Mulohaza. Mulohazalar ustida amallar.Formula.

Reja:

- 1. Mulohaza.
- 2. Mulohazalar ustida mantiq amallari.
- 3. Mantiq amallarining bajarilish tartibi.
- 4. Mulohazalar algebrasi.
- 5. Mulohazaviy formula.
- 6. Teng kuchli formulalar. Asosiy tengkuchliliklar.

- **Maqsadi:**Mulohaza tushunchasi, mulohazalar ustida mantiq amallari, mantiq amallarining bajarilish tartibi, mulohazalar algebrasi, teng kuchli formulalar, asosiy tengkuchliliklar haqida bilimlar berish, tasavvurlar hosil qilish.

Mulohaza matematik mantiqning asosiy tushunchalaridan bo'lib, u rost yoki yolg'onligi bir qiymatli aniqlanadigan darak gapdir. Masalan, «Kvadrat to'g'ri to'rtburchakdir», «7-tub son», «2>5» kabi tasdiqlar mulohazalar bo'lib, birinchi va ikkinchi mulohazalar rost, uchinchi mulohaza esa yolg'on mulohazadir.

Demak, biror bir gap mulohaza bo'lishi uchun, u albatta darak gap bo'lishi va rost yoki yolg'onligi bir qiymatli aniqlanishi shart.

Undov, so'roq gaplar mulohaza bo'la olmaydi. Rost mulohazaga 1 qiymatni, yolg'on mulohazaga 0 qiymatni mos qo'yamiz. Mulohazalarni lotin alifbosining bosh harflari bilan belgilashni kelishib olamiz.

Quyida biz berilgan mulohazalardan <u>mantiq amallari</u> deb ataladigan amallar yordamida boshqa mulohazalar hosil qilish usullarini ko'rib chiqamiz.

2.1-ta'rif. Berilgan A mulohaza rost bo'lganda yolg'on, A mulohaza yolg'on bo'lganda rost bo'ladigan mulohaza A mulohazaning <u>inkori</u> deyiladi va $\rceil$A yoki $\bar{A}$ orqali belgilanadi.

Inkor amali quyidagi jadval yordamida to'liq aniqlanadi:

A	$\rceil$A
1	0
0	1

Bunday jadvallarni rostlik jadvali deb ataymiz.

Masalan, A mulohaza - «7-tub son» degan rost mulohaza bo'lsin, u holda $\rceil$A - «7-tub son emas» degan yolg'on mulohazadan iborat.

2.2-ta'rif. A va V mulohazalar rost bo'lgandagina rost bo'lib, qolgan hollarda yolg'on bo'ladigan mulohaza A va V mulohazalarning **<u>kon'yunksiyasi</u>**deyiladi va A $\wedge$ V yoki A & V ko'rinishda belgilanadi

Kon'yunksiya amalining rostlik jadvali quyidagichadir:

A	V	$A \wedge V$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2.3-ta'rif. A va V mulohazalar **diz'yunksiyasi** deb, A va V mulohazalarning ikkalasi ham yolg'on bo'lgandagina yolg'on, qolgan hollarda rost bo'ladigan $A \vee V$ mulohazaga aytiladi.

2.4-ta'rif. A va V mulohazalar **implikasiyasi**deb, A mulohaza rost va V mulohaza yolg'on bo'lgandagina yolg'on, qolgan hollarda rost bo'ladigan $A \to V$ mulohazaga aytiladi.

2.5-ta'rif. A va V mulohazalar **ekvivalensiyasi**deb, A va V mulohazalarning ikkalasi ham yolg'on yoki rost bo'lganda rost, qolgan hollarda yolg'on bo'ladigan $A \leftrightarrow V$ mulohazaga aytiladi

Bu amallar uchun rostlik jadvallarini keltiramiz:

A	V	$A \vee V$	$A \to V$	$A \leftrightarrow V$
1	1	1	1	1
1	0	1	0	0
0	1	1	1	0
0	0	0	1	1

$\wedge$ - mantiqiy ko'paytirish, $\vee$ - mantiqiy qo'shish amallari deb yuritiladi. $A \wedge V$ mulohazani A va V; $A \vee V$ mulohazani A yoki V; $A \rightarrow V$ mulohazani A mulohazadan V mulohaza kelib chiqadi yoki agar A bo'lsa, u xolda V bo'ladi; $A \leftrightarrow V$ mulohazani A mulohazadan V mulohaza va V mulohazadan A mulohaza kelib chiqadi yoki A bo'ladi, faqat va faqat shu holda-ki, agar V bo'lsa, deb o'qiymiz.

Mulohazalar to'plamini M harfi bilan belgilaylik. U holda M to'plam, unda bajariladigan barcha $\rceil$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ amallar bilan birgalikda mulohazalar algebrasi deb yuritiladi. Mulohazalar algebrasini qisqacha MA orqali belgilaymiz.

M to'plamda bajariladigan amallarni bajarilish tartibi quyidagicha: avval inkor amali bajariladi, agar inkor amali qavslardan tashqarida bo'lsa, u xolda qavs ichidagi amallar bajariladi. Keyin kon'yunksiya, undan so'ng diz'yunksiya, implikasiya va nihoyat ekvivalensiya amallari bajariladi.

Mulohazalar algebrasida formula tushunchasi quyidagicha kiritiladi:

2.7-ta'rif. 1) Har qanday mulohaza MAning formulasidir.

2) Agar A, V lar MAning formulasi bo'lsa, u holda

$(\rceil A)$, $(A \wedge V)$, $(A \vee V)$, $(A \rightarrow V)$, $(A \leftrightarrow V)$ larhamMAningformulasidir.

3) MAningformulalari 1),2)-punktlaryordamidahosilqilinadi.

2.8-misol. $A \wedge (A \rightarrow V)$, $(A \vee V)$, $(A \vee (A \wedge V) \rightarrow V)$ ifodalarformulalardir.

Formula yozuviniixamlashtirishmaqsadida amallarni$\rceil$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ketma-ketliktartibida bajarishni, tashqiqavslarnitashlabyozishni, boshqa qavslarniesa amallarningbajarilishtartibiga mosravishda tashlabyozishnikelishib olamiz.

Masalan, $((A \wedge V) \rightarrow V)$ formulani $A \wedge V \rightarrow V$, $((A \wedge V) \vee (V \rightarrow S))$ formulaniesa $A \wedge V \vee (V \rightarrow S)$ ko'rinishida yozamiz.

2.9-misol. Quyidagiformuladanqavslaro'rnini almashtirishyordamida turliformulalarhosilqiling: $\rceil P \Leftrightarrow \rceil Q \vee R \wedge Q$.

Echish:

1. $(\rceil P \Leftrightarrow \rceil Q) \vee (R \wedge Q)$.
2. $(\rceil P \Leftrightarrow (\rceil Q \vee R)) \wedge Q$.
3. $(\rceil P \Leftrightarrow \rceil (Q \vee R)) \wedge Q$.
4. $\rceil (P \Leftrightarrow (\rceil Q \vee R)) \wedge Q$.
5. $\rceil ((P \Leftrightarrow \rceil Q) \vee R) \wedge Q$.
6. $\rceil ((P \Leftrightarrow (\rceil Q \vee R)) \wedge Q)$.
7. $\rceil (P \Leftrightarrow ((\rceil Q \vee R) \wedge Q))$.
8. $\rceil (P \Leftrightarrow (\rceil Q \vee (R \wedge Q)))$.
9. $\rceil (P \Leftrightarrow \rceil (Q \vee (R \wedge Q)))$.
10. $\rceil (P \Leftrightarrow \rceil ((Q \vee R) \wedge Q))$.
11. $\rceil ((P \Leftrightarrow \rceil Q) \vee (R \wedge Q))$.
12. $\rceil ((P \Leftrightarrow \rceil (Q \vee R)) \wedge Q)$.
13. $\rceil (P \Leftrightarrow (\rceil (Q \vee R) \wedge Q))$.
14. $\rceil (P \Leftrightarrow \rceil Q) \vee (R \wedge Q)$.
15. $\rceil P \Leftrightarrow ((\rceil Q \vee R) \wedge Q)$.
16. $\rceil P \Leftrightarrow (\rceil (Q \vee R) \wedge Q)$.
17. $\rceil (P \Leftrightarrow \rceil (Q \vee R)) \wedge Q$.

MA ningA formulasi faqat $A_1 \dots A_n$mulohazalardan hosil qilingan bo'lsin, u holdaA formulani $A(A_1 \dots A_n)$ ko'rinishida yozib olamiz va$A_1 \dots A_n$– mulohazalarni elementar mulohazalar deymiz. Har bir A_k $(k=\overline{1,n})$ mulohaza 0 yoki 1 qiymatlarni qabul qilishi mumkin. A_k mulohazaning qabul qiladigan qiymati $i_k$bo'lsin, u holda $(i_1,\dots,i_n)$ - n lik $A_1 \dots A_n$– mulohazalarning qabul qiladigan <u>qiymatlari tizimi</u> deyiladi.

$A(A_1 \ldots\ A_n)$ formula tarkibiga kirgan $A_1 \ldots A_n$mulohazalarning barcha qiymatlari tizimi 2^n ta ekanligini ko'rish qiyin emas. Haqiqatdan $A(A_1)$ formuladagi A_1 mulohazaning qiymatalari tizimi (0), (1) dan iborat. $A(A_1,A_2)$ formuladagi A_1,A_2 - mulohazalarning qiymatlari tizimi (1, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 0) lardan tashkil topgan 4 ta ya'ni, 2^2 ta tizimdan iborat. $A(A_1,A_2,A_3)$ formuladagi A_1,A_2,A_3 mulohazalarning barcha qiymatlari tizimini yozish uchun A_1,A_2 mulohazalarning barcha qiymatlari tizimiga 3-koordinata sifatidaavval 1 qiymatni yozib chiqamiz, natijada (1,1,1); (1,0,1); (0,1,1); (0,0,1) qiymatlar tizimiga ega bo'lamiz. Endi A_1, A_2- mulohazalarning barcha qiymatlari tizimiga 3 – koordinata sifatida 0 qiymatni yozib chiqsak, (1,1,0); (1,0,0); (0,1,0); (0,0,0) qiymatlar tizimlarini hosil qilamiz. SHunday qilib $A(A_1,A_2,A_3)$ formuladagi A_1,A_2,A_3 mulohazalarning barcha qiymatlari tizimi 8 ta, ya'ni 2^3 ta ekan. Xuddi shunday usulda$A(A_1,A_2,A_3,A_4)$ formuladagi A_1,A_2,A_3,A_4 mulohazalarning qiymatlar tizimini ham yozib chiqishimiz mumkin va hokazo.

2.9-misol.$A\wedge V \rightarrow A\wedge S$ – formulaning rostlik jadvalini tuzaylik. Bu formulada faqat A, V, S mulohazalar qatnashib, ularning 8 ta qiymatlari tizimiga formulaning mos qiymatlari quyidagi jadvaldako'rsatilgan:

A	V	S	$A\wedge V$	$A\wedge S$	$A\wedge V\rightarrow A\wedge S$
1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1

0	0	0	0	0	1

2.10-ta'rif. MA ning A va V formulalari tarkibiga kirgan barcha mulohazalar $A_1 \dots A_n$ lardan iborat bo'lsin. Agar $A_1 \dots A_n$ mulohazalarning barcha $(i_1, \dots, i_n)$ qiymatlari tizimida A va V formulalar bir xil qiymatlar qabul qilsalar, u holda bu formulalar teng kuchli formulalar deyiladi va $\mathcal{A} \equiv \mathcal{V}$ ko'rinishida belgilanadi.

2.11-misol. $\neg(A \wedge V) \equiv \neg A \vee \neg V$ tengkuchlilikni isbot qilish uchun rost jadvali tuzamiz:

A	V	$A \wedge V$	$\neg(A \wedge V)$	$\neg A$	$\neg V$	$\neg A \vee \neg V$
1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1

Jadvaldan ko'rinib turibdiki $\neg(A \wedge V)$ va $\neg A \vee \neg V$ formulalar, bu formulalarning tarkibiga kirgan barcha mulohazalarning ixtiyoriy qiymatlari tizimida bir xil qiymatlar qabul qiladilar.Demak, $\neg(A \wedge V) \equiv \neg A \vee \neg V$.

2.12-ta'rif. Formulada qatnashgan mantiq amallari soni formulaning rangi deyiladi.

2.13-ta'rif. 1. A formula - A mulohazadan iborat bo'lsa, uning formulaosti faqat uning o'zidan iborat.

2. Agar formulaning ko'rinishi $A * V$ dan iborat bo'lsa, u holda uning formulaostilari A, V, $A * V$ lar hamda A va V larning barcha formulaostilaridan iborat bo'ladi. Bu erda $*$ - $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ amallaridan biri.

Agar formulaning ko'rinishi $\rceil A$ bo'lsa, uning formulaostilari A formula, A formulaning barcha formulaostilari va $\rceil A$ ning o'zidan iborat.

Boshqa formulaostilari yo'q.

2.14-misol. $(A\wedge V) \Rightarrow\rceil A$ formulaning formulaostilari ta'rifga kûra quyidagilardan iborat :

$$A, V, \rceil A, A \wedge V, (A \wedge V) \Rightarrow \rceil A .$$

2.15-ta'rif. Mulohazalar algebrasining A formulasi, shuformula tarkibiga kirganbarcha mulohazalarningqabulqilishimumkinbo'lganbarcha qiymatlaritizimida rostbo'lsa, buformula <u>aynanrost</u>formula yoki<u>mantiqqonun</u>yoki<u>tovtologiya</u>deyiladi.

2.16-misol. $\rceil (A \wedge V) \rightarrow \rceil A \vee \rceil V$ – formula aynanrostformuladir. 2.5-misoldagijadvalyordamida buformula Ava Vmulohazalarningixtiyoriyqiymatlaritizimida rostqiymatqabulqilishiniko'rishqiyinemas.

2.17-ta'rif.MA ning$A(A_1\ldots A_n)$formulasi $A_1\ldots A_n$mulohazalarningkamida bitta qiymatlaritizimida rostqiymatqabulqilsa, <u>bajariluvchi</u>formula, barcha qiymatlaritizimida yolg'onqiymatqabulqilsa, <u>aynanyolg'on</u>formula yoki<u>ziddiyat</u>deyiladi.

2.18-misol. $A \vee V \vee S$formula bajariluvchiformuladir, chunki A, V, Smulohazalarning (1, 0, 0) qiymatlaritizimida rostbo'ladi.

2.19-misol. $A \wedge \urcorner A$- formula ziddiyatdir.

Haqiqatdanham, Arostbo'lganda ham, A yolg'onbo'lganda hambuformula yolg'onqiymatqabulqiladi.

2.20-teorema. MA ning A va Vformulalaritengkuchliformulalarbo'lishiuchun A $\Leftrightarrow$Vformula aynanrostformula bo'lishizarurva etarlidir.

Isbot. Haqiqatdanham A $\equiv$Vbo'lsa, A va Vformulalartarkibiga kirganbarcha mulohazalarningbarcha qiymatlaritizimida A va Vformulalarbir xilqiymatlarqabulqiladilar, uholda $\Leftrightarrow$ amaliningta'rifiga ko'ra A $\Leftrightarrow$V aynanrostbo'ladi. Aksincha, A $\Leftrightarrow$V aynanrostbo'lsa, A va Vformulalar$\Leftrightarrow$ amalita'rifiga ko'ra, buformulalarga kirganbarcha mulohazalarningbarcha qiymatlaritizimida bir xilqiymatlarqabulqiladilar, ya'ni A$\equiv$Vbo'ladi

2.21. MA ning asosiytengkuchliformulalariquyidagilardaniborat:

$$\left.\begin{array}{ll} 1. & A \wedge A \equiv A \\ 2. & A \vee A \equiv A \end{array}\right\} \text{idempotentlikqonunlari.}$$

3. $A \vee 1 \equiv 1$
4. $A \wedge 1 \equiv A$
5. $A \wedge 0 \equiv 0$
6. $A \vee 0 \equiv A$

7. $A \vee \overline{A} \equiv 1$ - uchinchisiniinkorqilishqonuni.

8. $A \wedge \overline{A} \equiv 0$ - ziddiyatgakeltirishqonuni.

9. $\overline{\overline{A}} \equiv A$ - qo'shinkorqonuni.

$$\left.\begin{array}{ll} 10. & A \wedge (B \vee A) \equiv A \\ 11. & A \vee (B \wedge A) \equiv A \end{array}\right\} \text{yutilishqonunlari.}$$

$$12. \quad A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \wedge (B \to A)$$

$$13. \quad A \to B \equiv \overline{A} \vee B$$

$$\left.\begin{array}{ll} 14. & \overline{A \wedge B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B} \\ 15. & \overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B} \end{array}\right\} \text{De Morgan formulalari.}$$

$$\begin{array}{ll} 16. & A \wedge B \equiv \overline{\overline{A} \vee \overline{B}} \\ 17. & A \vee B \equiv \overline{\overline{A} \wedge \overline{B}} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 18. & A \wedge B \equiv B \wedge A \\ 19. & A \vee B \equiv B \vee A \end{array}\right\} \text{kommutativlik qonunlari.}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 20. & (A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C) \\ 21. & (A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C) \end{array}\right\} \text{assosiativlik qonunlari.}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 22. & A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \\ 23. & A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C) \end{array}\right\} \text{distributivlik qonunlari.}$$

2.22-izohlar. 1° -bu tengkuchlilikda 2.11-teoremaga asosan «$\equiv$» teng kuchlilik belgisini $\Leftrightarrow$ amal bilan almashtirsak, mantiq qonunlari hosil bo'ladi, shuning uchun teng kuchli formulalar berilganda mantiq qonuni berilgan deb hisoblashimiz mumkin.

2°. Mantiq qonunlarining hammasiga ham nom qo'yish mumkin.Lekin biz eng ko'p ishlatiladigan mantiq qonunlarining nomlarinigina yozdik.

Yuqorida keltirilgan teng kuchliliklarning isboti rostlik jadvali yordamida bajariladi. Masalan, A $\to$ V $\equiv \rceil$A $\vee$ V tengkuchlilikni isbot qilaylik:

A	V	$A \to V$	$\neg A$	$\neg A \vee V$
1	1	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

Jadvaldan A, V mulohazalarning barcha qiymatlar tizimida $A \to V$ va $\neg A \vee V$ formulalar bir xil qiymatlar qabul qilishi ko'rinib turibdi.

Takrorlash uchun savollar:

1. Mulohaza deb qanday gapga aytiladi?
2. Har qanday o'tgan zamon darak gapi mulohaza bo'la oladimi? Kelasi zamon darak gaplari-chi?
3. Mulohazalar kon'yunksiyasi nima? Qanday o'qiladi? Rost kon'yunksiyaga, yolg'on kon'yunksiyaga misollar keltiring.
4. Mulohazalar diz'yunksiyasi nima? Qanday o'qiladi? Rost diz'yunksiyaga, yolg'on diz'yunksiyaga misollar keltiring.
5. Mulohazalar implikasiyasi nima? Qanday o'qiladi? Rost implikasiya, yolg'on implikasiyaga misollar keltiring.
6. Mulohazalar ekvivalensiyasi nima? Qanday o'qiladi? Rost ekvivalensiyaga, yolg'on ekvivalensiyaga misollar keltiring.
7. Mulohaza inkori nima? Qanday o'qiladi? Rost inkorga, yolg'on

inkorgaga misollar keltiring.

8. Mantiqiy amallarning bajarilish tartibini ayting.

Rostlik jadvali nima?

9. Mulohazaviy formula ta’rifini ayting va misol keltiring.

10. Mantiqiy amallarni bajarilish tartibi qanday?

11. Mulohazalarning qabul qiladigan qiymatlar tizimi nima? Ularning soni nimaga bog’liq?

12. Formulaning rostlik jadvali qanday tuziladi?

13. Teng kuchli formulalarga ta’rif bering.

14. Formulalarning teng kuchli ekanligi qanday isbotlanadi?

15. Aynan rost, aynan yolg’on, bajariluvchi formulalar ta’riflarini ayting.

16. Tavtologiya, ziddiyat, mantiq qonuni ta’rifini ayting.

17. Asosiy tengkuchliliklardan qaysilarini eslab qoldingiz?

18. Teng kuchli formula bilan mantiq qonuni orasida qanday bog’lanish bor?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro’yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
2. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.

3. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., "Yangi asr avlodi". 2006.

2. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Матматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

3. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

4. Vilnis Detlovs,Karlis Podnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

Elektron ta'lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;