 \sqrt{\frac{c}{I}}$.

55.3. Вал ва унга ўрнатилган учта бир хил дисклардан иборат системанинг бош буралма тебранишларининг частоталари аниқлансин. Иккита диск валнинг учларида, учинчиси эса унинг ўртасига маҳкамланган. Ҳар бир дискнинг вал ўқиға нисбатан инерция моменти — I ; вал қисмларининг буралишга бикирлиги — $c_1 = c_2 = c$. Валнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{c}{I}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{3c}{I}}$.

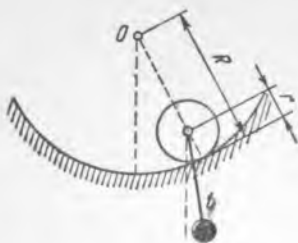
55.4. Ҳар бирининг узунлиги l ва массаси m бўлган иккита бир хил маятниклар стерженлари осилиш ўқларидан h масофада бикирлиги c бўлган эластик пружина учлари билан бириктирилган. Маятниклардан бирини унинг мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдирилганидан кейин, системанинг маятниклари мувозанат текислигида қиладиган тебранма ҳаракати аниқлансин; маятникларнинг бошланғич тезликлари нолга тенг. Маятник стерженларининг массалари ва пружинанинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\varphi_1 = \alpha \cos \frac{k_1 + k_2}{2} t \cos \frac{k_2 - k_1}{2} t$, $\varphi_2 = \alpha \sin \frac{k_1 + k_2}{2} t \times \sin \frac{k_2 - k_1}{2} t$, бу ерда φ_1 ва φ_2 маятникларнинг вертикалга нисбатан оғиш бурчаклари ва $k_1 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2ch^2}{ml^2}}$.

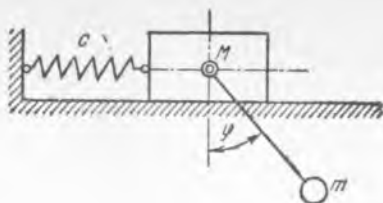
55.5. Массаси M бўлган диск тўғри чизиқли темир йўлда сирғанмасдан юмалаши мумкин. Бир учида m массали нуқтавий юки бор бўлган l узунликдаги стержень дискнинг марказига шарнир воситасида бириктирилган. Маятникнинг кичик тебранишлари даври топилсин. Стерженьнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T = 2\pi \sqrt{\frac{3Ml}{3M + 2m \frac{l}{g}}}$.

55.6. Олдинги масалада тўғри чизиқли темир йўлни R радиусли айлана ёйи билан алмаштириб, қаралаётган системанинг кичик тебранишлари частотаси топилсин.



55.6- масалага



55.7- масалага

Жавоб: бош частоталар

$$\frac{3M}{3M+2m} k^4 - \left[\frac{2(M+m)g}{(3M+2m)(R-z)} + \frac{g}{l} \right] k^2 + \frac{2(M+m)g^2}{(3M+2m)(R-r)l} = 0.$$

тенгламанинг илдизларидир.

55.7. Маятник, горизонтал текисликда ишқаланмай сирпана оладиган M ползундан ва ползун билан боғлиқ ўқ атрофида айлана оладиган, l узунликдаги стержень ёрдамида ползун билан бириктирилган m массали шарчадан иборат. Ползунга бикирлиги c га тенг пружина уланган, пружинанинг бошқа учи қўзғалмас қилиб маҳкамланган. Системанинг кичик тебранишлари частоталари аниқлансин.

Жавоб: изланувчи частоталар

$$k^4 - \left[\frac{c}{M} + \frac{g}{l} \frac{M+m}{M} \right] k^2 + \frac{c}{M} \cdot \frac{g}{l} = 0$$

тенгламанинг илдизларидир.

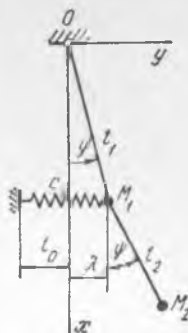
55.8. Иккита бир хил физик маятниклар битта горизонтал текисликда ўрнашган, ўзаро параллел горизонтал ўқларга осилган ва зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги маятник ўқлари орасидаги масофага тенг бўлган эластик пружина билан боғланган. Ҳаракатга кўрсатиладиган қаршилиқни ва пружинанинг массасини ҳисобга олмай, мувозанат ҳолатига нисбатан кичик оғиш бурчакларида система бош тебранишларининг частоталари ва амплитудалари нисбатлари аниқлансин. Ҳар бир маятникнинг оғирлиги P ; унинг массалар маркази орқали осилиш ўқига параллел ўтадиган ўққа нисбатан инерция радиуси ρ ; пружинанинг бикирлиги c , маятник массалар марказидан ва пружинанинг маятникка бириктирилиш нуқтасидан осилиш ўқиғача бўлган масофалар мос равишда l ва h га тенг (55.4- масалага берилган расмга қаранг).

$$\text{Жавоб: } k_1^2 = \frac{gl}{\rho^2 + l^2}, \quad k_2^2 = \frac{(Pl + 2ch^2)g}{P(\rho^2 + l^2)}, \quad \frac{A_1^{(1)}}{A_2^{(1)}} = 1, \quad \frac{A_1^{(2)}}{A_2^{(2)}} = -1.$$

55.9. Бир жинсли, L узунликдаги AB стержень $l = 0,5L$ узунликдаги ип ёрдамида қўзғалмас нуқтага осилган. Ипнинг массасини ҳисобга олмай, системанинг бош тебранишлари частоталари ва биринчи ҳамда иккинчи бош тебранишларда стержень билан ипнинг вертикалга нисбатан оғишлари нисбатлари аниқлансин.



55.9- масалага



55.12- масалага

Жавоб: $k_1 = 0,677 \sqrt{\frac{g}{l}}$, $k_2 = 2,558 \sqrt{\frac{g}{l}}$;

биринчи бош тебранишда $\varphi_1 = 0,847 \cdot \varphi_2$, иккинчисида $\varphi_1 = -1,180 \varphi_2$, бунда φ_1 ва φ_2 орқали ип ва стерженнинг вертикал билан ҳосил қилган бурчакларининг амплитудалари белгиланган.

55.10. Олдинги масалада ипнинг узунлигини стержень узунлигига нисбатан жуда катта деб ҳисоблаб ва $\frac{L}{l}$ нисбатнинг квадратини ҳисобга олмай, система эркин тебранишлари энг кичик частотасининг l узунликдаги математик маятник тебранишлари частотасига бўлган нисбати аниқлансин.

Жавоб: $1 - \frac{1}{4} \frac{L}{l}$.

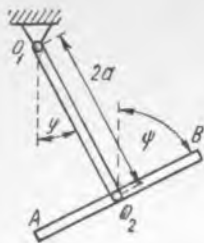
55.11. 55.9- масалада ипнинг узунлигини стержень узунлигига қараганда жуда кичик деб ва $\frac{l}{L}$ нисбатнинг квадратини ҳисобга олмай, система эркин тебранишлари энг кичик частотасининг айланиш ўқи стержень учига жойлашган деб қаралган физик маятникнинг тебранишлари частотасига бўлган нисбати аниқлансин.

Жавоб: $1 - \frac{9}{16} \frac{l}{L}$.

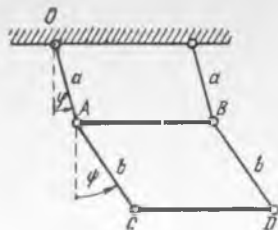
55.12. M_1 ва M_2 юкларининг массалари мос равишда m_1 ва m_2 га тенг, $OM_1 = l_1$, $M_1M_2 = l_2$ шартлар билан берилган, M_1 юкига массасини ҳисобга олмаса ҳам бўлаверадиган пружина бириктирилган қўш математик маятник бош тебранишларининг частоталари аниқлансин. Пружинанинг зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги l_0 , бириклиги c га тенг.

Жавоб: $k_{1,2}^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2 \pm \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4 n_1^2 n_2^2 \gamma_{12}^2}}{2(1 - \gamma_{12}^2)}$,

бунда $n_1^2 = \frac{(m_1 + m_2)g + cl_1}{(m_1 + m_2)l_1}$, $n_2^2 = \frac{g}{l_2}$, $\gamma_{12}^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$.



55.13- масалага



55.14- масалага

55.13. Қўш физик маятник қўзғалмас горизонтал O_1 ўқ атрофида айланувчи $2a$ узунлик ва P_1 оғирликдаги бир жинсли тўғри чизиқли O_1O_2 стержендан ва ўзининг массалар марказида биринчи стерженнинг O_2 учига шарнирли бириктирилган, бир жинсли, P_2 оғирликдаги тўғри чизиқли AB стержендан иборат. Агар бошланғич пайтда O_1O_2 стержень вертикалга нисбатан φ_0 бурчакка оғдирилган, AB стержень эса вертикал ҳолатда турган ва бошланғич ω_0 бурчак тезликка эга бўлса, системанинг ҳаракати аниқлансин.

Жавоб: $\varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{3}{4} \frac{P_1 + 2P_2}{P_1 + 3P_2} \frac{g}{a}} t$;

$\psi = \omega_0 t$, бунда ψ орқали AB стерженнинг вертикал йўналиш билан ҳосил қилган бурчаги белгиланган.

55.14. Оғирлиги P бўлган AB стержень A ва B учларидан иккита бир хил a узунликдаги чўзилмас иплар билан шифтга осиб қўйилган. AB стерженга иккита бир хил b узунликдаги чўзилмас иплар билан Q оғирликдаги CD балка осилган. Тебранишлар вертикал текисликда содир бўлади деб ҳисоблаб, бош тебранишлар частотаси топилсин. Ипларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

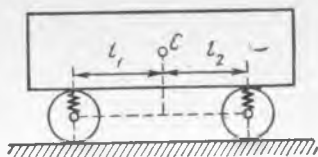
Жавоб: $k_{1,2}^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2 \mp \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2 \gamma_{12}^2}}{2(1 - \gamma_{12}^2)}$,

бунда $n_1^2 = \frac{g}{a}$, $n_2^2 = \frac{g}{b}$, $\gamma_{12}^2 = \frac{Q}{P+Q}$.

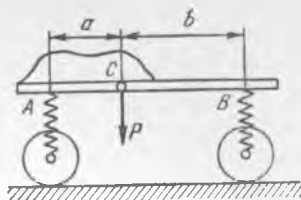
55.15. Темир йўл вагонининг ўрта вертикал текислигидаги тебранишлари текширилсин; вагон рессористи қисмининг оғирлиги Q , массалар марказидан ўқлар орқали ўтказилган вертикал текисликларгача бўлган масофалар $l_1 = l_2 = l$, вагон ўқларига параллел бўлган марказий ўққа нисбатан инерция радиуси ρ ; иккала ўқ рессораларининг бикирлиги бир хил: $c_1 = c_2 = c$.

Жавоб: $x = A \sin(k_1 t + \alpha)$, $\psi = B \sin(k_2 t + \beta)$,

бунда x — вагон массалар марказининг вертикал силжиши, ψ — вагон полининг горизонтал билан ҳосил қилган бурчаги; A, B, α, β — интеграллаш ўзгармаслари; $k_1 = \sqrt{\frac{2cg}{Q}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{2cg l^2}{Q\rho^2}}$.



55.15- масалага



55.16- масалага

55.16. A ва B нуқталарда бир хил c бикирликдаги иккита рессораларга таяниб турган P оғирликда юкланган платформанинг кичик эркин тебранишлари текширилсин. Платформанинг юки билан биргаликдаги C массалар маркази AB тўғри чизиқда бўлиб, $AB = a$ ва $CB = b$. Платформа, ўзининг массалар марказига вертикал пастга томон йўналган v_0 бошланғич тезлик бериш йўли билан мувозанат ҳолатидан чиқарилган. Бошланғич пайтда массалар маркази мувозанат ҳолатидан олмаган. Рессоралар массалари ва ишқаланиш кучлари ҳисобга олинмасин. Платформанинг массалар марказидан ўтадиган горизонтал кўндаланг ўққа нисбатан инерция моменти $I_C = 0,1(a^2 + b^2) \frac{P}{g}$ га тенг. Тебранишлар вертикал текисликда содир бўлади. Умумлашган координаталар сифатида массалар марказининг мувозанат ҳолатидан пастга томон оғиши — y билан платформанинг массалар маркази атрофидаги бурилиш бурчаги — ψ қабул қилинсин.

$$\text{Жавоб: } y = \frac{v_0}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \left(\frac{1}{k_1} \sin k_1 t - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 k_2} \sin k_2 t \right),$$

$$\varphi = \frac{v_0 \alpha_1}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \left(\frac{1}{k_1} \sin k_1 t - \frac{1}{k_2} \sin k_2 t \right),$$

$$k_{1,2}^2 = \frac{6cg}{P} \left(1 \mp \sqrt{1 - 0,278 \frac{(a+b)^2}{a^2 + b^2}} \right),$$

$$\alpha_1 = \frac{2c - \frac{P}{g} k_1^2}{c(b-a)}, \quad \alpha_2 = \frac{2c - \frac{P}{g} k_2^2}{c(b-a)}.$$

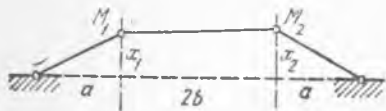
55.17. Тележка платформаси A ва B нуқталарда бир хил c бикирликка эга бўлган иккита рессораларга таянади; рессоралар ўқлари орасидаги масофа $AB = l$; платформанинг C массалар маркази платформанинг симметрия ўқи бўлган AB тўғри чизиқда A нуқтадан $AC = a = \frac{l}{3}$ масофада ўрнашган (55.16- масалага берилган расмга қаранг). Платформанинг массалар марказидан AB тўғри чизиққа тик бўлиб ўтадиган ва платформа текислигида ётадиган ўққа нисбатан инерция радиуси $0,2 \cdot l$ га тенг деб қабул қилинсин; платформа оғирлиги Q га тенг. Платформанинг ўз массалар марказига плат-

форма текислигига тик қилиб қўйиладиган зарба оқибатида вужудга келадиган кичик тебранишлари топилинсин. Зарба импульси S га тенг.

Жавоб: платформа массалар марказининг вертикал силжиши z масаланинг шартида кўрсатилган ўқ атрофидаги бурилиш бурчаги φ бўлсин (бу ва бошқа координаталар платформа массалар марказининг мувозанат ҳолатидан бошлаб ҳисобланади); қуйидагиларни топамиз:

$$z = \sqrt{\frac{g}{cQ}} S \left(0,738 \sin 1,330 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t + 0,00496 \sin 3,758 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t \right),$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{g}{cQ}} S \left(0,509 \sin 1,330 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t - 0,180 \sin 3,758 \sqrt{\frac{cg}{Q}} t \right).$$



55.18- масалага

55.18. Ҳар бирининг массаси m бўлган иккита M_1 ва M_2 моддий нуқталар, $2(a+b)$ узунликда тортилган ишнинг учларидан бир хил масофаларда унга симметрик равишда маҳкамланган; ишнинг тараңглик кучи p га тенг. Бош теб-

ранишлар частоталари аниқлансин ва бош координаталар топилинсин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{p}{ma}}, k_2 = \sqrt{\frac{p}{m} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]}.$

Бош координаталар: $\theta_1 = \frac{1}{2} (x_1 + x_2), \theta_2 = \frac{1}{2} (x_2 - x_1).$

55.19. Ботиқ томони юқорига қараган силлиқ сиртда мувозанат ҳолати атрофида тебранувчи оғир моддий нуқтанинг кичик тебранишлари частоталари аниқлансин; сиртнинг мувозанат ҳолатга тўғри келадиган нуқтасидаги эгрилигининг бош радиуслари ρ_1 ва ρ_2 га тенг.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{g}{\rho_1}}, k = \sqrt{\frac{g}{\rho_2}}.$

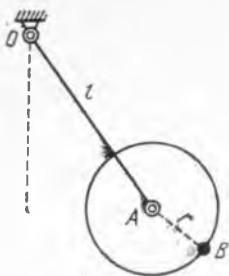
55.20. Оғир моддий нуқтанинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишларининг частоталари аниқлансин; бу моддий нуқтанинг мувозанат ҳолати шу нуқтадан ўтган вертикал ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи сиртнинг энг пастки нуқтасига мос келади. Сиртнинг энг пастки нуқтасидаги эгрилигининг бош радиуслари ρ_1 ва ρ_2 га тенг.

Жавоб: кичик тебранишларнинг частоталари

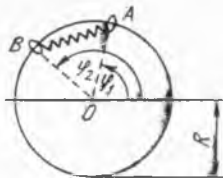
$$k^4 - \left[2\omega^2 + \frac{g}{\rho_1} + \frac{g}{\rho_2} \right] k^2 + \left(\omega^2 - \frac{g}{\rho_1} \right) \left(\omega^2 - \frac{g}{\rho_2} \right) = 0$$

тенгламининг илдизларидир.

55.21. Радиуси r ва массаси M бўлган бир жинсли доиравий диск қўзғалмас горизонтал ўқ атрофида айлана оладиган l узунликдаги OA стерженга шарнир воситасида боғланган. Диск айланасига m массали B моддий нуқта бириктирилган. Системанинг эркин тебранишлари частоталари аниқлансин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин. Диск, OA стерженнинг тебраниш текислигида айлана олади.



55.21- масалага



55.22- масалага



55.23- масалага

Жавоб: эркин тебранишларнинг частоталари

$$k^4 - \frac{M+m}{M+3m} \left[1 + 2 \frac{m}{M} \frac{r+l}{r} \right] \frac{g}{l} k^2 + \frac{2m(M+m)}{M(M+3m)} \frac{g^2}{lr} = 0$$

тенгламанинг илдизларидир.

55.22. Текислиги горизонтал бўлган R радиусли сим айланага бикирлиги c ва зўриқмай турган ҳолатидаги узунлиги l_0 га тенг пружинна билан бириктирилган иккита бир хил ҳалқача илинган. Ҳалқачаларни m массали моддий нуқталар сифатида қабул қилиб, уларнинг ҳаракати аниқлансин. Бошланғич пайтда $\varphi_1=0$, B ҳалқача эса ўзининг мувозанат ҳолатидан $2R\beta$ ёй узунлиги қадар оғган деб қабул қилинсин. Ҳалқачаларнинг бошланғич тезликлари нолга тенг.

Жавоб: $\varphi_1 = \beta (1 - \cos kt)$, $\varphi_2 = 2\alpha + \beta (1 + \cos kt)$,

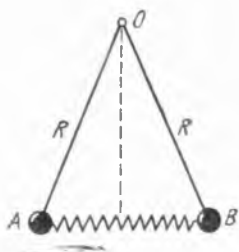
$$\alpha = \arcsin \frac{l_0}{2R}; R = \sqrt{\frac{2c}{m}} \cos \alpha.$$

55.23. Оғирлиги P_1 бўлган вертикал ҳаракатланувчи A ползунга c бикирликдаги пружинанинг учи бириктирилган; ползунга осиб қўйилган узунлиги l га, оғирлиги P_2 га тенг математик маятникнинг кичик тебранишлари аниқлансин. Ползун ўзининг ҳаракатида тезликка пропорционал бўлган қаршиликка учрайди (b — пропорционаллик коэффициент). $b=0$ ҳолида берилган система бош частоталари ўзаро тенг бўладиган шартлар топилсин.

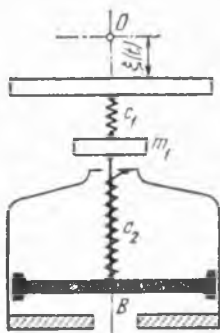
Жавоб: 1) $x = A_1 e^{-ht} \sin(\sqrt{k_1^2 - h^2} t + \varepsilon_1)$, $\varphi = A_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2)$, бунда $A_1, A_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ — интеграллаш ўзгармаслари, $h = \frac{bg}{2(P_1 + P_2)}$,

$k_1 = \sqrt{\frac{cg}{P_1 + P_2}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. 2) Агарда ($b=0$ ҳолида) $c = \frac{P_1 + P_2}{l}$ бўлса, бош частоталар бир хил бўлади.

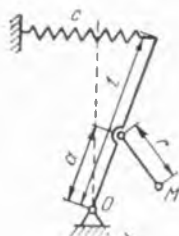
55.24. Иккита бир хил R узунликдаги қаттиқ стерженлар умумий O осилиш нуқтасига эга. Стерженлар бир-биридан мустасно равишда, вертикал текисликда осилиш нуқтаси атрофида айланиши



55.24- масалага



55.25- масалага



55.26- масалага

мумкин. Стерженнинг учларига ҳар бирининг массаси m га тенг, c бикирликдаги пружина билан бирлаштирилган иккита бир хил A ва B юклар бириктирилган. Системанинг устувор мувозанати ҳолатида пружинанинг узунлиги l га тенг. Стерженлар массаларини ҳисобга олмай, юкларнинг устувор мувозанати ҳолати атрофидаги бош тебранишларининг частоталари топилсин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{g}{R} \cos \alpha}$, $k_2 = \sqrt{\frac{2c}{m} \cos^2 \alpha + \frac{g}{R} \cos \alpha}$, бунда $\alpha = \arcsin \frac{l}{2R}$.

55.25. Берилган $\xi = \xi(t)$ қонунга мувофиқ ҳаракатланувчи платформага m_1 массада ва унга B нуқтада маҳкам бириктирилган демпфер поршенидан ташкил топган механик система, c_1 бикирликдаги пружина билан осилган. Массаси m_2 бўлган демпфер камераси бикирлиги c_2 бўлган пружинага таянади, пружинанинг иккинчи учи поршенга бириктирилган. Демпфердаги ёпишқоқ ишқаланиш поршень ва камеранинг нисбий тезлигига пропорционал; β — қаршилик коэффициент. Системанинг ҳаракат тенгламалари тузилсин.

Жавоб: $m_1 \ddot{x}_1 + \beta \dot{x}_1 - \beta \dot{x}_2 + (c_1 + c_2) x_1 - c_2 x_2 = c_1 \xi(t)$;

$$m_2 \ddot{x}_2 - \beta \dot{x}_1 + \beta \dot{x}_2 - c_2 x_1 + c_2 x_2 = 0.$$

55.26. Массаси m_1 , узунлиги l бўлган бир жинсли оғир стерженнинг қуйи учи шарнирға таянгани ҳолда, c бикирликдаги пружина билан вертикал ҳолатда тутиб турилади. Стерженнинг шарнирли учидан a масофада турган нуқтасига r узунликдаги ип воситасида m_2 массали M юк осилган. Стерженнинг вертикал ҳолатида пружина зўриқмасдан горизонтал равишда туради. Пружина қандай бикирликка эга бўлганида стержень ва юк вертикал ҳолат атрофида кичик тебранишлар қилиши мумкин? Бу тебранишлар частоталарининг тенгламаси топилсин. Ипнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $c > \frac{(m_1 l + 2m_2 a) g}{2 l^2}$, $(a_{11} a_{22} - a_{12}^2) k^4 - (a_{11} c_{22} + a_{22} c_{11}) k^2 + c_{11} c_{22} = 0$, бунда $a_{11} = \frac{m_1 l^2 + 3m_2 a^2}{3}$, $a_{12} = m_2 a r$, $a_{22} = m_2 r^2$,
 $c_{11} = c l^2 - \frac{(m_1 l + 2 m_2 a) g}{2}$; $c_{22} = m_2 g r$.

55.27. Узунлиги l , массаси m_1 бўлган бир жинсли AB балка B нуқтада c биқирликдаги пружинага, A нуқтада эса цилиндрик шарнирга таянади. Балканинг A шарнирдан a масофадаги E нуқтасига шарнир воситасида r узунликдаги стержень бириктирилган. Бу стерженга m_2 массали M юк осилган. Мувозанат ҳолатида AB балка горизонтал жойлашган. Балка ва юкнинг кичик тебранишлари тенгламалари топилсин. Стерженнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\varphi = a_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1)$, $\psi = a_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2)$, бунда $k_1' = \sqrt{\frac{3cl^2}{m_1 l^2 + 3m_2 a^2}}$, $k_2 = \sqrt{\frac{g}{l}}$, a_1 , a_2 , ε_1 , ε_2 эса интеграллаш ўзгармаслари.

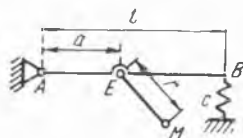
55.28. Тишли узатма орқали боғланган иккита валдан ташкил топган системанинг эркин буралма тебранишлари частоталари аниқлансин. Валларга ўрнатилган массаларнинг ва тишли ғилдирақларнинг вал ўқиға нисбатан инерция моментлари $I_1 = 875 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$, $I_2 = 560 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$, $i_1 = 3020 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$, $i_2 = 105 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$ катталикларга эга; валларнинг буралишдаги биқирлиги $c_1 = 316 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{см}$, $c_2 = 115 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{см}$; узатиш сони $z_1/z_2 = 5$; валларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = 54,8 \text{ с}^{-1}$, $k_2 = 2,38 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$.

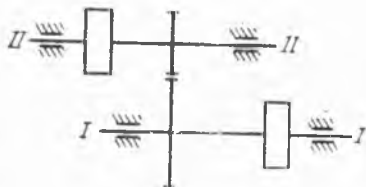
55.29. Олдинги масалада баён қилинган системанинг тишли ғилдирақлари массаларини ҳисобга олмай, буралма эркин тебранишларининг частотаси аниқлансин.

Жавоб: $k = 58,7 \text{ с}^{-1}$.

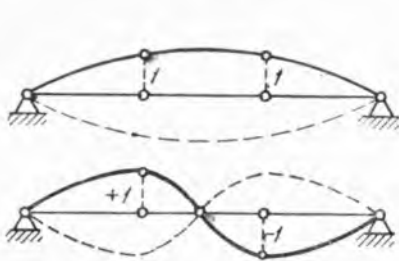
55.30. Икки таянчда эркин ётувчи l узунликдаги балкага $x = \frac{1}{3} l$ ва $x = \frac{2}{3} l$ нуқталарда Q оғирликдаги иккита тенг юклар қўйилган; балканинг бош кўндаланг тебранишлари частоталари ва шакли топилсин. Балка кўндаланг кесимининг инерция momenti I , эластиклик модули E . Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.



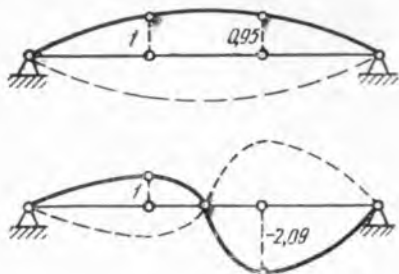
55.27- масалага



55.28- масалага



55.30- масалага



55.31- масалага

Жавоб: $k_1 = 5,69 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $k_2 = 22,04 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $\frac{A_1^{(1)}}{A_2^{(1)}} = 1$,
 $\frac{A_1^{(2)}}{A_2^{(2)}} = -1$;

бош тебранишларнинг шакллари расмларда кўрсатилган.

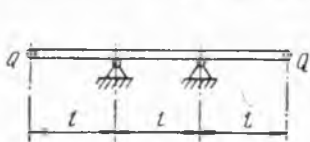
55.31. Учлари тиралган l узунликдаги балка бош кўндаланг тебранишларининг шакллари ва частоталари топилсин; балка таянчларидан бир хил $\frac{l}{3}$ масофаларда $Q_1 = Q$ ва $Q_2 = 0,5 Q$ юкларни кўтариб туради. Балка кўндаланг кесимининг инерция моменти I , эластиклик модули E . Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = 6,55 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $k_2 = 27,2 \sqrt{\frac{EIg}{Ql^3}}$, $\frac{A_2^{(1)}}{A_1^{(1)}} = 0,95$,
 $\frac{A_2^{(2)}}{A_1^{(2)}} = -2,09$;

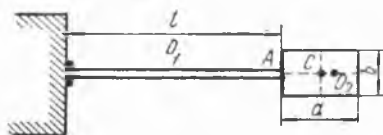
бош тебранишларнинг шакллари расмда кўрсатилган.

55.32. Икки учи таянчлардан тенг оралиқдаги l узунликка чиқиб турган, горизонтал консоль балканинг учларига бириктирилган бир хилдаги Q юклар бош тебранишларининг частоталари топилсин. Балканинг узунлиги $3l$ бўлиб, бир-биридан l масофада турувчи иккита таянчлар устида эркин ётади, балка кўндаланг кесимининг инерция моменти I ; эластиклик модули E . Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{\frac{6}{5} \frac{EIg}{Ql^3}}$, $k_2 = \sqrt{2 \frac{EIg}{Ql^3}}$.



55.32- масалага



55.33- масалага

55.33. Бир учи қўзғалмас қилиб қистирилган l узунликдаги балканинг иккинчи A учига m массали бир жинсли тўғри бурчакли пластинка бириктирилган. Система горизонтал текисликда туриб, шу текисликдаги мувозанат ҳолати атрофида эркин тебранади. $a = 0,2l$, $b = 0,1l$ деб олиб, бу тебранишларнинг шакллари ва частоталари аниқлансин. Балканинг массаси ҳисобга олинмасин.

Қўрсатма. Балканинг A учини f га эгиш ва шу нуқтада эгилган ўққа ўтказилган уринмани φ бурчакка айлантириш учун қўйилиши керак бўлган Q куч ҳамда M момент $f = pQ + sM$, $\varphi = sQ + qM$ формулалар билан аниқланади, бунда бир учи қистирилган бир жинсли балка учун $p = l^3/(3EI)$, $q = l/(EI)$, $s = l^2/(2EI)$.

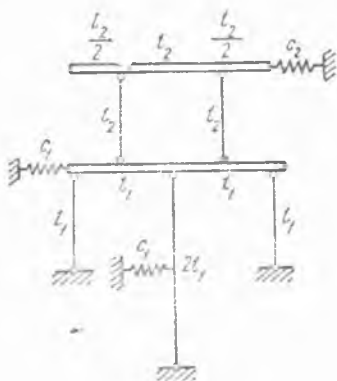
Жавоб: бош тебранишларнинг частоталари мос равишда $0,804 \sqrt{3EI/(ml^3)}$, $20,7 \sqrt{3EI/(ml^3)}$ га тенг; биринчи бош тебранишни A нуқтадан чап томонда $O_1A = 0,612l$ масофада балка ўқида ўрнашган O_1 нуқта атрофидаги, иккинчисини — балка ўқининг давомида A нуқтадан ўнг томондаги $O_2A = 0,106l$ масофада ўрнашган O_2 нуқта атрофидаги бурилиб тебраниш деб қараш мумкин.

55.34. Бошланғич пайтда тинч турган, биқирлиги c бўлган эластик вал билан бирлаштирилган дисклардан биринчисига тўсатдан M айлантирувчи момент қўйилган; дискларнинг инерция моментлари I . Валнинг массасини ҳисобга олмай, системанинг кейинги ҳаракати аниқлансин.

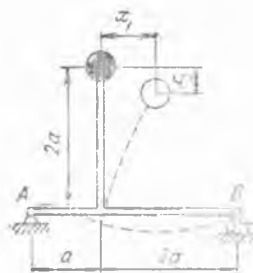
$$\text{Жавоб: } \varphi_1 = \frac{M}{4I} t^2 + \frac{M}{4c} (1 - \cos \sqrt{2 \cdot \frac{c}{I}} t),$$

$$\varphi_2 = \frac{M}{4I} t^2 - \frac{M}{4c} \left(1 - \cos \sqrt{2 \cdot \frac{c}{I}} t \right).$$

55.35. Икки ярусли шарнир-стерженлар системаси, расмда тасвирланганидек учта пружина билан вертикал ҳолатда ушлаб турилади. Стерженлар абсолют қаттиқ, бир жинсли, l узунлигининг оғирлиги G га тенг. Пружиналарнинг биқирлик коэффициентларини $c_1 = c_2 = 10G/l$ га тенг деб ҳисоблаб, система мувозанат ҳолатининг устуворлиги, шунингдек, система бош тебранишларининг f_1 ва



55.35- масалага



55.36- масалага

f_2 шакллари ҳамда частоталари аниқлансин. Пружиналарнинг массалари ҳисобга олинмасин;

$$l_1 = l_2 = l.$$

Жавоб: Устувор мувозанат; $k_1 = 0,412\sqrt{g/l}$, $k_2 = 1,673\sqrt{\frac{g}{l}}$,
 $f_1 = 1,455$, $f_2 = 3,495$.

55.36. Массаси M бўлган юк икки таянч устида эркин ётган AB балкага маҳкам боғланган устунчанинг учига бириктирилган. Кўндаланг кесимининг инерция моменти I , балка ва устунчанинг E эластиклик модулини бир хил ҳисоблаб, системанинг бош эгилиш тебранишларининг частоталари аниқлансин. Устунча ва балканинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $k_1 = 0,497\sqrt{EI/(Ma^3)}$, $k_2 = 1,602\sqrt{EI/(Ma^3)}$.

55.37. Эластик ерга ўрнатилган $m_1 = 102 \cdot 10^3$ кг массали машина фундаменти $F = 98 \sin \omega t$ қонун билан ўзгарувчи вертикал уйғотувчи куч таъсирида вертикал бўйича мажбурий тебранишлар қилади. Машина вали $\omega = 100$ рад/с бурчак тезлик билан айланганда ҳосил бўладиган резонанс тебранишларни йўқотиш учун фундаментга эластик пружиналарда турувчи оғир ром шаклидаги сўндиргич ўрнатилган. Ромнинг m массаси ва сўндиргичнинг c_2 эквивалент бикирлиги шундай танлансинки, валнинг юқорида кўрсатилган бурчак тезлигида мажбурий тебранишлар амплитудаси нолга айлانسин, сўндиргичнинг тебранишлар амплитудаси эса $A = 2$ мм дан ошмасин.

Жавоб: $m = 4,9 \cdot 10^3$ кг, $c_2 = 49 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$.

55.38. Юқорида 55.2-масалада баён этилган дисклар системасининг ўртасидаги дискка $M = M_0 \sin pt$ уйғотувчи момент таъсир этганида система мажбурий тебранишларининг тенгламалари аниқлансин.

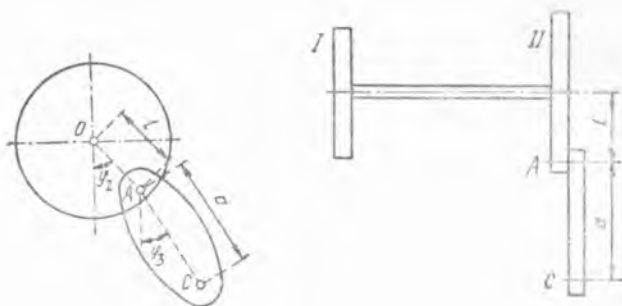
Жавоб: $\varphi_1 = \frac{M_0(c - I p^2)}{I^2(p^2 - k_1^2)(p^2 - k_2^2)} \sin pt$, $\varphi_2 = \frac{M_0 c}{I^2(p^2 - k_1^2)(p^2 - k_2^2)} \sin pt$,

бунда k_1 ва k_2 система бош тебранишларининг частоталаридир.

55.39. Оғирлиги Q_1 бўлган электромотор, қаттиқ ерга жойлаштирилган (яхлит параллелепипед шаклидаги) эластик бетон фундаментга маҳкамланган; фундаментнинг оғирлиги Q_2 , бикирлик коэффициенти c_2 га тенг. Эгилишга бикирлик коэффициенти c_1 га тенг эластик горизонтал валга P оғирликдаги ротор ўрнатилган; роторнинг валга нисбатан эксцентриситети r ; валнинг бурчак тезлиги ω га тенг. Электромотор статорининг вертикал мажбурий тебранишлари аниқлансин. Фундамент массасининг учдан бирини статор массасига қўшиш йўли билан фундамент массасининг таъсири ҳисобга олинсин.

Жавоб: $y = \frac{c_1 P g r \omega^2 \sin \omega t}{c_1 c_2 g^2 - [(c_1 + c_2)P + c_1(Q_1 + \frac{1}{3}Q_2)]g\omega^2 + P(Q_1 + \frac{1}{3}Q_2)\omega^4}$,

бунда y — статорнинг мувозанат ҳолатдан оғиши.



55.41- масалага

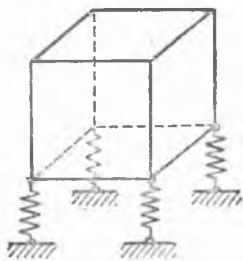
55.40. AB балканинг A нуқтасига (55.14- масалага қаранг) балканинг ҳаракат текислигида ўрнашган, OA ип билан ҳар доим тўғри бурчак ҳосил қилувчи $F = F_0 \sin pt$ (F_0 ва p ўзгармас миқдорлар) куч қўйилган. AB балка мажбурий тебранишларининг амплитудаси нолга тенг бўлиши учун унга боғланадиган CD балка осилган ипларнинг b узунликлари қанча бўлиши керак?

Жавоб: $b = g/p^2$.

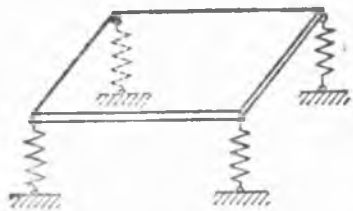
55.41. Буралма тебранишларни сўндириш учун системанинг бирор тебранувчи массасига маятник бириктирилади. Расмда ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланивчи иккита I ва II массалардан ташкил топган система схематик тасвирланган. Иккинчи массага маятник бириктирилган. Массаларнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моментлари I_1 ва I_2 ; маятникнинг система айланиш ўқиға параллел бўлиб, унинг массалар маркази орқали ўтадиган ўққа нисбатан инерция momenti I_3 . Системанинг айланиш ўқи билан маятник осилган ўқ орасидаги масофа $OA = l$; осилиш ўқи билан маятник массалар марказидан унга параллел ўтадиган ўқ орасидаги масофа $AC = a$; маятник массаси m . Массалар орасидаги вал қисмининг эластиклик коэффициенти c_1 (буралишдаги бикирлиги). Иккинчи массага $M = M_0 \sin \omega t$ ташқи момент қўйилган. Система иккала массаларининг ва маятникнинг ҳаракати дифференциал тенгламалари ёзилсин. Системанинг потенциал энергияси ифодасини тузишда оғирлик кучи майдонининг потенциал энергияси ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$, $(I_2 + ml^2) \ddot{\varphi}_2 + mal \ddot{\varphi}_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + mal \ddot{\varphi}_3^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + c_1(\varphi_2 - \varphi_1) = M_0 \sin \omega t$, $(I_3 + ma^2) \ddot{\varphi}_3 + mal \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - mal \ddot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) = 0$.

55.42. Куб шаклига эга бўлган бак ўзининг тўртта паски учлари билан тўртта бир хил пружиналарга таянади; куб томонларининг узунликлари $2a$, пружиналарининг куб томонларига параллел йўналишлардаги ўқлар бўйича бикирликлари c_x , c_y , c_z га тенг; кубнинг бош марказий ўқларга нисбатан инерция momenti I . Кичик тебранишларнинг тенгламалари тузилсин ва $c_x = c_y$ бўлганида тебранишларнинг частоталари аниқлансин. Бакнинг массаси M га тенг.



55.42- масалага



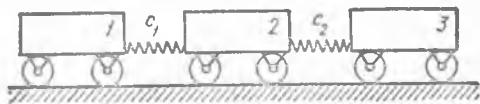
55.43- масалага

Жавоб: $M\ddot{x} + c_x x - c_x a \varphi_2 = 0$, $M\ddot{y} + c_y y + c_y a \varphi_1 = 0$, $M\ddot{z} + c_z z = 0$, $I\ddot{\varphi}_1 + c_y a y + c_y a^2 \varphi_1 + c_z a^2 \varphi_1 = 0$, $I\ddot{\varphi}_2 + c_x a^2 \varphi_2 - c_x a x + c_z a^2 \varphi_2 = 0$, $I\ddot{\varphi}_3 + c_x a^2 \varphi_3 + c_y a^2 \varphi_3 = 0$, бу ерда x, y, z —куб марказининг координаталари, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ —координата ўқларига нисбатан кубнинг бурилиш бурчаклари. Агар $c_x = c_y$ бўлса, $k_z = \sqrt{\frac{c_z}{M}}$, $k_\varphi = \sqrt{2c_x a^2/I}$, $k^4 - \frac{M(c_x + c_z)a^2 + c_z I}{M I} k^2 + c_x c_z \frac{a^2}{M I} = 0$.

55.43. Томонлари a ва b бўлган бир жинсли тўғри бурчакли горизонтал пластина ўзининг тўртта учи билан бикирлиги c бўлган тўртта бир хил пружинага таянади; пластина массаси M . Эркин тебранишларнинг частоталари аниқлансин.

Жавоб: $k_1 = \sqrt{4c/M}$, $k_2 = k_3 = \sqrt{12c/M}$.

55.44. Оғирликлари Q_1, Q_2 ва Q_3 бўлган учта юкланган темир йўл вагонлари бир-бирига тиркалган. Тиркагичларнинг бикирликлари



55.44- масалага

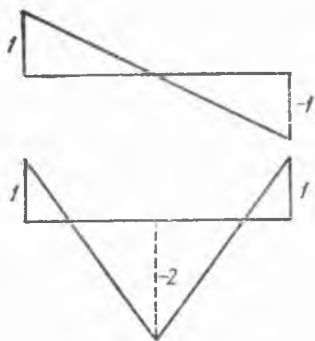
c_1 ва c_2 . Система бош тебранишларининг частоталари топилсин.

Жавоб: $k_1 = 0$, k_2 билан k_3 эса

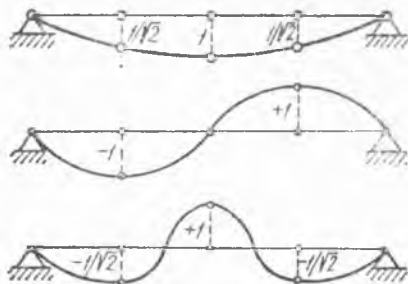
$$k^4 - g \left[\frac{c_1}{Q_1} + \frac{c_1 + c_2}{Q_2} + \frac{c_2}{Q_3} \right] k^2 + g^2 \left[\frac{c_1 c_2}{Q_1 Q_2} + \frac{c_2 c_1}{Q_2 Q_3} + \frac{c_1 c_2}{Q_3 Q_1} \right] = 0$$

тенгламанинг илдизларидир.

5.45. Олдинги масаланинг шартларига асосан вагонларнинг ҳаракат тенгламалари топилсин ва бир хил бикирликдаги $c_1 = c_2 = c$ тиркагичлар билан бирлаштирилган $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$ тенг оғирликдаги вагонлар бўлган ҳол учун бош тебранишларнинг шакллари чи-



55.45- масалага



55.46- масалага

вилсин. Бошланғич пайтда иккита вагон мувозанат ҳолатида, ўнг чеккадаги вагон мувозанат ҳолатидан x_0 катталиқка силжитилган.

Жавоб: $x_1 = \frac{x_0}{3} - \frac{x_0}{2} \cos k_2 t + \frac{x_0}{6} \cos k_3 t$, $x_2 = \frac{x_0}{3} - \frac{x_0}{3} \cos k_3 t$, $x_3 = \frac{x_0}{3} + \frac{x_0}{2} \cos k_2 t + \frac{x_0}{6} \cos k_3 t$; $k_2 = \sqrt{\frac{cg}{Q}}$, $k_3 = \sqrt{3 \frac{cg}{Q}}$.

Бош тебранишларнинг шакллари расмда тасвирланган.

55.46. Учта бир хил массани бир-биридан ва таянчлардан бир хил узоқликларда балкага бирлаштиришдан ташкил топган системанинг частоталари ва бош тебранишларининг шакллари топилсин. Балкани таянчларга эркин қўйилган деб қаралсин; балка узунлиги l , кўндаланг кесимининг инерция моменти I , эластиклик модули E .

Жавоб: $k_1 = 4,93 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$, $k_2 = 19,6 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$, $k_3 = 41,8 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}$.

Бош тебранишларнинг шакллари расмда кўрсатилган.

55.47. Бикирлиги c бўлган пружиналар билан бириктирилган n та бир хил m массададан иборат система бўйлама тебранишлар учун механик филтрни ҳосил қилади. Чапда турган массанинг илгариллама ҳаракати қонунини $x = x_0 \sin \omega t$ берилган деб ҳисоблаб, системанинг қуйи частоталар филтрити эканлигини, яъни ω частота бирор аниқ чегарадан ўтгандан кейин айрим массаларнинг мажбурий тебранишлари амплитудалари экспоненциал қонун бўйича масса номерига боғлиқ равишда ўзгариши, чегарадан ўтгунча эса гармоник қонун бўйича ўзгариши кўрсатилсин.

Жавоб: Филтър $0 < \omega < 2\sqrt{c/m}$ частотали тебранишларни ўтказди.



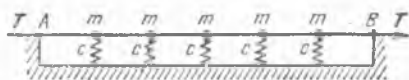
55.47- масалага



55.48- масалага



55.49- масалага



55.50- масалага

55.48. Буралма тебранишлар фильтри дисклар ўрнатилган узун вал кўринишида схемалаштирилади. Чапдаги дискнинг ҳаракат қонуни $\theta = \theta_0 \sin \omega t$ кўринишида берилган деб ҳисоблаб, системанинг мажбурий тебранишлари ва ҳар бир диск тебранишларининг амплитудалари ҳисоблансин. Дискларнинг инерция моментлари I , валнинг дисклар оралиғидаги қисмларининг бикирлиги бир хилда ва c га тенг. Олинган ечим текширилсин ва системанинг қуйи частоталар фильтри эканлиги кўрсатилсин.

Жавоб: $\theta_k = (\theta_0 \cos \mu k + C_1 \sin \mu k) \sin \omega t$, $\sin(\mu/2) = (\omega/2) \sqrt{I/c}$, бу ерда θ_k билан k —дискнинг бурилиш бурчаги белгиланган, C_1 —валнинг иккинчи учидagi чегаравий шартлардан аниқланадиган ўзгармас сон; биринчи диск ноль номерга эга; ω частота $0 < \omega < 2\sqrt{c/I}$ оралиқда бўлиши керак.

55.49. Бўйлама тебранишлар учун йўл-йўл фильтр ҳосил қилувчи механик система, ҳар бири m массада ташкил топган ва кейинги массага бикирлиги c бўлган пружина билан бирлаштирилган звенолардан тузилган. Массаларга шу пружиналар билан параллел қилиб, уларни қўзғалмас нуқталар билан боғловчи c_1 бикирликдаги пружиналар ҳам бириктирилган. Чапдаги масса бўйлама тебранишларининг қонуни: $x = x_0 \sin \omega t$ берилган. Аниқ бир чегарада ётувчи ω нинг қийматлари учун ҳар бир масса тебраниш амплитудалари масофаларга боғлиқ равишда гармоник қонун билан ўзгариши кўрсатилсин, тегишли чегаравий частоталар топилин.

Жавоб: ўтказувчи йўл-йўл соҳа

$$\sqrt{\frac{c_1}{m}} < \omega < \sqrt{\frac{c_1 + 4c}{m}}$$

оралиқ билан аниқланади.

55.50. Кўп миқдордаги m массалар, T тарангликда тортилган AB торга бир-бирига нисбатан a оралиқларда турадиган қилиб ўрнатилган бўлиб, c бикирликдаги пружиналар билан тутиб турилади. Бу система кўндаланг тебранишларнинг йўл-йўл фильтри хизматини ўтайди. Йўл-йўл фильтрнинг ўтказиш чегарасига мос келувчи частоталар аниқлансин.

Жавоб: ўтказиш соҳаси $\sqrt{\frac{c}{m}} < \omega < \sqrt{\frac{c}{m} + \frac{4T}{ma}}$ тенгсизлик

билан аниқланади.

55.51. Узунлиги nl бўлган ип вертикал ҳолатда бир учи билан осиб қўйилган ва бир-биридан a масофаларда турадиган қилиб n та

m массали моддий нуқталар билан юкланган. Ҳаракат тенгламаси тузилсин. $n = 3$ бўлган ҳол учун ипнинг кўндаланг тебранишлари частоталари топилинсин.

Жавоб: ҳаракат тенгламалари

$$\ddot{x}_k = -\frac{g}{l} [(n-k)x_{k-1} - (2n-2k+1)x_k + (n-k+1)x_{k+1}]$$

кўринишга эга, бу ерда x_k билан k номерли зарранинг кўндаланг силжиши (номерлар юқоридан бошланади) белгиланган;

$$k_1 = 0,646 \sqrt{g/l}, \quad k_2 = 1,515 \sqrt{g/l}, \quad k_3 = 2,505 \sqrt{g/l}.$$

55.52. Таранг тортилиб икки учи маҳкамланган ипга бир-бирига дисбатан l масофаларда ўрнатилган n та m массанинг эркин кўндаланг тебранишлари частоталари аниқлансин. Ипнинг таранглиги P .

Жавоб: $k = 2 \sqrt{\frac{P}{ml}} \sin \frac{\pi s}{2n}, \quad 1 \leq s \leq n-1.$

56-§. Ҳаракатнинг устуворлиги.

56.1. Узунлиги l бўлган иккита стержень ва m массали моддий нуқталардан ҳосил қилинган қўш маятник z ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи горизонтал ўққа осилган. Маятник вертикал мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин. Стерженьларнинг массалари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $\frac{g}{l\omega^2} > 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ бўлганида маятникнинг вертикал мувозанат ҳолати устувордир.

56.2. Оғир шарча $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипс шаклида эгилган силлиқ найнинг ичида бўлиб, эллипс вертикал Oz ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади (Oz ўқ пастга йўналтирилган). Шарчанинг нисбий мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $\omega^2 \leq \frac{gc}{a^2}$ бўлганда иккита мувозанат ҳолати бор: а) $x = 0, z = c$ (устувор), б) $x = 0, z = -c$ (ноустувор). $\omega^2 > \frac{gc}{a^2}$ бўлганда учта мувозанат вазияти бор: а) $x = 0, z = +c$ (ноустувор); б) $x = 0, z = -c$ (ноустувор); в) $z = \frac{gc^2}{\omega^2 a^2}$ (устувор).

56.3. Оғир шарча, $x^2 = 2pz$ парабола шаклида эгилган ва вертикал Oz ўқ атрофида ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи най ичига (Oz ўқнинг мусбат йўналиши — юқори томонга) жойлашган. Шарчанинг нисбий мувозанат ҳолати аниқлансин ва унинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $z=0$ биргина мувозанат ҳолати мавжуд; у $\omega^2 < \frac{g}{p}$ бўлганда устувор ва $\omega^2 > g/p$ бўлганда ноустувор, $\omega^2 = g/p$ да бефарқ мувозанат.

56.4. Моддий нуқта вертикал ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланувчи силлиқ текис эгри чизик бўйлаб силжий олади. Нуқтанинг $\Pi(s)$ потенциал энергияси берилган ва у нуқтанинг фақат эгри чизик бўйлаб ҳисобланадиган s ёй билан аниқланувчи ҳолатига бўғлиқ. $r(s)$ — нуқтадан айланиш ўқиғача бўлган масофа. Нуқта нисбий мувозанат ҳолатининг устуворлик шarti топилсин.

Жавоб: $\left(\frac{d^2 \Pi}{ds^2} - \frac{d}{ds} \left[mr \frac{dr}{ds} \right] \omega^2 \right)_{s=s_0} > 0,$

бундаги s_0 катталиқ $\left(\frac{d \Pi}{ds} \right)_{s=s_0} = \omega^2 \left(mr \frac{r}{ds} \right)_{s=s_0}$

тенгламадан аниқланади.

56.5. Массаси m бўлган моддий нуқта $F = ar^n$ марказий тортиш кучи таъсирида айлана бўйлаб ўзгармас тезлик билан ҳаракат қила олиши мумкинлиги кўрсатилсин ($a = \text{const}$, r — нуқтадан тортиш марказигача бўлган масофа, n — бутун сон). Бу ҳаракатнинг r координатага нисбатан устуворлик шarti топилсин.

Жавоб: $n < -3$ бўлганида ҳаракат ноустувор,
 $n > -3$ да эса ҳаракат устувор.

56.6. Қаттиқ жисм вертикал Oz ўқ атрофида ω бурчак тезлик билан айланаётган NT горизонтал ўқ атрофида эркин тебранади. G нуқта — жисмларнинг инерция маркази, NTG — жисмларнинг симметрия текислиги, OG ўқ — инерция бош ўқи, KL ўқ NT га параллел, ED ўқ O нуқта орқали ўтади ва NT ҳамда OG ларга тик. Жисмларнинг OG , KL ва ED ўқларга нисбатан инерция моментлари мос равишда C, A ва B ; h — OG кесманинг узунлиги; M — жисм массаси. Мумкин бўлган нисбий мувозанат ҳолатлари аниқлансин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

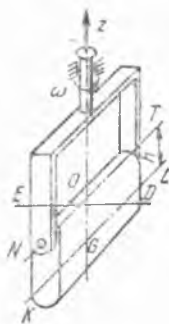
Жавоб: нисбий мувозанатнинг мумкин бўлган ҳолатларига, OG чизикнинг Oz ўқдан оғиш бурчакларининг қуйидаги қийматлари жавоб беради:

а) $\varphi = 0$, агар $B < C$ бўлса — устувор; $B > C$ ҳолда агар $\omega^2 < Mgh/(B - C)$ бўлса, у устувор ва $\omega^2 > Mgh/(B - C)$ бўлса — ноустувор.

б) $\varphi = \pi$ агар $B > C$ бўлса ноустувор; $B < C$ ҳолда агар $\omega^2 > Mgh/(C - B)$ бўлса, у устувор ва $\omega^2 < Mgh/(C - B)$ бўлса — ноустувор.

в) $\varphi = \arccos [Mgh/((B - C)\omega^2)]$ (агар $\omega^2 > Mgh/|B - C|$ бўлса мавжуд); $B > C$ бўлганида устувор ва $B < C$ бўлганида ноустувор.

56.7. Ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланаётган вертикал ўққа O универсал шарнир ёрдами



56.6- масалага



56.7- масалага

билан осилган маятникнинг нисбий мувозанат ҳолатлари аниқлансин; маятник ўзининг бўйлама ўқиға нисбатан симметрик; A ва C — унинг бош марказий инерция ўқлари ξ , η ва ζ ларға нисбатан инерция моментлари, h — маятник массалар марказидан шарниргача бўлган масофа. Маятник мувозанат ҳолатларининг устуворлиги текширилсин ва мувозанатнинг ўрта ҳолатига нисбатан тебранишларнинг даври аниқлансин.

Жавоб: мувозанат ҳолатлари ва уларнинг устуворлиги 56.6-масалаға берилган жавоблардаги формулалар билан аниқланади (уларда $B = A + Mh^2$ деб олиш керак). Тебранишлар даври

$$T = 2\pi\omega \sqrt{\frac{(A + Mh^2)(A + Mh^2 - C)}{(A + Mh^2 - C)^2\omega^4 - M^2g^2h^2}}$$

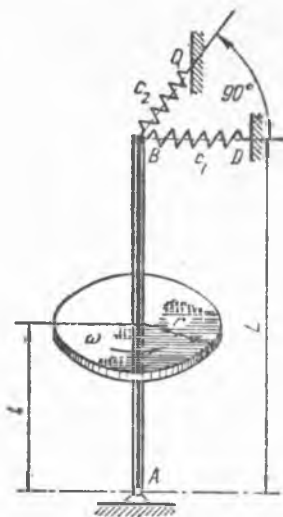
56.8. Радиуси r ва оғирлиги Q бўлган юпқа бир жинсли доиравий дискнинг вертикал симметрия ўқи A нуқта атрофида эркин айланиши мумкин. B нуқтада у иккита пружина билан ушлаб турилади. Пружиналарнинг ўқлари горизонтал ва ўзаро тик, уларнинг бикириклари мос равишда c_1 ва c_2 га тенг, бунда $c_2 > c_1$. Пружиналар диск ўқиға қуйи таянчдан L масофада бириктирилади; қуйи таянчдан дисккача бўлган масофа — l . Айланма ҳаракатнинг устуворлигини таъминлаш учун дискка берилиши керак бўлган ω бурчак тезлик аниқлансин.

Жавоб: $Ql < c_1L^2$ бўлганда ҳар қандай бурчак тезликда ҳам система устувор; $Ql < c_2L^2$ бўлганда $\omega > \omega^*$ бўлса, система устувор,

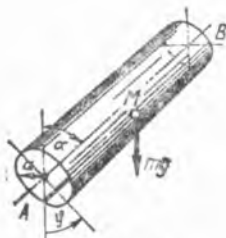
бунда $\omega^* = \frac{\sqrt{gl(r^2 + 4l^2)}}{r^2} \left\{ \sqrt{1 - \frac{c_1L^2}{Ql}} + \sqrt{1 - \frac{c_2L^2}{Ql}} \right\}$. $c_1L^2 <$

$< Ql < c_2L^2$ бўлганда ҳар қандай бурчак тезликда ҳам система устувор.

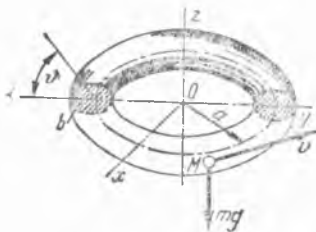
56.9. Моддий нуқта, ўқи вертикалға нисбатан α бурчакка сўган a радиусли доиравий цилиндрнинг ички сиртида оғирлик кучи таъсирида ҳаракатланади. Пастки ($\varphi = 0$) ва юқори ($\varphi = \pi$) ясовчилар



56.8- масалаға



56.9- масалаға



56.10- масалаға

бўйлаб бажариладиган ҳаракатнинг устуворлиги текширилсин. Қуйи ясовчи бўйлаб ҳаракатланишнинг тебраниш даври аниқлансин.

Жавоб: Юқори ясовчи бўйлаб ҳаракатланиши ноустувор, қуйи ясовчи бўйлаб бажариладиган ҳаракат уйғотилганда тебраниш даври

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g \sin \alpha}} \text{ бўлади.}$$

56.10. Моддий нуқта $x = \rho \cos \psi$, $y = \rho \sin \psi$. $z = b \sin \theta$, $\rho = a + b \cos \theta$ параметрик тенгламалар билан берилган торнинг ички силлиқ сирти бўйлаб ҳаракатланишга мажбур (z ўқ вертикал юқорига йўналган). Нуқтанинг θ бурчак ўзгармас бўлиши билан ҳаракатланувчи мумкин бўлган ҳаракатлари топилинсин ва уларнинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $\theta = \theta_1 = \text{const}$ қийматлар $(1 + \alpha \cos \theta_1) = -\beta \operatorname{ctg} \theta_1$ тенгламадан топилади, бунда

$$\alpha = \frac{b}{a}; \beta = \frac{g}{a \omega^2}; \psi = \omega = \text{const.}$$

Бу тенгламанинг бир-биридан катта фарқ қиладиган иккита ечими бор:

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_1 < 0, \quad \frac{\pi}{2} < \theta_2 < \pi.$$

Биринчи ечимга тўғри келган ҳаракат устувор, иккинчисига тўғри келгани — ноустувор.

56.11. Горизонтал текислик бўйлаб ω бурчак тезлик билан текис ғилдираб боровчи гардиш ҳаракатининг устуворлиги текширилсин. Гардиш текислиги вертикал, гардиш радиуси a га тенг.

Жавоб: $\omega^2 > \frac{g}{4a}$ бўлса, ҳаракат устувор.

56.12. Тўртта симметрик ўрнашган кегайи бор ғилдирак ғадирбудур текислик бўйлаб ғилдирайди. Ғилдирак текислиги вертикал. Ғилдирак гардиши ва кегайлари ингичка оғир симдан ясалган. Ғилдирак радиуси a , марказининг ҳаракат бошланишидаги тезлиги v . Ҳаракатнинг устуворлиги текширилсин.

$$\text{Жавоб: } v^2 > \frac{\pi + 2}{4 \left(\pi + \frac{4}{3} \right)} ag$$

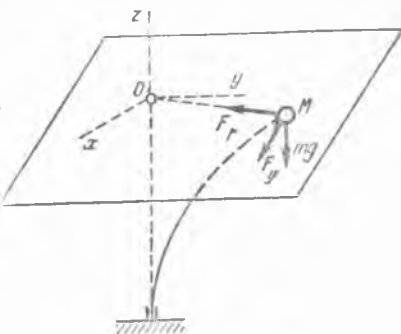
бўлганда ҳаракат устувор.

56.13. Вертикал диаметри атрофида ω бурчак тезлик билан айланувчи a радиусли бир жинсли гардиш ҳаракатининг устуворлиги текширилсин. Гардишнинг пастки нуқтаси горизонтал текисликка тегиб туради.

Жавоб: $\omega^2 > \frac{2}{3} \frac{g}{a}$ бўлганда ҳаракат устувор.

56.14. Мувозанат ҳолатидан оғдирилган m массали моддий нуқтага миқдори бўйича мазкур $OM = r = \sqrt{x^2 + y^2}$ оғишга пропор-

ционал ва шу мувозанат ҳолати томон йўналган F_r куч ҳамда бу кучга тик (ёнламасига таъсир кўрсатувчи), биринчи куч каби r оғишга пропорционал бўлган F_φ куч таъсир қилади: $|F_r| = c_{11}r$, $|F_\varphi| = c_{12}r$. Кичик тебранишлар методи билан нуқта мувозанат ҳолатининг устуворлиги текширилсин.



56.14-масалага

Кўрсатма. Қисилган ва буралган (эгилишдаги бош бикирлиги бир хил) ҳамда пастки учи маҳкамланган стерженнинг эркин учига ўрнатилган нуқтавий масса худди шундай ҳолатда бўлади. Стерженнинг тўғри чизиқли шаклига мувозанат ҳолати мос келади. c_{11} , c_{12} коэффициентлар сиқувчи куч, боровчи момент, стерженнинг узунлиги, эгилиш ва буралишдаги бикирликларга боғлиқ.

Жавоб: ноустувор мувозанат.

56.15. Олдинги масалада қўрилган нуқта ҳаракатининг устуворлигини текширишда тезликнинг биринчи даражасига боғлиқ бўлган $R_x = -\beta x$, $R_y = -\beta y$ қаршилик кучлари ҳисобга олинсин (β — қаршилик коэффициент).

Жавоб: $\beta^2 c_{11} > m c_{12}^2$ бўлганида устувор мувозанат.

56.16. Агар 56.14-масалада баён этилган стерженнинг эгилишдаги бикирликлари тенг бўлмаса, стержень учининг m массага таъсир қилувчи реакциялари $F_x = -c_{11}x + c_{12}y$, $F_y = c_{21}x - c_{22}y$ ифодалар билан аниқланади. Кичик тебранишлар методи билан мувозанатнинг устувор бўлиш шarti аниқлансин.

Жавоб: $(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_{12}c_{21} > 0$ бўлганда устувор мувозанат.

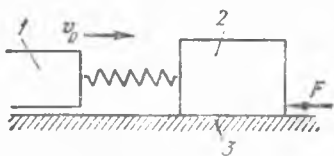
56.17. Двигатель марказдан қочма регулятори муфтасининг ҳаракат тенгламаси $m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = A(\omega - \omega_0)$ кўринишга эга, бунда x — регулятор муфтасининг силжиши, m — системанинг инерцион коэффициент, β — қаршилик коэффициент, c — регулятор пружиналарининг бикирлиги, ω — машинанинг оний, ω_0 — ўртача бурчак тезликлари, A — ўзгармас сон. Машинанинг ҳаракат тенгламаси:

$$I \frac{d\omega}{dt} = -Bx$$

(B — ўзгармас сон, I двигатель айланувчи қисмларининг келтирилган инерция моменти). Двигатель ва регулятордан ташкил топган системанинг устуворлик шarti белгилансин.

Жавоб: $AB < Ic\beta m$ бўлганда система устувор (c , β , I , A , B мусбат деб ҳисобланади).

56.18. Ўткир учи қўзғалмас чуқурчага ўрнатилган симметрик пилдиروق ўзининг вертикал жойлашган ўқи атрофида айланади. Унинг устига иккинчи симметрик пилдиروق қўйилган, у ҳам вертикал ўқ атрофида айланади. Иккинчи пилдиروق ўқининг ўткир учи



56.19- масалага



56.20- масалага

биринчи пилдироқ ўқидаги чуқурчага таянади. M ва M' — юқориги ва пастки пилдироқларнинг массалари, C ва C' — уларнинг симметрия ўқларига нисбатан инерция моментлари; A ва A' — пилдироқларнинг ўткир учларидан ўтган горизонтал ўқларга нисбатан инерция моментлари; c ва c' — пилдироқнинг тегишли ўткир учларидан массалар марказигача бўлган масофалар; h — ўткир учлар орасидаги масофа. Пилдироқнинг бурчак тезликлари — Ω ва Ω' . Системанинг устуворлик шarti топилин.

Жавоб: Агар тўртинчи даражали

$[AA' + Mh^2(A - Mc^2)]\lambda^4 + [A'C'\Omega' + C\Omega(A' + Mh^2)]\lambda^3 +$
 $+ [A(M'c' + Mh)g + (A' + Mh^2)Mcg + CC'\Omega\Omega']\lambda^2 + [C\Omega(M'c' +$
 $+ Mh)g + C'\Omega'Mcg]\lambda + MC(M'c' + Mh)g^2 = 0$ тенгламанинг ҳам-
 ма илдизлари ҳар хил ва ҳақиқий бўлса, система устувор бўлади.

56.19. Ўзгармас v_0 тезлик билан илгарилама ҳаракатланаётган 1-деталь пружина орқали ҳаракатни 2-ползунга узатади. Ползун билан 3-йўналтирувчи орасида вужудга келадиган ишқаланиш кучи ползуннинг тезлиги v га қуйидагича боғланган:

$$H = H_0 \operatorname{sign} v - \alpha v + \beta v^3,$$

бу ерда H_0 , α , β — мусбат коэффициентлар. Тезлик v_0 нинг қандай қийматларида ползуннинг текис ҳаракати устувор бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $v_0^2 > \alpha / (3\beta)$.

56.20. Бикирлиги c бўлган 3-муфта билан бирлаштирилган 1-двигатель ва 2-машинадан ташкил топган агрегат, икки массали система сифатида қаралади. Инерция моменти I_1 бўлган двигатель роторига роторнинг φ бурчак тезлигига боғлиқ бўлган M_1 момент қўйилган:

$$M_1 = M_0 - \mu_1(\varphi - \omega_0).$$

I_2 инерция моментига эга бўлган машина валига ψ бурчак тезликка боғлиқ қаршилик кучларининг моменти қўйилган.

$$M_2 = M_0 - M_2(\psi - \omega_0).$$

μ_1 ва μ_2 — коэффициентлар мусбат. Системанинг ω_0 бурчак тезлик билан айланишларидаги устуворлик шартлари аниқлансин.

Жавоб: $\mu_1 > \mu_2$, $\frac{I_2}{I_1} > \frac{\mu_2}{\mu_1}$, $c > \frac{\mu_1 \mu_2 (\mu_1 I_2 - \mu_2 I_1)}{\mu_1 I_2^2 - \mu_2 I_1^2}$.

57-§. Чизиқли бўлмаган тебранишлар

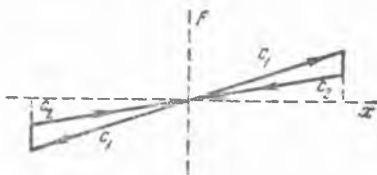
57.1. Рессораларни синновдан ўтказишда эластиклик кучи ўзгаришининг «учбурчакли» характеристикаси олинди. Рессорани мувозанат ҳолатидан оғдирилганида юқори тармоқ (c_1) характеристикага, мувозанат ҳолатига қайтишда қуйи тармоқ (c_2) характеристикага эга бўлиши ўринлидир. Бошланғич пайтда рессора статик мувозанат ҳолатидан x_0 га оғдирилган ва бошланғич тезликка эга эмас. Рессора устидаги жисмининг массаси m , рессоранинг массаси ҳисобга олинмасин; рессораларнинг бикирлик коэффициентлари c_1 ва c_2 . Тўлиқ тебранишлар даврининг биринчи ярми учун рессора эркин тебранишларининг тенгламалари ёзилсин ва тебранишларнинг T тўлиқ даври топилинсин.

Жавоб: рессоранинг статик мувозанат ҳолатига қайтишида $x = x_0 \cos k_2 t$, статик мувозанат ҳолатидан оғишида $x = -x_0 \frac{k_2}{k_1} \sin(k_1 t - \frac{\pi}{2} \frac{k_1}{k_2})$, $T = \pi(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2})$, $k_1 = \sqrt{c_1/m}$, $k_2 = \sqrt{c_2/m}$.

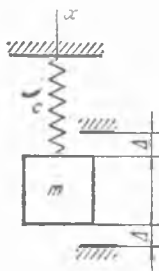
57.2. Олдинги масалада қўрилган рессора эркин тебранишлари амплитудасининг камайиш қонуни аниқлансин. Эркин тебранишларни ёзиб олишда қуйидаги кетма-кет камайиб боровчи амплитудалар қатори олинган: 13,0 мм, 7,05 мм, 3,80 мм, 2,05 мм ва җ. к. Виброграмма маълумотларига мувофиқ, тегишли юқори ва қуйи тармоқлар «учбурчакли» характеристикаларига мос келувчи бикирлик коэффициентларининг $\frac{c_1}{c_2}$ нисбати аниқлансин.

Жавоб: тебранишларнинг ҳар бир ярим даврга мос келувчи амплитудалари кетма-кетлиги махражи $\frac{k_2}{k_1}$ бўлган геометрик прогрессия қонунияти билан камайиб боради; $\frac{c_1}{c_2} = 3,4$.

57.3. Бикирлик коэффициенти c бўлган пружинада m масса тебранади. Мувозанат ҳолатидан бир хил Δ масофаларда қаттиқ тиргаклар қўйилган. Тиргакларга урилишларни бирга тенг тиклаш коэффициенти билан содир бўлади деб ҳисоблаб, ω частотали даврий тебранишларда системанинг ҳаракат қонуни аниқлансин. ω нинг мумкин бўлган қийматлари топилинсин.



57.1- масалага



57.3- масалага

Жавоб: $0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega} \left(k^2 = \frac{c}{m} \right)$ бўлганда $x = \frac{\Delta}{\sin \frac{\pi k}{2\omega}} \sin k \left(t - \frac{\pi}{2\omega} \right)$; $\omega \geq k$

57.4. Олдинги масала фақат пастки томонда тиргак бор деб ҳисоблаб ечилсин.

Жавоб: $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$ бўлганда $x = -\frac{\Delta}{\cos \frac{\pi k}{\omega}} \cos \left(\frac{\pi}{\omega} t \right)$;

$k \leq \omega \leq 2k$.

57.5. Ҳаракат тенгламаси $m \ddot{x} + F_0 \operatorname{sign} x + cx = 0$ кўринишга эга бўлган системанинг эркин тебранишлари биринчи гармоника амплитудаси уларнинг частоталари орқали ифодалансин.

Жавоб: $a_1 = \frac{4F_0}{\pi(m\omega^2 - c)}$.

57.6. Системанинг ҳаракати

$$\ddot{x} + (\dot{x}^2 + k^2 x^2 - \alpha^2) \dot{x} + k^2 x = 0$$

тенглама билан ёзилади. Системада вужудга келадиган автотебраниш процессининг амплитудаси аниқлансин; унинг устуворлиги текширилсин.

Жавоб: $a = \frac{\alpha}{k}$; автотебранишлар катта устуворликка эга.

57.7. 56.19-масалада кўрилган системада $k = \sqrt{c/m}$ частотали гармоник тебранишларга яқин автотебранишлар вужудга келадиган шартлар топилсин, бунда c — пружинанинг бикирлик коэффициенти, m — ползун массаси. Бу автотебранишларнинг амплитудалари тақрибий аниқлансин.

Жавоб: $0,8 \frac{\alpha}{3\beta} < v_0^2 < \frac{\alpha}{3\beta}$, $a^2 \approx \frac{4}{k^2} \left(\frac{\alpha}{3\beta} - v_0^2 \right)$.

57.8. 56.19-масалада кўрилган системада $v \geq 0$ бўлганида H ишқаланиш кучи ўзгармас ва H_2 га тенг, $v = 0$ бўлганида эса H_1 га (тинч ҳолатдаги ишқаланиш) тенг деб, автотебранишларнинг даври аниқлансин. Ползуннинг массаси m , пружинанинг бикирлик коэффициенти c деб қабул қилинсин.

Жавоб: $T = t_1 + \frac{1 + \alpha^2}{k\alpha} (1 - \cos kt_1)$, бу ерда $\alpha = \frac{(H_1 - H_2)k}{cv_0}$,

$k = \sqrt{\frac{c}{m}}$, t_1 эса $\alpha \sin kt_1 = \cos kt_1 - 1$ тенгламанинг энг кичик илдизи.

57.9. m масса қўзғалмас асосга бикирлиги c бўлган пружина ва қуруқ ишқаланишли демпфер билан боғланган, демпфер қаршилик кучининг катталиги тезликка боғлиқ эмас ва H га тенг. Мувоzanат

ҳолатидан бир хил Δ масофаларда қаттиқ тиргаклар ўрнатилган. Тиргакларга урилиш, бирга тенг тиклаш коэффиценти билан содир бўлади ҳамда $F \cos \omega t$ мажбур этувчи куч ω/s частотага эга бўлган (s — бутун сон) субгармоник резонанс тебранишларини вужудга келтирмайди деб ҳисоблаб, H нинг қиймати аниқлансин.

Қўрсатма: Системанинг ω/s частотали эркин тебранишларга яқин даврий режимлари мавжуд бўладиган шартлар аниқлансин.

Жавоб: s жуфт сон бўлганда $H > 0$; тоқ s учун $H > F \frac{\omega k}{|k^2 - \omega^2|} \times$
 $\times \operatorname{ctg} \frac{\pi s k}{2 \omega} \left(\frac{\omega}{s} > k \right).$

57.10. Горизонтал текислик бўйлаб сирғанмасдан юмаловчи доиравий бир жинсли цилиндрнинг маркази қўзғалмас O нуқтага пружина билан бириктирилган; цилиндр — диск мувозанат ҳолатда бўлганида O нуқта диск маркази билан бир вертикалда туради. Цилиндрнинг массаси m га, пружинанинг бикирлик коэффиценти c га тенг. Мувоzanат ҳолатида пружина деформацияланмаган ва узунлиги l га тенг. Ҳаракат тенгламаларида кучишнинг учинчи даражасига боғлиқ ҳадларни сақлаб қолиб, цилиндрнинг мувозанат ҳолати атрофидаги кичик тебранишлари даврининг a амплитудага боғлиқлиги аниқлансин.

Жавоб: $T = 4l \sqrt{6 \frac{m}{c}} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^4 - x^4}} = 4 \sqrt{3} \sqrt{\frac{m}{c}} \frac{l}{a} K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$

бунда K — биринчи тур тўлиқ эллиптик интеграл.

57.11. Ҳаракати $\ddot{x} + k^2 x = \mu \{(\alpha^2 - x^2) \dot{x} - \gamma x^3\}$ тенглама билан аниқланадиган системада вужудга келадиган автотебранишларнинг a амплитудаси ва даври кичик параметрлар методи билан аниқлансин.

Жавоб: $a = 2\alpha$, $T = \frac{2\pi}{k} \left(1 - \frac{3\mu\gamma\alpha^2}{2k^2} \right).$

57.12. Маятникнинг фақат бир йўналишда таъсир этадиган қаршилиги ва ўзгармас моменти бўлган муҳитдаги ҳаракат тенгламаси

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &> 0 \text{ да, } \ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi = M_0, \\ \ddot{\varphi} &< 0 \text{ да, } \ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi = 0 \end{aligned}$$

кўринишга эга, бу ерда h , k ва M_0 — ўзгармас миқдорлар. $(2h/k) \ll 1$, $(M_0/k^2) \ll 1$ деб ҳисоблаб, маятникнинг барқарор ҳаракатини аниқлаш учун секин алмашинувчи коэффицентлар методи қўлланилсин.

Жавоб: Устувор автотебранишлар. $(\varphi, \dot{\varphi})$ текисликда циклнинг лимит ҳолатидаги ρ радиуси $\frac{1}{hT} \frac{M_0}{k^2}$ га тенг, бу ерда $T = \frac{\pi}{k}$.

57.13. Олдинги масалада нуқтавий алмаштиришлар методини қўллаб, алмаштиришнинг қўзғалмас нуқтаси топилсин.

Жавоб: $\varphi_0 = \frac{M_0}{k^2} \cdot \frac{1}{1 - e^{-hT}}$, $\dot{\varphi}_0 = 0$.

Назарий механиканинг эҳтимолликка оид масалалари

Бу бобда келтирилган статика ва кинематиканинг эҳтимоллик масалалари тенгсизликларнинг бажарилиш эҳтимоллигини бу тенгсизликларга кирувчи параметрлар билан боғловчи муносабатлардан фойдаланишга асосланади. Агар u — тасодифий сон, унинг учун маълум бўлган сонлар m_u — математик кутилма эҳтимоли (ўрта қиймати) ва σ_u — ўрта квадратик четланиш бўлса, у ҳолда u катталикнинг $(-\infty, a)$ интервалда бўлиш эҳтимоли α , бошқача айтганда, $u < a$ тенгсизликнинг бажарилиш эҳтимоллиги қуйидаги усулда аниқланади:

$\alpha = p\{u < a\} = F(\xi)$, $\xi = \frac{a - m_u}{\sigma_u}$, бунда $F(\xi)$ — нормалаштирилган тақсимот функцияси. Гаусс тақсимои учун $F(\xi)$ қийматлари 1-жадвалда келтирилган.

1-жадвал

ξ	-4,0	-3,5	-3,0	-2,5	-2,0	-1,5	-1,0	-0,5	0,0
$F(\xi)$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,006	0,023	0,067	0,159	0,309	0,500
ξ	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	
$F(\xi)$	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999	0,9998	0,99997	

$u > a$ тенгсизликнинг бажарилиш эҳтимоллиги қуйидагича аниқланади: $\beta = p\{u > a\} = 1 - F(\xi)$. Гаусс тақсимоида a эҳтимолликнинг берилган қийматларига мос келувчи ξ аргументнинг қийматларини аниқлаш учун 2-жадвалдан фойдаланиш қулай.

2-жадвал

$F(\xi)$	0,0005	0,001	0,005	0,010	0,050	0,100	
ξ	-3,4	-3,1	-2,6	-2,3	-1,6	-1,3	
$F(\xi)$	0,500	0,900	0,950	0,990	0,995	0,999	0,9995
ξ	0,0	1,3	1,6	2,3	2,6	3,1	3,4

u катталикнинг (a, b) интервалда бўлишининг эҳтимоллиги $p(a < u < b) = F(\xi_2) - F(\xi_1)$, $\xi_1 = \frac{a - m_u}{\sigma_u}$, $\xi_2 = \frac{b - m_u}{\sigma_u}$ ифода билан аниқланади.

u катталикнинг (a, b) интервалга тушмаслигининг эҳтимоли $p(u < a) + p(u > b) = 1 - F(\xi_1) - F(\xi_2)$ га тенг.

Агар $p(u < a) = p(u > b) = \frac{1 - \alpha}{2} = \beta$ бўлса, (a, b) симметрик интервал дейилади. Агар u тасодифий миқдор m_{ui} аниқ математик кутилмаси ва σ_{ui} ўрта квадратик четланишли ўзаро боғлиқ бўлмаган u_i статистик тасодифий миқдорларнинг чизикли комбинацияси бўлса: $u = \sum_{i=1}^n c_i u_i$, унда u тасодифий миқдорнинг m_u математик кутилмаси ва σ_u ўрта квадратик четланишлари қуйидагича аниқланади:

$$m_u = \sum_{i=1}^n c_i m_{ui}, \quad \sigma_u^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 \sigma_{ui}^2.$$

Агар u нинг u_i га боғлиқлиги чиқиқли бўлмаса:

$u = \varphi(u_1, \dots, u_n)$, лекин u_i миқдорларнинг уларнинг m_{ui} математик кутилмаларидан четланишлари кичик бўлса, боғлиқликни чиқиллаштириш керак. Унда

$$m_u \approx \varphi(m_{u1}, \dots, m_{un}), \quad \sigma_u^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_i} \right)_0^2 \sigma_{ui}^2.$$

Системанинг тасодифий таъсирлар билан боғлиқ тебранишларига доир масалалар ечилаётганида тасодифий процесслар назариясининг асосий муносабатларидан фойдаланилади. Агар ҳолати $q(t)$ умумлашган координата билан аниқланадиган чиқиқли динамик системага стационар тасодифий мажбур этувчи $Q(t)$ куч таъсир этаётган бўлса, мажбурий тебранишларнинг барқарор режими $q(t)$ умумлашган координатанинг $S_q(\omega)$ спектрал зичлиги билан характерланади; зичлиكنинг ўзи қуйидагича аниқланади: $S_q(\omega) = [A(\omega)]^2 S_Q(\omega)$.

Бу ерда $S_Q(\omega)$ мажбур этувчи $Q(t)$ кучнинг спектрал зичлиги, $A(\omega)$ эса системанинг амплитуда — частота (резонанс) характеристикасидан иборат. Умумлашган координатанинг барқарор урта квадратик четланишининг квадрати

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_q(\omega) d\omega$$

интеграл сифатида аниқланади. Агар $S_q(\omega)$ спектрал зичлик

$$S_q(\omega) = \frac{b_0^2 \omega^2 + b_1^2}{c_0^2 \omega^4 + c_1^2 \omega^2 + c_2^2}, \quad (1)$$

қўринишдаги каср — рационал функция бўлган ҳолда

$$\sigma_q^2 = \frac{b_0^2 c_2 + b_1^2 c_0}{2c_0 c_2 \sqrt{c_1^2 + 2c_0 c_2}}. \quad (2)$$

Мажбур этувчи кучнинг гаусс тақсимоотида $(0, T)$ вақт оралигидаги $q(t)$ процесснинг b катталиқдан кейингиларини ташлашларнинг ўртача сони қуйидагича билан аниқланади:

$$m_T = \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_q} \exp \left\{ -\frac{(b - m_q)^2}{2\sigma_q^2} \right\},$$

бундаги m_q — $q(t)$ процесснинг математик кутилмаси (ўртача ғиймати), σ_v эса $q(t)$ процесс ҳосиласининг

$$\sigma_v^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_q(\omega) d\omega$$

интеграл билан аниқланадиган ўрта квадратик четланиши. Интеграл остидаги ифода (1) қўринишда бўлса, σ_v^2 миқдор (2) формула билан топилади.

58-§. Статиканинг эҳтимолликка оид масалалари

58.1. Радиуси $R = 0,5$ м ва массаси $m = 800$ кг бўлган ғалтак қаттиқ тўсиққа тиралиб туради. Тўсиқнинг h баландлиги турлича бўлиши мумкин; h ни гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор деб қаралади, шу билан бирга унинг математик кутилмаси $m_h = 0,1$ м га тенг, ўрта квадратик четланиши $\sigma_h = 0,02$ м га тенг. $Q_1 = 4900$ Н горизонтал кучни қўйиш тўсиқни ошиб ўтиш учун етарли бўлишининг α_1 эҳтимоллиги аниқлансин. $Q = Q_2$ кучнинг қандай қийматида тўсиқни ошиб ўтиш эҳтимоллиги $\alpha_2 = 0,999$ га тенг бўлиши аниқлансин.

Жавоб: $\alpha_1 = 0,16$, $Q_2 = 8300$ Н.

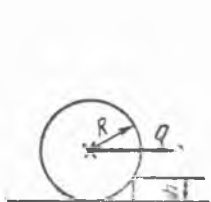
58.2. Баландлиги $h = 5$ м, қалинлиги $a = 1,1$ м бўлган ўзгармас кесимли вертикал таянч девор сатҳи турлича бўла оладиган сувнинг гидростатик босими билан юкланган. Девор материалининг зичлиги $2,2$ т/м³. Девор асосидан сувнинг сатҳигача ҳисобланган H баландликнинг математик кутилмаси $m_H = 3,0$ м, ўртача квадратик четланиши $\sigma_H = 0,5$ м ва гаусс тақсимоти қонунига бўйсунадиган тасодифий миқдор деб ҳисоблаб, деворнинг ағдарилиб кетиши эҳтимоллиги аниқлансин. Шунингдек, деворнинг ағанаб кетиши эҳтимоллиги $3 \cdot 10^{-5}$ дан ошиб кетмайдиган бўлиши талаб қилинганида девор қалинлигининг йўл қўйиладиган энг кичик қиймати аниқлансин.

Жавоб: 0,001; 1,5 м.

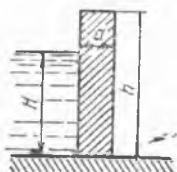
58.3. Чўзувчи P куч таъсирида бўлган икки детални бирлаштириб турувчи болт тортқичга қўйилиши зарур бўлган Q куч деталларнинг бир-бирига нисбатан сирғаниши эҳтимоли $5 \cdot 10^{-4}$ бўлиши керак деб, аниқлансин. P куч ва деталлар орасидаги f ишқаланиш коэффициентини турли қийматларни олиши мумкин; уларни гаусс тақсимоти қонунига мос келадиган эркин тасодифий миқдорлар деб қаралади, шу билан бирга уларнинг математик кутилмалари, мос равишда $m_P = 2000$ Н, $m_f = 0,1$, ўрта квадратик четланишлари эса $\sigma_P = 200$ Н, $\sigma_f = 0,02$ деб олинади.

Жавоб: $Q = 63000$ Н.

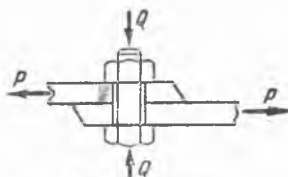
58.4. Массаси $m = 200$ кг бўлган юк ғадир-будур қня текислик устида турибди. Текисликнинг қиялиги ва сирғаниб ишқаланиш коэффициенти турлича бўлишлари мумкин. Текисликнинг горизонтга нисбатан қиялик бурчаги γ ва f ишқаланиш коэффициентини гаусс тақсимотига эга эркин тасодифий миқдорлар деб ва уларнинг математик ку-



58.1- масалага



58.2- масалага



58.3- масалага

тилмалари мос равишда $m_y = 0$ ва $m_x = 0,2$, ўрта квадратик четланишлари эса, мос равишда $\sigma_y = 3^\circ$ ва $\sigma_x = 0,04$ деб ҳисобланади. Юқини текислик бўйлаб $0,999$ эҳтимоллик билан силжитишга етарли бўлган Q горизонтал кучнинг қиймати аниқлансин.

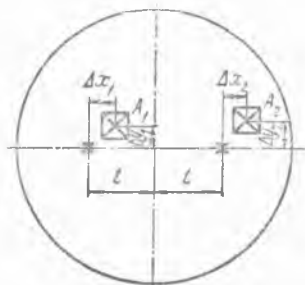
Қўрсатма: $\cos \gamma \approx 1$ деб ҳисоблансин.

Жавоб: $Q = 780$ Н.

58.5. Радиуси $R = 1$ м бўлган бир жинсли доиравий диск марказидан l масофада r радиусли юмалоқ тирқиш қирқиб олинган. l ва r катталиклар турли қийматларни қабул қилишлари мумкин, улар гаусс тақсимотига бўйсунадиган тасодифий эркин миқдорлар деб ҳисобланади. Уларнинг математик кутилмалари мос равишда $m_l = 0,1$ м ва $m_r = 0,05$ м, ўрта квадратик четланишлари эса, $\sigma_l = 0,01$ м ва $\sigma_r = 0,005$ м. Диск марказига нисбатан массалар маркази сурилишининг шундай қиймати топилсинки, бу сурилишдан ошиб кетишнинг эҳтимоли $0,001$ ни ташкил қилсин. Массалар марказининг сурилиши нфодасида l ва r миқдорларнинг четланишларини уларнинг математик кутилмаларига кўпайтирилган ҳадлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $4,2 \cdot 10^{-4}$ м.

58.6. Массаси 1000 кг ли мувозанатлаштирилган роторда иккита бир хил типдаги A_1 ва A_2 деталлар айланиш ўқиға нисбатан симметрик равишда бириктирилган. Улар M_1 ва M_2 массаларининг номинал қиймат (математик кутилма) ларидан ΔM_1 ва ΔM_2 тасодифий четланишлари ва деталлар массалар марказларининг ротор ўқидан $l = 1$ м масофада турувчи бир диаметрда ётувчи нуқталарга нисбатан Δx_1 , Δy_1 , Δx_2 ва Δy_2 тасодифий миқдордаги силжишлари шунга келтирадики, роторнинг S массалар маркази деталлар билан биргаликда ўққа нисбатан сурилади. Шу туфайли массалар марказининг x_S ва y_S координаталари тасодифий миқдорлар бўлади. M_1 , M_2 , Δx_1 , Δy_1 , Δx_2 , Δy_2 тасодифий миқдорлар эркин ва гаусс қонуни бўйича тақсимланган, уларнинг математик кутилмалари мос равишда $m_{M_1} = m_{M_2} = 100$ кг, $m_{\Delta x_1} = m_{\Delta y_1} = m_{\Delta x_2} = m_{\Delta y_2} = 0$, ўрта квадратик четланишлари эса



58.6- масалага

$\sigma_{\Delta M_1} = \sigma_{\Delta M_2} = 0,5$ кг, $\sigma_{\Delta x_1} = \sigma_{\Delta y_1} = \sigma_{\Delta x_2} = \sigma_{\Delta y_2} = 3$ мм. Роторнинг деталлари билан бирга x_S ва y_S массалар марказининг координаталари учун симметрик интервалларининг чегаралари аниқлансин, ротор массалар марказининг бу нуқталарда бўлиши эҳтимоллиги $\alpha = 0,99$ га тенг.

Жавоб: $(-0,91; +0,91)$ мм.

58.7. Массаси 1000 кг бўлган бир жинсли тўғри бурчакли платформа тўртта бир хил узунликдаги бир нуқтада учрашувчи трос билан таянчга осиб қўйилган. Платформанинг осилиш нуқтасигача масофаси $h = 2$ м. Платформага тўртта кичик ўлчовли юklar ўрнатилган. Юklarнинг массалари ва ўрнашган ҳолатлари тасодифий

миқдорлар. Юкларнинг массалари ва платформа марказидан ҳисобланган тўғри бурчакли x_i ва y_i координаталари ўзаро боғлиқ эмас ва гаусс тақсимотига эга деб ҳисобланади. Ҳамма тўртта юк массасининг ҳам математик кутилмалари бир хил ва $m = 100$ кг, ўрта квадратик четланишлари ҳам бир хил ва $\sigma_m = 20$ кг. Юкларнинг координаталари нолга тенг математик кутилмаларга эга, координаталарнинг ўрта квадратик четланишлари $\sigma_x = 0,5$ м ва $\sigma_y = 0,7$ м. Юклар ўрнатилган платформа оғиш бурчаклари θ_x ва θ_y нинг шундай симметрик чегаралари аниқлансинки, бу ҳолатларда юклар ортилган платформа мувозанатда туришининг эҳтимолликлари 0,99 га тенг бўлсин. Бурчаклар кичик деб ҳисоблансин.

Жавоб: $(-11^\circ, +11^\circ), (-15^\circ, +15^\circ)$.

59-§. Кинематика ва динамиканинг эҳтимолликка оид масалалари

59.1. Самолёт оралиқларидаги масофа 1500 км бўлган бошланғич пунктдан охириг пунктга учди. Ҳар бир учиш вақтида самолётнинг учиш тезлиги v ўзгармас, лекин турли учишларда турлича қийматларга эга. Тезлик гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор, $m_v = 250$ м/с математик кутилмали ва ўрта квадратик четланиши $\sigma_v = 10$ м/с деб ҳисобланади. Учиш вақти учун эҳтимоллиги 0,999 га тенг бўлган симметрик интервал аниқлансин.

Жавоб: (5180, 6820) с.

59.2. Самолёт бошланғич пунктдан тўғри чизиқ бўйлаб учди. Бу тўғри чизиқнинг берилган тўғри чизиқли траекториядан оғиш бурчаги ψ турли учишларда турлича қийматларга эга бўлиши мумкин. ψ бурчак гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор нолга тенг математик кутилмага эга, ўрта квадратик четланиши $\sigma_\psi = 2^\circ$ га тенг деб ҳисобланади. $L = 50; 100; 200$ км масофаларда берилган траекториядан ён томонга четланиш 5 км дан ошмаслигининг эҳтимолликлари аниқлансин.

Жавоб: 0,997, 0,86, 0,52.

59.3. Поезд 15 м/с бошланғич тезлик билан қўзғалди. Тормозланишда секинланувчан ҳаракатнинг тезланиши вақт бўйича ўзгармас, лекин турли қийматларга эга бўлиши мумкин. ω тезланишини гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор, математик кутилмаси $m_\omega = -0,2$ м/с² ва $\sigma_\omega = 0,03 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ўрта квадратик четланишга эга деб ҳисобланади. Тўхтагунча ўтиладиган тормоз йўлининг математик кутилмаси ва ўрта квадратик четланиши, шунингдек, тормоз йўлининг юқори чегараси ундан ошмиш эҳтимоллиги 0,05 деб аниқлансин.

Жавоб: 540 м, 81 м, 670 м.

59.4. Нишонга отиш аниқлигини баҳолаш ҳисобларида, ўқнинг учиш тезлигини ўзгармас, ствол ўқининг тасодифий четланишлари ва ўқ тезлигининг тасодифий номинал қийматдан фарқ қилиши ҳисобга олинади. Агар ствол ўқиға аниқ йўналиш берилса, ўқнинг

учиб чиқиш тезлиги 600 м/с номинал қийматга тенг ва нишоннинг марказига аниқ тушади деб ҳисобланади. Ствол ўқишнинг берилган йўналишдан четланиш бурчаклари φ ва ψ ҳамда учиб чиқиш тезлигининг номинал қийматида Δv фарқи гаусс тақсимотига эга эркин тасодифий миқдорлар деб, нолга тенг математик кутилмаларга, шунингдек, мос равишдаги $\sigma_\varphi = \sigma_\psi = 0,5 \cdot 10^{-4}$ рад ва $\sigma_v = 75$ м/с ўрта квадратик четланишларга эга деб ҳисобланади. Нишонгача бўлган масофа $l = 50$ м. Нишонга тушишнинг, нишон марказига нисбатан 0,99 эҳтимолликка мос келадиган горизонтал ва вертикал силжишларининг симметрик интерваллари аниқлансин.

Жавоб: $(-65, +65)$ мм, $(-69, +69)$ мм.

59.5. Ер сиртидаги тўпдан снаряд отилган. Отиш бурчаги φ ва бошланғич тезлик v_0 олдиндан ҳисобланган қийматида фарқ қилиши мумкин; улар гаусс тақсимотига эга тасодифий эркин миқдорлар, математик кутилмаси ҳисобланган қийматларига тенг: $m_\varphi = 10^\circ$ ва $m_{v_0} = 1000 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ҳамда ўрта квадратик четланишлари $\sigma_\varphi = 0,1^\circ$ ва $\sigma_{v_0} = 10$ м/с деб ҳисобланади. Ҳавонинг қаршилик кучини ҳисобга олмай, 0,90 эҳтимолликка мос келувчи, снаряднинг мумкин бўлган ерга тушиш нуқталари узоқликларининг интервали аниқлансин. Учиш узоқлиги ортинининг ифодасида фақат бурчак четланишларининг ва тезликнинг ҳисобланган қийматларнинг биринчи тартибли қўшилувчилари сақлаб қолинсин.

Жавоб: $(31,0; 37,4)$ км.

59.6. Темир йўл полотноси юзасидан массалар марказигача баландлиги $h = 2,5$ бўлган вагон, оралиғи 1,5 м бўлган темир йўлнинг эгрилик радиуси $\rho = 800$ м бўлган эгри чизикли участкасида ҳаракатланади. Ташқи йўлнинг ички из юзасидан баландлиги шундай танланганки, вагоннинг $v = 20$ м/с га тенг тезлигида ғилдирақларнинг изларга кўрсатадиган босимлари бир хил бўлади. Ҳақиқатда эса, вагоннинг тезлиги турлича бўлиши мумкин. Тезлиكنи гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдорлар, математик кутилмаси $m_v = 15$ м/с ва ўрта квадратик четланиши $\sigma_v = 4$ м/с деб қабул қилинади. Ташқи ва ички изларга ғилдирақлар кўрсатадиган босим кучларининг нисбатлари, $\alpha = 0,999$ эҳтимолликда аниқланган тезликлар интервалининг юқори чегарасига мос келадиган тезлиги учун аниқлансин.

Жавоб: 1,17.

59.7. Автомобиль қиялиги бўлмаган йўлда 15 м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Тормозланишда ишқаланиш кучи вақтга нисбатан ўзгармас, лекин турли қийматларни олиши мумкин. Тормозланишнинг солиштирма ишқаланиш кучи гаусс тақсимотига эга тасодифий миқдор, унинг математик кутилмаси 1 т массага 3000 Н, ўрта квадратик четланиши 1 т массага 700 Н деб қабул қилинади. Ўрта тагунча ўтиладиган тормоз йўлининг 40 м ва 80 м дан ошиб кетиши эҳтимоллиги аниқлансин.

Жавоб: 0,45; 0,02.

59.8. Массаси M бўлган ротор, R радиусли, l узунликдаги бир жинсли цилиндрдан иборат; цилиндр валга шундай қийшайтириб ва силжитиб ўрнатилганки, унинг симметрия ўқи вал ўқидан кичик тасодифий γ бурчакка оғдирилган, подшипниклар оралиғининг ўрта-сида ўрнашган маркази эса вал ўқига нисбатан h тасодифий миқдорга сурилган. Подшипниклар орасидаги масофа $2L$. γ ва h эркин тасодифий миқдорлар, γ бурчак нолга тенг математик кутилмага, h — масофа m_h математик кутилмага ҳамда тегишлича σ_γ ва σ_h ўрта квадратик четланишларга эга деб қаралади. Роторнинг вертикал ўқ атрофидаги ω айланиш бурчак тезлигини m_ω математик кутилмага, σ_ω ўрта квадратик четланишга эга тасодифий миқдор деб қаралади. Подшипниклар реакциялари R_1 ва R_2 нинг σ_{R_1} ва σ_{R_2} ўрта квадратик четланишлари аниқлансин.

Жавоб: $\sigma_{R_1}^2 = \sigma_{R_2}^2 \approx \frac{1}{2} M^2 m_\omega^2 \left\{ m_\omega^2 \left[\sigma_h^2 + \frac{1}{8} \frac{(R^2 - l^2)^2}{L^2} \sigma_\gamma^2 \right] + 4 m_h^2 \sigma_\omega^2 \right\}$.

59.9. Массаси 1 кг, 1 м узунликдаги ипга осилган, бошланғич пайтда осилиш нуқтаси билан бир вертикалда мувозанат ҳолатда турувчи юкка таъсир вақти интервалида ўзгармай қоладиган қисқа фурсатли горизонтал куч таъсир қилади. F куч ва унинг таъсир вақти интервали τ гаусс тақсимотига эга, мос равишда $m_F = 300$ Н ва $m_\tau = 0,01$ с математик кутилмали ҳамда $\sigma_F = 5$ Н ва $\sigma_\tau = 0,002$ с ўрта квадратик четланишли эркин тасодифий миқдорлардир. Ипдаги юкнинг эркин тебранишлари амплитудаси зарба тугаганидан кейин 60° ва 90° дан ошиб кетишнинг эҳтимоллиги аниқлансин.

Жавоб: 0,46; 0,04.

59.10. Юк H баландликдан эластик пружинага тушади, пружина массасини юк массасига нисбатан ҳисобга олмаса ҳам булади. Пружинанинг юк таъсиридан статик эгилиши 2 мм. H баландлик гаусс тақсимотига эга, 1 м га тенг математик кутилмали ва 0,3 м ўрта квадратик четланишли тасодифий миқдор деб қаралади. Зарба тугайли олинадиган тезланишнинг мумкин бўлган максимал қийматлари интервалининг юқори чегараси аниқлансин, тезланишнинг бу оралиқдан топилиш эҳтимоли 0,95 га тенг.

Жавоб: 380 м/с².

59.11. Математик маятникнинг l узунлиги жуда аниқ маълум эмас. l , математик кутилмаси $m_l = 0,25$ м бўлган ва бирор σ_l ўрта квадратик четланишли гаусс тақсимотига эга тасодифий сондир. Кичик эркин тебранишлар даврларининг фарқи 0,1 % дан ошмаслиги учун σ_l нинг рухсат этиладиган қиймати 0,99 эҳтимоллик билан аниқлансин.

Жавоб: 0,19 мм.

59.12. Физик маятник горизонтал ўқ атрофида айланувчи m масали жисмдан иборат, унинг инерция моменти I , массалар марказининг ўққа нисбатан сурилиши l берилган деб ҳисобланади. Тезликка пропорционал қаршилик кучлари шундайки, маятникнинг эркин тебранишларида олдинги қулочнинг кейинги қулочга бўлган

ниобати q га тенг. Маятникнинг осилиш нуқтаси горизонтал бўйича тасодикий тебранади. Осилиш нуқтасининг ω тезланишини B^2 га тенг ўзгармас интенсивли оқ шовқин деб ҳисоблаш мумкин. Маятникнинг мажбурий тебранишларида оғиш бурчагининг барқарор ўрта квадратик қиймати, шунингдек, T вақт ичидаги ўрта квадратик қийматлардан 2 марта ошадиган миқдордаги ташлаб юбориладиган бурчакнинг ўртача сони n аниқлансин.

$$\text{Жавоб: } \sigma_{\varphi}^2 = \frac{B^2}{4q} \sqrt{\frac{ml(q^2 + \pi^2)}{l q^3}}, \quad n = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{mg l}{l}} e^{-2}.$$

59.13. Эркин тебранишлар частотаси $R = 15$ рад/с бўлган эркин тебранишларида кейинги қулочининг олдинги қулочига нисбати $m = 1,2$ га тенг бўлган физик маятникнинг осилиш нуқтаси горизонтал бўйича тасодикий тебранади. Осилиш нуқтасининг тебраниш тезлигини интенсивлиги $D^2 = 1000$ м²/с га тенг оқ шовқин деб ҳисоблаш мумкин. Маятник оғиш бурчагининг ўрта квадратик қиймати аниқлансин.

Жавоб: 23° .

59.14. Асбоб қўзғалувчан асосларда вертикал бўйича тасодикий тебранувчи чизиқли эластик амортизаторларга ўрнатилган. Асбобнинг асосга нисбатан тебранишларида қаршилиқ кучлари шундайки, эркин тебранишлар режимида олдинги қулочнинг кейингисига нисбати $m = 1,5$ га тенг. Асоснинг вертикал тебранишларидаги тезланишини интенсивлиги $B^2 = 100$ га тенг оқ шовқин деб ҳисоблаш мумкин. Асбобнинг мажбурий тебранишларида ω абсолют тезланишнинг ўрта квадратик қиймати $\sigma_{\omega} = 50$ м/с² га тенг бўлиши учун амортизаторларда турган асбобнинг эркин тебранишлари частотаси ва оғирлик кучи таъсиридан статик силжиши қандай бўлиши кераклиги аниқлансин.

Жавоб: $\omega_0 = 30$ рад/с, $\Delta = 1$ см.

59.15. Асосий элементи чизиқли пружина билан корпусга боғланган ва ёпишқоқ суюқлик ичидаги инерцион массадаги иборат чизиқли акселерометр резонанс чуққиси бўлган амплитуда-частота характеристикага эга, шу билан бирга чуққига мос келувчи частотаси $\omega_0 = 100$ рад/с га тенг, резонанс чуққисининг нисбий баландлиги ($\omega = 0$ бўлгандаги амплитуда-частота характеристикасининг қийматига нисбатан) эса 1,4 га тенг. Акселерометр характеристикаларини аниқлашда шундай натижа олинганки, агар унинг ўлчаш ўқини вертикал ўрнатилса ва кейин акселерометрни 180° га бурилса, унинг инерцион масса силжишига пропорционал бўлган чиқиш сигнали 5В га ўзгаради. Акселерометр битта ўқ бўйлаб тасодиқан тебранади қўзғалувчи асосга ўрнатилган, худди шу ўқ бўйлаб акселерометрнинг ўлчаш ўқи ҳам йўналган. Асос тебранишининг тасодикий тезланишини оқ шовқин деб фарз қилинади. Агар акселерометр чиқиш сигнали ўзгарувчи тузувчиси квадратининг ўртачалаштирилган қиймати $100B^2$ га тенг бўлса, бу оқ шовқиннинг интенсивлиги аниқлансин.

Жавоб: $B^2 = 53$ м²/с³.

59.16. Бир ўқ бўйлаб горизонтал равишда тасодифий тебранаётган битта асосга, бир хил статик характеристикаларга, лекин турли динамик хоссаларга эга бўлган учта чизиqli акселерометр горизонтал ўрнатилган. Улардан биринчиси— ω_0 хусусий частотага ва 1,2 га тенг резонанс чуққиси нисбий баландлигига, иккинчиси—ўша хусусий частота-ю, 1,6 га тенг резонанс чуққиси нисбий баландлигига, учинчиси— $2\omega_0$ хусусий частота ва биринчи акселерометрдагидек резонанс чуққиси нисбий баландлигига эга. Асос тебранишларининг тасодифий тезланишларини оқ шовқин деб ҳисоблаб, бу акселерометр чиқиш сигналлари σ_1 , σ_2 , σ_3 нинг ўрта квадратик қийматлари қанчага фарқ қилиши аниқлансин.

Жавоб: $\sigma_1^2 : \sigma_2^2 : \sigma_3^2 = 1 : 1,33 : 8$.

МУНДАРИЖА

Биринчи бўлим	4
ҚАТТИҚ ЖИСМ СТАТИКАСИ	4
I боб. Текисликдаги кучлар системаси	4
1-§. Бир тўғри чизиқ бўйлаб таъсир қилувчи кучлар	4
2-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишувчи кучлар	5
3-§. Параллел кучлар	19
4-§. Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси	29
5-§. Ишқаланиш кучлари	50
II боб. Фазодаги кучлар системаси	61
6-§. Таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишадиган кучлар	61
7-§. Кучлар системасини содда ҳолга келтириш	67
8-§. Ихтиёрий кучлар системасининг мувозанати	70
9-§. Оғирлик маркази	84
Иккинчи бўлим	90
КИНЕМАТИКА	90
III боб. Нуқта кинематикаси	90
10-§. Нуқта ҳаракатининг тенгламалари ва траекторияси	90
11-§. Нуқтанинг тезлиги	95
12-§. Нуқтанинг тезланиши	99
IV боб. Қаттиқ жисмнинг энг оддий ҳаракатлари	106
13-§. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланиши	106
14-§. Қаттиқ жисмларнинг энг оддий ҳаракатларини ўзгартириш	109
V боб. Қаттиқ жисмнинг текис параллел ҳаракати	114
15-§. Текис шаклнинг ҳаракат тенгламалари	114
16-§. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезликлари	117
Тезликлар оний маркази	117

17- §. Қўзғалмас ва қўзғалувчи центроидалар	128
18- §. Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезланишлари . .	131
Тезланишлар сний маркази	131
VI б о б. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас нуқта атрофидаги айланма ҳаракати.	
Фазовий ориентирлаш	139
19- §. Битта қўзғалмас нуқтага эга бўлган қаттиқ жисмнинг ҳаракати . .	139
20- §. Фазовий ориентирлаш; Эйлернинг кинематик формулалари ва улар- нинг модификациялари; аксоидлар	143
VII б о б. Нуқтанинг мураккаб ҳаракати	151
21- §. Нуқтанинг ҳаракат тенгламалари	151
22- §. Нуқта тезликларини қўшиш	155
23- §. Нуқта тезланишларини қўшиш	161
VIII б о б. Қаттиқ жисмнинг мураккаб ҳаракати	177
24- §. Жисмнинг ҳаракатларини қўшиш	177
а) Жисмнинг текис-параллел ҳаракатларини қў- шиш	177
б) Жисмнинг фазовий ҳаракатларини қўшиш . .	183
25- §. Нуқта ва қаттиқ жисмнинг мураккаб ҳаракатига доир аралаш маса- лалар	192
Учинчи бўлим	198
ДИНАМИКА	198
IX б о б. Моддий нуқта динамикаси	198
26- §. Берилган ҳаракатга қараб кучларни аниқлаш	198
27- §. Ҳаракатнинг дифференциал тенгламалари	207
а) Тўғри чизиқли ҳаракат	204
б) Эгри чизиқли ҳаракат	211
28- §. Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақида теорема. Мод- дий нуқта ҳаракат миқдори моментининг ўзгариши ҳақида теорема	217
29- §. Иш ва қувват	221
30- §. Моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақида теорема	223
31- §. Аралаш масалалар	229
32- §. Тебранма ҳаракат	238
а) Эркин тебранишлар	238
б) Эркин тебранишларга қаршилиқнинг таъсири	250
в) Мажбурий тебранишлар	256
г) Қаршилиқнинг мажбурий тебранишларга таъ- сири	259

33- §. Нисбий ҳаракат	261
X б о б. Моддий система динамикаси	266
34- §. Массалар геометрияси: моддий система массалар маркази, қаттиқ жисмларнинг инерция моментлари	266
35- §. Моддий система массалар марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема	273
36- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош векторининг ўзгариши ҳақидаги теорема. Туташ муҳитларга татбиқи	279
37- §. Моддий система ҳаракат миқдори бош мементининг ўзгариши ҳақида теорема. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланишининг дифференциал тенгламаси	282
38- §. Моддий система кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема	298
39- §. Қаттиқ жисмнинг текис-параллел ҳаракати	312
40- §. Гироскопларнинг тақрибий назарияси	317
41- §. Кинетостатика методи	320
42- §. Айланувчи қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға туширадиган босими	326
43- §. Аралаш масалалар	332
44- §. Зарба	336
45- §. Массаси ўзгарувчан (ўзгарувчан таркибли) нуқта ва система динамикаси	341
XI б о б. Аналитик механика	350
46- §. Мумкин бўлган кўчишлар принципи	350
47- §. Динамиканинг умумий тенгламалари	359
48- §. Лагранжнинг 2- тур тенгламалари	363
49- §. Ҳаракат интеграллари, Раусс алмаштиришлари, Гамильтоннинг каноник тенгламалари, Якоби-Гамильтон тенгламалари, Гамильтон-Остроградский принципи	383
50- §. Юмаловчи системалар. Беголоном боғланишлар	390
XII б о б. Космик учишлар динамикаси	400
51- §. Кеплер ҳаракати (марказий куч таъсиридаги ҳаракат)	400
52- §. Турли масалалар	407
XIII б о б. Система мувозанатининг устуворлиги, тебранишлар назарияси, ҳаракатнинг устуворлиги	410
53- §. Система мувозанат шартларини аниқлаш. Мувозанатнинг устуворлиги	410
54- §. Эркинлик даражаси битта бўлган системанинг кичик тебранишлари	416
55- §. Эркинлик даражаси бир нечта бўлган системанинг кичик тебранишлари	430

56- §. Ҳаракатнинг устуворлиги	447
57- §. Чизиқли бўлмаган тебранишлар	453
XIV б о б. Назарий механиканинг аҳтимоликка оид масалалари	456
58- §. Статиканинг аҳтимоликка оид масалалари	458
59- §. Кинематика ва динамиканинг аҳтимоликка оид масалалари	460

На узбекском языке

ИВАН БСЕВОЛОВИЧ МЕЩЕРСКИЙ

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

«Ўқитувчи»—Ташкент—1989

Таржимонлар: *В. Қ. Қобулов, Ш. Н. Ҳабибуллаев,
Й. Эгамбердиев*

Таржиманинг масъул муҳаррири *Қ. Б. Мўминов*

Нашриёт муҳаррирлари: *А. Ахмедов, М. Иброҳимова*

Бадний муҳаррир *Ф. Некҳадамбоев*

Муқова рассоми *Ж. Одилов*

Техн. муҳаррир *Т. Скиба*

Корректор *М. Минаҳмедова*

ИБ № 4721

Терияшга берилди 8.09.88. Босишга рухсат этилди 23.01.89. Формати 60×90/16. Тип. қоғози № 2. Гарнитура литературная. Кегли 10 шпонсия. Юқори босма усулида босилди. Шартли б. л. 29,5. Шартли кр.-отт. 29,5. Нашр. л. 30,0. Тиражи 16000. Баҳоси 1 с. 30 т.

«Ўқитувчи» нашриёти, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома № 11-177-88.

Ўзбекистон ССР нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари давлат комитети Тошкент «Матбуот» полиграфия ишлаб чиқариш бирлашмасининг Бош корхонаси. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. 1989.

Гословное предприятие ТППО «Матбуот» Государственного комитета УССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. Ташкент, ул. Навои, 30, 1989 г.

Мещерский И. В.

Назарий механикадан масалалар тўплами/Н. В. Бутенин ва бошқ. таҳр. остида: (Махсус муҳаррир Қ. Мўминов).— Тузатилган русча 36-чи нашр. тарж.— Т.: Ўқитувчи, 1989.—472 б.

Мещерский И. В. Сборник задач по теоретической механике,

ББК 22.21я73

№ 131—89

Навой номли ЎзССР

давлат кутубхонаси.

Тираж. 4000

Қарт. тиражи 8000

**«УЎҚИТУВЧИ» НАШРИЁТИ 1989 ЙИЛДА ОЛИЙ
ТЕХНИКА УЎҚУВ ЮРТЛАРИ УЧУН ҚУЙИДАГИ
КИТОБЛАРНИ НАШРДАН ЧИҚАРАДИ:**

**1. А. Аъзамов ва б. ЭҲМ ва ҲС архи-
тектураси**

**2. М. Мирҳайдаров ва б. Электротех-
ника ва электроника асослари**

**3. М. Икромов. Автоматик бошқариш сис-
темалари**

**4. М. Жабборов а. Тикувчилик ишлаб чи-
қариши технологияси**

**5. А. Воҳидов ва б. Геодезиядан луғат-
справочник**

ИБ
Тира-
ж
усул
тира:

«Уқя

Ўзбек
коми
бош

Ҳоло
но де
30, 1

