



4
2024

FIZIKA, MATEMATIKA *va* INFORMATIKA

ILMIY-USLUBIY JURNAL

2001-yildan chiqa boshlagan

Toshkent – 2024

MATEMATIKA JOZIBASI

UCHBURCHAK ICHIDAGI UCHBURCHAKLAR: KOMBINATORIKA USULLARI ORQALI UCHBURCHAKLAR SONINI ANIQLASH

*S. M.Islomov, ChDPU, Matematika o'qitish
metodikasi va geometriya kafedrası tayanch doktranti*

Ushbu maqola uchburchak tomonlariga to'g'ri chiziqlar o'tkazilganda hosil bo'ladigan yangi uchburchaklarni aniqlashga qaratilgan. Dastlab, asosiy geometrik tushunchalar va xususiyatlar ko'rib chiqiladi. Keyinchalik, hosil bo'ladigan uchburchaklar sonini topish uchun qo'llaniladigan formulalar va qonuniyatlar tushuntiriladi. Misollar orqali bu usullarni amalda qo'llash ko'rsatiladi. Mavzu o'quvchilarga geometrik masalalarni hal etishda nazariy va amaliy ko'nikmalarni rivojlantirishga yordam beradi.

Kalit so'zlar: *Uchburchak, geometriya, to'g'ri chiziqlar, kichik uchburchaklar, hosil bo'lgan uchburchaklar, uchburchak tomonlari, uchburchak xususiyatlari, to'g'ri chiziqlar o'tkazish, amaliy misollar, geometrik yechimlar.*

Эта тема посвящена нахождению новых треугольников, образованных при проведении прямых линий через стороны исходного треугольника. Сначала рассматриваются основные геометрические понятия и свойства. Далее объясняются формулы и закономерности, применяемые для нахождения количества образованных треугольников. Примеры демонстрируют практическое применение этих методов. Тема помогает учащимся развивать теоретические и практические навыки в решении геометрических задач.

Ключевые слова: *треугольник, геометрия, прямая линии, маленькие треугольники, образованные треугольники,*



геометрические задачи, геометрические формулы, стороны треугольника, свойства треугольника, проведение прямых линий, практические примеры, математические алгоритмы, геометрические понятия

This topic focuses on finding new triangles formed by drawing straight lines through the sides of an initial triangle. Initially, basic geometric concepts and properties are reviewed. Then, the formulas and principles used to determine the number of formed triangles are explained. Examples demonstrate the practical application of these methods. The topic helps students develop theoretical and practical skills in solving geometric problems.

Keywords: *triangle, geometry, straight lines, small triangles, formed triangles, geometric problems, geometric formulas, triangle sides, triangle properties, drawing straight lines, practical examples, mathematical algorithms, geometric concepts*

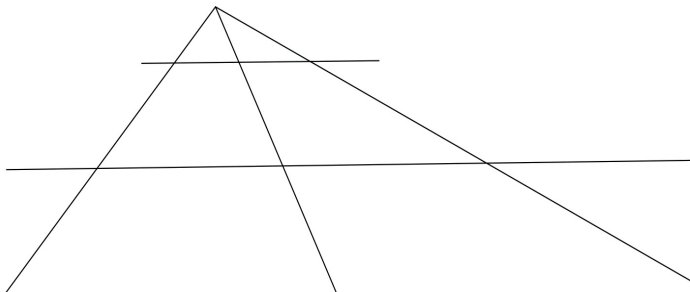
Geometriya matematikadagi eng qadimiy va fundamental bo'limlardan biri bo'lib, unda turli shakllar va ularning xossalari o'rganiladi. Uchburchaklar geometriyaning muhim qismi bo'lib, ular bilan bog'liq masalalar ko'p hollarda amaliy ahamiyatga ega. Ushbu maqolada, uchburchak tomonlariga to'g'ri chiziqlar o'tkazilganda hosil bo'ladigan yangi uchburchaklar sonini topish usullari haqida so'z yuritiladi. Ushbu masalalar o'quvchilarga geometriya qonuniyatlarini tushunishga yordam beradi va ularning mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi.

Dastlab, oddiy shakldagi uchburchaklar sonini topishda qiyinchilik tug'dirmaydi. Biz uni sanab topish usulidan foydalanib tezda topamiz. Biroq, murakkabroq ko'rinishdagi uchburchaklar uchun sanab chiqish qiyin va vaqt talab etadi. Bunday holatlarda umumiy qoidani topish kerak bo'ladi. Keling, ikkita usulni ko'rib chiqamiz.

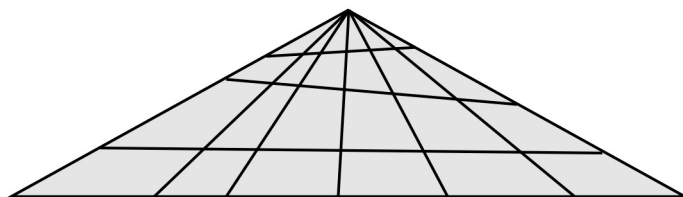
Uchburchak sonining topishga doir bir necha usullarini ko'rib chiqamiz.



Quyidagi shakldagi uchburchaklar sonini topishda bizga qiyinchilik tug'dirmaydi. Biz uni sanab topish usulidan foydalanib tezda topamiz.



Lekin u quyidagi ko'rinishda bo'lsachi:

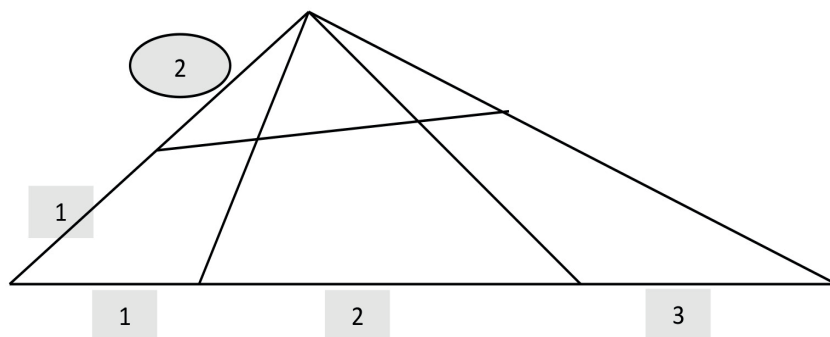


Ha albatta buni sanab chiqishimiz uchun ancha vaqt ketadi va bu biz uchun muammoliroq vaziyatdir, sababi biz sanashda adashib ketishimiz mumkin.

Bunday vaziyatlarda bu uchburchalar uchun umumiy qoidani topamiz. Buni hozir ikki xil usulini ko'rsatamiz.

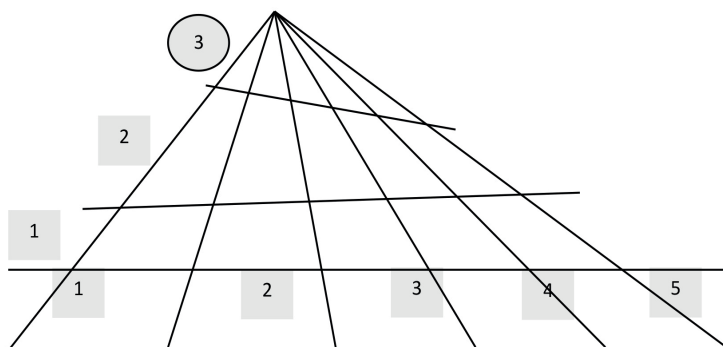
1-usul: Bu ko'proq kichikroq sinf o'quvchilari uchun tushunarliroq usul bo'lib buni qonuniyatini tushunib olsa yetarli bo'ladi. Bu usul uchburchakning yon tomonlariga nechta to'g'ri chiziqlar o'tkazilsa ularni uchburchakning asosining uchidan boshlab sonlar ketma-ketligida belgilab olamiz va oxiridagi sonni belgilaymiz. Uchidan

asosiga o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarni ham birin-ketin sonlar bilan belgilab olamiz va ularni yig'indisini topamiz. Keyin esa yon tomonidan belgilangan sonni asosidagi sonlarni yig'indisiga ko'paytirsak shu to'g'ri chiziqlar uchburchakni nechta uchburchaklarga ajratganligini topgan bo'lamiz.



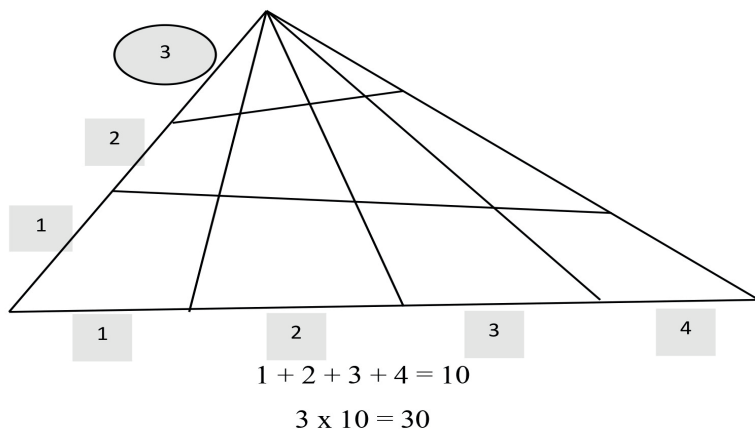
$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$2 \times 6 = 12$$



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$3 \times 15 = 45$$



Biz yuqoridagi misollarni koʻrdik. Bular shunchaki oʻylab topilgan qonuniyatdir. Bu qonuniyatni isbotlashning ikki xil usuli mavjud biri bittalab adashmasdan uchburchaklarni sanab chiqish biri esa kombinatorika.

Uchburchaklarning sonini *kombinatorika* orqali hisoblash yoʻlini koʻramiz.

2-usul: Biz quyida keltirilgan shaklda nechta uchburchak borligini kombinatorika orqali hisoblab koʻraylik:



Bu uchburchakda jami 5 ta nuqta bor. Ulardan bittasi umumiy nuqta va qolgan 4 tasi bir toʻgʻri chiziqli yotuvchi nuqtalardir. Biz bu jami nuqtalar orqali C_5^3 ta kombinatsiyadan uchburchak yasay olishimiz mumkin qachonki nuqtalarning barchasi bir toʻgʻri chiziqli yotmagan tagʻdirdagina, lekin shaklda 4 ta nuqta bir toʻgʻri chiziqli

yotgan. Shuning uchun bu 4 ta nuqta orqali nechta uchburchak yasash mumkinligini topamiz va jami uchburchakchalar sonidan ya'ni C_5^3 dan ayirib tashlashimiz kerak ya'ni $C_5^3 - C_4^3$.

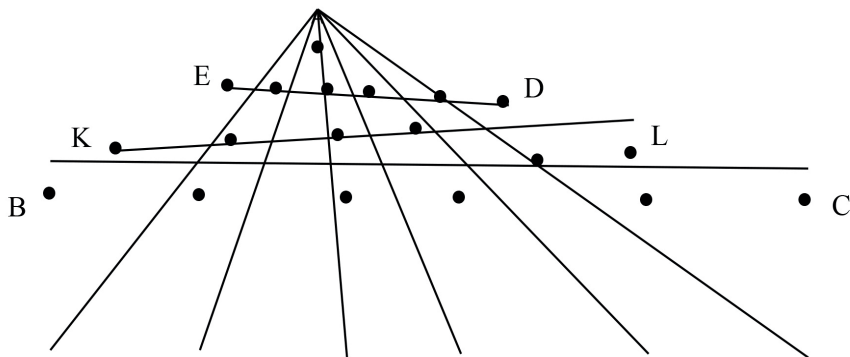
Biz buni hisoblash uchun quyidagi formulani bilishimiz kerak:

$$C_m^n = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$$

$$\begin{aligned} C_5^3 - C_4^3 &= \frac{5!}{3!(5-3)!} - \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} - \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1} = 10 - 4 = 6 \end{aligned}$$

Bu shaklda jami 6 ta uchburchakcha bor ekan.

Endi esa quyidagi shaklda nechta uchburchak borligini kombinatorika orqali hisoblab ko'raylik:



Yuqoridagi rasmda nechta uchburchak borligini hisoblash bir muncha qiyinlik talab qiladi desak xato bo'ladi. Sababi bu ham oldingisi bilan bir xil deyarli. Bu uchburchakni 3 ta guruhga bo'lib uchburchakchalar sonini topamiz. Ya'ni $\triangle AED$, $\triangle AKL$, $\triangle ABC$ – uchburchaklarga.

$\triangle AED$ – uchburchak uchun quyidagicha:

Jami nuqtalar soni 7 ta, bir to'g'ri chiziqda yotadigan nuqtalar soni 6 ta demak uchburchakchalar soni:

$$C_6^3 - C_6^3 - \frac{7!}{3!4!} - \frac{6!}{3!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 35 - 20 = 15$$

ΔAED – uchburchakdagi uchburchakchalar soni 15 ta ekan.

Endi esa ΔAKL – uchburchakdagi uchburchakchalar sonini topamiz bunda ham xuddi ΔAED uchburchakdagidek hol ketadi .Bunda ED to'g'ri chiziqni inobatga olmaymiz.

Bundan kelib chiqadiki ΔAKL va ΔABC uchburchaklardagi uchburchakchalar soni ham 15 ta ekan. Va oxirida hammasini qo'shib javobini olamiz. Demak jami $15 + 15 + 15 = 45$ ekan.

Yuqoriroqda ham shu shakl uchun misol ko'rgan edik. Unda ham uchburchaklar soni 45 ta chiqqan edi.

1. Sanash usuli: Bu usul oddiy va tushunarli bo'lib, kichik sinf o'quvchilari uchun mos. Uchburchak tomonlariga o'tkazilgan chiziqlar sonini sanashga asoslanadi.

- Uchburchakning asosidan boshlab, yon tomonlariga o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar soni belgilanadi.
- Ushbu chiziqlar orqali hosil bo'lgan kichik uchburchaklar soni aniqlanadi.

2. Kombinatorika usuli: Bu usul murakkabroq ko'rinishdagi uchburchaklar uchun mos bo'lib, matematik kombinatorika prinsiplarga asoslanadi.

- Barcha nuqtalar kombinatsiyalar orqali ko'rib chiqiladi.
- Uchburchakni tashkil etuvchi barcha kombinatsiyalar hisoblanadi.
- To'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalar orqali hosil bo'lgan kombinatsiyalar umumiy kombinatsiyalardan ayiriladi.

Ushbu usullar o'quvchilarga geometrik masalalarni samarali hal qilishga yordam beradi.

Ushbu maqolada uchburchak tomonlariga to'g'ri chiziqlar o'tkazilganda hosil bo'ladigan yangi uchburchaklar sonini aniqlash



usullari ko‘rib chiqildi va quyidagi natijalarga erishildi:

1. Sanash usuli:

- Kichik sinf o‘quvchilari uchun tushunarli va amaliy usul bo‘lib, uchburchak tomonlariga o‘tkazilgan chiziqlar sonini sanash orqali hosil bo‘lgan kichik uchburchaklar sonini aniqlash mumkin.

- Bu usul oddiy shakllar uchun samarali va tez natija beradi.

2. Kombinatorika usuli:

- Murakkabroq shakllar uchun matematik kombinatorika usulidan foydalanib, hosil bo‘lgan uchburchaklar soni aniqlanadi.

- Ushbu usul yordamida barcha kombinatsiyalar hisoblanib, to‘g‘ri chiziqda yotuvchi nuqtalar orqali hosil bo‘lgan kombinatsiyalar umumiy sonidan ayiriladi.

- Bu usul murakkab shakllar uchun aniq natija beradi va matematik jihatdan ishonchli hisoblanadi.

- Ikkala usul ham o‘z o‘rnida qo‘llanilishi mumkin va o‘quvchilarga geometriya qonuniyatlarini tushunishga yordam beradi.

- Sanash usuli oddiy va kichik shakllar uchun mos bo‘lsa, kombinatorika usuli murakkab shakllar uchun samarali hisoblanadi.

- O‘quvchilarning mantiqiy va analitik fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishda bu usullar muhim ahamiyatga ega.

Ushbu maqolada uchburchak tomonlariga to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazilganda hosil bo‘lgan uchburchaklar sonini aniqlashning sanash va kombinatorika usullari ko‘rib chiqildi.

Sanash usuli kichik va oddiy shakllar uchun samarali bo‘lib, o‘quvchilarga asosiy geometrik tushunchalarni o‘rgatadi. Kombinatorika usuli murakkab shakllar uchun aniq natijalar berib, matematik kombinatorika asoslarini mustahkamlaydi.

Har ikki usul o‘quvchilarning mantiqiy va analitik fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega bo‘lib, geometrik masalalarni samarali hal qilishga yordam beradi.



Adabiyotlar:

1. Geometric Transformations by I.M. Yaglom, Translated Edition, 2023.
2. Geometry: A Comprehensive Course by Dan Pedoe, Revised Edition, 2022.
3. Modern Geometry: Methods and Applications by A.T. Fomenko and S.P. Novikov, Third Edition, 2021.
4. Essential Geometry for Advanced High School and Beginning College Students by Joseph J. Rotman, 2020.
5. Introduction to Geometry by H.S.M. Coxeter, Revised Edition, 2019.
6. Geometric Problems and Solutions by Alexander Shen, 2019.
7. Handbook of Geometry and Topology by Neil D. Hoffman, 2018.
8. Nurmuxamedov, A. "Geometriyaning asosiy tushunchalari va xossalari." Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2019.
9. Abduqodirov, U. "Matematik analiz va geometriya masalalari." Toshkent: Sharq nashriyoti, 2020.
10. Olimov, B. "Geometrik masalalar yechimi." Toshkent: Fan va texnologiya, 2021.
11. Tursunov, S. "Geometriya va uning qo'llanmalari." Samarqand: Samarqand Davlat Universiteti nashriyoti, 2022.

