To’plam.To’plamlarustidaamallarvaularningxossalari.

Reja:

- To’plam. To’plamelementi.
- To’plamlarningtengligi.
- Qismto’plam, universalto’plam.
- To’plamlarustidaamallar, xossalari.
- To’plamto’ldiruvchisi.
- Eyler-Venndiagrammalari.
- Dekartko’paytma.

To’plamtushunchasimatematikaningengboshlang’ichtushunchalaridanbiribo’lganligisababliungata’rifbermaymiz.Shuninguchun**to’plam**qandaydirob’yektlaroilasinikeltirishyordamidatushuntiriladi. S to’plamcheklisondagielementlardaniboratbo’lsa**chekli**to’plamdeyiladi; xuddishumday S to’plamning**cheksiz**ligi ham ta’riflanadi. S to’plamningelementlarisonini $|S|$ kabibelgilaymiz.

We will not attempt to give an axiomatic treatment of set theory. Rather we use an intuitive approach to the subject. Consequently, we think of a **set** as some given collection of objects. A set S with only a finite number of elements is called a **finite** set; otherwise S is called an **infinite** set. We let $|S|$ denote the number of elements of S. We quite often denote a finite set by a listing of its elements within braces. For example, $\{1, 2, 3\}$ is the set consisting of the objects $1, 2, 3$. This technique is sometimes used for infinite sets. For instance, the set of positive integers $\mathbf{N}$ may be denoted by $\{1, 2, 3, \ldots\}$.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

Misoluchunquyidagi $\{1, 2, 3\}$ to’plamniqarasakob’yektlari $1, 2, 3$ lardaniboratbo’ladi.Shu tarzdacheksizto’plamgabarchamusbatbutunsonlarto’plamini $\mathbb{N}$ $\{1, 2, 3,...\}$ kabiolishimizmumkin.

S to’plamberilganbo’lsin, agar x - S to’plamningelementibo’lsa $x \in S$ kabibelgilaymiz, , agar x - S to’plamningelementibo’lmasa $x \notin S$ kabibelgilaymiz. Masalan, $S = \{1, 2, 3\}$ to’plamuchun $1 \in S$ va $4 \notin S$ bo’ladi.

Given a set S, we use the notation $x \in S$ and $x \notin S$ to mean x is a member of S and x is not a member of S, respectively. For the set $S = \{1, 2, 3\}$, we have $1 \in S$ and $4 \notin S$.

A to’plam S to’plamning**qismto’plami**deyiladi, agar A to’plamningharbirelementi S to’plamning ham elementibo’lsa.Ushbujumla $A \subseteq S$ kabibelgilanadi. Agar $A \subseteq S$ bo’lib, lekin $A \neq S$ bo’lsa, u holda $A \subset S$ kabiyoziladiva A to’plam S to’plamning**xosqismto’plami**deyiladi.

Yuqoridakeltirilganmisolniqarasak $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ va $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ bo’ladi.

A set A is said to be a **subset** of a set S if every element of A is an element of S. In this case, we write $A \subseteq S$ and say that A is contained in S. If $A \subseteq S$, but $A \neq S$, then we write $A \subset S$ and say that A is properly contained in S or that A is a **proper subset** of S. As an example, we have $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ and $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$.

A va B to’plamlarbo’sin. Agar A to’plamningharbirelementi B to’plamning ham elementibo’lsava B to’plamningharbirelementi A to’plamning ham elementibo’lsa, u holda A va B to’plamlar**o’zaroteng**to’plamlardeyiladi. Ushbujumlani $A = B$

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

kabibelgilaymiz.Bundanko’rininibturibdiki $A = B$ bo’ladifaqatvafaqatshuholdaki $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo’lsa. Shundayqilibquyidagiteoremao’rinli.

Let A and B be sets. If every member of A is a member of B and every member of B is a member of A, then we say that A and B are the **same** or **equal**. In this case, we write $A = B$. It is immediate that $A = B$ if and only if $A \subseteq B$ and $B \subseteq A$. Thus, we have the following theorem.

4.1.-Teorema. A va B to’plamlarbo’sin. U holda $A = B$ bo’ladifaqatvafaqatshuholdaki $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo’lsa.

Theorem 1.1.1 *Let A and B be sets. Then $A = B$ if and only if $A \subseteq B$ and $B \subseteq A$.* ■

Bittahamelementiyo’qto’plamni<u>bo’shto’plam</u>debataymiz, ya’ni $\varnothing$ orqalibelgilaymiz.

4.2-ta’rif. A va V to’plamlarningkamidabirigategishlibo’lganbarchaelementlardantashkiltopgan $A \cup B$ to’plam A va V to’plamlarningbirlashmasiyokiyig’indisideyiladi.

4.3-misol. $A = \{1, 2, \mathrm{O}, \Delta, \Diamond\}$, $B = \{1, \mathrm{O}, \Delta, 8, 9\}$ to’plamlarningbirlashmasi $A \cup B = \{1, 2, \mathrm{O}, \Delta, \Diamond, 8, 9\}$ bo’lishiravshan.

4.4-ta’rif. A vaB<u>to’plamlarningkesishmasi</u>yokiko’paytmasideb, A vaBto’plamlarningbarchaumumiy, ya’ni A gaham, Bgahamtegishlielementlardantashkiltopgan $A \cap B$ to’plamgaaytiladi.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

A vato’plamlarningbirlashmasivakesishmasimosravishdaquyidagidiagrammalarorqali tasvirlanadi:

The union and intersection of two sets A and B is described pictorially in the following diagrams. The shaded area represents the set in question.

A∪B   A∩B

Two sets A and B are said to be **disjoint** if $A \cap B = \phi$.

A va B to’plamlarkesishmaydideymiz, agar $A \cap B \neq \varnothing$.

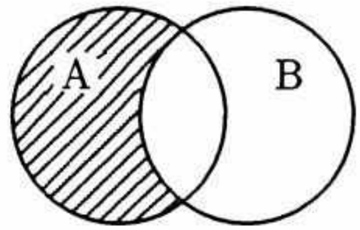
4.3-misoldagi A va B laruchun $A \cap B = \{1, \text{O}, \Delta\}$bo’ladi.

4.5-ta’rif. A vaB to’plamlarningayirmasideb, A to’plamningB to’plamgakirmaganbarchaelementlardantashkiltopganto’plamgaaytiladi. A vato’plamlarningayirmasi A \ B ko’rinishidabelgilanadi.

A vaB to’plamlarningayirmasiquyidagidiagrammaorqalitasvirlanadi:

The following diagram describes the set difference of two sets.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.



A\B

4.3-misoldagi A va B to'plamlaruchun A \ B= $\{2, \Diamond\}$, B va A to'plamlaruchunesa B \ A=$\{8, 9\}$.

(A \ B)$\cup$(B \ A) to'plam A va V to'plamlarning<u>simmetrikayirmasi</u>deyilidiva $A \Delta B$ orqalibelgilanadi. $A \Delta B = (A \cup B)$ \ $(A \cap B)$ bo'lishiniisbotqilishnio'quvchilargahavolaetamiz.

4.6-ta'rif. Agar $A \subset B$ bo'lsa, B\ Ato'plam Ato'plamning Bto'plamgacha<u>to'ldiruvchito'plam</u>deyiladiva $\subset A$ yoki A' orqalibelgilanadi. Shundayqilib, $\subset A$ = B \ A.

Matematikaningba'zisohalaridafaqatginabirortato'plamvauningbarchato'plam ostilaribilanishko'rishgato'g'rikeladi. Masalan, planimetriyatekislikvauningbarchato'plamostilaribilan, stereometriyaesafazovauningbarchato'plamostilaribilanishko'radi.

Agarbiror E to'plamvafaqatuningto'plamostilaribilanishko'rsak, bunday E to'plamni<u>universalto'plam</u>debataymiz. Universalto'plamningbarchato'plamostilarito'plamini β (E) orqalibelgilaymiz.

To'plamlarustidabajariladiganalgebraikamallarquyidagixossalargaega.

1^0. A $\cap$A = A kesishmaningidempotentligi;

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

2^0. $A \cup A = A$ birlashmaningidempotentligi;

3^0. $\begin{matrix} A \cap B = B \cap A \\ A \cup B = B \cup A \end{matrix}$ kesishmavabirlashmaningkommutativligi;

4^0. 2°. $\begin{matrix} (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \\ (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \end{matrix}$ kesishmavabirlashmaningassosiativligi

5^0. Kesishmaningbirlashmaganisbatandistributivligi:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

6^0. Birlashmaningkesishmaganisbatandistributivligi:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

7^0. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus B = (A \cap C) \setminus (B \cap C);$

$A_1 \cup A_2 \cup ... A_n \cup ...$ birlashmani $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$, $A_1 \cap A_2 \cap ... A_n \cap ...$ kesishmani $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ debbelgilabolsak, yanaquyidagixossalargaegabo'lamiz. A_i, $i = 1...$ to'plamlar birorta X to'plamning to'plamostilari bo'lsin, u holda

8°. $X \setminus \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \bigcap_{i=1}^{\infty} (X \setminus A_i);$

9°. $X \setminus \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \bigcup_{i=1}^{\infty} (X \setminus A_i).$

Bu tengliklarni isbotlash uchun, tengliklarning chap tomonidagi to'plamga tegishli ixtiyoriy element, tenglikning o'ng tomonidagi to'plamga tegishli va to'plamning chap tomonidagi to'plamga tegishli ixtiyoriy element chap tomonidagi to'plamga ham tegishli bo'lishini ko'rsatish etarli.

4.7-misol. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$ ni isbotlang.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

$\forall x \in A \cap (B \cup C)$ bo'lsin, u holda kesishmaning ta'rifiga asosan, $\forall x \in A$ va $\forall x \in B \cup C$ bo'ladi. To'plamlar birlashmasining ta'rifiga asosan $x \in B$ yoki $x \in C$ bo'ladi. Demak, $x \in A$ va $x \in B$ yoki $x \in A$ va $x \in C$ bo'ladi. Bu esa $x \in A \cap B$ yoki $x \in A \cap C$ degani. Nihoyat oxirgi munosabat $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ bo'lishini bildiradi. SHunday qilib, $\forall x \in A \cap (B \cup C)$ bo'lsa, $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ bo'lar ekan. Endi $\forall x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ bo'lsin, u holda $\cup$ - amalining ta'rifiga ko'ra $\forall x \in A \cap B$ yoki $x \in A \cap C$ bo'ladi. $\cap$ - amalining ta'rifiga ko'ra $x \in A$ va $x \in B$ yoki $x \in C$ bo'ladi, u holda $x \in A \cap (B \cup C)$.

4.8-misol.(A \ V) \ S = (A \ S) \ Vtenglikniisbotlang.

1. $\forall$ x $\in$ ((A \ V) \ S) $\Rightarrow$ x $\in$ (A \ V) $\wedge$ x $\notin$S$\Rightarrow$ x$\in$ A$\wedge$ x $\notin$V$\wedge$

$\wedge$ x $\notin$S$\Rightarrow$ x $\in$ (A \ S) $\wedge$ x $\notin$V$\Rightarrow$ x $\in$ ((A \ S) \ V);

2. $\forall$u$\in$ ((A \ S) \ V) $\Rightarrow$ u $\in$ (A \ S) $\wedge$ u $\notin$ V $\Rightarrow$ u $\in$ A $\wedge$ u $\notin$ S $\wedge$

$\wedge$u$\notin$ V $\Rightarrow$ u $\in$ (A \ V) $\wedge$ u $\notin$ S $\Rightarrow$ u $\in$ ((A \ V) \ S).

4.9-misol. 8° - xossaningisboti: $\forall x \in X \setminus \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ bo'lsin, u holda $x \in X$ va $x \notin \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$. Demak, $x \notin A_1$ va $x \notin A_2$ va... va $x \notin A_n$,... .Bundan $x \in X \setminus A_1$ va $x \in X \setminus A_2$ va ..., $x \in X \setminus A_n$ vahokazo, ya'ni $x \in \bigcap_{i=1}^{\infty} X \setminus A_i$ kelibchiqadi.

Aksincha, $x \in \bigcap_{i=1}^{\infty} X \setminus A_i$ bo'lsin, u holda $\cap$ - amaliningta'rifigako'ra $x \in X \setminus A_1$ va $x \in X \setminus A_2$ va ..., $x \in X \setminus A_n$ vahokazo.to'plamlarayirmasiamalningta'rifigako'ra $x \in X$ $x \notin A_1$ va $x \notin A_2$ va... va $x \notin A_n$,... bo'ladi. Demak $x \in \bigcap_{i=1}^{\infty} X \setminus A_i$.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

Bo'sh bo'lmagan A to'plam berilgan bo'lsin. $\forall\, a, b \in A$ elementlar uchun $\{\{a\},\{a, b\}\}$ to'plam a, b elementlardan tuzilgan tartiblangan juftlik deyiladi. Tartiblangan juftlik (a, b) ba'zi adabiyotlarda $<a, b>$ ko'rinishida belgilanib, a tartiblangan juftlikning birinchi koordinatasi, b esa tartiblangan juftlikning ikkinchi koordinatasi deyiladi.

4.10-teorema. Ikkita tartiblangan juftliklar (a, b) va (c, d) lar teng bo'lishi uchun ularning mos koordinatalari teng bo'lishi zarur va etarlidir.

Isbot. Haqiqatdan, agar tartiblangan juftliklarning mos koordinatalari teng bo'lsa, tartiblangan juftliklarning teng bo'lishi ravshan. Aksincha, faraz qilaylik $\{a, b\} = \{c, d\}$ bo'lsin, u holda $\{\{a\},\{a, b\}\} = \{\{c\}, \{c, d\}\}$. To'plamlarning tengligi ta'rifidan $\{a\} = \{c\}$; $\{a, b\} = \{c, d\}$ bo'lishi kelib chiqadi. Demak, $a = c$; $b = d$ bo'ladi.

Tartiblangan juftlik yordamida, uchta a, b, c elementlar uchun $((a, b), c)$ ko'rinishda tartiblangan uchlikni aniqlashimiz mumkin. Tartiblangan n-lik (uzunligi n ga teng kortej) esa tartiblangan n-1 lik orqali $((a_1,...,a_{n-1}), a_n)$-ko'rinshda aniqlanadi va $(a_1,...,a_n)$ orqali belgilanadi. $i = 1,...,n$ lar uchun a_i element $(a_1,...,a_n) - n$ likning n-koordinatasi deyiladi.

4.11-teorema. Ikkita tartiblangan n liklar teng bo'lishlari uchun ularning mos koordinatalari teng bo'lishlari zarur va etarli, ya'ni $(a_1,...,a_n) = (b_1,...,b_n) \Leftrightarrow (a_1 = b_1)\wedge...\wedge(a_n = b_n)$ mulohaza tavtalogiyadir.

Isbot. Agar $a_1 = b_1,...,a_n = b_n$ bo'lsa, $(a_1,...,a_n) = (b_1,...,b_n)$ bo'lishi ravshan. $(a_1,...,a_n) = (b_1,...,b_n)$ bo'lsin, $a_1 = b_1,...,a_n = b_n$ bo'lishini isbot qilamiz. Isbotni matematik induksiya usulida olib boramiz. n=2 bo'lganda isbot yuqorida

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

keltirilgan. k<n uchun teorema to'g'ri deb faraz qilamiz. U holda ($(a_1,...,a_n)=(b_1,...,b_n)$) tenglikdan $((a_1...a_{n-1}),a_k)=((b_1...b_{n-1}),b_n)$ hosil bo'ladi. 5.1-teoremaga asosan $(a_1,...,a_{n-1})=(b_1,...,b_{n-1})$; $a_n=b_n$. Induksiya faraziga ko'ra $a_1-b_1,...,a_{n-1}=b_{n-1}$. Demak, $a_1=b_1,...,a_n=b_n$ bo'ladi.

4.12-ta'rif. $A_1,...,A_n$- bo'sh bo'lmganto'plamlar $\forall a_1\in A_1,...,\forall a_n\in A_n$- elementlardan tuzilgan barcha $(a_1,...,a_n)$ n-liklar to'plami $A_1,...,A_n$ to'plamlarningdekart ko'paytmasi deyiladi. $A_1,...,A_n$ to'plamlarning dekart ko'paytmasi $A_1\times...\times A_n$ ko'rinishida belgilanadi.

4.13-misol. $A_1=\{0,\lozenge\},\quad B=\{1,2,3\}$ to'plamlar berilgan bo'lsin, u holda

$$A\times B=\{(0,1),(0,2),(0,3),(\lozenge,1),(\lozenge,2),(\lozenge,3)\}$$

$$B\times A=\{(1,0),(1,\lozenge),(2,0),(2,\lozenge),(3,0),(3,\lozenge)\}.$$

Bu misoldan $A\times B\neq B\times A$ ekanligini ko'rish mumkin, ya'ni dekart ko'paytma kommutativ emas ekan.

Agar $A_1\times...\times A_n$ dekart ko'paytmada $A_1=A_2=...=A_n=A$ bo'lsa, bunday dekart ko'paytma A^n ko'rinishida yoziladi va A to'plamning n-dekart darajasi deyiladi. Xususan A^2-A ning dekart kvadrati deyiladi.To'plamlarning birinchi va nolinchi darajalarini $A^1=A,\quad A^0=\varnothing$ tengliklar ko'rinishida aniqlash kelishilgan.

Takrorlashuchunsavollar:

1. To'plamtushunchasigamisollarkeltiring.
2. To'plamelementidebnimagaaytiladi?
3. Qismto'plamta'rifiniayting.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

4. Tengto'plamlartushunchasigata'rifbering.
5. Bo'shto'plam, universalto'plamlarta'rifiniayting. Misollar keltiring
6. To'plamlarbirlashmasi, kesishmasigata'rifbering.
7. To'plamlarayirmasi, simmetrikayirmasigata'rifbering.
8. To'plamlarbirlashmasiningqandayxossalarinibilasiz?
9. To'plamlarkesishmasiningqandayxossalarinibilasiz?
10. To'plamlarustidabajariladiganamallarningxossalariqanday tushunchalaryordamidaisbotlanadi?
11. Eyler-Venndiagrammalarinitushuntiring.
12. Eyler-Venndiagrammalariyordamidato'plamlarningtengligini isbotlashmumkinmi?
13. Tartiblanganjuftliknima?
14. Tartiblanganjuftliklarqachontengbo'ladi?
15. To'plamlarningto'g'ri (Dekart) ko'paytmasinima?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. MalikD.S., MordesonJ.N., SenM.K. Fundamentalofabstractalgebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқлиалгебраданлекциялар. «Олийваўртамактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modultexnologiyasiasosidatuzilganmusolvamashqlarto’plami. O’quvqo’llanma. 2009.

Qo’shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.
6. VilnisDetlovs,KarlisPodnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.
7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.
8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.
9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.
10. YunusovA.S. Matematikmantiqvaalgoritmlarnazariyasielementlari. T.,

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.

"Yangiasravlodi". 2006.

11. YunusovA., YunusovaD. Sonlisistemalar. T., «Moliya–iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшейалгебри.

Elektron ta'lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;

*S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentalsof Abstract Algebra. pp. 1-7.