Vektorlar chekli sistemasining bazisi va rangi

Reja:

- Vektorlarning ekvivalent sistemalari.
- Vektorlarning chekli sistemasini elementar almashtirishlar.
- Vektorlar chekli sistemasining bazisi.
- Vektorlar chekli sistemasining rangi.

$F = < F;+,\cdot,-,^{-1},0,1 >$ maydon ustida qurilgan $\mathrm{F}^{n} = < F^{n};+,\{\omega_{\lambda} \mid \lambda \in F\} >$ arifmetik vektor fazo va shu fazo vektorlaridan tuzilgan R va T chekli sistemalar berilgan bo'lsin.

14.1-ta'rif. Agar R va T sistemalarning ixtiyoriy biridan olingan har qanday noldan farqli vektorni ikkinchi sistema vektorlarining chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalash mumkin bo'lsa, bunday sistemalar ekvivalent sistemalar deyiladi va $R \sim \mathrm{T}$ ko'rinishda belgilanadi.

Vektorlarning chekli sistemalari to'plamida aniqlangan $\sim$ binar munosabat refleksivlik, simmetriklik, tranzitivlik xossalariga ega bo'lganligi uchun ekvivalentlik binar munosabati bo'ladi.

14.1-misol. Vektorlarning bo'sh sistemasi o'ziga hamda nol vektorlardan iborat sistemaga ekvivalent.

14.1-teorema. Agar vektorlarning har qanday chiziqli erkli ikkita chekli sistemalari ekvivalent bo'lsa, ulardagi vektorlar soni teng bo'ladi.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.

14.2-ta'rif. Vektorlar chekli sistemasini elementar almashtirishlar deb quyidagi almashtirishlarga aytiladi:

1) sistemaning qandaydir bir vektorini noldan farqli skalyarga ko'paytirish;

2) sistemaning skalyarga ko'paytirilgan bir vektorini ikkinchi vektoriga qo'shish yoki ayirish;

3) nol vektorni sistemadan chiqarish yoki sistemaga kiritish.

14.2-teorema. Agar vektorlarning bir chekli sistemasi ikkinchi sistemani elementar alamashtirishlar natijasida hosil qilingan bo'lsa, bunday sistemalar ekvivalent bo'ladi.

14.3-ta'rif. Vektorlar chekli sistemasining chiziqli erkli, bo'sh bo'lmagan qism sistemasi yordamida sistemaning har qanday vektorini chiziqli ifodalash mumkin bo'lsa, bunday qism sistemaga berilgan sistemaning bazisi deyiladi.[1]

4.2.9. Definition. *Let F be a field and let A be a vector space over F.*

(i) *A nonempty subset M of A is called a basis if it is linearly independent and* $\mathbf{Le}(M) = A$.
(ii) *A subset M of A is called a minimal generating subset for A if* $\mathbf{Le}(M) = A$ *but* $\mathbf{Le}(S) \neq A$ *for every proper subset S of M.*
(iii) *A linearly independent subset M of A is called a maximal linearly independent subset if whenever S is a subset of A for which $M \subseteq S$ and $M \neq S$ then S is not linearly independent.*

14.3-teorema. Kamida bitta noldan farqli vektorga ega bo'lgan har qanday chekli sistema bazisga ega. Vektorlar chekli sistemasining har qanday ikkita bazisi bir hil sondagi vektorlardan iborat bo'ladi.

---

[1] Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.

14.4-ta'rif. Vektorlar chekli sistemasining ixtiyoriy bazisidagi vektorlar soniga uning rangi deyiladi.

Nol vektorlardan iborat sistemaning va bo'sh sistemaning rangi nolga teng deb hisoblanadi.

14.2-misol. $\vec{a}$(1; 2; 3), $\vec{b}$(-1; 0; 3), $\vec{c}$(2; 1; -1), $\vec{d}$(3; 2; 2) vektorlardan iborat sistemaning bazislaridan biri $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ vektorlardan tashkil topgan. Demak, berilgan sistemaning rangi 3 ga teng.

14.4-teorema. $\vec{a}_1,\dots,\vec{a}_n$ vektorlar sistemasi $\vec{b}_1,\vec{b}_2,\dots,\vec{b}_m$ vektorlar sistemasi orqali chiziqli ifodalansa, u holda $\vec{a}_1,\dots,\vec{a}_n$ sistemaning rangi $\vec{b}_1,\vec{b}_2,\dots,\vec{b}_m$ sistemaning rangidan katta emas.

4.2.10. Theorem. *Let F be a field, let A be a vector space over F and let M be a subset of A. The following are equivalent:*

(i) *M is a basis of A.*
(ii) *M is a maximal linearly independent subset of A.*
(iii) *M is a minimal generating subset for A.*

14.3-misol. $\vec{a}$(1; 2; 3), $\vec{b}$(-1; 0; 3), $\vec{c}$(2; 1; -1), $\vec{d}$(3; 2; 2) vektorlardan iborat sistemaning rangi 3 ga teng. Uning qism sistemasi sifatida $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ vektorlardan tashkil topgan sistemani olsak, u chiziqli bog'lanmagan bo'lganligi sababli rangi 3 ga teng. Berilgan sistemaning ixtiyoriy bitta vektoridan iborat sistema chiziqli bog'lanmagan va rangi 1 ga teng qism sistema bo'ladi.

14.5-teorema. Vektorlar chekli sistemasining har qanday qism sistemasining rangi sistema rangidan katta emas.

14.6-teorema. Vektorlar ekvivalent chekli sistemalarining ranglari teng.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.

14.7-teorema. n-o'lchovli arifmetik vektor fazoni har qanday chekli sistemasining rangi n dan katta emas.

4.2.14. Theorem. *Let F be a field and let A be a vector space over F. Suppose that A has a finite basis B. If B_1 is another basis of A, then B_1 is also finite, and moreover,* $|B| = |B_1|$.

14.8-teorema. Agar vektorlar chekli sistemasining rangi n ga teng bo'lsa, u holda uning k ta vektordan iborat har qanday qism sistemasi $k > n$ bo'lganda chiziqli bog'langan bo'ladi.

Vektorlar sistemasining rangi ta'rifiga ko'ra, agar sistemaning rangi n ga teng bo'lsa, u holda sistemadagi chiziqli erkli vektorlarning maksimal soni n ga teng. Bundan $k > n$ ta vektordan tuzilgan har qanday qism sistemada $k - n$ ta vektor n ta vektor yordamida chiziqli ifodalanadi.

14.9-teorema. Agar $\vec{a}_1,...,\vec{a}_n$ vektorlar sistemasining rangi $\vec{a}_1,...,\vec{a}_n,\vec{b}$ vektorlar sistemasining rangiga teng bo'lsa, u holda $\vec{b}$ vektorni $\vec{a}_1,...,\vec{a}_n$ vektorlar sistemasining chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishida ifodalash mumkin.

Takrorlash uchun savollar:

1. Vektorlarning ekvivalent sistemalari deb nimaga aytiladi?
2. Ekvivalent sistemalar xossalarini ayting.
3. Vektorlarning sistemasida qanday elementar almashtirishlar bajariladi?
4. Elementar almashtirishlar natijasida qanday sistema hosil bo'ladi?
5. Vektorlar chekli sistemasining bazisiga ta'rif bering.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.

6. Sistema bazisining asosiy xossalarini bayon qiling.
7. Vektorlar chekli sistemasining rangi deb nimaga aytiladi?
8. Sistema ranginining qanday xossalarini bilasiz?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1–3–қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.

11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya–iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.162-174.

6. http://window.edu.ru/window/

7. http://lib.mexmat.ru;

8. http://www.mcce.ru,

9. http://lib.mexmat.ru

10. http://techlibrary.ru;

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.162-174.