Chiziqlitenglamalarsistemasininghamjoylilikssharti.BirjinsliCHTS

Reja:

- ntanoma'lumli m tachiziqlitenglamalarsistemasiningasosiyvakengaytirilganmatritsalari.
- Kroneker-Kapelliteoremasi.
- CHTSninghamjoylilikshartlari.
- Birjinsli CHTS.

$F = < F; +, \cdot, -, ^{-1}, 0, 1 >$ maydon va maydon ustida

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$ (1) chiziqli tenglamalar sistemasi berilgan

bo'lsin.

16.1-ta'rif. (1) chiziqli tenglamalar sistemasining noma'lumlari oldidagi koeffitsientlardan tuzilgan A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$ matritsa (1) ning asosiy

matritsasi, noma'lumlar oldidagi koeffitsientlar va ozod hadlardan iborat B=
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$
matritsa (1) ning kengaytirilgan matritsasi deyiladi.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$
sistema uchun quyidagi belgilashlarni qo'llaymiz: $A^1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$, $A^2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix}$ … $A^n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$.

Natijada, $x_1\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix} + \dots + x_n\begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$ tenglamani, ya'ni

$x_1A^1 + x_2 A^2 + \dots + x_n A^n = \vec{b}$ (2) tenglamani hosil qilamiz.

16.1-teorema. (1) sistema (2) sistemagatengkuchli.

16.2-teorema (Kroneker-Kapelliteoremasi).

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

chiziqlitenglamalarsistemasihamjoylibo'lishiuchununingasosiyvakengaytirilganmatritsalariranglariningtengbo'lishizarurvayetarli.

Isboti. 1. Zarurligi. (1) sistemahamjoyli, ya'nikamidabitta $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$ yechimgaegabo'lsin. U holda

$$a_{i1}\alpha_1 + a_{i2}\alpha_2 + \ldots + a_{in}\alpha_n = b_i \quad \left(i = \overline{1, m}\right) \qquad (3)$$

to'g'risonlitengliklarhosilbo'ladi. (2) tenglikdanko'rinadiki B matritsaningoxirgi $\vec{b_i} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ustunvektorio'zidanoldingi n taustunlarniifodalovchi $\vec{a}^1, \vec{a}^2, ..., \vec{a}^n$ vektorlarningchiziqlikombinatsiyasidaniborat, ya'ni

$$\alpha_1 A^1 + \alpha_2 A^2 + \ldots + \alpha_n A^n = \vec{b}$$

ekanligikelibchiqadi. Demak, A va B matritsalarning

$$A^1, A^2, ..., A^n, \qquad (4)$$

$$A^1, A^2, ..., A^n, \vec{b} \qquad (5)$$

vertikalvektorlarisistemalariekvivalentdir.

Ekvivalentvektorlarsistemalaribirxilranggaegadeganmulohazagako'ra A va B matritsalarbirxilranggaega, ya'nir(A)=r(B) bo'ladi.

2. Yetarliligi. (1) sistemauchun r(A)=r(B)=k bo’lsin. A matritsaning, ya’ni (5) vertikalvektorlarningranginianiqlovchiqismsistemani

$A^1, A^2, \ldots, A^k$ (6)

deylik. Bmatritsaningrangihamkga tengbo’lganidan, (6) sistema (5)sistemaningrangini aniqlovchisistema bo’ladi. Uholda (5) sistemaning $\vec{b}$ vektori (6) sistema orqaliva demak, (4) sistema orqalihamchiziqliifodalanadi, ya’ni$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in F$sonlarmavjudbo’lib,

$\alpha_1 A^1 + \alpha_2 A^2 + \ldots + \alpha_n A^n = \vec{b}$ tenglikbajariladi. Bundanikkita vektorlarningtenglikshartiga ko’ra $a_{i1}\alpha_1 + a_{i2}\alpha_2 + \ldots + a_{in}\alpha_n = b_i \ \left(i = \overline{1, m}\right)$ tengliklarga ega bo’lamiz. Shundayqilib, (1) sistema $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ yechimga ega, ya’ni (1) sistema hamjoylisistema bo’ladi.

16.3-teorema. A va Blarmosravishda $F = < F; +, \cdot, -, ^{-1}, 0, 1 >$ maydonustida berilgan (1)chiziqlitenglamalarsistemasining asosiyva kengaytirilganmatritsalaribo’lsin. Uholda quyidagishartlartengkuchli:

1. (1) sistema hamjoyli.

2. *F*maydonustida (2) sistema yechimga ega.

3. $\vec{b}$ vektor Amatritsaningustunvektorlariningchiziqlikombinatsiyasidaniborat, ya’ni, $\vec{b} \in L(A^1, \ldots, A^n)$.

4. A va Bmatritsalarningustun (satr) ranglariteng.

16.1-misol. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 11x_2 + 12x_3 + 25x_4 + 22x_5 = 4 \end{cases}$ tenglamalar sistemasininghamjoyliyokihamjoysizekanligini aniqlang.

Yechish: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & -2 & 3 & -4 & 5 \\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 3 & 9 & 15 & 21 & 27 \\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22 \end{pmatrix} \sim$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22 \end{pmatrix}.$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -4 & 5 & 2 \\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 11 & 12 & 25 & 22 & 4 \end{pmatrix}.$$

Bundan, $r(A) = 2$ va $r(B) = 3$.

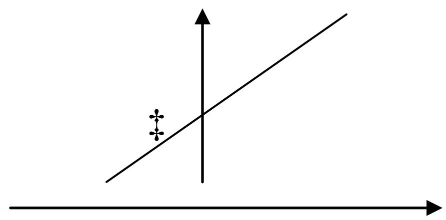
Demak, berilganchiziqlitenglamalarsistemasiningasosiyvakengaytirilganmatritsalariningsat rranglaritengemas.BundanberilganCHTSninghamjoysizekanligikelibchiqadi.

16.2-ta'rif. chiziqli tenglamalarsi stemasiga birjinslichi ziqli tenglamalar sistemasi (BCHTS) deyiladi.

16.4-teorema. $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$ (2) ko'rinishdagi n noma'lumli m ta BCHTS, m<n bo'lgandanolmasyechimgaegabo'ladi.

Masalan, $ax-by=0$ ikkio’zgaruvchilichiziqlitenglama.Uningyechimlaricheksizko’pbo’lib, ulardanbittasinolyechim, qolganlarinolmasyechimlar.Yechimlarto’plamiDekartkoordinatalartekisligidaquyidagito’g’richiziqniifodalaydi: $y=\frac{a}{b}x$

y



x

16.5-teorema. Birjinslichiziqlitenglamalarsistemasidaasosiymatritsasiningustunvektorlarisistemasichiziqlibog’liqbo’lsa, u nolmasyechimgaegabo’ladi.

16.6-teorema.nnoma’lumliBCHTSningrangi n dankichikbo’lsa, u holdasistemanolmasyechimlargaegabo’ladi.

Birjinslichiziqlitenglamalarsistemasiningtenglamalarinielementaralmashtirishlarnatijasidasistemaningqolgantenglamalarorqalichiziqliifodalanuvchitenglamasinoltenglamagaaylanadi.Agar n noma’lumliBCHTSningrangi n dankichikbo’lsa, demakkamidabittatenglamaqolganlariorqalichiziqliifodalanadi. U holdaberilganBCHTSgatengkuchliBCHTSdakamidabittaerklio’zgaruvchilarmavjudbo’lib, natijadacheksizko’pyechimlarhosilbo’ladi. Bu yechimlarnitopishdaerklio’zgaruvchilarganoldanfarqlikamidabittaqiymatberishbilannolmasyechimhosilqilinadi.

Takrorlashuchunsavollar:

1. ntanoma’lumli m tachiziqlitenglamalarsistemasiningasosiyvakengaytirilganmatritsalariningfarqiniayting.
2. Kroneker-Kapelliteoremasinibayoneting.
3. CHTSninghamjoylilikshartlariniayting.
4. Birjinsli CHTS debqandaysistemagaaytiladi?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro’yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. MalikD.S., MordesonJ.N., SenM.K. Fundamentalofabstractalgebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқлиалгебраданлекциялар. «Олийваўртамактаб». 1964.

8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modultexnologiyasiasosidatuzilganmusolvamashqlarto'plami. O'quvqo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.
6. VilnisDetlovs,KarlisPodnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.
7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.
8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.
9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.
10. YunusovA.S. Matematikmantiqvaalgoritmlarnazariyasielementlari. T., "Yangiasravlodi". 2006.
11. YunusovA., YunusovaD. Sonlisistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.
12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшейалгебри.

Elektron ta'lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;