

Arifmetik vektor fazo. Asosiy xossalari. Fazoosti

Reja:

- n - o'lovli arifmetik vektor.
- n - o'lovli arifmetik vektorlar ustida amallar.
- n - o'lovli arifmetik vektor fazo.
- n - o'lovli arifmetik vektor fazo asosiy xossalari.
- Chiziqli vektor fazo.
- Fazoosti.

12.1-ta'rif. $F = \langle F; +, -, \cdot, \cdot^{-1}, 0, 1 \rangle$ ixtiyoriy maydon bo'lib, F uning asosiy

to'plam bo'lsin. F^n to'g'riko'paytmaning ixtiyoriy $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

elementi n - o'lovli arifmetik vektor deyiladi.

a_1, a_2, \dots, a_n -sonlar \vec{a} vektorning mos ravishda 1-, 2- . . . n - koordinatalari, n natural son bo'lganida o'lovli deyiladi.

12.1-misol. Maktab geometriya kursidan ma'lumki, tekislikdagi vektor $\vec{a} = (a_1, a_2)$ va fazodagi vektor $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ko'rinishdabo'lib, ularning koordinatalari haqiqiy sonlardan iborat. Haqiqiy sonlarni to'plamimaydon tashkil etadi. Demak,

Dekart koordinatalar sistemasi yordamida ifodalangan tekislikdagi vektorlar 2 o'lovli, fazodagi vektorlar 3 o'lovli arifmetik vektor g'ami solbo'ladi.

12.2-ta'rif. F^n ningixtiyoriyikkita $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ va $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

vektorlari uchun $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$ bo'lsa, berilgan vektorlarteng deyiladi.

12.2-misol. $\vec{a} = (2, 3, -1, 4)$ va $\vec{b} = (2, 3, -1, 4)$ vektorlarteng.

12.3-ta'rif. F^n ningixtiyoriyikkita $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ va $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

vektorlarining yig'indisi deb $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$ vektorga aytiladi.

Agar $a_i + b_i = c_i, i = 1, \dots, n$ va $\vec{c} = (c_1, \dots, c_n)$ belgilashlarni qo'llasak, u holda $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ hosil bo'ladi. F to'plam qo'shish nisbatanyopiqekanligidan, arifmetik vektorlarning yig'indisi arifmetik vektor bo'ladi. Ya'ni F^n qo'shish amalini nisbatanyopiqto'plam.

12.3-misol. $\vec{a} = (2, 3, -1, 4)$ va $\vec{b} = (3, 5, 4, 2)$ vektorlarning yig'indisi

$\vec{a} + \vec{b} = (2 + 3, 3 + 5, -1 + 4, 4 + 2) = (5, 8, 3, 6)$ gateng.

12.4-ta'rif. $\forall \lambda \in F$ skalyarni $\forall \vec{a} \in F^n$ vektorga ko'paytirish deb

$\lambda \vec{a} = (\lambda a_1, \lambda a_2, \dots, \lambda a_n)$ vektorga aytiladi.

F to'plam ko'paytirish amalini nisbatanyopiqekanligidan, F^n

to'plamning skalyar vektorga ko'paytirish amalini nisbatanyopiqto'plam ekanligi kelib chiqadi. Skalyar vektorga ko'paytirish amalini odatda $\omega_\lambda(\vec{a}) = \lambda \vec{a}$

ko'rinishdayoziladi. $\forall \vec{a} \in F^n$ vektorga $\exists \lambda \vec{a} \in F^n$ vektormosqo'yilganligi uchun, skalyar vektorga ko'paytirish amali F^n da unam amal bo'ladi.

12.4-мисол. $\lambda = -2$ skalyarni $\vec{a} = (2,3,-1,4)$ vektorgako' paytirishnatijasida $\omega_{-2}(\vec{a}) = (-2)(2,3,-1,4) = (-4,-6,2,-8)$ vektorhosilbo'ladi.

12.5-ta'rif. F^n to'plam, undaaniqlangan qo'shishbinaramalivaskalyarnivektorgako' paytirishunaramallariyor damidahosilqilingan $F^n = \langle F^n; +, \{\omega_\lambda \mid \lambda \in F\} \rangle$ algebra F maydonustida qurilgan n – o'lchovli arifmetik vektorfazodeyiladi.

12.1-teorema. F^n

daaniqlangan qo'shishvaskalyarnivektorgako' paytirishamallari quyidagixossalarga:

$$1^\circ. \quad \forall(\vec{a}, \vec{b} \in F^n)(\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}) \text{ - qo'shishning kommutativlik xossasi};$$

$$2^\circ. \quad \forall(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in F^n)((\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}))$$

qo'shishning assotsiativlik xossasi;

$$3^\circ. \quad \forall(\vec{a} \in F^n)(\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}) \text{ (qo'shishning nisbatan neytral element mavjud)};$$

$$4^\circ. \quad \forall(\vec{a} \in F^n)(\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0})$$

(qo'shishning nisbatan simmetrik element mavjud);

$$5^\circ. \quad \forall(\lambda \in F) \wedge \forall(\vec{a} \in F^n)(\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b})$$

(skalyarnivektorlari yig'indisi gako' paytirish distributiv);

$$6^\circ. \quad \forall(\lambda, \mu \in F) \wedge \forall(\vec{a} \in F^n)((\lambda \cdot \mu)\vec{a} = \lambda(\mu\vec{a}))$$

(skalyarlarko' paytmasi nivektorgako' paytirish assotsiativ);

$$7^0. \forall (\lambda, \mu \in F) \wedge \forall (\vec{a} \in F^n) ((\lambda + \mu)(\vec{a}) = (\lambda\vec{a} + \mu\vec{a}))$$

(skalyarlaryig'indisinivektorgako'paytirishdistributiv;

$$8^0. \forall (\vec{a} \in F^n) (1 \cdot \vec{a} = \vec{a}).$$

4.1.4. Definition. *Let F be a field and let A be a set. Suppose that an additive binary operation is defined on the set A and that an action of F on A is also defined, which we call (left) scalar multiplication. Then A is a vector space over F or an F -space (or, more precisely, a left vector space), if the following conditions hold:*

(VS 1) *the addition on A is commutative, so*

$$x + y = y + x \text{ for all } x, y \in A;$$

(VS 2) *the addition on A is associative, so*

$$x + (y + z) = (x + y) + z \text{ for all } x, y, z \in A;$$

(VS 3) *A has a zero element 0_A , an element such that*

$$x + 0_A = x \text{ for all } x \in A;$$

(VS 4) *each element $x \in A$ has an additive inverse, $-x \in A$, an element satisfying*

$$x + (-x) = 0_A;$$

(VS 5)

$$\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y \text{ and}$$

$$(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x \text{ for all } x, y \in A, \alpha, \beta \in F;$$

(VS 6)

$$\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x \text{ for all } x \in A, \alpha, \beta \in F;$$

(VS 7) if e is the identity element of F , then

$$ex = x \text{ for all } x \in A$$

12.6-ta'rif. $F = \langle F; +, \text{TM}, -, {}^{-1}, 0, 1 \rangle$ maydonustida $V \neq \emptyset$ to'plamberilgan bo'lib, undaquyidagishartlar bajarilsa,

$V = \langle V; +, \{\omega_\alpha \mid \alpha \in F\} \rangle$ algebraga F maydonustida qurilgan chiziqli fazodeyiladi:

1. $\forall a, b \in V \Rightarrow a + b \in V;$
2. $\forall a, b \in V \Rightarrow a + b = b + a;$
3. $\forall a, b, s \in V \Rightarrow (a + b) + s = a + (b + s);$
4. $\forall a \in V \wedge \exists e \in V \Rightarrow a + e = a \ (e=0);$
5. $\forall a \in V \wedge \exists a' \in V \Rightarrow a + a' = 0 \ (a'=-a);$
6. $\forall a \in V \wedge \forall \alpha \in F \Rightarrow \omega_\alpha(a) = \alpha a \in V;$
7. $\forall a, b \in V \wedge \forall \alpha \in F \Rightarrow \alpha(a+b) = \alpha a + \alpha b;$
8. $\forall a \in V \wedge \forall \alpha, \beta \in F \Rightarrow (\alpha + \beta)a = \alpha a + \beta a;$
9. $\forall a \in V \wedge \forall \alpha, \beta \in F \Rightarrow (\alpha\beta)a = \alpha(\beta a);$
10. $\forall a \in V \Rightarrow 1^{\text{TM}}a = a.$

12.7-ta'rif.

$$F^n = \langle F^n; +, \{\omega_\lambda \mid \lambda \in F\} \rangle$$

n

-

o'lchovli arifmetik vektor fazo berilgan bo'lsin.

F^n

ningixtiyoriybo'shbo'lmaganqismto'plami F^k ($k \leq n$)

arifmetikvektorfazotashkilqilsa,

F^k arifmetikvektorfazoga F^n

arifmetikvetorfazoningfazoostisi (qismfazosi) deyiladi.

12.5-мисол. R^1 ,

R^2 ,

R^3

larhaqiqiysonlarmaydoniustidaqurilganarifmetikvektorfazolarva R^1 fazo R^2 ,

R^3

fazolarga; R^1 , R^2 fazolar R^3 fazogafazoostibo'ladi.

Takrorlashuchunsavollar:

1. n -o'lchovlivektordebnimagaaytiladi?
2. n -o'lchovlivektorlarningtengligita'rifiniaytibbering.
3. n -

n -o'lchovlivektorlarningyig'indisivavektorningkalyargako'paytmasidebnimagaaytiladi?

4. n -o'lchovliarifmetikvektorfazodebnimagaaytiladi?
5. n -o'lchovliarifmetikvektorfazoningqandayxossalarinibilasiz?
6. Vektorlarsistemasiningchiziqliqobig'igata'rifbering.
7. Ekvivalentsistemalargata'rifbering.
8. Chiziqlivektofazogata'rifbering.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-158.

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGraw-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. А.Ҳунусов , Д.Ҳунусова , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi sosidatuzilgan musolva mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука" 1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. VilnisDetlovs, KarlisPodnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.
7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматкулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1–3–қисмлар, 2010.
8. Скорняков Л.Ф. Элементы общей алгебры. М., 1983 г.
9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.
10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. Т., “Yangiasravlod” . 2006.
11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. Т., «Moliya–iqtisod», 2008.
12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса высшей алгебры.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. <http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/>
3. <http://www.allmath.ru/>
4. <http://www.pedagog.uz/>
5. <http://www.ziynet.uz/>
6. <http://window.edu.ru/window/>
7. <http://lib.mexmat.ru;>
8. [http://www.mcce.ru,](http://www.mcce.ru)
9. <http://lib.mexmat.ru>
10. <http://techlibrary.ru;>

