М.Б. Дусмуратов,
Ш.Б. Ахмедов, Л.Ю. Тураева

ФИЗИКА

(МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА)

(ЧАСТЬ I)

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО

СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

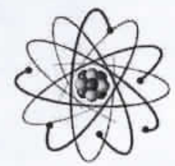
М.Б. Дусмуратов, Ш.Б. Ахмедов, Л.Ю.Тураева.

ФИЗИКА

(Механика и молекулярная физика)

(Часть I)

- *Кинематика*
- *Динамика*
- *Закон сохранения*
- *Статика*
- *Механика жидкостей и газов*
- *Молекулярная кинетическая теория*
- *Основы термодинамики*
- *Внутренние свойства веществ*



«YANGI CHIRCHIQ BOOK»
ТАШКЕНТ - 2022

УДК: 531
КБК: КБК:22.3
Д-90

Данный учебник написан на основании примерной программы по "Физике", утверждённой министерством высшего и средного специального образования Республики Узбекистан и предназначен для академических лицеев с углубленным изучением физики. В нем освещены такие разделы как механика, основы молекулярной физики и термодинамики, основы электродинамики, оптика, атомная и ядерная физика и физика элементарных частиц. В конце каждой главы даны примерные решения задая и даны тесты и задачи для самостоятельного решения. В приложении учебника приведены табличные данные для решения задач, различные физические постоянные величинны, даны определения единицам измерения основныч физических величин.

This coursebook has been created on the basis of exemplary curriculum in "Physics" confirmed by the Mimistery of higher and secondary specialized education of the Republic of Uzbekistan and it is appropriate to be used at the academic lyceums where physics is a specialized discipline. The coursebook comprises the units concerning mechanics, the bases of molecular physics and thermodynamics, the bases of electrodynamics, optics and the physics of atom, nuclear and elementary particles. At the end of each unit there are examples and tests and examples for solving independently. In appendix there are tables, different physical constants and descriptions of physical units of measurements.

Министерство высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан
Издание разрешено приказом № 302 от 09.09.2022.

Рецензенты:

К.Т.Суяров	-	Доцент,д.ф.н. заведующий кафедрой "методика преподавания физики и астрономии" ТВЧГПИ
Н.З.Қодиров		Заведующий кафедры "Физика", академический лицей имени И.Каримова
Р.Г.Касимов	-	Полковник, директор академический лицей имени "Темурбеклар мактаби"
У.Б.Абдиев	-	Доктор наук по педагогических наук, заведующий кафедры «Теоритическая физика» ,Термезского государственного педагогического университета
Ф.Т.Боймуратов		Доктор философии по физика-математическим наукам (PhD), доцент кафедры «Физика и электротехники», Ташкентского текстильного и легкопромышленного института

ISBN 978-9943-9166-6-1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физика это наука, изучающая явления природы, свойства вещества и поля, их причины и закономерности. Физика происходит от греческого слова "phusis" – природа, что означает наука о природе. Первым, кто начал изучать физику, был древнегреческий мыслитель Аристотель (до н. э. 384–322 гг.) в своей 8-томной книге. В результате открытия всех новых явлений в технике и природе и их практического применения из физики выделились физико-химическая, астрофизическая, геофизическая, биофизическая и другие самостоятельные науки.

Среди естественных наук физика занимает особое место, она изучает все формы движения материи. В результате воздействия различных проявлений и свойств материи на наши органы чувств в нашем сознании эти воздействия формируют представление об объективном существовании. Поэтому изучение природы начинается с наблюдений. Иногда органов чувств бывает недостаточно для наблюдения за физическими явлениями. В этом случае человек проводит наблюдения с помощью изобретенных им измерительных приборов, то есть различных невероятно точных приборов. Результаты наблюдений путем систематизации фактов, иногда путем проведения специальных опытов выявляются те общности и взаимосвязи, которые существуют между теми или иными свойствами материи. Связь между фактами, относящимися к конкретному явлению, определяется в виде формулы или закона. Но нельзя сказать, что физика состоит из законов и фактов. Действительно, существует связь между фактами и законами.

Как мы знаем, основная цель преподавания физики заключается, во-первых, в научном объяснении фундаментальных законов природы, в развитии у учащихся навыков научного мировоззрения и философских рассуждений, в формировании представлений о физических процессах, объясняющих принцип работы техники и приборов, используемых в быту, а во-вторых, в создании прочной основы для продолжения образования, углубления полученных знаний и продолжения дальнейших научных исследований.

Этот учебник также был подготовлен на основе учебной программы, разработанной для академических лицеев с углубленным изучением физики, исходя из вышеуказанных целей. Настоящий учебник разработан в соответствии с постановлением Президента Республики Узбекистан от 3 декабря 2020 года № ПП-4910 "О системе отбора одаренной молодежи и мерах по совершенствованию деятельности академических лицеев", утвержденной заместителем премьер-министра Республики Узбекистан 8 мая 2021 года "В программе мероприятий по совершенствованию системы создания учебной литературы-учебников, учебных и учебно – методических пособий на основе образовательных и предметных программ, адаптированных к двухлетнему периоду для академических лицеев и разработан в целях обеспечения выполнения поставленных задач.

Учебник состоит из трех частей, первая часть включает разделы механики, молекулярной физики и основ термодинамики. Каждая тема учебника разбита на более мелкие темы, которые служат для конкретизации знаний у учащихся. После каждой темы дается несколько вопросов по теме и решение нескольких вопросов, что приводит к повторному запоминанию темы и формированию у учащихся навыков. После каждой главы даны лабораторные задания по данной главе, тесты и задания для самостоятельного решения. Кроме того, приводятся краткие сведения о жизни и творчестве ученых, внесших значительный вклад в развитие физики, проводивших фундаментальные опыты и принимавших законы. При освещении темы учебника учитывалась возрастная психология учащихся. Кроме того, последовательность и последовательность тем и глав, взаимно

Использование учебника также полезно для старшеклассников и учащихся средних школ, поступающих в высшие учебные заведения, а также для учителей физики, специализирующихся на физико-математических науках, что значительно повысит их знания и уровень знаний по физике.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

В период развития физики возникает несколько систем понятий, совокупность которых составляет своеобразный язык физики. Через физические понятия можно будет описать все физические явления, мысли, законы и т. д. Из таких понятий выделяются понятия, называемые ***физическими телами, физической системой, физическим явлением*** и ***физической средой***.

Под ***физическими телами*** понимаются все тела, состоящие из различных веществ, встречающихся в природе. Например, Солнце, Земля, планеты, звезды, здание, дерево, молекулы воздуха, вода в море и т. д.

Под ***физической системой*** или ***системой тел*** понимается совокупность тел, в которых определенные физические явления проявляются так, как будто они находятся в одном теле. Тела, которые являются частью физической системы, называются внутренними телами, а тела, которые не являются частью системы, называются внешними телами.

Под ***физическими явлениями*** понимаются явления, при которых частица вещества, атом или частица остаются неизменными. Например, перемещение камня, кипение или замерзание воды, движение поезда и самолета и т. д. являются явлениями. Явления, при которых молекулы вещества изменяются, называются ***химическими явлениями***. Например, сжигание топлива, изготовление пластмасс, извлечение металлов из руд и др.

Физическая среда относится к материальному пространству или среде, в которой происходят физические явления и процессы. Среда, в которой состав и свойства вещества везде одинаковы, называется однородной средой, а если наоборот, то неоднородной средой. Одним из философских понятий физики является материя и движение. В процессе познания природы у людей формируются представления о материи и ее движении. Любое изменение, которое происходит в природе, происходит из-за движения материи. Движение-это форма существование материи. Материя может изменить свой внешний вид, но она никогда не исчезнет и не будет существовать из ничего и всегда будет существовать. Материя проявляется в форме материи и поля, которые взаимно переходят друг в друга и вращаются. Современная физика учит различным физическим формам движения материи, их взаимному превращению друг в друга, а также материи и поля и их свойствам.

Явления и состояния предметов, происходящие в технике и в природе и вокруг нас, характеризуются количественными физическими величинами. ***Физическими величинами*** называют величины, количественно характеризующие физические явления, формы движения и свойства материи. ***Физический закон*** относится к выражению, которое состоит из четкой количественной связи между величинами, которые характеризуют явления. В физике с помощью наблюдений, измерений и экспериментов можно создавать законы, которым подчиняются различные явления.

ПОНЯТИЕ О СИСТЕМАХ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

В физике 7 (длина, время, масса, температура, количество вещества, сила тока и сила света) физических величин используются в качестве основных единиц, а 2 (плоский угол и пространственный угол) физических величин используются в качестве дополнительных единиц. Все остальные величины являются производными единицами. "Международная система единиц" - СИ (Sisteme International) - универсальная система физических величин для всех отраслей науки и техники, принятая на XI Генеральной конференции по мерам и весам в октябре 1960 года. В соответствии с решением данной конференции в международной системе единиц приняты семь основных, две дополнительные величины и соответствующие им семь основных, две дополнительные единицы и множество производных единиц. Краткое описание этой системы называется СИ. Поскольку плоские и пространственные углы не имеют собственных размеров, они являются дополнительными величинами международной системы единиц. Семь основных единиц включают метр, секунду, килограмм, Кельвин, моль, Ампер, Кандела.

Метр (м) – принятая за 1 метр длина волны (1 650 763 730 число волн) излучения в вакууме, соответствующая переходу между уровнями $2P_{10}$ *и* $5d_5$ изотопа Криптон-86.

Килограмм (кг) – масса, равная международной эталонной массе килограмма, этот эталон представляет собой платино-иридиевый сплав, хранящийся в международном бюро мер и весов в Севре, недалеко от Парижа.

Секунда (с) – время, равное 9 192 631 770 периоду излучения, соответствующему переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния изотопа цезия-133, принято считать 1 секунда.

Моль (моль) – элемент (атом, молекула, ион,), равный числу атомов углерода-12 массой 0,012 кг количество вещества в системе, состоящей из 1 моль.

Кельвин (К) (-1/273,16) доли термодинамической температуры, характеризующей температуру кипения воды, принятой за 1 Кельвин.

Ампер (А) – это сила переменного тока, которая при прохождении тока через два параллельных бесконечно длинных и очень малых прямых проводника, расположенных на расстоянии 1 метра друг от друга в вакууме, создает силу взаимодействия $2\cdot10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводника.

Кандела (кд) – полный Луч при температуре, равной температуре затвердевания платины под давлением 101325 Па-сила света, излучаемая перпендикулярно поверхности 1/600000 м^2 якоря, принимается за 1 Канделу.

Радиан (рад) – центральный угол, удерживающий дугу, равную длине радиуса, принят за угол в 1 Радиан.

Стерадиан (стр) – пространственный угол, вершина которого находится в центре сферы и отделяет грань поверхности, равную квадрату радиуса от центра этой сферы, принимается за 1 стерадиан.

Поскольку в международной системе единиц физические величины отличаются друг от друга в 10 раз, а натуральные в 10 раз, это облегчает расчет, очень многие страны мира используют эту систему. Например, такие размеры, как миллиграммы, граммы, килограммы, тонны массы или длины, такие как миллиметры, сантиметры, дециметры, метры, километры, отделены друг от друга размерами 10, 100, 1000,... . Но есть в мире и такие страны, которые сохранили свои древние единицы измерения. Примером этого является" традиционная система Соединенных Штатов "или" британская система единиц". Это создает некоторую сложность при проведении расчетов в системах единиц, где величины не отличаются друг от друга натуральными степенями 10 и 10. Например, единица длины миля равна 5280 футам, 1 фут равен 12 дюймам, а 1 дюйм равен 25,4 миллиметрам в СИ. Возведение в квадрат или куб для определения поверхности и объема создает дополнительную проблему.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ФИЗИКИ

Ученые мира, внесшие вклад в развитие физики:

Механика развивалась раньше других разделов физики. Механика-это наука о движении и равновесии тел. В широком смысле, под движением материи понимается любое ее изменение. Но в механике под движением понимается только его простейшая форма, то есть перемещение тел относительно других тел. Принципы механики были впервые описаны Ньютоном в его фундаментальном труде под названием “Математические основы натуральной философии”, который был опубликован в 1687 году. Правда, до Ньютона Архимед (до н.э. 287–212гг.), Кеплер (1571-1630), Галилей (1564-1642), Гюйгенс (1564-1642) и многие другие крупные ученые занимались частными вопросами статики и частично динамики. Однако Ньютон был первым, кто создал полную систему принципов механики и на их основе построил грандиозное здание этой науки, создал механическую картину Вселенной. Огромные успехи механики Ньютона, а также научная репутация, которая не оставляет места для споров

Следующий этап развития физики Ж.К.Именно Максвеллом (1831-1879) в 1860-1865 годах было положено начало теории электромагнитного поля. Максвелл разработал свои собственные уравнения, называемые уравнениями Максвелла, обобщив при этом работы своих предшественников-физиков Ампера, Фарадея и Вебера. В 1888 г. Г.Герц (1857-1894) экспериментально доказал существование электромагнитной волны. Таким образом, была создана электромагнитная картина Вселенной.

Серьезные критические взгляды на механику Ньютона возникли только во второй половине XIX века. Никаких принципиальных изменение в физические основы механики не вносилось до тех пор, пока к началу XX века ситуация полностью не изменилась. Но к началу XX века А.Эйнштейн, М.Планк, Н.Бор и другие выдающиеся ученые, такие как Де Бройль, Гейзенберг, Поль Дирак, представили неопровержимое доказательство того, что ньютоновская механика не может быть применена ко всем явлениям природы. Оказалось, что ньютоновская механика является частным случаем для макроскопических тел (систем с большим количеством частиц) и малых скоростей. Микродвижущиеся частицы (атом, ядро, электрон, протон, нейтрон, позитрон, фотон и т. д.) при объяснении природы движения пришлось отказаться от классических представлений, сформировавшихся в нашем сознании на протяжении веков и повседневной жизни, а также от понятия траектории, на основе которого в науку пришла новая наука - “квантовая механика”.

При объяснении причин явлений, происходящих с телами на больших скоростях (скоростях, близких к скорости света), стало ясно, что пространство и время, до сих пор считавшиеся абсолютными и изотропными, относительны и не могут существовать в отрыве друг от друга. Нейтрон был открыт Чедвиком в 1932 году. На этой основе была основана “релятивистская механика”. Позже, после Второй мировой войны, Пол Дирак основал “релятивистскую квантовую механику” и “квантовую электродинамику”. Так была создана современная картина Вселенной.

Следует особо отметить, что до формирования нынешней физической картины Вселенной было выдвинуто огромное количество фактов и идей, сделаны открытия. Каждое вновь созданное открытие или разработанная идея должны не только отвергать предыдущие открытия и идеи, но и дополнять их, то есть должен соблюдаться принцип совместимости. В результате новых исследований и современных лабораторий будут сделаны новые открытия. Таким образом, с годами, веками человечество становится все ближе и ближе к абсолютной истине.

Восточные ученые, внесшие вклад в изучение естествознания:

Узбекистан, как и вся территория Центральной Азии, с давних пор входит в число регионов, где развиваются наука и культура. В частности, такие области, как астрономия, математика, медицина, философия, химия, горнодобывающая промышленность, почвоведение, геодезия, гончарное дело, архитектура, живопись, газетное дело и литературоведение, глубоко развивались за несколько веков до западного Ренессанса Об этом свидетельствуют археологические раскопки и исследования, проведенные на территории Центральной Азии, в частности Узбекистана.

Муса аль-Хорезми и Мухаммад аль-Фергани, великие представители восточных ученых, проводили свои исследования в багдадской академии “Байт уль-Хикмат” (Дом Мудрости). Абу Абдуллах Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми 780 году родился в Хиве в 850 году умер в Багдаде. Он создал труды в области математики, астрономии, географии. Он заложил основы науки" Аль-Джабр “(Алгебра) и понятия” алгоритм". Его работы "Счет Аль-Хинд“ и "Астрономические таблицы” были переведены на латынь в двенадцатом веке, что привело к широкому распространению в Европе понятия десятичной системы счисления и алгоритма.

Аль-Хорезми

Абдул Аббас Ахмад ибн Мухаммад ибн Кашр Аль-Фергани тоже (родился в 790 г. Ферганской долине в 865 году умер в Багдаде) занимался астрономией, географией, математикой. Он заранее рассчитал солнечное затмение, научно доказал, что Земля шарообразная, вычислил длину меридиана, изготовил прибор для измерения течения реки Нил и написал по нему трактаты. Огромный труд Фергани “Сборник о звездной науке и небесных движениях” был переведен на многие языки.

Аль-Фергани

Абу Наср Мухаммад Узлуг Тархан Аль-Фараби (родился 873 в Чимкенте в 960 году умер в Дамаске). Он написал более 160 работ в различных областях. Современники называли его восточным Аристотелем.

В XXI веке в столице Хорезма Ургенче был создан ”Дом знатоков”, то есть академия, где обсуждались философия, математика и медицинские науки. Членами этой академии были великие мыслители Ибн Сина, Беруни, Абу Наср Аррок и другие.

Ал Фараби

Абу Райхан Беруни

Ибн Сино

Абу Райхан Мухаммад ибн Ахмад аль-Беруни (родился в Хорезме в 973 г, умер 1048 году в Газне), который создал первый глобус. Он написал более 150 книг и брошюр. Его мысли о гелиоцентрической системе внесли большой вклад в развитие науки.

Абу Али ибн Сина (родился в 980 г в селе Афшона в г Бухары умер 1037 году в Исфахане) - ученый, мыслитель, философ, поэт, число его произведений превышает 280. Из них более 40 посвящены медицине, более 30-естественным наукам и музыке, а остальные-философии, логике, морали, теологии и общественно-политической тематике.

В XV веке Мухаммед Тарагай Мирзо Улугбек (родился в городе Султанате в 1394 году и был убит своим сыном в 1449 году) основал Академию в Самарканде. При нем была хорошо оборудованная обсерватория, богатая библиотека и высшее учебное заведение–медресе. Улугбек создал крупнейшую в мире астрономическую школу.

Мирзо Улугбек

Он оставил огромное научное и культурное наследие, одним из которых является “Улугбек Зижи” (Ziji Kuragoni). Составив со своими учениками список из более чем тысячи звезд, разработал их точное место на небесной сфере.

Математик и астроном Казизаде Руми (Салахиддин Муса ибн Мухаммад ибн Мухаммад 1360-1437) был учителем Мирзо Улугбека. Руми ”Время Платона” носит имя Платона своего времени.

Математик и астроном Аль-Каши (Гиясиддин Джамшид Каши, умер около 1430 года. Он первым ввел в математику десятичные дроби. Он записал значение с точностью до 17 номеров.

Известный астроном Али Кушчи (Мавлана Алуддин Али ибн Мухаммед Кушчи, 1403-1474) написал трактаты по математике и астрономии. Он научно и естественно правильно объяснил смену времен года, лунные и солнечные затмения.

Работы и открытия упомянутых выше великих мыслителей в области естественных наук, математики, медицины, философии, лингвистики внесли большой вклад в развитие мировой науки, привели к повышению уровня отдельных отраслей науки, появлению новых направлений. Последующие поколения, с большим уважением и почтением относившиеся к духу предков, продолжают свое дело как достойные наследники. Ярким примером является практическая работа, проводимая в Узбекистане в области физики.

О работы в области физики в Узбекистане:

После обретения независимости Узбекистану было уделено особое внимание развитию науки. В настоящее время Академия наук Узбекистана имеет восемь научно-отраслевых отделений. Одним из таких является физико-математический факультет. В состав этого отдела входят следующие научно-исследовательские институты, действующие в настоящее время в области физики:

институт ядерной физики, научно-производственное объединение “Физика-Солнце”, институт электроники, институт астрономии, отдел теплофизики, институт лазерной физики, институт нанотехнологии.

В настоящее время в Узбекистане ведутся научно-исследовательские работы по следующим направлениям физики:

Теплофизика- в основном, академик П.К.Хабибуллаев возглавляет созданную им научную школу, основу которой составляет отделение теплофизики Узфан. Научные работы посвящены физике тепла неоднородных сред, взаимодействию лазерных лучей с телами, направлениям высокотемпературной сверхпроводимости.

Ядерная физика-работы в этой области ведутся, в основном, в Институте ядерной физики. Они начались в Узбекистане в 20-х годах прошлого века. Но, систематические исследования физико-техническом институте проводились под руководством академика С.А.Азимова (1914-1988). В 1956 году был создан Институт ядерной физики. В настоящее время здесь ведутся научно-исследовательские работы по таким направлениям, как ядерная спектроскопия и строение ядра, ядерные реакции, квантовая теория поля, физика элементарных частиц, релятивистская ядерная физика и др.

Физика солнечной техники (гелиотехника) – основное направление этого направления направлено на разработку физических основ преобразования энергии солнечного света в тепловую энергию и создание на их основе высокоэффективных гелиотехнических установок. В развитие этих направлений заслуги Умарова (1921-1988) велики. Он является членом-корреспондентом Академии. В настоящее время в народном хозяйстве широко используются солнечные обогреватели, сушилки для фруктов, устройства для углубления соленой воды, работающие на солнечной энергии, обеспечивающие квартиры горячей водой и теплом.

Физика труднорастворимых материалов. Эти исследования в области высокотемпературного материаловедения начались с 1976 года, начались широко проводиться Азимовым и др. В этих исследованиях за основу был взят метод термической обработки материалов солнечными лучами. С этой целью в 1987 году в Паркентском районе Ташкентской области была построена большая солнечная электростанция мощностью 1000 кВт. Такое устройство существовало к тому времени только во французском городе Одеё. Фокусное расстояние устройства составляет 18 м. Оно имеет размер 54×42 м и состоит из 62 гелиостатов одинакового размера. В 1993 году в составе научно–производственного объединения "Физика-Солнце" был создан научно-исследовательский институт " Материаловедение".

Работы в области физики высоких энергии начался в Физико-техническом институте под руководством С. Азимова. Исследования ведутся в основном в двух направлениях: физика космических лучей и изучение

взаимодействия частиц и ядер, ускоряющихся до очень больших энергий, с нуклонами и ядрами.


Р.Хабибуллаев
(1936–2019)


У.Орифов
(1909–1976)


С.А.Азимов
(1914–1988)

Физическая электроника в Узбекистане первые исследования в этой области начались в тридцатых годах прошлого века. Дальнейшее развитие этой отрасли, возникновение научной школы физиков-электронщиков, связана с именем У. Орифова (1909-1976). В 1967 году был создан институт электроники академии наук. В настоящее время работы в этом направлении направлены на разработку методических основ диагностики поверхности и изменения физико-химических свойств поверхности твердого тела в нужном направлении, а также на создание современных ионно-лучевых технологий получения и обработки полупроводниковых и конструкционных материалов.

Физика полупроводников-научные исследования в этой области начались в тридцатых годах XX века. Эти работы проводятся во многих научно-исследовательских институтах и высших учебных заведениях. Много достижений узбекских ученых и в области физики полупроводников. В частности, разработаны проводники, преобразующие солнечную энергию в электрическую, высоковольтные фотоэлектрические генераторы, двухчувствительные фотоэлектрические преобразователи и на их основе созданы модули фотоэлектрических устройств.

МЕХАНИКА

Это первый раздел физики, который изучает любые явления природы и их причины, связанные с движением точки или объекта. Механика развивалась раньше других разделов физики. Механика-это наука о движении и равновесии тел. В широком смысле под движением материи понимается любое ее изменение. Но в механике под движением понимается только его простейшая форма, то есть перемещение тел относительно других тел.

Раздел механики, изучаемый макромир, считается классической механикой Исаака Ньютона, движения в которой происходят со скоростями, значительно меньшими скорости света. Эта механика является частным случаем "релятивистской механики", которая объясняет причины явлений со скоростями, близкими к скорости света.

В классической механике пространство рассматривается как изотропное и однородное, а время-как однородное. Законы классической механики актуальны только для макрообъектов и принципиально отличаются от "квантовой механики", объясняющей причины микродвижений.

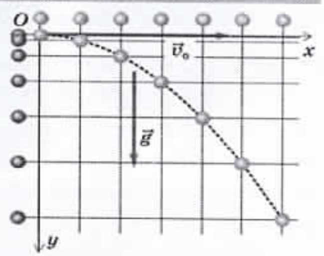
В этом учебнике, мы изучаем механику в следующих частях:

- *Кинематика*
- *Дианмика*
- *Статика*

В этом учебнике, кроме того, были включены еще две главы ниже по механике:

- *Механические колебания и волны.*
- *Механика жидкостей и газов.*

I РАЗДЕЛ. КИНЕМАТИКА



Кинематика-раздел механики, изучающий законы и уравнения движения тел. При этом причины, вызывающие движение объекта, не изучаются, то есть изучаются без привязки движения объекта к силе и массе. В этой главе изучается движение тела с геометрической точки зрения. В этой главе рассматриваются уравнения движения тела в различных системах координат, уравнения траектории, внешний вид траектории, тип движения, радиус кривизны и т. д. С помощью формул, графиков и таблиц

§ 1. ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ О ДВИЖЕНИИ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПОНЯТИЕ КИНЕМАТИКИ. ПОНЯТИЕ ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ

Механическое движение и его относительность:

Механическое движение относится к изменению положения тела в пространстве или плоскости относительно других тел с течением времени. Например, летающие птицы, движущиеся автомобили и люди, вращающийся диск и шестерни-все это механические движения. Кроме того, движение небесных тел, например, суточное вращение Земли вокруг своей оси, годовое вращение вокруг Солнца, также является механическим движением (рис.1.1). Виды механического движения очень разнообразны, с ними мы подробно познакомимся в следующих темах.

Пусть наблюдатель смотрит на автомобиль, движущийся по прямой линии со скоростью *20 м/с* . При этом наблюдатель, хотя и не знает физики, но неосознанно воспринимает землю как объект счета, привязывает к ней систему координат и подстраивает положительное направление своей оси под направление движения машины. Он говорит, что машина движется в этом направлении со скоростью *20 м/с*.

Рассмотрим ситуацию подробнее. Наблюдатель измерял скорость машины относительно системы отсчета, привязанной к Земле, то есть условно принято землю неподвижной. Найденная скорость-это относительная скорость относительно Земли. Но найти абсолютную скорость машины невозможно. Потому что, чтобы найти абсолютную скорость, вам нужно будет учитывать такие скорости, как скорость вращения Земли вокруг своей оси и Солнца, скорость движения Солнца по нашей Галактике, скорость движения галактики в свою очередь и т. д. Это невозможно определить.

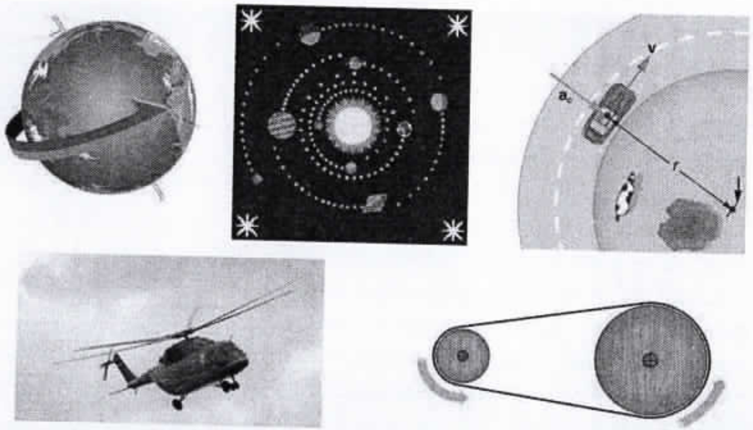


Рисунок 1.1

Следовательно, найти абсолютную скорость невозможно, поскольку абсолютное система отсчёта отсутствует. Поскольку в природе абсолютное тело несуществуется, ни одна система отсчета, связанная с каким-либо телом, не может быть абсолютное системой отсчета. Понятия о том, что тело находится в покое или движется, являются относительными понятиями. Тело может одновременно оставаться в покое относительно какой-либо системы отсчета или находиться в движении относительно какой-либо системы отсчета.

Например, пусть на двух параллельных рельсах два поезда движутся в одном направлении с одинаковой скоростью. Наблюдатель, сидящий внутри поезда, думает, что второй поезд неподвижен, а здания и деревья движутся назад. Действительно, так обстоит дело с поездом, на котором сидит наблюдатель, но в системе отсчета, привязанной к Земле, ситуация будет совершенно противоположной.

Движение, скорость и траекторное представление тела, как и система отсчёта, также являются относительными понятиями. В разных системах отсчёта вид траектории может отличаться. Например, траектория человека в поезде имеет вид точки в системе отсчета, прикрепленной к поезду, и прямой линии в системе отсчета, прикрепленной к Земле. Точно так же траектория полета вертикально поднимающегося крыла вертолета имеет вид круга относительно корпуса, а относительно Земли-в виде винта. Точно так же, как невозможно определить абсолютное движение, невозможно определить абсолютную траекторию.

Элементарные понятия кинематики:

В механике для описания движения тел используются различные модели. Одной из таких моделей является модель материальной точки. Если размер тела значительно меньше расстояния, на котором изучается его движение, такое тело называется материальной точкой. Например, если поезд ездет из Ташкента в Термез, то длина этого пути составляет около 700 км. Путь пройденный в 2000 раз больше, чем размер поезда (350 метров). Поэтому даже поезд на этом пути можно будет рассматривать как материальную точку. Но когда этот поезд идет от одной остановки метро к другой, это не значит, что поезд является материальной точкой. Точно так же при изучении суточного движения Земли вокруг своей оси землю нельзя рассматривать как материальную точку. Но при изучении годового движения Земли вокруг Солнца становится возможным рассматривать Землю как материальную точку.

След, оставленный телом при его движении, называется траекторией. Например, траекторией можно назвать след дыма, оставленный самолетом, след оставленный муравьем в почве, след оставленный транспортными средствами на дороге и т. д. Длина траектории называется путём. Перемещение S вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела. На рисунке 1.2 изображены траектория, путь и перемещение. При всех видах движения, кроме прямолинейного, путь больше, чем перемещение. Например, в такси мы платим за дорогу, а в самолете-за перемещение.

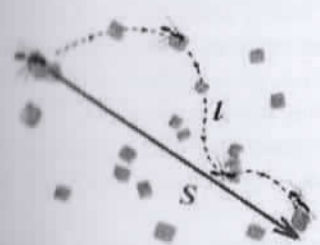


Рисунок 1.2

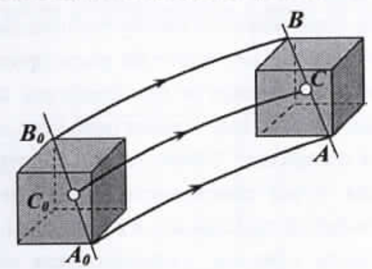


Рисунок 1.3

Другим важным понятием в кинематике является понятие поступательного движения. Движение, при котором все точки тела проходят один и тот же путь, называется поступательным движением (рис.1.3). Вращательное движение не может быть поступательным движением, при котором точки тела, близкие к центру вращения, проходят меньшую длину дуги. При поступательном движении вектор, соединяющий две произвольные точки тела, остается параллельным самому себе.

По отношению к наземной (лабораторной) системе отсчёта, например, шарик, подвешенный на пружине и совершающий колебание по вертикальной прямой, поршень в неподвижном цилиндре двигателя, кабина шахтного подъемника, резак токарного станка и т.д. движется поступательно. На рисунке 1.3 показаны две вершины A и B куба, в которых движется поступательно, а также траектории точки C на диагонали AB. Точки A_0, B_0 и C_0 соответствуют положению куба в начальный момент времени.

Траектории B_0B и C_0C такие же, как у A_0A и A_0B_0 может быть полностью наложен на нее с помощью параллельного перемещения на расстояния прямой. Таким образом, все точки тела, движущегося в движении, в какой-то момент времени движутся на расстояния одной и той же величины ΔS, т. е. $\Delta S_A = \Delta S_B = \Delta S_C$.

Понятия пространства и времени. Пределы применения классической механики:

Представления человека о пространстве и времени формировались на протяжении всей истории его развития, на основе повседневного опыта и наблюдений. Впервые в истории человечества И.Ньютон ввел понятия абсолютного времени и абсолютного пространства. Согласно ему пространство существует в отдельном, независимом от него состоянии, т. е. в абсолютном состоянии, которое состоит из трех осевых координат. Время также существует в отдельном, абсолютном состоянии, то есть в состоянии абсциссы, которое является осью. Другими словами, время имеет свойство двигаться из прошлого в будущее и не возвращаться назад. Пространство и время существуют в изогнутом состоянии, и между ними нет никакой связи. Пространство не влияет на ритм прохождения времени, и наоборот, течение времени не зависит от пространства. Кроме того, ритм прохождения времени одинаков в любой момент времени и в любой точке пространства, то есть время однородно. Точно так же пространство однородно и изотропно, то есть каждая точка пространства взаимозаменяема, чередуется и свойства всех направлений пространства одинаковы.

Таким образом, Ньютоновская механика считает, что время является абсциссой, время однородно, пространство также является абсциссой, пространство однородно и изотропно. Следует напомнить, что в классической механике время во всех точках системы координат можно определить с помощью одного прибора (часов или секундомера), измеряющего время, установленного на начало отсчета. В его основе лежит принцип распространения взаимодействия с бесконечно большой скоростью. Но в дальнейшем мы узнаем, что в "релятивистской механике" взаимодействие распространяется с предельной скоростью $c=3\cdot 10^8$ *м/с*.

Вопросы по теме:

1. Что называется механическим движением?
2. Дать определение понятиям траектория, путь и движение.
3. Что называется поступательным движением?
4. Расскажите о понятиях пространства и времени. Что такое абсцисса и абсцисса времени?
5. Опишите пределы применения классической механики Ньютона.

§ 2. ВЕКТОРЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

Поскольку большинство наших вопросов связано с векторными величинами и действиями, выполняемыми над ними, давайте кратко остановимся на этой теме.

В физике в основном применяются два типа величин. Один из них полностью определяется своим числовым значением, и называется скалярной величиной, или скаляром. Для полного определения величин, кроме их числового значения, надо указать также и направление. Такие величины называются векторными величинами. Отрезок, имеющее направление, называется вектором. Обозначение векторов либо строчными латинскими буквами, либо прописными, состоящими из начала и конца (рис.2.1).

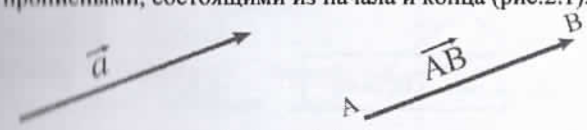


Рисунок 2.1

Модуль вектора называется длина вектора и обозначается в виде $|\vec{a}|$ или $|\overrightarrow{AB}|$.

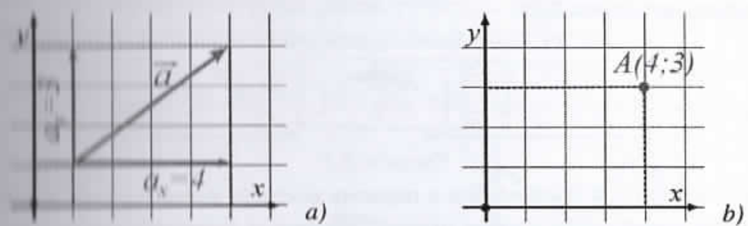


Рисунок 2.2

Проекция вектора на ось называется его координатой на этой оси. В отличие от координаты точки, координата вектора имеет длину. Например, проекция вектора на ось Ox имеет длину 4 единицы, а проекция на ось Oy 3 единицы (рис.2.2).

Точка записывается в виде $A(x_A; y_A; z_A)$, а вектор $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ в виде. Вектор, направленный вдоль оси координат и имеющий длину 1 единицу, называется базисным вектором, или ортом (рис.2.3).

$$\boxed{|\vec{i}|=|\vec{j}|=|\vec{k}|=1, \quad \vec{i}\perp\vec{j}\perp\vec{k}} \qquad (2.1)$$

$\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ вектор также можно представить через орты в следующем виде (рис. 2.3):

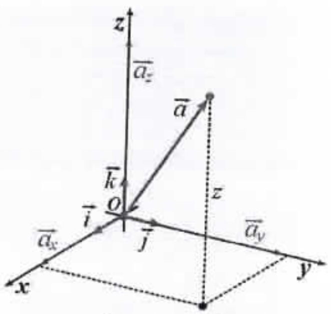


Рисунок 2.3

$$\boxed{\vec{a}(a_x; a_y; a_z)=a_x\cdot\vec{i}+a_y\cdot\vec{j}+a_z\cdot\vec{k}=\vec{a}_x+\vec{a}_y+\vec{a}_z} \qquad (2.2)$$

Где: $a_x, a_x, a_x - \vec{a}$ координаты вектора.

$\vec{a}_x=a_x\cdot\vec{i}$, $\vec{a}_y=a_y\cdot\vec{j}$, $\vec{a}_z=a_z\cdot\vec{k}$ – векторы проекции, направленные вдоль оси.

Зависимость модул вектора от координат будет следующей (рис. 2.4):

$$\boxed{|\vec{a}|^2=a_x^2+a_y^2} \qquad (2.3)$$

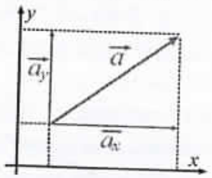


Рис 2.4

Углом между двумя векторами называют угол, образованный их началами при параллельном переносе в одну точку (пересечение линий влияния векторов) (рис.2.5).

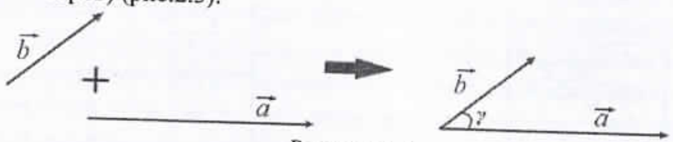


Рисунок 2.5

Чтобы добавить второй вектор к первому вектору, конец первого вектора переносится параллельно началу второго вектора, а направленное от начала первого вектора к концу второго вектора, называется сумарным вектором (рис.2.6).

Рисунок 2.6

Суммарный вектор и его модуль будут выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}\,, \qquad |\vec{c}|=\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\gamma}} \qquad (2.4)$$

Для вычитания второго вектора из одного вектора оба начала двух векторов переносятся параллельно в одну точку, а отрезок, направленный от конца второго вектора к концу первого, называется вектором вычитания (рис.2.7).

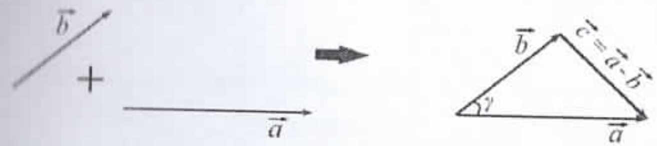


Рисунок 2.7

Вектор вычитания и его модуль будут выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}\,, \qquad |\vec{c}|=\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\gamma}} \qquad (2.5)$$

Метод сложения или вычитания векторов, подобный приведенному выше, называется треугольным методом сложения или вычитания векторов. Существует также параллелограммный метод сложения или вычитания векторов. В этом методе векторы-это смежные стороны параллелограмма, сумма (рис 2.8) а векторы вычитания действуют как две диагонали этого параллелограмма.

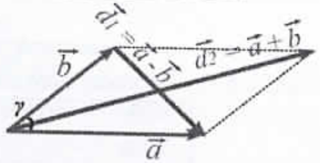


Рисунок 2.8

Если угол между векторами равен γ=90°, то модули (длины) вектора суммы и вектора вычитания равны между собой (рис.2.9).

$$\boxed{|\vec{c}|=\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2}} \qquad (2.6)$$

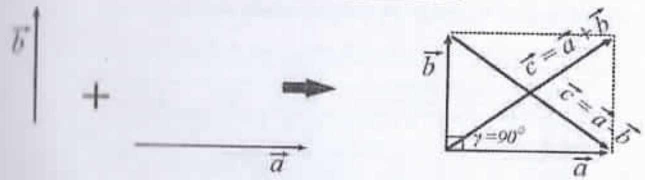


Рисунок 2.9

При сложении двух векторов координаты также складываются соответствующим образом (рис.2.10-а).

$$\boxed{\vec{a}(a_x;a_y)+\vec{b}(b_x;b_y)=\vec{c}(c_x;c_y) \quad \text{то}, \begin{cases} c_x=a_x+b_x \\ c_Y=a_y+b_y \end{cases} \quad \text{будет}} \qquad (2.7)$$

При вычитании двух векторов координаты также вычитаются соответственно (рис.2.10-б).

$$\boxed{\vec{a}(a_x;a_y)-\vec{b}(b_x;b_y)=\vec{c}(c_x;c_y)\ \text{то,}\ \begin{cases}c_x=a_x-b_x\\ c_Y=a_y-b_y\end{cases}\ \text{будет}} \qquad (2.8)$$

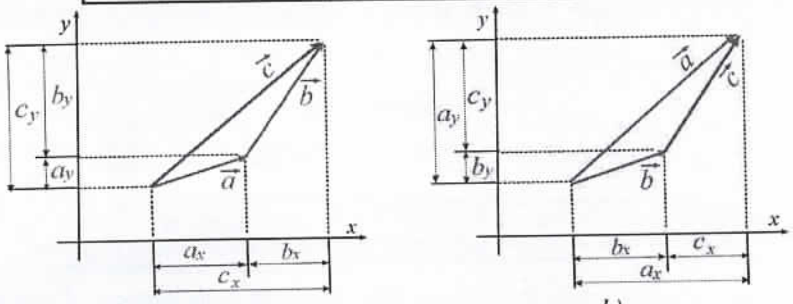


Рисунок 2.10

При умножении вектора на число λ образуется вектор, координаты которого в λ раз больше координат вектора (рис.2.11).

$$\boxed{\text{Если } \lambda\cdot\vec{a}(\vec{a}_x;\vec{a}_y)=\vec{b}(\vec{b}_x;\vec{b}_y)\ \text{то,}\ \begin{cases}\vec{b}_x=\lambda\cdot\vec{a}_x\\ \vec{b}_y=\lambda\cdot\vec{a}_y\end{cases}\ \text{будет}} \qquad (2.9)$$

Мы можем доказать это следующим образом: вектор

$$\vec{b}=\lambda\cdot\vec{a}=\underbrace{\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}+...+\vec{a}}_{\lambda\ раз}$$

пишем в виде. Мы знаем, что при сложении векторов соответствующие координаты также складываются. Согласно будет:

$$\begin{cases}b_x=a_x+a_x+a_x+...+a_x=\lambda\cdot a_x\\ b_y=a_y+a_y+a_y+...+a_y=\lambda\cdot a_y\\ b_z=a_z+a_z+a_z+...+a_z=\lambda\cdot a_z\end{cases}$$

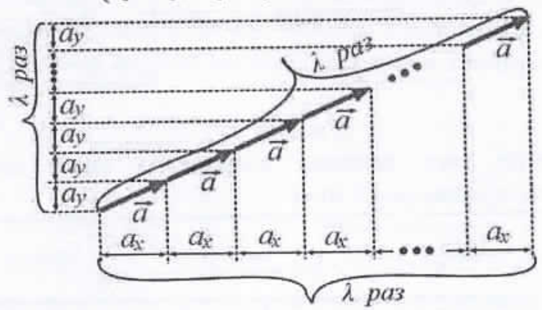


Рисунок 2.11

Скалярным умножением двух векторов называется,- скалярная величина, равная произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними (рис.2.11-а).

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\gamma} \qquad (2.10)$$

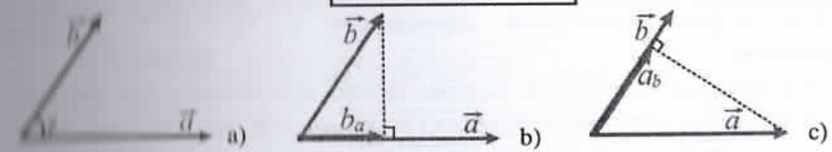


Рисунок 2.11

Скалярное умножение двух векторов равно умножению модуля одного из этих векторов на проекцию второго вектора на первый вектор (рис.2.11-в, с).

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b_a \quad yoki \quad \vec{a}\cdot\vec{b}=b\cdot a_b} \qquad (2.11)$$

Угол между самим вектором и самим собой равен 0^0. Следовательно, квадрат вектора будет равен квадрату его модуля.

$$\boxed{\vec{a}^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cdot\cos 0^0=|\vec{a}|^2} \qquad (2.12)$$

Скалярное умножение двух векторов на координатное выражение будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z} \qquad (2.13)$$

Мы можем доказать это следующим образом: запишем векторы в виде ортов, а затем раскроем скобки. В результате,

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(a_x\cdot\vec{i}+a_y\cdot\vec{j}+a_z\cdot\vec{k}\right)\cdot\left(b_x\cdot\vec{i}+b_y\cdot\vec{j}+b_z\cdot\vec{k}\right)=a_xb_x\cdot\vec{i}\cdot\vec{i}+a_xb_y\cdot\vec{i}\cdot\vec{j}+a_xb_z\cdot\vec{i}\cdot\vec{k}+a_yb_x\cdot\vec{j}\cdot\vec{i}+$ $+a_yb_y\cdot\vec{j}\cdot\vec{j}+a_yb_z\cdot\vec{j}\cdot\vec{k}+a_zb_x\cdot\vec{k}\cdot\vec{i}+a_zb_y\cdot\vec{k}\cdot\vec{j}+a_zb_z\cdot\vec{k}\cdot\vec{k}=a_xb_x\cdot1+a_xb_y\cdot0+a_xb_z\cdot0+a_yb_x\cdot0+$ $+a_yb_y\cdot1+a_yb_z\cdot0+a_zb_x\cdot1+a_zb_y\cdot0+a_zb_z\cdot1=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$ формируется.

Используя скалярное умножение векторов, можно будет определить угол между двумя векторами.

$$\boxed{\cos\gamma=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} \quad yoki \quad \cos\gamma=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\cdot\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}} \qquad (2.14)$$

Если объект перемещался из точки $A(x_A;y_A)$ в точку $B(x_B;y_B)$ в декартовой системе координат, то перемещение и его проекции на координатные оси будут выглядеть следующим образом (рис. 2.12):

$$\begin{cases} \vec{S} = A\vec{B} \\ S_x = x_B - x_A \\ S_y = y_B - y_A \end{cases} \qquad \begin{cases} |\vec{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \\ S_x = S \cdot \cos\alpha \\ S_y = S \cdot \sin\alpha \end{cases} \qquad (2.15)$$

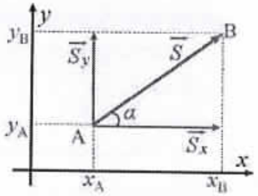


Рисунок 2.12

Где: α–угол перемещение образованный с горизонтом.

Приведенные формулы и чертежи можно использовать для решения задач, в которых движение тела лежит в плоскости оси Oxy. Например, когда вы сталкиваетесь с такими задачами, лодка, плавающая в проточной воде, или самолет, на который воздействует ветер, можно обнаружить перемещение. Если встречаются задачи, в которых движение тела лежит в плоскости Oxz, то достаточно взять ось Oz вместо Oy оси в приведенных рисунках и формулах. Так можно поступить, например, в задачах, где изучается движение парашютиста, находящегося под воздействием ветра, или движение автомобиля, поднимающегося по склону.

Вопросы по теме:

1. *Что называется вектором?*
2. *Что называется углом между двумя векторами?*
3. *Как складываются два вектора?*
4. *Как делят два вектора?*
5. *Какое действие выполняется над координатами векторов при сложении или вычитании?*
6. *Как меняются его координаты при умножении вектора на положительное или отрицательное число?*
7. *Дайте определение скалярному умножению векторов, запишите формулу.*
8. *Как определяется угол между двумя векторами?*
9. *Как определяются координаты вектора перемещение?*

Решение задач:

1. Если $\vec{a}(1;2;3)$ и $\vec{b}(4;-2;9)$ пусть, тогда $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ сумма векторов а также $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ определите сумму и модуль векторов. Чему равен косинус угла между вектором суммы и вектором вычитания?

Дано:	*Решение:*
$\vec{a}(1;2;3)$ $\vec{b}(4;-2;9)$	*При сложении или вычитании векторов их соответствующие координаты также складываются или вычитаются. Используя это, можно определить координаты вектора суммирования или вычитания.*
$\vec{c} = ?,\ \lvert\vec{c}\rvert = ?$ $\vec{d} = ?,\ \lvert\vec{d}\rvert = ?$ $\cos(\vec{c} \wedge \vec{d}) = ?$	$\vec{c} = \vec{a}(1;2;3) + \vec{b}(4;-2;9) = \{1+4;2-2;3+9\} = \vec{c}(5;0;12)$ $\vec{d} = \vec{a}(1;2;3) - \vec{b}(4;-2;9) = \{1-4;2+2;3-9\} = \vec{d}(-3;4;-6)$

Теперь определим модули найденных суммируемых и вычитаемых векторов.

$$|\vec{c}| = \sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2} = \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + (-6)^2} = \sqrt{61}$$

Теперь определим косинус угла между векторами суммы и вычитания.

$$\cos(\vec{c} \wedge \vec{d}) = \frac{\vec{c} \cdot \vec{d}}{|\vec{c}| \cdot |\vec{d}|} = \frac{(5\vec{i} + 12\vec{k}) \cdot (-3\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k})}{13 \cdot \sqrt{61}} = \frac{-15 + 0 - 72}{13\sqrt{61}} = -\frac{87}{13\sqrt{61}}$$

Ответ: $\vec{c}(5;0;12)$; $|\vec{c}| = 13$; $\vec{d}(-3;4;-6)$; $|\vec{d}| = \sqrt{61}$; $\cos(\vec{c} \wedge \vec{d}) = -\frac{87}{13\sqrt{61}}$

2. Если $A(2;4)$, $B(3;6)$ и $C(6;14)$ пусть, тогда $\vec{m} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ определите координаты суммируемого вектора, а также $|\vec{m}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ модуль вектора.

Дано:	*Решение:*
$\vec{a}(1;2;3)$ $\vec{b}(4;-2;9)$	*Сначало определим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ а также вектора $\overrightarrow{BC}$*
$\vec{m} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - ?$ $\lvert\vec{m}\rvert = \lvert\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\rvert - ?$	$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = (3-2)\vec{i} + (6-4)\vec{j} = \vec{i} + 2\vec{j}$ $\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A)\vec{i} + (y_C - y_A)\vec{j} = (6-2)\vec{i} + (14-4)\vec{j} = 4\vec{i} + 10\vec{j}$ *Теперь $\vec{m} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ определим координаты суммируемого вектора*

$$\vec{m} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (\vec{i} + 2\vec{j}) + (4\vec{i} + 10\vec{j}) = 5\vec{i} + 12\vec{j} \quad \text{или} \quad \vec{m}(5;12)$$

Модуль этого вектора будет: $|\vec{m}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$

Ответ: $\vec{m} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$; $|\vec{m}| = 13$

§ 3. СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ И НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА. ПЕРЕОБРАЗОВАНИЕ ГАЛИЛЕЯ И ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.

Система отсчета:

Тела, которые можно считать условно неподвижными, оставаясь неподвижными телами, называются системой отсчета (например, дерево, дом, улица, здание и т.д.). Человек, который видит проезжающую мимо дерева машину, неосознанно связывает движение машины относительно дерева, то есть воспринимает дерево как предмет счета. На самом деле в природе нет ничего, что стояло бы спокойно, то есть совершенно неподвижно. Условно принимаем тела как стоящие в покое. Например, как только Земля кажется спокойной, она неосознанно совершает круговое движение вокруг своей оси и Солнца. Солнце также вращается вместе со своими планетами в направлении своего местоположения в нашей Галактике.

Тело отсчета (начало координат), система координат, связанная с телом счета, и часы (или прибор отсчета времени) составляют систему отсчета (рис.3.1). Мы можем принять произвольное тело как тело отсчета. Поэтому все системы счисления равноправны, и нельзя сказать, что одна из систем отсчета более предпочтительна, чем другая, или более предпочтительна, чем другие. Траектория тела также различна в разных системах счисления. Переход от одной системы счисления к другой осуществляется с помощью подстановок, называемых подстановками Галилея. Об этих заменах мы подробно остановимся в других главах учебника.

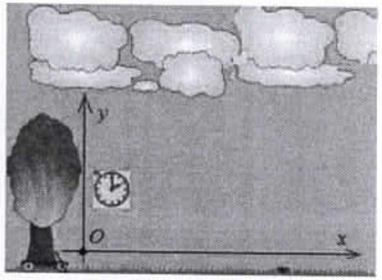


Рисунок 3.1

Обычно, для удобства решения задач, начало системы координат устанавливают на отсчетное тело и считают, что время начинается с нуля.

Инерциальная и неинерциальная системы отсчета. Принцип относительности Галилея:

Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называются инерциальными системами отсчета (ИСО). С помощью механических опытов, проведенных стоя внутри инерциальной системы отсчета, невозможно определить, стоит ли система отсчета в покое или движется.

Системы отсчета, в которых Первый закон Ньютона не выполняется, называются неинерциальными системами отсчета (НСО). Находясь внутри неинерциальной системы отсчета, можно заметить, что система отсчета движется, даже не проводя никаких экспериментов.

Подробнее об ИСО и НСО мы подробно остановимся в следующем разделе динамика.

Интересен был вопрос о том, изменяет ли формула, выражающая механическую величину свой вид или сохраняет его при переходе от одной

инерциальной системы отсчета (ИСО) к другой ИСО. Если в каюте судна, движущегося по прямой, провести эксперимент, то получится ли результат эксперимента такой же, как и на Земле, или получится другой результат? Многочисленные результаты экспериментов Галилея показали, что они не зависят от того, движется ли ИСО или находится в покое, то есть результаты одного и того же эксперимента при создании одинаковых условий получались одинаковыми на всех ИСО.

Например, время падения тела, брошенного с какой-либо высоты $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ внутри каюты корабля, оказалось таким же, как и результат формулы, или период колебаний математического маятника $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ внутри каюты корабля оказался таким же, как результат формулы. Это означает, что закон или формула, которая определяет механическую величину при переходе от одной ИС к другой ИС, сохраняет свой внешний вид. Оказывается, невозможно определить, что корабль движется прямолинейно или находится в покое, так как результат эксперимента одинаковий.

Эти высказанные мысли являются принципом относительности Галилея, который описывается следующим образом:

Все механические явления происходят на всех ИСО одинаково, внешний вид формулы, определяющей величину, не меняется, все ИСО равноправны. Ни один механический эксперимент, проведенный внутри ИСО, не может определить, движется ли ИСО или находится в покое.

Преобразование Галилея:

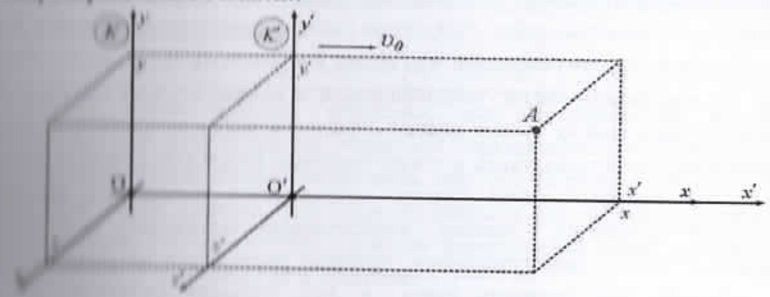


Рисунок 3.2

Правила перехода с одной ИСО на другую обычно выполняются формулами замен координат и времени. Если системы координат неподвижны, то координаты вычисляются по простым геометрическим правилам. И когда системы координат движутся относительно друг друга, координаты на ИСС меняются со временем. Определение координат в этом случае осуществляется с помощью их подстановок в классической механике, а в релятивистской (больших скоростях) механике-с помощью подстановок Лоренца.

Пусть даны произвольные оси К и К', причем первая из них относительно Земли в покое, а вторая движется относительно первой со скоростью ϑ_0 в произвольном направлении (для удобства-в направлении оси Ox) (рис.3.2). Пусть в начальный момент времени $(t=0)$ начало этих системы совпадает. Поскольку время является абсолютной величиной, то и в произвольном моменте времени показания часов в системах К и К' одинаковы, т. е. $t=t'$ будут. К' - это координата тела, находящегося в системе координат X' в произвольный момент времени t' в системе координат К будет $x=x'+\vartheta_0 t$. Т. к. в момент t система К' смещается относительно системы на $\vartheta_0 t$ расстояние. Точно так же связь между координатами при переходе от системы К к системе К' $x'=x-\vartheta_0 t$ будет. Поскольку движение происходит только по оси Ox, координаты на двух других осях не меняются со временем то есть $\begin{cases} y=y', & z=z' \\ y'=y, & z'=z \end{cases}$.

Обобщая преобразования Галилея между координатами и временем, которое проходит в системах при переходе от одной ИСС к другой ИСС, можно записать:

$$\boxed{\begin{array}{llllll} K'\rightarrow K, & x=x'+\vartheta_0 t, & y=y', & z=z', & t=t' \\ K\rightarrow K', & x'=x-\vartheta_0 t, & y'=y, & z'=z, & t'=t \end{array}} \qquad (3.1)$$

Преобразования Галилея применяется для очень низких скоростей по сравнению со скоростью света. Показания синхронизированных часов в К и К' всегда одинаковы, что означает, что время в К' системе также может быть указано по показаниям часов, установленным в начале отсчета системы К. Времена в произвольных точках систем счисления также всегда одинаковы. Следовательно, показания часов в обеих системах будут t=t'. Следует также помнить, что преобразования Галилея применяется только для законов классической механики. Законы классической механики, полностью выполняются только при движениях, которые происходят со скоростями, очень низкими, чем скорость света. А при больших скоростях (ϑ~c) наблюдаются отклонения от законов механики Ньютона. При этом нам придется изменить наши повседневные представления о пространстве и времени.

Результаты, полученные из преобразования Галилея:

Используя формулы преобразования Галилея, можно будет вывести формулы сложения скоростей в классической механике. Пусть материальная

точка К' движется прямолинейно и равномерно в системе. Поскольку сама система К' движется относительно системы К, которая находится в покое, необходимо учитывать обе скорости, чтобы найти скорость материальной точки в системе К. Для определения скорости материальной точки в системе К достаточно получить произведение приведенных выше преобразования Галилея на время.

$$\boxed{\begin{array}{llll} K'\rightarrow K, & \vartheta_x=\vartheta'_x+\vartheta_0, & \vartheta_y=\vartheta_y', & \vartheta_z=\vartheta_z' \\ K\rightarrow K', & \vartheta'_x=\vartheta_x-\vartheta_0, & \vartheta'_y=\vartheta_y, & \vartheta'_z=\vartheta_z \end{array}} \qquad (3.2)$$

Используя приведенную выше формулу, мы можем записать следующее правило сложения скоростей:

$$\boxed{\vec{\vartheta}=\vec{\vartheta}'+\vec{\vartheta}_0} \qquad (3.3)$$

Точно так же пусть материальная точка К' движется прямолинейно равноускоренно в системе. Если система К' движется с постоянным ускорением относительно неподвижной системы К, то для нахождения результирующего ускорения материальной точки в системе К достаточно получить произведение 2-го порядка преобразования Галилея по времени.

$$\boxed{\begin{array}{llll} K'\rightarrow K, & a_x=a'_x+a_0, & a_y=a_y', & a_z=a_z' \\ K\rightarrow K', & a'_x=a_x-a_0, & a'_y=a_y, & a'_z=a_z \end{array}} \qquad (3.4)$$

Используя приведенную выше формулу, мы можем записать следующее правило сложения ускорений:

$$\boxed{\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_0} \qquad (3.5)$$

Кроме того, длины, промежуток времени и массы, измеренные в системах К и К', будут одинаковыми.

$$\boxed{\ell=\ell', \quad t=t', \quad m=m'} \qquad (3.6)$$

Галилей очень хорошо объяснил, как механические величины взаимодействуют друг с другом, когда они перемещаются от одного ИСС к другому ИСС. Стоит только напомнить, что эти условия выполняются со скоростями, очень малыми, чем скорость света. А при скоростях, близких к скорости света, возникает необходимость пересмотреть наши классические представления о пространстве и времени.

Вопросы по теме:

1. *Что составляет систему счисления?*
2. *Отсчетное тело движется или стоит неподвижно?*
3. *Опишите теорию относительности Галилея.*
4. *Как пространство и время рассматриваются в этом?*
5. *Для каких систем счисления и для каких скоростей актуальна теория относительности Галилея?*
6. *Запишите преобразования Галилея.*

7. *Как складываются скорости и ускорения в преобразованиях Галилея?*
8. *Математический маятник в каюте корабля колеблется с периодом 3 с. Чему равен период маятника для человека на берегу, если этот корабль находится в движении относительно берега?*

Решение задач:

1. Чему была равна координата x', если тело, находящиеся в точке x' системы X', имеет координату (x=0) в системе X через 6 с времени, равную нулю? Через какое время x_1=80 м?

Дано:	*Решение:*
ϑ_0=20 м/с	*С помощью преобразования Галилея решим задачу.*
x=0, t=6 с	$x = x' + \vartheta_0 t, \ \rightarrow \ x' = x - \vartheta_0 t = 0 - 20 \cdot 6 = -120\,м$
x_1=80 м	*Теперь x_1=80 м определяем время t1, соответствующее координате.*
x' =?, t_1=?	

$$x_1 = x' + \vartheta_0 t_1, \ \rightarrow \ t_1 = \frac{x_1 - x'}{\vartheta_0} = \frac{80-(-120)}{20} = \frac{200}{20} = 10\ c$$

Ответ: *x' =120 м, t_1=10 с*

§ 4. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ И ЕГО СКОРОСТЬ.

Прямолинейное равномерное движение;

Простейшим видом движения-является прямолинейное равномерное движение. Прямолинейное движение это движение, при котором траектория-прямая линия. Прямолинейным равномерным движением называется движение, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. При таком движении достаточно определить только одну координату. Потому что достаточно указать одну координату в направлении, по которому движется тело. Если бы тело двигалось на одно и то же расстояние в 20 метров каждую секунду, его движение можно было бы назвать почти равномерным движением. При изучении движения тело важно найти путь, пройденный им за единицу времени.

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют постоянную векторную величину, равную отношению перемещения тела за любой промежуток времени к значению этого промежутка.

Величина, равная количественно пройденному за единицу времени пути, называется скоростью.

Физический смысл скорости: она показывает как быстро изменяется координата в единицу времени.

$$\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

На рисунке 4.1 изображен заяц, бегущий со скоростью 5 метров в секунду. Это движение кролика можно назвать равномерным движением.

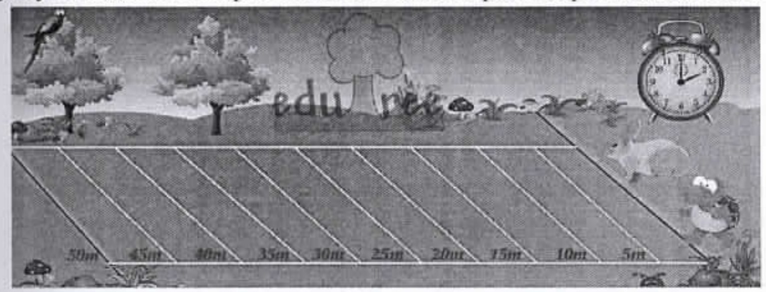


Рисунок4.1

При прямолинейном равномерном движении скорость и перемещение связаны следующим образом (рис. 4.2):

$$\boxed{\vartheta = \frac{S}{t} = tg\alpha} \qquad (4.1)$$

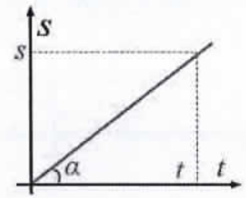


Рисунок 4.2

Как видно из рисунка, на графике, связывающем путь и время, тангенс угла, образованный графиком с горизонтом, дает скорость (рис 4.2).

Вообще говоря, на любом графике, связывающем путь и время, тангенс угла, образованный горизонталью, проведенной к графику, дает скорость. (рис.4.3).

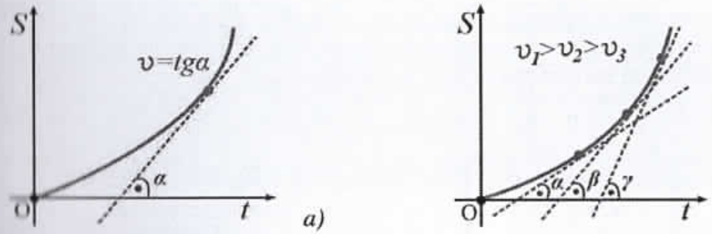


Рисунок 4.3

Единицей измерения скорости является мера скорости в СИ $\frac{м}{с}$, измеренная в $\frac{см}{с}$, $\frac{м}{с}$ или $\frac{км}{час}$, исходя из времени, за которое путь был разделен.

Формула нахождения пути при прямолинейном равномерном движении будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{скорость = \frac{пройденный\ путь}{время}} \qquad (4.2)$$

Формула нахождения смещения при прямолинейном прямолинейном движении будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{S = \vartheta \cdot t} \qquad (4.3)$$

Если прямолинейное равномерное движение происходит вдоль оси Ox, то перемещение представлено в виде вычитания координат.

$$\boxed{S = x - x_0} \qquad (4.4)$$

При этом уравнение движения будет выглядеть так:

$$\boxed{x = x_0 + \vartheta t} \qquad (4.5)$$

Если тело движется по оси Ox, то принимается за $\vartheta>0$, а если он движется против оси Ox, то принимается за $\vartheta<0$. Для обоих этих случаев зависимость координат и скорости от времени показана на рис 4.4.

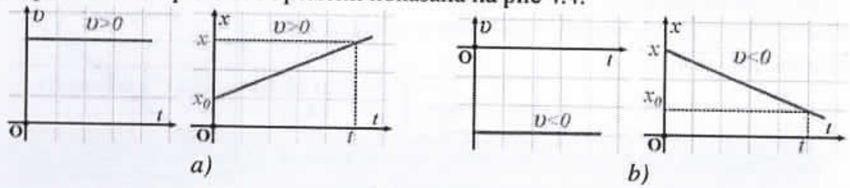


Рисунок 4.4

Если тело, двигаясь прямолинейно по прямой в направление оси, плавно переместилось из точки $(x_0;\ y_0)$ в точку $(x;\ y)$, то проекции перемещения на координатные оси и модуль перемещения имеют вид.

$$\boxed{S_x = x - x_0, \quad S_y = y - y_0, \quad S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}} \qquad (4.6)$$

Когда прямолинейное равномерное движение происходит на декартовой координатной системы то уравнение движения имеет вид.

$$\boxed{x = x_0 + \vartheta_x t, \quad y = y_0 + \vartheta_y t} \qquad (4.7)$$

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} \\ \vartheta_x = \dfrac{S_x}{t} = \dfrac{x - x_0}{t} \\ \vartheta_y = \dfrac{S_y}{t} = \dfrac{y - y_0}{t} \end{cases}}$$

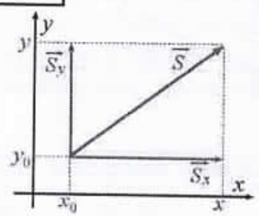
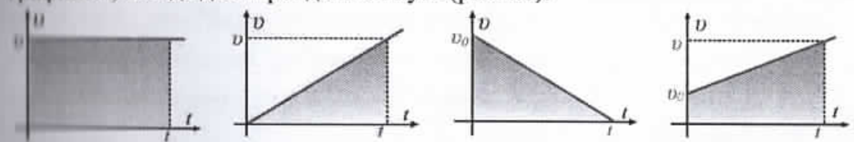


Рисунок 4.5

Следовательно, уравнение движения является уравнением зависимости координаты от времени.

Если тело, движущееся прямолинейно по прямой, движется в координатной плоскости из точки $(x_0;\ y_0)$ в точку $(x;\ y)$ за время t, то скорость и ее проекции на оси будут следующими (рис. 4.5):

Оказывается, если бы был дан график зависимости скорости от времени, можно было бы определить путь, используя поверхность, ограниченную данным графиком, то есть поверхность под графиком. На любом графике, где связаны скорость и время, ограниченная поверхность (или поверхность под графиком) всегда дает пройденный путь (рис.4.6).



$$\boxed{S = \vartheta t} \qquad \boxed{S = \frac{1}{2}\vartheta_0 t} \qquad \boxed{S = \frac{1}{2}\vartheta t} \qquad \boxed{S = \frac{\vartheta + \vartheta_0}{2} \cdot t}$$

Рисунок 4.6

Часто скорость движения тело задается в $\frac{км}{час}$ и должна быть выражена в $\frac{м}{с}$. Поэтому важно знать связь между этими измерениями скорости. Из этого следует, что *1 км=1000 м* и *1 час=3600 с*

$$\boxed{1\frac{м}{с} = 3{,}6\frac{км}{час} \qquad 1\frac{км}{час} = \frac{1}{3{,}6}\frac{м}{с}} \qquad (4.8)$$

$$1\frac{м}{с} = \frac{10^{-3}км}{1час/3600} = 3{,}6\frac{км}{час}$$

Вопросы по теме:

1. *Что называется прямолинейным равномерным движением?*
2. *Как определяется скорость на графике, где зависимость путь и время?*
3. *Как определяется путь на графике, где зависимость скорость и время?*
4. *Что называется уравнением движения?*
5. *Какие единицы измерения скорости вы знаете?*

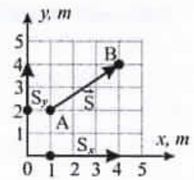
Решение задач:

1. Тело переместился из точки A в точку B в координатной плоскости xoy. Найти проекции движения тела на оси Ox и Oy.

Решение:

$A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$. Как видно из рисунка $x_1=1$ m, $y_1=2$ m, $x_2=4$ m, $y_2=4$ m. Тело переместилось по оси Ox $x_2 - x_1$, по оси Oy $y_2 - y_1$.

$S_x = x_2 - x_1 = 3\ m$; $S_y = y_2 - y_1 = 2\ m$



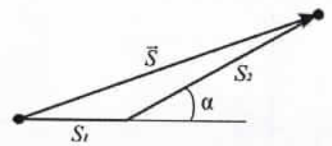
Ответ: $S_x = 3 ; S_y = 2$.

2. Материальная точка, двигаясь по прямой, прошла расстояние 1 м, затем, изменив направление движения на 30°, снова прошла расстояние 2 м по прямолинейной траектории. Найти модуль (м) результирующей перемещение материальной точки.

A) 2,91   B) 3   C) 1   D) -$\sqrt{5}$

Дано:
S_1=1 m
α=30°
S_2=2 m
S=?

Решение:



В решение задач воспользуемся теоремой косинусов.

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_1^2 + 2S_1S_2\cos(180° - \alpha)} = \sqrt{1+4+2\cdot 1\cdot 2\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{5+2\sqrt{3}} = 2{,}91\ m$$

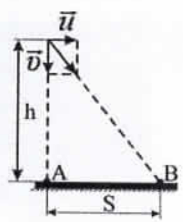
Ответ: A) 2,91

3. Парашютист спускается на землю в вертикальном направлении со скоростью 5 м/с при отсутствии ветра. Но дующий ветер отбросил его на расстояние, от цели на 160 м. Если бы парашютист прыгнул с высоты 200 м, с какой скоростью (ИСС) он двигался бы в горизонтальном направлении?

Дано:
S=160 m
h=200 m
υ=5 m/s
u=?

Решение:

Парашютист должен был фактически приземлиться в точке A. Но из-за дующий ветра она падает до точки B. В вертикальном направлении он проходит расстояние h со скоростью υ, а в горизонтальном-расстояние S со скоростью u в то же время.



$$h = \upsilon t; \quad S = ut$$

$$\frac{S}{h} = \frac{u}{\upsilon}, \quad \Rightarrow \quad u = \frac{S}{h}\cdot\upsilon, \quad \Rightarrow \quad u = \frac{160}{200}\cdot 5 = 4\ м/с.$$

Ответ: 4 м/с

§ 5. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ СКОРОСТЬ. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ. СРЕДНЯЯ И МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ

Относительная скорость:

Скорость тела относительно какой-либо системы счисления принято считать условно неподвижной. При сравнении относительных скоростей тел относительно друг друга векторы скоростей вычитаются.

Если угол между векторами скоростей двух тел $\vec{\vartheta}_1$ и $\vec{\vartheta}_2$, угол между векторами равен γ, то вектор относительной скорости первого тела относительно второго тела $\vec{\vartheta}_{1/2}$ и его модуль $|\vec{\vartheta}_{1/2}|$ равны (рис.5.1):

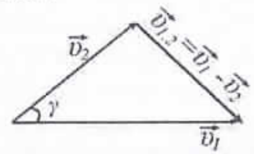


Рисунок 5.1

$$\boxed{\vec{\vartheta}_{1/2} = \vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_2} \tag{5.1}$$

При этом модуль вектора относительной скорости определяется по правилу косинусов.

Для лучшего понимания относительной скорости и ее направления приведем этот пример. Пусть на небе вертолет $\vec{\vartheta}_1$ и $\vec{\vartheta}_2$ самолет летят соответственно и под углом γ взаимных скоростей в тех же направлениях, что и на рисунке 5.1. Пилот самолета, глядя в окно, видит, что вертолет удаляется именно $\vec{\vartheta}_{1/2}$ на относительной скорости. Точно так же, когда пилот вертолета смотрит в окно, он видит, что пилот самолета отклоняется в направлении $\vec{\vartheta}_{1/2}$, противоположном относительной скорости.

При этом модуль вектора относительной скорости определяется по правилу косинусов.

$$\boxed{|\vec{\vartheta}_{1/2}| = \sqrt{|\vec{\vartheta}_1|^2 + |\vec{\vartheta}_2|^2 - 2\cdot|\vec{\vartheta}_1|\cdot|\vec{\vartheta}_2|\cdot\cos\gamma}} \tag{5.2}$$

Приведенную выше формулу также можно будет записать в виде алгебраических чисел.

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 - 2\vartheta_1\vartheta_2\cos\gamma}} \tag{5.3}$$

При разных значениях угла γ между направлениями движения двух тел относительная скорость также принимает разные значения. Из них давайте остановимся на некоторых частных случаях, с которыми мы часто сталкиваемся.

Если на одной прямой два тела движутся в одном направлении со скоростями ϑ_1 и ϑ_2, угол между ними будет $\gamma=0^0$. При этом относительная скорость одного из тел относительно другого будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \vartheta_1 - \vartheta_2} \qquad (5.4)$$

Если два тела на одной прямой движутся со скоростями ϑ_1 и ϑ_2 близко друг к другу или удаляются друг от друга, угол между ними будет $\gamma=180^0$. При этом относительная скорость одного из тел относительно другого будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \vartheta_1 + \vartheta_2} \qquad (5.5)$$

Если два тела движутся перпендикулярно друг другу со скоростями ϑ_1 и ϑ_2, угол между ними будет $\gamma=90^0$. При этом относительная скорость одного из тел относительно другого определяется из теоремы Пифагора (рис.5.2).

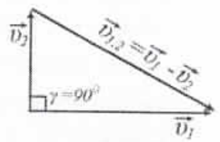


Рисунок 5.2

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}} \qquad (5.6)$$

Таким образом, изменение относительного положения тел относительно друг друга определяется их относительными скоростями.

Независимо от того, с какой большой скоростью движутся тела, если их относительная скорость равна нулю, то относительное положение этих тел никогда не меняется, то есть они всегда остаются относительно друг друга в покое.

Сложение скоростей:

Иногда на тело воздействуют несколько сил, просят найти направление и величину результирующего движения. Например, ветер мешает самолету двигаться в своем направлении. Поэтому, чтобы не сбиться с пути следования, также необходимо будет учитывать влияние ветра. Точно так же на движение катера влияет поток воды. Поскольку на тела действует несколько сил, чтобы найти направление и действующих на него величину результирующего движения, скорости каждого удара складываются геометрически,.

Потому что скорость — это векторная величина. Под силой или воздействием, которое вызывает движение, понимается скорость ветра, действующая на самолет, скорость потока воды, действующая на катер, или скорость, которую может дать катер его двигатель, и тому подобное.

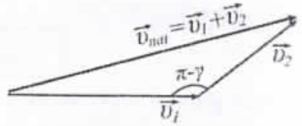


Рисунок 5.3

Если на одно и то же тело действуют две силы, вызывающие движение, и вектор скорости первого воздействия $\vec{\vartheta}_1$ и вектор скорости второго воздействия $\vec{\vartheta}_2$, угол между которыми равен γ, то результирующий вектор скорости $\vec{\vartheta}_{рез}$ тела имеет следующий вид (рис. 5.3):

$$\boxed{\vec{\vartheta}_{рез} = \vec{\vartheta}_1 + \vec{\vartheta}_2} \qquad (5.7)$$

При этом модуль результирующего вектора скорости $|\vec{\vartheta}_{рез}|$ определяется по правилу косинусов.

$$\boxed{|\vec{\vartheta}_{рез}| = \sqrt{|\vec{\vartheta}_1|^2 + |\vec{\vartheta}_2|^2 + 2\cdot|\vec{\vartheta}_1|\cdot|\vec{\vartheta}_2|\cdot\cos\gamma}} \qquad (5.8)$$

Приведенную выше формулу также можно будет записать в виде алгебраических чисел.

$$\boxed{\vartheta_{рез} = \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 + 2\vartheta_1\vartheta_2\cos\gamma}} \qquad (5.9)$$

При разных значениях угла γ между двумя направлениями движущего воздействия результирующая скорость также принимает разные значения. Из них давайте остановимся на некоторых частных случаях, с которыми мы часто сталкиваемся. Чтобы было легче понять, эти движущиеся эффекты можно проиллюстрировать на примере моторной лодки и водного потока. Если в стоячей воде лодка со скоростью $\vartheta_л$ движется в направлении течения реки со скоростью $\vartheta_в$, то угол между ними будет $\gamma=0^0$. При этом результирующая скорость $\vartheta_{рез}$ лодки относительно берега будет:

$$\boxed{\vartheta_{рез} = \vartheta_л + \vartheta_в} \qquad (5.10)$$

Если лодка со скоростью $\vartheta_л$ в стоячей воде движется против течения в реке со скоростью $\vartheta_в$, угол между ними будет $\gamma=180^0$. При этом результирующая скорость лодки относительно берега $\vartheta_{рез}$ будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{рез} = \vartheta_л - \vartheta_в} \qquad (5.11)$$

Если лодка движется вертикально от берега к берегу в направлении от одного берега к другому, угол между ними будет $\gamma=90^0$. При этом результирующая скорость лодки относительно берега $\vartheta_{рез}$ находится из теоремы Пифагора (рис.5.4).

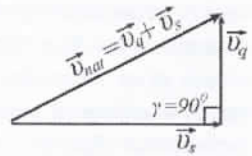


Рисунок 5.4

$$\boxed{\vartheta_{рез} = \sqrt{\vartheta_л^2 + \vartheta_в^2}} \qquad (5.12)$$

Если лодка плывет по реке в вертикальном положении, между ними можно создать связь, зная скорость лодки и воды, а также ширину реки и расстояние, на которое вода может сосать лодку. Если лодка плывет по реке вертикально $\vartheta_x, \vartheta_в, S_x, S_y$, то связь между величинами определяется по тангенсу угла, и она будет выглядеть следующим образом (рис. 5.5):

$$tg\alpha = \frac{\vartheta_в}{\vartheta_л} = \frac{S_x}{S_y}$$

$$t = \frac{S_y}{\vartheta_л} = \frac{S_x}{\vartheta_в} = \frac{S}{\vartheta_{рез}} \quad (5.13)$$

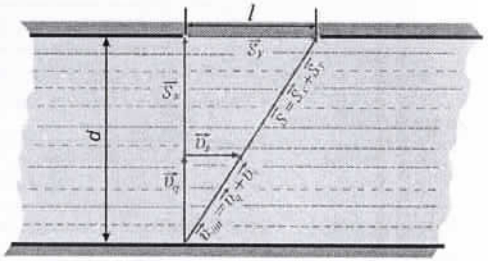


Рисунок 5.5

Где: S_x — расстояние, на которое течение уносит лодку, пока она не переправится на другой берег, S_y — ширина реки.

Приведенная выше формула также может быть использована для решения вопросов о результирующей скорости летящего самолета при ветре, направлении этой скорости, а также о том, как изменить направление, чтобы не сбиться с курса.

Скорости складываются, когда лодки плывет по течению, скорости отнимается, если лодки плывут против течения. При этом скорости, с которой лодки плывет туда и обратно, будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \vartheta_{туда} = \vartheta_л + \vartheta_в = \dfrac{s}{t_{туда}} \\ \vartheta_{обр} = \vartheta_л - \vartheta_в = \dfrac{s}{t_{обр}} \end{cases} \quad (5.14)$$

Если известна скорость лодки, плывущей по течению реки $\vartheta_{туд}$, и скорость, плывущей против течения $\vartheta_{об}$, то можно определить скорость лодки в стоячей воде $\vartheta_л$ и скорость течения воды $\vartheta_в$. Когда лодка движется по течению реки, скорость движения лодки относительно берега равна сумме скоростей лодки и воды. Когда лодка плывет против течения реки и возвращается обратно, скорость, с которой лодка прибывает на берег, равна разность скоростей лодки и воды. С помощью них можно будет определить искомый выражения.

$$\begin{cases} \vartheta_л = \dfrac{\vartheta_{туда} + \vartheta_{обр}}{2} \\ \vartheta_S = \dfrac{\vartheta_{туда} - \vartheta_{обр}}{2} \end{cases} \quad (5.15)$$

Мы рассмотрели вопрос о сложение скоростей на примере лодки и воды. Это также можно увидеть на примере летящего самолета и ветра.

Мгновенная и средняя скорость:

Скорость можно разделить на мгновенную скорость и среднюю скорость. Остановимся на каждом из них.

Величина, равная отношению наименьшейся элементарного пути к наименьшейся элементарному времени, называется мгновенной скоростью в этот момент, если тело проходит очень маленькое элементарное расстояние за очень маленький элементарный промежуток времени.

$$\vartheta_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \quad (5.16)$$

Мгновенная скорость — это векторная величина, направленный такая как скорость, направление движение. В какой момент времени мы определили скорость тела, мы бы нашли мгновенную скорость тот момент времени. Для других моментов времени мгновенная скорость будет иметь другое значение и направление. Другими словами, в какой момент водителя посмотрел на спидометр машины он увидел бы значение мгновенной скорости в этот момент.

Относительной величины и направления мгновенной скорости можно привести следующих воображениях:

При прямолинейном равномерном движении не направление, ни величина мгновенной скорости не изменяются.

В прямолинейном неравномерном движении направление мгновенной скорости не меняется, только ее модуль изменяется в каждый момент времени.

При равномерном движении по кривой величина мгновенной скорости не изменяется, изменяется лишь ее направление в каждый момент времени.

В неравномерном движении по кривой каждый момент времени изменяется как направление мгновенной скорости, так и ее величина

Чаще всего нас интересует не значение мгновенной скорости, а среднее значение скорости за определенный промежуток времени.

Средняя скорость – это физическая величина равная к отношению общей пройденной дороги к общему времени.

Мгновенные скорости в разные моменты времени нас не интересуют, когда мы определяем среднюю скорость тела. Чтобы вычислит среднюю скорость тела, нам нужен общий путь и общее время.

Например, автобус *750 км* в Ташкент из Термеза прибыл за время *15 часов*. Средняя скорость по всей дороге *50 км/час* будет. При этом автобус, возможно, немного превышал скорость *120 км/час* на равном участке дороги, а в горной местности ехал со скоростью *25 км/час*. Возможно, автобус остановился на дороге *1 час*, пассажиры поели, автобус сломался, или сотрудники ГАИ провели проверку и т. д. Все это нам не важно, достаточно лишь знать общий путь и общее время. Средняя скорость выражается через эти величины.

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}} \qquad (5.17)$$

Средняя скорость может быть определена, если общий путь, пройденный телом, состоит из нескольких частей, и на этих участках тело двигался равномерно. По этому поводу можно привести несколько формул.

Если тело в прямолинейном движении пересекает путь s_1 в t_1 время, путь s_2 в t_2 время, путь s_3 в t_3 время и т. д.путь s_n в время t_n, то формула для нахождения средней скорости по всему пути будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n}} \qquad (5.18)$$

Если тело движется со скоростью ϑ_1 в течение t_1 времени, ϑ_2 в течение t_2 времени и т. д. со скоростью ϑ_n в течение t_n времени, формула для нахождения средней скорости по всему пути будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}} = \frac{\vartheta_1 t_1 + \vartheta_2 t_2 + \vartheta_3 t_3 + \ldots + \vartheta_n t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n}} \qquad (5.19)$$

Если тело проходит путь s_1 со скоростью ϑ_1, путь s_2 со скоростью ϑ_2 и т. д. путь s_n проходит со скоростью ϑ_n формула для нахождения средней скорости по всему пути будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n}{\frac{S_1}{t_1} + \frac{S_2}{t_2} + \frac{S_3}{t_3} + \ldots + \frac{S_n}{t_n}}} \qquad (5.20)$$

Можно привести еще несколько формул для частных случаев, когда тело проходит первую половину пути со скоростью ϑ_1, а при прохождении другой половины со скоростью ϑ_2, средняя скорость за все время движения будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2}} \qquad (5.21)$$

Из приведенных выше формул можно легко вывести формулы, частные случаи приведенные ниже.

Если тело проходит первую половину общего времени со скоростью ϑ_1, а вторую половину со скоростью ϑ_2, то средняя скорость за все время движения будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}} \qquad (5.22)$$

Если тело проходит начальную 1/3часть всего пути со скоростью ϑ_1, а остальную 2/3часть со скоростью ϑ_2, средняя скорость на протяжении всего пути имеет вид:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{3\vartheta_1\vartheta_2}{2\vartheta_1 + \vartheta_2}} \qquad (5.23)$$

Если тело проходит начальную 1/3 часть общего времени движения со скоростью ϑ_1, а оставшуюся 2/3часть со скоростью ϑ_2, средняя скорость за все время движения будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{\vartheta_1 + 2\vartheta_2}{3}} \qquad (5.24)$$

Таким образом, мгновенная скорость характеризует скорость в данный момент времени с точки зрения величины и направления, в то время как средняя скорость характеризует скорость в данный момент времени с точки зрения величины.

Вопросы по теме:

1. Что называется повторяющимся действием?
2. Как определяется относительная скорость?
3. Как такое абсольютное системы координат?
4. А как насчет абсольютное траектории?
3. Что происходит, когда относительная скорость двух тел равна нулю?
4. Можно ли определить абсолютную скорость тела?
5. Как определяется результирующая скорость?
6. Как различить относительную скорость и результирующую скорость?
7. Что называется мгновенной скоростью?
8. Как насчет количества и направления мгновенной скорости в различных проявлениях движения?
9. Что называется средней скоростью?
10. От чего зависит средняя скорость?

Решение задач:

1. Среднее значение скорости лодки на реке по течению и против течения составляет 3 км/ч, при этом время движения отличается друг от друга в два раза. Сколько км/ч составляет скорость лодки в стоячей воде?
A) 6 B) 27/8 C)9/8 D) 15/4

Дано:	*Решение:* υ_0 – скорость течения реки ;
$\vartheta_{ср}$=3км/час	υ – скорость лодки в стоячей воде;
$t_1=2t_2$	Скорость лодки на пути к месту назначения: $\upsilon_1 = \upsilon - \upsilon_0$
υ=?	Скорость лодки на обратном пути из пункта

назначения:

$$v_2 = v + v_0$$

Лодка прошла расстояние S_1 на пути к месту назначения и S_2 на обратном пути, и эти расстояния равны друг другу.

Общее расстояние, пройденное лодкой: $S = S_1 + S_2$

Общее время, потраченное на преодоление этого расстояния: $t = t_1 + t_2$

$$\begin{cases} S_1 = v_1 t_1 = (v - v_0)t_1 \\ S_2 = v_2 t_2 = (v + v_0)t_2 \end{cases}$$

Средняя скорость находится как отношение общего расстояния, пройденного телом, к общему времени, потраченному на преодоление этого расстояния.

$$v_{\text{сред}} = \frac{S_{\text{об}}}{t_{\text{об}}} = \frac{S_1+S_2}{t_1+t_2} = \frac{(v-v_0)t_1+(v+v_0)t_2}{2t_2+t_2} = \frac{(v-v_0)2t_2+(v+v_0)t_2}{3t_2}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{3v-v_0}{3}$$

мы используем, что $S_1=S_2$. $(v - v_0)t_1 = (v + v_0)t_2$

$$(v - v_0)2t_2 = (v + v_0)t_2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{v}{3}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{3v - v_0}{3}$$

$$v_{\text{сред}} = \frac{3v-\frac{v}{3}}{3} = \frac{8v}{9}, \quad \Rightarrow \quad v = \frac{9}{8}v_{\text{оср}}, \quad \Rightarrow \quad v = \frac{9}{8}\cdot 3 = \frac{27}{8} \text{ км/час.}$$

Ответ: В) 27/8.

§ 6. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Неравномерным движением, называется движения, если тело перемещается на не равные расстояния за равные промежутки времени. Обычно различные транспортные средства, самолеты, корабли и т. д. движутся идеально неравномерно. В разных точках траектории их скорости будут различны. Неравномерное движение имеет разнообразные проявления. Наиболее часто используемым из них является прямолинейное равнопеременное движение.

Если траектория состоит из прямой, скорость тела, изменяется (увеличивается или уменьшается) на равные величины за равные промежутки времени, такое движение называется прямолинейным равно переменным (ускоряющимся или замедляющимся) движением.

На рисунке 6.1 изображены мяч который увеличивают свою мгновенные скорости в *2 м/с* изображено с интервалом 1 секунду.

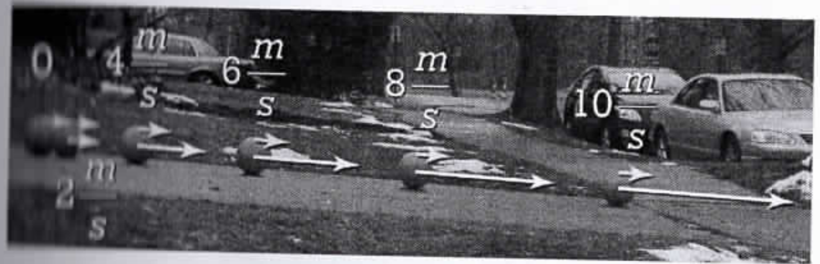


Рисунок 6.1

Если прямолинейное равнопеременное движущееся тело равномерно изменяет свою скорость от ϑ_0 до ϑ во времени t, то такая величина, равная отношению изменения скорости ко времени, называется ускорением тела (рис.6.2).

$$\boxed{a = \frac{\Delta\vartheta}{t} = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{t} = tg\alpha} \qquad (6.1)$$

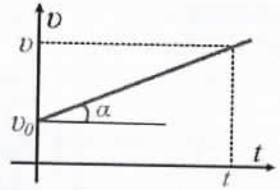
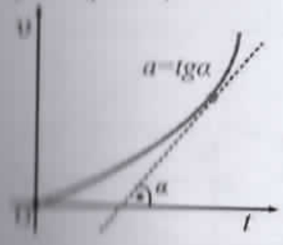


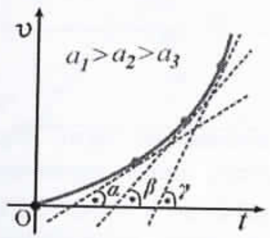
Рисунок 6.2

Как видно из рисунка, на графике, где зависимость скорость от время, тангенс угла, образованного графиком с горизонтом, дает ускорение.

В общем случае на любом графике, где скорость и время связаны, заштрихованная площадь Рисунок 6.2 тангенс угла, образованный с горизонтом, дает ускорение. График чем ближе к оси У, тем больше ускорение (рис.6.3).



а)



b)

Рисунок 6.3

Ускорение характеризует быстроту изменения скорости.

$$\boxed{\text{ускорение} = \frac{\text{изменение скорости}}{\text{время}}} \qquad (6.2)$$

Ускорение- векторная величина, равная отношению изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло. При прямолинейном равнопеременном движении его направление направлено в сторону, направлению движения, а при замедленном-в сторону, противоположную направлению движения. Ускорение измеряется в *м/с*^{2}. Если тело меняет свою скорость *1 м/с* во времени *1 с* на, его ускорение равно *1 м/с*^{2}.

$$\boxed{1\ м/с^2 = \frac{1\ м/с}{1\ с}} \qquad (6.3)$$

Мгновенная скорость тела движущегося при прямолинейном равнопеременном движении изменяется с каждой секундой, то есть мгновенная скорость тела линейно увеличивается или уменьшается равномерно. Мгновенная скорость тела, движущегося по прямолинейной равнопеременной, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta = \vartheta_0 + at} \qquad (6.4)$$

При прямолинейном равноускоренном движении *a>0*, скорость тело увеличивается с каждой секундой *a*. При прямолинейном равнозамедленном движении *a<0*, то скорость тело уменьшается с каждой секундой *a*. Мгновенная скорость при прямолинейном равноускоренном и прямолинейном равнозамедленном движении имеет вид:

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta = \vartheta_0 + |a|t & \textit{равноускоренный} \\ \vartheta = \vartheta_0 - |a|t & \textit{равнозамедленный} \end{cases}} \qquad (6.5)$$

Также можно записать в виде (рис.6.4).

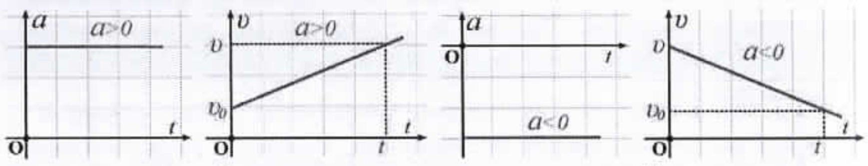


Рисунок 6.4

Для нахождения пути, пройденного в прямолинейном равно переменном движении, строится график, в зависимости скорость от времени, а затем вычисляется поверхность, ограниченная графиком. Поскольку график, в котором связаны скорость и время $a = \vartheta$, $b = \vartheta_0$, а также трапеция с высотой *h=t*, то поверхность этой трапеции дает путь, пройденный в прямолинейном равно переменном движении (рис.6.5).

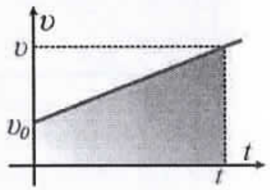


Рисунок 6.5

$$\boxed{S = \frac{\vartheta + \vartheta_0}{2} t} \qquad (6.6)$$

Если в приведенной выше формуле мы подставим формулу вместо времени $t = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{a}$, то формула имеет вид:

$$\boxed{S = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2a} t} \qquad (6.7)$$

Если к первоначальной найденной формуле перемещение движения введя формулу мгновенной скорости движения и упростить, то для определения пути, пройденного при прямолинейном равно переменном движении, получаем формулу.

$$\boxed{S = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}} \qquad (6.8)$$

Три формулы, найденные выше, называются тремя формулами нахождения перемещения при прямолинейном равно переменном движении. Если принять во внимание, что при прямолинейном ускоренном движении *a>0* и при прямолинейном замедленном движении *a>0*, то приведенная выше формула (6.8) для прямолинейном равнопеременном и при прямолинейном равно замедленном движении переходит к следующему виду (рис. 6.5):

$$\boxed{\begin{cases} S = \vartheta_0 t + \frac{|a|t^2}{2} & \textit{– равноускоренный} \\ S = \vartheta_0 t - \frac{|a|t^2}{2} & \textit{– равнозамедленный} \end{cases}} \qquad (6.9)$$

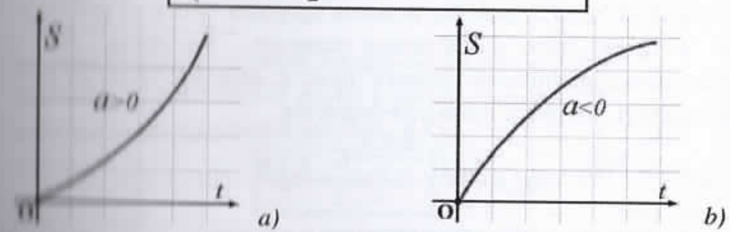


Рисунок 6.5

Если тело начало движение из состояния покоя с равноускоренним движением то, формулы перемещения имеет вид:

$$\boxed{S = \frac{\vartheta t}{2}, \quad S = \frac{\vartheta^2}{2a}, \quad S = \frac{at^2}{2}} \qquad (6.10)$$

Для того, чтобы узнать положение тела, движущегося по прямой в произвольный момент времени, необходимо будет определить выражение, к которому привязаны координаты и время, то есть уравнение движения. Уравнение движения тела, движущегося по прямолинейной прямой, будет иметь вид

$$\boxed{x = x_0 + \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}} \qquad (6.11)$$

Если принять во внимание, что при прямолинейном равноускоренном движении *a>0* и при прямолинейном равнозамедленном движении *a<0*, то уравнение движения для таких движений будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{x = x_0 + \vartheta_0 t + \frac{|a|t^2}{2}} \quad (6.12a) \qquad \boxed{x = x_0 + \vartheta_0 t - \frac{|a|t^2}{2}} \quad (6.12b)$$

равноускоренном движении *равнозамедленном движении*

Если мы подставим ускорение *a=0* в приведенные выше формулы, то уравнение движения будет сформировано для прямолинейного равномерного движения $x = x_0 + \vartheta_0 t$. Следовательно, прямолинейное равномерное движение является частным случаем прямолинейного равнопеременного движения, когда *a=0*.

Используя приведенные выше 3 формулы для нахождения пути, формулу мгновенной скорости и уравнения движения, можно вывести множество частных формул для случаев, часто встречающихся в задачах. С некоторыми из них мы и познакомимся.

Давайте поинтересуемся, каково будет выражение средней скорости при прямолинейном равно переменном движении. При таком движении тело проходит полный путь *S*, давайте возьмем скорость тела в начале пути ϑ_1 и скорость в конце пути ϑ_2. Средняя скорость –векторная, физическая величина, равная отношению общего пути к общему времени (рис.6.6). Средняя скорость, найдем с помощью формулы

$$\vartheta_{сред} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}} = \frac{\frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} t}{t} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = \vartheta_{t/2}$$

оказывается, значение будет равно скорости в середине времени движения. Таким образом, при прямолинейном равно переменном движении средняя скорость будет:

$$\boxed{\vartheta_{сред} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}} \qquad (6.13)$$

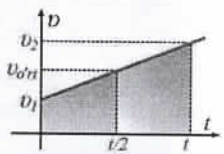


Рисунок 6.6

Давайте поинтересуемся, какова скорость в середине пройденного общего пути, в прямолинейном равнопеременном движении. При таком движении тело проходит общий путь *S*, принимая скорость тела в начале пути за ϑ_1, скорость в конце пути за ϑ_2, а скорость в середине пути за $\vartheta = \vartheta_{s/2}$ (рис.6.7). При этом скорость тела равномерно возрастает первой половине общего пути

от ϑ_1 до $\vartheta_{s/2} = \vartheta$ и от ϑ до ϑ_2 во второй половине. Пути на обоих участках дороги равны.

$$S_1 = S_2 = \frac{S}{2}, \Rightarrow \frac{\vartheta^2 - \vartheta_1^2}{2a} = \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta^2}{2a}, \Rightarrow 2\vartheta_{S/2}^2 = \vartheta_1^2 + \vartheta_2^2, \Rightarrow \vartheta_{S/2} = \sqrt{\frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}{2}}$$

Таким образом, при прямолинейном равно переменном движении скорость в середине общего пути имеет вид:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}{2}}} \qquad (6.14)$$

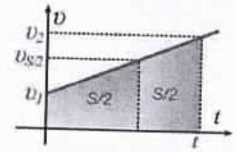


Рисунок 6.7

Из рисунков 6.7 и 6.6 видно, что наклон средней скорости меньше значения скорости в середине пути, то есть $\vartheta_{t/2} < \vartheta_{s/2}$.

Давайте поинтересуемся, каким будет путь тело, пройденный за 1 секунду произвольного времени, начавшим прямолинейное ускоренное движение из состояния спокоя. Чтобы определить запрашиваемую величину, мы вычтем общее количество пройденного пути S_t в секунду t из пройденного пути s_{t-1} в секунду $t-1$. И так получается следующие выражения.

$$\begin{cases} s_t = \frac{at^2}{2} & (1) \\ s_{t-1} = \frac{a(t-1)^2}{2} & (2) \end{cases} \quad (1)-(2) \Rightarrow \Delta S_t = s_t - s_{t-1} = \frac{at^2}{2} - \frac{a(t-1)^2}{2} = \ldots = \frac{a}{2}(2t-1)$$

Итак, пройденный путь телом, начавшим движение с ускорением *a* из состояния в покое в произвольную секунду, будет имет следующий вид (рис. 6.8):

$$\boxed{\Delta s_t = \frac{a}{2}(2t-1)} \qquad (6.15)$$

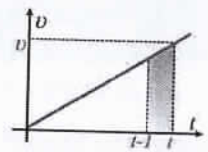


Рисунок 6.8

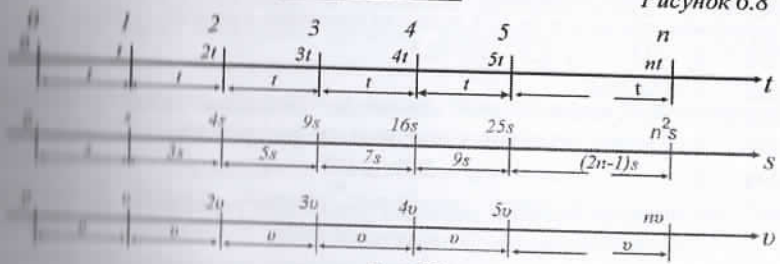


Рис 6.9

По приведенной формуле можно определить путь, пройденный за произвольный интервал в 1 секунду для тела, начинающего ускоренное движение из спокойного состояния, и изменение скорости в это время (рис.6.9).

Вопросы по теме:

1. *Что называется прямолинейным прямолинейным движением?*
2. *В чем разница между вращательным движением и плоским*
3. *вращательным движением?*
4. *Когда можно сказать прямолинейное прямолинейное ускорение, когда-замедленное движение?*
5. *Как определяется ускорение на графике, где связаны скорость и время?*
6. *Как определяется путь на графике, где связаны скорость и время?*
7. *Как определяется средняя скорость при прямолинейном равнопеременном движении?*

<u>Решение задач:</u>

1. Уравнение движения тело дано в виде x=12+22t-t². В какой координате находится этот тела, когда он останавливается?

Дано:	*Решение:*
$x=12+22t-t^2$ $\vartheta=0$	*Определим начальную скорость, начальную координату и ускорение, сравнив их с уравнением движения для прямолинейного переменного движения.*
$x=?$	$\begin{cases} x=x_0+\vartheta_0 t+at^2/2 \\ x=12+22t-t^2 \end{cases}; \Rightarrow \quad x_0=12m,\ \vartheta_0=22\dfrac{m}{s},\ a=-2\dfrac{m}{s^2}$

Используя уравнение мгновенной скорости тело, мы определяем время остановки тело. $\vartheta=\vartheta_0+at=22-2t=0,\ t=11s.$

Теперь находим искомый величину.

$$x(t)=12+22t-t^2, \rightarrow \ x(11)=12+22\cdot 11-11^2=12+242-121=133m$$

Ответ: *x=133 м*

2. Тело с начальной скоростью 6 м/с движется по прямой с замедлением. Чему равно его ускорение (м/с²), если его скорость через 30 с равна 3 м/с?

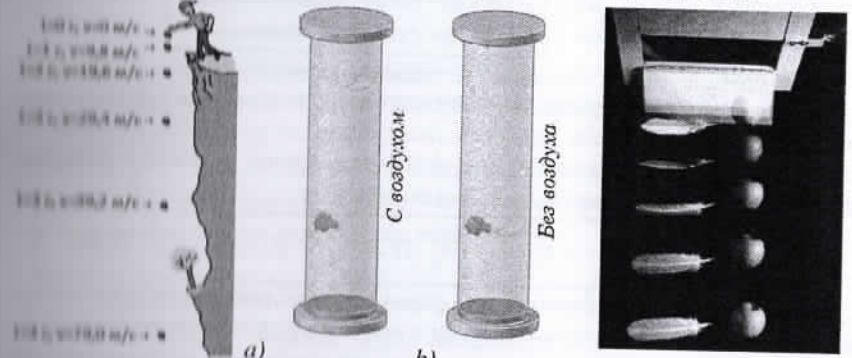
A) 0,1 B) –0,1 C) 0,2 D) –0,2

Дано:	*Решение:*
$\upsilon_0=6$ м/с $t=30$ с $\upsilon=3$ м/с	*Ускорение - это изменение скорости тело в единицу времени, которое находится следующим образом:* $a=\frac{\upsilon-\upsilon_0}{t}=\frac{3-6}{30}=-0{,}1$ м/с^2
$a=?$	*Отрицательное значение ускорения указывает на то, что тело движется с равнозамедленно.*

Ответ: *B) –0,1.*

§ 7. УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ. ДВИЖЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ВНИЗ.

Свободное падение и движение тела, брошенного вертикально вверх, – это интересный случай прямолинейного равнопеременного движения, с которым мы часто сталкиваемся в нашей повседневной жизни. Движение, которое совершает тело под действием силы тяжести, представляет собой прямолинейное равнопеременное движение. Но в этом тело всегда движется по прямой с одинаковым ускорением. Под действием силы тяжести тело с каждой секундой увеличивает свою скорость на *9,81 м/с* (рис.7.1-а). Тело, брошенное вертикально вверх, с каждой секундой уменьшает свою скорость *9,81 м/с*. Такое изменение скорости во времени называется свободного падения. Тело, свободно падающий или брошенный вертикально вверх, движется с ускорением $a=g=9{,}81$ *м/с²*, направленным к центру Земли.



a) *b)* *c)*

Рисунок 7.1

Первым такое движение тел исследовал знаменитый итальянский ученый Галилео Галилей (1564-1642) с помощью многочисленных проведенных опытов. Он также определил значение ускорения свободного падения в результате своих экспериментов. Из опытов было установлено, что независимо от массы, большие и малые тела движутся в направлении к центру Земли и с неизменным по величине ускорением $g=9{,}81$ *м/с²*. Однако более поздние исследования показали, что Земля не имеет строго сферической формы, поэтому ускорение свободного падения также изменяется в диапазоне от экватора $g=9{,}78$ *м/с²* до полюсов $g=9{,}832$ *м/с²*. Но в расчетах согласовано его значение как значение средних широт $g=9{,}81$ *м/с²*.

Если взять и бросить с какой-то высоты бумагу, перо птицы, железный шарик и мяча, то они будут падать на землю в разное время, то есть их ускорения во время движения будут разными. Этому способствует сопротивление воздуха. Если поместить эти же предметы в вакуум, и повторить вышеописанный опыт,то результат опыта будет другим (рис.7.1-б). Другими словами, все тела в вакууме падают в одно и то же время. При этом на тела действует только сила тяжести Земли, и под действием этой силы тела приобретают одинаковое ускорение $g=9,81\ м/с^2$. Убедиться в этом можно будет даже по фотографиям, сделанным стробоскопическим прибором (рис.7.1-с).

Сила тяжести Земли придает одинаковое ускорение $g=9,81\ м/с^2$ всем (независимо от их размера и размера) телам на поверхности земли. Мгновенная скорость свободно падающего тела увеличивается, в то время как скорость тела, брошенного вертикально вверх, уменьшается.

Формула мгновенной скорости для тела, движущегося под действием силы тяжести, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta = \vartheta_0 - g\,t & -\textit{вверх брошенно} \\ \vartheta = \vartheta_0 + g\,t & -\textit{вниз брошенно} \end{cases}} \qquad (7.1)$$

При решении задач, связанных с движением тела под действием силы тяжести, чаще всего встречаются и используются в основном три формулы нахождения смещения.

Для тела, движущегося под действием силы тяжести, формула перемещения будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{S = \frac{\vartheta + \vartheta_0}{2}t \quad (7.2) \qquad S = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g} \quad (7.2a) \qquad S = \vartheta_0 t - \frac{g\,t^2}{2} \quad (7.2b)}$$

Во всех трех приведенных выше формулах движение происходит вдоль вертикальной оси Oy здесь $S_y = S$. Если в результате расчета получается $S>0$, то следует понимать, что направление движение происходит по вертикальной оси, а когда $S<0$, то направление движение происходит в направлении, противоположном вертикальной оси Oy. В Формуле (3) тело принимается за $\vartheta_0>0$ при движение вверх и за $\vartheta_0<0$ при движение вниз.

Уравнение движения тела, брошенного с поверхности Земли из произвольной точки y_0 с начальной скоростью ϑ_0, является

$$\boxed{y = y_0 + \vartheta_0 - \frac{g\,t^2}{2}} \qquad (7.3)$$

для тела, свободно брошенного с высоты $y_0=h$ над поверхностью Земли, используя приведенную выше формулу, это

$$\boxed{h = \frac{g\,t^2}{2}} \qquad (7.4)$$

формулу можно записать.

Galileo Galiley
(1564-1642)

Известный итальянский физик и астроном. Он первым применил экспериментальный метод к исследованию природы. Открыл законы падения тел, экспериментально определил численное значение ускорения свободного падения и установил, что в безвоздушном пространстве все тела падают на землю одинаково. Он определил закон инерции и высказал идею о том, что" тело, свободное от всех воздействий, вечно будет продолжать свое прямолинейное движение". Открыл зрительную трубу(бинокль)и применил ее в астрономических наблюдениях, благодаря чему сделал множество астрономических открытий. N.Как приверженец теории вращения Земли Коперника. Галилей дважды подвергался суду инквизиции, на суде был вынужден публично отказаться от своих идей. Согласно легендам, он был вынужден отказаться от своих идей, хотя и воскликнул: "Земля все равно будет вращаться".

При решении задач, связанных с движением тел, движущихся вертикально под действием силы тяжести, чаще всего используются уравнение движения тела, формула мгновенной скорости и три формулы нахождения перемещения. Все остальные частные формулы выводятся из этих формул. Давайте познакомимся с некоторыми из них.

Давайте определим скорость тела, свободно падающего с высоты над поверхностью Земли без начальной скорости, который ударяется к Землю. В этом мы будем использовать вторую из трех формул для нахождения перемещение. Скорость удара имеет вид:

$$S = h = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g} = \frac{\vartheta^2}{2g}, \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \sqrt{2gh}$$

Таким образом, скорость тела, падающего с высоты без свободной начальной скорости, в момент удара к Земле будет равна:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{2gh}} \qquad (7.5)$$

Давайте определим скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью с некоторой высоты от поверхности Земли, который ударяется к Землю. В этом мы будем использовать вторую из трех формул для нахождения перемещения. Скорость удара имеет вид:

$$S = h = \frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}, \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$$

Это означает, что тело ударяется о Землю с одинаковой начальной скоростью, независимо от того, движется ли он вверх или вниз с начальной скоростью ϑ_0 с некоторой высоты h:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}} \qquad (7.6)$$

Давайте определим, какова будет произвольная скорость тела, брошенного вертикально вверх, над поверхностью Земли, на определенной высоте. В этом мы будем использовать вторую из трех формул для нахождения перемещение. Скорость на высоте h будет равно:

$$S = h = \left|\frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| = \frac{\vartheta_0^2 - \vartheta^2}{2g}, \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}, \ \Rightarrow \quad \vartheta = \pm\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$$

Таким образом, произвольная скорость на высоте h тело, брошенного с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности Земли, имеет следующий вид:

$$\boxed{\vartheta = \pm\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \qquad (7.7)$$

В приведенной выше формуле знак ± перед корнем означает, что скорость может быть направлена вверх или вниз. Тело, брошенно вертикально вверх, имеет тенденцию двигаться вверх при первом пересечении уровня произвольной высоты и вниз при втором пересечении, но с той же скоростью. На рисунке 7.2 показано, что скорость тела, выбрасываемого с вершины горы со скоростью 30 м/с, при падении на этот же уровень имеет значение 30 м/с, направленное вниз.

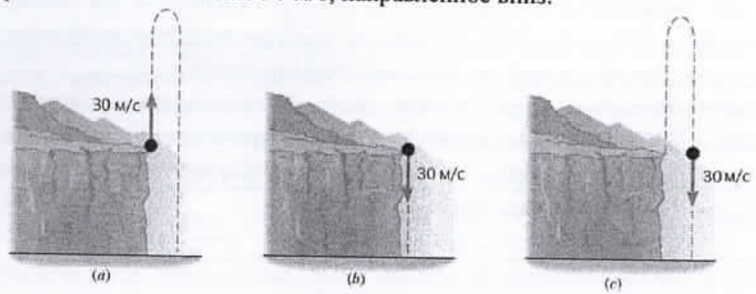


Рисунок 7.2

Определим время падения на Землю тела, свободно падающего с высоты над поверхностью Земли без начальной скорости. Воспользуемся третьей из трех формул нахождения перемещения. Время спуска по нему будет равно:

$$S = h = \vartheta_0 t + \frac{gt^2}{2} = \frac{gt^2}{2}, \Rightarrow \ t = \sqrt{2gh}$$

Таким образом, время падения свободно падающего тела вниз можно определить по формуле:

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}} \qquad (7.8)$$

Давайте определим время, в течение которого тело, брошенное с некоторой начальной скоростью вверх с некоторой высоты над поверхностью Земли, упадет на Землю. Заметим, что для тела, брошенного вверх $y = y_0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$, оно находится в уравнении движения $\begin{cases} y_0 = h \\ y = 0 \end{cases}$. При этом

образуется квадратное уравнение $0 = h + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}, \ \rightarrow \ \frac{g}{2}t^2 - \vartheta_0 t - h = 0$. Дискриминант уравнения будет равен $D = \vartheta_0^2 + 2gh$. Уравнение имеет два решения $t_{пад} = \frac{\vartheta_0 \pm \sqrt{D}}{g} = \frac{\vartheta_0 \pm \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}}{g}$, из которых получаем положительное решение. Отсюда время падения на землю тела, брошенного с высоты h на высоту с начальной скоростью будет равно:

$$\boxed{t_{пад} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} + \vartheta_0}{g}} \qquad (7.9)$$

Давайте определим время, в течение которого тело, брошенное вниз с некоторой начальной скоростью с некоторой высоты от поверхности Земли, упадет на землю. Заметим, что для тела, брошенного вниз $y = y_0 - \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$, в уравнении движения $\begin{cases} y_0 = h \\ y = 0 \end{cases}$. При этом образуется квадратное уравнение $0 = h - \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}, \ \rightarrow \ \frac{g}{2}t^2 + \vartheta_0 t - h = 0$. Дискриминант уравнения будет равен $D = \vartheta_0^2 + 2gh$. Уравнение имеет два решения $t_{пад} = \frac{-\vartheta_0 \pm \sqrt{D}}{g} = \frac{-\vartheta_0 \pm \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}}{g}$, из которых получаем положительное решение. Отсюда время падения тело на землю, сбитого с высоты с начальной скоростью равен:

$$\boxed{t_{пад} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} - \vartheta_0}{g}} \qquad (7.10)$$

Давайте поинтересуемся, тело, брошенный вертикально вверх над поверхностью Земли, на какое время, как быстро он вернется и может на какую максимальную высоту подняться. Мы используем формулу мгновенной скорости $\vartheta = \vartheta_0 - gt$, чтобы найти время подъема. Когда тело поднимается до самой высокой точки, оно перестает двигаться на мгновение, то есть остановится $\vartheta = 0$. Время подъема от этого будет равно $\vartheta_0 - gt = 0, \Rightarrow \ t_{под} = \frac{\vartheta_0}{g}$. Поскольку время подъема и спуска в два раза больше, чем время подъема $t_{сп} = 2t_{под} = \frac{2\vartheta_0}{g}$. Для определения максимальной высоты подъема воспользуемся второй из трех формул нахождения перемещение. Максимальная высота подъема по ней будет равна $h_{max} = S = \left|\frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| = \frac{\vartheta^2}{2g}$.

Таким образом, время подъема тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности Земли, равно $t_{под}$, время спуска $t_{сп}$, высота подъема h_{max} будет следующим.

$$\boxed{t_{под} = \frac{\vartheta_0}{g}, \quad t_{вз} = \frac{2\vartheta_0}{g}, \quad h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}} \qquad (7.11)$$

Давайте поинтересуемся временами, когда тело, брошенный вертикально вверх над поверхностью Земли, находился на какой-то высоте. При этом тело дважды пересекает произвольную высоту при подъеме и опускании назад. Мы находим эти времена. Обратите внимание, что в уравнении движения $y = y_0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$ для тела, брошенного вверх $\begin{cases} y_0 = 0 \\ y = h \end{cases}$

При этом образуется квадратное уравнение $h = 0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}, \rightarrow \frac{g}{2}t^2 - \vartheta_0 t + h = 0$. Уравнение, дискриминант которого будет равен $D = \vartheta_0^2 - 2gh$. Уравнение имеет два $t_1 = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh} - \vartheta_0}{g}$ и $t_2 = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh} + \vartheta_0}{g}$ решения. И это искомые выражения.

Таким образом, получается, что время нахождения на высоте h тела, брошенного вертикально вверх со скоростью ϑ_0 около 0 от поверхности Земли, будет следующим (рис. 7.3):

$$\boxed{\begin{cases} t_1 = \dfrac{\vartheta_0 - \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}{g} \\ t_2 = \dfrac{\vartheta_0 + \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}{g} \end{cases}} \qquad (7.12)$$

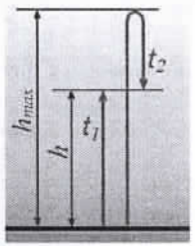


Рисунок 7.3

Свободно падающее тело проходит примерно 5 м в 1-ю секунду, 15 м во 2-ю секунду, 25 м в 3-ю секунду и так далее.

$$\boxed{\Delta S_t = \frac{g}{2}(2t - 1) = 10t - 5} \qquad (7.13)$$

Мы также привели эту формулу в предыдущей теме

Вопросы по теме:

1. *Что называется свободным падением?*
2. *Назовите числовое значение и направление ускорения свободного падения.*
3. *Движение вверх и вниз будет относиться к типу движения, которое вы делаете?*
4. *По какой формуле определяется время и скорость падения свободно брошенного с высоты тела?*
5. *По какой формуле определяется время и скорость падения брошенного с высоты тела с начальной скоростью?*
6. *Как изменится высота подъема при увеличении начальной скорости?*

<u>Решение задач:</u>

1.Найдите соотношение скоростей свободно падающего тело в конце 2 - го и 3-го секунд.

<u>Дано:</u>
$t_1 = 2$ c
$t_2 = 5$ c
$v_1/v_2 = ?$

<u>Решение:</u>
Нам известно, что в свободном падении скорость тело изменяется по закону $v = v_0 + gt$. Решим этот вопрос через следующее соотношение.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{gt_1}{gt_2} = \frac{t_1}{t_2} = 0{,}4$$

Ответ: 0,4.

2. Первое тело, свободно падающее без начальной скорости, пролетело в 3 раза больше времени, чем второе. Во сколько раз отличаются их перемещение?

<u>Дано:</u>
$t_1/t_2 = 3$
$h_1/h_2 = ?$

<u>Решение:</u>
Определение высоты падения свободно падающего тела без начальной скорости

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

Если взять соотношение высот падения обоих тел, то получится следующий вид:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

Ответ: 9

§ 8. ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ ЯВЛЯЕТСЯ ЧАСТНЫМ СЛУЧАЕМ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В РАВНОМЕРНОМ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Понятие криволинейного и вращательного движения:

Движение, траектория которое состоят из кривой, называется криволинейным движением. Криволинейное движение также бывает двух типов и подразделяется на пространственное криволинейное движение и криволинейное движение на плоскости. Примером криволинейного движения в плоскости могут служить ребенок, спрыгнувший в воду, воздушный шарик, подвешенный на веревке, траектории движения автомобилей на дороге (рис.8.1). Примером пространственно-криволинейного движения являются различные развлекательные аттракционы в парках, а также винтовые парковки (рис.8.2).

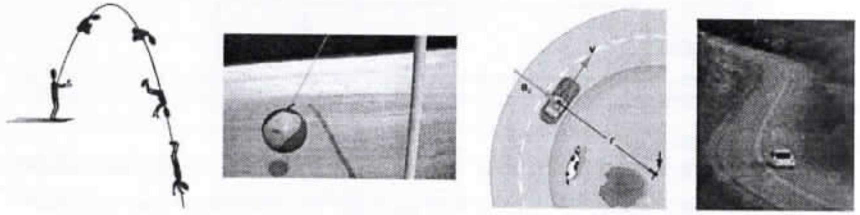


Рисунок 8.1

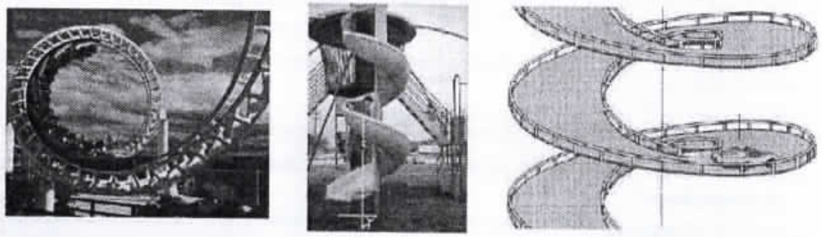


Рисунок 8.2

При криволинейных движениях центр кривизны и радиус кривизны непрерывно меняются. При этом материальная точка совершает мгновенное вращательное движение вокруг некоторого центра на произвольном малом элементарном участке траектории. При переходе в другую точку центр кривизны также перемещается в новую мгновенную точку, а радиус кривизны также приобретает другое мгновенное значение (рис.8.3).

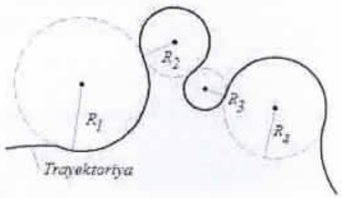


Рисунок 8.3

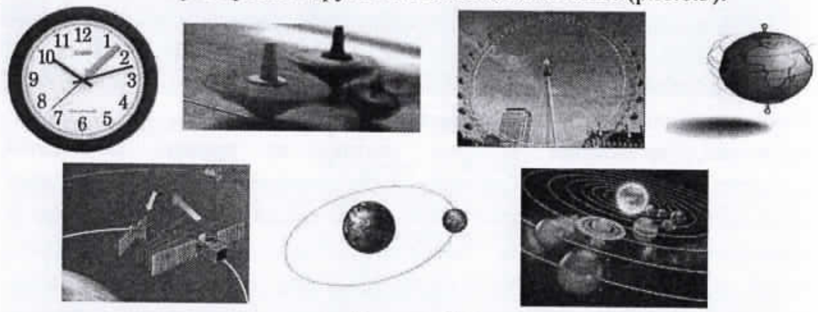


Рисунок 8.4

Вращательное движение можно рассматривать как частный случай криволинейного движения в плоскости, где центр кривизны и радиус кривизны постоянно неизменны. При этом точки траектории находятся на постоянном расстоянии R от центра кривизны. Примеров кругового движения можно привести очень много. Мы сталкиваемся с этим типом

движения каждый день в нашей повседневной жизни. Примером кругового движения могут служить вращения против часовой стрелки, грозы, катушки в парках, а также движения Земли вокруг своей оси, различных спутников и Луны вокруг Земли и планет вокруг Солнца (рис.9.4).

Изучим в данной теме только плоское вращательное движение и законы, количественно оценивающие различные величины в нем.

Основные понятия и величины в прямолинейном вращательном движении:

Движение, траектория которые состоят из окружности, называется движением по окружности. Движение по окружности является частным случаем криволинейного движения. При криволинейном движении радиус кривизны и центр окружности меняются каждый момент, тогда как при круговом движении радиус кривизны и центр окружности никогда не меняются.

Когда тело, траектория которого состоит из окружности, за равные промежутки времени поворачивается на равные углы, такое движение называется прямым круговым движением. Другими словами, если линейная скорость не изменяется при круговом движении, такое движение называется равномерным круговым плоским движением. Величины в прямолинейном движении по окружности можно сравнить с величинами в прямолинейном равномерном движении.

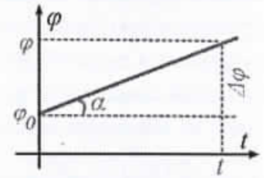


Рисунок 8.5

Величина, равная отношению угла поворота к времени, называется угловой скоростью (рис.8.5), если координата угла тела, совершающего равномерное круговое движение, за время t изменяется равномерно от φ_0 до φ.

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} = \frac{\Delta\varphi}{t} = tg\alpha} \qquad (8.1)$$

Как видно из рисунка 8.5, на графике, связывающем угол и время, тангенс угла, образованный графиком с горизонтом, дает угловую скорость.

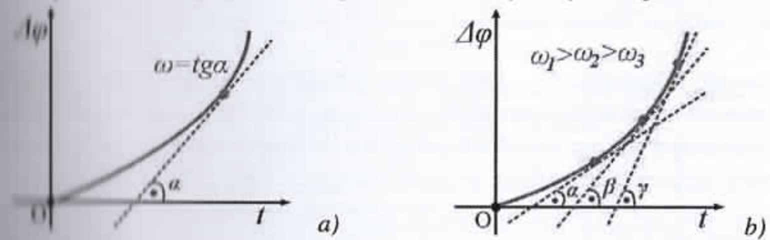


Рисунок 8.6

Вообще, на любом графике, где связаны угол поворота и время, тангенс угла, образованный горизонталью, проведенной к графику, дает угловую скорость. График,чем ближе к осью Oy график, тем больше угловая скорость (рис.8.6).

Единицей измерения угловой скорости является rad/s время, за которое делят угол, измеряемый в единицах.

$$\boxed{\text{угловая скорость} = \frac{\text{угол смещения}}{\text{время}}} \qquad (8.2)$$

Формула для нахождения угла поворота при равномерном вращательном движении по окружности будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\Delta\varphi = \omega \cdot t} \qquad (8.3)$$

Где угол поворота представлен в виде вычитания координат.

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0} \qquad (8.4)$$

При равномерном движение по окружности уравнение движения будет иметь вид:

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega t} \qquad (8.5)$$

Приведенную выше формулу можно сравнить с уравнением движения при прямолинейном равномерном движение.

Если тело движется в положительном направлении вращения (против часовой стрелки), то оно принимается за $\omega>0$, а если, наоборот, движется в отрицательном направлении вращения (против часовой стрелки), то оно принимается за $\omega<0$. Для обоих этих случаев зависимость угловой скорости и угловой скорости от времени показана на рисунке 9.7.

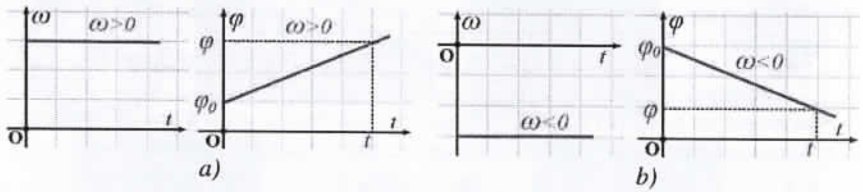


Рисунок 8.7

Угловая скорость-это векторная величина, направление которой определяется по правилу правой Пармы. Если направление вращения правой руки показывает вектор линейной скорости, то направление поступательного движения показывает вектор угловой скорости (рис.8.8). При взгляде с вершины вектора угловой скорости кажется, что вращение тела против часовой стрелки.

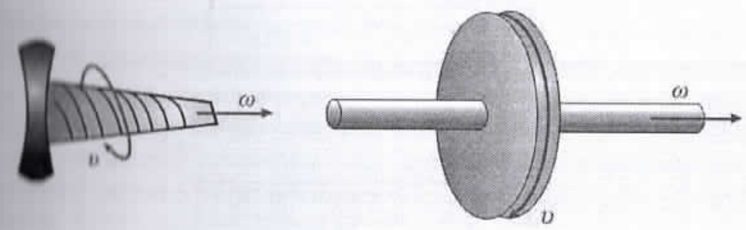
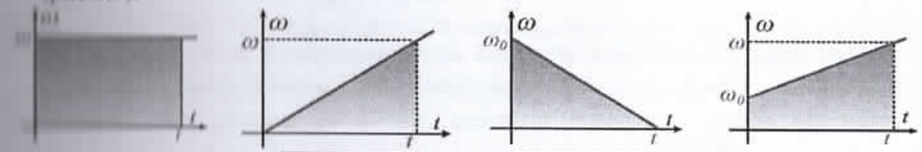


Рисунок 8.8

Поверхность, ограниченная графиком (у основания графика) на любом графике, связанная со скоростью и временем дает угол перемещения (рис.8.9).



$$\boxed{\Delta\varphi = \omega t} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \frac{1}{2}\omega t} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \frac{1}{2}\omega_0 t} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \frac{\omega + \omega_0}{2} t}$$

Рисунок 8.9

Приведенные выше формулы и рисунки можно сравнить с формулами нахождения пути при прямолинейном движении.

Если определен угол поворота, то число оборотов определяется по формулу:

$$\boxed{N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}} \qquad (8.6)$$

Время, затрачиваемое телом, совершающим вращательное движение за один полный оборот, называется периодом вращения и обозначается T. Это будет единица измерения $[T]=[c]$. Число оборотов, совершающего вращательное движение, за $1\ c$ времени называется частотой вращения и обозначается буквой ν. Это будет единица измерения $[\nu]=[c^{-1}=1/c=Гц]$.

Число оборотов тела, движущегося во времени, называется угловой скоростью (или циклической частотой) и обозначается ω. Это будет единица измерения $[\omega]=[рад/c]$.

В этом случае связь между угловой скоростью, частотой вращения и периодом вращения будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \qquad T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}} \qquad (8.7)$$

Если известно, что тело, совершающее круговое движение, за время t совершило N оборотов, то угловая скорость, частота вращения и период вращения имеет вид:

$$\boxed{T=\frac{t}{N},\quad \nu=\frac{N}{t},\quad \omega=2\pi\frac{N}{t}} \qquad (8.8)$$

Если задано число оборотов в минуту тела, совершающего вращательное движение, n ($[n]$ = [*об/мин*]), угловая скорость, частота вращения и период вращения определяются по формулам:

$$\boxed{\nu=\frac{n}{60},\quad \omega=\frac{\pi n}{30},\quad T=\frac{60}{n}} \qquad (8.9)$$

Зависимость между линейной и угловой скоростями тела, движущегося по прямой, имеет вид:

$$\boxed{\vartheta=\frac{2\pi R}{T}=\frac{2\pi}{T}R=\omega R} \qquad (8.10)$$

При вращательном движении тела или материальной точки величина и направление ее скорости изменяются. При вращательном движении тела под углом $\Delta\varphi$ вектор изменения скорости $\Delta\vec{\vartheta}$ и ее модуль $|\Delta\vec{\vartheta}|$ имеют следующий вид (рис. 8.10):

$$\boxed{\Delta\vec{\vartheta}=\vec{\vartheta}_2-\vec{\vartheta}_1,\qquad |\Delta\vec{\vartheta}|=\sqrt{|\vec{\vartheta}_1|^2+|\vec{\vartheta}_2|^2-2\,|\vec{\vartheta}_1|\,|\vec{\vartheta}_2|\cos\Delta\varphi}} \qquad (8.11)$$

При равномерном вращательном движении тело приобретает более простой вид.

$$\boxed{|\Delta\vec{\vartheta}|=\sqrt{2(1-\cos\Delta\varphi)}\ \vartheta} \qquad (8.12a)$$

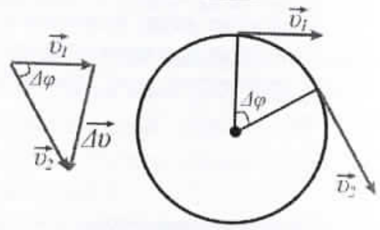


Рисунок 8.10

Частные случаи могут быть использованы для нахождения изменения скорости при плоском круговом движении:

$\alpha=0^0$ *да*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=0$ *будет*	$\alpha=180^0$ *то*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=2\vartheta$ *будет*
$\alpha=60^0$ *то*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=\vartheta$ *будет*	$\alpha=270^0$ *то*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=\sqrt{2}\vartheta$ *будет*
$\alpha=90^0$ *то*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=\sqrt{2}\vartheta$ *будет*	$\alpha=360^0$ *то*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=0$ *будет*
$\alpha=120^0$ *то*	$\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert=\sqrt{3}\vartheta$ *будет*		

Мгновенный центр скоростей:

Если автомобиль движется со скоростью ϑ, центр колеса автомобиля, то есть скорость на его оси, также будет равен ϑ, а направление будет горизонтальным. Скорость во всех точках колеса, кроме центра, будет различной по количеству и направлению. Скорость точки касания колеса с

Землей равна нулю в момент касания, то есть момент, в течение которого оно занимает неподвижное положение относительно Земли. Поэтому точку соприкосновения колеса с поверхностью называют мгновенным центром скоростей. Все остальные точки совершают мгновенное вращательное движение вокруг этой мгновенной точки в течении одного момента, минуты. Чтобы найти скорость произвольной точки колеса, умножим расстояние от этой точки до мгновенного центра на угловую скорость. Направляем эту же точку и мгновенный центр перпендикулярно соединяющему сечению (рис.8.11). В качестве примера, скорости точек A,B,C,O на рисунке будут найдены следующим образом:

$$\vartheta_A=\omega\cdot PA=\frac{\vartheta}{R}\cdot\sqrt{2}R=\sqrt{2}\,\vartheta,\quad \vartheta_B=\omega\cdot PB=\frac{\vartheta}{R}\cdot 2R=2\vartheta,$$

$$\vartheta_C=\omega\cdot PC=\frac{\vartheta}{R}\cdot\sqrt{2}R=\sqrt{2}\,\vartheta,\quad \vartheta_O=\omega\cdot PO=\frac{\vartheta}{R}\cdot R=\vartheta$$

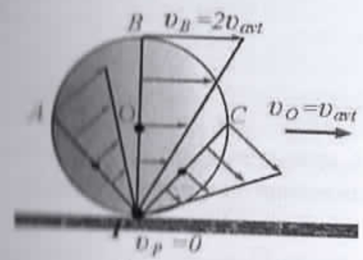


Рисунок 8.11

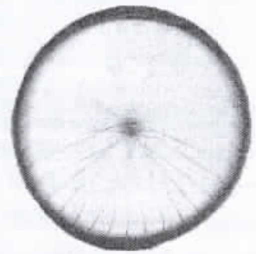


Рисунок 8.12

Из рисунка 8.12 также видно, что скорость нижних точек мала, а скорость верхних точек велика.

Центростремительное ускорение при равномерном вращательном движении:

При равномерном вращательном движении величина скорости остается неизменной, а направление непрерывно меняется в каждый момент времени. Следовательно, возникает ускорение, направленное к центру кривизны, и ускорение, направленное к центру, называется ускорением. Следовательно, стремление к центру означает, что это ускорение, возникает при изменении направления движения. Центростремительное ускорение также называют нормальным ускорением.

В равномерном вращательном движении центростремительное ускорение имеет вид:

$$\boxed{a_n=\frac{\vartheta^2}{R}} \qquad (8.13)$$

Где R – радиус кривизны траектории.

Центростремительное ускорение также может быть выражено в следующих видах:

$$\boxed{a_n = \frac{\vartheta^2}{R} = \omega\vartheta = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = (2\pi\nu)^2 R = \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 R} \qquad (8.14)$$

Знание приведенных выше формул нормального ускорения будет полезным при решении задач

Вопросы по теме:

1. *Что называется криволинейным движением?*
2. *Какие кривые движения вы знаете?*
3. *Что называется равномерным круговым движением?*
4. *Дайте определение периода вращения, частоты вращения и угловой скорости.*
5. *Напишите уравнение движения для плоского кругового движения?*
6. *Что такое мгновенный центр скоростей?*
7. *Что называется центростремительным ускорением и когда оно возникает?*

Решение задач:

1. Материальная точка равномерно вращается по окружности со скоростью 25 м/с. Найти модуль изменения скорости материальной точки за четверть периода (м/с).

A) 0 B) 5 C) 25 D) $25\sqrt{3}$ E) $25\sqrt{2}$

Дано:	*Решение:*
$\upsilon = 25\frac{м}{с}$ $\alpha = 90^0$	*В течение одна четверти периода вращения скорость вращения тело изменяется в сторону уменьшения, то есть колесо вращается со скоростью υ в сторону уменьшения. Следовательно, тело поворачивается вправо со скоростью υ, модуль изменения скорости в течение четверти периода, так что скорость вращения тела перпендикулярна друг другу, следует из теоремы Пифагора будет.*
$\Delta\upsilon = ?$	

$$\Delta\upsilon = \sqrt{\upsilon^2 + \upsilon^2} = \sqrt{2}\upsilon = 25\sqrt{2}\ м/с.$$

Ответ: E) $25\sqrt{2}$.

2. Найдите период вращения вентилятора, который вращается 1200 раз в минуту (с).

A) 0,05 B) 0,5 C) 5 D) 20 E) 2

Дано:	*Решение:*
$t = 60$ с $N = 1200$	*Периодом называется число оборотов в единицу времени.*
$T = ?$	$T = \frac{t}{N} = 0{,}05$ с

Ответ: A) 0,05.

3. Трамвайный вагон движется на повороте радиусом 50 м. Какова скорость трамвая (м/с), если центробежное ускорение равно 0,5 м/с^2?

A) 5 B) 0,5 C) 50 D) 0,05 E) 0,005.

Дано:	*Решение:*
$R = 50$ м $a = 0{,}5$ м/с^2	*Скорость трамвая, стремящегося к центру, определяется по формуле нахождения ускорения следующим образом:*
$\upsilon = ?$	

$$a = \frac{\upsilon^2}{R} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{aR} = 5\ м/с.$$

Ответ: A) 5.

§ 9. ПЕРЕДАЧА ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ

Совместное движение нескольких окружностей:

На одной оси.

Рисунок 9.1

Если две (и более) вращающиеся окружности (шкивы, блоки) на одной оси (одном валу), то угловые скорости одинаковые. (рис.1)

$$\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{R_1} = \frac{\upsilon_2}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}.$$

Линейные скорости прямо пропорциональны радиусам.

Если две окружности вращаются на одном ремне (или цепи), то линейные скорости одинаковые $\upsilon_1 = \upsilon_2$. (рис. 9.2) и (рис. 9.3)

Рисунок 9.2

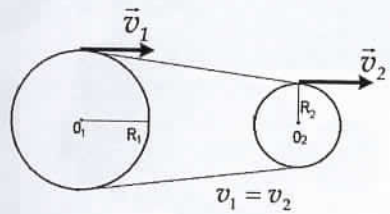


Рисунок 9.3

Фрикционное сцепление. Ременная передача.

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2, \;\rightarrow\; \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Угловые скорости обратно пропорциональны радиусам.

Зубчатая передача.

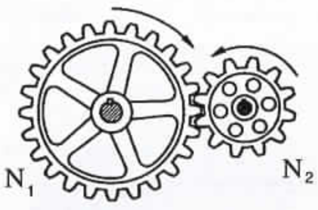


Рисунок.4

Пусть N_1, N_2—число зубцов на первой и второй шестерни. (рис.4)

Расстояние между зубцами обеих шестерен равны $d_1 = d_2$.

Так как

$$d_1 = \frac{2\pi R_1}{N_1}, \text{ и } d_2 = \frac{2\pi R_2}{N_2},$$

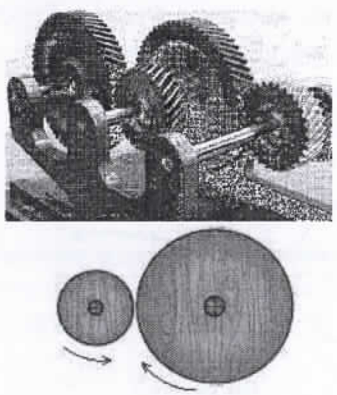
то $$\frac{2\pi R_1}{N_1} = \frac{2\pi R_2}{N_2}$$

отсюда $\frac{N_2}{N_1} = \frac{R_2}{R_1}$. При зубчатой передаче $v_1 = v_2$ поэтому справедливы те же соотношения что и при ременной передаче, поэтому $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{N_2}{N_1}$.

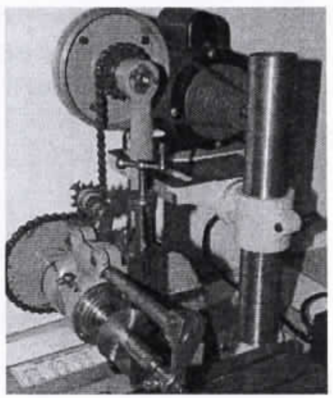
Угловые скорости обратно пропорциональны числу зубцов.

Шестернями называют механизм, предназначенный для передачи движения с одного вала на другой путем его изменения.

Существуют такие виды зубчатых колес, как дисковые, зубчатые, ременные, цепные, рейковые, червячные и другие .



a)



b)

Рисунок 9.5

Если расстояние между валами близко, используются дисковые или зубчатые колесные передачи. Шестерни с дисковыми и зубчатыми колесами способны изменять как величину, так и направление движения (рис.9.5-а). Если расстояние между валами велико, используются ленточные или цепные передачи. Ременная и цепная передачи могут изменять только количество движения, но не могут изменять его направление. Зубчатые и цепные передачи рассчитаны на большие напряжения, а дисковые и ленточные-на малые напряжения (рис.9.5-б).

Зубчатые колеса изготавливаются с таким расчетом, что независимо от размера этих колес, больших или малых, зубья на них будут абсолютно одинаковыми. Другими словами, ширина, высота, эволюция зубов, радиус кривизны дна зуба и т. д. будут точно такими же. Потому что зубы не должны быть забиты между собой или играть внутри. Точки попытки должны чередоваться последовательно, от начала прикуса зубов друг к другу до момента, пока ток не рассеется. Именно тогда на зубах не будет трещин и трещин (рис.9.6).

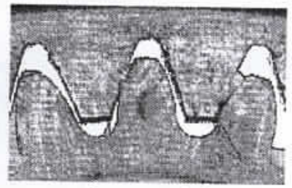


Рисунок 9.6

При передаче движения по параллельным осям применяют цилиндрические зубчатые колеса, при передаче движения по пересекающимся осям-конические зубчатые колеса, при передаче движения по поперечным осям-гипоидные зубчатые колеса, а при передаче движения по возвратно-поступательным поперечным осям-рейковые и червячные передачи (рис.9.7).

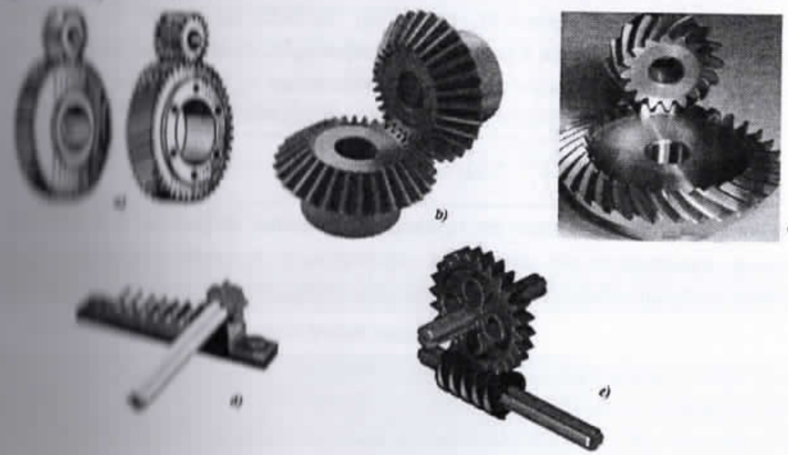


Рисунок 9.7

Передаточное число передач:

При передаче движения от одного вала к другому линейная скорость не изменяется, изменяются такие величины, как период вращения, угловая скорость, частота вращения, количество оборотов в минуту.

Если на одном валу установлены разные диски, то частота вращения этих дисков будет равна, а скорости крайних точек будут разными.

Если движение передается с одного вала на другой (первый вал вызывает вращение второго вала), то один и тот же вал называется ведущим валом, а второй — *приводной вал* (рис.9.8).

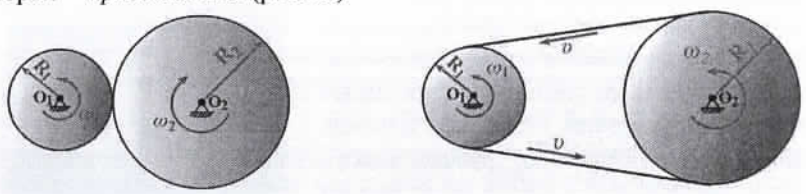


Рисунок 9.8

Если диаметр ведущего колеса d_1 и диаметр ведущего колеса d_2, то передаточное число U шестерни имеет вид:

$$\boxed{U=\frac{d_2}{d_1}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{z_2}{z_1}} \qquad (9.1)$$

Где: $z1$, $z2$ – число зубьцов на 1 - м и 2 - м колесах, когда зубчатое колесо является зубчатым колесом.

Если размер приводной колеса меньше размера ведущего колеса, движение ускоряется, или наоборот, движение замедляется.

Если линейная скорость на ведущем колесе передачи (1-е колесо), передаточное число которого U, равна ϑ_1, частота вращения v_1, угловая скорость ω_1, число оборотов в минуту n_1 и период T_1, то линейная скорость ϑ_2 на приводном колесе (2-е колесо), частота вращения v_2, угловая скорость ω_2, число оборотов в минуту n_2 и период T_2 будут следующими:

$$\boxed{\vartheta_2=\vartheta_1, \quad v_2=\frac{v_1}{U}, \quad \omega_2=\frac{\omega_1}{U}, \quad n_2=\frac{n_1}{U}, \quad T_2=U\cdot T_1} \qquad (9.2)$$

Следовательно, как видно из приведенной выше формуле, с помощью удлинения изменяется не линейная скорость, а угловая скорость. При изменении угловой скорости, в свою очередь, меняются частота и период.

Вопросы по теме:

1. *Что называется растяжками?*
2. *Какие виды снастей вы знаете?*
3. *Когда используются ленточные и цепные передачи?*

4. *Когда используются колесные и дисковые передачи?*
5. *Что такое передаточное число?*

Решение задач:

1. Вращательное движение передается от первичного колеса, закрепленного на оси электродвигателя, к вторичному колесу через ленточную передачу. А на оси вторичного колеса установлена дисковая пилы. Число оборотов оси электродвигателя в минуту равно 600 об/мин, диаметр первичного колеса 24 см, вторичного 8 см, пилы 40 см. Чему равна частота вращения пилы и линейная скорость во ободах?

Дано:	*Решение:*
$n_{дв}=600$ об / мин $d_1=24см, d_2=8см$ $d_3=40см$ $v_3=?, \vartheta_3=?$	*Так как двигатель и первое колесо закреплены на одной оси, то количество оборотов у них одинаковое.* $n_1=n_{дв}=600$ об / мин *Находим число передач от первого колеса ко второму.*

$$U=\frac{d_2}{d_1}=\frac{8 см}{24 см}=\frac{1}{3}$$

Находим количество оборотов второго колеса в минуту.

$$n_2=\frac{n_1}{U}=\frac{600}{1/3}=1800 \text{ об / мин}$$

Так как вторая дисковая колесо и дисковая пила установлены на одной оси, то и число оборотов у них одинаковое.

$$n_3=n_2=1800 \text{ об / мин}$$

Находим частоту вращения пилы.

$$v_3=\frac{n_3}{60}=\frac{1800}{60}=30 \text{ Гц}$$

Теперь определим линейную скорость точек на фланце дисковой пилы.

$$\vartheta_3=\omega_3 r_3=2\pi v_3 r_3=2\pi v_3\frac{d_3}{2}=\pi v_3 d_3=3{,}14\cdot 30\cdot 0{,}4=37{,}68 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_3=30$ Гц; $\vartheta_3=37{,}68$ м/с

§ 10. РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ.

Условия ускорения, мгновенная скорость:

Если тело, траектория которого состоит из окружности, за равные промежутки времени не поворачивается на равные углы, то такое движение называется неравномерным вращательным движением. Обычно колеса и другие вращающиеся части различных транспортных средств не движутся идеально ровно. Неравномерное вращательное движение имеет разнообразные проявления. Из них наиболее часто используется равномерное движение по окружности.

Когда угловая скорость (или линейная скорость) тела, траектория которого состоит из окружности, изменяется за равные промежутки времени на равные величины, такое движение называется равнопеременным вращательным движением. Величины при переменном вращательном движении можно сравнить с величинами при прямолинейном переменном движении.

Величина, равная отношению изменения угловой скорости к времени t, называется угловым ускорением (рис.10.1), если угловая скорость тела, движущегося во вращательном движении, за время t изменяется равномерно от ω_0 до ω.

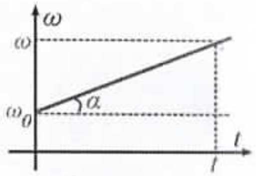


Рисунок 10.1

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\Delta\omega}{t} = tg\alpha} \qquad (10.1)$$

Как видно из рисунка выше, на графике, где угловая скорость и время связаны, тангенс угла, образованный графиком с горизонтом, дает угловое ускорение.

На любом графике, связанном с угловой скоростью и временем, тангенс угла, образованный горизонталью, проведенной к графику, дает угловое ускорение. График чем ближе к осьи Oy , тем больше угловое ускорение (рис.10.2).

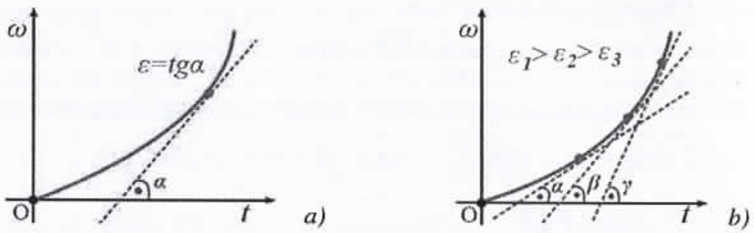


Рисунок 10.2

Угловое ускорение означает, насколько быстро изменяется угловая скорость

$$\boxed{\text{Угловое ускорение} = \frac{\text{изменение углового скорости}}{\text{затрачанная время}}} \qquad (10.2)$$

Угловое ускорение-это векторная величина, которая направлена в направлении изменения угловой скорости. Его направление направлено в

направлении, противоположном направлению угловой скорости при прямолинейном вращательном движении, и в направлении, противоположном направлению угловой скорости при замедленном вращательном движении. Угловое ускорение измеряется в СИ *рад/с*^{2}. Если вращающееся тело или материальная точка изменяет свою угловую скорость 1рад/с во времени *1с* на, ее угловое ускорение равно *1 рад/с*^{2}.

$$\boxed{1\ рад/c^2 = \frac{1\ рад/c}{1\ c}} \qquad (10.3)$$

Мгновенная угловая скорость тела, движущегося по прямолинейному изменяющемуся кругу, изменяется в любой момент времени, то есть мгновенная угловая скорость тела линейно увеличивается или уменьшается равномерно. Мгновенная угловая скорость тела, движущегося по прямолинейному изменяющемуся кругу, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \varepsilon t} \qquad (10.4)$$

В равноускоренном вращательном движении $\varepsilon>0$, угловая скорость тела увеличивается с каждой секундой на ε. В равнозамедленном вращательном движении $\varepsilon<0$, угловая скорость тела уменьшается с каждой секундой ε. Мгновенная угловая скорость используется для равноускоренных и равнозамедленных движений

$$\boxed{\begin{cases} \omega = \omega_0 + |\varepsilon| t & -\text{ускоряющий} \\ \omega = \omega_0 - |\varepsilon| t & -\text{замедляющий} \end{cases}} \qquad (10.4a)$$

также можно записать в виде (рис.10.3).

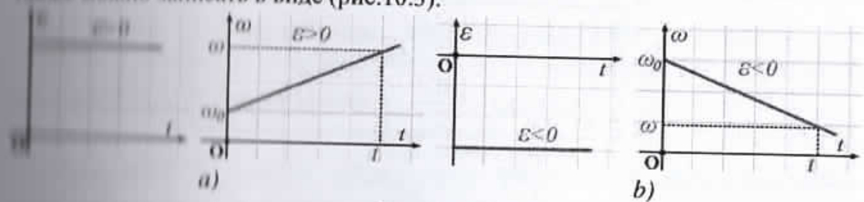


Рисунок 10.3

Приведенную выше формулу можно сравнить с формулой мгновенной скорости при прямолинейном равнопеременном движении.

Угол поворота, уравнение движения:

Чтобы найти угол поворота при равно переменном вращательном движении, строится график, в котором соединяются угловая скорость и время, и затем вычисляется поверхность, ограниченная графиком.

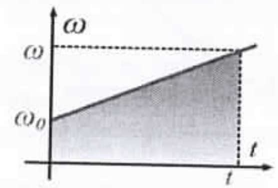


Рисунок 10.4

Поскольку угол — это трапеция с графическими основаниями $a=\vartheta$, $b=\vartheta_0$ и высотой $h=t$, с которыми связаны скорость и время, эта трапециевидная поверхность дает угол поворота при равномерном переменном вращательном движении (рис.10.4).

$$\boxed{\Delta\varphi=\frac{\omega+\omega_0}{2}t} \tag{10.5}$$

Если в приведенной выше формуле мы подставим формулу вместо времени $t=\frac{\omega-\omega_0}{\varepsilon}$, то формула имеет вид:

$$\boxed{\Delta\varphi=\frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\varepsilon}t} \tag{10.6}$$

Если первоначальную найденную формулу для угла поворота упростить, введя формулу мгновенной угловой скорости $\omega=\omega_0+\varepsilon t$, то для определения угла поворота при равнопеременном вращательном движении необходимо

$$\boxed{\Delta\varphi=\omega_0 t+\frac{\varepsilon t^2}{2}} \tag{10.7}$$

получаем формулу.

Три формулы, найденные выше, называются тремя формулами нахождения угла поворота при равнопеременным вращательном движении.

Если принять во внимание, что при прямолинейном вращательном движении $\varepsilon>0$, а при прямолинейном вращательном движении $\varepsilon<0$, то приведенная выше формула (10.7) переходит к следующему виду для равноускоренного и равнозамедленного вращательного движения (рис. 10.5):

$$\boxed{\begin{cases}\Delta\varphi=\omega_0 t+\dfrac{|\varepsilon|t^2}{2} & -\textit{ускоряющий}\\ \Delta\varphi=\omega_0 t-\dfrac{|\varepsilon|t^2}{2} & -\textit{замедляющий}\end{cases}} \tag{10.7a}$$

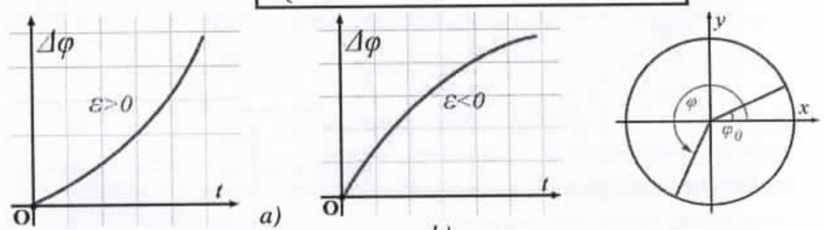


Рисунок 10.5

Формулы для определения угла поворота, если тело начало прямолинейное ускоренное вращательное движение из спокойного состояния, то формула имеет вид.

$$\boxed{\Delta\varphi=\frac{\omega t}{2},\quad \Delta\varphi=\frac{\omega^2}{2\varepsilon},\quad \Delta\varphi=\frac{\varepsilon t^2}{2}} \tag{10.8}$$

Для того, чтобы узнать положение тела, движущегося по равнопеременному изменяющемуся кругу в произвольный момент времени, необходимо будет определить выражение, к которому связаны координаты и время, то есть уравнение движения. Уравнение движения тела, совершающего плоское переменное вращательное движение, будет иметь вид:

$$\boxed{\varphi=\varphi_0+\omega_0 t+\frac{\varepsilon t^2}{2}} \tag{10.9}$$

Если принять во внимание, что при равноускоренном вращательном движении $\varepsilon>0$, а при равнозамедленном $\varepsilon<0$, то уравнение движения для таких движений будет иметь вид:

$$\boxed{\varphi=\varphi_0+\omega_0 t+\frac{|\varepsilon|t^2}{2}} \tag{10.9a}$$

При равноускоренном

$$\boxed{\varphi=\varphi_0+\omega_0 t-\frac{|\varepsilon|t^2}{2}} \tag{10.9b}$$

При равнозамедленном

Если мы подставим угловое ускорение $\varepsilon=0$ в приведенные выше формулы, то уравнение движения будет сформировано для плоского кругового движения $\varphi=\varphi_0+\omega_0 t$. Таким образом, равномерное вращательное движение является частным случаем равноускоренного вращательного движения $\varepsilon=0$.

Тангенциальное ускорение и его направление:

Давайте воспользуемся формулой линейного ускорения. Согласно к нему

$$a=\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}=\frac{\vartheta-\vartheta_0}{t}=\frac{\omega R-\omega_0 R}{t}=\frac{\omega-\omega_0}{t}R=\varepsilon R$$

будет видно. Таким образом, тангенциальное (или касательной, или линейное) ускорение тела, движущегося при равнопеременном движении по окружности, будет:

$$\boxed{a_\tau=\varepsilon R} \tag{10.10}$$

Если тело совершает вращательное движение с равноускоренным, направление тангенциального ускорения совпадает с направлением линейной скорости, а направление углового ускорения совпадает с направлением угловой скорости.

Если тело движется при равнозамедленном движении по окружности, направление тангенциального ускорения будет направлено против направления линейной скорости, а направление углового ускорения-против направления угловой скорости.

Направления углового ускорения и линейного ускорения для тела, движущегося по равнопеременном движение по окружности, показаны на рисунке 10.6:

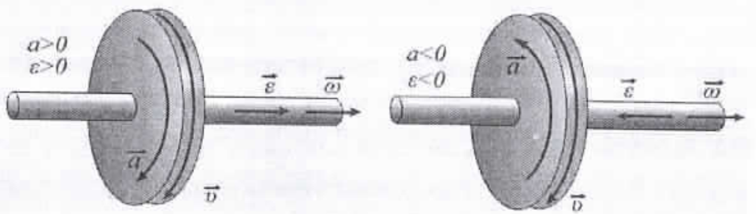


Рисунок 10.6

Общее ускорение:

Если тело движется по криволинейной траектории неравномерно, то и величина, и направление скорости изменяются со временем. Поэтому при таком движении возникают как тангенциальное, так и нормальное ускорения. В частности, при плоском переменном вращательном движении возникают как нормальные, так и тангенциальные ускорения. Поскольку одно из этих ускорений направлено по траектории без усилий, а другое-вертикально, оба эти ускорения взаимно перпендикулярны. Диагональ параллелограмма, построенного на этих двух ускорениях, дает вектор результирующего ускорения как в количественном, так и в направленном выражении.

Общий вектор ускорения тела, движущегося при равнопеременном движении по окружности, равен:

$$\boxed{\vec{a}_{um} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau} \qquad (10.11)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения всегда взаимно перпендикулярны. Отсюда и общее ускорение, основанное на теореме Пифагора

$$a_{um} = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left(\omega^2 R\right)^2 + \left(\varepsilon R\right)^2} = \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}\, R$$

будет видно. Таким образом, получается, что числовое значение вектора полного ускорения будет (рис. 10.7):

$$\boxed{a_{um} = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\, R} \qquad (10.12)$$

Угол между общими ускорениями и направлениями движения равен:

$$\boxed{tg\,\mu = \frac{a_n}{a_n} = \frac{\omega^2}{\varepsilon}} \qquad (10.13)$$

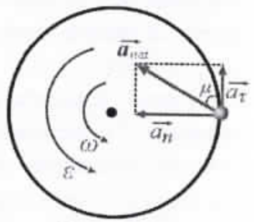


Рисунок 10.7

Определение угла между общим ускорением и направлением движения:

При движении тела по криволинейной радиус кривизны его траектории и центр кривизны непрерывно меняются. Вращательное движение-частный случай криволинейного движения, при котором радиус кривизны и центр кривизны остаются неизменными.

Тангенциальное (или линейное, или поступательное) ускорение-это ускорение, которое возникает при изменении величины скорости тело. Нормальное (или центробежное) ускорение-это ускорение, которое возникает при изменении направления скорости тело. В любом криволинейном движении, хотя и движущемся равномерно, обязательно возникает нормальное ускорение из-за изменения направления скорости тело. Направление нормального ускорения всегда направлено к центру кривизны.

Если тело движется по кривой неравномерно, вектор полного ускорения тела образует геометрическую сумму тангенциального и нормального ускорений, а этот вектор ускорения образует угол γ с вектором скорости (рис 10.8). Рассмотрим угол γ между векторами скорости и ускорения для некоторых частных случаев.

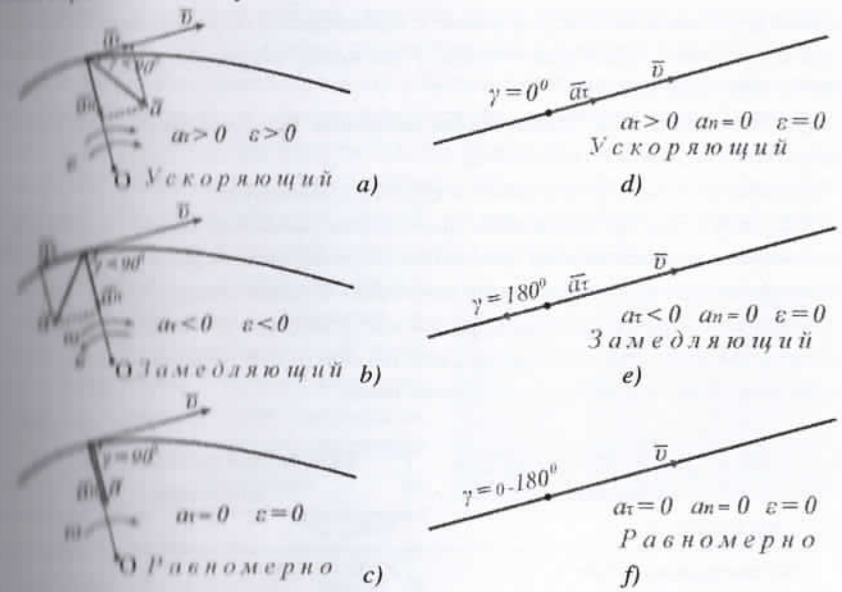


Рисунок 10.8

Если тело равноускоренно движется по кривой, тангенциальное ускорение будет направлено по движения. Кроме того, угловая скорость и угловое ускорение также направлены в одиноковые стороны. А угол между скоростью и ускорением будет проходимым, то есть $\gamma>90^0$ (рис.10.8-a).

Если тело равнозамедленно движется по кривой, тангенциальное ускорение будет направлено против движения. Кроме того, угловая скорость и угловое ускорение также направлены в противоположные стороны. А угол между скоростью и ускорением будет непроходимым, то есть $\gamma<90^0$ (рис.10.8-b).

Если тело равномерно движется вдоль кривой, тангенциальное ускорение равно нулю, что делает полное ускорение нормальным ускорением. Также угловое ускорение будет равно нулю. А угол между скоростью и ускорением будет прямым, то есть $\gamma=90^0$ (рис.10.8-c).

Если тело движется с ускорением по прямой, нормальное ускорение равно нулю, в то время как тангенциальное ускорение направлено в направлении движения, что делает полное ускорение тангенциальным ускорением. Также угловое ускорение будет равно нулю. Угол между скоростью и ускорением будет $\gamma=0^0$ (рис.10.8-d).

Если тело движется по прямой с замедлением, нормальное ускорение равно нулю, в то время как тангенциальное ускорение направлено против движения, создавая полное ускорение с тангенциальным ускорением. Также угловое ускорение будет равно нулю. Угол между скоростью и ускорением будет $\gamma=180^0$ (рис.10.8-e).

При прямолинейном равномерном движении тела ускорение и угловое ускорение не возникают (рис.10.8-f).

Сходные величины в линейном и круговом движении:

Получается, что прямолинейное равномерное движение можно уподобить равномерному вращательному движению, а прямолинейное равнопеременное –равнопеременному вращательному движению. Отсюда следует мысль о том, что между линейным и круговым движением существует некоторое сходство. Действительно, эти два типа имеют сходство между некоторыми величинами в движении, и мы приведем их в таблице ниже.

10.1-таблица

№	Величины в прямолинейном движении	Величины в вращательном движении
1	Координата, x	Угол, φ
2	Перемещение, $S=x-x_0$	Угол поворота, $\Delta\varphi$
3	Линейная скорость, $\vartheta=\frac{S}{t}$	Угловая скорость, $\vartheta=\frac{\Delta\varphi}{t}$
4	Уравнение движения при прямолинейном равномерном движении, $x=x_0+\vartheta t$	Уравнение движения при равномерном вращательном движении, $\varphi=\varphi_0+\omega t$
5	Линейное (тангенциальное) ускорение, $a_t=\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$	Угловое ускорение, $\varepsilon=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
6	Уравнение движения при прямолинейном равнопеременном движении, $x=x_0+\vartheta t+\frac{at^2}{2}$	Уравнение движения при равно переменном вращательном движении, $\varphi=\varphi_0+\omega t+\frac{\varepsilon t^2}{2}$
7	Три формулы для нахождения перемещения в прямолинейном равнопеременном движении. $S=\frac{\vartheta+\vartheta_0}{2}t$, $S=\frac{\vartheta^2-\vartheta_0^2}{2a}$, $S=\vartheta_0 t+\frac{at^2}{2}$	Три формулы нахождения угла поворота при равнопеременном вращательном движении. $\Delta\varphi=\frac{\omega+\omega_0}{2}t$, $\Delta\varphi=\frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\varepsilon}$, $\Delta\varphi=\omega_0 t+\frac{\varepsilon t^2}{2}$

Ускорение и радиус кривизны для тело, брошенного под углом:

Тело, брошенный с поверхности Земли под углом к горизонту, будет уменьшаться в скорости, пока не достигнет самой высокой точки своей траектории, в то время как его скорость будет увеличиваться после самой высокой точки. Следовательно, тангенциальное ускорение возникает, когда величина скорости изменяется, и это ускорение направлено против движения при движении вверх и против движения при движении вниз. Поскольку траектория является параболической, то есть криволинейной, нормальное ускорение направлено к центру кривизны. Геометрическая сумма этих двух векторов ускорения образует общий вектор ускорения, который равен вектору свободного ускорения и направлен к центру Земли.

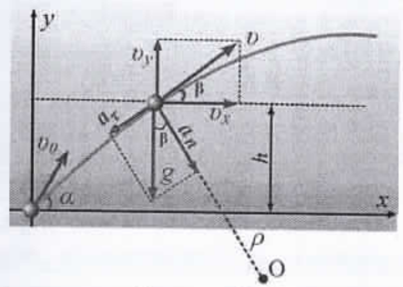


Рисунок 10.9

Определим тангенциальное ускорение, нормальное ускорение и радиус кривизны в произвольной точке траектории тела, брошенного под углом к горизонту. Для нахождения этих величин воспользуемся проекциями скоростей на координатные оси и проекциями ускорений свободного падения на траектории и перпендикулярные к траектории оси. С помощью двух прямоугольных прямоугольников на рисунке можно определить искомые выражении.

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a_n}{g} \\ \cos\beta = \dfrac{\vartheta_x}{\vartheta} \end{cases}, \Rightarrow a_n = \cos\beta\cdot g = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}\cdot g, \quad \begin{cases} \sin\beta = \dfrac{a_\tau}{g} \\ \sin\beta = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta} \end{cases}, \Rightarrow a_\tau = \sin\beta\cdot g = \frac{\vartheta_y}{\vartheta}\cdot g$$

Таким образом, нормальное ускорение a_n в момент, когда движущееся тело под действием силы тяжести образует с горизонтом произвольный угол β, тангенциальное ускорение и радиус кривизны траектории ρ будут следующими (рис. 10.9):

$$\boxed{\begin{cases} a_n = \cos\beta\cdot g = \dfrac{\vartheta_x}{\vartheta}\,g \\ a_\tau = \sin\beta\cdot g = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta}\,g \\ \rho = \dfrac{\vartheta^2}{a_n} \end{cases}} \qquad (10.14)$$

По приведенной выше формуле можно определить ускорения тела на высоты, брошенного с начальной скоростью под углом к горизонту от поверхности Земли, а также радиус кривизны траектории. Нормальное ускорение в этом будет $a_n = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}g = \frac{\vartheta_0\cos\alpha}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}g$. В то время как тангенциальное ускорение равно $a_\tau = \frac{\vartheta_y}{\vartheta}g = \frac{\vartheta_0\sin\alpha - gt}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}g$. Радиус кривизны траектории в произвольный момент времени равен $\rho = \frac{\vartheta^2}{a_n} = \frac{\vartheta_0^2 - 2gh}{\frac{\vartheta_0\cdot\cos\alpha}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}\cdot g} = \frac{\sqrt{\left(\vartheta_0^2 - 2gh\right)^3}}{\vartheta_0\, g\cos\alpha}$ и определяется по этой формуле.

Отсюда следует, что тело, брошенное с Земной поверхности под углом α к горизонту ϑ_0 с начальной скоростью, имеет нормальное ускорение a_n на произвольной высоте h, тангенциальное ускорение a_t и радиус кривизны траектории ρ, определяемый по формулам:

$$\boxed{a_n = \frac{\vartheta_0\cos\alpha}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}\cdot g, \quad a_\tau = \frac{\vartheta_0\sin\alpha - gt}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}\cdot g, \quad \rho = \frac{\sqrt{\left(\vartheta_0^2 - 2gh\right)^3}}{\vartheta_0\, g\cos\alpha}} \qquad (10.15)$$

С какой-то высоты можно определить последующие ускорения тело, брошенного в горизонтальное положение, а также радиус кривизны траектории. При этом тангенциальное ускорение равно произведению линейной скорости на производную первого порядка, полученную по времени, т. е.

$a_\tau = \vartheta'_t = \left(\sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}\right)' = \left(\sqrt{\vartheta_0^2 + (gt)^2}\right)' = \frac{g^2 t}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (gt)^2}}$ это будет равно.

Нормальное ускорение, однако, можно будет легко найти с помощью теоремы Пифагора. Нормальное ускорение будет равно:

$$a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} = \sqrt{g^2 - \frac{g^4 t^2}{\vartheta_0^2 + (gt)^2}} = \frac{\vartheta_0 g}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (gt)^2}}$$

А радиус кривизны

$$\rho = \frac{\vartheta^2}{a_n} = \frac{\sqrt{\left(\vartheta_0^2 + (gt)^2\right)^3}}{\vartheta_0 g}.$$

Следовательно, произвольное тангенциальное ускорение a_τ тела, брошенного с высоты в горизонтальном положении через время t, нормальное ускорение a_n и радиус кривизны ρ будут:

$$\boxed{a_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (g\,t)^2}}, \quad a_n = \frac{\vartheta_0\, g}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (g\,t)^2}}, \quad \rho = \frac{\sqrt{\left(\vartheta_0^2 + (g\,t)^2\right)^3}}{\vartheta_0\, g}} \qquad (10.16)$$

Следует обратить внимание на то, что найденные выше значения тангенциального и нормального ускорений всегда меньше ускорения свободного падения. Только в вертикальном движении

$\begin{cases} a_\tau = g \\ a_n = 0 \end{cases}$ К и в самой высокой точке параболы

$\begin{cases} a_\tau = 0 \\ a_n = g \end{cases}$ принимает частные значения, равные

Вопросы по теме:

1. *Что называется плоским переменным вращательным движением?*
2. *Какая величина изменяется равномерно при равномерном переменном вращательном движении, а какая величина сохраняется в долях?*
3. *Назовите три формулы нахождения угла поворота при прямолинейном переменном вращательном движении.*
4. *Назовите ускорение, которое возникает при изменении величины скорости.*
5. *Назовите ускорение, которое возникает при изменении направления скорости.*
6. *Как определяется величина и направление полного ускорения?*
7. *Перечислите аналогичные величины в линейных и круговых движениях.*
8. *Опишите формулы, выражающие тангенциальное и нормальное ускорения и радиус кривизны для тела, брошенного под углом к горизонту.*

Решение задач:

1. Каково его результирующее ускорение, если тангенциальное ускорение тела равно 6 м/с², а центростремительное ускорение равно 8 м/с² ? Какой угол составляет результирующее ускорение с направлением движения?

__Дано:__

$a_\tau = 6$ м/с^2

$a_n = 8$ м/с^2

$a_{рез} = ?$

__Решение:__

Тангенциальное и нормальное ускорения тела будут направлены перпендикулярно друг другу, поэтому общее ускорение мы найдем по теореме Пифагора:

$$a_{рез} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 10 \text{ м/с}^2$$

Используем угол наклона между общим ускорением и направлением движения.

$$tg\,\mu = \frac{a_n}{a_t} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}; \ \rightarrow \ arctg\frac{4}{3} = 53^0$$

Ответ: $a_{рез} = 10\ m/s^2$; $\mu = 53^0$

2. Под каким углом к горизонту был сбит объект, если высота подъема объекта, брошенного под углом к горизонту, равна 3 м, а радиус кривизны в высшей точке траектории равен 2 м?

__Дано:__

$h_{max} = 3$ *м*

$R = 2$ *м*

$\alpha = ?$

__Решение:__

Высота подъема тело и радиус кривизны в наивысшей точке траектории

$$h_{max} = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \ \ и \ \ R = \frac{\vartheta_x^2}{a_n} = \frac{\vartheta_0^2\cos^2\alpha}{2g}$$

будет. Их соотношение

$$\frac{h_{max}}{R} = \frac{tg^2\alpha}{2} = \frac{3}{2}$$

будет. Кроме того

$$tg^2\alpha = 3, \ \rightarrow \ tg\alpha = \sqrt{3}, \ \rightarrow \ \alpha = \frac{\pi}{3}$$

результат получается.

Ответ: $\alpha = 60°$

3.Тело движется по окружности с угловой скоростью, выраженной уравнением $\omega = 2 + 0{,}5t$ [*рад*]. *Сколько раз он вращается за 20 с?*

__Дано:__

$\omega = 2 + 0{,}5t$ [*рад*]

t=20 с

$N = ?$

__Решение:__

$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ *по формуле* $\omega_0 = 2\ рад/с$ *и* $\varepsilon = 0{,}5\ рад/с^2$ *определяем.*

$$\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Угол поворота по формуле это будет равно:

$$\Delta\varphi = 2t + 0{,}25t^2 = 2 \cdot 20 + 0{,}25 \cdot 400 = 140 \ \ рад$$

Общее количество оборотов $N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{140\,rad}{6{,}28\,rad} \approx 22$ *раз будет.*

Ответ: N=22

§11. ДВИЖЕНИЕ БРОШЕННОГО ТЕЛА ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Теперь давайте изучим движение тела, брошенного под углом к горизонту. Для простоты понимания разберем эту тему на несколько частей. В обучении мы переходим от простого к сложному.

Независимость движения:

В большинстве случаев приходится работать с телом, участвующим одновременно в нескольких движениях. Такое движение называется сложным движением. Траекторию сложного движения можно определить по траекториям составляющих его движений. Это называется добавление действий. Траектория сложного движущегося тела может быть как прямой линией, так и кривой. Движение тела, брошенного горизонтально с какой-либо высоты, также является сложным движением, которое можно назвать совместным действием плоского движения, вызванного инерцией в горизонтальном направлении, и плоского ускоренного движения, вызванного действием кончика тяжести в вертикальном направлении.

Когда тело участвует одновременно в нескольких движениях, каждое из движений происходит независимо. Это называется принципом независимости действий.

Теперь, исходя из принципа независимости движений, изучим движение тела, брошенного под углом к горизонту. Для простоты понимания разберем эту тему на несколько частей. В обучении мы переходим от простого к сложному.

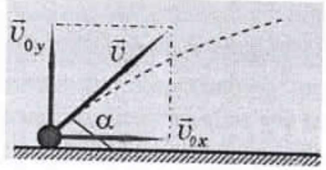
Уравнение движения тела, брошенного под углом к горизонту, уравнение скорости и уравнение траектории:

Прежде чем изучать движение тела, брошенного под углом к горизонту, нам нужно будет знать формулы для нахождения проекций начальной скорости и мгновенной скорости на координатные оси.

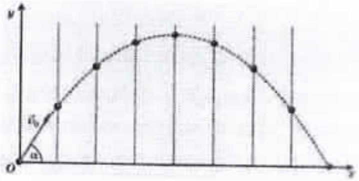
ϑ_0 проекции начальной скорости тела, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью, на оси будут следующими (рис. 11.1-а):

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta_{0x} = \vartheta_0\cos\alpha \\ \vartheta_{0y} = \vartheta_0\sin\alpha \end{cases}} \qquad (11.1)$$

Когда тело брошен под углом к горизонту, проекция скорости на ось Ox не меняется с течением времени и движется по оси Ox на равные расстояния за равные промежутки времени. А проекция скорости на ось Oy меняется с каждой секундой на *9,81 м/с* (рис.11.1-б). Потому что сила тяжести направлена по вертикальной оси к центру Земли, в то время как на оси Ox нет силы, изменяющей скорость тело.



a)



b)

Рисунок 11.1

Следовательно, проекции скорости на оси в произвольный момент времени (т. е. уравнения скорости) будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta_x = \vartheta_{0x} = \vartheta_0 \cos\alpha = const \\ \vartheta_y = \vartheta_{0y} - gt = \vartheta_0 \sin\alpha - gt \end{cases}} \quad (11.2)$$

Уравнение движения для тела, брошенного с высоты y_0 от поверхности Земли с наклоном к вершине под углом α, равным горизонту, имеет следующий вид (рис. 11.2):

$$\boxed{\begin{cases} x = \vartheta_0 t \cos\alpha \\ y = y_0 + \vartheta_0 t \sin\alpha - gt^2/2 \end{cases}} \quad (11.3)$$

Уравнение движения для тела, брошенного с высоты y_0 от поверхности Земли с уклоном вниз под углом, равным горизонту, имеет следующий вид (рис. 11.2):

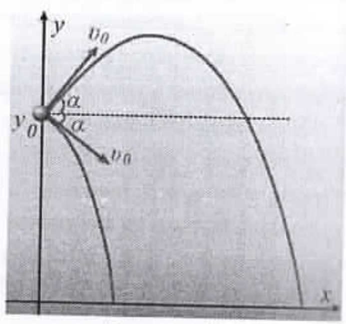


Рисунок 11.2

$$\boxed{\begin{cases} x = \vartheta_0 t \cos\alpha \\ y = y_0 - \vartheta_0 t \sin\alpha - gt^2/2 \end{cases}} \quad (11.4)$$

Уравнение движения-это уравнение зависимости координат от времени, а уравнение траектории-это уравнение зависимости осей координат друг от друга. Например, уравнение траектории $y = f(x)$ на плоскости и уравнение траектории $z = f(x)$ в пространстве. Чтобы перейти от уравнения движения к уравнению траектории, нам придется отказаться от времени, то есть время не должно участвовать в уравнениях.

Попробуем определить уравнения траектории стреляющего тела с наклоном α вверх и вниз под углом от высоты y_0 к горизонту от поверхности земли. Из уравнения движения определим время по координате (рис.11.2).

$$\begin{cases} x = \vartheta_0 t \cos\alpha \\ y = y_0 + \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{\vartheta_0 \cos\alpha} \\ y = y_0 + \vartheta_0 \sin\alpha \frac{x}{\vartheta_0 \cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{\vartheta_0 \cos\alpha}\right)^2 = y_0 + \vartheta_0 tg\alpha - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} \end{cases}$$

Отсюда уравнение траектории тела, брошенного с высоты y_0 над поверхностью земли с наклоном к вершине под углом α к горизонту, таково

$$\boxed{y = y_0 + tg\alpha\, x - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} x^2} \quad (11.5)$$

оказывается, это было бы очевидно.

Если тело был сбит с высоты y_0 над поверхностью земли с наклоном к вершине под углом α, равным горизонту, уравнение траектории для этого тела будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{y = y_0 - tg\alpha\, x - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} x^2} \quad (11.6)$$

Уравнение траектории $y = ax^2 + bx + c$, найденное выше, является своего рода уравнением параболы, ветви которой, по-видимому, направлены вниз, известным нам из математики. Здесь главный коэффициент равен $a = -\frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} < 0$, второй коэффициент равен $b = \pm tg\alpha$, а свободный $c = y_0 \neq 0$ равен.

Движение тела, выброшенного с поверхности Земли:

Когда тело выбрасывается с поверхности Земли с некоторой начальной скоростью под некоторым углом к горизонту, проекция вектора скорости тела на ось Ox остается неизменной в количественном и направленном отношении, а проекция Oy ось о меняется каждую секунду *9,81 м/с*. Траектория тела, брошенного под углом к горизонту, состоит из парабол.

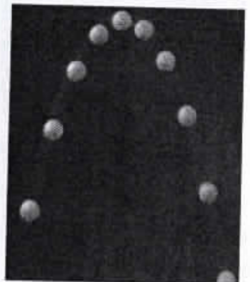


Рисунок 11.3

Процесс подъема при выстреле с поверхности Земли точно такой же, как и процесс падения, то есть с какой скоростью он стреляет, с какой скоростью он падает, под каким углом он стреляет, под каким углом он падает, в какое время он поднимается, в какое время он падает и т. д. Другими словами, можно сказать, что процесс подъема противоположен процессу падения. Убедиться в этом можно будет также по фотографиям, сделанным на стробоскопическом снимке (рис.11.3).

Центр тяжести бегущего и прыгающего спортсмена также описывает параболу (рис.11.4). При сложном движении других членов спортсмена траектория его центра тяжести будет как раз параболической.

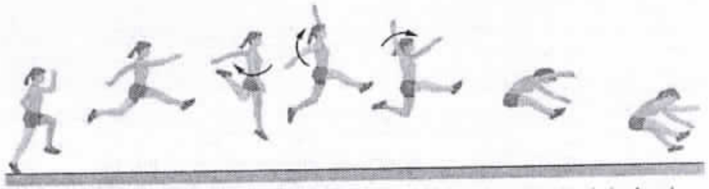


Рисунок 11.4

Попробуем определить, на какое расстояние, на какую высоту и сколько времени пролетит тело, брошенное с поверхности земли под углом к горизонту с некоторой начальной скоростью. Воспользуемся уравнением движения тела $y = y_0 + \vartheta_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = \vartheta_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ будет, когда тело упадет на землю $y = 0$, то есть $0 = \vartheta_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ будет. Решения уравнения будут равны $t_1 = 0$, $t_2 = \frac{2\vartheta_0\sin\alpha}{g}$. Здесь $t_1=0$ совпадает с моментом бросания, то $t_2 = \frac{2\vartheta_0\sin\alpha}{g}$ совпадает момент спуску. Следовательно, тело успеет взлететь. И время подъема будет $t_{взл} = t_2 = \frac{2\vartheta_0\sin\alpha}{g}$. Будет время подняться $t_n = \frac{t_{взл}}{2} = \frac{\vartheta_0\sin\alpha}{g}$. А дальность полета будет $\ell_{взл} = x(t_{взл}) = \vartheta_0 t_{взл}\cos\alpha = ... = \frac{\vartheta_0^2\sin 2\alpha}{g}$. Высота полёта будет. $h_{\max} = y(t_n) = \vartheta_0 t_n\sin\alpha - \frac{gt_n^2}{2} = ... = \frac{\vartheta_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

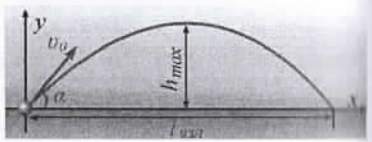


Рисунок 11.5

Таким образом, время взлета $t_{взл}$, время подъема t_n, дальность полета $\ell_{взл}$ и максимальная высота подъема $h_{\max}$ брошенного тела с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности земли под прямым углом α к горизонту находят по следующим формулам (рис. 11.5):

$$\boxed{\begin{cases} t_n = \dfrac{\vartheta_0\sin\alpha}{g} \\ t_{взл} = \dfrac{2\vartheta_0\sin\alpha}{g} \end{cases} \quad \begin{cases} h_{\max} = \dfrac{\vartheta_0^2\sin^2\alpha}{2g} \\ \ell_{взл} = \dfrac{\vartheta_0^2\sin 2\alpha}{g} \end{cases}} \qquad (11.7)$$

Оказывается, если известно время полета тела, брошенного с поверхности земли под углом к горизонту, то можно было бы определить его максимальную высоту подъема. С помощью формулы нахождения времени $t_{взл} = \frac{2\vartheta_0\sin\alpha}{g}$ полета определяем $\vartheta_0\sin\alpha = \frac{gt_{взл}}{2}$. Отсюда находим высоту подъема. Таким образом, если известно время полета тела, брошенного с поверхности земли под углом к горизонту, максимальная высота подъема будет равна: $h_{\max} = \frac{(\vartheta_0\sin\alpha)^2}{2g} = ... = \frac{gt_{взл}^2}{8}$

$$\boxed{h_{\max} = \frac{g\,t_{взл}^2}{8}} \qquad (11.8)$$

Определим зависимость между дальностью полета и высотой подъема тела, брошенного под углом к горизонту.

$$\ell_{взл} = \frac{\vartheta_0^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{\vartheta_0^2\sin^2\alpha}{2g}\cdot\frac{4\cos\alpha}{\sin\alpha} = 4h_{\max}ctg\alpha$$

Следовательно, если известна высота подъема тело, брошенного с поверхности земли под углом α, равным горизонту, h_{max}, то дальность полета $\ell_{взл}$ равна:

$$\boxed{\ell_{взл} = 4h_{\max}ctg\alpha} \qquad (11.9)$$

Получается, что если известны дальность полета и время полета тела, брошенного под углом к горизонту, то можно определить угол бросания и начальную скорость. По формуле, определенной выше, найдем котангенс угла наклона, то есть

$$\ell_{взл} = 4h_{\max}ctg\alpha\ , \ \Rightarrow\ ctg\alpha = \frac{\ell_{взл}}{4h_{\max}} = \frac{\ell_{взл}\cdot 8}{4\cdot gt_{взл}^2} = \frac{2\ell_{взл}}{gt_{взл}^2}$$

Будет. Из соотношения формул дальности полета и времени полета $\frac{\ell_{взл}}{t_{взл}} = \frac{\vartheta_0^2\sin 2\alpha / g}{2\vartheta_0\sin\alpha / g} = \vartheta_0\cos\alpha$ формируется. Из этого следует, что

$$\vartheta_0 = \frac{\ell_{взл}}{t_{взл}}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\ell_{взл}}{t_{взл}}\sqrt{\frac{1+ctg^2\alpha}{ctg^2\alpha}} = \sqrt{\left(\frac{\ell_{взл}}{t_{взл}}\right)^2\left(1+\frac{1}{ctg^2\alpha}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\ell_{взл}}{t_{взл}}\right)^2 + \left(\frac{\ell_{взл}}{t_{взл}}\right)^2\left(\frac{gt_{взл}^2}{2\ell_{взл}}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(gt_{взл})^2 + \left(\frac{2\ell_{взл}}{t_{взл}}\right)^2}$$

угол и начальную скорость. Таким образом, если известны расстояние $\ell_{взл}$ полета и время $t_{взл}$ полета тела, брошенного с земной поверхности под углом к горизонту, котангенс угла падения $ctg\alpha$ и скорость ϑ_0 определяются из следующих формул:

$$\boxed{ctg\alpha=\frac{2\ell_{взл}}{gt_{взл}^2},\qquad \vartheta_0=\frac{1}{2}\sqrt{(gt_{взл})^2+\left(\frac{2\ell_{взл}}{t_{взл}}\right)^2}} \tag{11.10}$$

Поскольку проекция скорости тела Oy, брошенного с поверхности земли под углом к горизонту, уменьшается, угол, образованный скоростью тела с горизонтом, становится все меньше и меньше. Когда он достигает самой высокой точки, он становится нулевым, а затем начинает падать обратно. В процессе падения угол скорости движения, образованный горизонтом, увеличивается,а в момент падения этот угол становится равным углу броска (рис. 11.6-а). Можно определить, когда тело, брошенное с поверхности земли под углом к горизонту α, образует угол β тангенс угла в момент, когда тело образует угол с горизонтом, равен β. От этого зависит искомый выражения

$$tg\beta=\frac{\vartheta_y}{\vartheta_x}=\frac{\vartheta_0\sin\alpha-gt}{\vartheta_0\cos\alpha}$$

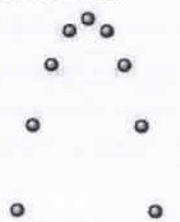
Получается

$$\vartheta_0\cos\alpha\cdot tg\beta=\vartheta_0\sin\alpha-gt,\ \rightarrow\ gt=\vartheta_0\sin\alpha-\vartheta_0\cos\alpha\cdot tg\beta,\ \rightarrow\ t_{1,2}=\frac{\vartheta_0\cdot(\sin\alpha\pm\cos\alpha\cdot tg\beta)}{g}$$

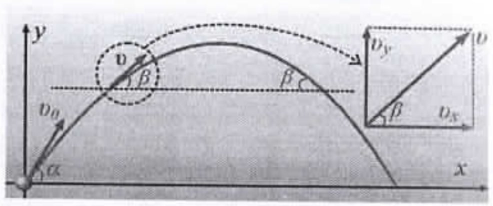
Таким образом,через какое время тело, брошенное с земной поверхности под прямым углом относительно горизонта с начальной скоростью ϑ_0, будет двигаться с той же начальной скоростью, через какое время β по этим формулам будет определяться время образования угла β (рис. 11.6-б):

$$\boxed{\begin{aligned}t_1&=\frac{\vartheta_0(\sin\alpha-\cos\alpha\ tg\beta)}{g}\\ t_2&=\frac{\vartheta_0(\sin\alpha+\cos\alpha\ tg\beta)}{g}\end{aligned}} \tag{11.11}$$

Где: t_1 и t_2 – время формирования угла β при подъеме и спуске соответственно.



a)



b)

Рисунок 11.6

Давайте определим, чему равна скорость, с которой тела, брошенного под произвольным углом от поверхности Земли, находится на одной высоте.

Определим скорость тела на произвольной высоте с помощью теоремы Пифагора и формул мгновенной скорости. Скорость тела на высоте h согласно

$$\vartheta=\sqrt{\vartheta_x^2+\vartheta_y^2}=\sqrt{\vartheta_0^2\cos^2\alpha+(\vartheta_0\sin\alpha-gt)^2}=\sqrt{\vartheta_0^2\cos^2\alpha+\vartheta_0^2\sin^2\alpha-2\vartheta_0\sin\alpha\cdot gt+g^2t^2}=$$
$$=\sqrt{\vartheta_0^2-2g(\vartheta_0\sin\alpha\cdot t-gt^2/2)}=\sqrt{\vartheta_0^2-2gy}=\sqrt{\vartheta_0^2-2gh}$$

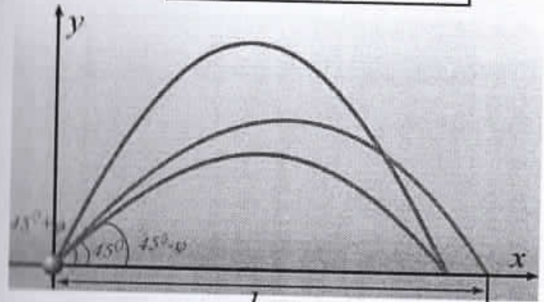
определяется по внешнему виду. Таким образом, произвольная скорость h высоты тела, брошенного с земной поверхности под углом к горизонту ϑ_0 с начальной скоростью ϑ, будет равна:

$$\boxed{\vartheta=\sqrt{\vartheta_0^2-2gh}} \tag{11.12}$$

Формула для определения расстояния полета тела, брошенного с земной поверхности под углом к горизонту

Формула для определения дальности полета тела $\ell_{uch}=\frac{\vartheta_0^2\sin2\alpha}{g}$, брошенного с земной поверхности под углом к горизонту 45^0 равна:

$$\boxed{\ell_{взл.\max}=\frac{\vartheta_0^2\sin(2\cdot45^0)}{g}=\frac{\vartheta_0^2}{g}} \tag{11.13}$$



$\ell_{взл.max}$

Рисунок 11.7

При стрельбе по телу под углами 45^0 симметричными по отношению к $45^0-\varphi$ и $45^0+\varphi$, т. е. К, он падает на те же расстояния, но дальность полета в них меньше максимальной дальности полета (рис.11.7).

$$\ell_{взл}=\frac{\vartheta_0^2\sin2\alpha}{g}=\frac{\vartheta_0^2\sin2(45^0\pm\varphi)}{g}=\frac{\vartheta_0^2\sin(90^0\pm2\varphi)}{g}=\frac{\vartheta_0^2}{g}\cos2\varphi.$$

Тело, брошенное горизонтально с некоторый высоты:

Траектория тела, брошенного горизонтально с высоты, будет состоять из полупарабол. Эта полупарабола — траектории, по которой тело, брошенное с земли под углом к горизонту, проходит во 2-й половине времени движения.

Попробуем определить, на какое расстояние может пролететь тело, брошенное горизонтально с высоты, как долго он пролетит и под каким углом ударится о землю. Уравнение движения в котором $y = y_0 + \vartheta_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ мы используем. Здесь $y=0,\ y_0=h,\ \alpha=0$ учитывая, что, $0 = h + 0 - \frac{gt^2}{2}$ формируется. Отсюда и время спуска $t_{взл} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Расстояние полета с помощью уравнения движения на оси Ox $\ell_{взл} = x(t_{взл}) = \vartheta_0 \cos\alpha \cdot t_{взл} = \vartheta_0 t_{взл} = \vartheta_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$ имеет вид: Скорость падения по теореме Пифагора получается:

$$\vartheta_{пад} = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{(\vartheta_0 \cos\alpha)^2 + (\vartheta_0 \sin\alpha - gt^2/2)^2} = \sqrt{\vartheta_0^2 + (gt_{uch})^2} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}.$$

Тангенс угла падения будет равен

$$tg\alpha_{пад} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\sqrt{2gh}}{\vartheta_0};$$

Итак, из произвольной высоты h по горизонтали, определяющей время падения $t_{взл}$, дальность полета $\ell_{взл}$, скорость падения $\vartheta_{пад}$ и угол падения $tg\alpha_{пад}$ брошенного тела с начальной скоростью ϑ_0, следует, что приведенные формулы будут следующими (рис. 11.9):

$$\boxed{\begin{aligned} t_{взл} &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ \ell_{взл} &= \vartheta_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ \vartheta_{пад} &= \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} = \sqrt{\vartheta_0^2 + (g\,t_{взл})^2} \\ tg\alpha_{пад} &= \frac{\sqrt{2gh}}{\vartheta_0} \end{aligned}} \qquad (11.14)$$

Из приведенной выше формулы видно, что время падения тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты, равно время падения свободно падающего тела с этой высоты Получается, что время падения свободно падающего тела равно. В этом также можно убедиться, посмотрев на фото, сделанное на стробоскопическом аппарате (рис.11.10).

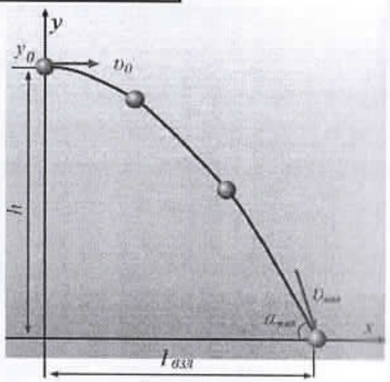
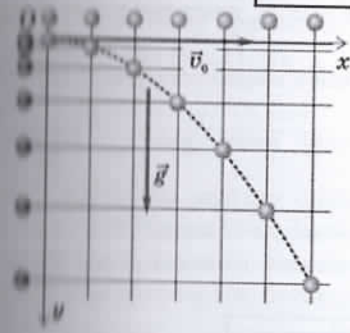
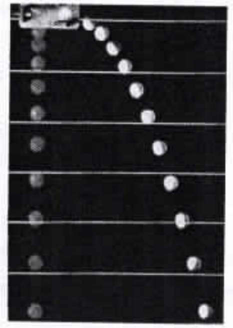


Рисунок 11.9

$$\boxed{t_{своб} = t_{гориз} = \sqrt{\frac{2h}{g}}} \qquad (11.15)$$



a)



b)

Рисунок 11.10

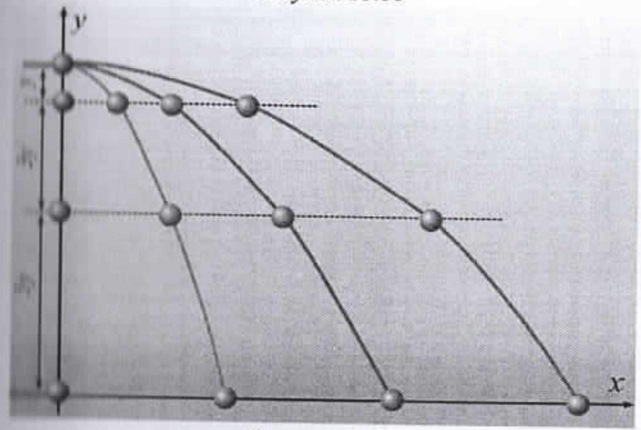


Рисунок 11.11

При броске с высоты по горизонтали нескольких тел с разной начальной скоростью они уходят и падают на разные расстояния, но время падения у всех одинаковое, и это время равно времени падения свободно брошенного тела (рис.11.11).

Тело, брошенный с высоты под углом к горизонту:

Траектория тела, брошенного с высоты под углом к горизонту вверх

$$y = y_0 + tg\alpha\ x - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} x^2$$

Согласно формуле, это будет часть параболы, ветви которой направлены вниз. В том случае, когда тело брошенно из произвольной точки y_0, его движение выше высоты (уровня) $y=y_0$ можно сравнить с движением тела, брошенного под углом к поверхности земли. Тело выше высоты $y=y_0$ во время пребывания $\Delta t = \frac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ на высоте поднимается на тот же уровень во второй раз $y - y_0 = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ поднимается на высоту, повторяет тот же уровень второй раз $\Delta x = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ расстояние пересекает, когда летит (рис.11.12).

Если бы тело брошено с поверхности Земли, оно $h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ мы рассмотрели подъем на высоту. Теперь видно, что если выстрелить с какой-то высоты, то оно поднимется на большую высоту. Следовательно, максимальная высота подъема тела, брошенного из точки y_0 под углом α к горизонту, равна h_{max}, если (рис. 11.12):

$$\boxed{h_{\max} = y_0 + \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}} \tag{11.16}$$

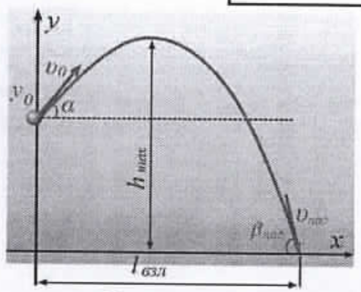


Рисунок 11.12

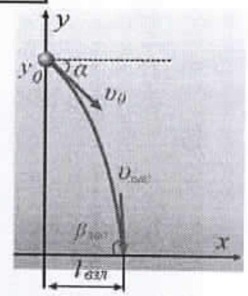


Рисунок 11.13

Давайте определим время полета, расстояние полета, скорость приземления и угол падения тела, брошенного с высоты под углом наклона вверх. Определим время полета с помощью уравнения движения.

$$y = y_0 + \vartheta_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}, \rightarrow \ D = \vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2gh, \rightarrow \ 0 = h + \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}, \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{gt^2}{2} - \vartheta_0 t \sin\alpha - h = 0, \ \rightarrow 0 = h + \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}, \rightarrow \ \frac{gt^2}{2} - \vartheta_0 t \sin\alpha - h = 0, \rightarrow$$

$$\rightarrow \ t_1 = t_{взл} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2gh} + \vartheta_0 \sin\alpha}{g}.$$

Если в уравнение движения по оси Ох добавить время полета, то получится расстояние полета, т. е. $\ell_{взл} = x(t_{взл}) = \vartheta_0 \cos\alpha \ t_{взл}$. Используя теорему Пифагора и тангенс угла, можно определить скорость падения тела на землю и угол падения.

$$\vartheta_{пад} = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{(\vartheta_0 \cos\alpha)^2 + (\vartheta_0 \sin\alpha - gt^2/2)^2} = \ldots = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} \ ; \ \ tg\beta_{пад} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\sqrt{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{\vartheta_0 \cos\alpha}$$

Таким образом, время падения $t_{взл}$, дальность полета $\ell_{взл}$, скорость падения $\vartheta_{пад}$ и угол падения $tg\alpha_{пад}$ брошенного тела с наклоном α к вершине со скоростью ϑ_0 от точки произвольной высоты y_0=h относительно горизонта будут следующими (рис.11.12).

$$\boxed{\begin{cases} t_{взл} = \dfrac{\sqrt{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2g\,h} + \vartheta_0 \sin\alpha}{g} \\ \ell_{взл} = \vartheta_0 \cos\alpha \, t_{взл} \end{cases} \quad \begin{cases} \vartheta_{пад} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2g\,h} \\ tg\beta_{пад} = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \dfrac{\sqrt{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2 + 2g\,h}}{\vartheta_0 \cos\alpha} \end{cases}} \tag{11.17}$$

Если в приведенных выше формулах вместо угла падения α поставить-α, то мы получим формулы времени полета, расстояния полета, скорости падения и угла падения для объекта, брошенного с высоты с уклоном вниз.

Отсюда следует, что время падения $t_{взл}$, дальность полета $\ell_{взл}$, скорость падения $\vartheta_{пад}$ и угол падения $tg\alpha_{пад}$ брошенного тела под углом α к горизонту относительно точки произвольной высоты y_0=h со скоростью ϑ_0 будут следующими (рис.11.13).

$$\boxed{\begin{cases} t_{взл} = \dfrac{\sqrt{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2g\,h} - \vartheta_0 \sin\alpha}{g} \\ \ell_{взл} = \vartheta_0 \cos\alpha \, t_{взл} \end{cases} \quad \begin{cases} \vartheta_{пад} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2g\,h} \\ tg\beta_{пад} = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \dfrac{\sqrt{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2 + 2g\,h}}{\vartheta_0 \cos\alpha} \end{cases}} \tag{11.18}$$

Важно отметить, что разница между временем полета тело, брошенных под углом вверх и с уклоном вниз, составляет

$$\Delta t = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

В то время как разница между дальностями полета будет равно

$$\Delta\ell = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Но в обоих случаях скорость удара о землю и угол удара будут одинаковыми.

Опять же, следует обратить внимание, что с произвольной высоты h тела, брошенные вертикально вверх и вниз с начальной скоростью ϑ_0, и тело, брошенное горизонтально, и тело, брошенное под произвольным углом α, имеют одинаковую скорость падения на землю

$$\vartheta_{пад} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2g\,h}$$

Геометрическое место тел, брошенных из одной точки под разными углами, в каждый момент времени лежит в движущейся и увеличивающейся в размерах оболочке сферы. Движение центра сферы такое же, как и движение тела, свободно падающего из этой точки.

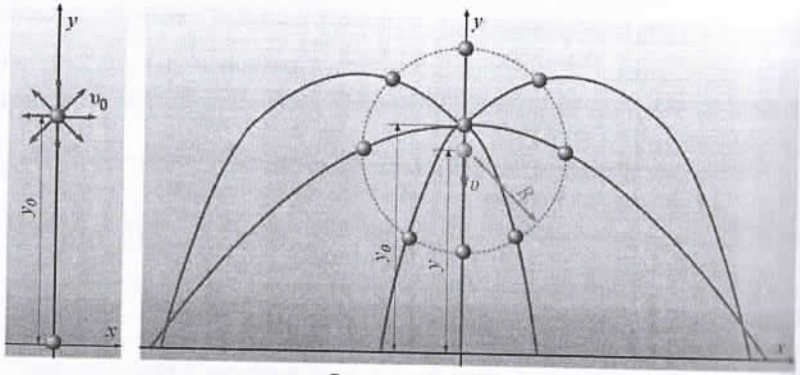


Рисунок 11.14

Уравнения движения и скорости центра сферы и уравнение зависимости радиуса сферы от времени имеют вид (рис. 11.14):

$$\boxed{y = y_0 - \frac{gt^2}{2}, \quad \vartheta = -gt, \quad R = \vartheta_0 t + \frac{gt^2}{2}} \qquad (11.19)$$

Другими словами, в этом месте также выполняется закон сохранения движения центра масс.

Вопросы по теме:

1. Что называется уравнением траектории? Какова траектория тело, брошенного под углом к горизонту?

2. Подскажите уравнение движения тело, брошенного под углом к горизонту.

3. Подскажите уравнение траектории тело, брошенного под углом к горизонту.

4. Подскажите формулы для определения времени полета, расстояния полета и максимальной высоты подъема тело, брошенного с поверхности земли под углом к горизонту с начальной скоростью.

5. Чему равно время полета и расстояние полета тело, брошенного горизонтально с высоты? Какова траектория в этом?

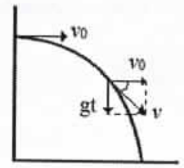
6. Чему равно ускорение при движении тела, брошенного под углом к горизонту, и в какую сторону оно направлено?

Решение задач:

1. Камень бросали в горизонтальном направлении. Какова начальная скорость камня (м/с), если вектор скорости через 3 с образовал угол 60° с поверхностью земли?

A) 15 B) 30 C) $60/\sqrt{3}$ D) $30/\sqrt{3}$ E) $90/\sqrt{3}$

Дано:	*Решение:*
t=3c	*Скорость горизонтально брошенного тела с высоты в вертикальном направлении после 3 с будет $v_y = gt$, и мы проекцируем этот вектор скорости, и это помогает нам найти начальную скорость.*
α = 60°	
υ0=?	



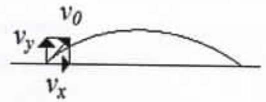
$\frac{gt}{v_0} = tg\alpha$; $\quad v_0 = \frac{gt}{tg\alpha}$; $\quad v_0 = \frac{10\cdot 3}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}}\ m/s.$

Ответ: D) $30/\sqrt{3}$.

2. Шар был запущен под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 30 м/с. Каковы горизонтальные и вертикальные составляющие вектора начальной скорости (м/с)?

A) 26; 15 B) 15; 26 C) 15; 15 D) 26; 26 E) 15; 0

Дано:	*Решение:*
v_0 = 30 м/с	*Находим проекцию скорости тела в горизонтальном и вертикальном направлениях,*
α = 30°	*$v_x = v_0 \cdot cos\alpha$; $v_y = v_0 sin\alpha$*
v_x=? v_y=?	



$v_x = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}\ m/s, \quad v_y = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15\ m/s$

Ответ: A) 26; 15.

3. Какое время полета (с) будет у тела, брошенного со скоростью 10 м/с под углом к горизонту, если его минимальная скорость в течение полета составляет 6 м/с? g= 10 m/s².

A) 1,6 B) 0,8 C) 0,6 D) 1,2 E) 2.

Дано:	*Решение:*
v_0 = 10 м/с	*Минимальная скорость в этом случае находится на самой высокой точке траектории, и она равна скорости $v_{min} = v_x$ в горизонтальном направлении $v_x = v_0 \cdot cos\alpha$*
v_{min} = 6 м/с	*используя формулу мы можем найти, под каким углом тело был брошен к горизонту, используя формулу $t = \frac{2v_0 sin\alpha}{g}$ чтобы найти время полета тело.*
t=?	

$$cos\alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Используя тригонометрическую $sin\alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha}$ формулу находим sinα:

$sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}, \quad \rightarrow \quad t = \frac{2\cdot 10 \cdot \frac{4}{5}}{10} = 1{,}6$ с

Ответ: А) 1,6.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВЕ I

Лабораторная работа: № 1.

Определение ускорения движущегося тела с равноускоренно.

Цель работы: экспериментальное определение ускорения при прямолинейном равноускоренном движении.

Необходимые инструменты и оборудование: стержень (наклонная плоскость), сфера, измерительная лента или линейка, секундомер, металлический или деревянный цилиндр

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Движение тела, скорость которого изменяется равномерно в течение любого равного промежутка времени, называется прямолинейным равноускоренным движением. Ускорением движущегося тела называют величину, равную отношению изменения скорости тела к промежутку времени, в течение которого произошло это изменение.

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \qquad (1)$$

Из этого следует, что ϑ_0 – начальная скорость объекта, а ϑ – последующая скорость тела. В системе СИ ускорение измеряется в m/s^2. Из (1) можно определить произвольное значение скорости тело.

$$\vartheta_t = \vartheta_0 + at \qquad (2)$$

Когда движение происходит по прямой, векторы скорости направлены вдоль этой прямой. Следовательно, для описания движения желательно, чтобы ось координат x была направлена по прямой, по которой движется тело. Проекция уравнения (2) на ось Ox

$$\vartheta_{t.x} = \vartheta_{0.x} + a_x t \qquad (3а)$$

пишется в поле зрения. В выборочной системе $\vartheta_{t.x}, \vartheta_{0.x}, a_x$ проекции равны $\vartheta_t, \vartheta_0, a_x$ числовому значению векторов. Для этого запишем (3а) следующим образом

$$\vartheta_{t.x} = \vartheta_{0.x} \pm a_x t \qquad (3)$$

положительный знак в выражении скорость и векторы ускорения a совпадают при одинаковом направлении. Путь, пройденный за это время

$$s = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad (4)$$

определяется выражением. Если начальная скорость равна нулю, то $\vartheta_0 = 0$

$$s = \frac{at^2}{2} \qquad (5)$$

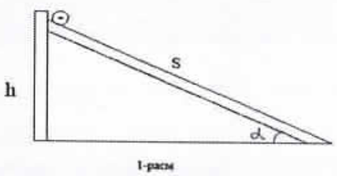
Получаем: при этом получаем следующее уравнение для ускорения

$$a = \frac{2s}{t^2} \qquad (6)$$

Измерив путь, пройденный движущимся телом с прямолинейно равноускоренно, и время, необходимое для прохождения этого пути, ускорение a можно рассчитать по формуле (6).

Порядок выполнения работ:

1) Закрепите один конец стержня на штативе с резьбой и установите его наклоном к горизонту. Поместите металлический или деревянный цилиндр на нижний конец стержня.



1-расм

2) На верхнем конце стержня отметьте точку, в которой шарик будет выпущен.
3) Отметьте, что секундомер показывает t, включаем секундомер, когда он отпускает воздушный шар, и выключите его, когда воздушный шар попадает в цилиндр. Для более точного измерения времени необходимо установить цилиндр в такое положение, чтобы секундомер показывал точное время.
4) Используя измерительную ленту или линейку, определите путь s, пройденный воздушным шаром.
5) Вычислите ускорение сферы, используя выражение (6).
6) Из уравнения (3) Определите скорость сферы в конце движения.
7) Повторите опыт 3-4 раза, меняя положение цилиндра.
8) Нарисуйте график зависимости расстояния, пройденного сферой, от времени в координатах s, t.
9) Вычислите погрешность измерения ускорения.
10) Запишите результаты эксперимента в таблицу ниже.
11) Повторите опыт, изменив наклон стержня.

Таблица 1

№	S [м]	t[c]	$a\left[\frac{м}{c^2}\right]$	$\bar{a}\left[\frac{м}{c^2}\right]$	$\Delta a_i\left[\frac{м}{c^2}\right]$	$\overline{\Delta a}$	$\delta = \frac{\overline{\Delta a}}{\bar{a}} \cdot 100\%$
1							
2							
3							

$$a = \overline{\Delta a} \pm \bar{a}$$

Вопросы и задания

1). Какое движение называется прямолинейным ускоренным движением.?
2). Что такое ускорение? В каких единицах он измеряется?
3). Нарисуйте график зависимости ускорения от угла наклона стержня.
4). Нарисуйте графики скорости и пути в равномерно ускоренном движении.
5). Как изменяется ускорение сферы при увеличении наклона стержня?

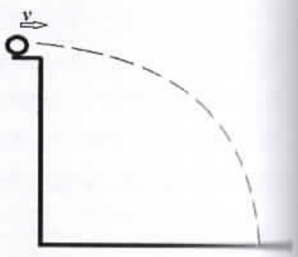
Лабораторная работа: № 2.
Определение движения тела брошенного горизонтально начальной и конечной скорости и угла падения

Цель работы: Изучение принцип самостоятельного движения и движения тела под действием силы тяжести.

Необходимые инструменты и оборудование: Пружинный пистолет, металлический шарик, мешки с песком, измерительная лента.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Траектория тела, брошенного с высоты с горизонтальной скоростью ϑ_0, имеет вид параболы, которая представляет собой траекторию, возникающую в результате слияния двух независимых движений:



1. Равномерное движение в горизонтальном направлении со скоростью ϑ_0.
2. Свободное падение предметов с высоты h.

Высота полета h и дальность полета ℓ находятся по формулам:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (1), \qquad \ell = v_0 t = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2)$$

Мы можем определить скорость полета воздушного шара, определив по этим формулам.

$$v_0 = \frac{l}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} \quad (3)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad (4)$$

$$cosa = \frac{v_0}{v} \quad (5)$$

Порядок выполнения работ:

1) Ознакомьтесь с инструкцией по эксплуатации.
2) Установите пистолет на высоту h с помощью штатива
3) Поместите мешки с песком в точки, куда может упасть металлический шар.
4) Бросьте металлический шар, поместив его пистолет, и определите точку, в которую он упал.
5) На основании полученных размеров определить начальную скорость металлического шара.
6) На основании результатов измерений и расчетов заполнить данную таблицу.

Таблица 1

№	h	l_{max}	t_{max}	$\lvert\overrightarrow{v_0}\rvert$	$\lvert\overrightarrow{v_0}\rvert_{cp}$	Δv	$\lvert\overrightarrow{\Delta v_{cp}}\rvert$
1							
2							
3							
$\lvert\overrightarrow{v_0}\rvert = \lvert\overrightarrow{v_0}\rvert_{cp} \pm \lvert\overrightarrow{\Delta v_{cp}}\rvert$							

1) Измеряем высоту стола.
2) Регулируем угловую линейку на 0°.
3) Прикладываем шарик к пистолету.
4) Выстрелите в металлический шар из пистолета и определите точку, в которую он упал.
5) Найти вертикальную скорость по формуле $v_y = \sqrt{2gh}$
6) Горизонтальную скорость берем из таблицы 1.
7) Определим скорость падения шара по формуле $\vartheta = \sqrt{v_x^2 + 2gh}$
8) Заполняем таблицу 2, повторяя опыт несколько раз.
9) $tg\alpha = \frac{|v_y|}{|v_0|}$ находим угол падения по формуле.
10) Находим средние значения скорости падения шара и угла падения.
11) В нижней строке таблицы пишем ответ.

Таблица 2.

№	h(м)	l_{max}(м)	t_{max}(с)	$\lvert\vec{v_0}\rvert$	$\lvert\vec{v_y}\rvert$	$\lvert\vec{v}\rvert$	$\lvert\vec{v}\rvert_{or}$	Δv	$\overline{\Delta v}$	tg α	$\overline{\text{tg}\,\alpha}$	α
1												
2												
3												
4												
$\lvert\vec{v}\rvert = \lvert\vec{v}\rvert_{o'r} \pm \lvert\Delta v\rvert$												

Вопросы и задания

1). Какой будет траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту.

2). От каких параметров зависит дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту

3). Какова будет скорость брошенного тела при его падении с начальной скоростью ϑ_0 и какой угол он образует с горизонтом.

4). В эксперименте по полученным результатам определяют зависимость длительности полета и величины времени полета от угла, под которым был произведен выстрел.

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ I

1. Завершите предложение, подставив слово, соответствующее содержанию предложения. След, оставленный материальной точкой при ее движении называется…..

   1) движение; 2) траектория; 3) путь

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 1, 2, 3

2. Завершите предложение, подставив слово, соответствующее содержанию предложения: Если размер и форма тела, движение которого изучается, не имеют значения в наблюдаемых условиях, то такое тело называется …

   A) твердое тело B) материальная точка
   C) упругое тело D) неподвижное тело

3. В какаой строке перечисленны только физические величины?

   A) перемещения, скорость, путь, траектория
   B) скорость, ускорение, материальная точка, время
   C) перемещения, ускорение, путь, время
   D) путь, скорость, масса, движение

4. Найдите правильное утверждение ?

A) различные точки тела движутся по-разному в телах движущегося поступательное движениях
B) все точки тела движутся одинаково, в телах движущегося поступательное движениях
C) при вращательном движении тела, имеющего ось вращения, все его точки движутся одинаково.
D) в поступательном движении тело всегда движется равномерно.

5. Завершите предложение, подставив слово, соответствующее содержанию предложения. Система отсчета -это система координат, связанная с телом, и прибор, который измеряет время ... называется.

   A) механическое движение B) система счисления
   C) часы D) тело счисления

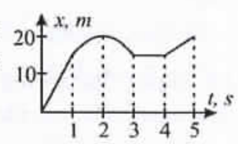
6. С мачты плавучего судна падает тело. Какой будет траектория тела в системе отсчета, связанной с кораблем, если не учитывать сопротивление воздуха?

   A) горизонтальная прямая B) окружность
   C) парабола D) вертикальная прямая.

7. Тело движется в координатной плоскости Oxy . Какое из приведенных ниже уравнений может быть траекторией его движения?

   A) $x = 5t + 6$ B) $x = x_0 + 6t$
   C) $S_x = 5t,\ S_y = \frac{at^2}{2}$ D) $y = 5x + 6$

8. На приведенном ниже рисунке изображен график изменения координат x тела во времени. Найти минутное время изменения направления движения тело.



   A) 2 s, 5 s B) 1 s, 2 s, 3 s, 4 s C) 2 s, 3 s, 4 s
   D) 3 s, 4 s

9. Завершите предложение, подставив слово, соответствующее содержанию предложения: Траектория имеет прямую линия, направленной к движению, перемещения которого через равные промежутки времени взаимно равны называется .....

   A) равномерное движение по кругу
   B) прямолинейное равномерное движение
   C) криволинейное движение
   D) поступательное движение

10. Переведите $21,6$ км/ч в м/с?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 8

11. В соответствии с графиком определите что за физическая величина скрывается под заштрихованной плоскостью?
A) путь B) скорость C) ускорение D) сила.

12. Найдите скорость течения (*м/с*), если скорость катера по течению составляет *72 км/ч*, а против течения *50,4 км/ч*.
A) 2 B) 3 C) 2,5 D) 4

13. Воздушный шар уносится ветром на юг. В каком направлении будет развеваться флаг, установленный на воздушном шаре?
A) на юг B) на север C) на восток D) не качается

14. Havo sharini shamol janub tomon olib ketmoqda. Bunda shar ustiga o‘rnatilgan bayroqcha qaysi tomonga hilpiraydi?
A) janub tomonga B) shimol tomonga
C) sharq tomonga D) u hilpiramaydi

15. Поезд проехал первую половину пути в два раза быстрее , чем вторую половину. Определите его скорость в первой половине (*м/с*), если средняя скорость на протяжении всего пути составляет *54 км/ч*.
A) 20 B) 21 C) 22 D) 22,5

16. Автомобиль разогнался до *36 км/ч* за 3 минуты, затем до *54 км/ч* за *5 минут*, а затем до *72 км/ч* за *10 минут*. Найти среднюю скорость автомобиля (*км/ч*).
A) 61 B) 60 C) 62 D) 54

15. Может ли вектор скорости и вектор ускорения тела быть направлены в противоположных направлениях?
A) только в круговом движении
B) только в движении по эллипсу
C) Невозможно
D) только в прямолинейном замедленном движении

16. Определить путь торможения автомобиля, движущийся со скоростью *20 м/с*, если в результате торможения он остановился за *5 с*.
A) 20 м B) 50 м C) 100 м D) 150 м

17. За первую секунду движения вращающегося без трения шара по наклонному стержню прошло *3,6 м* пути. Найдите, сколько он пройдет за третью секунду своего движения?
A) 18 м B) 12 м C) 6 м D) 10,8 м

18. Движение тела происходит по уравнению $x = 10 + 6t^2 + 4t$ (м). Каким будет его ускорение (*м/с²*)?
A) 10 B) 6 C) 4 D) 12

19. При торможении автомобиля, движущегося со скоростью *20 м/с*, скорость снизилась до *10 м/с* на расстоянии *30 м*. Определите модуль ускорения и время торможения, считая, что автомобиль двигался с равномерным замедлением.
A) 5 м/с², 5с B) 2 м/с², 5с C) 5 м/с², 2 с D) 2 м/с², 2 с

11. Брошенное с балкона тело без начальной скорости упало на землю за *2 с*. С какой высоты было сброшено данное тело? *g=10 м/с²*.
A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 40

12. Какое расстояние (*м*) пройдет свободно падающий тело за *7 с*? *g =10 m/s²*.
A) 490 B) 245 C) 70 D) 65 E) 49

13. На сколько метров отличается расстояние между двумя каплями, отделившиеся от телебашни на высоте *500 м* с разницей в *1 с*?
A) 95 B) 100 C) 105 D) 90 E) 85.

14. Какова будет скорость свободно падающего тела без начальной скорости (м/с) в точке, расположенной на *25 м* ниже него, если скорость на высоте равна *20 м/с*?
A) 30 B) 30 C) 25 D) 35 E) 22,5

15. Звук удара упавшего в шахту камня о дно шахты был услышен через *9 с*. Какова глубина шахты (*м*)? Скорость звука *320 м/с*, *g=10 м/ с²*. Не учитывайте сопротивление воздуха.
A) 16 B) 32 C) 160 D) 640 E) 320

16. По какой траектории движется горизонтально брошенное с высоты тело? Не учитывайте сопротивление воздуха.
A) по гиперболе B) по прямой
C) по дуге окружности D) по параболе, направленной сеткой вниз
E) по параболе, сеть которой направлена вверх.

17. Как изменится время его движения, если скорость броска горизонтально брошенного тело с высоты увеличится в 2 раза?
A) увеличивается в 2 раза B) уменьшается в 2 раза в) не изменяется
C) уменьшается в 4 раза D) увеличивается в 4 раза

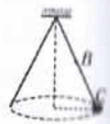
28. Какова высота полета самолета (H), если груз, сброшенный с самолета, летящего со скоростью *360 км/ч*, ушел на расстояние *1000 м*?

A) 1360 B) 1000 C) 640 D) 500 E) 360

29. Каким будет ускорение брошенного тела под углом к горизонту?

A) нулевой B) направленный вниз
C) направленный вверх D) направленный по вектору скорости
E) направленный по g, направленный по траектории

30. Нагрузка C, подвешенная на веревке, совершает вращательное движение в горизонтальной плоскости. Определить отношение центробежных ускорений точки C и точки B между нитью a_C/a_B.



A) 1/4 B) 1/2 C) 2 D) 4 E) 1

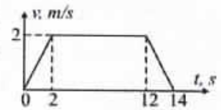
31. Является ли время падения тела, брошенного горизонтально с какой-либо начальной скоростью, большим или меньшим, чем у свободно брошенного тела?

A) горизонтально брошенное тело B) свободно брошенное тело
C) оба равны D) Нет правильного ответа

ЗАДАНИЯ ПО ГЛАВЕ I

1. Спортсмен 2 раза обошел беговую дорожку длиной *400 м* и вернулся к месту старта. Чему равен путь, пройденный спортсменом в этом движении L (*м*) и модуль его перемещения S (*м*)?
2. Как только воздушный шар поднялся вертикально на какую-то высоту, ветер развернул его в горизонтальном направлении на расстояние *600 м*. Определите пройденный воздушным шаром путь (*м*), если перемещения воздушного шара составляет *1 км*.
3. Тело движется по круговой траектории радиусом *5 м* с неизменной скоростью *8 м/с*. Сколько раз тело должен пройти круг, чтобы пройденный путь был равен *314 м*?
4. Во время движения тело на плоскости его координаты изменились с (*6м; 4м*) на (*9м; 8м*). Найти модуль перемещения (*м*).
5. Материальная точка, двигаясь по прямой, прошла расстояние *2 м*, затем, изменив направление движения на *120°*, снова прошла расстояние 1 м по прямолинейной траектории. Найти модуль (*м*) результирующей перемещения материальной точки.
6. Сколько *км/ч* составляет скорость *20 м/с*?

7. Расстояние между двумя городами, расположенными на берегу реки, составляет *60 км*. При движении катера по течению он преодолевает такое же расстояние за *2 часа*, а против течения-за *6 часов*. Определите скорость (км/ч) катера относительно стоячей воды.
8. Автомобиль двигался со скоростью *15 м/с* при подъеме на перевал и *20 м/с* при спуске. Какова будет средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути, если путь спуска в два раза длиннее, чем путь выхода?
9. Какова средняя скорость пути, если поезд проехал 1/4 расстояния со скоростью υ , а остальную часть пути-со скоростью 2 υ?
10. Используя график скорости движения лифта в подъеме, рассчитайте его высоту подъема и среднюю скорость на протяжении всего подъема.



11. Вычислите среднюю скорость (*м/с*), если тело за время *t* двигался со скоростью *11 м/с* в течение первой половины времени и *5 м/с* во второй половине.
12. Пассажир двигался со скоростью *3 км/ч*, преодолевая расстояние за две трети времени, а в остальное время двигался со скоростью *6 км/час*. Рассчитайте среднюю скорость движения пассажира (*км/ч*).
13. Через какое время (*с*) изменится направление вектора скорости материальной точки, движущейся в соответствии с уравнением $\upsilon = 10 - 2t$?
14. Какую скорость ракета набрал, если ракета начала двигаться с равноускоренно и прошла *30 м* за *1 с*?
15. Зависимость скорости тело от времени имеет вид $\upsilon = 7 + 4t$ (м/с). Вычислите путь (*м*), пройденный за первую секунду времени.
16. Два поезда преодолели одинаковое расстояние одновременно. Когда первый поезд тронулся с места, он двигался со скоростью $0,3\ м/с^2$ по всей дороге. Последние двигались по прямой со скоростью *18 км/ч* в первой половине пути и *54 км/ч* во второй половине. Сколько путей прошел каждый поезд?
17. Сколько м/с составит скорость тело в момент, когда от начала свободного падения пройдет *4 с*?
18. Тело свободно падает с высоты *180 м* без начальной скорости. Во сколько раз перемещения тело в последнюю секунду больше, чем перемещения в первую секунду? $g=10\ m/s^2$.

19. Если свободно падающее тело прошло расстояние *160 м* за последние *2 секунды*, сколько времени оно упало (*с*)? $g=10\ m/s^2$

20. Тело, брошенный вертикально вверх, во второй раз прошел высоту *2 м* за *4 с* в момент времени. Какова была начальная скорость тело (*м/с*)?

21. На высоте *500 м* с вертолета, летящего горизонтально со скоростью *180 км/ч*, на Землю был сброшен груз. Через сколько секунд он упадет на землю?

22. Ученик стрелял из «пистолета» с балкона 9-го этажа здания высотой *2,5 м* в горизонтальном направлении. Пуля попала в 6 м от основания здания. Найти скорость полета пули (*м/с*) и время ее полета (с). $g=10\ m/s^2$

23. Из башни высотой *80 м* тело выстрелил со скоростью *600 м/с* в горизонтальном направлении. На какое расстояние падает (км) тело, если сопротивление воздуха не принимать во внимание?

24. Тело брошено горизонтально с высоты *20 м* со скоростью *15 м/с*. Какова его скорость в момент удара о землю (*м/с*)?

25. Снаряд, стрелявший из пушки под углом к горизонту, поднялся на высоту *20 м*. Найдите время его полета (*с*). $g=10\ m/s^2$

26. Два тело были выброшены из одной точки с одинаковой скоростью под углом α и $\pi/2-\alpha$ относительно горизонта. Определите соотношение высот наибольшего подъема этих тел.

27. Из трех труб на земле с одинаковой скоростью выбрасывается вода: они выбрасываются под углом *60°*, *45°* и *30°* к горизонту. Найдите соотношение высот воды, выбрасываемой из каждой трубы, и расстояний, на которые вода падает на землю. Не учитывайте сопротивление воздуха потоку воды.

28. Тело брошен со скоростью *20 м/с* под углом *60°* к горизонту. Каким будет радиус кривизны траектории в точке, где тело поднимается на максимальную высоту (м)?

29. Радиус Земли *6400 км*. Какой будет линейная скорость точки на экваторе при вращении Земли вокруг своей оси (*м/с*)?

30. Какова линейная скорость вращения Земли вокруг Солнца (*м/с*)? $T=365$ *сут*, $r=150\cdot10^6\ km$.

31. Секундная стрелка часов в 2 раза короче минутной стрелки. Каково отношение линейных скоростей концов стрелок?

[illegible] Каково результирующее ускорение ($м/с^2$), если тангенциальное ускорение тела равно $6\ м/с^2$, а центростремительное ускорение равно $8\ м/с^2$?

[illegible] Тело движется равномерно по окружности. Как изменится центростремительное ускорение, если радиуса окружности неизменится, скорость тело уменьшится в 3 раза?

ГЛАВА II. ДИНАМИКА

Динамика – это раздел механики, изучающий законы и уравнения движения тел путем соединения причин, порождающих движение. При изучении этой главы уравнения движения, уравнения траектории и другие величины, приведенные в предыдущей главе, изучаются путем привязки движения тела к силе и массе в целом. Эта глава основана на трех законах Ньютона, за исключением того, что в ней говорится о законе всемирного тяготения, космических скоростях, виды сил и других темах.

§ 12. ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА ОБ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ И НЕИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ.

Первый закон Ньютона:

Идея закона инерции была высказана в начале семнадцатого века известным итальянским физиком Галилео Галилеем (1564-1642), который пришел к правильному выводу, что тело, свободное от различных воздействий, таких как притяжение к Земле, трение и сопротивление воздуха, в идеальных случаях должно двигаться вечно с неизменной скоростью. Французский физик и математик Рене Декарт (1596-1650), развивая этот вывод, говорит, что свободное тело стремится продолжать свое прямолинейное движение.

Исаак Ньютон (1642-1727) в своей книге "Математические основы натуральной философии", опубликованной в 1687 году, обобщил всю информацию, касающуюся изучения движения, и изложил три основных закона динамики. В частности, Ньютон, основываясь на выводах предшествовавших ему ученых, а также на результатах собственных наблюдений и экспериментов, принял закон инерции как первый закон динамики и определил его следующим образом:

Существуют такие системы счисления, при которых на тело, находящейся в покое или совершающее поступательное движение, не действует никакая сила, или если действующие силы компенсируются, тело сохраняет спокойное состояние или продолжает поступательное движение.

Первый закон Ньютона с математической точки зрения можно записать так:

$$\vec{F}=0 \text{ или } \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i=0 \text{ то } \vec{\upsilon}=0 \text{ или } \vec{\upsilon}=const \text{ будет} \tag{12.1}$$

Другими словами, любое тело сохраняет свое состояния покое или прямолинейное равномерное движение до тех пор, пока на это тело не будут воздействовать другие тела. Это означает, что тело будет продолжать двигаться с той же скоростью и в том же направлении, если тело находится в состоянии покое, тогда как тело будет двигаться с той же скоростью и в том же направлении, если он находится в движении. Оказывается, что для изменения как величины, так и направления скорости тело необходимо внешнее воздействие. При условии, что все внешние воздействия компенсируются, ни скорость, ни направление движения тело не могут быть изменены.

Выше мы говорили, что если на тело не действует сила, на самом деле невозможно не воздействовать на тело силой. То есть невозможно переместить тело в место, свободное от всех внешних воздействий. Только тогда, когда воздействие очень незаметно, мы можем идеализировать его и считать, что он свободен от внешних воздействий, то есть является свободным телом.

Свойство сохранять состояние покоя или прямолинейное равномерное движение тела называется инерцией. Поэтому первый закон Ньютона еще называют законом инерции.

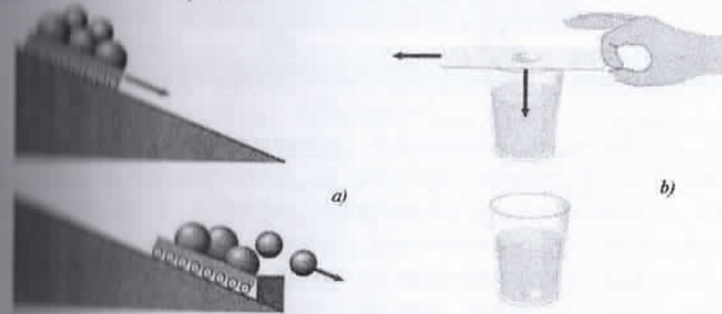


Рисунок 12.1

Закон инерции также можно убедиться, посмотрев на картинку выше.

Инерциальные и неинерциальные системы отсчета:

Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называются инерциальными системами отсчета (ИСО). С помощью механических опытов, проведенных стоя внутри инерциальной системы отсчета, невозможно определить, стоит ли система отсчета в покое или движется.

Системы счисления, в которых Первый закон Ньютона не выполняется, называются неинерциальными системами отсчета (НСО). Находясь внутри неинерциальной системы отсчета, можно заметить, что система отсчета движется, даже не проводя никаких экспериментов.

Уточним наше представление об инерциальной и неинерциальной системах отсчета с помощью следующего опыта:

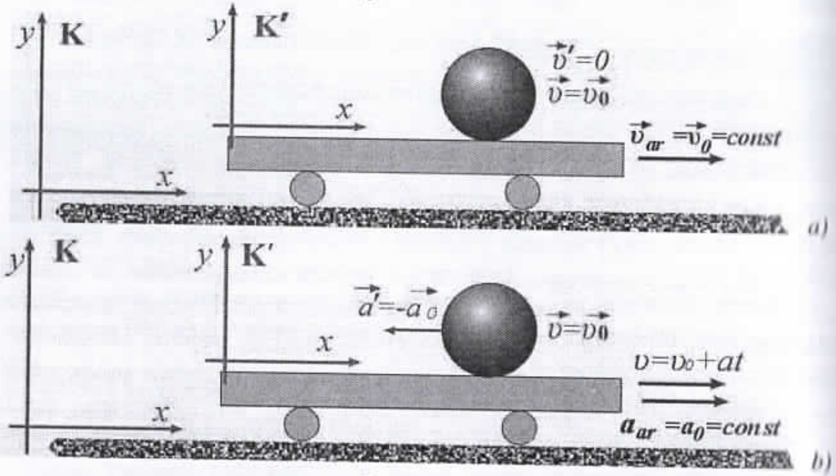


Рисунок 12.2

Пусть над тележкой, движущейся прямолинейно равномерно, стоит воздушный шар. В системе счисления К, прикрепленной к Земле, шар находится в прямолинейном равномерном движении, в то время как в системе счисления К', прикрепленный к тележке, находится в состоянии в покоя. Поскольку это компенсируется силой тяжести, действующей на воздушный шар, и силой реакции тележки, она сохраняет свое прямолинейное равномерное движение по отношению к системе счисления К до тех пор, пока он не достигнет системы счисления К', сохраняя свое состояние в покое. То есть в обеих системах счисления действует первый закон Ньютона. Следовательно,системы счисления К и К' в данном случае будут инерциальными системами счисления (рис.12.2-а). Теперь, ускоряя тележку, шар начинает движение назад относительно тележки с ускорением,

Самый известный, великий ученый XVIII века, английский математик, физик и астроном. Опираясь на результаты работ Галилея, он ввел в науку общие законы механического движения – законы динамики. Открыл закон всемирного тяготения и заложил основы интегрального и дифференциального исчисления в математике. Механика, которую он основал, теперь называется "Механика Ньютона" или "Классической механикой". Ньютон также провел значительные исследования в области оптики. В частности, он открыл явление дисперсии, а также кольца Ньютона. Хотя он изучал свет как волну в явлениях интерференции и дисперсии, он рассматривал свет как поток корпускул(частиц). Большую часть своей работы он выполнил в возрасте до 25 лет, его работы были опубликованы в его знаменитых книгах "Математические начала натуральной философии" и "Оптика".

Исаак Ньютон
(1643-1727)

равным ускорению тележке, в то время как относительно Земли она сохраняет свое прежнее прямолинейное равномерное движение. Напомним, что сила тяжести и силы реакции, действующие на шар, компенсируются. Шарик все-таки начинает движение с ускорением относительно тележки. Следовательно, первый закон Ньютона не выполняется в системе счисления К', прикрепленной к тележке. Следовательно, в этом случае система счисления К' будет неинерциальной системой счисления,а система счисления К будет инерциальной системой счисления (рис.12.2-б). При ускорении не только тележке, но и при унисекундном ускорении, повороте и вообще при всех видах криволинейных движений система счисления К' будет неинерциальной системой счисления, а система счисления К-инерциальной системой счисления.

Таким образом, какая система счисления имеет ускорение в своем движении, эта система счисления будет неинерциальной системой счисления. При любом криволинейном движении тела, хотя и прямолинейном, поскольку направление движения меняется, происходит ускорение, направленное к центру, и система отсчета, связанная с этим телом, безусловно, является неинерциальной системой отсчета.

Принцип относительности Галилея:

Основываясь на результатах различных механических опытов, проведенных Галилеем в закрытой каюте корабля, он писал следующее: "Во всех явлениях, происходящих внутри корабля, движущегося прямолинейно равномерно, мы не замечаем никаких изменений, и ни одно из этих явлений не может не дать нам сделать вывод о том, что корабль стоит или движется спокойно".

Дело в том, что прямолинейное равномерное движение судна не мешает экспериментам, проводимым внутри судна. Мы получаем результаты, как если бы корабль стоял в покое. Например, чем дальше мы прыгаем в направлении движения корабля, стоя в каюте, тем больше мы прыгаем в противоположном направлении. Из этого следует такой вывод:

Во всех инерциальных системах отсчета законы движения одинаковы, механические явления происходят одинаково. Этот вывод называется принципом относительности Галилея.

Принцип относительности Галилея применим только для механических явлений, он основан на классических представлениях. В релятивистской механике, однако, эти представления должны быть пересмотрены.

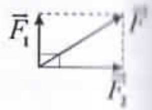
Вопросы по теме:

1. Дайте определение первому закону Ньютона.
2. Как еще называется Первый закон Ньютона?
3. Дайте определение инерциальной и неинерциальной систем отсчета.
4. Назовите принцип относительности Галилея.

Решение задач:

1. Две взаимно перпендикулярные силы с модулями 6 Н и 8 Н приложены к одной точке тела. При какой величине третьей силы тело сохраняет состояние в покое?

Дано:	*Решение:*
$F_1=6$ Н $F_2=8$ Н	*Как видно из рисунка, равнодействующая сила F равна диагонали параллелограмма, построенного на двух силах, в количественном и направленном выражении.*
$F_3=?$	



Величина этой силы определяется из теоремы Пифагора.

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2\ , \quad \Rightarrow \quad F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}\ , \quad \Rightarrow \quad \sqrt{36+64} = 10 \text{ Н}$$

Чтобы тело оставалось в равновесии, необходимо приложить третью силу в направлении, противоположном силе F.

$$\begin{cases} \vec{F}_3 = -\vec{F} \\ F_3 = F \end{cases} ; \quad \Rightarrow \quad F_3 = 10\,H$$

Ответ: $F_3 = 10$ Н

§ 13. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА.

Наблюдения показывают, что воздействие, оказываемое на тело, может проявляться не только в качестве ускорения этого тело, но и в форме деформации тело. Например, пуля, попадая в стену, не дает ей ускорения, но в месте попадания пули в стену образуется углубление. При этом отдельные части стены смещаются относительно друг друга, то есть происходит деформация.

Воздействие, оказываемое на тело в целом, выражается величиной, называемой силой, величина которой определяется ускорением и деформацией, достигаемыми телом. В экспериментах было установлено следующее:

1. Ускорения, которые получает тело постепенном воздействии на него произвольных сил, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3,....$ различны. Но отношение действующей силы к полученному ускорению $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3,....$ во всех случаях одинаково.

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = .. = const$$

Это соотношение называется ***массой*** и определяется, характеризуя свойство инертности тело.

Разные тела, объемы которых одинаковы, имеют разные массы. Действительно, из нашей повседневной жизни мы знаем, что тела, которые имеют равные объемы, но один из которых сделан из дерева, а другой из железа, имеют разные массы. Чтобы найти массу тела, объем которого известен, введем понятие ***плотности***.

Величина, равная отношению массы вещества к его объему, называется его плотностью. Другими словами, ***плотность вещества*** – это масса, заключенная в единице объема.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}} \qquad (13.1)$$

Являясь единицей измерения плотности в системе СИ *кг/м*^{3}, мы иногда встречаем и единицу измерения *г/см*^{3}. Связь между ними будет следующей:

$$\boxed{1\frac{г}{см^3} = 1000\frac{кг}{м^3}} \qquad (13.2)$$

Таблица плотностей различных веществ приведена в приложениях на обратной стороне книги.

Следует также отметить, что масса является мерой инертности тело, в то время как плотность относится к степени густоты инертности в области пространства, занимаемой телом. Можно сказать, что инертность увеличивается в теле с высокой плотностью, и наоборот, в теле с низкой плотностью инертность уменьшается.

2. Значения ускорений, достигаемых телами разной массы под действием сил, имеющих одинаковую величину, обратно пропорциональны массам тел. Свойство тела большей массы сохранять свою скорость проявляется заметно. Масса это мера инертности тело. Инерция означает стремление сохранять скорости исходное значение и направление под действием внешней силы. Это сложнее изменить направление и значение скорости в результате внешнего воздействия, тем больше ее масса, а значит, тем инертнее это тело. Инертность можно оценить как величину, противоположную к движению.

Обобщив результаты вышеописанных опытов, можно сделать следующий вывод:

Величина, равная произведению массы любого тела и его ускорения в инерциальной системе отсчета, равна силе, действующей на тело.

$$\boxed{m \cdot \vec{a} = \vec{F}} \qquad (13.3)$$

Эта формула называется основным уравнением динамики или вторым законом Ньютона (динамики).

Величина силы, способной придать ускорение *1 м/с²* телу с массой *1кг*, равна *1Н* (Ньютон).

$$\boxed{1кг \cdot 1\frac{м}{c^2} = 1Н} \qquad (13.4)$$

Сила измеряется с динамометром. Сила, с которой Земля притягивает тело, называется силой тяжести. Сила тяжести Земли может придать всем свободно падающим телам одинаковое, ускорение $g=9,81$ *м/с²* независимо от их массы. Поскольку Земля притягивает тело силами, прямо пропорциональными их массам, то есть тело с большой массой притягивается с большой силой, а тело с малой массой притягивается с малой силой. Выражение силы тяжести будет:

$$\boxed{F_{тяж} = mg} \qquad (13.5)$$

Тело с любой массой притягивается к Земле с силой, равной.

Если на тело действуют силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, то равная действующая сила $\vec{R}$ находится по диагонали параллелограмма, построенного на этих силах (Рис 13.1).

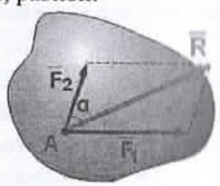


Рисунок 13.1

$$\boxed{\begin{gathered}\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ |\vec{R}| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2|\vec{F}_1||\vec{F}_2|\cos\gamma}\end{gathered}} \qquad (13.6)$$

Если на тело действует не одна, а несколько сил, то второй закон Ньютона будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{R}} \qquad (13.7)$$

Здесь: $\vec{R}$ – равнодействующая сила всех сил, действующих на тело.

Проекции сил на координатные оси также складываются соответствующим образом, образуя ускорение на координатной оси.

$$\boxed{\begin{gathered} ma_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + ... + F_{nx} = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = R_x \\ ma_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + ... + F_{ny} = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = R_y \\ ma_z = F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + ... + F_{nz} = \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = R_z \end{gathered}} \qquad (13.8)$$

Если проекция суммы сил на одну ось равна нулю, то ускорение на этой же оси также равно нулю, т. е. тело на этой оси либо стоит неподвижно, либо движется прямолинейно.

Вопросы по теме:

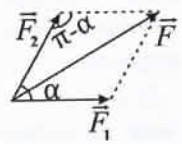
1. Дайте определение второму закону Ньютона.
2. Как еще называется Второй закон Ньютона?
3. Что такое сила тяжести, что такое масса?
4. Как складываются две силы, приложенные к точке?

Решение задач:

1. На одну точку тела действуют силы от 2 до 10 Н при взаимном угле 60°. Найти равнодействующую силу этих сил (Н).

$\cos 60° = 0,5$; $\sqrt{3} = 1,73$.

Дано:	*Решение:*
$F_1=F_2=F_0=10$ Н $\alpha=60°$ $F=?$	*Находим равную действующую силу, используя теорему косинусов.* $F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\pi - \alpha)$. *По условию задач* $F_1 = F_2 = F_0$ *учитывая, что*



$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$:

$$F^2 = F_0^2 + F_0^2 + 2 \cdot F_0 \cdot F_0 \cdot \cos\alpha.$$

$F = \sqrt{F_0^2 + F_0^2 + 2 \cdot F_0 \cdot F_0 \cdot \cos\alpha} = F_0 \cdot \sqrt{2 \cdot (1 + \cos\alpha)} = 10 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} \approx 17,3$ Н.

Ответ: $F=17,3$ Н.

2. На материальную точку действует сила 16 Н. Скорость его движения изменяется по закону $\upsilon_x = 10 + 2t$ ***. Какова масса точки (кг)?***

Дано:	*Решение:*
$F=16$ Н $\upsilon = 10+2t$ $m=?$	*Из уравнения изменения скорости находим ускорение.* $\begin{cases}\upsilon = \upsilon_0 + at \\ \upsilon = 10 + 2t\end{cases} \Rightarrow a = 2$ м/с². *Согласно второму закону Ньютона*

$$a = \frac{F}{m} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F}{a} = \frac{16}{2} = 8 \text{ кг}.$$

Ответ: m= 8 кг.

3. Масса медной проволочной обмотки с поперечным сечением 3 мм² составляет17,8 кг. Найдите длину провода. Плотность меди 8,9 г/см³.

Дано:	*Решение:*
$S = 3мм^2$	*В СИ площадь* $S = 3мм^2 = 3\cdot10^{-6}\,м^2$, *плотность равен* $\rho = 8{,}9\frac{г}{см^3} = 8900\frac{кг}{м^3}$. *Формула объёма* $V = S\ell$ *формула*
m=1,78 кг	*плотности* $\rho = \frac{m}{V}$, $\rho = \frac{m}{S\ell}$ *будет. Из этого выражения*
$\rho = 8{,}9\frac{г}{см^3}$	*имеем* $\ell = \frac{m}{\rho S} = \frac{1{,}78kg}{8900\frac{kg}{м^3}\cdot 3\cdot10^{-6}м^2} = 666{,}7\,м$.
m=?	

Ответ: $\ell \approx 666{,}7\,м$

§ 14. ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. ЧЕТВЕРТЫЙ ЗАКОН ДИНАМИКИ

Когда два тела взаимодействуют, первое тело действует с некоторой силой на второе, конечно, в свою очередь, второе тело также действует с некоторой силой на первое. В опытах Ньютона было установлено следующее:

1). При взаимодействии двух тел всегда возникают две силы, которые приложены к каждому из этих тел (рис. 14.1);

Рисунок 14.1

2). Эти силы направлены по одной прямой в противоположные стороны;

3). Абсолютное значения этих сил равны.

Ньютон назвал одну из сил взаимодействием, а другую противоположным взаимодействием. Это *наименование* условно, так как природа обеих сил одинакова. Но они не уравновешивают друг друга, потому что они *действуют* в два отдельных тела. Например, в процессе забивания гвоздя сила удара молотка по гвоздю прикладывается к колпачку гвоздя, а сила удара гвоздя по оси-к молотку. Обобщая результаты эксперимента, Ньютон описывает свой третий закон следующим образом:

Тела действуют друг на друга точно по одной прямой, равной по абсолютное величине и противоположной по направлению силами.

$$\boxed{\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}} \qquad (14.1)$$

3-й закон Ньютона также называют законом отражения. На рисунке 14.2 приведены примеры 3-го закона Ньютона.

Давайте оценим ускорения, которые два взаимодействующих тела получают во время взаимодействия. Для этого воспользуемся количественным равенством сил воздействия, оказываемых двумя телами друг на друга в момент взаимодействия.

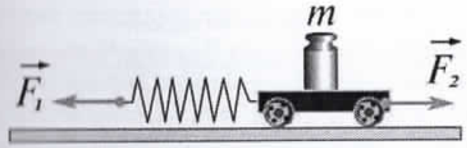


Рисунок 14.2

$$|\vec F_{1,2}| = |\vec F_{2,1}|, \Rightarrow m_1a_1 = m_2a_2, \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

Следовательно, отношение ускорений, полученных двумя телами при столкновении, равно обратному отношению их масс.

$$\boxed{\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}} \qquad (14.2)$$

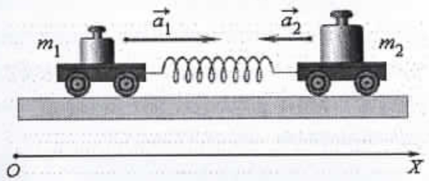


Рисунок 14.3

В этом мы можем убедиться, посмотрев рисунок 14.3.

Теперь дадим определение 4-му закону динамики.

Вектор ускорения, который получает тело под действием нескольких сил, равен геометрической сумме векторов ускорения, которые оно получает при воздействии каждой силы в отдельности.

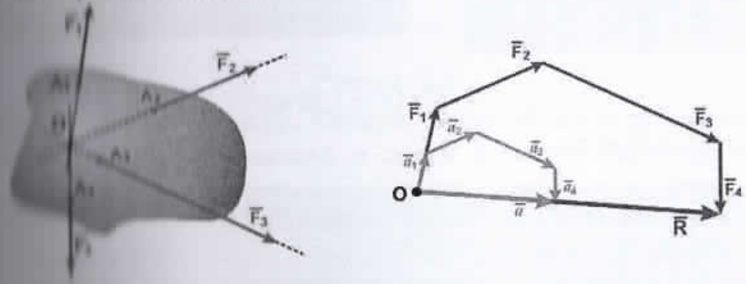


Рисунок 14.4

Пусть ускорение $\vec a_1$, полученное под действием силы $\vec F_1$ на тело, $\vec a_2$ - ускорение, полученное под действием силы $\vec F_2$, $\vec a_3$ - ускорение, полученное под действием силы $\vec F_3$ и т. д. $\vec a_1 = \frac{\vec F_1}{m}$, $\vec a_2 = \frac{\vec F_2}{m}$, $\vec a_3 = \frac{\vec F_3}{m}$, ... $\vec a_n = \frac{\vec F_n}{m}$. пусть-ускорение $\vec{a}_n$, при котором силы $\vec{F}_n$ действуют сообща. Исходя из четвертого закона динамики, он выглядит следующим образом

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + ... + \vec{a}_n} \qquad (14.3)$$

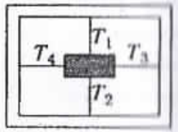
Четвертый закон динамики также называют законом независимости сил.

Вопросы по теме:

1. *Дайте определение третьему закону Ньютона.*
2. *Как еще называется третий закон Ньютона?*
3. *Как оцениваются ускорения, получаемые телами при их взаимодействии?*
4. *Дайте определение четвертому закону динамики.*
5. *Как еще называется Четвертый закон динамики?*

Решение задач:

1. Тело закреплено к стенкам вагона с помощью веревки, как показано на рисунке. Если T_1=15 Н, T_2=7 Н, T_3=1,6 Н и T_4=0,6 Н тогда, какое ускорение приобретает вагон? (м/с²)?

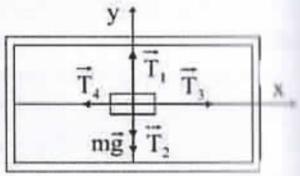


Дано:
$T_1 = 15\ N$
$T_2 = 7\ N$
$T_3 = 1,6\ N$
$T_4 = 0,6\ N$

$a = ?$

Решение:
Находим проекцию силы на оси Ox и Oy:
По оси Ox $T_3 - T_4 = ma$.
По оси Oy ускорение равен к нулю. $T_1 - T_2 - mg$.

$$\begin{cases} T_3 - T_4 = ma \\ T_1 - T_2 - mg. \end{cases} \Rightarrow \frac{T_3-T_4}{T_1-T_2} = \frac{a}{g} \Rightarrow a = \frac{T_3-T_4}{T_1-T_2} g$$



$$a = \frac{1,6-0,6}{15-7} \cdot 10 = 1,25\ м/с^2$$

Ответ: *1,25 м/с²*

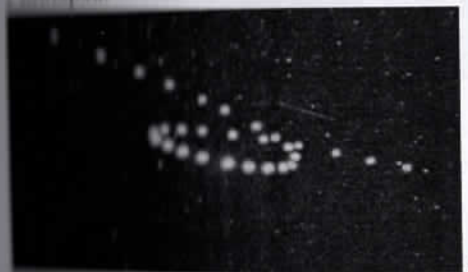
§ 15. РАЗВИТИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О НЕБЕСНЫХ ТЕЛАХ. ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ НЬЮТОНА. ОПЫТЫ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГРАВИТАЦИОННОЙ ПОСТОЯННОЙ. УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ.

Развитие представлений о небесных телах:

Наблюдения за небесными телами и их движением существовали в Вавилоне, Египте, Китае, Индии и других странах не более нескольких тысяч лет назад. В частности, в Древнем Египте знали, что время ежегодного

разлива реки Нил совпадает со временем подъема самой яркой звезды северного полушария Сириуса над горизонтом на рассвете перед восходом солнца. Еще в Древней Греции пытались объяснить причины возникновения небесных тел и их движения. В частности, Пифагор (VI в. до н. э.) Одним из первых высказал мысль о том, что Земля имеет шарообразную форму, Аристотель (е.о.IV в. до н. э.) положил начало геоцентрической системе мира, в центре которой находилась неподвижная Земля.

Эратосфен Александрийский в III веке он одним из первых измерил дугу земного меридиана и на этой основе радиус орбиты планеты. Известный греческий философ Гиппарх (е.о. II в. до н. э.) составил звездный каталог, содержащий координаты сотен звезд. Еще в древние времена наблюдатели за небом замечали, что в отличие от звезд,которые на протяжении столетий практически не меняли своего положения, планеты имеют сложные траекторные линии неправильной формы (рис.15.1-а). Во II веке нашей эры знаменитый греческий астроном Клавдий Птолемей в своем труде" Megale syntaxis " (Великая структура) сформулировал новое учение об устройстве Вселенной, в основе которого лежала геоцентрическая теория Аристотеля-Гиппарха.


a)


b)

Рисунок 15.1

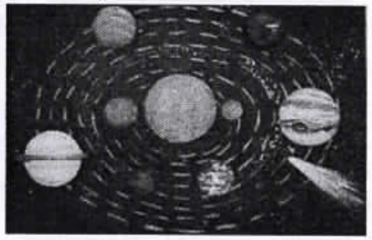
Древнегреческий философ Клавдий Птолемей высказал следующее учение об устройстве Вселенной: в центре Вселенной находится Земля, каждая планета движется по малому кругу (эпициклу), а центры этих эпициклов по большому кругу, в центре которого находится Земля. Именно в этом и кроется причина молниеносной траектории. Птолемей, эта геоцентрическая система мироздания при поддержке католической церкви господствовала в науке почти полторы тысячи лет (рис.15.1-б).

Относительно наблюдений за движением небесных тел в Средние века польский астроном Н.Коперник (1473-1543), итальянец Дж. Бруно. Очень значительными были творческие работы Бруно (1548-1600) и Галилея (1564-1642), немца Иоганна Кеплера (1571-1630) и англичанина Исаака Ньютона

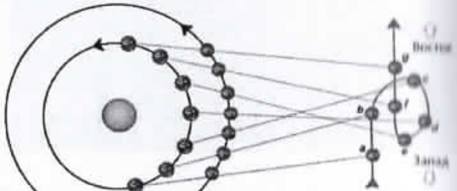
Один из известных деятелей XVII века, немецкий ученый. Он проводил научные исследования в области математики, астрономии, механики, оптики, был первым первооткрывателем закона движения планет в Солнечной системе. Его история началась с города Вейль-дер-Штадт, где он родился. Кеплер, который в молодости был довольно замкнутым мальчиком, поступает в Тюбингенский университет и хорошо изучает философию, математику и астрономию. Он был сторонником теории Коперника в своих научных взглядах, и в 1596 году 24-летний ученый опубликовал свою статью "тайны Комографии", которая подверглась преследованиям со стороны церкви. В 1598 году, когда его школа была закрыта, по приглашению астронома Браге в 1600 году он едет в Прагу. Брейди продолжает свою работу после его смерти. Много раз наблюдая за движением Марса, он говорит, что он в форме эллипса. Он открыл три основных закона, которые носят его имя. Кеплер умер 15 ноября 1630 года в немецком городе Регенсбурге.

Iogann Kepler
(1571-1630)

(1643-1727). В частности, в начале XVI века польский ученый Николай Коперник тайком начинает писать свой знаменитый труд "О вращении небесных кругов", в котором указывает на ошибочность системы Птолемея. Он утверждает, что Земля, как и другие планеты, совершает годовое и суточное круговое движение вокруг Солнца вокруг своей оси, и основывает гелиоцентрическую систему, объясняющую круговое движение планет (рис.15.2).



a)



b)

Рисунок 15.2

Коперник колебался, понравится ли его работа служителям церкви и подвергнется ли их преследованиям, и, наконец, осмелился опубликовать свою работу в конце своей жизни

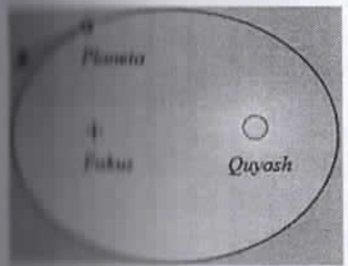
Н. В течение нескольких десятилетий после смерти Коперника в 1543 году самые продвинутые люди рассматривали теорию Коперника как интересную фантазию. А служители церкви, понимая антирелигиозный характер этой теории, беспощадно расправлялись с поклонниками Коперника.

Законы Кеплера:

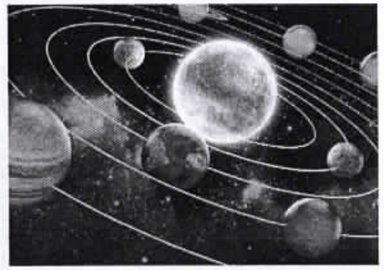
После почти двух десятилетий вычислений Иоганн Кеплер открыл реальные законы движения планет в начале семнадцатого века. Он описал первые два из этих законов в 1609 году и третий в 1619 году.

1 Закон: Планеты вращаются вокруг Солнца по плоским кривым, состоящим из эллипсов, в одном из фокусов которых находится Солнце.

Кривая, известная как эллипс, имеет две точки фокуса. Согласно наблюдениям Кеплера, траектории всех планет состоят из эллипсов, и единственным фокусом этих эллипсов является точка, в которой лежит Солнце. Другими словами, так как траектории всех планет имеют общую фокус (рис. 15.3)



a)



b)

Рисунок 15.3

2 Закон: Радиус - вектор данной планеты проводит равные расстояния за равные промежутки времени, или секторальная скорость планеты является неизменной величиной

$$\boxed{\frac{\Delta S}{\Delta t} = const} \qquad (15.1)$$

Секторальная скорость радиус-вектора планет по этому закону является постоянной величиной (рис.15.4). Поэтому скорость планет в ближайшей к Солнцу точке перигелия будет наибольшей, а скорость в самой удаленной от Солнца точке афелия-наименьшей.

3 Закон: Отношение квадратов сидерических времен (звездных периодов) обращения планет вокруг Солнца равно отношению кубов их больших полуосей орбит.

$$\boxed{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3} \qquad (15.2)$$

Где a_1, a_2 – длины больших полуосей двух планет (рис.15.5).

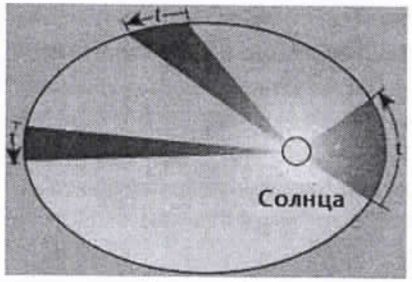


Рисунок 15.4

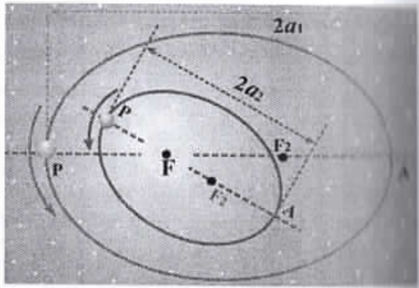


Рисунок 15.5

Законы Кеплера относятся к системе счисления, в которой центр Солнца считается неподвижным. Но на самом деле центр Солнца движется по эллипсу вокруг центра масс Солнечной системы. Если рассматривать центр масс Солнечной системы как неподвижный, то и планеты будут вращаться по эллипсу, в фокусе которого находится центр масс Солнечной системы. Таким образом, 1-й закон Кеплера справедлив как для вращения планет вокруг центра Солнца, так и для вращения Солнечной системы вокруг центра масс. И 2-й закон Кеплера верен только для вращения планет вокруг центра Солнца. Радиус Солнца составляет 695 000 км, а расстояние от центра масс Солнечной системы до центра Солнца в 2,15 раза больше радиуса Солнца, то есть 1 486 000 км.

Закон всемирного тяготения Ньютона

Кеплер еще в 1609 году в своей первой работе "Новая астрономия" высказал идею о том, что между всеми телами существует общая гравитация. Такое мнение высказал французский математик П.Ферма. В шестидесятых и семидесятых годах семнадцатого века Борелли, а затем Роберт Гук попытались вычислить силу тяжести и найти зависимость силы тяжести от расстояния.

В 1684-1686 годах Ньютон на основе законов Кеплера и 2-го закона динамики доказал, что планеты притягиваются к Солнцу с силой, пропорциональной их массе и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Затем Ньютон показал, что движение спутников Юпитера и Сатурна вокруг этих планет подчиняется закону Кеплера. Он также изучал движение комет и движение Луны вокруг Земли. Таким образом, Ньютон создал свой закон всемирного тяготения (рис. 15.5):

Тела притягиваются друг к другу силой, прямо пропорциональной умноженую их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между центрами масс.

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \qquad (15.3)$$

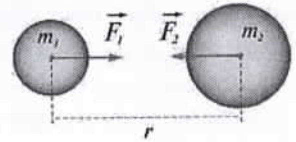


Рисунок 15.6

Где m_1, m_2 – массы двух взаимодействующих тел в соответствующих состояниях,

r – расстояние между центрами масс взаимодействующих тел (рис. 15.6),

$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\left[\frac{H\cdot м^2}{кг^2}\right]$ – гравитационная постоянная.

Расположенной на расстоянии 1м друг от друга в вакууме и имеющие массу 1 кг любые два тела притягиваются друг к другу с силой $6{,}67\cdot10^{-7}$ Н.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{H\cdot м^2}{кг^2}\cdot\frac{1кг\cdot1кг}{(1м)^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\ H$$

Следует отметить, что Исаак Ньютон установил $F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}$, что, в то время как значение гравитационной постоянной G было определено опытным путем Кавендишем.

Закон всемирного тяготения можно описать в векторном виде следующим образом:

$$\boxed{\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}} \qquad (15.4)$$

Если тело с массой m расположен на поверхности Земли, то гравитационное притяжение между Землей и телом может быть записано следующим образом:

$$\boxed{F = G\frac{M_{Yer} m}{R_{Yer}^2}} \qquad (15.5)$$

Здесь $M_{Yer} = 5{,}97\cdot10^{24}\ кг$ – масса Земли, $R_З = 6370\ км$ – радиус Земли

В момент взаимодействия первое тело притягивает второе тело с той же силой, что и второе тело притягивает первое тело с той же силой

$$\boxed{\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1}\ , \qquad F = |\vec{F}_{1.2}| = |\vec{F}_{2.1}|} \qquad (15.6)$$

Например, при массе Земли в 81 раз превышающей массу Луны, сила, с которой Земля притягивает Луну, равна силе, с которой Луна притягивает Землю. Только их направления будут противоположными.

Каждая частица камня, лежащая на поверхности Земли, притягивается всеми частицами земного шара. Равнодействующая этих сил определяет вес камня относительно Земли. Точно так же каждая частица Луны притягивается к каждой частице Земли. Равным действующим лицом этих сил является сила притяжения Луны и земли друг к другу. Эта сила притяжения удерживает Луну вокруг Земли. Если бы эта сила внезапно исчезла, Луна сошла бы с орбиты в соответствии с попыткой, предпринятой на ее орбите.

Определение гравитационной постоянной в экспериментах

Значение гравитационной постоянной было впервые определено Кевендишем в эксперименте 1798 года. Он измерял силу притяжения между воздушными шарами с помощью так называемых скручивающих весов (рис.15.7). Инструмент упакован в коробку, установленную на прочном фундаменте. На крышке банки установлена вертикальная ось, которую можно поворачивать. В нижней части пули горизонтально закреплен стержень, а на концах стержня подвешены тяжелые массивные свинцовые шарики $M = 153 кг$, каждому. А на концах второго стержня подвешиваются еще два не столь крупных свинцовых шарика $m = 0,729 кг$.

Когда тяжелые воздушные шары вращали подвесную стрелу и приближали тяжелые воздушные шары к легким, стержень, на котором висели легкие воздушные шары, скручивался и поворачивался под определенным углом. Кевендиш измерил сопротивление, которое стрелка, несущая стержень, на котором висят легкие воздушные шары, оказывала повороту, и угол поворота. В результате удалось вычислить суммарную гравитационную силу $2F$ между шарами M_1 и m_1 а также M_2 и m_2. Значение гравитационной постоянной, вычисленное Кевендишем $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \left[\frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \right]$, отличалось от последующих найденных значений лишь на 1%.

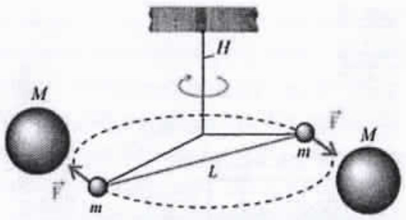


Рисунок 15.7

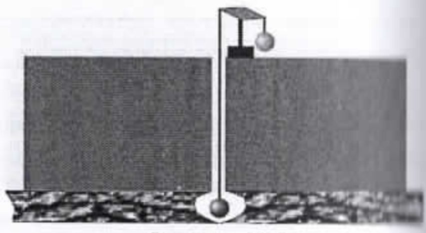


Рисунок 15.8

В 1898 году Рихарс применил другой метод расчета гравитационной постоянной (рис.15.8). На концах шейки весов с большой точностью подвешены два шарика A и B равной массы. При этом также учитывались массы нитей, на которых висели воздушные шары. Эти воздушные шары должны были быть компенсированы между собой. Но так как один из них A находится над свинцом массой $100\ т$, а второй шар B находится под свинцом, то в результате силы тяжести свинца один из шаров становится

[illegible], а второй-тяжелее. Чем тяжелее шар A, тем легче шар B. Поэтому равновесие нарушается, и шар A тяжелее. Дополнительная сила, которая должна быть приложена к плечу B, чтобы восстановить равновесие, равна общей силе $2F$, которая притягивает воздушные шары к свинцовой стене. Такой способ определения гравитационной постоянной является наиболее точным.

Ускорение свободного падения:

Земля имеет форму трехосного эллипсоида, примерно близкого к форме шара. Каждая частица земного шара притягивается к центру Земли. Слой [illegible] Земли также раздавливается от веса слоя над ним. Поэтому делается [illegible], что по мере проникновения в центр Земли плотность увеличивается. [illegible] естественно, что более тяжелые элементы занимают больше места [illegible]. Средняя плотность Земли составляет около $5500\ кг/м^3$, причем плотность поверхностных слоев Земли ниже средней плотности, а плотность [illegible] вблизи центра Земли выше средней плотности.

Работы по исследованию плотности в различных глубинах земли были [illegible] Лежандром, и многие ученые продолжили эти исследования. Согласно выводам Гутенберга и Гаалки в 1924 г. плотность минеральных тел [illegible] слоях Земли составляет около $2500\ кг/м^3$. Плотность составляет в [illegible] $3100\text{-}3600\ кг/м^3$, $1200\ км$ $4000\text{-}5000\ кг/м^3$, $3000\ км$ $6000\text{-}9000\ кг/м^3$, в центре Земли, около $10000\text{-}11000\ кг/м^3$.

[illegible] среднюю плотность Земли. Мы знаем, что масса Земли [illegible]. Теперь, считая Землю шарообразной, определим, чему равен [illegible]. Из расчетов следует, что это величина средней плотности Земли.

$$\rho_{ср} = \frac{m}{V} = \frac{5,965 \cdot 10^{24}\ кг}{1,0832 \cdot 10^{21}\ м^3} = 5507 \quad \left[\frac{кг}{м^3} \right]$$

[illegible] радиус Земли-это радиус сферы, объем которой равен объему [illegible]. Приравнивая силу тяжести к силе тяжести, находим [illegible] значение ускорения свободного падения.

$$[illegible] \Rightarrow mg_{сред} = G\frac{Mm}{R^2_{сред}}, \Rightarrow g_{сред} = G\frac{M}{R^2_{сред}} = G\frac{\rho_{сред} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3_{сред}}{R^2_{сред}} = \frac{4}{3}\pi G \rho_{сред} R_{сред}$$

[illegible], среднее значение ускорения свободного падения на [illegible] Земли связано со средним радиусом Земли следующим образом:

$$\boxed{g_{сред} = \frac{4}{3}\pi G \rho_{сред} R_{сред} = 9,8025\ \ [м/с^2]} \qquad (15.7)$$

Из [illegible] кинематики известно, что среднее значение ускорения [illegible] падения в точках, близких к поверхности Земли, равно

$g_0 = 9{,}81\ м/с^2$. Первым определил экспериментальным путем Г.Галилей. Но, поднимаясь над поверхностью земли, свободно брошенное тело начинает двигаться с ускорением, меньшим, чем 9,81 м/с^2. По мере приближения к Земле значение ускорения свободного падения увеличивается, достигая при ударе о землю 9,81 м/с^2. Потому что тело, стоящее в довольно высокой точке, притягивается к Земле слабее (рис.15.9).

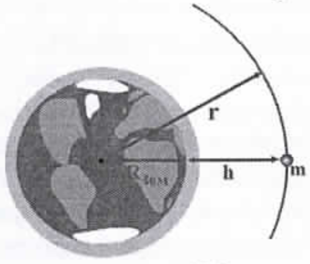


Рисунок 15.9

Рисунок 15.10

Определим искомую величину, приравняв силу тяжести к силе гравитационного притяжения.

$$F_{тяж} = F_{грав}, \ \Rightarrow \ mg_h = G\frac{Mm}{r^2}, \ \Rightarrow \ g_h = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{(R+h)^2} =$$

$$= G\frac{M}{R^2}\frac{R^2}{(R+h)^2} = g_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

Таким образом, ускорение свободного падения на высоте h от поверхности Земли будет:

$$\boxed{g_h = g_0 \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 = g_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2} \qquad (15.8)$$

Где: R – средний радиус Земли. Зависимость ускорения свободного падения от высоты изображена на рисунке 15.11 линией 1.

Давайте посмотрим, как меняется ускорение свободного падения по мере в глубини земле. Назовем средний радиус Земли R и проверим притяжение произвольной точки K, расположенной на расстоянии $r<R$ от центра Земли. Точка с притягивается внутренним сфероидом радиусом r и внешним сферическим слоем толщиной $h = R - r$. Точные расчеты показывают, что силы, действующие на точку K с некоторыми точками внешнего сфероидального слоя, компенсируются только тогда, когда остается только радиус внутреннего сфероида. Поскольку масса внутреннего сфероида меньше массы земного шара, точка K притягивается с меньшей силой, чем поверхность Земли, и поэтому вполне естественно, что ускорение свободного падения во внутренней части Земли меньше $9{,}81\ м/с^2$ (рис.15.10).

Если мы назовем земной шар однородным, масса внутри сферы будет

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{сред}$$

Когда тело находится на глубине от поверхности Земли, это тело притягивается сферической массой с радиусом внутри и получает ускорение под действием силы тяжести этой внутренней сферы. Сила удара массы оболочки в целом снаружи стремится к нулю.

$$g_h = G\frac{m}{r^2} = G\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{сред}}{r^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho_{сред} r = \left(\frac{4}{3}\pi G\rho_{сред} R\right)\cdot\frac{r}{R} = g_0 \cdot \frac{r}{R} = g_0 \cdot \frac{R-h}{R}$$

Таким образом, ускорение свободного падения от поверхности Земли на глубине g_h будет следующим:

$$\boxed{g_h = g_0 \cdot \frac{r}{R} = g_0 \cdot \frac{R-h}{R}} \qquad (15.9)$$

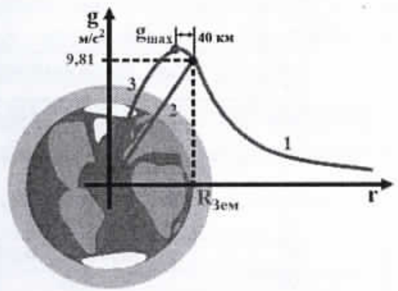


Рисунок 15.11

Следовательно, ускорение свободного падения является максимальным на поверхности Земли и линейно уменьшается по мере углубления, а в центре Земли оно равно нулю. Зависимость ускорения свободного падения от глубины изображена на рисунке 15.11 линией 2.

Однако ядро Земли состоит из тяжелых металлов (железо, никель, кобальт и др.), средняя плотность которого составляет более $9000\ кг/м^3$. А средняя плотность земной коры – $2500\ кг/м^3$. Поэтому, углубляясь в землю, около $40\ км$ на близкой глубине, т. е. слой руды с земной корой достигнет максимальных значений, а затем по мере приближения к центру Земли ускорение свободного падения уменьшается значительно медленнее, чем при линейной зависимости. Фактическая зависимость ускорения свободного падения от глубины изображена на рисунке 15.11 линией 3.

Зависимость ускорения свободного падения от географической широты Земли

Мы часто называем это земным шаром. Но оказалось, что Земля состоит из трехосного эллипсоида, близких к форме шара, а не из сфер. При суточном вращении движении Земли возникает центробежная сила инерции, причем наибольшая эта сила находится на экваторе Земли. Поэтому радиус Земли будет наибольшим на экваторе и наименьшим на полюсе. В свою очередь, значение ускорения свободного падения также является наименьшим на экваторе и наибольшим на полюсе.

Расстояния от точек на экваторе и полюсе до центра Земли составляют около 20 *км* отличается, т. е. размерами на экваторе и полюсе $R_{экват} = 6378$ *км*, $R_{полюс} = 6356$ *км*. А ускорения в этих точках будут следующими

$$g_{экват} = G\frac{M}{R^2_{экват}} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}965 \cdot 10^{24}}{(6{,}378 \cdot 10^6)^2} = 9{,}78064 \quad [м/с^2]$$

$$g_{полюс} = G\frac{M}{R^2_{полюс}} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}965 \cdot 10^{24}}{(6{,}358 \cdot 10^6)^2} = 9{,}8422 \quad [м/с^2]$$

Для определения значений ускорения свободного падения на уровне моря и на разных широтах международным геодезическим Конгрессом в 1930 году была принята следующая формула.

$$\boxed{g = 9{,}78049 \cdot \left(1 + 0{,}005288 \cdot \sin^2\alpha - 0{,}000006\sin^2 2\alpha\right)} \qquad (15.10)$$

Используя эту формулу, приведем значения ускорения свободного падения для различных широт на уровне моря.

15.1-таблица

α	g_α, [$м/с^2$]	α	g_α, [$м/с^2$]
0^0	9,7805	50^0	9,8108
10^0	9,7820	60^0	9,8192
20^0	9,7865	70^0	9,8261
30^0	9,7934	80^0	9,8306
40^0	9,8018	90^0	9,8322

Для решения задач, не требующих особой точности, можно использовать нормальное ускорение, то есть ускорение на уровне моря и на широте 45^0 $g_0 = 9{,}80665 \approx 9{,}81\ [м/с^2]$. Это значение $g_{сред} = 9{,}8025\ [м/с^2]$ немного отличается от ускорения, которое мы выделили выше средней плотности Земли.

Значения в таблице выше также являются средними значениями для каждой ширины, не будучи слишком точными. Измерение точного значения является сложной задачей. Например, на уровне моря также существует разница ускорений в точках, взятых на одной и той же широте, одна в воде, а другая на суше. Поскольку плотность больше на суше, ускорение также будет немного больше. Точно так же на самой земле ускорения в точках, одно из которых получено в пустыне, а другое-в горах, также различны. Поскольку плотность горных пород больше, чем песка, значение ускорения в горной местности будет немного больше.

Вопросы по теме

1. *Опишите геоцентрическую теорию. Кто был основоположниками этой теории?*
2. *Опишите гелиоцентрическую теорию. Кто был основоположниками этой теории?*

1. *Опишите законы Кеплера.*
2. *Дайте определение закону всемирного тяготения и запишите математическое выражение этого закона. Кто определил гравитационную постоянную?*
3. *Запишите выражение зависимости ускорения свободного падения от массы и размера планеты.*
4. *Запишите выражение зависимости ускорения свободного падения от высоты и глубины*

Решение задач:

1. *Во сколько отличается сила тяжести тела на поверхности планеты, радиус и масса которой в 3 раза больше земной в сравнения с самой Землей?*

Дано: $R = 3R_з$, $M = 3M_з$, $\frac{P}{P_з} = ?$

Решение:

Запишем формулу силы тяжести для каждой планеты

$$P_{уer} = mg_з = m\frac{\gamma M_з}{R_з^2}, \qquad P = m\frac{\gamma M}{R^2}$$

$$\frac{P}{P_з} = \frac{m\gamma M}{R^2}\frac{R_{уer}^2}{m\gamma M_з} = \left(\frac{R_з}{R}\right)^2\frac{M}{M_з} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3 = \frac{1}{3}.$$

$P_з = 3P$ *Будет в 3 раза меньше, чем на земле*

Ответ: 3 раза меньше.

2. *Рассчитать силу притяжения между Землей и Солнцем. Масса Земли $m = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ кг, масса Солнце $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг расстояние между ними равно $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.*

Дано: $m = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ кг, $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг, $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м, $F = ?$

Решение:

По закону Всемирного тяготения

$$F = G\frac{Mm}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{\left(1{,}5 \cdot 10^{11}\right)^2} = 3{,}54 \cdot 10^{24}\ H$$

Ответ: $F = 3{,}54 \cdot 10^{24}$ Н

3. *Каково ускорение свободного падения на высоте, равной трем радиусам Земли, относительно поверхности Земли?*

A) 16 раз больше B) раза больше C) 16 раз меньше D) 4 раз меньше

Дано: $h = 3R$, $\frac{g_h}{g_0} = ?$

Решение:

Воспользуемся формулой ускорения свободного падения по высоте.

$$g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right) \cdot g_0 = \left(\frac{R}{4R}\right)^2 \cdot g_0 = \frac{g_0}{16}.$$

Оказывается, ускорение свободного падения на высоте 3R в 16 раз меньше ускорения свободного падения на поверхности земли.

Ответ: C) 16 раз меньше.

§ 16. СИЛА ИНЕРЦИИ. ЦЕНТРОБЕЖНАЯ СИЛА. ЗАВИСИМОСТЬ ВЕСА ТЕЛА И ВИДА ЕГО ДВИЖЕНИЯ.

Сила инерции при различных движениях:

Мы часто были свидетелями того, как при торможении транспортного средства водитель и пассажиры внутри него двигались спонтанно, отклоняясь вперед. Мы также видели, как при повороте одного и того же транспортного средства вправо или влево водитель и пассажиры внутри двигались спонтанно, отклоняясь в противоположные стороны. Поскольку в обоих случаях тангенциальное или нормальное ускорение возникает при движении транспортных средств, система отсчета, связанная с этими транспортными средствами, перестает быть инерциальной системой отсчета (ИСО). Однако в неинерциальной системе отсчета (НСО) закон инерции Ньютона не выполняется, и тело может двигаться сам по себе, даже если на него не действует сила.

Сила, равная произведению массы и ускорению тела на силу, противоположную направлению ускорению, называется силой инерции.

$$\boxed{\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}}$$

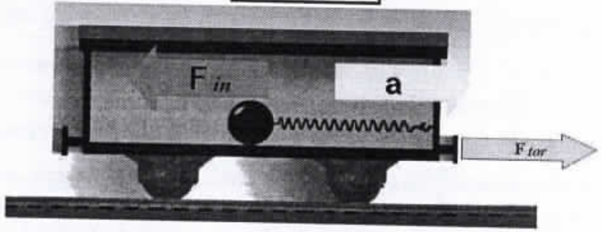


Рисунок 16.1

В большинстве литератур вообще не говорится о силе инерции. Эта сила считается несуществующей силой. Такого рода активной силы в природе действительно не существует. Эта сила возникает в результате действия всех сил, действующих на тело. Сила инерции не возникает сама по себе, когда на тело не действуют активные силы. Если тело движется прямолинейно, сила инерции всегда направлена в направлении, противоположной действующей на тело активной силе (рис.16.1).

Если траектория движения тела состоит из кривой, хотя тело движется по прямой, возникает ускорение, стремящееся к центру, направленному к центру кривизны (потому что направление непрерывно меняется, поскольку величина скорости остается неизменной). В свою очередь возникает сила

инерции, направленная против направления этого ускорения, и эта сила является центробежной силой инерции (рис.16.2).

Сила, равная произведению массы тела и ускорения, стремящегося к центру, на направление, противоположное направлению ускорения, стремящегося к центру, называется центробежной силой.

$$\boxed{F_{центрб} = -m\,a_n} \qquad (16.1)$$

Центробежная сила инерции также может быть выражена по следующей формуле:

$$\boxed{F_{центрб} = -m\frac{\vartheta^2}{R} = -m\omega^2 R} \qquad (16.2)$$

Центробежная сила всегда направлена к внешней стороне кривизны.

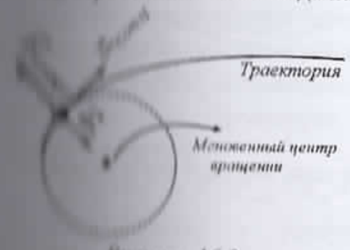


Рисунок 16.2

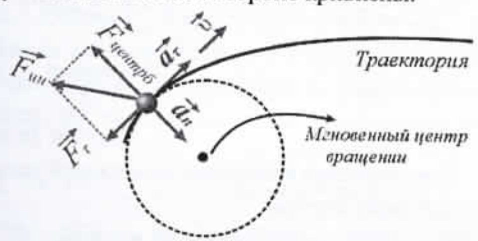


Рисунок 16.3

Если движение тела криволинейное, то сила инерции может быть 2-х видов. В силу того, что при криволинейном движении возникают тангенциальные и нормальные ускорения, в направлении, противоположном тангенциальному ускорению, направляются сила инерции попытки и центробежные силы инерции, противоположные центробежному ускорению. По диагонали параллелограмма, построенного на этих силах инерции, возникает результирующая сила инерции. Эта результирующая сила инерции всегда направлена в противоположном направлении к полному ускорению.

Если тело движется по криволинейной траектории неравномерно, возникают две силы инерции. Возникают как центробежные силы инерции, направленные против тангенциального ускорения, так и центробежные силы инерции, направленные против центробежного ускорения. А полная сила инерции будет равна геометрической сумме этих двух сил инерции (рис.16.3).

$$\boxed{\vec{F}_{ин} = \vec{F}_n + \vec{F}_\tau, \qquad F_{ин} = m\sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}} \qquad (16.3)$$

Эта формула, которая количественно оценивает общую силу [illegible], также может быть приведена:

$$\boxed{F_{ин} = m\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}} \qquad (16.4)$$

На рисунке 16.4 изображен угол, образованный направлением силы инерции и направлением ее движения при различных по виду движениях.

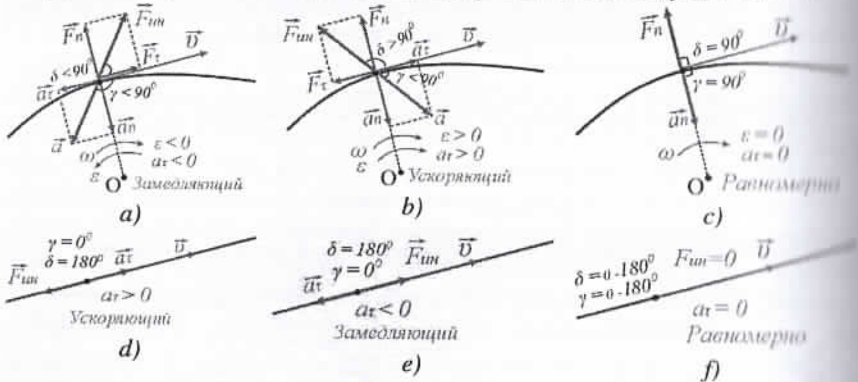


Рисунок 16.4

При изучении величины, называемой весом тела, большое значение имеет знание силы инерции.

Вес тела, движущегося по прямой:

Мы много раз были свидетелями того, как веревка обрывается, когда нагрузка, подвешенная на тонкой веревке, внезапно поднимается вверх. Если на нагрузку действует только сила притяжения Земли, то возникает вопрос, Что же вызывает обрыв нити. При этом, когда струна тянется вверх одновременно, нагрузке придается ускорение, направленное вверх. В результате возникает сила инерции, направленная против направления ускорения. Это приводит к дополнительному натяжению нити, поскольку сила инерции направлена в направлении силы тяжести и направлена в сторону Земли. Именно из-за этого происходит обрыв нити. Точно так же бремя, которое мы несем в наших руках, похоже на то, что бремя становится тяжелее, когда мы поднимаем сет вверх, и легче, когда мы опускаем сет вниз.

Сила воздействия тела на подвес или опору называется весом тела. Если тело висит на веревке, его также называют силой натяжения веревки вместо веса тело. Если тело опирается на опору, его также называют силой реакции опоры, а не весом тело.

Если тело стоит неподвижно или движется по прямой линии, вес тела равен силе тяжести, а вес тела отличается от силы тяжести во всех других типах движений. Поскольку вес тела зависит от типа движения, давайте познакомимся с несколькими частными случаями, с которыми мы часто сталкиваемся в жизни.

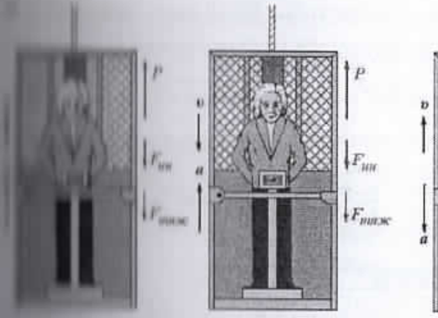


Рисунок 16.5

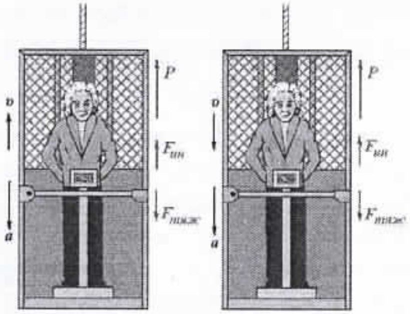


Рисунок 16.6

Давайте посмотрим, какой будет вес тела, когда направление ускорения направлено вертикально вверх. Обычно, когда тело находится в вертикальном положении с ускорением вверх, или когда он замедляется вниз с тем ускорением, направление ускорения направлен вверх. А сила инерции направлена вниз. Проецируем силы на вертикальную ось и определяем искомую величину.

$$\sum F_i = 0, \rightarrow P - F_{тяж} - F_{ин} = 0, \rightarrow P = F_{тяж} + F_{ин} = mg + ma = m(g + a)$$

Следовательно, с ускорение тела, ускоряющееся вверх или замедляющееся вниз, имеет одинаковый вес и будет:

$$\boxed{P = m(g + a)} \qquad (16.5)$$

Посмотрим, какой будет вес тела, когда направление ускорения направлено вертикально вниз (рис.16.6). Обычно, когда тело движется вертикально вниз с ускорением или замедляется к вершине с этим ускорением, направление ускорения имеет тенденцию к снижению. А сила инерции направлена вверх. Проецируем силы на вертикальную ось и определяем искомую величину.

$$\sum F_i = 0, \rightarrow P + F_{ин} - F_{тяж} = 0, \rightarrow P = F_{тяж} - F_{ин} = mg - ma = m(g - a)$$

Следовательно, с ускорением а веса тел, замедляющихся вверх или ускоряющихся вниз, одинаковы и равны:

$$\boxed{P = m(g - a)} \qquad (16.6)$$

Теперь посмотрим, какой будет вес тела, если направление ускорения направлено к вершине под углом относительно горизонта (рис.16.7). Когда тело ускоряется по направлению к вершине или замедляется по направлению вниз, ускорение распространяется только по склону к вершине. В направлении, противоположном ускорению $F_{in} = ma$, сила инерции равна ... по склону. Вес привода направлен по диагонали параллелограмма

$\vec{P} = \overrightarrow{mg} + \overrightarrow{ma}$, построенного на силе тяжести и силах инерции, т. е. будет. Вес тела находится с помощью теоремы косинусов. :

$$P = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2 - 2\cdot(mg)\cdot(ma)\cos(90^0 + \alpha)} = m\sqrt{g^2 + a^2 + 2g\,a\sin\alpha}$$

Таким образом, на прямой дороге с углом наклона α по отношению к горизонту а вес водителя в автомобиле, разгоняющемся в сторону вершины с ускорением будет равен:

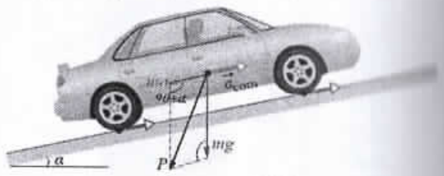


Рисунок 16.7

$$\boxed{P = m\sqrt{g^2 + a^2 + 2g\,a\sin\alpha}} \qquad (16.7)$$

Используя приведенную выше формулу, также можно получить для случая, когда направление ускорения направлено вниз по наклонной поверхности. Для этого достаточно вместо угла α поставить угол –α

Следовательно, на прямой дороге с углом наклона α относительно горизонта вес водителя в автомобиле, разгоняющемся вниз с ускорением a, будет равен:

$$\boxed{P = m\sqrt{g^2 + a^2 - 2g\,a\sin\alpha}} \qquad (16.8)$$

Для определения вес тела, движущегося с линейным ускорением или замедлением по горизонтальной поверхности, достаточно поместить $\alpha = 0^0$ в две найденные выше формулы. Тогда для вес тела это

$$\boxed{P = m\sqrt{g^2 + a^2}} \qquad (16.9)$$

получаем формулу. Точно так же, когда используется $\alpha = \pm 90^0$, мы получаем формулы, которые мы определили немного раньше $P = m(g \pm a)$.

Вес движущегося тела по кривой:

Несколько частных формул, которые мы ознакомились выше, были только для случая прямой линии. Теперь давайте поинтересуемся, какой будет вес тела при криволинейном движении. В качестве частного случая криволинейного движения мы видим прямое круговое движение. При движении тела, движущегося по выпуклой или выпуклой кривой, возникает центробежное ускорение, что способствует возникновению центробежной силы инерции. В качестве примера можно привести вес автомобиля, проезжающего через ботинок или мост, а также вес пилота внутри ракеты, которая летит, образуя мертвую поверхность.

Для автомобиля, проезжающего по вогнутому мосту, или ракеты, совершающей погружение, нормальное ускорение направлено вверх, а сила

[illegible] вниз (рис.16.8). Поэтому в этом и возникает дополнительная нагрузка. Проецируем силы на лунную ось и определяем искомую величину.

$$\sum F_i = 0, \to P - F_{тяж} - F_{центб} = 0, \to P = F_{тяж} + F_{центрб} = mg + ma_n = m(g + a_n) = m(g + \frac{g^2}{R})$$

Следовательно, вес тела, проходящего через выпуклый мост с радиусом кривизны R, будет равен весу в середине моста:

$$\boxed{P = m\left(g + \frac{g^2}{R}\right)} \qquad (16.10)$$

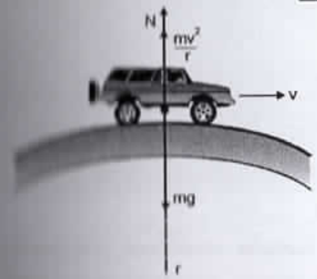


Рисунок 16.8

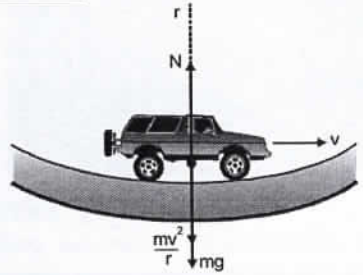


Рисунок 16.9

Для автомобиля, пересекающего выпуклый мост, или ракеты в верхней точке мертвом кольце нормальное ускорение направлено вниз, а сила [illegible] вверх (рис.16.9). Поэтому при этом происходит облегчение веса тела. Проецируем силы на вертикальную ось и определяем искомую величину.

$$\sum F_i = 0, \to P + F_{центб} - F_{тяж} = 0, \to P = F_{тяж} - F_{центб}, \to P = mg - ma_n = m(g - a_n) = m(g - \frac{g^2}{R})$$

Следовательно, вес тела, проходящего через выпуклый мост с радиусом кривизны R, в середине моста будет равен:

$$\boxed{P = m\left(g - \frac{g^2}{R}\right)} \qquad (16.11)$$

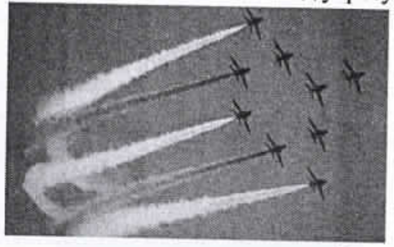
Давайте поинтересуемся, какой будет вес тела, если в горизонтальной плоскости происходит криволинейное движение. Если тело движется по круговой траектории радиусом R на горизонтальной поверхности, на тело действует сила тяжести вертикально вниз, центробежная сила инерции в горизонтальной плоскости. А вес тела

$$\boxed{P = m\sqrt{g^2 + a_n^2} = m\sqrt{g^2 + \left(\frac{g^2}{R}\right)^2}} \qquad (16.12)$$

определяется по формуле, представленной на рисунке.

Коэффициент перегрузов:

Космический корабль начинает движение с очень большим ускорением при старте вверх. При этом вес космонавта будет превышать его в несколько раз. Точно так же большая центробежная сила инерции создается, когда пилоты реактивных самолетов проходят различные виды тренировок в воздухе, когда они резко поворачиваются или летят, образуя мертвую молнию не влияет на здоровье летчика (рис.16.10). Резкое увеличение силы инерции может поставить под угрозу здоровье космонавта или пилота.



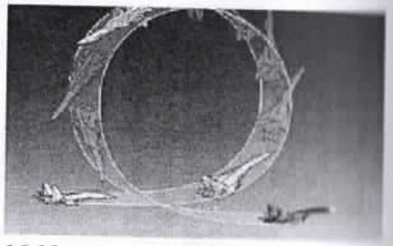


Рисунок 16.10

В космонавтике и авиации существует важная величина, связанная с весом тела, которую называют перегрузкой.

Величина, равная отношению веса тела к силе тяжести, называется перегрузкой. Делим вес тела на силу тяжести

$$n=\frac{P}{F_{тяж}}=\frac{m(g\pm a)}{mg}=1\pm\frac{a}{g}$$

Итак, получается, что математическое выражение перегрузки будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{n=\frac{P}{F_{тяж}}=1\pm\frac{a}{g}} \qquad (16.13)$$

Рисунок 6.11

При спокойном движении тела или прямолинейном равномерном движении это тело находится под нагрузкой, равной $n=1$. При подготовке космонавтов к космическому полету большое внимание уделяется к перегрузки. Космонавт готовится таким образом, чтобы выдерживать как можно больше перегрузки. В результате многочисленных экспериментов космонавтов подготавливают так, чтобы они выдерживали 4 перегрузки. На

приведенном выше рисунке показаны случаи, когда космонавт находится в состоянии покоя, находится под малой нагрузкой и находится под высокой нагрузкой. Если количество нагрузок непреднамеренно превышает, например, 6, 7,... и т.д. под числом нагрузок возникает риск того, что в мозг сильно закачается кровь и лопнут мелкие капиллярные сосуды.

Влияние кругового движения Земли на вес тела:

По мере того как Земля совершает круговое движение вокруг своей оси, возникает ускорение, стремящееся к центру. По этой причине на тело на поверхности Земли действует центробежная сила инерции. Это препятствует тому, чтобы вес тел был равен силе тяжести. Приведем формулу, которая поможет вычислить вес тела, стоящего на произвольной широте земли.

Линейная скорость точек на экваторе, когда Земля совершает суточное вращательное движение вокруг своей оси, проходящей через полюса это будет равно:

$$\vartheta_{экват}=\frac{2\pi R_{экват}}{T}=\frac{2\pi\cdot 6378000\,м}{86400с}=463{,}82 \quad [м/с]$$

Линейную скорость точек, расположенных на северной или южной широте под углом, можно записать как:

$$\vartheta_{\alpha}=\frac{2\pi r_{\alpha}}{T}=\frac{2\pi R_{экват}\cos\alpha}{T}=\vartheta_{экват}\cos\alpha$$

Все точки Земли совершают круговое движение вокруг оси с одинаковой угловой скоростью. Эту угловую скорость можно определить по длине суток.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi\ рад}{86400\ с}=7{,}2722\cdot10^{-5}\ [рад/с]$$

Центростремительное ускорение точек на экваторе, возникающее за счет кругового движения, будет следующим:

$$a_{экват}=\omega^2 R_{экват}=0{,}03373 \quad [м/с^2]$$

Центростремительные ускорения точек, расположенных на широтах имеет вид:

$$a_{\alpha}=\omega^2 r_{\alpha}=\omega^2 R_{экват}\cos\alpha=a_{экват}\cos\alpha \quad [м/с^2]$$

Если бы не суточное вращательное движение Земли, сила тяжести во всех точках была бы равна весу тела. Поскольку значение ускорения свободного падения на разных широтах различно, то относительная погрешность, возникающая при взвешивании одного и того же телоа на полюсе и экваторе с помощью пружинных Весов, будет следующей.

$$\boxed{\varepsilon=\frac{\Delta F}{F}=\frac{F_{полюс}-F_{экват}}{F_{полюс}}=\frac{g_{полюс}-g_{экват}}{g_{полюс}}=\frac{9{,}8322-9{,}7805}{9{,}8322}=0{,}005258=0{,}5258\ \%} \qquad \mathbf{(16.14)}$$

Это означает, что каждое тело массой *1 кг*, перемещенное с полюса на экватор, теряет в весе около *5,26 грамма* (все еще не считая кругового движения Земли).

Однако, учитывая суточное вращательное движение Земли, вес Земли во всех точках, кроме полюсов, будет легче, чем сила тяжести (в обмен на центробежную силу). При этом относительная погрешность, допустимая при взвешивании одного и того же тела на полюсе и экваторе с помощью пружинных Весов, будет равна:

$$\boxed{\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\Delta P}{P} = \frac{P_{полюс} - P_{экват}}{P_{полюс}} = \frac{mg_{полюс} - m(g_{ekvat} - a_{экват})}{mg_{полюс}} = \frac{g_{полюс} - g_{экват} + a_{экват}}{g_{полюс}} \\ &= \frac{9{,}8322 - 9{,}7805 + 0{,}03373}{9{,}8322} = 0{,}00868879 = 0{,}8689\ \%\end{aligned}}$$

(16.15)

Это означает, что каждое тело массой *1 кг*, перемещенное с полюса на экватор, теряет в весе около *8,69 грамма* (с учетом кругового движения Земли).

На рисунке 16.11 показаны силы, действующие на тело массой m, расположенное на α^0 северной широте. Под действием силы тяжести $\vec{F}_{тяж.\alpha} = \overrightarrow{mg}_{\alpha}$, центробежной силы $\vec{F}_{центрб.\alpha} = \overrightarrow{ma}_{\alpha}$ и силы реакции $\vec{N}_{\alpha}$ тело остается в покое. Как видно из рисунка, в средних широтах *шовун* (шарик, висящий на веревки) не направлен точно в сторону центра Земли.

Под действием силы тяжести и центробежной силы вес тела становится

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{P}_{\alpha} &= \overrightarrow{mg}_{\alpha} + \overrightarrow{ma}_{n.\alpha} \\ P_{\alpha} &= m\sqrt{g_{\alpha}^2 + a_{n.\alpha}^2 - 2g_{\alpha}a_{n.\alpha}\cos\alpha}\end{aligned}} \qquad (16.16)$$

Вес тела не направлен к центру Земли. Между силой тяжести и весом образуется угол φ. Этот угол можно найти с помощью теоремы синусов.

$$\boxed{\frac{P_{\alpha}}{\sin\alpha} = \frac{ma_{n.\alpha}}{\sin\varphi}, \rightarrow \ \sin\varphi = \frac{ma_{n.\alpha}}{P_{\alpha}}\sin\alpha}$$

(16.17)

Это означает, что во всех точках, кроме экватора и полюса, направление шовуна не направлено к центру Земли.

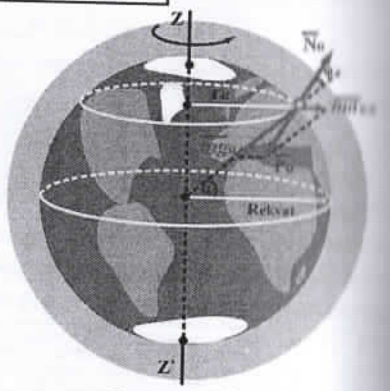


Рисунок 16.11

Невесомость:

Если тело не будет воздействовать силой на подвес или опору, то его вес будет равен нулю. Такое состояние называется невесомостью. Состояние, при котором вес тела равен нулю, называется невесомостью. Кроме того, тело, движущееся только под действием силы тяжести, также называется невесомым телом. Например, свободно брошенное тело, тело брошенное под углом к горизонту, тело в космическом корабле и т. д., можно назвать невесомым. Пилот космического корабля и пилот ракеты-носителя, который [illegible], а также водитель автомобиля, который на большой скорости проезжает выпуклый мост, с силой не давит на сиденье.

Вопросы по теме:

1. Дайте определение силе инерции.

2. Каково направление силы инерции при прямолинейном ускоренном и замедленном движениях?

3. Каково направление силы инерции при прямолинейном вращательном движении? В круговых движениях с плавным ускорением и с плавным замедлением?

4. Как вычисляется полная сила инерции?

5. Что такое количество загрузок и почему это важно знать? Что такое [illegible]?

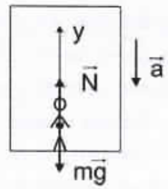
6. Как географическая широта и движение Земли влияют на вес тело? В какой точке вес тела будет иметь наибольшее, а в какой-наименьшее значение?

Решение задач:

1. Лифт направляется в вверх. Его ускорение, равное 3 м/с², направлено вниз. В лифте находится человек массой 70 кг. Каков его вес (вес) (Н)?

A) 210   B) 490   C) 700   D) 910   E) TJY

Дано:	*Решение:*
$a = 3\ м/с^2$ $m = 70\ kg$ $N = ?$	*Kuchlarning y o'qidagi proyeksiyasini yozamiz.* $\vec{N} + m\vec{g}_y = m\vec{a}_y$ $N - mg = -ma$ $N = m(g - a)$ $N = 70(10 - 1) = 490N$



Ответ: B) 490 N

2. Тело с массой m прикреплено к стержню длиной ℓ. Если одно и то же тело вращается в вертикальной плоскости с постоянной скоростью ϑ, каково соотношение сил натяжения стержня F_1/F_2 когда тело находится в самой низкой и самой высокой точках?

__Дано:__
$a = 20\ m/s^2$
$m=80\ kg$

$P=?\ n=?$

__*Решение:*__

Вес тела в самой высокой точке траектории определяется с формулой

$$F_2 = m\left(g - \frac{\vartheta^2}{\ell}\right) = \frac{m}{\ell}\left(g\ell - \vartheta^2\right)$$

в самой нижней точке определяется с формулой

$$F_1 = m\left(g + \frac{\vartheta^2}{\ell}\right) = \frac{m}{\ell}\left(g\ell + \vartheta^2\right)$$

Их соотношение дает искомою выражению.

$$F_1 / F_2 = \frac{m}{\ell}\left(g\ell - \vartheta^2\right) : \frac{m}{\ell}\left(g\ell - \vartheta^2\right) = \left(\vartheta^2 + g\ell\right)/\left(\vartheta^2 - g\ell\right)$$

Ответ: $\left(\vartheta^2 + g\ell\right)/\left(\vartheta^2 - g\ell\right)$

§ 17. КОСМИЧЕСКИЕ СКОРОСТИ. ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛО ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИЛЫ.

Движение небесных тел, а также космических аппаратов, спутников, запущенных с Земли, несколько отличается от движения, происходящего на поверхности Земли. Когда мы бросаем тело над поверхностью Земли, он поднимается на определенную высоту, а затем снова падает на Землю. Если тело брошен под углом относительно горизонта, он поднимается на высоту, и затем падает, уходя на определенное расстояние. Если начальная скорость увеличивается, дальность полета также увеличивается, и он также может вращаться и падать на невидимую часть Земли. Наступает такое значение скорости, при котором тело начинает вращаться вокруг Земли, не возвращаясь к Земной поверхности. Именно с этой скорости начинаются так называемые космические скорости. По значению скорости, которое дается в зависимости от цели, поставленной перед запуском тела в космос, он делится на несколько различных космических скоростей.

Первая космическая скорость:

Значение скорости, необходимое для превращения тела в исскуственный спутник планеты, называется первой космической скоростью. С этой скоростью тело движется по круговой орбите вокруг Земли или планеты. Следовательно, и 1-я космическая скорость также называется орбитальной скоростью.

Для того чтобы тело совершало круговое движение вокруг Земли, действующая на него центробежная сила должна быть равна гравитационной силе, создаваемой гравитационным полем всей Вселенной между Землей и телом (рис.17.1).

$$\frac{m\vartheta^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$$

Когда центробежная сила и силы гравитационного притяжения равны между собой, тело становится спутником.

$$\frac{m\vartheta^2}{R_З} = G\frac{M_З m}{R_З^2}, \Rightarrow \vartheta = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З}} =$$

$$= \sqrt{6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{5{,}965\cdot 10^{24}}{6{,}371\cdot 10^{6}}} = 7902\ м/с \approx 7{,}9\ км/с$$

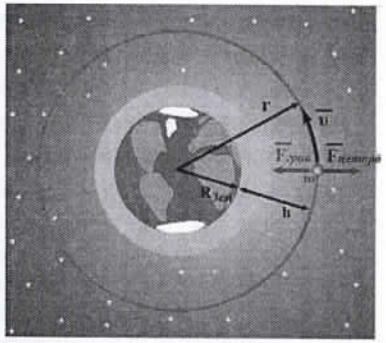


Рисунок 17.1

Итак, используя приведенную выше формулу, первая космическая скорость для поверхности Земли получается, что:

$$\boxed{\vartheta_{I,0} = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З}} \quad или \quad \vartheta_{I,0} = \sqrt{gR_{Yer}} = 7{,}9\ [км/с]} \qquad (17.1)$$

Где $\vartheta_{I,0}$ – I космическая скорость для поверхности Земли. Зная значение 1-й космической скорости для поверхности Земли, можно определить и ее значение для произвольной высоты. При этом тело или космический корабль (рис 17.1) вращается по радиусной орбите. Центробежная сила и силы гравитационного притяжения уравновешиваются между собой и определяется искомая величина.

$$\frac{m\vartheta^2}{r} = G\frac{M_З m}{r^2}, \Rightarrow \vartheta_{I,h} = \sqrt{G\frac{M_З}{r}} = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З + h}} = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З}\cdot\frac{R_З}{R_З + h}} = \vartheta_{I,0}\sqrt{\frac{R_З}{R_З + h}}$$

Общее значение первой космической скорости для спутника на высоте от поверхности Земли определяется по формуле.

$$\boxed{\vartheta_{I,h} = \sqrt{G\frac{M_З}{R_З + h}} = \vartheta_{I,0}\sqrt{\frac{R_З}{R_З + h}}} \qquad (17.2)$$

Период вращения спутника, вращающегося на некоторой высоте от поверхности Земли, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\begin{aligned} T &= \frac{2\pi r}{\vartheta_{I,h}} = \frac{2\pi(R_{Зем} + h)}{\vartheta_{I,h}} \\ T &= 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_{Зем}}} = 2\pi\left(R_{Зем} + h\right)\sqrt{\frac{R_{Зем} + h}{GM_{Зем}}} \end{aligned}} \qquad (17.3)$$

Если периоды вращения, радиусы вращения и скорости вращения двух спутников, вращающихся вокруг одной планеты, совпадают $T_1, T_2, r_1, r_2, \vartheta_1, \vartheta_2$, то [illegible] связь между ними будет следующей:

$$\boxed{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \quad (17.4) \qquad \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^2 = \frac{r_1}{r_2} \quad (17.4a) \qquad \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^3 = \frac{T_1}{T_2} \quad (17.4b)}$$

Для доказательства приведем величины отдельно.

1) $T = \frac{2\pi r}{\vartheta_{I.h}} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_{Зем}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{Зем}}}$, $\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{GM_{Зем}}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{GM_{Зем}}} \end{cases}, \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3}, \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$

2) $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3, \Rightarrow \left(\frac{\frac{2\pi r_2}{\vartheta_2}}{\frac{2\pi r_1}{\vartheta_1}}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3, \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3, \Rightarrow \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2 = \frac{r_2}{r_1}$

3) $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3, \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\vartheta_2 T_2}{2\pi}}{\frac{\vartheta_1 T_1}{2\pi}}\right)^3, \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^3, \Rightarrow \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^3 = \frac{T_1}{T_2}$

Приведенные выше формулы можно выразить через двойное равенство следующим образом:

$$\boxed{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^6} \qquad (17.5)$$

Периоды вращения, радиусы вращения и скорости вращения двух спутников, вращающихся вокруг одной и той же планеты, могут быть связаны между собой если они совпадают $T_1, T_2, r_1, r_2, \vartheta_1, \vartheta_2$ может быть выражено в виде.

$$\boxed{\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}} \qquad (17.6)$$

Первая космическая скорость была впервые достигнута 4 марта 1957 года. 12 апреля 1961 года человек совершил первый полет в космос. На космическом корабле" Восток " Юрий Гагарин обошел Землю за 103 минуты.

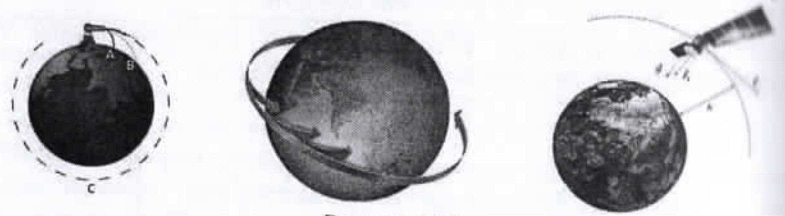


Рисунок 17.2

Если бы тело был летало со скоростью, меньшей 1-й космической скорости, рассчитанной для высоты h, траектория этого тело не была бы круговой, в зависимости от значения скорости, или он упал бы на Землю, двигаясь в форме параболы или спирали. Всем космическим кораблям и спутникам присваивается первая космическая скорость, рассчитанная для орбиты, по которой они движутся (рис.17.2).

Вторая космическая скорость:

Когда телу дается 1-я космическая скорость, оно не может полностью покинуть Землю, совершая круговое движение вокруг Земли, то есть тело вращается вокруг Земли в "захваченном" состоянии. Но телу придается такая скорость, что оно полностью удаляется от Земли и не возвращается обратно, то есть тело полностью "освобождается". Это тело, свободное от всех воздействий оно становится свободным телом.

Скорость, необходимая для того, чтобы тело преодолевала гравитационное поле Земли, вытягивая его считается второй космической скоростью. 2-космическая скорость также называется скоростью побега.

Для того чтобы тело преодолел гравитацию Земли и двигалось вокруг Солнца, как и другие планеты, его кинетическая энергия должна быть равна гравитационной энергии, создаваемой Землей (подробнее об этой энергии мы рассмотрим в следующих темах). Используя это, найдется вторую космическую скорость.

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{M_3 m}{R_3}, \Rightarrow \vartheta_{II.0} = \sqrt{2G\frac{M_3}{R_3}} = \sqrt{2}\cdot\vartheta_{I.0} = 11{,}2 \quad км/с$$

Следовательно, вторая космическая скорость будет равна.

$$\boxed{\vartheta_{II.0} = \sqrt{2\,g\,R_{Зем}} = \sqrt{2}\,\vartheta_{I.0} = 11{,}2\ [км/с]} \qquad (17.7)$$

Где $\vartheta_{II.0}$ – 2-космическая скорость для поверхности Земли. Зная значение 1-й космической скорости для поверхности Земли, можно определить и ее значение для произвольной высоты. При этом тело или космический корабль движется по радиусной орбите $r = R + h$. Когда кинетическая энергия, которую получает космический корабль, количественно равна его гравитационной энергии, этот корабль может бесконечно удаляться, преодолевая гравитацию Земли. Тогда искомая выражения имеет вид:

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{M_3 m}{r}, \Rightarrow \vartheta_{II.h} = \sqrt{2G\frac{M_3}{r}} = \sqrt{2G\frac{M_3}{R_3+h}} = \sqrt{2}\sqrt{G\frac{M_3}{R_3}}\cdot\sqrt{\frac{R_3}{R_3+h}} =$$

$$= \sqrt{2}\,\vartheta_{I.0}\sqrt{\frac{R_3}{R_3+h}} = \sqrt{2}\vartheta_{I.h}$$

Таким образом, для космического корабля на некоторой высоте h от поверхности Земли вторая космическая скорость будет выглядеть так:

$$\boxed{\vartheta_{II.h} = \sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}+h}} = \sqrt{2}\,\vartheta_{I.h}} \qquad (17.8)$$

Вторая космическая скорость была достигнута 2 января 1959 года.

Третья космическая скорость:

Тело, запущенное со 2-й космической скоростью с поверхности Земли, если бы не было другого небесного тела, кроме Земли полностью преодолело бы гравитационное поле Земли и стал бы свободным телом. Но за пределами поля Земли существует огромного гравитационное поле, массивного Солнца. Поэтому тело, полностью удаленное от Земли, теперь попадает в область влияния Солнца. Чтобы превратить это тело в свободное тело, требуется придать ему скорость, с которой может преодолеть даже поле действия Солнце.

Скорость, необходимая для того, чтобы тело могло также покинуть гравитационное поле Солнца, называется третьей космической скоростью. Вычислим 3-ю космическую скорость.

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{M_{Солн}\cdot m}{r_{Зем}}$$

Где: $M_{Сол} = 332400 M_З = 2{,}9827\cdot 10^{30}$ *кг* — масса Солнца, $r_З = 23544\cdot R_З = 1{,}5\cdot 10^{11}$ *м* — радиус орбиты Земли.

Когда мы поместим числа в приведенную выше формулу, получается:

$$\vartheta = \sqrt{2G\frac{M_{Сол}}{r_{Сол}}} = \sqrt{2G\frac{M_З}{R_З}\cdot\frac{332400}{23544}} = \sqrt{14{,}12}\cdot\vartheta_{II} \approx 3{,}7574\cdot\vartheta_{II} \approx 42{,}1\ км/с$$

Это происходит, если мы вычтем из скорости $\vartheta' = 42{,}1 - 29{,}8 = 12{,}3\ км/с$ скорость кругового движения Земли. Покинуть поле влияния Солнца тело может только в том случае, если оно движется по орбите Земли в направлении движения Земли со скоростью *12,3 км/с* после преодоления гравитационного притяжения Земли. Но даже для преодоления гравитационного поля Земли требуется дополнительная энергия. Следовательно, оказывается, что для того, чтобы тело стало искусственной звездой, его кинетическая энергия должна быть равна сумме энергии гравитационного поля Земли и с скорости ϑ' кинетической энергии $\frac{m\vartheta'^2}{2}$.

$$\frac{m\vartheta_{III}^2}{2} = G\frac{M_З m}{R_З} + \frac{m\vartheta'^2}{2}$$

Отсюда третья космическая скорость будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{III} = \sqrt{2G\frac{M_З}{R_З} + \vartheta'^2} = \sqrt{\vartheta_{II}^2 + \vartheta'^2} = \sqrt{11{,}2^2 + 12{,}3^2} \approx 16{,}635\ \ [км/с]} \quad (17.9)$$

Приведенный выше результат был сделан только для того, чтобы учесть влияние Земли и Солнца. Однако, учитывая влияние остальных 8 планет Солнечной системы, астероидов и комет, значение третьей космической скорости будет равно $\vartheta_{III} = 16{,}67\ км/с$.

Четвертая космическая скорость:

Скорость, необходимая телу для перемещения по пространству Вселенной, преодолевая даже гравитацию Галактики, называется четвертой космической скоростью

Учитывая, что Солнечная система (Солнце и его планеты, астероиды, кометы) движется по Галактике круговыми движениями со скоростью около 283 км/с, Можно сказать, что четвертая космическая скорость – то величина $\vartheta_{IV} = \sqrt{2}\cdot 285 = 403\ км/с$. Тело, быстро удаляющейся в направлении движения $\vartheta_{IV} = 403 - 285 = 108\ км/с$ Солнечной системы, также может покинуть Галактику. Это не очень точный ответ конечно, чтобы получить точное значение четвертой космической скорости, нужно будет учесть множество факторов.

Траектория движения тела под действием центральной силы:

Пусть космический корабль выведен на какую-то малую высоту $h << R$, но за пределы атмосферы, и в этой точке кораблю придана начальная скорость, параллельная земной поверхности. Расчеты показывают, что траектория судна на протяжении всего его движения будет зависеть от скорости, придаваемой судну. Рассмотрим типы траекторий для следующих случаев (рис 17.1).

1. Если $\vartheta_0 << 7900\ м/с$, то корабль упадет на Землю по параболе. При этом полная энергия будет *W<0*. Другими словами, кинетическая энергия сосуда будет намного меньше его потенциальной энергии в количественном выражении. Эта ситуация не показана на рисунке.

2. Если $\vartheta_0 < 7900\ м/с$, то корабль упадет на Землю по спиралевидной траектории. Если скорость будет немного меньше первой космической скорости, то после нескольких десятков оборотов корабля по спиралевидной траектории он рухнет. При этом полная энергия будет *W<0*. Другими словами, кинетическая энергия сосуда будет меньше его потенциальной энергии в количественном выражении.

3. Если $\vartheta_0 = 7900\ м/с$ траектория корабля состоит из окружности, в центре окружности лежит Земля. Корабль никогда не падает. При этом полная энергия будет *W<0*. Другими словами, кинетическая энергия ракеты будет меньше его потенциальной энергии в количественном выражении.

4. Если $7900\ м/с < \vartheta_0 < 11200\ м/с$ траектория корабля состоит из эллипса, и в одном фокусе эллипса лежит земля. Корабль никогда не падает. При этом полная энергия будет *W<0*. Другими словами, кинетическая энергия корабля будет меньше его потенциальной энергии в количественном выражении.

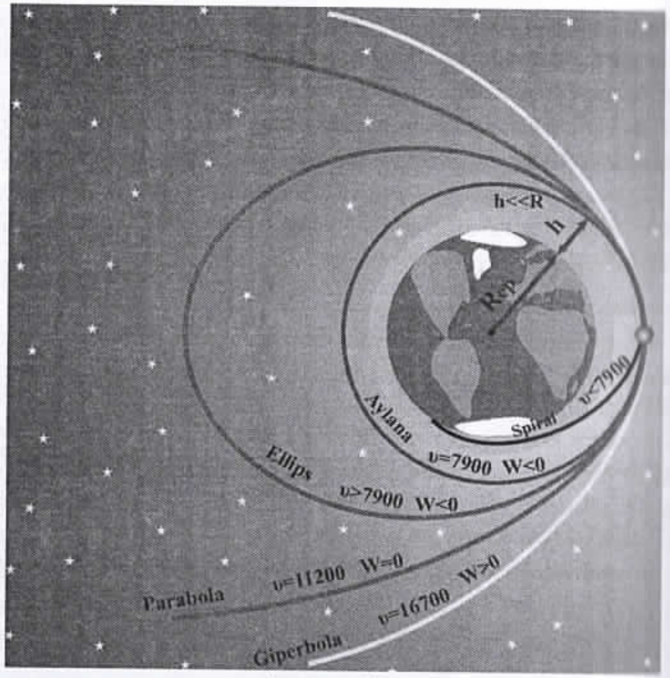


Рисунок 17.3.

5. Если $\vartheta_0 = 11200\ м/с$ траектория корабля состоит из параболы, то в фокусе параболы лежит Земля. Корабль удаляется от Земли и покидает ее гравитационное поле. При этом полная энергия будет *W=0*. Другими словами, кинетическая энергия корабля будет в количественном выражении равна его потенциальной энергии, кинетической энергии будет достаточно, чтобы покинуть гравитационное поле.

6. Если $\vartheta_0 = 16700\ м/с$ траектория корабля состоит из гиперболы, то в фокусе гиперболы лежит земля. Корабль, удаляясь от Земли, отклоняется не только от гравитационного поля Земли, но и от гравитационного поля Солнца. При этом полная энергия будет *W>0*. Другими словами, кинетическая энергия корабля будет в количественном отношении больше его потенциальной энергии, кинетической энергии будет достаточно, чтобы покинуть гравитационное поле не только Земли, но и Солнца.

Вопросы по теме:

1. Дайте определение космической скорости и запишите ее математическое выражение для поверхности Земли и высоты.

2. Дайте определение космической скорости и запишите ее математическое выражение для поверхности Земли и высоты

3. Дайте определение космической скорости и назовите ее числовое значение.

4. [illegible] скорости зависит траектория движения в Центральном силовом поле?

Решение задач:

1. Как изменится период обращения спутника по круговой орбите, если радиус его орбиты увеличится в 9 раз?

Дано:	*Решение:*
$R_2 = 9R_1$	Решается по закону Кеплера.
$\frac{T_2}{T_1} = ?$	$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = \left(\frac{9R_1}{R_1}\right)^3 = 9^3,\ \rightarrow\ \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{9^3} = 3^3 = 27,\ \rightarrow\ T_2 = 27T_1$

Ответ: 27

2. Какова первая космическая скорость (км/с) для планеты, масса и радиус которой в 2 раза больше, чем у земли? Первая космическая скорость на Земле-8 км/с.

A) 16 B) 8 C) 4 D) $8\sqrt{2}$ E) $8/\sqrt{2}$

Дано:	*Решение:*
[illegible]	*Запишем формулы первых космических скоростей, а затем получим их соотношение.*
	$\vartheta_I = \sqrt{\frac{GM}{R}},\quad \vartheta_{I.3} = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}}$
	$\frac{\vartheta_{I.3}}{\vartheta_I} = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}\cdot\frac{R}{GM}} = \sqrt{\frac{M_3}{R_3}\cdot\frac{2R_3}{2M_3}} = 1,\ \rightarrow\ \vartheta_I = \vartheta_{I.3} = 8\ км/с$

Ответ: B)8

§ 18. СИЛА УПРУГОСТИ. ЗАКОН ГУКА. СЛОЖЕНИЕ КОЭФИЦИЕНТА ПРОПОРЦИАЛЬНОСТИ. ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ.

Деформация и ее виды:

При растяжении стержня расстояние между его атомами несколько увеличивается, между атомами преобладают силы притяжения. Эти силы стремятся вернуть атомы в их прежнее состояние, заставляя длину стержня вернуться до его прежнего состояния. Точно так же при сжатии стержня расстояние между его атомами несколько уменьшается, силы отталкивания между атомами преобладают. Эти силы стремятся вернуть атомы в их прежнее состояние и заставляют удлинять длину стержня до его прежнего состояния. Это тело стремится вернуться в исходное положение не только при растяжении или сжатии, но и при повороте, изгибе, наклоне.

Любое изменение формы тела в результате внешнего воздействия называется деформацией.

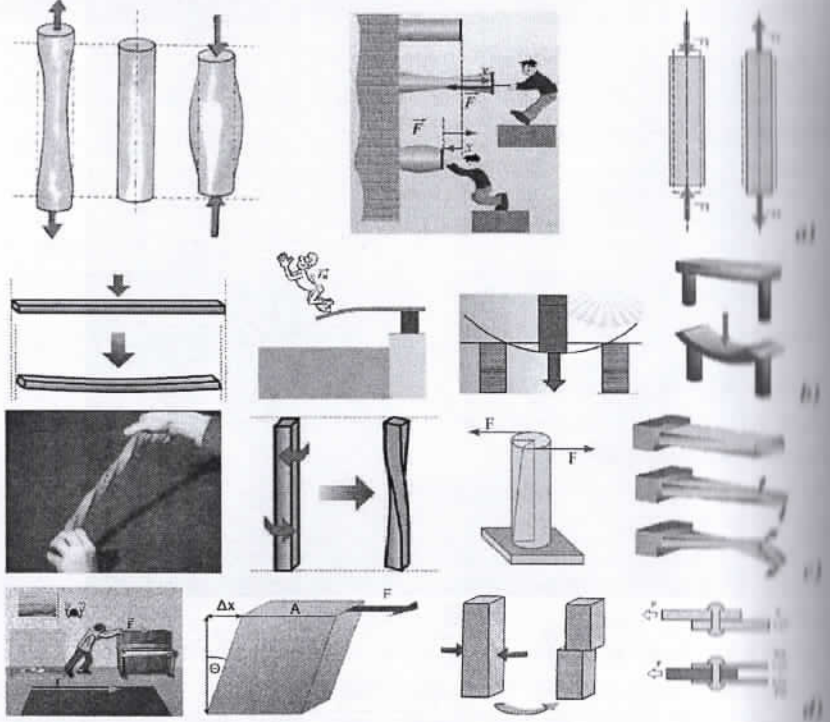


Рисунок 18.1

Различают такие виды деформации, как растяжение, сжатие, изгиб, кручение и смещение (рис.18.1). На рисунке ниже представлено несколько примеров каждого из этих типов деформации.

Деформация, которая полностью возвращается в исходное положение после прекращения внешнего воздействия, называется упругой деформацией. Тела, обладающие свойством упругой деформации, называются упругими телами. Другими словами, упругие тела "хорошо сохраняют в уме" свое первоначальное состояние (высококачественные стали, медь, золото, резина и т. д.). Любое упругое тело также является упругим в своем определенном пределе, тогда как при дальнейшем увеличении деформации начинается пластическая деформация, то есть возникновение остаточных деформаций. Но предел упругости очень широк. Такие тела не легко теряют эластичность (рис.18.2).

Деформация, при которой не полностью возвращается в исходное положение после прекращения внешнего воздействия, называется пластической (неэластической) или остаточной деформацией. Тела, обладающие свойством пластической деформации, называются пластическими телами. Другими словами, пластические тела "забывают" свое первоначальное состояние (пластилины, пластилины и т. д.). Любое пластическое тело также упруго деформируется при начальных малых деформациях, то есть полностью возвращается в исходное положение. Однако предел упругости очень мал по сравнению с упругими телами.

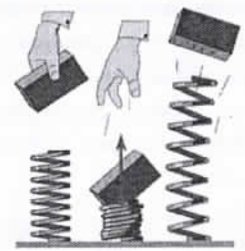


Рисунок 18.2

Тела, в которых с началом деформации возникают разрушения, трещины, называются хрупкими телами (стекло, камень, фарфор и др.).

Упругие тела и их основные упругие свойства широко используются в технике, строительстве, авиации и во многих отраслях народного хозяйства.

Закон Гука. Механическое напряжение:

Вычитание первоначального размера тела при размере после деформации называется абсолютной деформацией.

Отношение абсолютной деформации к исходному размеру называется относительной деформацией.

Если под действием внешней силы изменить длину стержня длиной ℓ_0 до ℓ, то абсолютное удлинение $\Delta\ell$ и относительное удлинение ε будут:

$$\boxed{\Delta\ell = \ell - \ell_0\,, \qquad \varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}\cdot 100\%} \tag{18.1}$$

[illegible] [illegible] всего на свободный конец [illegible] или пружины помещают на [illegible] начало, направляя [illegible] направление Ox ее оси на [illegible]. Тогда абсолютную деформацию [illegible] на $\Delta\ell = \ell - \ell_0 = x$, а относительная деформация на $\varepsilon = \frac{x}{\ell_0}\cdot 100\%$.

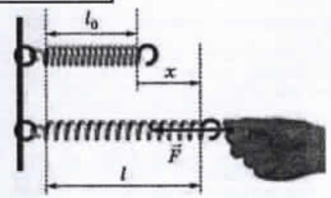


Рисунок 18.3

Внутренняя сила, возникающая в направлении, противоположном направлению деформации, когда тело деформируется, называется силой упругости. Поскольку сила упругости всегда направлена в направлении, противоположном направлению деформации, эта сила притягивает пружину внутрь при растяжении и, наоборот, выталкивает ее наружу при сжатии (рис.18.4-а). Так как при увеличении приложенного к пружине усилия на равные величины увеличивается и абсциссное удлинение (рис.18.4-б). Отсюда следует вывод, что сила упругости прямо пропорциональна абсолютной деформации, т. е. сила, приложенная к растяжению пружины, имеет линейную зависимость от величины деформации (рис.18.4-в). Закон, описывающий эту линейную связь, является законом Гука.

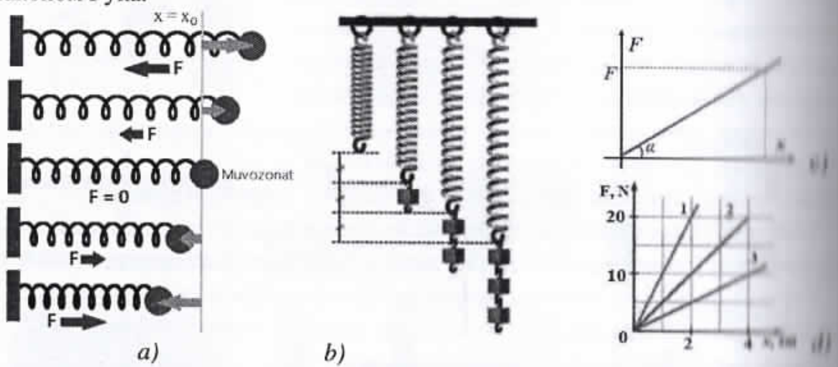


Рисунок 18.4

Закон Гука: сила упругости прямо пропорциональна абсолютной деформации и направлена в направлении, противоположном направлению деформации.

$$\boxed{F=-k\cdot\Delta\ell \quad yoki \quad F=-k\cdot x} \qquad (18.2)$$

Здесь: $\boxed{k=\frac{F}{x}=tg\alpha\left[\frac{H}{м}\right]}$ – коэффициент упругости пружин.

Из рис 18.4 видно, что график зависимости силы и абсолютной деформации равны, так как тангенс угла, образованный графиком и горизонталью, дает коэффициент упругости. Следовательно, чем больше угол на этом графике, тем больше коэффициент упругости. Следовательно, 18.4-d $k_1>k_2>k_3$ будет на рисунке.

Кривизна указывает на то, насколько пружина или стержень способны противостоять внешнему воздействию. Другими словами, для деформации пружины или стержня с большей выпуклостью требуется большая сила, что означает, что выпуклые тела не могут легко изменить свою форму или деформироваться.

Помимо кривизны, существует величина, называемая механическим напряжением, которая характеризует силу, действующую на поверхность.

Физическая величина, равная отношению силы, приложенной [illegible] к поперечному сечению стержня, к поверхности сечения, называется механическим напряжением (напряжением).

$$\boxed{\sigma=\frac{F}{S}} \qquad (18.3)$$

Единица измерения механического напряжения

Единица измерения механического напряжения $\left[\frac{H}{м^2}\right]$ или $[Па]$. Это единица измерения давления в твердом теле. Действительно, в жидкостях и газах величина $\frac{F}{S}$ является мерой давления. Но в твердых телах эта величина называется механической напряжениям, потому что она характеризует внутреннее напряжение материалов.

Зависимость механического напряжения от вида материала и относительной деформации будет:

Зависимость механического напряжения от вида материала и относительной деформации будет:

$$\boxed{\sigma=E\cdot|\varepsilon|} \qquad (18.4)$$

Где E – модуль упругости материала при продольной деформации, или так называемый модуль Юнга. Модуль упругости указывает, какое [illegible] напряжение возникает на материале, когда стержень [illegible] в два раза (даже если закон Гука сохраняется). Модуль [illegible] зависит от от типа материала. Например, для железа, хрома, [illegible] модуль упругости имеет примерно равное значение.

$$\boxed{E_{сталь}=E_{никель}=E_{хром}=2{,}1\cdot10^{11}\ Па} \qquad (18.5)$$

Если приравнять формулы механических напряжений, то из этого [illegible] формулу упругой силы. Из этой формулы мы получаем формулу [illegible] от типа материала и геометрических размеров.

Таким образом, сила упругости, возникающая при деформации стержня, [illegible] упругости от вида материала и геометрических размеров.

Если $\sigma=\frac{F}{S}$ va $\sigma=E\cdot|\varepsilon|$ если приравняем формулы механических напряжений, то формула сила упругости имеет вид $F=SE|\varepsilon|=\frac{SE}{\ell_0}\cdot\Delta\ell=k\cdot\Delta\ell$.

Из этой формулы мы получаем формулу зависимости упругости от типа материала и геометрических размеров $k=\frac{SE}{\ell_0}$.

Таким образом, сила упругости, возникающая при деформации стержня, [illegible] упругости от вида материала и геометрических размеров.

$$\boxed{F_{elas}=\frac{SE}{\ell_0}\cdot\Delta\ell=k\cdot\Delta\ell\,,\qquad k=\frac{SE}{\ell_0}}\qquad(18.6)$$

Используя приведенную выше формулу, можно вывести несколько частных формул. Давайте проверим, как изменяется кривизна, а также абсолютное и относительное удлинение, если длину стержня или проволоки уменьшить в разы. В качестве примера можно взять проволоку, на которой висит груз, и разделить ее на n равных частей, а начальную нагрузку повесить на одну из частей проволоку. При этом поперечное сечение проволоки не изменяется, а его длина уменьшается в n раз.

$$k_1=\frac{SE}{\ell_{01}},\ \Rightarrow\ k_2=\frac{SE}{\ell_{02}}=\frac{SE}{\ell_{01}/n}=n\frac{SE}{\ell_{01}}=nk_1$$

В обоих случаях сила, действующая на провод, является весом груза.

Относительное удлинение будет равно:

$$F_1=F_2=mg\ ,\ \rightarrow\ k_1\Delta\ell_1=k_2\Delta\ell_2\ ,\ \rightarrow\Delta\ell_2=\frac{k_1}{k_2}\Delta\ell_1=\frac{k_1}{nk_1}\Delta\ell_1=\frac{\Delta\ell_1}{n}$$

Таким образом, если взять проволоку, на которой висит груз, и разделить ее на n равных частей, а на одну из частей повесить предыдущую нагрузку, то получается, что кривизна, абсолютное удлинение и относительное удлинение изменяются следующим образом:

Относительное удлинение равно: $\varepsilon_1=\frac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}}\,,\quad\varepsilon_{21}=\frac{\Delta\ell_2}{\ell_{02}}=\frac{\Delta\ell_1/n}{\ell_{01}/n}=\frac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}}=\varepsilon_1$

Таким образом, если взять проволоку, на которой висит груз, и разделить ее на n равных частей, а на одну из частей повесить предыдущую нагрузку, то получается, что кривизна, абсолютное удлинение и относительное удлинение изменяются следующим образом:

$$\boxed{k_2=nk_1\ ,\qquad\Delta\ell_2=\frac{\Delta\ell_1}{n},\qquad\varepsilon_2=\varepsilon_1}\qquad(18.7)$$

Давайте проверим, как изменяется кривизна, абсолютное и относительное удлинение, если длину стержня или проволоки уменьшить в разы, а поверхность увеличить в столько раз. В качестве примера можно взять проволоку, на которой висит груз, и разделить ее на n равных частей, сформировав из кусочков одну обмотку, на которую будет подвешен начальный груз. При этом поперечное сечение верёвки увеличивается в n раз, а ее длина уменьшается в n раз. Коэффициент пропорциональности будет.

$$k_1=\frac{S_1E}{\ell_{01}},\ \rightarrow\ k_2=\frac{S_2E}{\ell_{02}}=\frac{nS_1E}{\ell_{01}/n}=n^2\frac{S_1E}{\ell_{01}}=n^2k_1$$

В обоих случаях сила, действующая на проволоку, будет равна весу груза

$$F_1=F_2=mg\ ,\ \rightarrow\ k_1\Delta\ell_1=k_2\Delta\ell_2\ ,\ \rightarrow\ \Delta\ell_2=\frac{k_1}{k_2}\Delta\ell_1=\frac{k_1}{n^2k_1}\Delta\ell_1=\frac{\Delta\ell_1}{n^2}$$

В то время как относительное удлинение будет равно:

$$\varepsilon_1=\frac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}}\,,\ \rightarrow\ \varepsilon_2=\frac{\Delta\ell_2}{\ell_{02}}=\frac{\Delta\ell_1/n^2}{\ell_{01}/n}=\frac{1}{n}\frac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}}=\frac{\varepsilon_1}{n}$$

Таким образом, если взять проволоку, на которой висит нагрузка, и разделить ее на n равных частей, а затем сформировать одну обмотку, а затем повесить предыдущую нагрузку на ту же обмотку, то кривизна, абсолютное удлинение и относительное удлинение изменяются следующим образом:

$$\boxed{k_2=n^2k_1\,,\qquad\Delta\ell_2=\frac{\Delta\ell_1}{n^2},\qquad\varepsilon_2=\frac{\varepsilon_1}{n}}\qquad(18.8)$$

Параллельное и последовательное соединение пружин:

Во многих сферах нашей жизни, включая машиностроение, авиацию, [illegible] и другие, в различных механизмах используются не только [illegible] пружины, но и пружинная система. Пружинная система состоит из последовательного и параллельного соединения нескольких пружин. При последовательном и параллельном соединении пружин возникает необходимость в определении результирующей кривизны. Выведем формулу для определения общей кривизны при последовательном или параллельном соединении нескольких пружин.

Сначала давайте посмотрим на случай, если она соединена последовательно. В этом случае, поскольку пружины расположены последовательно, вес подвешиваемого груза действует на каждое поперечное сечение, что означает, что сила на каждой пружине равна его весу.

$$F_{общ}=F_1=F_2=F_3=....=F_n$$

Растяжение пружинной системы равно сумме растяжений каждой пружины.

$$\Delta\ell_{общ}=\Delta\ell_1+\Delta\ell_2+\Delta\ell_3+....+\Delta\ell_n$$

Отсюда найдем кривизну пружинной системы.

$$\begin{cases}\Delta\ell_{общ}=\Delta\ell_1+\Delta\ell_2+\Delta\ell_3+....+\Delta\ell_n\\F_{общ}=F_1=F_2=F_3=....=F_n\end{cases},\ \Rightarrow\ \frac{F_{общ}}{k_{общ}}=\frac{F_1}{k_1}+\frac{F_2}{k_2}+\frac{F_3}{k_3}+...+\frac{F_n}{k_n}\,,\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{k_{общ}}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_3}+...+\frac{1}{k_n}$$

Таким образом, при последовательном соединении пружин $k_1, k_2, k_3, ...\ k_n$ их общий коэффициент пропорциальности будет даже меньше, чем наименьший коэффициент пропорциальности в данных коэффициентах пропорциональности (рис.18.5-а).

$$\boxed{\frac{1}{k_{общ}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + ... + \frac{1}{k_n}} \qquad (18.9)$$

Из приведенной выше формулы следует, что при последовательном соединении пружин с одинаковыми по величине упругостями общий коэффициент упругостями определяется так:

$$\boxed{k_{общ} = \frac{k}{n}} \qquad (18.10)$$

Теперь давайте посмотрим на случай параллельного соединения. При этом груз должен висеть над центром тяжести параллельных сил. Так как подвесную нагрузку несут все пружины вместе, то сила тяжести распределяется на все пружины, $F_{общ} = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n$ т. е.. Абсолютное удлинение в каждой пружине взаимно равны, и это удлинение также равно удлинению системы пружин.

$$\Delta\ell_{общ} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell_3 = ... = \Delta\ell_n$$

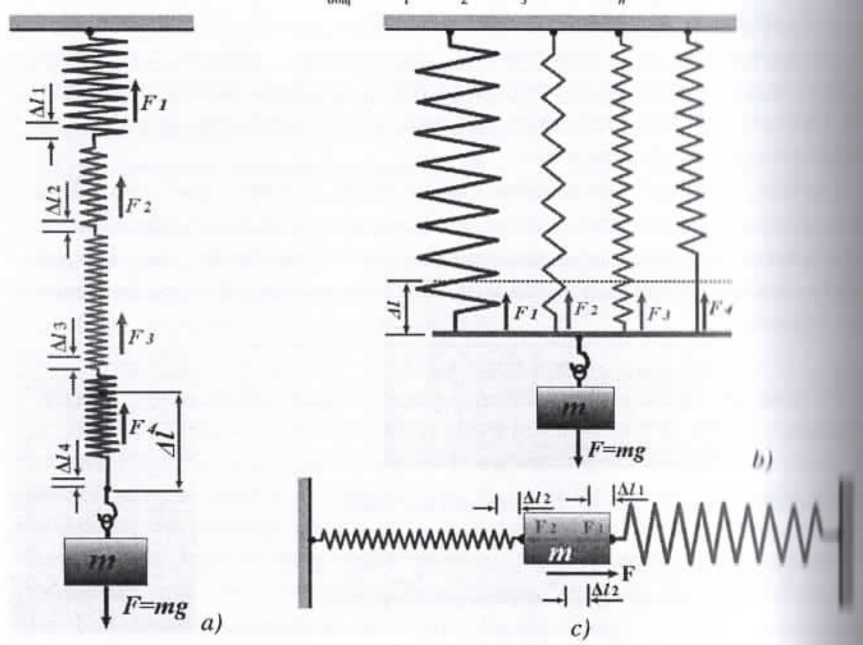


Рисунок 18.5

Из них находим коэффициент упругости пружинной системы.

$$\begin{cases} \Delta\ell_{общ} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell_3 = ... = \Delta\ell_n \\ F_{общ} = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n \end{cases}; \Rightarrow k_{общ}\Delta\ell_{общ} = k_1\Delta\ell_1 + k_2\Delta\ell_2 + k_3\Delta\ell_3 + ... + k_n\Delta\ell_n, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{общ} = k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n$$

Таким образом, получается,что при параллельном соединении пружин с [illegible] коэффициентам упругости общая коэффициент упругости $k_1, k_2, ... k_n$ будет даже больше, чем наибольшая коэффициент упругости в [illegible] (рис.18.5-б).

$$\boxed{k_{общ} = k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n} \qquad (18.11)$$

Из приведенной выше формулы следует, что при параллельном [illegible] пружин с одинаковыми упругостями общий коэффициент [illegible] определяется с формулой:

$$\boxed{k_{um} = nk} \qquad (18.12)$$

Давайте проверим, какова общая упругости, если тело сжато между двумя [illegible]. В этом общая упругост подобна нахождению общей упругости [illegible] параллельно соединенных пружин. Потому что и в этом случае обе [illegible] вместе противостоят внешнему воздействию, т. е. внешняя сила [illegible] сил упругости в пружинах $F_{общ} = F_1 + F_2$, т. е.. Абсолютное [illegible] в каждой пружине взаимно равно, и это удлинение будет равно [illegible] системы пружин $\Delta\ell_{общ} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2$. Из них определим упругости [illegible] системы.

$$\begin{cases} \Delta\ell_{общ} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 \\ F_{общ} = F_1 + F_2 \end{cases}; \quad \rightarrow \quad k_{um}\Delta\ell_{um} = k_1\Delta\ell_1 + k_2\Delta\ell_2, \quad \rightarrow \quad k_{um} = k_1 + k_2$$

Таким образом, общая упругости для случая, когда тело закреплено [illegible] двумя пружинами, составляет

$$\boxed{k_{общ} = k_1 + k_2} \qquad (18.13)$$

[illegible] определяется по формуле.

[illegible] растяжения:

[illegible] цилиндрический стержень определенной длины и приложив к нему [illegible] силу вдоль оси, он начинает растягиваться. Если перейти к [illegible] растягивающей силы и абсолютного удлинения, приложенных [illegible], а затем построить график их соединения, то образуется график на [illegible] 18.6. С помощью этого графика мы познакомимся со важными [illegible]

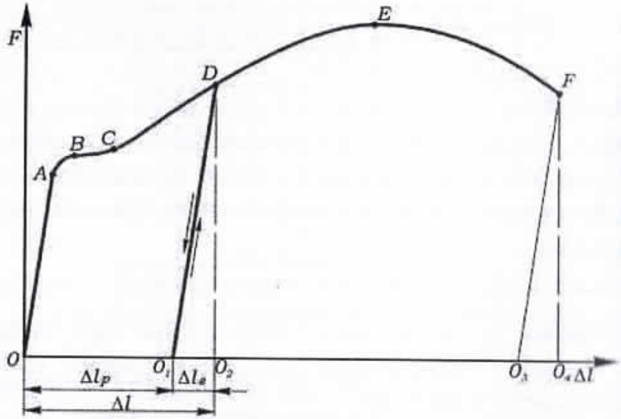


Рисунок 18.6

OA – это полностью выполнимая зона Закон Гука, в которой с увеличением силы удлинение также линейно увеличивается;

A – последний предел пропорциональности;

AB – зона упругости, в этой зоне наблюдается искривление, но остаточная деформация отсутствует. При удалении силы из произвольной точки в этой зоне стержень полностью возвращается в свое положение на кривой BAO;

B – последний предел упругости;

BC – зона утечки, в этой зоне происходит самопроизвольное растяжение, даже если сила не увеличивается;

В точке C утечка прекращается;

CDE – кривая представляет собой нелинейную зону, где растяжение происходит нелинейно с увеличением силы;

D – это предел прочности, который нельзя поддерживать, если растягивать стержень до тех пор, пока он не достигнет этой точки. При самопроизвольном уменьшении силы стержень также самопроизвольно растягивается по кривой EF, в стержне образуется горлышко, и стержень отсоединяется;

E – точка разрыва.

Отдельно следует отметить, что если отпустить стержень в произвольной точке кривой от точки B до точки E (убрать усилие), то стержень возвращается на след параллельно прямой OA. Допустим, если отпустить стержень из произвольной точки D, то стержень возвращается к своей траектории по прямой DO_1, параллельной прямой OA, и пересекается с осью абсцисс в точке. В результате остаточная деформация возникает из-за того,

что стержень не может вернуться в исходную точку O. Где $\Delta\ell_p = OO_1$ – пластическая деформация, т. е. остаточная деформация, $\Delta\ell_e = O_1O_2$ – упругая деформация.

Вопросы по теме:

1. *Что такое деформация и какие бывают ее виды?*
2. *Объясните закон Гука и запишите его формулу.*
3. *Дайте определение механическому напряжению, запишите его единицу измерения и формулу.*
4. *Как определяется общая кривизна при последовательном и параллельном соединении пружин?*

Решение задач:

1. С каким ускорением перемещать коляску массой 22,5 кг по горизонтальной оси, чтобы невесомая пружина с упругости 600 Н/м растянулась на 9 см? (без учета трения).

Решение:

Сила инерции создается силой упругости.

$$F_{in} = F_e, \ \rightarrow \ ma = kx, \ \rightarrow \ a = \frac{kx}{m} = \frac{600\,Н/м \cdot 0{,}09\,м}{22{,}5\,кг} = 2{,}4\,\frac{м}{с^2}$$

Ответ: 2,4 м/с²

2. Пружина, длина которой была равна ℓ, а упругости равна k, была разделена на две част, которые имели длины $\ell_1 = \frac{3}{4}\ell$ и $\ell_2 = \frac{1}{4}\ell$. Найдите упругости каждой части пружин.

Решение:

По формуле упругости была первоначальная упругость равен $k = \frac{SE}{\ell}$.

Упругости первого отрезка длины при делении пружины на две части $\ell_1 = \frac{3}{4}\ell$, $k_1 = \frac{SE}{\ell_1} = \frac{SE}{\frac{3}{4}\ell} = \frac{4}{3}\frac{SE}{\ell} = \frac{4}{3}k$ *а, длина второго отрезка* $\ell_1 = \frac{1}{4}\ell$, $k_1 = \frac{SE}{\ell_1} = \frac{SE}{\frac{1}{4}\ell} = 4\frac{SE}{\ell} = 4k$ *равен.*

Ответ: $k_1 = \frac{4}{3}k$; $k_2 = 4k$

Мы все прекрасно знаем, что любое движущееся тело движется и останавливается. Это сила трения, возникающая на поверхностях движения тел.

Сила, возникающая в противоположном направлении движения тел из-за трения контактных поверхностей, соприкасающихся друг с другом, называется силой трения.

Существуют следующие виды силы трения: 1) сила трения покоя; 2) сила трения скольжения; 3) трение при качении.

Сила трения в покое:

Сила трения покоя – это сила сопротивления, которая возникает до того, как тело начинает двигаться. Сила трения покоя также называется статической силой трения.

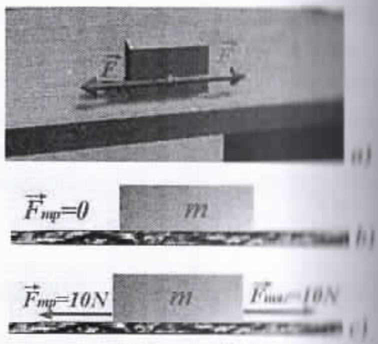


Рисунок 19.1

Сила, притягивающая тело, направлена в противоположном направлении с той же силой, что и сила трения в покое. Сила трения покоя-это сила, направленная против силы тяжести, которая количественно равна силе притяжения, приложенной для перемещения тела по поверхности (рис.19.1-а). Если на тело, стоящее на горизонтальной поверхности, не приложено никаких сил, то есть сила притяжения вдоль поверхности равна нулю,то сила трения покоя также равна нулю (рис.19.1-б). Если приложена сила $F_{тяг}=10\ N$, направленная вдоль, и при этом тело находится в покое, то сила трения покоя также будет равна силе $F_{тр}=10\ N$, направленной в противоположную сторону (рис.19.1-в).

Мы часто неосознанно используем силу трения в жизни. Например, когда мы идем или бежим, наши ноги опираются на землю, что позволяет нам сделать шаг вперед. Сила трения покоя у основания наших ног удерживает наши ноги от скольжения назад в направлении нашего движения. При этом сила трения покоя равна по величине силе отталкивания наших ног от Земли и направлена в противоположную сторону (рис.19.2-а). Точно так же, когда транспортные средства поворачиваются на изогнутых или кольцевых участках дорог, центробежная сила, направленная наружу от центра жёсткость по радиусу, количественно равна и удерживается силой трения покоя, направленной против (к центру жёсткость). Та же самая сила трения

покоя удерживает транспортные средства от скольжения по радиусу и наружу (рис.19.2-б).

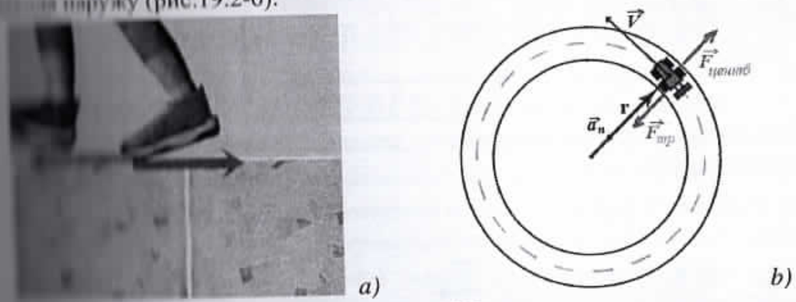


Рисунок 19.2

Это означает, что сила трения покоя удерживает тело в одном месте и направлена против него, предотвращая возможное движение.

Иными словами, чтобы найти силу трения покоя, необходимо выполнить следующие три действия:

1) проверяется, чтобы тело спокойно стояло на поверхности;

2) определяется величина силы, действующей на тело вдоль поверхности;

3) на притягивающее тело действует сила трения покоя, численно равная и противоположная направлению.

Сила трения скольжения:

Если брусок лежит на небольшой наклонной поверхности, сила трения покоя удерживает брусок от скольжения вниз по склону. Если угол наклона увеличить, то на определенном значении угла, брусок начнет скольжение, равномерно перемещаясь по поверхности. Точно так же, когда мы медленно тянуть через динамометр тело, которое находится в покое на горизонтальной поверхности, сначала тело остается в покое. Но показания динамометра достигают такого значения, при котором тело начнет двигаться по поверхности. Эта сила является максимальным значением силы трения в покое. При этом значении тело начинает двигаться вдоль поверхности.

Сила трения скольжения является последним пределом силы трения покоя и является силой, необходимой для перемещения тела. Силу трения скольжения также называют динамической силой трения.

Сила трения скольжения не зависит от величины поверхности, соприкасающейся поверхности, а только пропорциональна силе давления, которое тело оказывает на поверхность в вертикальном положении. Сила давления, действующая вертикально на поверхность, в количественном выражении равна силе реакции N поверхности, направление которой противоположно направлению. Он имеет вид $N=mg$ будет на горизонтальной дорожке.

На горизонтальной поверхности сила трения скольжения будет равна (рис. 19.3):

$$\boxed{F_{тр} = -\mu N = -\mu m g} \qquad (19.1)$$

Знак минус в формуле означает, что сила трения всегда направлена против движения.

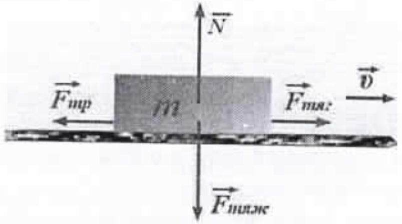


Рисунок 19.3

Рисунок 19.4

Коэффициент трения является безразмерной величиной и указывает, какую часть веса тела составляет сила, необходимая для перемещения тела, лежащего на горизонтальной поверхности (рис.19.4).

$$\boxed{\mu = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{F_{тяг}}{N} = \frac{\Delta m}{m}} \qquad (19.2)$$

Задача: Например, на рисунке 19.4 приведена масса тела $m=4$ кг, лежащего на поверхности, и коэффициент трения равен $\mu = \frac{\Delta m}{m} = \frac{1кг}{4кг} = 0,25$, если это тело приводится в движение со своего места висящей на нем нагрузкой $\Delta m = 1кг$. Это означает, что сила, необходимая для перемещения тела, составляет 0,25 от веса тела, то есть 25%.

В таблице 19.1 ниже приведены значения коэффициентов трения для некоторых материалов.

19.1-таблица

Материалы	*Коэффициент трения*
Дерево с деревом	*0,25*
Бетон с резиной	*0,75*
Чугунная шкив с кожаным ремешком	*0,56*
Сталь со сталью	*0,2*

В то время как сила трения покоя имеет переменное значение, сила трения скольжения имеет одно значение, определяемое по формуле $F_{тр} = -\mu N$. Другими словами, сила трения в покое также может быть выражена как:

$$\boxed{0 \le F_{стат} < F_{дин} \quad \text{или} \quad 0 \le F_{стат} < \mu N} \qquad (19.3)$$

Из-за трения детали станка нагреваются, часть механической работы уходит на преодоление трения, детали нагреваются. В таких случаях трение считается вредным и его стараются максимально уменьшить. Для этого трущиеся поверхности смазывают или заменяют на скользящие тела.

В природе также много полезных особенностей силы трения. Если автомобиль спокойно стоит на абсолютно гладкой поверхности, скажем, на льду, он никогда не сможет сдвинуться с места, если едет, он никогда не остановится. Потому что между колесными шинами и землей нет трения. На асфальтированных дорогах сила трения между шиной и землей при разгоне автомобиля направлена в сторону движения, а при замедлении-в противоположную сторону от движения. Благодаря трению мы можем закручивать болты, поднимать предмет с земли и носить его в руках. В таких во многих случаях возникает потребность в увеличении трения. Мы сушим, если руки влажные, мы посыпаем песком, когда дороги замерзают, и т. д.

Сила трения качения :

Сила трения качения – упругость поверхностей-это сила сопротивления, возникающая не из-за упругости, а из-за деформации. Другими словами, сила трения скольжения возникает, когда одно тело скользит по поверхности другого тела. При этом поверхности обоих тел подвергаются деформации с определенной степенью деформации (рис.19.5).

Деформацию можно разделить на следующие проявления:

1. Если поверхность абсалютная твердая, колесо деформируется из-за собственного веса.
2. Если колесо является абсалютно твердым, то от веса колеса поверхность деформируется, то есть раздавливается.
3. Если и поверхность, и колесо являются абсолютно твердыми, деформации не наблюдается, и, следовательно, сила сопротивления качению не возникает. Вращающееся тело движется по прямолинейной траектории непрерывной.
4. Если и поверхность, и колесо деформированы, сопротивление качению возникает из-за деформации поверхности и колеса. Ни одно тело в природе не является абсолютно твердым. При всех прокатах в обычных условиях и поверхность, и колесо в определенной степени деформируются, давятся.

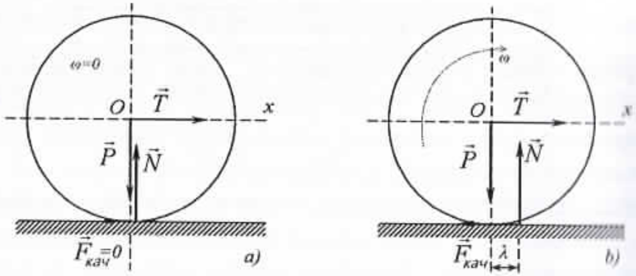


Рисунок 19.5

Оказывается, что сила трения при вращении прямо пропорциональна весу вращающегося тела и обратно пропорциональна его радиусу. Потому что тело с большой массой трудно округлить, а также тело с большим радиусом может быть легко округлен. Поэтому силу трения при качении можно записать как $F_{качен} \sim \frac{mg}{R}$. При переходе от пропорциональности к равенству вводим коэффициент λ, известный как коэффициент трения при округлении. Тогда величина силы трения при вращений равна следующему математическому выражению:

$$\boxed{F_{качен} = \lambda \frac{mg}{R}} \qquad (19.4)$$

Из Формулы также видно, что коэффициент трения λ при скольжении имеет размерность длины, а не размерность, как коэффициент трения скольжения. В качестве единицы измерения коэффициента трения при качении принят [см] сантиметр. 19.5-б, как видно из рисунка, λ величина *раздавить*. Когда движущееся тело или колесо не катятся, деформированная в результате дробления часть поверхности симметрична относительно силы тяжести, приложенной к массе колеса. Кроме того, сила реакции $\vec{N}$, приложенная к центру дробления поверхности, лежит точно на той же линии, что и сила тяжести $\vec{P}$, и направлена в противоположном направлении на величину λ, равную ей. В результате для неподвижного колеса сила трения при вращении будет равна нулю (рис.19.5-а). Теперь, когда колесо начинает вращаться, центр дробления смещается в сторону движения, поэтому сила реакции поверхности, помещенной в центр дробления, также смещается на некоторое расстояние в сторону $\vec{N}$ движения. Тогда и так как между силами образуется плечо, равное λ, то эта пара сил создает вращающий момент против движения $M = N\lambda = P\lambda = mg\lambda$. Чтобы преодолеть это сопротивление, необходимо приложить тяговое усилие $\vec{T}$ к оси колеса. Эта сила пропорциональна $M = TR = F_{качен}R$ равна силе трения при вращении

$F_{качен} = \frac{mg\lambda}{R} = \frac{\lambda}{R}mg$ и направлена в противоположном направлении. Сила тяги [illegible] движущий момент $F_{качен}R = mg\lambda$ а из формулы следует сила трения при вращении $F_{качен}R = mg\lambda$.

Часто при решении задач принимают безразмерную величину $\frac{\lambda}{R}$, [illegible] коэффициенту трения скольжения f, и получают силу трения при скольжении, эквивалентную коэффициенту трения скольжения. Тогда [illegible] трения при качении можно будет писать в виде:

$$\boxed{F_{mp} = -\frac{\lambda}{R}mg = -f\,m\,g} \qquad (19.5)$$

Где f – коэффициент сопротивления качения, который указывает, с [illegible] какой силы на участке собственного веса колесо может катиться. А [illegible] всегда указывает направление, противоположное движению.

[illegible] напомнить, что коэффициент качения f принимает меньшие [illegible], чем коэффициент скольжения μ, от 6-8 до даже *10–15* раз. В этом [illegible] можно убедиться из следующего опыта: легковой автомобиль может [illegible] двигаться, отталкиваясь от взрослого. Но даже при толкании *8–10* [illegible] с ручным тормозом эту машину вряд ли удастся сдвинуть с места. [illegible], коэффициент трения между сталью и сталью находится в [illegible] *μ=0,2*, в то время как стальное колесо катится по стальной [illegible] *f=0,01–0,02*.

[illegible] мы ознакомились с тремя видами силы трения. Эти три типа [illegible] относятся к типу внешнего трения. Существует также тип трения, [illegible] внутренним трением, которое препятствует движению между [illegible] жидкости и газа. С этим мы познакомимся в следующих главах.

[illegible] ***движения и сила трения в разных случаях:***

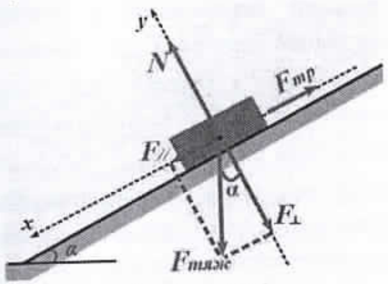


Рисунок 19.6

В формуле, которую мы написали [illegible] для трения скольжения $F_{mp} = -\mu N$, [illegible] прижимная сила N к [illegible] и формула $N=mg$, которая [illegible] для горизонтальной [illegible], не могут быть [illegible] везде. Сила давления, [illegible] на поверхность в [illegible] положении, может [illegible] различные формы в [illegible] от подачи материала. Ниже мы рассмотрим несколько случаев:

Если тело стоит на наклонной поверхности, мы разделим силу тяжести mg на два, то есть параллельные плоскости $F_{//}$ и $F_{\perp}$ составляющие перпендикуляр. Сила $F_{//}$ притягивает тело вниз по склону, в то время как сила $F_{\perp}$ прижимает тело вертикально к поверхности. Следовательно, сила реакции поверхности равна силе давления в количественном выражении, т. е. будет. Ниже приведена сила давления $N = F_{\perp}$ и силы статического и динамического трения (рис.19.6).

$$\boxed{\begin{array}{l} \begin{cases} N = F_{\perp} = m g \cos\alpha \\ F_{//} = m g \sin\alpha \end{cases} \\ \text{Если } \begin{cases} \vartheta = 0 \\ \vartheta \neq 0 \end{cases}, \text{ то } \begin{cases} F_{cmam} = m g \sin\alpha \\ F_{дин} = \mu m g \cos\alpha \end{cases} \text{ будет} \end{array}} \tag{19.6}$$

Если тело сжимается на вертикальной поверхности с помощью пружины, сила упругости $F_{элас}$ пружины прижимает тело к вертикальной поверхности в вертикальном положении. При этом сила реакции поверхности в количественном выражении равна силе упругости пружины, $N = F_{элас} = kx$ будет. А сила тяжести тянет тело вниз по вертикальной поверхности. Ниже приведены силы давления и силы статического и динамического трения (рис. 19.7):

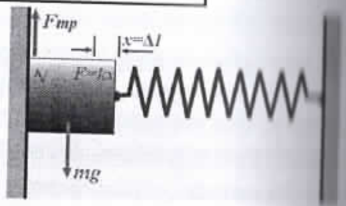


Рисунок 19.7

$$\boxed{\begin{array}{l} N = F_{элас} = k x \\ \text{Если } \begin{cases} \vartheta = 0 \\ \vartheta \neq 0 \end{cases}, \text{ то } \begin{cases} F_{stat} = m g \\ F_{dinam} = \mu N = \mu k x \end{cases} \text{ будет} \end{array}} \tag{19.7}$$

Если магнитное тело прилипает к вертикальной стальной поверхности с помощью магнитной силы, магнитная сила F_{mag} прижимает магнитное тело вертикально к вертикальной поверхности. Сила реакции поверхности в количественном выражении равна магнитной силе, т. е. $N = F_{mag}$ будет. А сила тяжести тянет тело вниз по вертикальной поверхности. Ниже приведена сила давления и силы статического и динамического трения (рис. 19.8):

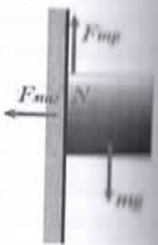


Рисунок 19.8

$$\boxed{\begin{array}{l} N = F_{маг} \\ \text{Если } \begin{cases} \vartheta = 0 \\ \vartheta \neq 0 \end{cases}, \text{ то } \begin{cases} F_{cmam} = m g \\ F_{дин} = \mu N = \mu F_{маг} \end{cases} \end{array}} \tag{19.8}$$

[illegible] сопротивления среды:

[illegible] движению, даже когда тело движется в воздухе или в [illegible] появляется разрушительная сила. На эту силу воздействуют [illegible] воздуха или жидкости. Эту силу называют силой сопротивления [illegible].

[illegible] главное отличие силы сопротивления среды от силы трения [illegible] в том, что в покое нет силы трения. Тело, плавающее в воздухе [illegible] жидкости, может быть сдвинуто с места даже с небольшой силой. [illegible] сил сопротивления и трения заключается в том, что обе силы [illegible] направлены против направления движения.

[illegible] показывают, что силы сопротивления зависят от скорости среды. [illegible] относительно малых скоростях оказывается, что сила сопротивления [illegible] пропорциональна первому уровню скорости.

$$\boxed{F_{сопр} = \alpha \vartheta} \tag{19.9}$$

[illegible] выше формулу можно использовать для определения [illegible] камня, брошенного в воду.

$$\boxed{\vartheta_{max} = \frac{mg}{\alpha}} \tag{19.10}$$

[illegible] скоростях сила сопротивления среды пропорциональна [illegible] скорости.

$$\boxed{F_{сопр} = \beta \vartheta^2} \tag{19.11}$$

[illegible] выше формулу можно использовать для расчета силы [illegible] ветра движущемуся автомобилю или парашютисту, [illegible] с высоты. В этом парашютист больше всего может набирает [illegible].

$$\boxed{\vartheta_{max} = \sqrt{\frac{mg}{\beta}}} \tag{19.12}$$

[illegible], что коэффициенты α и β зависят от свойств газа или [illegible] размеров и формы движущегося тела. Например, он зависит от [illegible] жидкости или газа, от поверхности тела, на которую он смотрит, и [illegible] насколько выпуклой является его передняя часть. Коэффициенты α и [illegible] в том, какая сила сопротивления действует на тело при скорости [illegible].

Вопросы по теме:

1. *[illegible] сила трения в покое, каково ее математическое выражение?*
2. *[illegible] сила трения скольжения, каково ее математическое*

выражение?

3. Что такое сила трения при качении, каково ее математическое выражение?
4. Какова нормальная сила реакции?
5. Напишите выражение нормальной силы реакции для тела на наклонной поверхности
6. Запишите нормальную силу реакции для тела, закрепленного пружиной на вертикальной поверхности
7. Что такое сила сопротивления среды и чем она отличается от силы трения?
8. Запишите силу сопротивления, действующую на телы, движущиеся в среде с более медленными скоростями, а также с большей скоростью

Решение задач:

1. *Кусок доски массой 1 кг сжимается в Искандере с силой 500 Н. Коэффициент трения между троном и Искандером μ=0,4. Какова сила трения, действующая на доску в данной ситуации (N)? g=10 m/s².*

A) 200 B) 400 C) 40 D) 10 E) 20

Дано:	*Решение:*
$m = 1$кг $F = 500$Н $\mu = 0{,}4$	*Сила, которая стремится привести доску в движение, это собственный вес доски. Поэтому сила трения в покое должна уравновешивать его вес.*
$F_{тр}$	$F_{mp} = mg = 1 \cdot 10 = 10\ H$ $F_{mp} = 10\ H$

Ответ: D) 10

2. *Бетонная плита весом 180 кН равномерно движется по поверхности земли. Сила тяги составляет 54 кН и направлена горизонтально. Найти коэффициент трения.*

Дано:	*Решение:*
$P = 180$кН $F = 54$кН	*Поскольку бетон движется равномерно, сила тяжести и скольжения равны силе трения.*
$\mu = ?$	$F = F_{ishq} = \mu N = \mu P, \ \rightarrow \ F = \mu P, \ \rightarrow$ $\mu = \frac{F}{P} = \frac{54}{180} = 0{,}3$

Ответ: 0,3.

§ 20. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ И НАКЛОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТРЕНИЯ.

Движение по горизонтальной поверхности под действием силы трения:

Тело, находящееся на горизонтальной поверхности, не может быть сдвинуто силой, меньшей, чем сила трения скольжения. При этом на тело действует такая сила трения покоя, которая направлена в противоположную сторону.

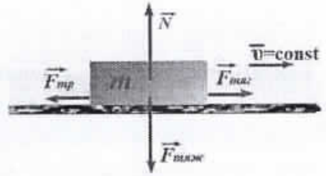


Рисунок 20.1

Сила тяги, необходимая для равномерного перемещения тела, стоящего на горизонтальной поверхности, должна быть равна силе трения скольжения (рис.20.1).

$$\boxed{F_{mяг} = F_{mp} = \mu m g} \quad (20.1)$$

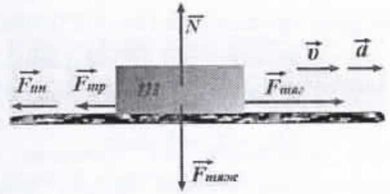


Рисунок 20.2

Для перемещения груза по горизонтальной поверхности с некоторым ускорением на тело действует сила, приложенная к нему, за исключением того, что скольжение преодолевает силу трения инерцию тоже [illegible]. Следовательно, сила тяги, необходимая для приведения в движение тела, стоящего на горизонтальной поверхности, с ускорением a от [illegible], равна сумме трения скольжения и сил инерции (рис.20.2).

$$\boxed{F_{mяг} = F_{mp} + F_{ин} = m(\mu g + a)} \quad (20.2)$$

Из-за силы трения любое движущееся тело (шайба на льду, катящийся [illegible] машина и т. д.) перестает двигаться. При этом сила трения [illegible] силу инерции. Эти силы равны по величине и направлены в противоположные стороны.

$$F_{mp} = F_{ин}, \rightarrow \ \mu m g = ma, \ \rightarrow a = \mu g$$

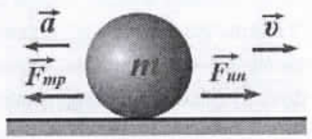


Рисунок 20.3

Следовательно, получается, что ускорение, вызванное действием силы трения на горизонтальной поверхности с коэффициентом трения μ, будет следующим (20.3):

$$\boxed{a = \mu g} \quad (20.3)$$

Если известно, что тело, движущееся со скоростью, остановилось на некотором расстоянии из-за трения дороги, то можно будет определить коэффициент трения дороги.

$$\mu=\frac{a}{g}=\frac{1}{g}\cdot\frac{|\vartheta^2-\vartheta_0^2|}{2s}=\frac{|0^2-\vartheta_0^2|}{2gs}=\frac{\vartheta_0^2}{2gs}$$

Таким образом, если бы тело с начальной скоростью ϑ_0 остановилось, пройдя путь s под действием силы трения, коэффициент трения был бы следующим:

$$\boxed{\mu=\frac{\vartheta_0^2}{2\,g\,s}} \qquad (20.4)$$

Теперь рассмотрим условия приведения тела в прямолинейное или ускоренное движение под действием силы тяжести, приложенной к телу, стоящему на горизонтальной поверхности, под некоторым углом.

Для начала рассмотрим условие приведения тела в прямолинейное движение под действием силы, приложенной под углом. Согласно 1-му закону Ньютона, это потому, что тело движется по прямой линии $\sum F_i=0$. Поэтому проекции сил на оси также должны быть равны нулю.

$$\begin{cases}\sum F_{i.x}=0\\ \sum F_{i.y}=0\end{cases},\ \rightarrow\ \begin{cases}F_x-F_{mp}=0\\ N+F_y-mg=0\end{cases},\ \begin{cases}F_{mp}=F_X\\ N=mg-F_y=mg-F\sin\alpha\end{cases}\ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ \begin{cases}F_{mp}=F_X=F\cos\alpha\\ F_{mp}=\mu N=\mu(mg-F\cdot\sin\alpha)\end{cases}$$

Отсюда следует, что если тело, спокойно находящееся на горизонтальной поверхности, равномерно притягивать к горизонту с помощью силы F, направленной под углом α к горизонту, то сила трения будет равна (рис. 20.4):

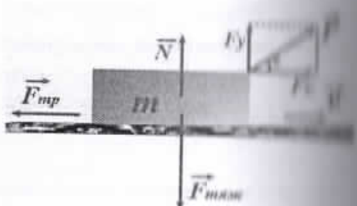


Рисунок 20.4

$$\boxed{\begin{cases}F_{mp}=F_x=F\cos\alpha\\ F_{mp}=\mu N=\mu(mg-F\sin\alpha)\end{cases}} \qquad (20.5)$$

По приведенной выше формуле можно определить коэффициент трения дороги, уравняв между собой силы трения.

Теперь рассмотрим условие, при котором тело под действием силы, приложенной под углом, движется с равномерным ускорением. Согласно 2-му закону Ньютона, это происходит потому, что тело движется по оси Ox прямолинейно равноускоренно $\sum\vec{F}_i=m\vec{a}$.

$$\boxed{\mu=\frac{F\cos\alpha}{m\,g-F\sin\alpha}} \qquad (20.6)$$

$$F_x=F_{mp}+F_{in},\ \rightarrow F_{mp}=F_x-F_{in}=F\cos\alpha-ma$$

[illegible] 1-му закону Ньютона, тело будет не двигаться по оси Oy только [illegible], что $\sum F_i=0$ по оси Oy. Поэтому проекция сил на Oy ось должна быть [illegible].

$$\sum F_{i,y}=0,\ \rightarrow\ N+F_y-mg=0,\ \rightarrow\ N=mg-F_y=mg-F\sin\alpha,\ \rightarrow$$
$$\rightarrow\ F_{mp}=\mu N=\mu(mg-F\cdot\sin\alpha)$$

[illegible] следует, что если тело, [illegible] на горизонтальной [illegible], под действием силы F, [illegible] вверх под углом α к [illegible], притягивается с ускорением а, [illegible] трения будет выглядеть [illegible] образом (рис. 20.5):

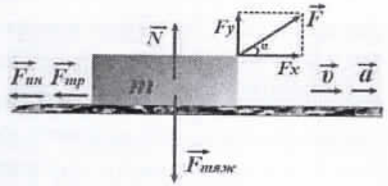


Рисунок 20.5

$$\boxed{\mu=\frac{F\cos\alpha-ma}{m\,g-F\sin\alpha}} \qquad (20.7)$$

[illegible] выше формуле можно определить коэффициент трения [illegible] между собой силы трения.

[illegible] или автомобиль движется по кольцевой или [illegible] дороге на горизонтальном участке дороги, то на них [illegible] центробежная сила инерции. Эта сила инерции поддерживается [illegible], направленной внутрь по радиусу как центробежная сила. [illegible] трения дороги больше, автомобиль или мотоцикл также [illegible] с большей скоростью. Если они находятся на замерзшей [illegible] поворачиваются с небольшой скоростью с гораздо большей [illegible]. Целью этого является предотвращение возникновения [illegible] силы, направленной по радиусу жёсткость.

[illegible] движется по кривой, [illegible] сила направлена за пределы [illegible]. [illegible] стремится вытолкнуть тело [illegible] траектории. А сила трения-это [illegible] с величиной, равной этой силе [illegible]

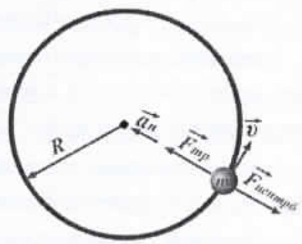


Рисунок 20.6

$$[illegible]\ \mu m g=\frac{m\vartheta^2}{R},\ \rightarrow\ \vartheta_{max}=\sqrt{\mu g R}$$

[illegible], что наибольшая скорость, с

которой автомобиль, движущийся по дороге с коэффициентом трения μ радиусом R, поворачивается без проскальзывания, равна (рис. 20.6):

$$\boxed{\vartheta_{max} = \sqrt{\mu g R}} \quad (20.8)$$

Можно привести формулы еще для многих частных случаев, касающихся движения тела на горизонтальной поверхности под действием силы трения. Во всех случаях достаточно знать, как правильно использовать законы Ньютона.

Движение по наклонной поверхности под действием силы трения.

Когда тело находится в состоянии покоя на наклонной поверхности, это тело находится в состоянии покоя под действием трех сил. Это силы тяжести $F_{тяж}$, сила трения $F_{тр}$ и нормальная поверхностная сила реакции N. Здесь геометрическая сумма этих трех сил будет равна нулю в соответствии с 1-м законом Ньютона, что означает, что многоугольник сил будет закрыт. Но здесь лучше использовать проекции сил. Проводим ось Ox, направленную вдоль косой поверхности, и ось Oy, перпендикулярную косой плоскости. Определим искомые величины, проецируя силы на эти оси. Так как движение происходит только по оси Oxy, то достаточно проецировать силы на ось Ox. Сила тяжести обычно делится на два составляющих. Это $F_{//}$ силы, которые тянут вниз по наклонному плоскостью и $F_{\perp}$ прижимают вертикально к поверхности.

Сила действующая вниз $F_{//}$ по наклонному плоскости также определяется как сила (нисходящая сила $F_{//}$ F_p (сила действующая вниз) (20.7-rasm).

Определим силы трения для тел, находящийся в состояние в покое и движущихся по наклонной поверхности. Следует еще раз напомнить, что на тело, находящееся в покое поверхностью, действует сила трения покоя, а на тело в покое-сила трения скольжения. Так как движение по оси Oy не происходит, то сумма проекций сил на эту ось должна быть равна нулю.

$$\sum \vec{F}_{i.y} = 0, \ \rightarrow \ N - F_2 = 0, \ \rightarrow \ N = F_2 = mg\cos\alpha$$

Составляющий силы тяжести на оси Ox всегда тянет тело вниз по склону. Если тело находится в покое на наклонной поверхности, то проекция всех сил на ось Ox равна нулю, т. е. $\sum \vec{F}_{i.x} = 0, \ \rightarrow \ F_1 - F_{тр} = 0$ Трение в этой точке считается трением покоя (статическое трение) и будет равно $F_{тр} = F_{//} = F_p = mg\sin\alpha$. Если тело движется по наклонной поверхности, то трение на ней считается трением скольжения (динамическим трением), т. е. $F_{тр} = \mu N = \mu F_{\perp} = \mu m g\cos\alpha$.

Таким образом, для тела массой m, находящийся на наклонной поверхности с уклоном α, сила давления N, сила тяги вниз по склону $F_{//}$ и сила трения $F_{тр}$ будут следующими (рис. 20.7):

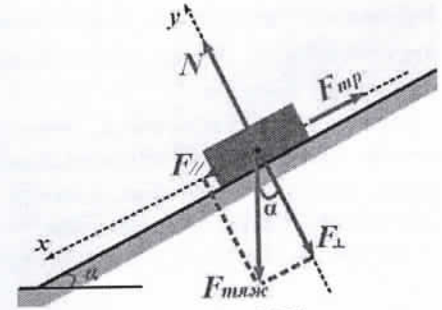


Рисунок 20.7

$$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_{//} = mg\sin\alpha \\ \begin{cases} F_{тр} = \mu m g\cos\alpha & -динам \\ F_{тр} = m g\sin\alpha & -стат \end{cases} \end{cases} \quad (20.9)$$

Если тело находится на более крутой наклонной поверхности, то тело начнет падать с некоторым ускорением. Давайте найдем ускорение, которое появляется в этом. Воспользуемся 2-м законом Ньютона.

$$ma = F_{//} - F_{ish}, \ \rightarrow \ ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha, \ \rightarrow$$
$$\rightarrow \ a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Следовательно, ускорение скольжения тела, стоящего на поверхности с трением, будет следующим (рис. 20.8):

$$\boxed{a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} \quad (20.10)$$

Если угол наклона поверхности постепенно увеличивать, то он достигнет такого предельного угла, при котором тело начнет плавно скользить вниз по склону. Угол начала скольжения можно найти, используя приведенную выше формулу. Для этого возьмем ускорение a=0.

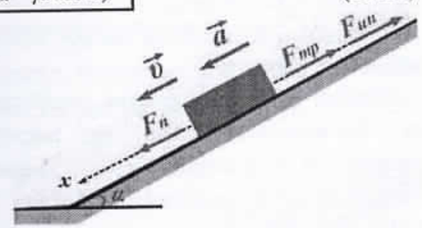


Рисунок 20.8

$0 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$, $\rightarrow$ $0 = \sin\alpha - \mu\cos\alpha$, $\rightarrow$ $\mu\cos\alpha = \sin\alpha$, $\rightarrow$ $\mu = tg\alpha$

Следовательно, при самопроизвольном движении тела на поверхности с коэффициентом трения μ условие плоского скольжения будет следующим:

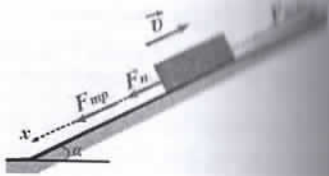
$$\boxed{\mu = tg\alpha_0 \quad или \quad \alpha_0 = arctg\mu} \quad (20.11)$$

Используя приведенную выше формулу, можно определить угол начала самопроизвольного скольжения тело на любой наклонной поверхности. Например, если мы скажем μ=0,2 для стали на стальной поверхности, то это будет $\alpha_0 = arctg0,2 \approx 11,3^0$. То же самое касается деревянного поддона на деревянной поверхности $\alpha_0 = arctg0,25 \approx 14^0$. Даже если для самой шероховатой поверхности $\mu=0,7$, оказывается, что тогда $\alpha_0 = arctg0,7 \approx 35°$. Это означает, что ни одно тело не может идти или катиться по поверхности, которая еще круче.

Теперь давайте разберемся, какая сила нужна для того, чтобы вытянуть тело на наклонной поверхности прямо к вершине склона. Согласно 1-му закону Ньютона, когда тело движется равномерно, силы, действующие на него, должны быть компенсированы.

$$\sum F_{i,x} = 0\,, \;\rightarrow\; F_{mp} + F_p - F_{tor} = 0, \;\rightarrow\; F_{mяг} = F_p + F_{mp} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

Следовательно, получается, что сила, необходимая для того, чтобы вытянуть тело на наклонной поверхности прямо вверх, равна (рис. 20.9):



$$\boxed{F_{tor} = F_p + F_{ishq} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \quad (20.12)$$

Рисунок 20.9

Теперь давайте разберемся, какая сила нужна для того, чтобы вытянуть тело на наклонной поверхности с равномерным ускоряющимся движением к вершине склона. Тело должен существовать согласно 2-му закону Ньютона $\sum F_{i,x} = ma$, когда тело движется с ускорением. Из этого

$$F_{uн} = F_{mяг} - F_p - F_{mp}\,, \;\rightarrow$$

$$F_{mяг} = F_p + F_{mp} + F_{uн} = m(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + a)$$

результат получается

Отсюда следует, что сила, необходимая для вытаскивания тела на наклонной поверхности с ускорением a к вершине, будет выглядеть следующим образом (рис. 20.10):

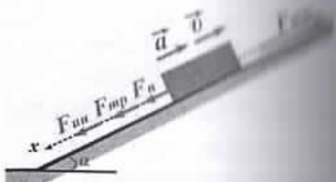


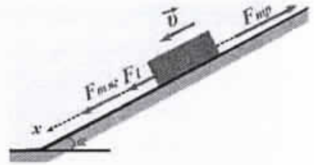
Рисунок 20.10

$$\boxed{F_{tor} = F_p + F_{ishq} + F_{in} = m(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + a)} \quad (20.13)$$

Если тело стоит на наклонной поверхности с небольшим наклоном, то есть на наклонной поверхности с углом наклона $\alpha<\alpha_0$, то тело находится в состоянии в покоя, не двигаясь по этой поверхности. Для приведения тела в движение необходимо приложить некоторое количество силы тяжести, направленной вниз. Давайте определим эту силу притяжения. В этом случае, поскольку тело движется равномерно, силы, действующие на него, согласно 1-му закону Ньютона, должны быть компенсированы.

$$\sum F_{i,x} = 0\,, \;\rightarrow\; F_{mяг} + F_p - F_{mp} = 0, \;\rightarrow\; F_{mяг} = F_{mp} - F_p = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$$

Таким образом, получается, что сила, необходимая для того, чтобы опустить тело на наклонной поверхности, равномерно потянув [illegible], будет равна (рис. 20.11):



$$\boxed{F_{tг} = F_{mp} - F_p = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)} \quad (20.14)$$

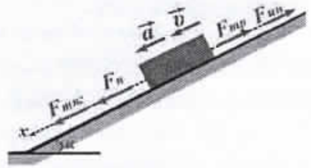
Рисунок 20.11

Теперь давайте определим силу, с которой тело, стоящее на поверхности с углом наклона $\alpha<\alpha_0$, притягивается с некоторым ускорением. Применим к этому случаю 2-й закон Ньютона.

$$ma = \sum F_{i,x}\,, \;\rightarrow\; F_{uн} = F_{mяг} + F_p - F_{mp}\,, \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; F_{mяг} = F_{mp} - F_p + F_{uн}; \;\rightarrow\; F_{mяг} = m(\mu g\cos\alpha - g\sin\alpha + a)$$

Отсюда следует, что сила, необходимая для того, чтобы вытолкнуть тело с косой поверхностью вниз с ускорением а, будет равна (рис. 20.12):



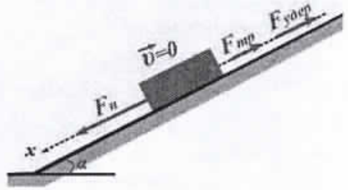
$$\boxed{F_{tг} = F_{mp} - F_p + F_{uн} = m(\mu g\cos\alpha - g\sin\alpha + a)} \quad (20.15)$$

Рисунок 20.12

В некоторых случаях, чтобы тело на более крутой наклонной поверхности не соскользнуло вниз и не упало, $\alpha>\alpha_0$ придется удерживать, удерживая его на месте с некоторой силой. Такая ситуация наблюдается на [illegible]. Давайте разберемся, какое усилие нужно приложить, чтобы удержать тело на этой поверхности на месте. Поскольку движение по оси Ox [illegible], то проекция всех сил на эту ось равна нулю $\sum F_{i,x} = 0$, т. е. [illegible] запрошенную величину.

$$F_{уд} + F_{mp} - F_p = 0, \;\rightarrow\; F_{удер} = F_p - F_{mp} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Отсюда следует, что удерживающая сила, необходимая для того, чтобы тело на наклонной поверхности не упало, будет [illegible] (рис. 20.13):



$$\boxed{F_{уд} = F_p - F_{mp} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} \quad (20.16)$$

Рисунок 20.13

Можно привести формулы еще для многих частных случаев, касающихся движения тела на наклонной поверхности под действием силы трения. Для этого достаточно знать, как правильно пользоваться законами Ньютона.

Вопросы по теме:

1. Как движется тело на горизонтальной поверхности под действием силы трения, чему равно ускорение?.

2. *Какую силу приложить, чтобы тело на горизонтальной поверхности двигалось с ускорением?*
3. *Как движется тело на горизонтальной поверхности под действием [illegible] трения, чему равно ускорение?*
4. *Чему равен предельный угол начала движения?*
5. *Какое усилие нужно приложить, чтобы вытолкнуть тело с помощью резкого и ускоренного движения по наклонной плоскости?*
6. *Какую силу нужно приложить, чтобы вытянуть тело, спокойно стоящее на наклонной поверхности, плоским и ускоренным движением вниз?*
7. *Какую силу приложить, чтобы удержать тело на месте на наклонной поверхности?*

<u>Решение задач:</u>

1. ***Мальчик тянет сани с неизменной скоростью. Сила тяжести равна 100 Н, образуя угол 30° с направлением движения. Какая сила трения (Н) будет при этом? cos30°=0,5; cos30°=0,87.***

A) 8,7 B) 50 C) 77 D) 87 E) 100

Дано:	*Решение:*
$F = 100\ N$ $\alpha = 30°$	*Исходя из 3-го закона Ньютона, проекция силы F на ось X будет равна $F_{тр}$*
$F_{тр} = ?$	

$$F_{тр} = F\cos\alpha = 100\cos 30° = 100 \cdot 0{,}87 = 8{,}7\ \text{Н}.$$

Ответ: A) 8,7 Н.

2. ***Длина наклонной плоскости составляет 200 см,а высота 20 см. С каким ускорением (м/с²) тело скользит по наклонной плоскости при отсутствии трения?***

Дано:	*Решение:*
$l = 200см$ $h = 20см$ $\mu = 0$	*Qiya tekislikda jismning tezlanishi*: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ $\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{20}{200} = 0.1$
$a = ?$	

$$a = g\sin\alpha = 10 \cdot 0.1 = 1 m/s^2$$

Ответ: 1 м/с²

§ 21. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСКОЛЬКИХ СИЛ

В предыдущих темах мы рассматривали движения, когда на тело воздействует только сила упругости, сила тяжести или сила трения. Теперь рассмотрим, как определяется движение тела, если на тело действует

[illegible] несколько сил. Прежде всего, давайте познакомимся с таким [illegible], как метод резки.

При разрезании и удалении части тела его необходимо будет [illegible] действующей силой на него.

Пусть это будет, скажем, груз, [illegible] на пружине. при снятии [illegible] на ее место необходимо будет [illegible] силу натяжения, а при снятии [illegible] силу тяжести груза (рис.21.1). [illegible] метода сдвига при изучении [illegible] тел под действием некоторой [illegible] представляется вполне применимым. Теперь приведем формулы [illegible] случаев с использованием метода отсечения

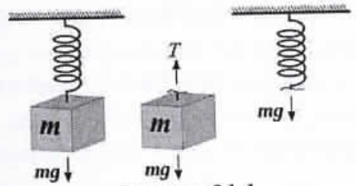


Рисунок 21.1

[illegible] свободно вращающийся блок, пусть на концы перенесенной в [illegible] нити подвешены тела разной массы. Давайте посчитаем, с каким [illegible] будут двигаться нагрузки и чему будет равна сила натяжения [illegible] (рис.21.2). Воспользуемся методом обрезки, то есть можно разрезать [illegible] и поставить на ее место ударную силу второй ее части. Поскольку [illegible], на ней будет только одна сила натяжения, что означает, что на [illegible] веревки не будет двух разных сил натяжения.

$[illegible] \to T_1 = T_2, \to m_1 g + m_1 a = m_2 g - m_2 a, \to (m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g, \to$

$[illegible] \to T = T_1 = m_1\left(g + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g\right) = \frac{m_2 + m_1 + m_2 - m_1}{m_2 + m_1} m_1 g = \frac{2m_1 m_2}{m_2 + m_1} g$

[illegible] следует, что ускорение движения грузов, подвешенных на [illegible] вращающемся блоке $(m_2 > m_1)$, и сила натяжения нитей [illegible] по следующим формулам (рис. 21.2):

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g \\ T &= \frac{2m_1 m_2}{m_2 + m_1} \cdot g \end{aligned}} \qquad (21.1)$$

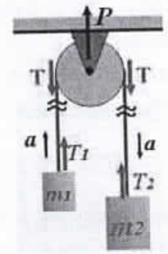


Рисунок 21.2

[illegible] сила, падающая от натяжения нити на [illegible], в 2 раза больше силы натяжения нити. [illegible] сила натяжения, приложенная к обоим [illegible] нити, также направлена вниз, ось шкива тот же [illegible]

$$\boxed{P_O = 2T = \frac{4m_1m_2}{m_2+m_1}g} \qquad (21.2)$$

Теперь пусть один из грузов, перенесенных через шкив, находится на горизонтальной поверхности, а другая-висит. Давайте посчитаем, с каким ускорением будут двигаться грузы и чему будет равна сила натяжения нити (рис.21.3). Воспользуемся методом обрезки, то есть можно разрезать веревку и поставить на ее место ударную силу второй ее части. Поскольку веревка одна, на ней будет только одна сила натяжения. Поэтому уравниваем силы натяжения на обоих концах веревки.

$$\begin{cases} T_1 = m_1(\mu g + a) \\ T_2 = m_2(g-a) \end{cases}, \ \rightarrow \ T_1 = T_2, \ \rightarrow \mu m_1 g + m_1 a = m_2 g - m_2 a, \ \rightarrow$$

$$\rightarrow \ (m_1+m_2)a = (m_2 - \mu m_1)g, \ \rightarrow \ a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1+m_2}$$

Следовательно, для случая на рисунке 21.3 ускорение и сила натяжения нити будут:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{m_2 - \mu m_1}{m_2+m_1}g \\ T &= \frac{(1+\mu)m_1m_2}{m_2+m_1}g \end{aligned}} \qquad (21.3)$$

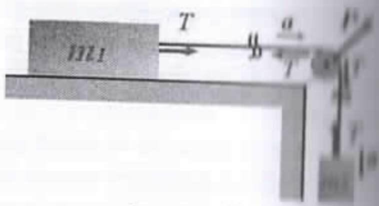


Рисунок 21.3

Следует напомнить, что для того, чтобы система тел пришла в движение, необходимо будет преодолеть трение скольжения тела о горизонтальную поверхность. При этом условие приведения системы тел в движение будет следующим:

$$\boxed{m_2 \ge \mu m_1} \qquad (21.4)$$

При этом сила, действующая от натяжения нити на ось шкива $2\cos 45^0 = \sqrt{2}$ в разы больше силы натяжения нити. Т. к. сила натяжения, приложенная к обоим концам нити, взаимно перпендикульярна, то силы натяжения проецируются на эту биссектрису, так как по биссектрисе этого угла проходит опора шкивы.

$$\boxed{P = 2\cos 45^0 T = \sqrt{2}T = \frac{\sqrt{2}(1+\mu)m_1m_2}{m_2+m_1}g} \qquad (21.5)$$

Теперь пусть один из грузов, перенесенных через шкив, находится на наклонной поверхности, а другая-висит. Давайте посчитаем, с каким ускорением будут двигаться грузы и чему будет равна сила натяжения нити (рис.21.4). При этом мы также используем метод разреза, уравновешивая силы натяжения на обоих концах веревки.

$$\begin{cases} T_1 = m_1 g\sin\alpha + \mu m_1 g\cos\alpha + m_1 a \\ T_2 = m_2(g-a) = T_1 \end{cases}, \ \rightarrow \ m_1 g\sin\alpha + \mu m_1 g\cos\alpha + m_1 a = m_2 g - m_2 a, \ \rightarrow$$

$$(m_1+m_2)a = (m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha))g, \ \rightarrow \ a = \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_2+m_1}g$$

Поскольку мы знаем ускорение, мы также можем определить силу натяжения.

$$T = T_1 = m_1\left(g - \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_2+m_1}g\right) = \frac{m_2 + m_1 - m_2 + m_1\sin\alpha + m_1\mu\cos\alpha}{m_2+m_1}m_2 g =$$

$$= \frac{(1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha)m_1m_2}{m_1+m_1}g$$

Следовательно, для случая на рисунке 21.4 ускорение и сила натяжения нити будут:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_2+m_1}g \\ T &= \frac{(1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha)m_1m_2}{m_2+m_1}g \end{aligned}} \qquad (21.5)$$

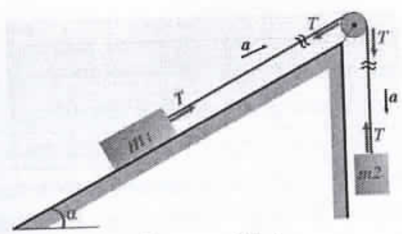


Рисунок 21.4

Следует напомнить, что для того, чтобы система тел пришла в движение, необходимо будет преодолеть трение скольжения о тело на наклонной плоскости. При этом условие приведения системы тел в движение будет следующим:

$$\boxed{m_2 \ge m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \qquad (21.6)$$

Теперь определим силы ускорения и натяжения нитей для системы тел, показанных на рисунке 21.5. Так как нитей две, то и силы натяжения на них тоже две разные. Поток 1 тянет только груз массой m_1 с ускорением a, в то время как поток 2 тянет грузы массой m и m_1 с ускорением a. Поэтому делается вывод, что сила натяжения 2-й струны должна быть больше, чем у 1-й струны. Сначала определим ускорение.

$$\begin{cases} T_1 = \mu mg + ma + m_1(g+a) \\ T_2 = m_2(g-a) \end{cases}; \rightarrow T_2 = T_1, \ \rightarrow \ \mu mg + ma + m_1 g + m_1 a = m_2 g - m_2 a, \ \rightarrow$$

$$(m_1+m+m_2)a = (m_2 - m_1 - \mu m)g, \ \rightarrow \ a = \frac{m_2 - m_1 - \mu m}{m_1+m+m_2}g = \frac{m_2 - (m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}g$$

Поскольку мы знаем ускорение, мы также можем определить силы натяжения:

$$T_1 = m_1\left(g + \frac{m_2 - (m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}g\right) = \frac{m_1+m+m_2-m_2+m_1+\mu m}{m_1+m+m_2}m_2 g = \frac{2m_1 + m(1+\mu)}{m_1+m+m_2}m_2 g$$

$$T_2 = m_2\left(g - \frac{m_2 - (m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}g\right) = \frac{m_1+m+m_2+m_2-m_1-\mu m}{m_1+m+m_2}m_1 g = \frac{2m_2 + m(1-\mu)}{m_1+m+m_2}m_1 g.$$

Следовательно, для случая на рисунке 21.5 ускорение и сила натяжения нити будут:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{m_2-(m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}g \\ T_1 &= \frac{2m_2+m(1-\mu)}{m_1+m+m_2}m_1 g \\ T_2 &= \frac{2m_1+m(1+\mu)}{m_1+m+m_2}m_2 g \end{aligned}} \qquad (21.7)$$

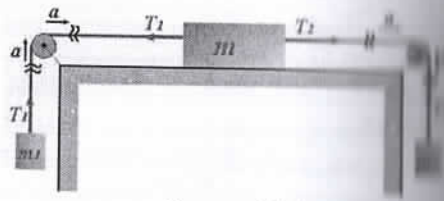


Рисунок 21.5

Следует напомнить, что для того, чтобы система тел пришла в движение, необходимо будет поднять массивную нагрузку m_1 и преодолеть трение скольжения тела о горизонтальную поверхность. При этом условия приведения системы тел в движение будет следующим:

$$\boxed{m_2 \geq m_1 + \mu m} \qquad (21.8)$$

На рисунке изображено, что в цитре с углом наклона β тело с массой m_1 свободно висит на другом теле с массой m_2 с помощью легкой веревки, проведенной через шкиву. Коэффициент трения на поверхности равен μ. Шкив легкий и без трения. Вывести формулы, определяющие: а) ускорение тел; б) силу натяжения нити.

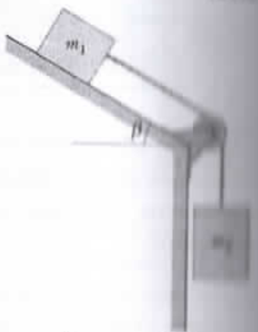


Рисунок 21.8

Пусть система грузов движется с некоторым ускорением. 1-сила натяжения на конце веревки, которая тянет груз вниз

$$T = \mu m_1 g\cos\beta + m_1 a - m_1 g\sin\beta$$

сила натяжения на конце 2-м конце

$$T = m_2 g - m_2 a$$

Приравнивая их, находим ускорение.

$$\mu m_1 g\cos\beta + m_1 a - m_1 g\sin\beta = m_2 g - m_2 a, \quad \rightarrow \quad a(m_1+m_2) = m_2 g +$$
$$+m_1(\sin\beta - \mu\cos\beta)g, \quad \rightarrow \quad a = \frac{m_2+m_1(\sin\beta-\mu\cos\beta)}{m_1+m_2}g$$

Теперь определим силу натяжения.

$$T = m_2(g-a) = m_2 g\left(1-\frac{m_2+m_1(\sin\beta-\mu\cos\beta)}{m_1+m_2}\right) = \frac{(1+\mu\cos\beta-\sin\beta)m_1m_2}{m_1+m_2}g$$

Таким образом, для случая на рисунке 21.8 ускорение тел и сила натяжения нити будут:

$$\boxed{a = \frac{m_2+m_1(\sin\beta-\mu\cos\beta)}{m_1+m_2}g, \qquad T = \frac{(1+\mu\cos\beta-\sin\beta)m_1m_2}{m_1+m_2}g} \qquad (21.9)$$

Нам дано тело, подвешенное на веревке, пусть это тело вращается в горизонтальной плоскости, образуя угол с вертикалью. Определим угол отклонения нити, на которой висит тело, от вертикали. Для этого воспользуемся тангенсом угла, построив треугольник сил.

$$tg\alpha = \frac{F_{центб}}{F_{тяж}} = \frac{\frac{m\vartheta^2}{R}}{mg} = \frac{\vartheta^2}{Rg}$$

Таким образом, угол отклонения сферы относительно вертикали, подвешенной на вращающейся нити, образующей круг радиуса R со скоростью ϑ в горизонтальной плоскости, будет равен (рис. 21.6):

$$\boxed{tg\alpha = \frac{\vartheta^2}{Rg}} \qquad (21.9)$$

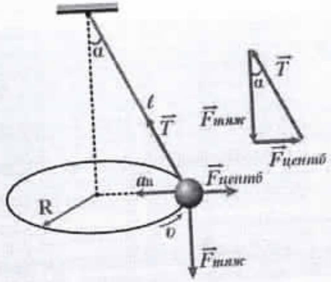


Рисунок 21.6

Из приведенной выше формулы [illegible] окружность со скоростью ϑ по [illegible] радиусом R на горизонтальной [illegible]. Она также может быть использована для нахождения угла [illegible] лежащего велосипедиста или мотоциклиста от вертикали.

[illegible] брызги воды в бочке, [illegible] машины, перевозящие воду, [illegible], ускоряются или [illegible]. В этом случае, когда [illegible] машины равно [illegible] определенному неиз- [illegible] значению a, уровень воды [illegible] также будет равен [illegible] неизменному значению [illegible] горизонта. Давайте определим связь между этими двумя [illegible]. На рисунке 21.7 показано отклонение уровня воды в [illegible] емкости, установленной на тележке, движущейся с [illegible]. В этом возникает сила [illegible] на угол α относительно горизонта. Под действием силы [illegible] тележка движется с ускорением. Под действием силы тяжести и силы реакции дна сосуда жидкость в сосуде [illegible] угол α с горизонтом. С помощью треугольника сил находим тангенс [illegible]

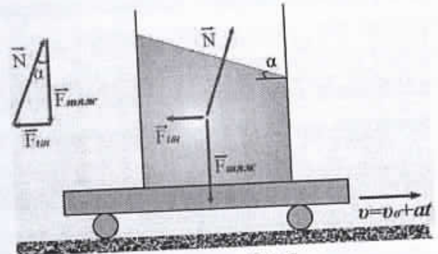


Рисунок 21.7

$$tg\alpha = \frac{F_{ин}}{F_{тяж}} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

Следовательно, если по горизонтальной поверхности тележка движется с ускорением a, то угол отклонения жидкости в закрепленном на ней сосуде относительно горизонта находят следующим образом:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{a}{g}} \qquad (31.18)$$

Очень важно исследовать движение тело под действием нескольких сил, решение которых требует эффективного использования законов Ньютона.

Вопросы по теме:

1. Что такое метод резки?
2. Что такое силовой многоугольник?
3. По каким законам изучается движение телоа под действием нескольких сил?
4. Напишите формулы ускорения и силы натяжения струны для тел различной массы, переносимых по шкале.

Решение задач:

1. На рисунке показано, как массивное тело $m_1 = 10kg$ на наклонном плоскости $(\sin\beta = 0{,}6)$ подвешивается к другому телу со свободной массой $m_2 = 15kg$ с помощью легкой веревки, проходящей через шкиву. Коэффициент трения на поверхности равен $\mu = 0{,}1$. Шкив легкий и без трения.Определить: а) ускорение тел; б) силу натяжения нити. $g = 10\ m/s^2$.

Дано:	*Решение:*
$(\sin\beta = 0{,}6)$ $m_1 = 10kg$ $m_2 = 15kg$ $\mu = 0{,}1$ $g = 10\ m/s^2$	*Пусть система грузов движется с некоторым ускорением.* *1-сила натяжения на конце веревки, которая тянет груз вниз* $T = \mu m_1 g\cos\beta + m_1 a - m_1 g\sin\beta$ *сила натяжения на 2-конце* $T = m_2 g - m_2 a$
a=?, T=?	

Приравнивая сила натяжения, находим ускорение.

$\mu m_1 g\cos\beta + m_1 a - m_1 g\sin\beta = m_2 g - m_2 a, \ \to \ a(m_1 + m_2) = m_2 g + m_1(\sin\beta - \mu\cos\beta)g, \ \to$

$$a = \frac{m_2 + m_1(\sin\beta - \mu\cos\beta)}{m_1 + m_2}g = \frac{15 + 10\cdot(0{,}6 - 0{,}1\cdot 0{,}8)}{10+15}\cdot 10 = 8{,}1\ m/s^2$$

Теперь определим силу натяжения.

$$T = m_2(g-a) = m_2 g\left(1 - \frac{m_2 + m_1(\sin\beta - \mu\cos\beta)}{m_1 + m_2}\right), \ \to T = \frac{(1+\mu\cos\beta - \sin\beta)m_1 m_2}{m_1 + m_2}g =$$

$$= \frac{(1+0{,}1\cdot 0{,}8 - 0{,}6)\cdot 10\cdot 15}{10+15}\cdot 10 = 28{,}8\,N$$

Ответ: $a)a = 8{,}1\ м/с^2;\ b)T = 28{,}8\,H$

[illegible] ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВЕ IV

Лабораторная работа: № 3.

Изучение жесткости пружин, при параллельного и последовательного соединения.

Цель работы: определение жёсткости последовательно и параллельно соединенных пружин с помощью условия равновесия нагрузки, нависающей на пружину. Знакомство с теорией сил упругости. Анализ результатов эксперимента с результатами теории.

Классификация прибора: Устройство изготавливается из однородной древесины, вертикальная часть A бруса делается со шкалой. А сверху [illegible] крючки B для подвешивания пружины.

Необходимые инструменты и оборудование: пружины с неизвестной жесткостью, камни с известными массами. (в этом случае вам понадобятся две или 3 пружины).

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Законы механики также связаны с силами упругости. Если на пружину действует нагрузка весом P, и она деформируется, растягиваясь до $\Delta\ell$. Из [illegible], что абсолютная величина силы упругости, возникающей при растянутой пружине, равна весу груза P, следует, что на пределе упругой деформации

$$P = k\Delta l \qquad (1)$$

или

$$k = P/\Delta l$$

Следовательно, если известны P и $\Delta\ell$, то из (1) можно найти коэффициент упругости пружины. (Рис.1).

На вторую пружину действует сила тяжести P. Вторая пружина действует на [illegible] силой упругости, и эта сила будет равна силе тяжести P в [illegible] выражении. По третьему закону Ньютона к местам соединения первой и второй пружин

$$F_{зт} = F = F_{зт1} \qquad (2)$$

тянет с силой. Две пружины растягиваются до $\Delta\ell_1$ и $\Delta\ell_2$ соответственно. Общие растяжения будет рано:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \qquad (3)$$

$$\Delta l = \frac{F_m}{k}, \quad \Delta l_1 = \frac{F_{зт1}}{k_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{F_{зт2}}{k_2} \qquad (4)$$

Если мы поместим эти выражения в выражение (3) то тогда,

$$\frac{Fm}{k} = \frac{F_{зт1}}{k_1} + \frac{F_{зт2}}{k_2} \qquad (5)$$

Для жёсткости пружин, соединенных последовательно в соответствии с (3) получим следующее выражение:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad \text{или} \quad k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \qquad (6)$$

Если n пружин соединены последовательно:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n}$$

Если $k_1 = k_2 = \ldots = k_n$ равен. В общем случае при последовательном соединении n пружин общая жёскость равна $n \cdot k$.

Сумма сил упругости, создаваемых в них, равна силе тяжести P.

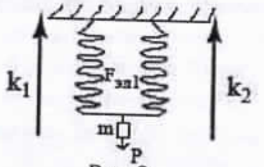


Рис-2

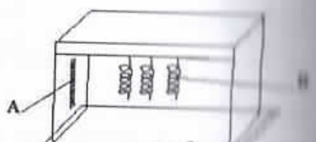


рис-3

Жёскость уменьшится в n раз, т. е. уменьшится пропорционально к числу пружин.

Соединив параллельно две пружины с жескостями k_1 и k_2, подвешивают к ней нагрузку массой m таким образом, чтобы удлинение обеих пружин было одинаковым. (рис-2).

Сумма сил упругости, создаваемых в них, равна силе тяжести P.

$$\Delta l = \Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$F_{зт1} + F_{зт2} = F_{зт} = P \qquad (7)$$

Суммируя для n параллельно соединенных пружин.

$$k = k_1 + k_2 + \ldots + k_n = \sum k \qquad (8)$$

пишем как. то есть кратность увеличивается в n раз.

$$k_1 = k_2 = \ldots = k_n \quad \text{тогда,} \quad k = nk_n$$

Жёсткость увеличивается в n раз, т. е. увеличивается пропорционально к числу пружин.

Порядок выполнения работ:

1) На штатив вешаем пружину (без нагрузки).
2) Определяем начальную длину пружин.
3) Навешиваем на пружину нагрузку 1 Н.
4) Определяем длину натянутой пружины.
5) Находим изменение длины пружины.
6) определим коэффициент пружины по формуле $k = \frac{F_{упр}}{\Delta l}$
7) Вешаем еще один груз, затем вешаем третий груз и ведем учет калибра.
8) Найдем среднее значение жескостей.
9) Находим среднюю и абсолютную погрешность эксперимента.
10) Вносим найденное в таблицу.
11) Заполняем таблицу 2 последовательным соединением пружин, таблицу 3 параллельным соединением, как в таблице 1.
12) Сравниваем значение k из таблицы 2 со значением k, рассчитанным по формуле (6), а значение k из таблицы 3-со значением, рассчитанным по формуле (8).

1-таблица

№	F(H)	l_0[м]	l_i[м]	Δl[м]	k_i	$\bar{k}$	Δk_i	$\overline{\Delta k}$	$\delta = \frac{\overline{\Delta k}}{\bar{k}} \cdot 100\%$
1									
2									
3									
$k = \bar{k} \pm \overline{\Delta k}$									

2- таблица

№	F(H)	l_0[м]	l_i[м]	Δl[м]	k_i	$\bar{k}$	Δk_i	$\overline{\Delta k}$	$\delta = \frac{\overline{\Delta k}}{\bar{k}} \cdot 100\%$
1									
2									
3									
$k = \bar{k} \pm \overline{\Delta k}$									

3- таблица

№	F[Н]	l_0[м]	l_i[м]	Δl[м]	k_i	$\bar{k}$	Δk_i	$\overline{\Delta k}$	$\delta = \frac{\Delta k}{k} \cdot 100\%$
1									
2									
3									
$k = \bar{k} \pm \overline{\Delta k}$									

Вопросы и задания

1. Приведите виды и определения деформации?
2. Что называется напряжением?
3. Приведите определение закона Гука?
4. Уравнение гармонических колебаний, приведите его решение.
5. Выведите формулы жёсткость параллельных и последовательно соединенных пружин.

Лабораторная работа: № 4.
Определение коэффициента трения скольжения.

Цель работы: определение коэффициента трения скольжения между твердыми телами с помощью трибометра.

Необходимый инструмент и оборудование: трибометр, набор весов и нагрузок на деревянную доску, по которым определяется коэффициент трения.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Когда мы выключаем двигатель автомобиля, который находится в прямолинейном равномерным движении, он начинает снижать скорость и в конечном итоге останавливается. При этом скорость автомобиля уменьшается с начальной скорости u_0 до нуля, в то время как время, пройденное до остановки, уменьшается до нуля. Кроме того, когда шайба на льду толкается и движется хоккеистом, она также, как и автомобиль, проскальзывает на какое-то расстояние и останавливается.

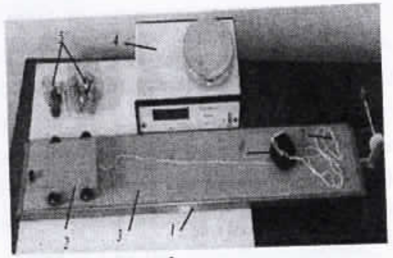
В наших примерах выше скорость тела изменяется, и тело движется с отрицательным ускорением, модуль которого равен $a = Y$ –. Давайте выясним причины, по которым эти тела получают отрицательное ускорение. В наших наблюдаемых примерах мы не замечаем, что на тело действует внешняя сила. Но они движутся по поверхности Земли. Следовательно, между поверхностью Земли и поверхностями тел, соприкасающимися с Землей, существует некоторая сила взаимодействия. В этот момент эта сила придает движущемуся телу отрицательное ускорение, создаваемое между соприкасающимися поверхностями двух движущихся тел, и сила,

[illegible] сопротивление их движению относительно друг друга, называется силой трения* сила трения всегда направлена против направления движения. Также между телами, соприкасающимися друг с другом, создается сила трения. Такая сила называется силой трения покоя - опыты показывают, что максимальное значение модуля силы трения N покоя [illegible] прямо пропорционально модулю силы нормального давления, Т

$$F_{тр}=\mu_{покой}\left|\vec{N}\right| \quad (1)$$

[illegible] такой вывод сделал французский ученый Кулон. $\mu_{пок}$ в выражении (1) — коэффициент пропорциональности, зависящий от природы поверх-[illegible] трения, называется коэффициентом трения покоя.

Причину образования силы трения в покое можно объяснить следующим образом. Независимо от того, насколько плоская поверхность твердого тела, [illegible] его поверхность не будет идеально гладкой, то есть будет состоять из [illegible]ностей. На поверхностях, очень небольших, остаются бугры, впадины. Когда такие шлифованные поверхности соприкасаются друг с другом, [illegible] одной проникает в глубину другой, и они сцепляются между [illegible]. При этом сцепление создает силу трения, препятствующую движению [illegible] относительно друг друга.



I rasm.
Общий вид установки эксперимента. 1 — трибометр; 2— брусок, определяемый коэффициент трения; 3— поверхность металла (картона); 4— весы; 5— нагрузки; 6—блок; 7—нитка; 8— чашка весы.

Трение скольжения возникает, когда [illegible] движутся. До тех пор, пока сила [illegible] скольжения, как и сила трения [illegible] прямо пропорциональна [illegible] силе давления, [illegible] вертикально на [illegible] скольжения, т. е.

$$F_{тр}= \mu_{скол}\left|\vec{N}\right| \quad (2)$$

[illegible] $\mu_{скол}$ – коэффициент трения [illegible], зависящий от характера [illegible] поверхностей.

[illegible] тело находится в покое, [illegible] на его поверхностях перекрываются. Из-за этого наибольшая [illegible] трения возникает, когда тело находится в покое. Когда тело движется [illegible] действием внешней (гравитационной) силы, некоторые из этих тел [illegible], и трение уменьшается. Из-за уменьшения силы трения [illegible] трения скольжения всегда меньше, чем коэффициент трения [illegible], то есть

$$\mu_{скол} < \mu_{пок}$$

Пусть тело массой m, находящее на горизонтальной поверхности движется под действием внешней силы. По второму закону Ньютона уравнение движения этого тела можно записать в виде:

$$\vec{F}+\vec{F}_{mp}=m\vec{a} \qquad (3)$$

Учитывая, что внешняя действующая сила и силы трения направлены противоположно, запишем выражение (3) в следующем скалярном виде:

$$F\text{-}F_{mp}=ma \qquad (4)$$

Если тело движется по поверхности равномерно (a = 0), то по выражению (4) запишем выражение (4) следующим образом:

$$F_{тр}=\mu_{скол}N \qquad (5)$$

Учитывая, что нормальная сила давления, оказываемая телом, движущимся по горизонтальной поверхности, равна $N = mg$, составим следующее выражение для коэффициента трения скольжения по выражению (5):

$$\mu_{скол}=\frac{F_{mp}}{mg} \qquad (6)$$

Порядок выполнения работ

1. Измеряем вес деревянной доски P с помощью динамометра.
2. На горизонтально расположенный трибометр кладем брусок. Сила реакции опоры по модулю равна весу бруска.
3. Приводим брусок в равномерное движение с помощью динамометра. Сила тяжести, которую показывает динамометр, будет равна силе трения скольжения.
4. Определим вес бруска с грузом P_2.
5. Снова кладем брусок на трибометр и определяем $F_{трен.2}$
6. Повторите опыт с двумя грузами.
7. Найти коэффициент трения, исходя из найденных в каждом эксперименте величин..

- среднее значение коэффициента трения $\mu_{ср}=\frac{\mu_1+\mu_2+\dots+\mu_n}{n}$
- абсолютная погрешность в каждом эксперименте:
$\Delta\mu_n=\mu_{ср}-\mu_n$
- среднее значение абсолютного погрешности: $\mu_{ср}=\frac{|\Delta\mu_1|+|\Delta\mu_2|+\dots+|\Delta\mu_n|}{n}$
- относительная погрешность эксперимента в процентах %

$$\varepsilon=\frac{\Delta\mu_{ср}}{\mu_{ср}}\cdot 100\%$$

- запишите результат эксперимента в виде: $\mu=\mu_{ср}\pm\Delta\mu_{ср}$

8. Введите результаты в таблицу.

№	$F_{тр}$	N	μ	$\mu_{ср}$	$\Delta\mu_i$	$\Delta\mu_{ср}$	ε	$\mu_{ср}\pm\Delta\mu_{ср}$
1								
2								
3								

Nazorat uchun savollar

1. Что понимается под трением, какие его виды вы знаете?
2. Что называется силой трения?
3. От чего зависит коэффициент трения?
4. Коэффициенты трения скольжения с коэффициентом трения покоя какая связь?
5. Объясните пользу и вред силы трения.
6. Какими методами можно увеличить или уменьшить силу трения?
7. Приведите примеры применения силы трения в технике.
8. Какое отношение должно быть выполнено между коэффициентом трения и углом наклона плоскости, чтобы тело находилось в равновесном состоянии на наклонной плоскости?

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ II

1. Что называется силой?

A) это величину, характеризующую взаимодействие тел количественно и направленно.

B) это величину, характеризующую взаимодействие тел только количественно.

C) это величину, характеризующую взаимодействие тел только по направлению.

D) это величину, характеризующую свойство инертности тело.

E) это величину, характеризующую способность объекта выполнять работу.

2. Что из перечисленного не противоречит первому закону Ньютона?

A) если воздействие внешних сил на тело уравновешено между собой, то тело сохраняет свое прямолинейное прямолинейное движение относительно любого другого тела.

B) Тело, на которое не действуют внешние силы, сохраняет состояние прямолинейного прямолинейного движения относительно любых других тел.

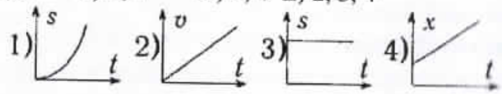
C) Тела, в которых внешние воздействия уравновешены между собой или на которые не действуют внешние силы, всегда движутся относительно друг друга прямолинейно.

D) когда сумма внешних сил, действующих на объект, равна нулю, это тело сохраняет свое спокойное состояние или прямолинейное прямолинейное движение относительно любого другого тела.

E) Все ответы A-D противоречат Первому закону Ньютона.

3. На каких графиках изображаются движения, когда силы, действующие на материальную точку, находятся в равновесии?

A) 1, 2 B) 2, 3 C) 3, 4 D) 2, 4 E) 2, 3, 4



4. На каких участках чертежа сила трения равна силе тяжести? (v- скорость движения, t-время)

A) III B) I, III C) II

D) IV E) V

5. Каков равнодействующий из сил, приложенных к точке O на рисунке (H)?

A) $2\sqrt{26}$ B) $2\sqrt{13}$ C) 0

D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{26}$

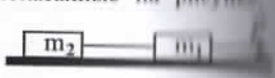
6. Когда плотности четырех тел одинакового объема находятся в отношениях $\rho_1<\rho_2<\rho_3<\rho_4$, инертность какого из них наибольшая?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) у всех одинаковые

7. Какова масса тела (*кг*), если уравнение движения тела, на которое действует сила *6 Н*, имеет вид $x=5+2T+3t^2$ (*м*)?

A) 1 B) 2 C) 6 D) 12 E) 36

8. Два брусок массой $m_1=0{,}4$ кг и $m_2=0{,}6$ кг, показанные на рисунке, движутся с равноускоренно без трения под действием силы $F=2$ H. Какая (H) сила действует на брусок с массой m_2?



A) 1,2 B) 2 C) 0,8 D) 0,4 E) 3,6

9. Трактор дает прицепу без разгрузки ускорение *0,4 м/с²*, а прицепу с перегрузкой *0,1 м/с²*. Какое ускорение дает трактор этим сцепленным между собой прицепам (*м/с²*)?

A) 0,3 B) 0,25 C) 0,1 D) 0,08 E) 0,06

10. Если на тело действует только центробежная сила, в каком движении оно находится?

A) в равномерном прямолинейном движении.

B) в прямолинейном прямолинейном ускоряющемся движении.

C) равным движением по кругу.

D) в прямолинейном прямолинейном замедленном движении.

E) в ускоренном движении по окружности.

11. Найти выражение третьего закона Ньютона.

A) $F = ma$ B) $F = \mu Pn$ C) $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

D) $F = -kx$ E) $F_1 = -F_2$

12. Масса Луны в *81* раз меньше массы Земли. Каково отношение силы тяжести F_1, действующей на Луну со стороны Земли, к силе тяжести F_2, действующей на Землю со стороны Луны?

A) 1/81 B) 1/9 C) 1 D) 9 E) 81

13. При подвешивании груза массой *2 кг* пружина длиной *5 см* растягивается на *1 см*. Какова жесткость пружины (*Н/м*).

A) 2 B) 100 C) 200 D) 400 E) 2000

14. Две одинаковые пружины, каждая из которых имеет величину k, соединены друг с другом рядом. Какова жесткость результирующей системы?

A) $k/2$ B) $2k$ C) k D) $4k$ E) НПО

15. Укажите единицу гравитационной постоянной.

A) [illegible] B) $\text{Н} \cdot \text{кг}^2/\text{м}^2$ C) $\text{Н}/\text{м}^2$.

D) [illegible] E) $\text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$

16. Радиус планеты равен *0,5* радиуса Земли, а масса *0,1* массы Земли. Каково ускорение свободного падения на этой планете (*м/с²*)? На Земле считают, что $g = 10$ м/с².

A) 0,4 B) 4 C) 2 D) 1 E) НПО

17. Каким будет ускорение свободного падения на высоте, равной радиусу Земли? Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли g_0.

A) $g = g_0/2$ B) $g = g_0/2{,}5$ C) $g = g_0/4$

D) $g = g_0/3$ E) $g = g_0/\sqrt{2}$

18. Какова средняя плотность планеты, если пружинные весы показывают вес тела на экваторе планеты на *10* процентов меньше, чем на полюсе? Продолжительность суток равна T, а гравитационная постоянная всей Вселенной γ.

A) $\frac{\gamma T^2}{30\pi}$ B) $\frac{30\pi}{\gamma T^2}$ C) $\frac{33\pi}{\gamma T^2}$ D) $\frac{30T^2}{\gamma\pi}$ E) $\frac{30\pi\gamma}{T^2}$

19. Кладут один кирпич поверх другого и бросают наверх. Когда сила давления кирпича сверху на кирпич снизу будет равна нулю? Не учитывайте сопротивление воздуха.

A) в течение всего времени полета.
B) только во время движения вверх.
C) только при движении вниз.
D) только в верхней точке.
E) никогда не равен нулю.

20. На каком участке траектории движения тела, брошенный под углом к горизонту, при отсутствии сопротивления воздуха находится в состоянии невесомости?

A) только на восходящей части.
B) только в нисходящей части.
C) при прохождении самой высокой точки траектории.
D) не находится в состоянии невесомости.
E) на протяжении всего движения.

21. Ведро с водой поднимается вверх с усконерием 2 *м/с²*. Каким будет давление воды на дно ведра (*кПа*), если высота столба воды в ведре *30 см*?

A) 1,1 B) 2,2 C) 3 D) 3,6 E) 5

22. Каково ускорение Луны при и вращении по орбите вокруг Земли (*м/с²*)? Расстояние между центрами земли и Луны равно 60 земным радиусам. g=10 *м/с²*.

A) 1 B) 1/3600 C) 1/36 D) 1/360 E) 10

23. Какова будет первая космическая скорость (*км/с*) для планеты, плотность которой равна плотности Земли, а радиус в 2 раза меньше радиуса Земли? Для Земли первая космическая скорость равна *8 км/с*.

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

24. Какое условие необходимо выполнить, чтобы силы трения, действующие на тела с массами m_1 и m_2, стоящие в покатых плоскостях с углами наклона α_1 и α_2, были равны?

A) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}$ B) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$ C) $\frac{m_1}{m_2} = \mathrm{tg}\alpha_1$
D) $\frac{m_1}{m_2} = \mathrm{ctg}\alpha_2$ E) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}$

[illegible] На горизонтальной поверхности лежат два поддона, каждый из которых [illegible] массу *4 кг* и соединен между собой при помощи веревки. Коэффициент [illegible] между брусьями и поверхностью равен *0,3*. Один из брусков тянут с [illegible] *10 Н*. Найти сила натяжения нити (*Н*).

A) [illegible] B) 2 C) 3 D) 4 E) 10

[illegible] Как изменится сила трения, если нормальная сила давления тела, [illegible] по горизонтальной поверхности, увеличивается в 4 раза?

A) увеличивается в 2 раза. B) не меняется. C) 4 увеличивается в 2 раза
D) увеличивается в 16 раза. E) НПО.

[illegible] Сверху кладут три кирпича массой по *4 кг* каждый. Сколько Ньютонов [illegible] требуется, чтобы разорвать кирпич посередине? Коэффициент трения [illegible] кирпичами равен *0,4*.

A) 16 B) 24 C) 48 D) 50 E) 56.

[illegible] Во сколько раз увеличивается сила сопротивления воздуха, прямо пропорциональная квадрату скорости, если скорость автомобиля [illegible] на *60%*?

A) [illegible] B) 3,6 C) 8,6 D) 36 E) 256

ЗАДАНИЯ ПО ГЛАВЕ II

1. На одну точку тела действуют силы от *2 Н* до *10 Н* при взаимном угле *60°*. Найти равные действующие силы этих сил (*Н*). $\cos 60° = 0{,}5$; $\sqrt{3} = 1{,}73$.

2. На материальную точку действует сила *6 Н*. Скорость его движения изменяется по закону и $\upsilon_x = 10 + 2t$. Какова масса точки (*кг*)?

3. Тело, начавшее движение под действием неизменной силы, за первую [illegible] преодолело *0,5 м*. Какова была эта сила (*Н*), если масса тела составляла *25 кг*?

4. [illegible] массой *20 г* движется прямолинейно со скоростью *90 м/с* по окружности радиусом *0,2 м*. Какова центробежная сила (*Н*)?

5. [illegible] заданного сечения пружин равна k. Чему равна длина пружины [illegible] же куска проволоки?

6. Найти жесткость пружины, образованной последовательным соединением [illegible] одинаковых пружин, каждая из которых имеет жескость k.

7. Как изменится их взаимное притяжение, если массу каждого из двух тел [illegible] в 2 раза, а расстояние между ними уменьшить в 2 раза?

8. Как изменилось расстояние между двумя телами, если сила тяжести между ними увеличилась в 36 раз, а масса одного из тел уменьшилась в [illegible] раз?

9. Каково ускорение силы тяжести на поверхности Солнца ($м/с^2$), если радиус Солнца в *108* раз больше радиуса Земли, а плотность в 4 раза меньше плотности Земли? Для Земли $g = 10\ m/s^2$.

10. Если ребенок может поднять камень весом *160 Н* на Земле, какой вес и какую массу он может поднять, стоя на Луне? $g_З = 10\ m/s^2$; $g_Л = 1{,}6\ m/s^2$.

11. На какой высоте от поверхности Земли вес тела будет в 4 раза меньше его веса на поверхности Земли? *R*–радиус Земли.

12. Определить вес (вес) человека массой *70 кг* в лифте, движущемся с постоянной скоростью 5 м/с (*Н*).

13. Какова масса (масса) тела массой *m*, опущенного вертикально сверху с ускорением *0,4 г*?

14. Лифт массой *1 т*, двигаясь с равноускоренно, за *10 с* преодолевает расстояние в *20 м*. Какова сила натяжения каната для подъема кабины лифта (*кН*)? ($g = 10\ m/s^2$.)

15. Во сколько раз вес (вес) водителя уменьшается в самой высокой точке моста при прохождении автомобиля по выпуклому мосту с радиусом кривизны *150 м* со скоростью *30 м/с*?

16. Какую продолжительность должны иметь земные сутки (мин), чтобы тела были невесомыми на экваторе? Возьмем радиус Земли *6400 км*.

17. Как соотносится период вращения T спутника при движении по круговой орбите на небольшой высоте вокруг планеты со средней плотностью планеты?

18. В наклонной плоскости, высота которой равна *30 см*, а длина *50 см*. С какой (*Н*) силой нужно будет прижать ее вертикально к плоскости, чтобы брусок массой *5 кг* оставался в равновесии? Коэффициент трения между поддоном и плоскостью равен *0,4* ?

19. На дровах массой *30 кг* действует сила *30 Н* при подъеме по наклонной плоскости с углом наклона *60°*. Найти коэффициент трения.

20. Какой коэффициент трения должен быть, по крайней мере, таким, чтобы тело не соскользнуло с наклонной плоскости, если высота наклонной плоскости равна половине ее длины?

[illegible] Чему равен коэффициент трения, если для удержания тела в наклонной плоскости с уклоном *45⁰* требуется сила *3 Н*, а для его прямолинейного движения вверх-сила *7 Н*?

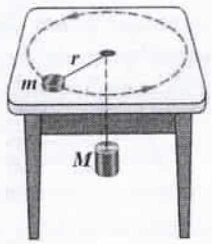
[illegible] Каково ускорение тела, скользящего по наклонной плоскости с наклоном *30°* ($м/с^2$)? Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью равен *0,2*.

[illegible] Каков коэффициент трения, если ускорение шайбы, скользящей по горизонтальному льду по инерции, равно *0,3* $м/с^2$? $g = 10\ m/s^2$.

[illegible] С каким ускорением ($м/с^2$) движется тело, скользящее без трения по наклонной плоскости с углом наклона *45°*?

[illegible] На объект массой *80 г*, брошенный вертикально вверх, действует сила сопротивления воздуха *0,8 Н*, чему равен модуль ускорения объекта $м/с^2$?

[illegible] На неподвижный блок с помощью веревки подвешиваются грузы массой *1 кг* и *3 кг*. Какова будет мгновенная частота вращения блока (*об/мин*) в момент, когда с момента начала движения груза прошло *12 с*? Радиус блока *2 см*. Считать $\pi = 3$.



[illegible] На рисунке изображено, что на одном конце [illegible] веревки висит тело массой *m=1 кг*, вращающееся в горизонтальной плоскости по окружности радиусом *r=25 см*, а на другом конце-груз массой *M=2,5 кг*. С какой скоростью тело m может удерживать нагрузку *M* в равновесии, когда он вращается? Поверхность стола абсолютно гладкая. $g = 10\ м/с^2$.

ГЛАВА III. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Глава **закон сохранения** является частью раздела динамики, в котором изучаются условия сохранения и жизненные процессы сохраняющихся механических величин. В природе накопленные величины являются кубическими, и в этой главе мы сосредоточимся на накопленных механических величинах, таких как масса, импульс и энергия. При освоении этих величин мы вновь знакомимся с такими величинами, как импульс силы, механическая работа, кинетическая и потенциальная энергия, коэффициент полезного действия, мощность.

§ 22. ИМПУЛЬС И ЕГО ИЗМЕНЕНИЕ. ИМПУЛЬС СИЛЫ ПОНЯТИЕ РЕАКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ.

Импульс тела и импульс системы тел. Изменение импульса:

Как движется тело под действием сила. На это отвечает второй закон динамики. Направления силы и ускорения совпадают. Второй закон связывает между собой три величины, а именно силу, ускорение и массу. Для характеристики механического состояния в движении тела вводится еще одна величина, называемая импульсом тела или количеством движения тела, при которой импульс, масса и скорость связаны между собой.

Векторная величина, равная произведению массы тела на ее скорость, называется импульсом (количество движения). Вектор импульса всегда направлен в направлении, в котором направлено движение, т. е. векторы скорости и импульса совпадают (рис.22.1).

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\vartheta}} \qquad (22.1)$$

Рисунок 22.1

Даже когда траектория тела имеет какой-либо криволинейный вид, его импульс направлен касательной к точке траектории в направлении движения. Например, когда поезд движется, его импульс направлен в направлении движения. Условием существования импульса является движение. Импульс тела является векторной величиной, и его вектора p направление совпадает с направлением вектора ϑ. Единица измерение импульса тела принято.

$$[P] = [m]\,[v] = kg{\cdot}m/s$$

За единицу импульса принят импульс тела массой *1 кг*, движущегося со скоростью *1м/с*. Единица импульса измеряется в килограммах-метрах в секунду, то есть в кг·м/с.

Зная импульс и энергию тела, можно определить его массу и скорость. Мы используем импульс объекта $p=m\vartheta$ и кинетическую энергию $E=m\vartheta^2/2$. Масса тела имеет вид $E=\frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{(m\vartheta)^2}{2m}=\frac{p^2}{2m}, \rightarrow \quad m=\frac{p^2}{2E}$. А скорость тела имеет вид $E=\frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{m\vartheta\,\vartheta}{2}=\frac{p\,\vartheta}{2}, \rightarrow \quad \vartheta=\frac{2E}{p}$.

Таким образом, когда известны импульс P и кинетическая энергия E тела, масса и скорость тела имеет вид:

$$\boxed{m=\frac{p^2}{2E}, \qquad \vartheta=\frac{2E}{p}} \qquad (22.2)$$

Если вектор скорости тела изменяется, то изменяется и вектор импульса. Изменения вектор импульса совпадает с вектором изменения скорости или с вектором ускорения. Поскольку импульс является векторной величиной, то вычитание векторов импульса является вектором изменения импульса, который имеет вид. (рис.22.2).

$$\Delta\vec{p}=\vec{p}_2-\vec{p}_1=m\vec{\vartheta}_2-m\vec{\vartheta}_1=m\left(\vec{\vartheta}_2-\vec{\vartheta}_1\right)=m\Delta\vec{\vartheta}$$

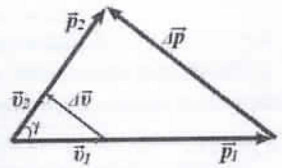


Рисунок 22.2

При этом $\Delta\vec{p}$ вектор совпадает с вектором $\Delta\vec{\vartheta}$. Если вектор скорости тела изменяется от $\vec{\vartheta}_1$ до $\vec{\vartheta}_2$, то вектор изменения импульса имеет вид:

$$\boxed{\Delta\vec{p}=\vec{p}_2-\vec{p}_1 \quad или \quad \Delta\vec{p}=m\left(\vec{\vartheta}_2-\vec{\vartheta}_1\right)=m\Delta\vec{\vartheta}} \qquad (22.3)$$

$|\Delta\vec{p}|$ модуль определяется из теоремы косинусов так же, $|\Delta\vec{\vartheta}|$ как и модуль. Модуль изменения вектора импульса будет иметь следующий вид:

$$\boxed{|\Delta\vec{p}|=m\sqrt{\vartheta_1^2+\vartheta_2^2-2\vartheta_1\vartheta_2\cos\gamma}} \qquad (22.4)$$

Где γ – угол между и векторами $\vec{\vartheta}_1$ и $\vec{\vartheta}_2$.

Используя приведенную выше формулу, мы можем привести несколько частных случаев изменения импульса. При этом направления скоростей учитывается только алгебраически, так как они точны.

Если, $\gamma=0^0$ то, $\Delta p=m(\vartheta_2-\vartheta_1)$ будет
Если, $\gamma=90^0$ то, $\Delta p=m\sqrt{\vartheta_2^2+\vartheta_1^2}$ будет
Если, $\gamma=180^0$ то, $\Delta p=m(\vartheta_2+\vartheta_1)$ будет
Если, $\gamma=270^0$ то, $\Delta p=m\sqrt{\vartheta_2^2+\vartheta_1^2}$ будет
Если, $\gamma=360^0$ то, $\Delta p=m(\vartheta_2-\vartheta_1)$ будет

Если внутри какой-либо замкнутой системы находится k-тел с различными векторами массы и скоростей, то импульс системы тел равен геометрической сумме импульсов каждого тела, содержащегося в этой системе.

$$\boxed{\vec{p}_{общ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + ... + \vec{p}_k = \sum_{i=1}^{k} \vec{p}_i} \quad \text{или} \quad [illegible]$$

$$\boxed{\vec{p}_{общ} = m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 + m_3\vec{\vartheta}_3 + ... + m_k\vec{\vartheta}_k = \sum_{i=1}^{k} m_i\vec{\vartheta}_i} \quad [illegible]$$

Выражение импульса системы в аналитическом виде (по осям координат) будет:

$$\boxed{\begin{cases} p_{общ.x} = p_{1.x} + p_{2.x} + p_{3.x} + ... + p_{k.x} = \sum_{i=1}^{k} p_{i.x} \\ p_{общ.y} = p_{1.y} + p_{2.y} + p_{3.y} + ... + p_{k.y} = \sum_{i=1}^{k} p_{i.y} \\ p_{общ.z} = p_{1.z} + p_{2.z} + p_{3.z} + ... + p_{k.z} = \sum_{i=1}^{k} p_{i.z} \end{cases}} \quad [illegible]$$

Приведенные выше формулы являются общими векторными и аналитическими методами определения импульса системы тел, а при решении задач мы чаще встречаем частные случаи на плоскости или прямой.

Задача о стены и шара:

Если тела ударяются на поверхность под углом, вертикальный нормальный импульс тела сохраняет величину и меняет свой знак на противоположный, в то время как нормаль, параллельный поверхности, сохраняет величину и направление. В результате объект возвращается под тем же углом, под каким бы углом он ни падал на поверхность, то есть угол падения равен углу возврата.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2, \ \rightarrow \ \Delta p = p_1 - (-p_2) = m\vartheta_1\cos\alpha - (-m\vartheta_2\cos\alpha) =$$
$$= m(\vartheta_1 + \vartheta_2)\cos\alpha = 2m\vartheta\cos\alpha$$

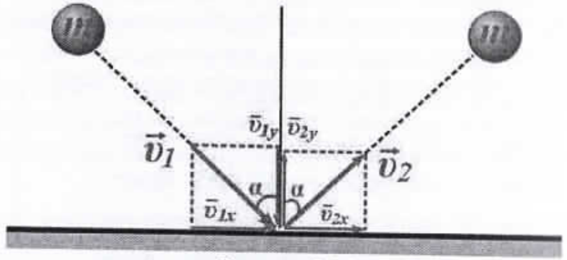


Рисунок 22.3

Следовательно, если тела ударяются об стену под углом α со скоростью ϑ и возвращается со стены с этой скоростью, изменение импульса будет следующим (рис. 22.3):

$$\boxed{\Delta p = 2m\vartheta\cos\alpha} \qquad (22.7)$$

Если тела ударяются об стену вертикально и снова возвращается с той же скоростью, импульс, который получает стена, будет следующим:

$$\boxed{\Delta p = 2m\vartheta} \qquad (22.8)$$

Если тела ударяются об стену вертикально и прилипает к ней, импульс, который получает стена, будет следующим:

$$\boxed{\Delta p = m\vartheta} \qquad (22.9)$$

Если стена также движется, то изменение скорости или изменение [illegible] шары будет зависеть от относительной скорости между стеной и [illegible]. Если шарик, движущийся со скоростью ϑ, догоняет его со скоростью [illegible] и ударяется об него, а затем эластично возвращается, изменение скорости и скорости шара после удара будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\Delta\vartheta = 2(\vartheta_0 - \vartheta), \quad \vartheta_1 = \vartheta_0 - \Delta\vartheta = 2\vartheta - \vartheta_0} \qquad (22.10)$$

Если шар, идущий напротив стены, движущего со скоростью ϑ, ударяется об нее со скоростью ϑ_0 и эластично возвращается, изменение скорости и скорости шара после удара будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\Delta\vartheta = 2(\vartheta_0 + \vartheta), \ \vartheta_1 = \vartheta_0 - \Delta\vartheta = -(2\vartheta + \vartheta_0)} \qquad (22.11)$$

Импульс силы:

Если тело движется с переменной скоростью, на него действует сила. Векторная величина, равная произведению силы, действующей на объект, на время его действия, называется силовым импульсом.

Воспользуемся 2-м законом Ньютона.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1}{t}, \ \rightarrow \ \vec{F}\cdot t = m\vec{\vartheta}_2 - m\vec{\vartheta}_1, \ \rightarrow \ \vec{I} = \Delta\vec{p}$$

Вектор импульса силы равен вектору изменения импульс тела.

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}\cdot t \qquad или \qquad \vec{I} = \Delta\vec{p}} \qquad (22.12)$$

Единица измерения импульса силы принято:

$$[I] = [F]\,[t] = Н\cdot с$$

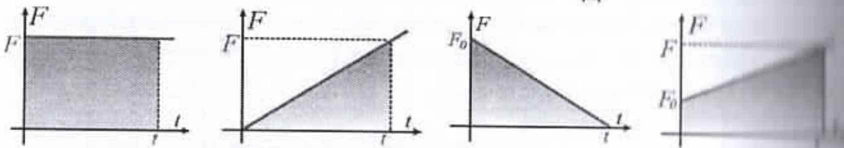
Из эта единица измерения $\vec{I} = \Delta\vec{p}$ также эквивалентна измерению импульса тела в *kg·m/s* по формуле. Импульс силы – это векторная величина, которая указывает на направление изменения импульса (или на направление, на которого действует сила, или на направление, на которого направлен вектор ускорения).

Если время удара очень мало, например, при столкновении двух сфер сила может быть принята как инвариантная, и в этом случае импульс элементарной силы будет:

$$\boxed{d\vec{I} = \vec{F}\cdot dt} \qquad (22.13)$$

Если сила изменяется во времени, то время действия силы делится на такие малые промежутки времени (элементы времени), что за этот промежуток времени сила не успевает ощутимо измениться. Поэтому на очень малых временных интервалах сила рассматривается как инвариантная, находя импульсы силы в каждом меньшем временном элементе и суммируя их.

$$I = F_1\Delta t + F_1\Delta t + F_1\Delta t + \dots F_1\Delta t = \sum_{i=1}^{n} F_i\Delta t$$



$\boxed{K = F\,t}$ $\boxed{K = \frac{1}{2}F\,t}$ $\boxed{K = \frac{1}{2}F_0\,t}$ $\boxed{K = \frac{F+F_0}{2}t}$

Рисунок 22.4

Приведенная выше формула дает поверхность, ограниченную графиком на графике $F=F(t)$, где сила и время связаны. Отсюда следует, что в общем случае на любом графике, связанном с силой и временем, поверхности, ограниченной графиком, дает импульс силы или изменение импульса тела (рис.22.4).

Если известен импульс силы, то можно определить, на сколько изменяется скорость тела, а также конечная скорость.

$$\boxed{\Delta\vartheta = \frac{I}{m}, \qquad \vartheta = \vartheta_0 + \Delta\vartheta} \qquad (22.14)$$

Отдельно следует упомянуть, что импульс возникает, когда тело движется, тогда как импульс силы возникает, когда на тело действует сила, то есть когда вектор скорости не изменяется.

Понятие реактивного движения и формула Циолковского:

Еще одним из видов движения является реактивное движение. Движение, которое происходит в обмен на то, что часть тела отделяется от него, называется реактивным движением.

В реактивном движении тело, которое изначально находится в покое, разделяется на две части и движется в противоположных направлениях. На рисунке 22.5 приведено несколько примеров этого: 1) лодка начинает

движение назад, когда из мирно стоящей лодки выбрасывается предмет; 2) при выстреле из винтовки винтовка бьет по плечу, а также когда шарик [illegible] изо рта, шарик трясется об спину; 3) когда из шланга, на который [illegible] наконечник, выливается вода, шланг движется в направлении, противоположном движению воды; 4) Когда шар, наполненный воздухом, [illegible], он начинает поднимается вверх.

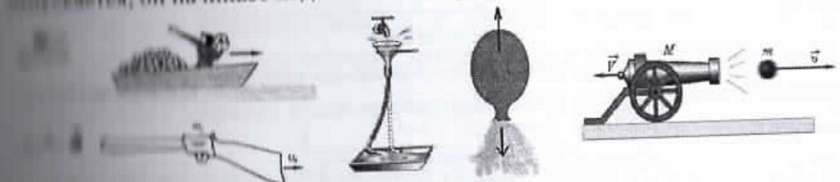


Рисунок 22.5

Примером простейшего реактивного движения может служить прыжок ребенка из клюва лодки в сторону берега. При этом за счет того, что ребенок [illegible] ногу задом наперед, она дает себе скорость, направленную к берегу, и он выбегает на берег. Лодка, получившая отдача, тоже отходит назад на некоторое расстояние.

Если одно тело получает импульс, отталкиваясь от другого тела, второе тело также получает столько импульсов, сколько направлено в противоположном направлении. Из этого можно определить скорость второго тела.

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2, \;\rightarrow\; p_1 = p_2, \;\rightarrow\; m\vartheta_1 = M\vartheta_2, \;\rightarrow\; \vartheta_2 = \frac{m}{M}\vartheta_1$$

Следовательно, если тело с массой m отталкивается от тела с массой M и [illegible] скорость ϑ_1, скорость, достигнутая телом с массой M, равна ϑ_2:

$$\boxed{\vartheta_2 = \frac{m}{M}\vartheta_1} \qquad (22.15)$$

Если одно из тел движется в какую-то сторону на какое-то расстояние, второе тело также движется в обратную сторону на некоторое расстояние. Например, если человек в лодке движется от начала до конца, человек и лодка вместе движутся вперед.

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2, \;\rightarrow\; p_1 = p_2, \;\rightarrow\; m\vartheta_1 = (m+M)\vartheta_2, \;\rightarrow\; \vartheta_2 = \frac{m}{m+M}\vartheta_1, \;\rightarrow$$

$$[illegible] \;\rightarrow\; x = \frac{m}{m+M}\ell$$

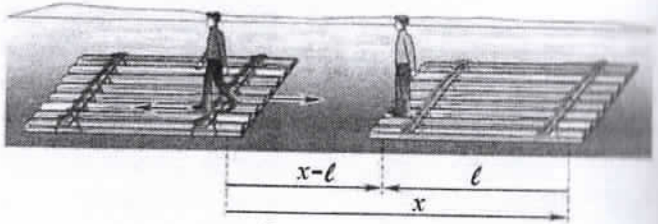


Рисунок 22.6

Если человек с массой m идет от начала до конца лодки или лодки с массой M и длиной ℓ, расстояние, на котором лодка движется назад, равно x (рис. 22.6):

$$\boxed{x = \frac{m}{m+M}\ell} \qquad (22.16)$$

Приведенная выше формула также может быть использована для определения скорости движения человека и воздушного шара вниз вместе для человека, поднимающегося по лестнице воздушного шара.

Движение реактивных самолетов и космического корабля также является реактивным движением, и движение вперед происходит за счет газа, выбрасываемого обратно из сопла с большой скоростью. В реактивном движении одно из тел, отталкиваясь друг от друга, получает тот же импульс, что и другой, направленный на противоположную сторону (рис.22.7).

Рисунок 22.7

В реактивном движении, объясненном выше, часть тела отделяется только один раз и дает реактивное движение в противоположном направлении. Но если какая-то часть тела расходится не одновременно, а постепенно, то есть догоняет по пути, то вполне естественно, что возникает вопрос о том, как будет выглядеть реактивное движение. Такое реактивное движение называется движением тела с переменной массой. Простейший вид реактивного движения для изменяющегося тела разработал русский физик Циолковский. При этом изучается движение ракеты только под действием реактивной силы, без учета силы тяжести Земли и сопротивления воздуха. В результате сложных дифференциальных вычислений получается эта формула Циолковского:

$$\boxed{\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{отн} \ln \frac{m_0}{m}} \qquad (22.17)$$

Где ϑ_0 — начальная скорость ракеты; $\vartheta_{отн}$ — скорость выброса топлива относительно сопла ракеты; m_0 – начальная полная масса ракеты, равная сумме масс топлива и корпуса ракеты; m – скорость ракеты в произвольный момент времени.

Приведенная выше формула является формулой Циолковского. Эта формула имеет и другие проявления. Если мы скажем, что начальная масса ракеты состоит из массы корпуса и топлива ($m_0=m_k+m_m$), то можно определить максимальную скорость, которую может достичь ракета.

$$\boxed{\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{отн} \ln\left(1+\frac{m_m}{m_k}\right)} \qquad (22.18)$$

Так называемое Циолковское число

$$z = \frac{m_0}{m_k}$$

Если мы введем число, то формула Циолковского будет иметь другой вид:

$$\boxed{\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{отн} \ln z} \qquad (22.19)$$

Из приведенной выше формулы видно, что максимальная скорость, которую может достичь ракета, зависит от числа Циолковского, относительной скорости и начальной скорости. Но, оказывается, это не зависит от медленного или быстрого расхода топлива. Другими словами, при достижении одинаковой скорости в конце полета, независимо от того, в каком порядке (медленно или быстро) используется топливо.

При запуске космических аппаратов возможно используется только химическая энергия топлива, выбрасываемого из сопла с большой скоростью, без возможности использования других видов энергии. При этом топливо сгорает не сразу, а постепенно. Топливо, необходимое для выполнения всего космического полета, будет получено на основе предварительного расчета. Топливо забирается в несколько топливных баков, и полет происходит на основе нескольких этапов. Освободившиеся от топлива баки выбрасываются. При обратном спуске топливо выбрасывается из передней части и космический корабль начинает тормозить. После снижения скорости кабина пилота отделяется и приземляется с помощью парашюта.

Вопросы по теме:

1. Что такое импульс? Какова его направленность?
2. Укажите вектор изменения импульса. Запишите величину изменения импульса через теорему косинусов.
3. Что такое импульс силы? Какова его направленность?
4. Единица измерения импульса тела.

4. *Как определяется импульс силы?*
5. *Что такое реактивное движение? Приведите несколько примеров реактивного движения.*
6. *Напишите формулу Циолковского и опишите в ней величины.*

Решение задач:

1. ***Тело в состоянии покоя массой 2 кг получил ускорение 2 м/с². Чему будет равен импульс тела через 2с (кг·м/с)?***

A) 4 B) 8 C) 16 D) 12 E) НПО

Дано:	*Решение:*
$m = 2$ кг $\upsilon_0 = 0$ a=2 м/с^2 t=2 с p=?	*Тело движется равноускоренно. Его скорость после 2 с находится следующим образом.* $\upsilon = \upsilon_0 + at = at = 2 \cdot 2 = 4\, m/s.$ *Теперь вычислем импульс* $p = m\upsilon = 2 \cdot 4 = 8$ кг · м/с

Ответ: *B) 8* кг · м/с.

2. ***Сила, действующая на тело в течение 6 с, изменила его импульс на 30 кг·м/с. Определите силу, действующую на тело (Н).***

Дано:	*Решение:*
$t = 6$ с $\Delta p = 30$ кг · м/с. F =?	*Сила, действующая на тело, равна F=ma, согласно второму закону Ньютона.* *Как известно,* $a = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_2}{t}$. *Учитывая это, запишем следующее:* $F = m\frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t} \Rightarrow F \cdot t = m\upsilon_2 - m\upsilon_1$

Следовательно, оказывается, что изменение импульса тела равно импульсу силы.

$$F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{30}{6} = 5\ \text{Н}$$

Ответ: *A) 5 Н*

3. ***Шар массой 40 г ударялся об стену под углом 30° и возвращался, не меняя значения своей скорости. Каков модуль скорости (м/с), если средняя сила удара равна 4 Н, а время удара 0,04 с?***

Дано:	*Решение:*
m = 40 г α = 30° F = 4 Н t = 0,04 с υ =?	*Изменение импульса тела равно импульсу силы, т. е. Ft=Δp поскольку столкновение является абсолютно упругим, оно возвращается под тем же углом, что и удар.* $\alpha + \beta = 90°;\ \beta = 60°$ *Изменение импульса тела* $\Delta p = 2m\upsilon \cos\beta$ $Ft = 2m\upsilon \cos\alpha \Rightarrow \upsilon = \frac{Ft}{2m\cos\beta} = \frac{4 \cdot 0{,}04}{2 \cdot 0{,}04 \cdot 0.5} = 4$ м/с

Ответ: *4 м/с*

§ 23. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА. КОЭФФИЦИЕНТ ВОССТАНОВЛЕНИЯ. СТОЛКНОВЕНИИ ДЛЯ РЕАЛЬНЫХ ТЕЛ

Закон сохранения импульса. Представление законов сохранения в векторном и аналитическом виде:

Если ударная линия проходит через центры тяжести тел, то этот удар называется центральным ударом. При центральном столкновении тел движение происходит только по общей линии удара. Простейшим примером центрального удара является столкновение центров сфер при их движении по прямой, соединяющей их (рис.23.1).

Рисунок 23.1

Если линия взаимодействия не направлена вдоль линии, проходящей через центры тяжести тел, то этот удар называется нецентральным ударом. Простейший пример-столкновения при движении шаров по параллельным прямым является рис.23.2. В этом случае после удара шары разбрасываются под углом.

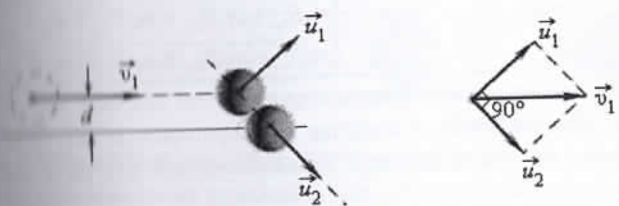


Рисунок 23.2

Давайте введем несколько обозначений для сталкивающихся тел. Пусть- векторы скоростей ϑ_1 и ϑ_2 до столкновения тел с массами m_1 и m_2, а-векторы скоростей после столкновения, $\vec{\vartheta}_1{}'$ и $\vec{\vartheta}_2{}'$. Точно так же векторы импульса до столкновения $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ после столкновения $\vec{p}_1{}'$ и $\vec{p}_2{}'$ будут как на рис.23.3.

При ударе тела взаимодействуют друг с другом количественно равными и противоположно направленными силами. При этом ускорение $\vec{a}_1 = \frac{\vec{\vartheta}'_1 - \vec{\vartheta}_1}{t}$, которое получает 1-е тело, равно, а ускорение $\vec{a}_2 = \frac{\vec{\vartheta}'_2 - \vec{\vartheta}_2}{t}$, которое получает 2-е тело, равно. Используя их, мы получаем отличный результат.

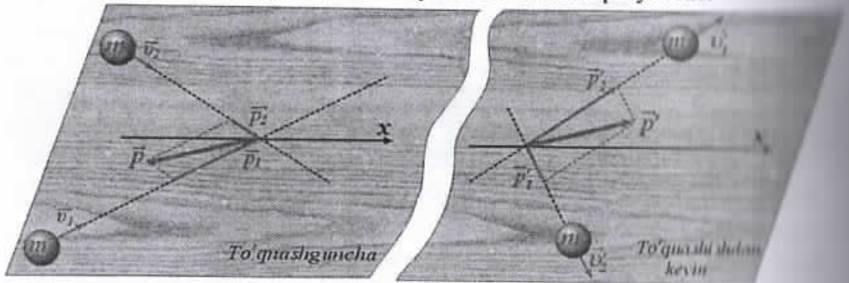


Рисунок 23.3

$$\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1}, \ \rightarrow \ m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2, \ \rightarrow \ m_1\frac{\vec{\vartheta}'_1 - \vec{\vartheta}_1}{t} = m_2\frac{\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}'_2}{t}, \ \rightarrow$$

$$m_1\vec{\vartheta}'_1 - m_1\vec{\vartheta}_1 = m_2\vec{\vartheta}_2 - m_2\vec{\vartheta}'_2, \ \rightarrow \ m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2, \ \rightarrow \ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

Отсюда следует, что для сохранения импульса возникает этот закон: *Сумма векторов импульсов двух сталкивающихся тел до столкновения равна сумме векторов импульсов после столкновения.*

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad \text{или} \quad m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2} \qquad (23.1)$$

Сохраняется не только вектор импульса, но и его проекция на произвольную ось.

$$\boxed{\begin{cases} p_{1x} + p_{2x} = p'_{1x} + p'_{2x} \\ p_{1y} + p_{2y} = p'_{1y} + p'_{2y} \\ p_{1z} + p_{2z} = p'_{1z} + p'_{2z} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} m_1\vartheta_{1x} + m_2\vartheta_{2x} = m_1\vartheta'_{1x} + m_2\vartheta'_{2x} \\ m_1\vartheta_{1y} + m_2\vartheta_{2y} = m_1\vartheta'_{1y} + m_2\vartheta'_{2y} \\ m_1\vartheta_{1z} + m_2\vartheta_{2z} = m_1\vartheta'_{1z} + m_2\vartheta'_{2z} \end{cases}} \qquad (23.2)$$

Две приведенные выше формулы означают, что для двух тел сохраняется проекцие вектора импульса и импульс на координатную ось. Эти формулы можно записать не только для двух сталкивающихся тел, но и для системы тел.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{k}\vec{p}_i = \sum_{i=1}^{k}\vec{p}'_i \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{k}m_i\vec{\vartheta}_i = \sum_{i=1}^{k}m_i\vec{\vartheta}'_i} \qquad (23.3)$$

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{k}p_{i.x} = \sum_{i=1}^{k}p'_{i.x} \\ \sum_{i=1}^{k}p_{i.y} = \sum_{i=1}^{k}p'_{i.y} \\ \sum_{i=1}^{k}p_{i.z} = \sum_{i=1}^{k}p'_{i.z} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{k}m_i\vartheta_{i.x} = \sum_{i=1}^{k}m_i\vartheta'_{i.x} \\ \sum_{i=1}^{k}m_i\vartheta_{i.y} = \sum_{i=1}^{k}m_i\vartheta'_{i.y} \\ \sum_{i=1}^{k}m_i\vartheta_{i.z} = \sum_{i=1}^{k}m_i\vartheta'_{i.z} \end{cases}} \qquad (23.3a)$$

Часто мы становимся свидетелями столкновений при решении задач или физических явлений, движение которых происходит по одной прямой. Поэтому из приведенных выше формул, выведенных в общем случае, рассмотрим некоторые частные случаи для движений, движение которых происходит по одной прямой, скажем, по оси Ox. Давайте пронумеруем эти случаи, чтобы избежать путаницы.

1.1) Пусть одно тело догоняет другое и ударяет по нему.

Если движущийся со скоростью ϑ_1 воздушный шар обгоняет по следу движущийся со скоростью ϑ_2 шар и ударяется об него, закон сохранения импульса будет иметь следующий вид (рис. 23.4):

$$\boxed{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2} \qquad (23.4)$$

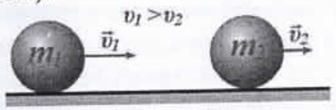


Рисунок 23.4

1.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если в приведенном выше условии $m_1=m_2$, закон сохранения импульса будет следующим:

$$\boxed{\vartheta_1 + \vartheta_2 = \vartheta'_1 + \vartheta'_2} \qquad (23.4a)$$

2.1) Пусть одно тело ударяет по другому телу, идущему навстречу.

Если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, сталкнётся с шаром, движущимся со скоростью ϑ_2, то закон сохранения импульса будет следующим (рис. 23.5):

$$\boxed{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2} \qquad (23.5)$$

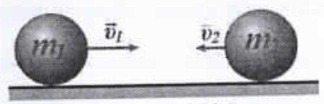


Рисунок 23.5

2.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если в приведенном выше условии $m_1=m_2$, закон сохранения импульса будет следующим:

$$\boxed{\vartheta_1 - \vartheta_2 = \vartheta'_1 + \vartheta'_2} \qquad (23.5a)$$

3.1) Пусть одно тело ударяется на другое, стоящее на месте.

Закон сохранения импульса будет следующим, если шар движущийся со скоростью ϑ_1 ударится на неподвижный шар (рис. 23.6):

$$\boxed{m_1\vartheta_1 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2} \quad (23.6)$$

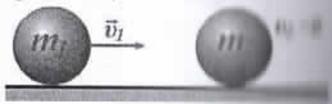


Рисунок 23.6

3.2) пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если в приведенном выше условии $m_1=m_2$, закон сохранения импульса будет следующим:

$$\boxed{\vartheta_1 = \vartheta'_1 + \vartheta'_2} \quad (23.6а)$$

Потеренная механическая энергия, при столкновении, имеет вид

$$\boxed{\Delta E = E_{общ} - E'_{общ} = \frac{1}{2}\left(m_1\vartheta_1^2 + m_2\vartheta_2^2\right) - \frac{1}{2}\left(m_1\vartheta'^2_1 + m_2\vartheta'^2_2\right)} \quad (23.7)$$

При столкновении обычных тел некоторая часть энергии обязательно преобразуется во внутреннюю энергию. В зависимости от значения коэффициента восстановления может быть потеряна механическая энергия, которая будет больше или меньше.

Коэффициент восстановления:

Тело не отскакивает назад со скоростью удара при ударе на поверхность. Тело отскакивает назад со скоростью, близкой к скорости удара, в зависимости от того, насколько он эластичен. Если тело или шарик ударяются на поверхность вертикально со скоростью ϑ и возвращаются со скоростью ϑ', это отношение скоростей называется коэффициентом восстановления.

$$\boxed{\alpha = \frac{\vartheta'}{\vartheta}} \quad (23.8)$$

Если шарик, брошенный с высоты H, падает на Землю, а затем поднимается на высоту $h<H$, зная, что $\vartheta = \sqrt{2gH}$ и $\vartheta' = \sqrt{2gh}$, мы можем записать выражение коэффициента восстановления в виде.

$$\boxed{\alpha = \sqrt{\frac{h}{H}}} \quad (23.9)$$

Обычно коэффициент восстановления изменяется в пределах $0 \le \alpha \le 1$. На упругой поверхности скорость полностью восстанавливается, то есть становится $\alpha=1$. Однако на неэластичной поверхности скорость полностью поглощается, то есть $\alpha=0$. Получается, что при столкновении стальных шаров $\alpha=0{,}56$, при столкновении шаров из слоновой кости $\alpha=0{,}89$ и при столкновении свинцовых шаров $\alpha\approx0$.

Возникает вопрос, как определяется коэффициент восстановления для [illegible] сталкивающихся друг с другом. Давайте еще более обобщим [illegible] выше определение коэффициента восстановления. Шарик [illegible] на пол со скоростью υ_1 и отскочил от него со скоростью υ_2? При [illegible] скорость пола равна нулю в обоих случаях до и после удара ($\upsilon_2=\upsilon'_2=0$). [illegible], относительная скорость шара относительно пола $\Delta\vartheta=\vartheta_1-\vartheta_2=\vartheta$ то [illegible] удара на пол $\Delta\vartheta'=\vartheta'_2-\vartheta'_1=0-(-\vartheta')=\vartheta'$. Из этого и получается результат:

$$\alpha = \frac{\vartheta'}{\vartheta} = \frac{\Delta\vartheta'}{\Delta\vartheta}.$$

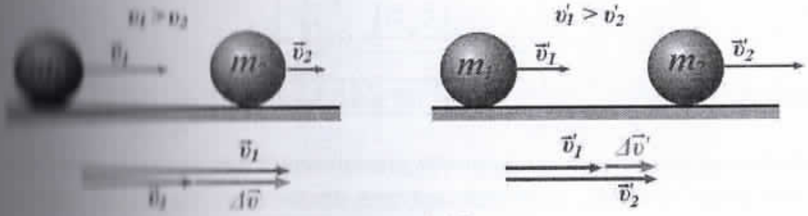


Рисунок 23.7

Следовательно, коэффициент восстановления в общем случае для сталкивающихся тел можно записать:

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\vec{\vartheta}'}{\Delta\vec{\vartheta}} = \frac{\vec{\vartheta}_2' - \vec{\vartheta}_1'}{\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_2}} \quad (23.10)$$

Также из рисунка 23.7 видно, что соотношение относительных скоростей [illegible] после и до столкновения дает коэффициент восстановления в самом общем случае.

Удары для реальных тел:

К реальным телам относят тела, коэффициент восстановления которых [illegible] между абсолютно неэластичных и упругих тел ($0 < \alpha < 1$). Можно [illegible] определить послеударные скорости реального тела, когда известен коэффициент восстановления? – конечно, можно. Давайте попробуем найти [illegible] этой задачи.

Если известны массы (m_1 и m_2) и скорости до удара ($\vec{\vartheta}_1$ и $\vec{\vartheta}_2$) шаров, [illegible] из известного материала с коэффициент востановления (α), [illegible] скорости после удара ($\vec{\vartheta}_1'$ и $\vec{\vartheta}_2'$) будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases} \vec{\vartheta}'_1 = \dfrac{m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 - \alpha\, m_2\left(\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_2\right)}{m_1 + m_2} \\ \vec{\vartheta}'_2 = \dfrac{m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 + \alpha\, m_1\left(\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_2\right)}{m_1 + m_2} \end{cases}} \quad (23.11)$$

Доказательство: используем из формулы коэффициента восстановления

$$\alpha=\frac{\vec{\vartheta}_2'-\vec{\vartheta}_1'}{\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2},\ \rightarrow\ \alpha\cdot\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)=\vec{\vartheta}_2'-\vec{\vartheta}_1',\ \rightarrow\ \vec{\vartheta}_2'=\vec{\vartheta}_1'+\alpha\cdot\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)$$

Поместив это в закон сохранения импульса и сделав несколько алгебраических подстановок, мы найдем искомые величины:

$$m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2=m_1\vec{\vartheta}'_1+m_2\vec{\vartheta}'_2=m_1\vec{\vartheta}'_1+m_2\vec{\vartheta}_1'+\alpha m_2\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right),\ \rightarrow\ m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2-\alpha m_2\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)=$$

$$=\left(m_1+m_2\right)\vec{\vartheta}_1',\ \rightarrow\ \vec{\vartheta}_1'=\frac{m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2-\alpha m_2\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)}{m_1+m_2}.$$

$$\vec{\vartheta}_2'=\vec{\vartheta}_1'+\alpha\cdot\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)=\frac{m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2-\alpha m_2\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)}{m_1+m_2}+\alpha\cdot\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)=$$

$$=\frac{m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2-\alpha m_2\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)+\alpha m_1\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)+\alpha m_2\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)}{m_1+m_2}=\frac{m_1\vec{\vartheta}_1+m_2\vec{\vartheta}_2+\alpha m_1\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)}{m_1+m_2}$$

Часто мы становимся свидетелями столкновений при решении задач или механических явлений, движение которых происходит по одной прямой. Поэтому из приведенных выше формул, выведенных в общем случае, рассмотрим некоторые частные случаи для движений, движение которых происходит по одной прямой, скажем, по оси Ox. Давайте пронумеруем частные случаи, чтобы избежать путаницы.

1.1) Пусть одно тело догоняет второе тело и ударился по нему.

Когда шар, движущийся со скоростью ϑ_1, догоняет шар, спереди движущийся со скоростью ϑ_2, и ударяется на него, скорость после удара принимают следующий вид (рис. 23.8):

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_2-\alpha m_2\left(\vartheta_1-\vartheta_2\right)}{m_1+m_2}\\[2mm] \vartheta'_2=\dfrac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_2+\alpha m_1\left(\vartheta_1-\vartheta_2\right)}{m_1+m_2}\end{cases}}\qquad(23.12)$$

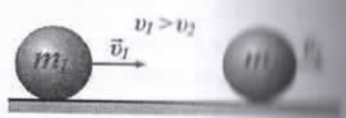


Рисунок 23.8

1.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорости после удара будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{\vartheta_1+\vartheta_2-\alpha\left(\vartheta_1-\vartheta_2\right)}{2}\\[2mm] \vartheta'_2=\dfrac{\vartheta_1+\vartheta_2+\alpha\left(\vartheta_1-\vartheta_2\right)}{2}\end{cases}}\qquad(23.12a)$$

2.1) Пусть одно тело ударяет по другому телу, идущему навстречу.

Если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, ударится на шар, движущийся со скоростью ϑ_2, скорость после удара будут выглядеть как на рис. 23.9:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_2-\alpha m_2\left(\vartheta_1+\vartheta_2\right)}{m_1+m_2}\\[2mm] \vartheta'_2=\dfrac{m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_2+\alpha m_1\left(\vartheta_1+\vartheta_2\right)}{m_1+m_2}\end{cases}}\qquad(23.13)$$

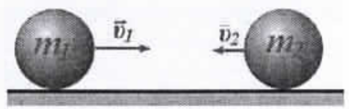


Рисунок 23.9

2.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорости после удара будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{\vartheta_1-\vartheta_2-\alpha\left(\vartheta_1+\vartheta_2\right)}{2}\\[2mm] \vartheta'_2=\dfrac{\vartheta_1-\vartheta_2+\alpha\left(\vartheta_1+\vartheta_2\right)}{2}\end{cases}}\qquad(23.13a)$$

3.1) Пусть одно тело ударяется на другое, находящееся в состоянии покоя.

Шарик движущийся со скоростью ϑ_1 ударится на неподвижный шар, скорость после удара будет выглядеть: (рис. 23.10):

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1-\alpha m_2}{m_1+m_2}\vartheta_1\\[2mm] \vartheta'_2=\dfrac{(1+\alpha)m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1\end{cases}}\qquad(23.14)$$

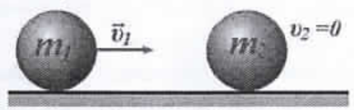


Рисунок 23.10

3.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорости после удара будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{1-\alpha}{2}\vartheta_1\\[2mm] \vartheta'_2=\dfrac{1+\alpha}{2}\vartheta_1\end{cases}}\qquad(23.14a)$$

4) Пусть одно тело ударит телу с бесконечно большой массой.

Если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, реально ударится на другое тело с большой массой ($m_1\ll m_2$), которое находится в состояние покое, скорость после удара будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\vartheta'_1\approx\alpha\vartheta_1,\quad \vartheta'_2\approx 0}\qquad(23.15)$$

Зная коэффициент восстановления, можно вывести еще много частных формул для тел, падающих под произвольным углом в пространстве.

Вопросы по теме:

1. *Назовите закон сохранения импульса и запишите его математическое выражение.*
2. *Каково выражение закона сохранения импульса на осях координат?*
3. *Назовите коэффициент восстановления и запишите его математическое выражение. Запишите формулу коэффициента восстановления для*

объекта, сброшенного с высоты.

4. *Запишите выражение формулы коэффициента восстановления, выраженного через относительные скорости сталкивающихся тел.*
5. *В каком интервале находится значение коэффициента восстановления в реальных телах?*
6. *Запишите скорости после ударов реальных тел в векторном представлении.*
7. *Запишите скорости после удара сталкивающихся реальных тел на ... для следующих случаев: а) тела не движутся в одном направлении; б) тела движутся в противоположном направлении; в) второе тело изначально неподвижно.*

Решение задач:

1. ***На рисунке изображен спортсмен с массой m, находящий на ступеньке аэростата с массой M, свободно стоящего на высоте над землей. В какую сторону и с какой скоростью будет двигаться аэростат, если он начнет подниматься с постоянной скоростью относительно аэростата? Чему равна в этом скорость спортсмена относительно Земли?***

Дано:
M
m
ϑ

$\vartheta'=?$

Решение: импульс спортсмена с массой m, направленный вверх $(M+m)$, дает массе импульс, $(M+m)\vartheta'$ направленный вниз. Эти импульсы равны между собой по количеству. Кроме того,

$$m\vartheta=(M+m)\vartheta', \;\rightarrow\; \vartheta'=\frac{m\vartheta}{M+m}$$

результат формируется.

Ответ: вниз, $\frac{m\vartheta}{M+m}$; со скоростью; $\frac{M\vartheta}{M+m}$

§ 24. ДВЕ ВИДЕ УДАРОВ В ПРИРОДЕ. АБСОЛЮТНО УПРУГИЕ И АБСОЛЮТНО НЕУПРУГИЕ УДАРЫ.

При столкновении обычных тел некоторая часть энергии обязательно преобразуется во внутреннюю энергию. В зависимости от значения коэффициента восстановления может быть потеряна механическая энергия больше или меньше. Столкновения, в которых коэффициенты восстановления сталкивающихся тел равны $\alpha=0$, называются абсолютно неупругими ударами. При таком ударе больше всего теряется механическая энергия. Столкновения, в которых коэффициенты восстановления сталкивающихся тел равны $\alpha=1$, называются абсолютно упругими ударами.

При таком ударе механическая энергия теряется меньше всего, то есть не теряется вовсе. Нормальные (реальные) тела лежат на промежутке между абсолютно неупругими и абсолютно упругими телами, то есть их коэффициенты восстановления находятся в пределах $0<\alpha<1$.

Абсолютный неупругий удар:

Мы определяем абсолютный неупругий удар следующим образом:

Удар, при котором импульс полностью сохраняется в процессе столкновения и после столкновения, сталкивающиеся тела движутся с одинаковой скоростью, называется абсолютным неупругими ударом.

При абсолютно неупругом ударе сталкивающиеся тела движутся после столкновения, как один тело. Примером такого столкновения может быть человек, который идет по следу тележки и залезает на нее, или снаряд застрявший на песчаной платформе (Рис 24.1).

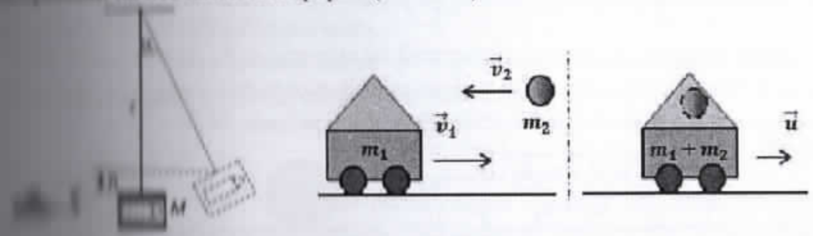


Рисунок 24.1

При абсолютно-неупругом столкновении больше всего теряется механическая энергия, т. е. большая часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию (нагрев), при этом тела нагреваются. Ни в одном из всех ударов в природе не теряется больше механической энергии, чем при абсолютном упругом ударе. При этом после столкновения тела движутся как бы единое целое (рис.24.2).

Для абсолютного неупругого удара закон сохранения импульса будет следующим:

$$\boxed{\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}' \quad \text{или} \quad m_1\bar{\vartheta}_1+m_2\bar{\vartheta}_2=(m_1+m_2)\bar{\vartheta}'} \qquad (24.1)$$

Часто мы становимся свидетелями столкновений при решении задач или природных явлений, движение которых происходит по одной прямой. Исходя из приведенной выше формулы, выведенной в общем случае для абсолютного неупругого удара, рассмотрим некоторые частные случаи для движений по одной прямой, скажем, по оси Ох. Давайте пронумеруем частные случаи, чтобы избежать путаницы.

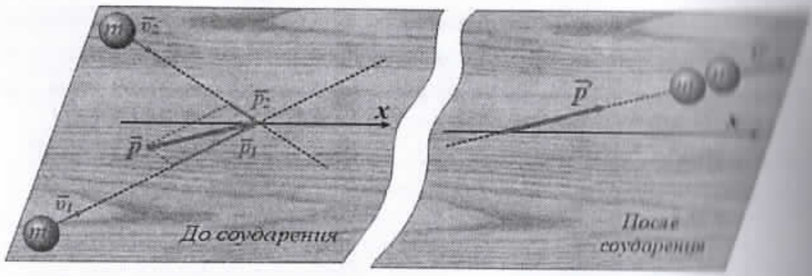


Рисунок 24.2

1.1) Пусть одно тело догоняет другое тело и ударяет по нему абсолютно неупруго. Используя закон сохранения импульса, определяем скорость после удара.

$$m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = (m_1+m_2)\vartheta', \quad \rightarrow \quad \vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}$$

Таким образом, если шар, движущий со скоростью ϑ_1, догонит след шара движущейся со скоростью ϑ_2, и ударит по ней абсолютно неупруго, скорость после удара будет выглядеть следующим образом (рис. 24.3):

$$\boxed{\vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}} \qquad (24.2)$$

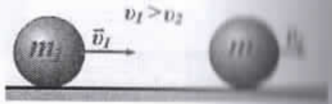


Рисунок 24.3

Приведенная выше формула также может быть приведена путем помещения $\alpha=0$ в формулу реального удара, заданную коэффициентом восстановления в предыдущей теме.

$$\begin{cases} \vartheta'_1 = \dfrac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 - 0\cdot m_2(\vartheta_1-\vartheta_2)}{m_1+m_2} = \dfrac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1+m_2} \\ \vartheta'_2 = \dfrac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 + 0\cdot m_1(\vartheta_1-\vartheta_2)}{m_1+m_2} = \dfrac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1+m_2} \end{cases}; \Rightarrow \vartheta'_1 = \vartheta'_2 = \vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}$$

1.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорость после удара будет:

$$\boxed{\vartheta' = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}} \qquad (24.2a)$$

2.1) Пусть одно тело абсолютно неупруго ударяет по другому телу, идущему навстречу. Используя закон сохранения импульса, определяем скорость после удара.

$$m_1\vartheta_1 m_2\vartheta_2 = (m_1+m_2)\vartheta', \quad \rightarrow \quad \vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}$$

Следовательно, если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, ударит по встречному неупругому шару, движущемуся со скоростью ϑ_2, то скорость после удара будет следующей (рис. 24.4):

$$\boxed{\vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}} \qquad (24.3)$$

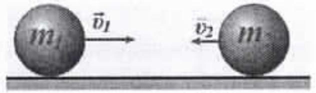


Рисунок 24.4

$$\begin{cases} \vartheta'_1 = \dfrac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2 - 0\cdot m_2(\vartheta_1+\vartheta_2)}{m_1+m_2} = \dfrac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1+m_2} \\ \vartheta'_2 = \dfrac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2 + 0\cdot m_1(\vartheta_1+\vartheta_2)}{m_1+m_2} = \dfrac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1+m_2} \end{cases}; \Rightarrow \vartheta'_1 = \vartheta'_2 = \vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}$$

Приведенная выше формула также может быть приведена путем помещения $\alpha=0$ в формулу реального удара, заданную коэффициентом восстановления в предыдущей теме.

2.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны. Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорость после удара будет:

$$\boxed{\vartheta' = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}} \qquad (24.3a)$$

3.1) Пусть одно тело абсолютно неупруго ударяет по неподвижному другому телу. Импульс 1-ого шара становится импульсом обеих шаров после удара.

$$m_1\vartheta_1 = (m_1+m_2)\vartheta', \quad \rightarrow \quad \vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}$$

Следовательно, если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, ударит по неподвижному воздушному шару абсолютно неупруго, скорость после удара будет следующей (рис. 24.5):

$$\boxed{\vartheta' = \frac{m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1} \qquad (24.4)$$

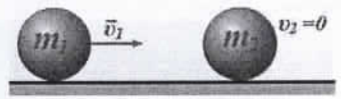


Рисунок 24.5

$$\begin{cases} \vartheta'_1 = \dfrac{m_1 - 0\cdot m_2}{m_1+m_2}\vartheta_1 = \dfrac{m_1\vartheta_1}{m_1+m_2} \\ \vartheta'_2 = \dfrac{(1+0)m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1 = \dfrac{m_1\vartheta_1}{m_1+m_2} \end{cases}; \Rightarrow \vartheta'_1 = \vartheta'_2 = \vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}$$

Приведенная выше формула также может быть приведена путем помещения $\alpha=0$ в формулу реального удара, заданную коэффициентом восстановления в предыдущей теме.

3.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорость после удара будет:

$$\boxed{\vartheta' = \frac{\vartheta_1}{2}} \qquad (24.4)$$

Из приведенной выше формулы следует такой вывод: если дано n шариков, расположенных на одной прямой, из которых один движется со скоростью ϑ, ударены абсолютно неупруго остальными n-1 шариками, то после удара n шариков будут двигаться в вместе со скоростью $\vartheta' = \vartheta/n$ в исходном направлении.

Если тело сталкивается абсолютно неупруго с другим движущимся телом с очень большой массой, скорость после столкновения будет равна скорости тела с более тяжелой массой. Это потому, что легкое тело не сильно меняет скорость или импульс тяжелого тела при ударе. Если тело с большой массой стоит на месте, скорость после столкновения будет равна нулю. Предположим, что тело, брошенное в песок с какой-то высоты, останавливается, когда он застревает в песке.

Как уже говорилось выше, для абсолютно неупругих сталкивающихся тел коэффициенты восстановления будут $\alpha=0$. В результате абсолютно неупругого удара большая часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию, и ни один другой удар в природе не имеет такой потери, как этот удар. Поэтому абсолютным неупругим ударом можно назвать нижний энергетический предел, при котором больше всего теряется механическая энергия.

Абсолютный упругий удар:

Дадим определение абсолютно-упругому удару следующим образом:

Удар, при котором импульс, и механическая энергия полностью сохраняются в процессе столкновения, называется абсолютным упругим ударом.

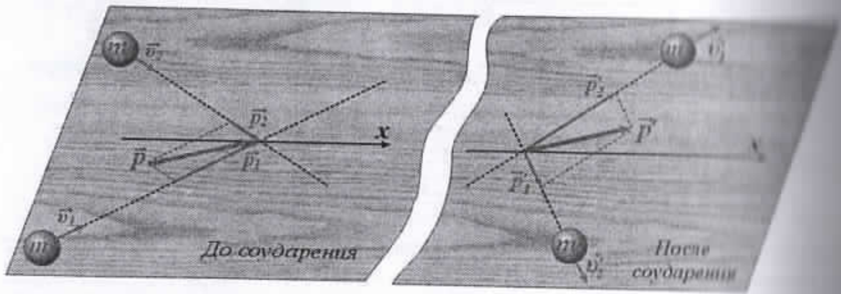


Рисунок 24.6

При абсолютном упругом ударе механическая энергия вообще не теряется, т. е. не преобразуется во внутреннюю энергию, шары не деформируются (рис.24.6).

Условие абсолютного упругого удара будет следующим:

$$\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \\ E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \end{cases} \quad или \quad \begin{cases} m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2 \\ \dfrac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vartheta_2^2}{2} = \dfrac{m_1\vartheta'^2_1}{2} + \dfrac{m_2\vartheta'^2_2}{2} \end{cases} \qquad (24.5)$$

Часто при наблюдении механических явлений мы наблюдаем множество столкновений, движение которых происходит по одной прямой. Поэтому из приведенной выше формулы, выведенной в общем случае для абсолютного упругого удара, рассмотрим некоторые частные случаи для движений, движение которых происходит по одной прямой, скажем, по оси Ox .Давайте [illegible] частные случаи, чтобы избежать путаницы.

1.1) Пусть одно тело догоняет другое тело и ударяет по нему абсолютно упруго. Используя закон сохранения импульса и энергии, определяют скорость после удара. Мы рассматриваем соударение как центральный. Следовательно, векторы скоростей будут направлены вдоль линии, соединяющей центры шара. Поскольку векторы скорости расположены на одной прямой, можно перейти от векторного представления к скалярному представлению. Выше

$$\begin{cases} m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2 \\ \dfrac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vartheta_2^2}{2} = \dfrac{m_1\vartheta'^2_1}{2} + \dfrac{m_2\vartheta'^2_2}{2} \end{cases}$$

[illegible] из равенства

$$\begin{cases} m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_1) = m_2(\vartheta'_2 - \vartheta_2) \\ m_1(\vartheta_1^2 - \vartheta'^2_1) = m_2(\vartheta'^2_2 - \vartheta_2^2) \end{cases}$$

[illegible] к равенству.

$$m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_1)(\vartheta_1 + \vartheta'_1) = m_2(\vartheta'_2 - \vartheta_2)(\vartheta'_2 + \vartheta_2)$$

[illegible] из этого, что второй шар-это скорость после падения, мы поместим ее [illegible] уравнение системы. Там же

[illegible] получается. Отсюда и скорость второго шара после [illegible] $\vartheta'_2 = \vartheta_1 + \vartheta'_1 - \vartheta_2$ найдем и поставим в первое уравнение системы. [illegible]

$$m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_1) = m_2(\vartheta_1 + \vartheta'_1 - \vartheta_2 - \vartheta_2), \rightarrow \ m_1\vartheta_1 - m_1\vartheta'_1 = m_2\vartheta_1 + m_2\vartheta'_1 - 2m_2\vartheta_2, \rightarrow$$

$$(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2 = (m_1 + m_2)\vartheta'_1$$

[illegible] выражений, от которых

$$\vartheta'_1=\frac{(m_1-m_2)\vartheta_1+2m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}$$

В результате поставить это в равенство

$\vartheta'_2=\vartheta_1+\vartheta'_1-\vartheta_2$ в результате

$$\vartheta'_2=\vartheta_1+\frac{(m_1-m_2)\vartheta_1+2m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}-\vartheta_2=\frac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_1+m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_1+2m_2\vartheta_2-m_1\vartheta_2-m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}=$$

$$=\frac{(m_2-m_1)\vartheta_2+2m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}$$

формируем равенство.

Таким образом, если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, догонит по следу шар, движущийся со скоростью ϑ_2, и ударит по нему абсолютно-упруго, то скорости после удара будут выглядеть следующим образом (рис. 24.7):

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{(m_1-m_2)\vartheta_1+2m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}\\ \vartheta'_2=\dfrac{(m_2-m_1)\vartheta_2+2m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}\end{cases}}\qquad(24.6)$$

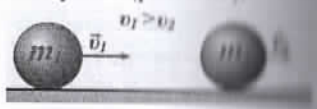


Рисунок 24.7

Приведенная выше формула также может быть приведена путем помещения $\alpha=1$ в формулу реального удара, заданную коэффициентом восстановления в предыдущей теме.

$$\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_2-1\cdot m_2(\vartheta_1-\vartheta_2)}{m_1+m_2}=\dfrac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_2-m_2\vartheta_1+m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}=\dfrac{(m_1-m_2)\vartheta_1+2m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}\\ \vartheta'_2=\dfrac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_2+1\cdot m_1(\vartheta_1-\vartheta_2)}{m_1+m_2}=\dfrac{m_1\vartheta_1+m_2\vartheta_2+m_1\vartheta_1-m_1\vartheta_2}{m_1+m_2}=\dfrac{(m_2-m_1)\vartheta_2+2m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}\end{cases}$$

1.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если в приведенной выше формуле $m_1=m_2$, скорости после удара будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\vartheta_2\\ \vartheta'_2=\vartheta_1\end{cases}}\qquad(24.7)$$

2.1) Пусть одно тело ударяет абсолютно- упруго по другому телу, идущему навстречу.

Если шар, движущийся со скоростью ϑ_1, ударить абсолютно-упруго противоположной шару, движущемуся со скоростью ϑ_2, то скорости после удара будут следующими (рис. 24.8):

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{(m_1-m_2)\vartheta_1-2m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}\\ \vartheta'_2=\dfrac{(m_1-m_2)\vartheta_2+2m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}\end{cases}}\qquad(24.8)$$

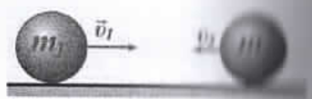


Рисунок 24.8

Приведенная выше формула также может быть приведена путем помещения $\alpha=1$ в формулу реального удара, заданную коэффициентом восстановления в предыдущей теме.

$$\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_2-1\cdot m_2(\vartheta_1+\vartheta_2)}{m_1+m_2}=\dfrac{m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_2-m_2\vartheta_1-m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}=\dfrac{(m_1-m_2)\vartheta_1-2m_2\vartheta_2}{m_1+m_2}\\ \vartheta'_2=\dfrac{m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_2+1\cdot m_1(\vartheta_1+\vartheta_2)}{m_1+m_2}=\dfrac{m_1\vartheta_1-m_2\vartheta_2+m_1\vartheta_1+m_1\vartheta_2}{m_1+m_2}=\dfrac{(m_1-m_2)\vartheta_2+2m_1\vartheta_1}{m_1+m_2}\end{cases}$$

2.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если в приведенной выше формуле $m_1=m_2$, скорости после удара будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=-\vartheta_2\\ \vartheta'_2=\vartheta_1\end{cases}}\qquad(24.8a)$$

3.1) Пусть одно тело ударяет абсолютно-упруго по другому неподвижному телу.

Как будут выглядеть скорости тел после удара, если движущийся со скоростью ϑ_1 шар ударит абсолютно-упруго по неподвижному шару с (рис. 24.9).

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vartheta_1\\ \vartheta'_2=\dfrac{2m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1\end{cases}}\qquad(24.9)$$

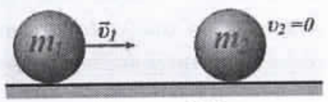


Рисунок 24.9

Приведенная выше формула также может быть приведена путем помещения $\alpha=1$ в формулу реального удара, заданную коэффициентом восстановления в предыдущей теме.

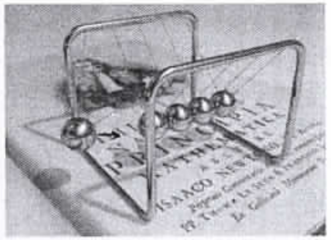
$$\begin{cases}\vartheta'_1=\dfrac{m_1-\alpha\cdot m_2}{m_1+m_2}\vartheta_1=\dfrac{m_1-1\cdot m_2}{m_1+m_2}\vartheta_1=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vartheta_1\\ \vartheta'_2=\dfrac{(1+\alpha)m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1=\dfrac{(1+1)m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1=\dfrac{2m_1}{m_1+m_2}\vartheta_1\end{cases}$$

3.2) Пусть в приведенной выше формуле массы равны.

Если $m_1=m_2$ в приведенном выше условии, скорости после удара будут следующими:

$$\boxed{\begin{cases}\vartheta'_1=0\\ \vartheta'_2=\vartheta_1\end{cases}}\qquad(24.10)$$

Из приведенной выше формулы следует вывод: если задано n линейно расположенных шаров, из которых одна движется со скоростью ϑ, а остальные n-1 шары ударяются по абсолютно упруго, то после удара последний n- шар движется в начальном направлении со скоростью $\vartheta' = \vartheta$. В этом можно убедиться, посмотрев также Рис 24.10.


а)

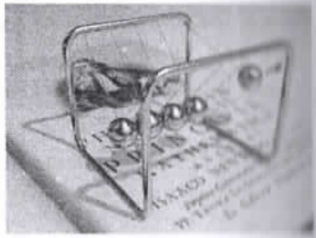

б)

Рисунок 24.10

Как уже говорилось выше, для абсолютно-упругих сталкивающихся тел коэффициенты восстановления будут $\alpha=1$. В результате абсолютного упругого удара механическая энергия вообще не преобразуется во внутреннюю энергию, шары не нагреваются. Поэтому абсолютным упругим ударом можно назвать верхний энергетический предел, при котором механическая энергия теряется меньше всего, то есть не теряется. В природе не возникает удара, при котором теряется даже меньше механической энергии, чем при абсолютном упругом ударе. Потому что без этого закон сохранения энергии был бы нарушен.

Вопросы по теме:

1. *Что такое абсолютный неупругий удар? Запишите формулу этого удара в векторном виде.*
2. *Запишите скорости после удара сталкивающихся абсолютно неупругих тел на оси Ох для следующих случаев:*

а) тела не движутся в одном направлении;
б) тела движутся в противоположном направлении;
в) второе тело неподвижно.

3. *Что такое абсолютный упругий удар? Запишите формулу этого удара в векторном виде.*
4. *Запишите скорости после удара сталкивающихся абсолютно неупругих тел на оси Ох для следующих случаев:*

а) тела не движутся в одном направлении;
б) тела движутся в противоположном направлении;
в) второе тело неподвижно.

Решение проблем:

1. Два титановых шара движутся с одинаковой скоростью $\vartheta = 2$ м/с по направлению друг к другу. И ударяются о центрально-абсолютно. Первый шар с массой $m_1 = 240г$ останавливается после столкновения. Определите массу второго тела и его скорость после удара.

Дано:
$\vartheta = \vartheta_1 = -\vartheta_2$
$\vartheta = 2$ м/с
$m_1 = 240г$
$\vartheta'_1 = 0$
$m_2 = ?$, $\vartheta'_2 = ?$

Решение:

Для этого воспользуемся формулой закона сохранения импульса для абсолютного упругого удара-скорости первого тела после удара.

$$\vartheta'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 - 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} = 0, \rightarrow (m_1 - m_2)\vartheta - 2m_2\vartheta = 0, \rightarrow$$

$$m_1 - m_2 - 2m_2 = 0, \rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3} = 80г$$

А скорость 1-го тела после удара будет:

$$\vartheta'_2 = \frac{(m_1 - m_2)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2} = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vartheta = \frac{3\cdot 240 - 80}{240 + 80}\vartheta = 2\vartheta = 4 м/с$$

Ответ: $m_2 = \frac{m_1}{3} = 80г$; $\vartheta_2 = 2\vartheta = 4 м/с$

2. Для того чтобы шарики массой 6 кг и 18 кг останавливались после абсолютно неупругого столкновения, каким должно быть отношение скоростей их до столкновения v_1/v_2?

A) 1   B) 3   C) 1/3   D) 2   E) 1/2

Berilgan:
$m_1 = 6$ кг
$m_2 = 18$ кг
$v = 0$
$\frac{v_1}{v_2} = ?$

Yechilishi:

По закону сохранения импульса

$m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = (m_1 + m_2)\vec{v}$

$m_1\vec{v_1} - m_2\vec{v_2} = 0$

$m_1\vec{v_1} = m_2\vec{v_2}$ $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{18}{6} = 3$

Ответ: B) 3

§ 25. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА, ВЫПОЛНЯЕМАЯ РАЗЛИЧНЫМИ СИЛАМИ. ПОНЯТИЕ О КИНЕТИЧЕСКОЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ.

Механическая работа:

Значение понятия "Работа" в механике отличается от значения понятия, применяемого в повседневной жизни. В частности, человек толкает тяжелый камень, чтобы переместить его. Хотя он не может двигать камень, из-за его тяжести он устает, истощается и обездвиживается. С точки зрения механики, в этом случае человек считается не выполнившим работу. Потому что, в механике, чтобы иметь работу, перемещение тела должно происходить под действием силы. В описанном примере перемещение не произошло. Но человек устает из-за напряжения его мышц. Утомляемость человека в этом случае отличается по сути от работы в механике.

Влияние силы на продолжительность пройденного пути характеризуется физической величиной, называемой механической работой. Для выполнения механической работы необходимо, во-первых, воздействовать на тело, а во-вторых, перемещать тело.

Мы определяем механическую работу следующим образом:

Скалярная величина, равная скалярному умножению вектора силы, действующей на тело, и вектора перемещения, вызванного этой силой, называется ***механической работой*** (рис.25.1).

$$\boxed{A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F\, s \cos\alpha} \qquad (25.1)$$

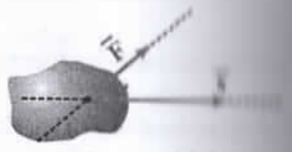


Рисунок 25.1

Единицей измерения работы в системе СИ является Дж (Джоуль).

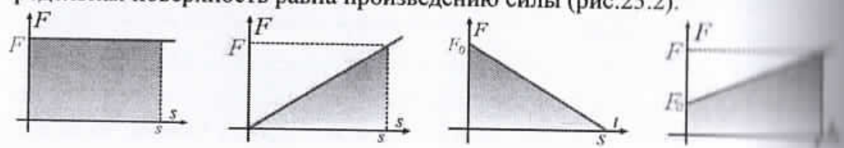
Работа, выполняемая силой, равна *1 Дж*, если сила *1 Н* перемещает тело на *1 м* расстояние в направлении его действия.

$$\boxed{1\,Дж = 1\,Н \cdot 1\,м} \qquad (25.2)$$

Работа, выполняемая силой, может быть положительной или отрицательной, в зависимости от того, является ли угол α между векторами силы и перемещения острым или тупым.

- Если угол между векторами движения и силы равен 90^0, то работа, выполняемая силой, равна нулю. Потому что в этом случае $\cos 90^0=0$.
- Даже когда тело движется по замкнутому контуру, выполненная работа равна нулю. Потому что в этом случае $s=0$.
- Даже при прямолинейном равномерном движении тела по его инерции выполненная работа равна нулю. Потому что в этом случае сила будет $F=0$.

Если $\alpha=0^0$, то на любом графике, где сила и перемещение связаны, предельная поверхность равна произведению силы (рис.25.2).



$$\boxed{A = F\,s} \qquad \boxed{A = \frac{1}{2}F\,s} \qquad \boxed{A = \frac{1}{2}F_0\,s} \qquad \boxed{A = \frac{F+F_0}{2}s}$$

Рисунок 25.2

Механическая работа – это разность начальных и конечных механических энергии тела. Тело без энергии не может выполнять работу,

Другими словами, тело не может выполнять работу больше, чем энергия, которую оно имеет.

С тех пор, как мы начали изучать раздел динамики, мы изучали силы и их виды. Мы уже познакомились с такими видами механических сил, как сила упругости, движущая сила, сила трения, сила тяжести. Теперь давайте перейдем к изучению работы, выполняемой этими силами.

Механические работы, выполняемые различными силами:

Чтобы определить механическую работу, выполняемую какой-либо силой, мы используем определение поверхности, ограниченной графиком, на графике, где сила и перемещение связаны.

Для начала давайте посчитаем работу, проделанную силой упругости. А работа силы упругости в количественном выражении равна работе, выполняемой внешними силами при растяжении пружины. Поскольку угол между внешней силой и перемещением при растяжении пружины равен 0^0, работа, выполняемая внешней силой, является положительным знаком. Для определения этого случая, как мы только что отметили, мы используем графике, где сила и перемещение связаны (рис.25.3). В соответствии с работа, выполняемая внешней силой

$$A_{внеш} = \frac{F_1+F_2}{2}s = \frac{k\,x_1 + k\,x_2}{2}(x_2 - x_1) = \frac{k\,(x_2-x_1)(x_2+x_1)}{2} = \frac{k\,x_2^2}{2} - \frac{k\,x_1^2}{2} = W_{П2} - W_{П1}$$

Следовательно, работа, выполняемая внешней силой при изменении деформации пружины с x_1 на x_2, будет:

$$\boxed{A_{внеш} = W_{П2} - W_{П1} = \frac{k\,x_2^2}{2} - \frac{k\,x_1^2}{2}} \qquad (25.3)$$

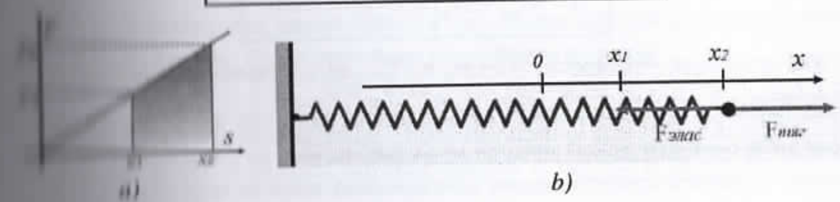


Рисунок 25.3

Мы отметили, что здесь $\frac{k\,x_2^2}{2} = W_{p2}$ и $\frac{k\,x_1^2}{2} = W_{p1}$. Назовем это обозначение этой физической величиной-потенциальной энергией пружины. Более того, о потенциальной энергии нам известно еще из школьного учебника физики. Условием существования потенциальной энергии является действием. Потенциальная энергия – это энергия действия.

Потенциальная энергия деформированной пружины равна:

$$\boxed{W_p = \frac{k x^2}{2}} \qquad (25.4)$$

Следует напомнить, что при растяжении пружины внешняя сила положительна, а сила упругости выполняет отрицательную работу. Следовательно, в этом случае работа, выполняемая внешней силой и силой упругости, равна по величине, а жест противоположен, т. е.

$$A_{элас} = -A_{внеш}$$

Исходя из этого, работа, выполняемая силой упругости при изменении деформации пружины от x_1 до x_2

$$\boxed{A_{элас} = W_{П1} - W_{П2} = \frac{k x_1^2}{2} - \frac{k x_2^2}{2}} \qquad (25.5)$$

определяется по формуле.

Как известно, скорость – величина векторная, и для изменения её величины и направления, конечно же, потребуется сила, воздействие. Пока есть сила и движение, это означает, что эта сила делает работу. При увеличении скорости тела на тело действует сила притяжения. Давайте определим работу, выполняемую этой силой. Работа, проделанная силой

$$A = F s = m a s = m a \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2a} = \frac{m \vartheta_2^2}{2} - \frac{m \vartheta_1^2}{2} = W_{k2} - W_{k1}$$

будет.

Таким образом, работа, выполняемая внешней силой при изменении скорости тела от ϑ_1 до ϑ_2 будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{A = W_{k2} - W_{k1} = \frac{m \vartheta_2^2}{2} - \frac{m \vartheta_1^2}{2}} \qquad (25.6)$$

Мы отметили, что здесь $\frac{m\vartheta_2^2}{2} = W_{k2}$ и $\frac{m\vartheta_1^2}{2} = W_{k1}$. Назовем это обозначение новой физической величиной – кинетической энергией движущегося тела. Более того, о кинетической энергии нам известно еще из школьного учебника физики. Условием существования кинетической энергии является движение. Любому движению тела соответствует кинетическая энергия.

Кинетическая энергия движущегося тела может быть найдена в виде этих формул:

$$\boxed{W_k = \frac{m \vartheta^2}{2} \quad или \quad W_k = \frac{p \vartheta}{2} = \frac{p^2}{2m}} \qquad (25.7)$$

При увеличении скорости тела работу выполняют силы притяжения, а при замедлении-силы трения и сопротивления.

Даже при подъеме тела на высоту необходимо будет выполнить работу против силы тяжести. Вычислим работу, выполняемую силами тяготения и

силы тяжести, действующими на тело при изменении его высоты (рис.25.4). Работа, выполняемая притягивающей внешней силой, будет:

$$A = F_{тяг} s = m g (h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1 = W_{П2} - W_{П1}$$

Следовательно, работа, выполняемая внешней силой при изменении высоты, на которой находится объект, от h_1 до h_2, оказывается:

$$\boxed{A_{внеш} = W_{П2} - W_{П1} = m g h_2 - m g h_1} \qquad (25.8)$$

Мы обозначили это здесь как $mgh_2 = W_{П2}$ и $mgh_1 = W_{П1}$. Назовем это обозначение новой физической величиной – потенциальной энергией тела, стоящего на какой-то высоте.

Исходя из выше изложенных соображений, оказывается, что потенциальную энергию тела массой m, стоящего на высоте h над поверхностью земли, можно записать как:

$$\boxed{W_П = m g h} \qquad (25.9)$$

Следует помнить, что когда тело движется вверх, внешняя сила положительна, а сила тяжести выполняет отрицательную работу, и наоборот, тогда как при движении вниз внешняя сила отрицательна, а сила тяжести выполняет положительную работу.Одним словом, работа, выполняемая внешней силой и силой тяжести, является количественно равной, направление противоположной будет.

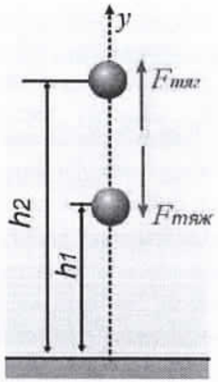


Рисунок 25.4

$$A_{тяж} = -A_{внеш}$$

Работа, выполняемая силой тяжести при изменении высоты, на которой будет тело, от h_1 до h_2, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{A_{тяж} = W_{П1} - W_{П2} = m g h_1 - m g h_2} \qquad (25.10)$$

Работа, выполняемая силами, поднимающими тело на высоту h от поверхности земли, и силами, опускающимися с высоты h на землю, будет одинакова и равна

$$\boxed{A = m g h} \qquad (25.11)$$

Теперь посмотрим, какая работа выполняется при подъеме или опускании тела с ускорением. При этом выполняется не только работа по преодолению силы тяжести, но и затрачивается энергия на преодоление возникающей силы инерции. Следовательно, работа, выполняемая при этом, будет равна произведению веса тела и перемещения.

Сила притяжения, приложенная к телу, когда он притягивает тело с ускорением вверх, равна весу тела. Поэтому работа в этом будет равно:

$$A = F_{тяг}\, s\cos 0^0 = Ph = m(g+a)h$$

Таким образом, работа, выполняемая силой, поднимающей тело с поверхности земли на высоту h с ускорением a, будет следующей:

$$\boxed{A = m(g+a)h} \qquad (25.11)$$

Когда вы опускаете тело с ускорением, сила, приложенная к телу, равна весу тела. В этом случае, поскольку вес меньше силы тяжести, выполненная работа также будет меньше работы, выполненной силой тяжести. Работа, проделанная в этом будет равно.

$$A = F_{тяг}\, s\cos 0^0 = Ph = m(g-a)h$$

Таким образом, работа, выполняемая силой, опускающей тело с высоты h с ускорением $a(a<g)$, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{A = m(g-a)h} \qquad (25.12)$$

Когда тело падает сверху, его ускорение из-за сопротивления воздуха меньше, чем ускорение свободного падения, то есть $a(a<g)$. Благодаря этому тела падает не с такой скоростью, как при свободном падении, а с меньшей. Кинетическая энергия тела, когда он падает на Землю, меньше его первоначальной потенциальной энергии. Это вызвано силой сопротивления воздуха, то есть часть первоначальной потенциальной энергии уходит на преодоление силы сопротивления воздуха.

Таким образом, если тело падает с ускорением $a(a<g)$ из-за сопротивления воздуха при падении с вершины, работа, выполняемая силой сопротивления, будет следующей:

$$\boxed{A = m(a-g)h} \qquad (25.14)$$

Теперь определим работу, проделанную силой трения. Поскольку сила трения всегда направлена в направлении, противоположном направлению движения, выполненная работа будет отрицательной.

$$A = F_{трен}\, s\cos 180^0 = -\mu m g s$$

Работа, выполняемая силой трения, всегда отрицательна, а ее модуль равен

$$\boxed{A = -\mu m g s} \qquad (25.15)$$

В процессе выполнения механической работы наблюдается переход от одного вида движения материи к другому. Например, в процессе эксплуатации электровозов, троллейбусов и трамваев электрическое проявление движения вещества перешло в механическое. В процессе работы автомобильного двигателя, паровых машин и тепловых машин тепловая форма движения вещества преобразуется в механическую форму и т. д.

Кинетическая и потенциальная энергия, потенциальная энергия гравитационного поля:

Механическая энергия-это способность тела выполнять работу. Когда тело выполняет работу, его энергия, безусловно, изменяется, то есть тело выполняет работу за счет своей накопленной энергии. Тело не может выполнять больше работы, чем накопленная в нем механическая энергия. Механическая энергия может быть в кинетической и потенциальной формах.

Движущееся тело обладает способностью выполнять работу и, следовательно, также обладает энергетическим “запасом”. Кинетическая энергия-это энергия движения тела. Для того чтобы тело обладал кинетической энергией, необходимо, прежде всего, чтобы он двигался. Кинетическая энергия также изменяется, когда внешняя сила изменяет скорость тела. Поэтому работа, выполняемая внешней силой, оценивается изменением кинетической энергии.

Кинетическая энергия зависит от массы и скорости тела и будет:

$$\boxed{W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}} \qquad (25.16)$$

Кинетическая энергия механической системы, состоящей из нескольких тел, равна алгебраической сумме кинетических энергий каждого тела, входящего в систему.

$$\boxed{W_k = W_{k1} + W_{k2} + \ldots + W_{k3} = \sum_{i=1}^{n} W_{ki} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \vartheta_i^2}{2}} \qquad (25.17)$$

Кинетическая энергия тела через его импульс может быть выражена в следующем виде:

$$\boxed{W_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{p\vartheta}{2}} \qquad (25.18)$$

Когда известны импульс $p = m\vartheta$ и кинетическая энергия $W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$ тела, можно определить его массу и скорость. В этом и будет масса тела $W_k = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{(m\vartheta)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \rightarrow m = \frac{p^2}{2W_k}$. А скорость тела будет $W_k = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m\vartheta \cdot \vartheta}{2} = \frac{p\vartheta}{2} \rightarrow \vartheta = \frac{2W_k}{p}$.

Следовательно, если бы у тела был импульс p и кинетическая энергия W_k, масса и скорость тела были бы:

$$\boxed{m = \frac{p^2}{2W_k}, \quad \vartheta = \frac{2W_k}{p}} \qquad (25.19)$$

Независимо от природы силы взаимодействия (гравитационное, электромагнитное, сильное или слабое воздействие), любые два взаимодействующих тела или частицы будут обладать энергией взаимодействия (т. е. потенциальной энергией).

Потенциальная (взаимодействия) энергия-скалярная величина, равна скалярному умножению вектора силы удара и радиус-вектора интервала действия.

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{r} = |\vec{F}|\,|\vec{r}|\cos\alpha} \qquad (25.20)$$

Где: α – угол между вектором силы и радиус-вектором.

Если $\alpha < 90^0$, сила удара тел будет иметь свойство отталкиваться, и тела будут стремиться удаляться друг от друга до бесконечности (за пределы области действия друг друга). Работа, выполняемая при перемещении тел в бесконечность, происходит за счет уменьшения потенциальной энергии. При этом значение потенциальной энергии уменьшается от положительного значения тока к нулевому.

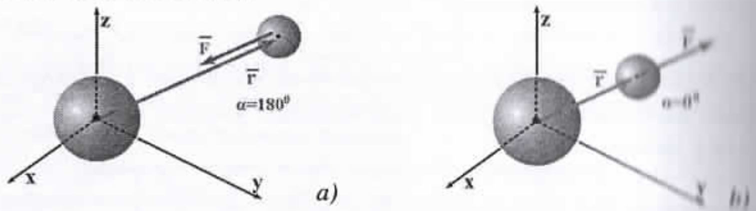


Рисунок 25.5

Если $\alpha > 90^0$, сила удара тела будет иметь гравитационное притяжение, и телы будут стремиться приблизиться друг к другу. Сила тяжести не будет выполнять работу по удалению тела до бесконечности (за пределы области влияния друг друга), но внешняя сила против силы тяжести должна будет выполнять работу. При этом значение потенциальной энергии возрастает от отрицательного значения тока до нуля.

В заключение можно сказать, что потенциальная энергия притягивающих тел отрицательна, а потенциальная энергия отталкивающих тел положительна (рис.25.5).

Определим потенциальную энергию двух тел, тяготеющих под действием силы тяжести. Поскольку потенциальная энергия является энергией действия, она будет равна скалярному умножению вектора силы действия и радиус-вектора, т. е.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = F\,r\cos 180^0 = -G\frac{M\,m}{r^2}r = -G\frac{M\,m}{r}$$

будет.

Следовательно, потенциальная энергия двух тел или двух частиц с массой M и m, расстояние между которыми равно r, будет равна:

$$\boxed{W = -G\frac{M\,m}{r}} \qquad (25.21)$$

Тела, взаимодействующие друг с другом, также обладают способностью выполнять работу и, следовательно, обладают энергетическим "запасом". Потенциальная энергия-это энергия действия тела. Значение потенциальной энергии зависит от положения тел. При изменении положения тел внешняя сила также меняет потенциальную энергию. Поэтому работа, выполняемая внешней силой, оценивается по изменению потенциальной энергии. Во-вторых, потенциальная энергия тела, находящегося в консервативном силовом поле, измеряется способностью консервативной силы выполнять работу. Например, тела, расположенные на некоторой высоте от поверхности Земли, будут иметь некоторую потенциальную энергию относительно своей поверхности, потому что, когда объект приземляется на поверхность Земли, консервативные силы выполняют работу, равную его потенциальной энергии. В зависимости от того, на какой горизонтальный уровень падает объект с некоторой высоты, этот уровень условно считается нулевым уровнем, и объект обладает некоторой потенциальной энергией относительно этого нулевого уровня. При падении консервативные силы выполняют работу, равную этой потенциальной энергии. Мы можем выбрать нулевой уровень на поверхности Земли, на уровне моря, на первом или втором этаже. Но в большинстве случаев нулевой уровень выбирается на поверхности Земли.

Потенциальная энергия тела, находящего на какой-либо высоте от поверхности Земли, равна:

$$\boxed{W_П = m\,g\,h} \qquad (25.22)$$

Точно так же, как и выше, пружинные катушки, которые растягиваются или сжимаются, находятся под действием поля сил упругости. Когда пружина возвращается в исходное положение, консервативные силы выполняют работу, равную ее потенциальной энергии. Следует также знать, что источником поля сил упругости является изменение расстояния между образующими его атомами при деформации пружины, каждый атом находится в поле действия соседних атомов.

Потенциальная энергия деформированной пружины имеет вид:

$$\boxed{W_П = \frac{k\,x^2}{2}} \qquad (25.23)$$

Где k – жесткость пружины, x – величина деформации.

Использование формулы $W_П=mgh$ для потенциальной энергии тела нецелесообразно, если тела находится на достаточной высоте над поверхностью земли. Потому что не следует упускать из виду, что по мере удаления от поверхности Земли значение g свободного падения изменяется. Работа, выполняемая в этом

$$W = \vec{F}\cdot\vec{r} = F\,r\cos180^0 = -F\,r = -G\frac{M\,m}{r^2}r = -G\frac{M\,m}{r} = -G\frac{M\,m}{R+h}$$

должен быть равен.

Следовательно, потенциальная энергия тела с массой m на высоте h над поверхностью Земли будет:

$$\boxed{W_П = -G\frac{M\,m}{r} = -G\frac{M\,m}{R+h}} \qquad (18.34)$$

Если тела с массой m находится на поверхности Земли (h=0), потенциальная энергия будет:

$$\boxed{W_П = -G\frac{M\,m}{R}} \qquad (18.35)$$

Используя приведенную выше формулу, рассчитаем потенциальную энергию тела, стоящего на поверхности Земли и имеющего массу $m=1кг$.

$$\boxed{W_p = -G\frac{M\,m}{R} = -6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5,97\cdot10^{24}\cdot1}{6,37\cdot10^{6}} \approx -62,51\ MJ} \qquad (18.36)$$

Мы столкнулись с интересным явлением здесь. На поверхности Земли потенциальная энергия должна была быть равна нулю по формуле $W_p=mgh$. почему получилось два разных результата? Следует отметить, что формула $W_p = -G\frac{M\,m}{R}$ является более общей, чем формула. В действительности потенциальная энергия тела массой *1 кг*, стоящего на поверхности Земли будет не равна нулю, а равна *-62,51 МДЖ*. Чтобы облегчить расчет, мы условно выбираем поверхность Земли как нулевой уровень и выполняем работу $A=mgh$, когда поднимаем тело на высоту $h(h<<R)$. Поэтому полагаем, что потенциальная энергия будет иметь значение $W_П=mgh$, равное работе, проделанной при подъеме тела. Но на самом деле потенциальная энергия приобретает значение $W_П = -G\frac{M\,m}{R} + mgh$, когда вы поднимаете тело на высоту $h(h<<R)$.

Вопросы по теме:

1. *Что называется механической работой, каково ее математическое выражение?*
2. *В каких случаях механическая работа будет равна нулю?*
3. *Когда механическая работа может быть положительной, и когда отрицательной?*
4. *Запишите выражения для работы, выполняемой силами упругости, веса и трения.*
5. *Опишите кинетическую и потенциальную энергии, запишите их формулы.*
6. *Назовите условия существования кинетической и потенциальной энергий.*
7. *Когда потенциальная энергия положительна, а когда отрицательна?*
8. *Запишите выражение потенциальной энергии гравитационного поля. Какой у него жест?*
9. *Назовите потенциальную энергию гравитационного поля любого тела массой 1 кг на поверхности Земли.*

1. Для толкания дрова массой 7 кг, лежащей на столе, на расстояние 0,5 м было выполнено 14 Дж работы. Найти коэффициент трения между дровой и столом.

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,25 D) 0,3 E) 0,4.

Дано:	<u>*Решение:*</u>
$m = 7kg$ $S=0,5m$ $A=14J$ $\mu=?$	*При скольжении дрова выполняется работа против преодоления силы трения.* $\begin{cases} A = F_{тр}\,S \\ F_{тр} = \mu mg \end{cases}$; $\rightarrow$ $A = \mu mgS$, $\rightarrow$ $\rightarrow \mu = \frac{A}{mgS} = \frac{14}{70\cdot0,5} = 0,4$

Ответ: E) 0,4

2. Автомобиль "эника" массой 1600 кг ехал со скоростью 18 км/ч и врезался в стену. В результате удара его переднего буфера деформировался на 4 см. Какова его жесткость (Н/м)?

Berilgan:	<u>*Yechilishi:*</u>
$m=1600$ кг $x=4$ см $\vartheta=5$ м/с $k=?$	*По закону сохранения энергии начальная кинетическая энергия автомобиля при ударе о препятствие переходит в вид потенциальной энергии пружины.* $E_{k.\max} = E_{П.\max}$, $\rightarrow$ $\frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{k\,x^2}{2}$, $\rightarrow$ $k = m\left(\frac{\vartheta}{x}\right)^2 =$ $= 1600\cdot\left(\frac{5}{0,04}\right)^2 = 1600\cdot125^2 = 2,5\cdot10^7\ Н/м$

Ответ: 2,5·10⁷ Н/м

§ 26. МОЩНОСТЬ И ЕЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЕ. НЕКОТОРЫЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ, КОТОРЫЕ НЕ ВХОДЯТ В СИ.

Мощность и ее единицы измерения:

В физике существует такая величина, что величина характеризуется не только количеством выполняемой работы, но и тем, насколько интенсивно, быстро выполняется работа. Это – величина мощности.

Мощность – это скорость, с которой машина выполняет работу, и величина, равная отношению выполненной работы на время.

$$\boxed{N = \frac{A}{t}} \qquad (26.1)$$

Величина мощности – это скалярная величина, которая измеряется в Ваттах (*Вт*). Мощность машины, выполняющей работу, которая выполняет *1 Дж* работы за *1с* времени, равна *1Вт*.

$$\boxed{1Вт = \frac{1Дж}{1с}} \qquad (26.2)$$

Помимо приведенной выше формулы, мощность также может быть выражена через силу и скорость.

$$N = \frac{A}{t} = \frac{F\,s}{t} = F\,\vartheta$$

Выражение мощности через силу и скорость будет выглядеть так:

$$\boxed{N = F\,\vartheta} \qquad (26.3)$$

Из приведенной выше формулы следует такой вывод. Мощность машины, мощность которой неизменна, уменьшается при увеличении скорости, и наоборот, мощность увеличивается при уменьшении скорости. Мы едем на машинах на большой скорости по ровной дороге. При этом величина силы мала, а скорость большая, то есть нет необходимости увеличивать силу. В холмистых районах мы увеличиваем мощность, уменьшая скорость, приводя к более низкой передаче.

Если в одном направлении работают несколько работающих машин, мощность и сила тяги которых различны (например, несколько тракторов тянут в одну сторону груз с большим весом), то их мощности и силы тяги суммируются (так должно быть по закону сохранения энергии).

$$\boxed{\begin{cases} N_{общ} = N_1 + N_2 + N_3 + ... + N_k \\ F_{общ} = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_k \end{cases}} \qquad (26.4)$$

Мощности $N_1, N_2, N_3, ... N_k$. Машины, которые выполняют работу (скажем, будь то машина или трактор), когда они тянут груз по отдельности, соответственно пусть, $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, ... \vartheta_k$ дает скорость. Давайте посчитаем, какую скорость дает эта машина, когда мы запускаем эти машины одновременно.

$$N_{общ} = F_{общ}\vartheta_{общ}, \quad N_1 = F_1\vartheta_1, \quad N_2 = F_2\vartheta_2, \quad N_3 = F_3\vartheta_3, ... \quad N_k = F_k\vartheta_k$$

$$F_{общ} = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_k, \quad \rightarrow \quad \frac{N_{общ}}{\vartheta_{общ}} = \frac{N_1}{\vartheta_1} + \frac{N_2}{\vartheta_2} + \frac{N_3}{\vartheta_3} + ... + \frac{N_k}{\vartheta_k} \rightarrow$$

$$\vartheta_{общ} = \frac{N_{общ}}{\frac{N_1}{\vartheta_1} + \frac{N_2}{\vartheta_2} + \frac{N_3}{\vartheta_3} + ... + \frac{N_k}{\vartheta_k}} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + ... + N_k}{\frac{N_1}{\vartheta_1} + \frac{N_2}{\vartheta_2} + \frac{N_3}{\vartheta_3} + ... + \frac{N_k}{\vartheta_k}}$$

Так что в этом для скорости получается результат.

$$\boxed{\vartheta_{общ} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + ... + N_k}{\frac{N_1}{\vartheta_1} + \frac{N_2}{\vartheta_2} + \frac{N_3}{\vartheta_3} + ... + \frac{N_k}{\vartheta_k}}} \qquad (26.5)$$

Приведенная выше формула является известной из математики формулой нахождения среднего гармонического числа. Если мы увидим приведенную выше формулу на примере двух тракторов или автомобиля, то для средней скорости имеет вид:

$$\boxed{\vartheta_{ит} = \frac{(N_1 + N_2)\vartheta_1\vartheta_2}{N_1\vartheta_2 + N_2\vartheta_1}} \qquad (26.6)$$

Машины, выполняющие работу с силой тяжести $F_1, F_2, F_3, ... F_k$ (скажем, будь то машина или трактор), когда они тянут груз по отдельности, соответственно $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, ... \vartheta_k$ пусть дает скорость. Давайте посчитаем, какую скорость дает эта машина, когда мы запускаем эти машины одновременно.

$$N_{общ} = F_{общ}\vartheta_{общ}, \quad N_1 = F_1\vartheta_1, \quad N_2 = F_2\vartheta_2, \quad N_3 = F_3\vartheta_3, ... \quad N_k = F_k\vartheta_k$$

$$N_{общ} = N_1 + N_2 + N_3 + ... + N_k, \quad \rightarrow \quad F_{общ}\vartheta_{общ} = F_1\vartheta_1 + F_2\vartheta_2 + F_3\vartheta_3 + ... + F_k\vartheta_k \rightarrow$$

$$\vartheta_{общ} = \frac{F_1\vartheta_1 + F_2\vartheta_2 + F_3\vartheta_3 + ... + F_k\vartheta_k}{F_{общ}} = \frac{F_1\vartheta_1 + F_2\vartheta_2 + F_3\vartheta_3 + ... + F_k\vartheta_k}{F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_k}$$

Так что в этом для скорости получается результат.

$$\boxed{\vartheta_{общ} = \frac{F_1\vartheta_1 + F_2\vartheta_2 + F_3\vartheta_3 + ... + F_k\vartheta_k}{F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_k}} \qquad (26.7)$$

Приведенная выше формула является известной из математики формулой для нахождения средне взвешенного числа.

Определение коэффициента полезного действия (КПД):

Если мы хотим что-то сделать, нам нужно сделать что-то для этого, потратить энергию. Но не вся энергия, которую мы тратим, идет к цели. Мы называем общую энергию, затраченную на выполнение работы, **общей работой**, энергию, направленную именно на достижение цели, **полезной работой**, а энергию, затраченную на то, что не предусмотрено, расточительной работой. Например, чтобы вскипятить воду $1\ \ell$ в чайнике, мы ставим ее на газ. Но вся энергия, которую мы передаем, не только тратится на нагрев воды, но и нагревает чайник, горшок и молекулы окружающего воздуха. При этом теплота сгорания, выделяющаяся при сгорании газа, – это общая работа, энергия, передаваемая воде, – ***полезная работа***, а энергия, передаваемая горшку и окружающей среде, – ***расточительная работа***. Чтобы узнать, какая часть всей передаваемой энергии направляется в цель, вводится новый коэффициент ***полезной работы***.

Отношение полезной работы к ***общей работе***, выраженное в процентах, называется коэффициентом ***полезной работы***.

$$\boxed{\eta = \frac{A_{пол}}{A_{общ}} \cdot 100\%} \qquad (26.8)$$

КПД выразим через потраченную работу и общую работу.

$$\boxed{\eta = (1 - \frac{A_{пот}}{A_{общ}}) \cdot 100\%} \qquad (26.9)$$

также можно написать.

Где: $A_{пол}$ – прибыльная работа, работа, направленная на достижение цели; $A_{пот}$ – потраченная работа, потраченная впустую работа.

Полезная работа и потраченная работа выраженқ через общую работу.

$$\boxed{A_{пол} = \eta\, A_{общ}, \qquad A_{пот} = (1-\eta)\, A_{общ}} \qquad (26.10)$$

КПД также может быть выражен через силу. Для этого достаточно в уравнении КПД, выраженном через произведения, разделить дробь на числитель и знаменатель на t времени. Исходя из этого, КПД также можно назвать отношением полезной мощности к общей мощности.

$$\boxed{\eta = \frac{N_{пол}}{N_{общ}} \cdot 100\% = (1 - \frac{N_{пот}}{N_{общ}}) \cdot 100\%} \qquad (26.11)$$

Где: $N_{пол}$ – полезная мощность, $N_{пот}$ – потраченная мощность. Выражаем полезная работа и потраченная работа через общую работу.

$$\boxed{N_{пол} = \eta \cdot N_{общ}, \qquad N_{пот} = (1-\eta) \cdot N_{общ}} \qquad (26.12)$$

Определим КПД наклонной поверхности. Так как поднять на вертикальный подъем груза массой $P=mg$ силы не хватает, его выносят на возвышенность вдоль какой-либо наклонной поверхности. В этом сила выигрывает, но проигрывает на расстоянии. Угол косой поверхности равен α, высота h, а длина ℓ. При прямом вытягивании тела вверх по склону

необходимо приложить силу, равную $F_{тяг} = F_{тр} + F_p = mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)$. Эта сила выполняет общую работу, равную $A_{общ} = F тяг \ell = mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)\ell$. Но если бы тело поднималось вертикально вверх, то была бы выполнена полезная работа, равная $A_{пол} = Ph = mgh$. Следовательно, КПД наклонного поверхность будет $\eta = \frac{A_{пол}}{A_{общ}} \cdot 100\% = \frac{mgh}{mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)\ell} \cdot 100\% = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} \cdot 100\%$.

Получается, что, разделив числитель и знаменатель этой формулы на синус или косинус, можно опять же сформировать или формулы.

$\eta = \frac{1}{1+\mu ctg\alpha} \cdot 100\%$ или $\eta = \frac{tg\alpha}{tg\alpha + \mu} \cdot 100\%$.

Таким образом, КПД наклонной поверхности будет выглядеть так:

$$\boxed{\eta = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} \cdot 100\% = \frac{1}{1+\mu ctg\alpha} \cdot 100\% = \frac{tg\alpha}{tg\alpha + \mu} \cdot 100\%} \qquad (26.13)$$

Формулы применения КПД к тепловым явлениям, электрическим явлениям, оптическим явлениям и другим явлениям приведены в других главах.

Единицы измерения тепловой, электрической энергии и мощности, не входящие в систему СИ:

Часто в жизни и технике мы сталкиваемся с такими терминами, как "калория", "киловатт·час", “лошадиная сила”. Итак, что это за размеры?

Эти термины являются величинами, не входящими в систему СИ, и мы часто сталкиваемся с этими величинами в старой литературе и технике. Остановимся на каждом из них по одному.

Энергия, необходимая для нагревания температуры воды массой *1 грамм* на $1^0 C$, называется энергией *1 кал* (*калория*).

$$\boxed{1кал = 4{,}18\ J, \qquad 1ккал = 4180\ Дж} \qquad (26.14)$$

Работа машины мощностью *1 кВт*, выполненная за *1 час*, будет равна 1кВт·ч. Вычислим, сколько джоулей энергии в системе СИ составляет 1 кВт·ч. Соотношение мощности и времени дает выполненную работу.

$A = N \cdot t = 1кВт \cdot 1час = 1000\ Вт \cdot 3600\,с = 3600000\ Вт \cdot с = 3{,}6\ МДж$

Так получается, что *1 кВт · ч* энергии равен *3,6 МДЖ*.

$$\boxed{1кВт \cdot час = 3{,}6\ МДж} \qquad (26.15)$$

Из этого можно сделать вывод, что если бы мы платили за электроэнергию по определению государственной цены на электроэнергию 100 сумов, то мы бы платно использовали каждый *1 кВт · ч* электроэнергии, потребляемой электроприборами в нашем доме. Допустим, лампа накаливания мощностью *100 Вт* за *10 часов* работы потребила 100 [illegible] электроэнергии.

Чаще всего, когда речь идет о мощности автомобилей, моторов, водяных насосов и других технических устройств, используется мощность в лошадиных силах (*л.с*), а не ватты в системе СИ). Например, мощность автомобиля ВАЗ-2106 составляет 80 лошадиных силах, Нексия лошадиных силах и так далее. Так что же такое единица лошадиной силы и сколько ватт она равна в системе счисления СИ?

Мощность машины, выполняющей работу по прямому поднятию груза массой *75 кг* на высоту *1 м* за *1 с*, составляет 1 лошадиных силах это будет равно. Мощность 1 лошадиных силах рассчитаем, сколько ватт будет равно единице в системе СИ. Умножение силы и скорости дает мощность. Вместо силы берем силу, несущую на себе вес тела. Там же

$$N = F\vartheta = 75кг \cdot 9{,}81 м/с^2 \cdot 1 м/с \approx 736\,Вт$$

получаем результат.

$$\boxed{1\,л.с. \approx 736\,Вт} \qquad (26.16)$$

Из этого можно сделать вывод, что мощность автомобиля ВАЗ 2106 составляет 80 л.с.=58,88 кВт, а у автомобиля Нексия – 93 л.с. получается 68,49 кВт.

Вопросы по теме:

1. *Что называется мощностью? Запишите формулы мощности и назовите ее единицу измерения.*
2. *Что такое КПД? Запишите выражение КПД, данное через работу и силу.*
3. *Что понимается под прибыльной работой?*
4. *Что вы подразумеваете под общией работой?*
5. *Выведите формулу для определения КПД наклонной поверхности.*
6. *Что вы подразумеваете о 1 лошадиной силой и чему она равна в СИ?*
7. *Назовите единицу измерения электрической энергии и переведите ее в СИ.*
8. *Что вы подразумеваете под калорийностью и чему она равна в СИ?*

Решение задач:

1. ***Найти КПД (%) наклонной плоскости, уклон которой равен 0,6. Коэффициент трения равен 0,3.***

Дано:	*Решение:*
$\mu = 0{,}3$	*Сначала находим косинус угла.*
$\sin\alpha = 0{,}6$	$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}8$
$\eta = ?$	*Теперь определим КПД наклона.* $\eta = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}\cdot 100\% = \frac{0{,}6}{0{,}6+0{,}3\cdot 0{,}8}\cdot 100\% = 71{,}43\%$

Ответ: 71,4 %

§ 27. ЗАКОН ВРАЩЕНИЯ И СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИКЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К МЕХАНИЧЕСКИМ ЯВЛЕНИЯМ.

Закон сохранения энергии:

Часто взаимодействующие друг с другом тела обладают одновременно и потенциальной, и кинетической энергией. Потому что, когда тела взаимодействуют, возникает движение. Обычно сумма кинетической и потенциальной энергий системы тел называется полной механической энергией и имеет вид:

$$\boxed{W_{общ} = W_k + W_П} \qquad (27.1)$$

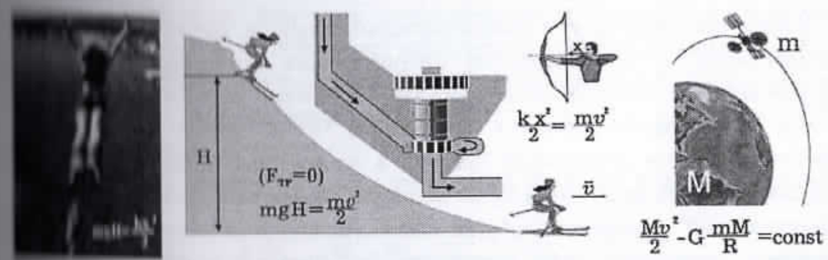


Рисунок 27.1

Поскольку движение и расположение тел в замкнутой системе изменяются относительно друг друга, кинетическая и потенциальная энергия также изменяется. Однако полная механическая энергия, состоящая из их суммы, остается неизменной.

Например, поскольку спутник Земли движется, он будет иметь кинетическую энергию, а "спутник — Земля" будет иметь потенциальную энергию взаимодействия. Точно так же спортсмен, прыгающий с какой-либо высоты, снова достигает этой высоты благодаря силе натяжения резиновой веревки, прикрепленной к его ноге. Сползая с горки, спортсмен получает движение в обмен на потенциальную энергию. Потенциальная энергия натянутой дуговой дуги преобразуется в кинетическую энергию копья (рис. 27.1).

Таким образом, в механике закон вращения и сохранения энергии определяется как:

Полная механическая энергия тел в замкнутой системе никогда не исчезает и не появляется. Он остается только неизменным, переходя из одного вида в другой или передаваясь от одного тела к другому.

Сколько бы раз ни изменялись кинетическая и потенциальная энергия тел в замкнутой системе, все равно их сумма остается равной полной механической энергии. Математическое выражение закона вращения и сохранения энергии можно записать в виде:

$$\boxed{W_{общ} = W_{k.1} + W_{П.1} = W_{k.2} + W_{П.2} = \ldots = W_{k.N} + W_{П.N} = const} \qquad (27.3)$$

Приведенная выше формула означает, что полная механическая энергия одного и того же тела сохраняется в разных состояниях. Если замкнутая система 1,2,3,4,...если состоит из n точек, то сумма полных механических энергий каждой точки дает полную механическую энергию замкнутой системы.

$$\boxed{W_{общ.сист} = W_{общ.1} + W_{общ.2} + \ldots + W_{общ.n} = (W_{k.1} + W_{П.1}) + (W_{k.2} + W_{П.2}) + \ldots + (W_{k.n} + W_{П.n}) = \sum_{i}^{n} (W_{k.i} + W_{П.i})} \qquad (27.3)$$

Когда тело переходит из одного состояния в другое, кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию, или потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию, но полная энергия, состоящая из суммы этих энергий, остается неизменной. Чтобы лучше запомнить это, давайте приведем следующий пример: в нашем распоряжении будет два стакана, на одном из которых будет написано “потенциальный”, а на другом “кинетический”. Пусть стакан будет наполнен водой, на котором изначально написано “потенциал". Мы поднимаем эту миску и начинаем медленно наливать воду в стакан с надписью “кинетическая”, не выливая ее наружу. Через некоторое время вся вода будет налита в стакан с надписью “кинетическая”. Теперь мы возвращаем воду из стакана с надписью “кинетический” в стакан с надписью “потенциальный”. В какой-то момент снова вся вода переходит в стакан с надписью “потенциал”. Повторяем этот процесс несколько раз. В произвольный момент времени от начала и до конца нашего эксперимента сумма вод в двух стаканах остается неизменной, как и в самом начале. Вода, буд то в этом стакане или в том стакане, все равно в общей емкости, есть стакан воды. Точно так же, энергия, будь в кинетической или потенциальной форме, их сумма остается неизменной в произвольный момент времени (за исключением сил трения и сопротивления).

Без учета трения и сопротивления среды сохраняется полная механическая энергия. Мы видим это на примере колеблющейся пружины и свободно падающего тела.

Закон сохранения энергии для колебательной пружины:

Колебательное движение возникает при отпускании шара массой m из положения равновесия, подвешенной на пружине, имеющей кривизну k (на колебательном движении подробно остановимся в главе 6 учебника). При удалении пружины от нейтрального состояния на максимальное расстояние

x_m=A сфера имеет максимальную потенциальную энергию, другими словами, полная энергия составляет только потенциальную энергию. По мере того, как шарик приближается к нейтральному состоянию после освобождения, его скорость, следовательно, кинетическая энергия увеличивается, а потенциальная энергия уменьшается. Другими словами, шарик, выполняя работу за счет накопленной в нем потенциальной энергии, ускоряет шар и дает ему кинетическую энергию. В момент перехода из состояния равновесия потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая-максимуму. Но шарик из-за инерции проходит через состояние равновесия и останавливается, уходя на противоположное расстояние $x_m=A$. При этом шарик выполняла работу против силы упругости за счет накопленной в ней кинетической энергии. При этом потенциальная и кинетическая энергия периодически (дважды за колебание) колеблются, превращаясь друг в друга. Без учетом трения в произвольный момент времени сумма кинетической и потенциальной энергий сферы остается неизменной, и эта совокупная энергия дает полную энергию.

Закон сохранения энергии для колебательной пружины имеет следующий вид:

$$\boxed{W_{общ} = W_k + W_П = W_{k.\max} = W_{П.\max}} \quad \text{или} \qquad (27.4)$$

$$\boxed{\frac{m\vartheta^2_{\max}}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{kx^2}{2}} \qquad (27.4а)$$

Используя закон сохранения энергии, можно определить максимальную скорость шара при переходе из состояния равновесия. При удалении от равновесного x_m=A состояния шарик получает максимальную потенциальную энергию $W_{П.\max} = \frac{kA^2}{2}$. При переходе из равновесного состояния, вся эта энергия $W_{k\max} = \frac{m\vartheta^2}{2}$ превращается в максимальную кинетическую энергию. [illegible]

$$W_{p\max} = W_{k\max}, \quad \to \quad \frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta^2_{\max}}{2}, \quad \to \quad \vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A$$

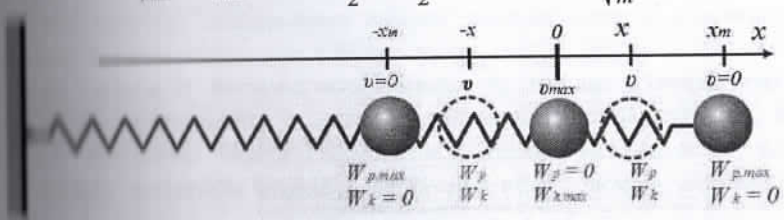


Рисунок 27.2

Следовательно, тело, выброшенное из равновесного состояния, в момент перехода из равновесного состояния приобретает следующую скорость:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A} \qquad (27.5)$$

Теперь определим точку, в которой кинетическая и потенциальная энергия шара равны, и скорость в этой точке. При удалении $x_m = A$ из равновесного состояния сфера приобретает энергию $W_{П.\max} = \frac{kA^2}{2}$. То есть, когда кинетическая и потенциальная энергия равна $W_{П\max} = W_p + W_k = 2W_p$, и так $\frac{kA^2}{2} = 2\frac{kx^2}{2}$. Из этого следует, что $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$. Находим скорость вращения шара за это время. То есть, исходя из закона сохранения энергии $W_{П\max} = W_п + W_k = 2W_k$ и так $\frac{kA^2}{2} = 2\frac{m\vartheta^2}{2}$. Из этого следует $\vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{2}}$.

Следовательно, состояние шара, когда потенциальная и кинетическая энергия шара равно $(W_П = W_k)$, а скорость шара равна:

$$\boxed{x = \frac{A}{\sqrt{2}}, \qquad \vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{2}}} \qquad (27.6)$$

С помощью закона сохранения энергии можно вывести еще много частных формул для шара, закрепленной на пружине. Например, если потенциальная энергия сферы в 2 раза больше или в 3 раза меньше кинетической энергии, то можно сформулировать формулу для определения скорости сферы в данной ситуации и т.д.

Закон сохранения энергии для свободно падающего тела (малых высот):

Берем шарик массой m и поднимаем его на какую-то высоту $h_{\max}$. В этом случае шарик $W_{П.\max} = mgh_{\max}$ будет иметь максимальную потенциальную энергию, другими словами, полная энергия будет составлять только потенциальную энергию. По мере того, как шарик приближается к Земле после освобождения, его скорость, следовательно, кинетическая энергия увеличивается, а потенциальная энергия уменьшается. Другими словами, когда шарик выпущен за счет накопленной в нем потенциальной энергии, ускоряет шарик и придает ей кинетическую энергию. В момент касания земли потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая-максимум. Полная механическая энергия в момент удара составляет только кинетическую энергию. Если при ударе о Землю абсолютно упругая, то шарик с той же скоростью возвращается к вершине и, замедляясь, достигает прежней высоты. Когда шарик падает, потенциальная энергия превращается

в кинетическую энергию, а когда поднимается, кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию. Взлеты и падения шара могут продолжаться бесконечно, если не учитывать силы сопротивления воздуха. При этом потенциальная и кинетическая энергии циклически превращаются друг в друга (рис.27.3).

Для свободно падающего тела закон сохранения энергии будет следующим:

$$\boxed{W_{общ} = W_{П.\max} = W_П + W_k = W_{k.\max}} \quad \text{или} \qquad (27.7)$$

$$\boxed{mgh_{\max} = mgh + m\frac{\vartheta^2}{2} = m\frac{\vartheta_{\max}^2}{2}} \qquad (27.8)$$

Давайте перепроверим несколько формул, с которыми мы познакомились в кинематике, используя закон сохранения энергии.

Давайте проверим, с какой скоростью тело ударяется о Землю, если его свободно уронить с высоты. Когда сфера находится на вершине, полная механическая энергия находится только в потенциальной форме, а в момент удара о землю-только в кинетической форме, т. е. они равны между собой $W_{П.\max} = W_{k.\max}$. Из этого $mgh_{\max} = \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}$, $\rightarrow$ $\vartheta_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}}$ следует.

Отсюда следует, что $h_{\max}$ – это скорость, с которой тело, выпущенный с высоты, ударяется о землю (рис. 27.3):

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{2gh_{\max}}} \qquad (27.9)$$

Давайте проверим, с какой скоростью тело упадет на землю, если его сбить с высоты с начальной скоростью. Полная механическая энергия, когда шарик находится на вершине, находится в форме потенциальной и кинетической энергий, а в момент удара сферы о землю-только в форме кинетической энергии, и они равны между собой, т. е. $W_k + W_p = W_{k.\max}$. Кроме того:

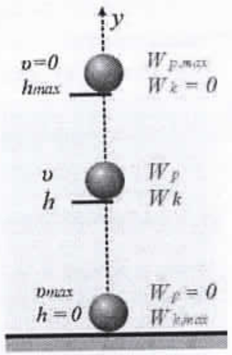


Рисунок 27.3

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} + mgh = \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}, \rightarrow \vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$$

Следовательно, скорость, с которой тело, брошенный с высоты h с начальной скоростью ϑ_0, упадет на Землю, будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}} \qquad (27.10)$$

Давайте проверим, на какую высоту может подняться тело, брошенный вертикально вверх над поверхностью земли. Вся кинетическая энергия, передаваемая шара, превращается в потенциальную энергию т. е. $W_{k\max} = W_{П.\max}$.

Отсюда и получается следующий результат. $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = mgh_{\max}$, $\rightarrow$ $h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}$

Следовательно, высота подъема тела, брошенного с поверхности земли на крутой холм с начальной скоростью ϑ_0, будет равна:

$$\boxed{h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}} \qquad (27.11)$$

Теперь давайте проверим, какова скорость тела, брошенного вертикально вверх над поверхностью Земли, на какой-то высоте. Когда шар находится в низу, полная механическая энергия находится только в кинетической форме, а когда она находится на высоте h, то есть они равны между собой, как в кинетической, так и в потенциальной форме $W_{k\max} = W_П + W_k$. Из этого следует $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = mgh + \frac{m\vartheta^2}{2}$, $\rightarrow$ $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$.

Следовательно, произвольная скорость тела на высоте h, брошенного на крутой холм с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности Земли, будет равна:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \qquad (27.12)$$

С помощью закона сохранения энергии можно вывести еще много частных формул.

Вопросы по теме:

1. *Скажите определение закона сохранения и обращения энергии и запишите его общую формулу.*
2. *Напишите математическое выражение закона сохранения энергии для колеблющейся пружины.Какие результаты можно получить от этого?*
3. *Выведите формулу скорости, с которой тело, закрепленное на пружине, отпускаемой после растяжения на максимальное расстояние, переходит из равновесного положения.*
4. *Выведите формулу скорости, с которой тело, закрепленное на пружине, отпускаемой после растяжения на максимальное расстояние, проходит через произвольную координату x.*
5. *Напишите математическое выражение закона сохранения энергии для малых высот. Какие результаты можно получить от этого?*
6. *Вычислить скорость падения брошенного с высоты тела на землю.*
7. *Произведите произвольную x-высотную скорость объекта, брошенного с поверхности Земли с начальной скоростью.*

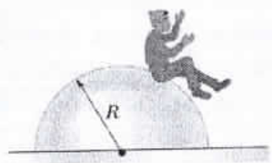
Решение задач:

1. Камень массой 300 г брощенной вертикально вверх поднимался на высоту до 20 м. Какой наибольшей кинетической энергией обладал камень?

Дано:	*Решение:*
m=300 g	*Согласно закону сохранения энергии, максимальная кинетическая энергия камня в брошенном с Земли, превращается в максимальную потенциальную энергию при движении вверх.*
h=20 m	
$E_{k\max} = ?$	$E_{k.\max} = E_{p.\max} = mgh = 0{,}3 \cdot 10 \cdot 20 = 60J$

Ответ: 60 J

2. Ребенок сначала сидел на вершине $R = 12m$ радиуса ледяного полушария, как на картинке. Затем он начал скользить вниз без начальной скорости. На какой высоте от Земли ребенок оторвется ото льда? $g = 9{,}8\ m/s^2$.



Дано:	*Решение:*
R=12m	*По закону сохранения энергии потенциальная энергия ребенка на вершине полушария преобразуется в его кинетическую энергию в точке разрыва.*
$g = 9{,}8\ m/s^2$	
$h = ?$	$E_{p.\max} = E_p + E_k$, $\rightarrow$ $mgR = \frac{m\vartheta^2}{2} + mg(R - \Delta h)$, $\rightarrow$ $\vartheta^2 = 2g\Delta h$

Ребенок формирует угол $\cos\alpha = \frac{R - \Delta h}{R}$ относительно горизонта при отрыве от льда. При этом сила нормального давления на поверхность пропорциональна центробежной силе инерции

$mg\cos\alpha = \frac{m\vartheta^2}{R}$, $\rightarrow$ $g\frac{R - \Delta h}{R} = \frac{2g\Delta h}{R}$, $\rightarrow$ $\Delta h = \frac{R}{3}$. *Это будет высота точки отрыва от Земли.* $h = R - \Delta h = \frac{2}{3}R = 8m$

Ответ: 8 m

§ 28. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ СВОБОДНО ПАДАЮЩЕГО ТЕЛА (для больших высот).

Если тело брошено с гораздо большей высоты, чем поверхность Земли, то есть высота $h \approx R$ на высоте, сравнимой с радиусом Земли, или начальная скорость тела, брошенного над поверхностью Земли, находится на уровне, сравнимом с космической скоростью, то значение ускорения свободного падения также изменяется с изменением высоты во время движения тела.

Использование формулы закона сохранения энергии $mgh+\frac{m\vartheta^2}{2}$ в данном случае неуместно. Например, если тело брошено с поверхности Земли с высоты $h=R$, значение ускорения свободного падения на этой высоте будет равно $g_h=\frac{g_0}{4}\approx 2{,}5\ m/s^2$, а при падении на поверхность Земли – $g_0=9{,}81\ м/с^2$. Отсюда следует, что в процессе падения тела с высоты, равной радиусу Земли, значение ускорения увеличивается с $2{,}5\ м/с^2$ до $9{,}81\ м/с^2$. При этом тело не движется с равноускоренним, но величина ускорения также увеличивается при падении. Для больших высот закон сохранения энергии является более общим, и он будет уместен как частный случай и для малых высот. Для тела, находящего в произвольной точке гравитационного поля Земли, закон сохранения энергии будет следующим (рис. 28.1):

$$\boxed{W_{общ}=W_{k1}+W_{П1}=W_{k2}+W_{П2}=W_{k3}+W_{П3}=\ldots=W_{kN}+W_{ПN}=const} \quad (28.1)$$

или

$$\boxed{W_{шт}=\frac{m\vartheta_1^2}{2}-G\frac{M\,m}{r_1}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}-G\frac{M\,m}{r_2}=\frac{m\vartheta_3^2}{2}-G\frac{M\,m}{r_3}=\ldots=\frac{m\vartheta_n^2}{2}-G\frac{M\,m}{r_n}=const} \quad (28.1a)$$

Где: $r=R+h$ – расстояние между точкой, в которой находится тело, и центром Земли. Здесь мы используем формулу $W_П=-G\frac{M\,m}{r}$, которая является более общей, вместо $W_П=mgh$ для потенциальной энергии. Поскольку значения ускорения свободного падения на разных высотах от поверхности Земли различны, формула $W_П=mgh$ справедлива только для точек вблизи поверхности земли, где ускорение свободного падения существенно не изменяется.

Из формулы закона сохранения энергии, написанной выше, можно получить две частные формулы для нескольких частных случаев. Остановимся на них по одному.

Для начала определим энергию спутника, который вращается вокруг Земли. Выведена формула для нахождения 1-космической скорости $\vartheta_{I,h}=\sqrt{G\frac{M}{R+h}}=\sqrt{G\frac{M}{r}}$ для произвольной высоты h (орбита радиусом $r=R+h$) в теме §17. Кинетическая энергия для этой высоты $W_k=\frac{m\vartheta_{I,r}^2}{2}=\frac{m}{2}\cdot G\frac{M}{R+h}=G\frac{M\,m}{2r}=-\frac{W_П}{2}$. Сумма потенциальной энергии и кинетической энергии дает полную механическую энергию: $W_{общ}=W_k+W_П=G\frac{M\,m}{2r}-G\frac{M\,m}{r}=-G\frac{M\,m}{2r}=\frac{W_П}{2}$.

Таким образом, потенциальная, кинетическая и полная механические энергии спутника, движущегося по орбите радиуса r вокруг Земли, будут следующими (28.1-rasm):

$$\boxed{W_П=-G\frac{M\,m}{r},\quad W_k=\frac{m\vartheta_{I,r}^2}{2}=G\frac{M\,m}{2r}=-\frac{W_П}{2},\quad W_{общ}=W_k+W_П=-G\frac{M\,m}{2r}=\frac{W_П}{2}} \quad (28.2)$$

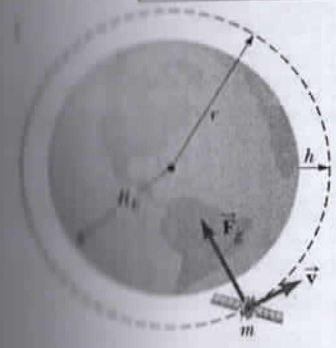


Рисунок 28.1

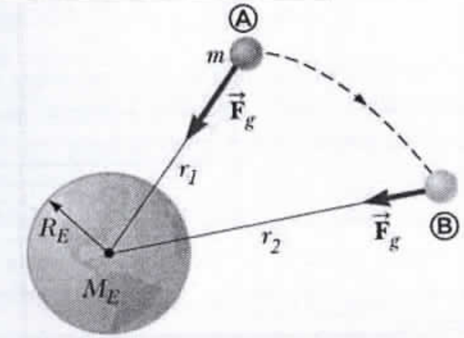


Рисунок 28.2

Это означает, что спутник будет в два раза меньше потенциальной энергии в количественном отношении и будет равен полной механической энергии в количественном отношении. А полная механическая энергия будет равна половине потенциальной энергии.

Давайте вычислим работу, выполняемую внешней силой при перемещении тела из одной точки в другую в пространстве притяжения Земли. При удалении тела от Земли внешние силы действуют положительно, а сила тяжести-отрицательно. Когда тело приближается к Земле, внешняя сила отрицательна, а сила тяжести действует положительно. Внешняя сила против силы тяжести выполняет работу, равную разности потенциальных энергий:

$$A=W_{П2}-W_{П1}=-G\frac{M\,m}{r_2}-\left(-G\frac{M\,m}{r_1}\right)=G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

Следовательно, при изменении расстояния тела от центра Земли от r_1 до r_2 внешняя сила действует следующим образом (рис. 28.2):

$$\boxed{A_{внеш}=W_{П2}-W_{П1}=G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)} \quad (28.3)$$

Аналогично, если задана работа, выполняемая гравитационным полем, то она будет выглядеть следующим образом (рис. 28.2):

$$\boxed{A_{грав}=W_{П1}-W_{П2}=GMm\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)} \qquad (28.4)$$

Давайте посчитаем, сколько работы нужно выполнить, чтобы вывести спутник, вращающийся по одной орбите вокруг Земли, на другую орбиту. При этом, учитывая, что энергия спутника на орбите будет $W_{общ}=-G\frac{Mm}{2r}$, выполненная работа будет равна разности энергий на орбитах:

$$A=W_{общ.2}-W_{общ.1}=-G\frac{Mm}{2r_2}-\left(-G\frac{Mm}{2r_1}\right)=\frac{1}{2}GMm\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right).$$

Таким образом, при выводе спутника с орбиты радиусом r_1 на орбиту радиусом r_2 ($r_2> r_1$) работа, которую должны выполнять внешние силы, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{A_{внеш}=W_{общ.2}-W_{общ.1}=\frac{1}{2}GMm\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)} \qquad (28.5)$$

Чтобы вывести с поверхности Земли спутник массой m на орбиту радиусом r, потребуется выполнить работу, которая рассчитывается по формуле:

$$\boxed{A=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)} \qquad (28.6)$$

<u>Решение</u>: работа, выполняемая для вывода спутника с поверхности планеты (Земли) на орбиту радиусом r, должна быть равна разности полных механических энергий спутника на поверхности Земли и на орбите. На поверхности Земли полная механическая энергия представляет собой только потенциальную энергию, которая имеет значение $W_{общ.1}=-G\frac{Mm}{R}$. А на орбите полную механическую энергию составляют кинетическая и потенциальная энергия, имеющие значение $W_{общ.2}=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}$. Выполненная работа будет равна разности этих двух энергий.

$$A=W_{общ.2}-W_{общ.1}=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}-\left(-G\frac{Mm}{R}\right)=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)$$

Таким образом, оказывается, что это будет работа по выводу спутника на орбиту $A=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)$.

Давайте проверим, на какую высоту может подняться тело, брошенное вертикально вверх от поверхности земли с 1-й космической скоростью. Из темы §17 мы знаем, что для поверхности Земли 1-космическая скорость

$\vartheta_I=\sqrt{G\frac{M_{Зем}}{R_{Зем}}}=7900$ $м/с$. Когда тело находится на поверхности Земли, $r_1=R$, $\vartheta_1=\vartheta_I=7900$ $м/с$, а когда он поднимается на максимальную высоту, $r_2=R+h$, $\vartheta_2=0$. Полная механическая энергия на поверхности Земли будет равна полной механической энергии при подъеме h на высоту.

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2}-G\frac{Mm}{r_1}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}-G\frac{Mm}{r_2},\ \rightarrow\ \frac{m}{2}G\frac{M}{R}-G\frac{Mm}{R}=\frac{m\cdot 0^2}{2}-G\frac{Mm}{R+h},\ \rightarrow$$

$$G\frac{Mm}{2R}=G\frac{Mm}{R+h},\ \rightarrow\ 2R=R+h,\ \rightarrow\ h=R$$

Таким образом, тело, брошенный с поверхности Земли с 1-й космической скоростью, может подняться на высоту, равную радиусу Земли, т. е. высоте Земли.

$$\boxed{h=R} \qquad (28.7)$$

Если бы мы использовали формулу $h_{max}=\frac{\vartheta_0^2}{2g}$, то ответ получили бы с ошибкой $h=R/2$.

Теперь давайте поинтересуемся, с какой скоростью тело, брошенный с поверхности Земли, полностью преодолевает гравитационное поле Земли. Не случайно назвали эту скорость 2-й космической скоростью. Давайте найдем эту 2-ю космическую скорость. $r_1=R$, $\vartheta_1=\vartheta_{II}$, когда тело находится на поверхности Земли, когда он поднимается на максимальную высоту, т. е. когда он выходит из зоны влияния Земли, $r_2=\infty$, $\vartheta_2=0$. Полная механическая энергия на поверхности Земли будет равна полной механической энергии при подъеме на высоту $h=\infty$

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2}-G\frac{Mm}{r_1}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}-G\frac{Mm}{r_2},\ \rightarrow\ \frac{m\vartheta_{II}^2}{2}-G\frac{Mm}{R}=\frac{m\cdot 0^2}{2}-G\frac{Mm}{\infty},\ \rightarrow\ \frac{m\vartheta_{II}^2}{2}-G\frac{Mm}{R}=0,\ \rightarrow$$

$$\frac{m\vartheta_{II}^2}{2}=G\frac{Mm}{R},\ \rightarrow\ \vartheta_{II}=\sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}}=\sqrt{2}\,\vartheta_I=1{,}41\cdot 7900=11200\ м/с$$

Это означает, что тело, брошенный с поверхности Земли со 2-й космической скоростью, может подняться на бесконечную высоту.

$$\boxed{\vartheta_{II}=\sqrt{2}\,\vartheta_I=11200\ м/с} \qquad (28.8)$$

Определим максимальную высоту подъема тела, брошенного вертикально вверх от поверхности земли. Полная механическая энергия выбрасываемого объекта на поверхности Земли будет равна её потенциальной энергии при подъеме на максимальную высоту. С помощью этого определяем запрашиваемый размер.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{Mm}{R}=-G\frac{Mm}{r_{max}}\,\Big|\times\frac{2}{m},\ \rightarrow\ \vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=-G\frac{M}{r_{max}},\ \rightarrow$$

$$r_{\max} = \frac{2GM}{2G\frac{M}{R} - \vartheta_0^2} = \frac{2G\frac{M}{R}}{2G\frac{M}{R} - \vartheta_0^2} R = \frac{\vartheta_{II}^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_0^2} R, \ \to \ h_{\max} = r_{\max} - R = \frac{\vartheta_{II}^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_0^2} R - R = \frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_0^2} R$$

Здесь мы напрямую использовали выражение для второй космической скорости $\vartheta_{II} = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$. Так что ответ на этот вопрос будет $h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_0^2} R$.

Используя этот ответ, можно вывести, что высота подъема тела выброшенного с поверхности Земли с 1-й космической скоростью, равна

$$h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_0^2} R = \frac{\vartheta_I^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_I^2} R = \frac{\vartheta_I^2}{2\vartheta_I^2 - \vartheta_I^2} R = R \cdot$$

Таким образом, максимальная высота подъема тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности Земли, будет равна:

$$\boxed{h_{\max} = \frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2 - \vartheta_0^2} R} \qquad (28.9)$$

Теперь давайте определим скорость, с которой тело, свободно брошенный с какой-либо более высокой высоты, падает на землю. Когда тело находится на высоте h_{max}, вся энергия находится в потенциальной форме. Когда он падает на поверхность земли, полная энергия состоит из потенциальной и кинетической энергии. В процессе падения потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая энергия увеличивается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$-G\frac{Mm}{r_{\max}} = \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2} - G\frac{Mm}{R} \,|\times\frac{2}{m}, \ \to \ -2G\frac{M}{r_{\max}} = \vartheta_{\max}^2 - 2G\frac{M}{R}, \ \to \ \vartheta_{\max}^2 = 2G\frac{M}{R} - 2G\frac{M}{r_{\max}} =$$

$$= 2G\frac{M}{R}\left(1 - \frac{R}{r_{\max}}\right) = 2G\frac{M}{R} \cdot \frac{r_{\max} - R}{r_{\max}} = \vartheta_{II}^2 \cdot \frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}, \ \to \ \vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}}\,\vartheta_{II}$$

Итак, оказывается, ответ на этот вопрос $\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}}\,\vartheta_{II}$. С помощью этого ответа можно определить, что скорость удара свободно брошенного тела на поверхность Земли с высоты, равной радиусу, равна 1-й космической скорости $\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}}\,\vartheta_{II} = \sqrt{\frac{R}{R + R}}\,\vartheta_{II} = \frac{\vartheta_{II}}{\sqrt{2}} = \vartheta_I$.

Следовательно, скорость, с которой тело, брошен с какой-либо более высокой высоты h_{max}, попадает на поверхность Земли (планеты), который определяется по формуле:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}}\,\vartheta_{II}} \qquad (28.10)$$

Давайте определим скорость, с которой тело, брошенный вниз с некоторой большей высоты с начальной скоростью, падает на Землю. Когда тело находится на высоте h_{max}, полная механическая энергия равна полной механической энергии, когда тело падает на Землю. В процессе падения потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая энергия увеличивается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} - G\frac{Mm}{r_{\max}} = \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2} - G\frac{Mm}{R} \,|\times\frac{2}{m}, \ \to \ \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{r_{\max}} = \vartheta_{\max}^2 - 2G\frac{M}{R}, \ \to$$

$$\to \ \vartheta_{\max}^2 = \vartheta_0^2 + 2G\frac{M}{R} - 2G\frac{M}{r_{\max}} = \vartheta_0^2 + 2G\frac{M}{R}\left(1 - \frac{R}{r_{\max}}\right) = \vartheta_0^2 + 2G\frac{M}{R} \cdot \frac{r_{\max} - R}{r_{\max}} =$$

$$= \vartheta_0^2 + \vartheta_{II}^2 \frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}, \ \to \ \vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}\vartheta_{II}^2}$$

Итак, оказывается, ответ на этот вопрос $\vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}\vartheta_{II}^2}$.

Следовательно, из этой формулы следует, что скорость удара тел на Землю (планету), брошенному с какой-либо более высокой высоты h_{max} с начальной скоростью ϑ_0:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{h_{\max}}{R + h_{\max}}\vartheta_{II}^2}} \qquad (28.11)$$

Давайте определим скорость тела, брошенного вертикально вверх над поверхностью земли, на произвольной высоте. Полная механическая энергия, когда тело выбрасывается с поверхности Земли, равна полной механической энергии, когда он находится на произвольной высоте h. В процессе роста потенциальная энергия увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = \frac{m\vartheta^2}{2} - G\frac{Mm}{r} \,|\times\frac{2}{m}, \ \to \ \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} = \vartheta^2 - 2G\frac{M}{r}, \ \to$$

$$\to \ \vartheta^2 = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} + 2G\frac{M}{r} = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R}\left(1 - \frac{R}{r}\right) = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} \cdot \frac{r - R}{r} =$$

$$= \vartheta_0^2 - \vartheta_{II}^2 \frac{h}{R + h}, \ \to \ \vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \frac{h}{R + h}\vartheta_{II}^2}$$

Так что ответ на этот вопрос будет.

Следовательно, из этой формулы следует, что произвольная скорость h высоты тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью ϑ_0 от поверхности земли, определяется:

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \frac{h}{R + h}\vartheta_{II}^2}} \qquad (28.12)$$

Если тело падает с поверхности земли со скоростью, меньшей, чем 2-я космическая скорость, он поднимается на некоторую высоту и падает обратно на Землю. Если тело выбрасывается со 2-й космической скоростью, то он поднимается до бесконечности, То есть выходит из зоны влияния Земли. Скорость тела в бесконечности будет равна нулю. Если этот же тело будет брошен со скоростью, превышающей 2-ю космическую скорость, возникает вопрос, чему будет равна его скорость в бесконечности. На этот же вопрос мы ответим в следующем выпуске. Полная механическая энергия, выбрасываемая телом с поверхности Земли, равна полной механической энергии, выбрасываемой им из зоны притяжения Земли к ее носителю (в бесконечности). В процессе роста потенциальная энергия увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается. Для этого вопроса мы определим запрашиваемую величину, используя закон сохранения энергии.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{M\,m}{R}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{M\,m}{r}\,|\times\frac{2}{m}, \rightarrow \vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=\vartheta^2-2G\frac{M}{\infty}, \rightarrow$$

$$\vartheta^2=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}+0=\vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2, \rightarrow \vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2}$$

Итак, оказывается, ответ на этот вопрос $\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2}$.

Следовательно, скорость тела, брошенного с начальной скоростью $\vartheta_0(\vartheta_0>\vartheta_{II})$ с поверхности Земли в бесконечность (вне зоны притяжения Земли), будет равна:

$$\boxed{\vartheta_{\max}=\sqrt{\vartheta_0^2-\vartheta_{II}^2}} \quad (38.13)$$

Выражение закона сохранения энергии, записанное для больших высот, является общим, что также верно для малых высот $\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{M\,m}{r}=const$.

Вопросы по теме:

1. *Напишите общую формулу Закона сохранения и вращения энергии для больших высот.*
2. *Запишите связь между кинетической энергией, потенциальной энергией и полной механической энергией спутника, движущегося по круговой орбите на высоте.*
3. *Запишите формулу работы, которую необходимо выполнить, чтобы вывести спутник с одной орбиты на другую.*
4. *Запишите формулу работы, которую необходимо выполнить, чтобы вывести спутник с поверхности земли на орбиту.*
5. *Вычислите с какой скоростью тело, свободно брошенный с поверхности земли с высоты, равной радиусу Земли, ударяется на поверхность Земли.*
6. *Выведите формулу, определяющую, на какую максимальную высоту может подняться объект, брошенный вертикально вверх от поверхности*

земли, с начальной скоростью.

7. *Выведите формулу, определяющую скорость тела, брошенного вертикально вверх от поверхности земли с начальной скоростью на произвольной высоте x.*

Решение задач:

1. Какую работу необходимо выполнить, чтобы переместить тело массой m=1 т с поверхности Земли на расстояние h₁=R на расстояние h₂=4R?

Дано:	Решение:
$h_1=R$ $h_2=4R$ $m=1000$ кг $A=?$	*При этом радиус 1-орбиты будет равен $r_1=R+h_1=2R$, а радиус 2-орбиты $r_2=R+h_2=5R$.* *Определим работу, выполняемую при перемещении тела из одной точки в другую.*

$$A_{ext}=W_{общ.2}-W_{общ.1}=G\,M\,m\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=g_0R^2m\left(\frac{1}{2R}-\frac{1}{5R}\right)=\frac{3}{10}mg_0R=$$

$$=\frac{3}{10}\,1000\cdot 9{,}81\cdot 6{,}37\cdot 10^6=18{,}747\cdot 10^9\ J=18{,}747\ ГДж$$

Ответ: 18,747 ГДж

2. С какой скоростью камень ударится на землю, когда тело выбрасывается с поверхности Земли с высоты h₂=4R в направлении Земли с начальной скоростью 2 км/с?

Дано:	Решение:
$h_1=4R,\ h_2=0$ $\vartheta_I=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ $=7900\ \frac{м}{с}$ $\vartheta_0=2$ км/с $\vartheta=?$	Тело находится от центра Земли сначала на расстоянии $r_1=R+h_1=5R$, а затем на расстоянии $r_2=R+h_2=R$. Для больших высот воспользуемся выражением закона сохранения энергии.

$$W_{um.1}=W_{um.2}, \rightarrow W_{k.1}+W_{p.1}=W_{k.1}+W_{p.1}, \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{Mm}{r_1}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{Mm}{r_2}, \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{m\vartheta_0^2}{2}+GMm\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right), \rightarrow$$

$$\vartheta=\sqrt{\vartheta_0^2+2GM\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)}=\sqrt{\vartheta_0^2+2GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{5R}\right)}=\sqrt{\vartheta_0^2+1{,}6\frac{GM}{R}}=$$

$$=\sqrt{\vartheta_0^2+(1{,}6\vartheta_I)^2}=\sqrt{2000^2+(1{,}6\cdot 7900)^2}=12800\,м/с.$$

Ответ: 12800 м/с

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВЕ III

Лабораторная работа: № 5.

Определение коэффициента полезного действия.

Цель работы: определение коэффициента полезной действия простейшего механизма – наклонной плоскости.

Необходимые инструменты и оборудование: доска, динамометр, измерительная лента, доски, штативы, наклонные плоскости с различными углами.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

При выполнении работы на станках или механизмах затрачивается энергия на преодоление сил трения. Эта энергия расходуется на нагрев различных частей машин или механизмов, то есть на увеличение внутренней энергии. Обычно внутренняя энергия не может быть использована для выполнения работы. Поэтому он характеризуется величиной – коэффициентом полезного действия (КПД), которая показывает, насколько эффективно машина или механизм использует подаваемую ему энергию.

Коэффициент полезное днйствия машин или механизма называется отношением полезной работы $A_п$, к выполненной полезной работе $A_{общ}$ к полной работе.

$$\eta = \frac{A_п}{A_{общ}} \qquad (1)$$

Работа, выполняемая при перемещении тела вверх по вертикали, равна произведению силы тяжести P на высоту h.

$$A_f = P \cdot h \qquad (2)$$

Тело может быть выведено на ту же высоту h путем прямого перемещения с силой F, направленной вдоль наклонной плоскости с длиной ℓ. Работа, проделанная в этом

$$A_{общ} = F \cdot \ell \qquad (3)$$

Работа $A_{общ}$, выполняемая для перемещения тела по наклонной плоскости при наличии трения, больше работы $A_{пол}$, выполняемой при подъеме этого тела по вертикали:

$$A_{общ} > A_{пол}$$

в этом случае $A_{общ}$ – полная работа, $A_{пол}$ – полезная работа.

Таким образом, коэффициент полезного действия наклонной плоскости

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{общ}} = \frac{P \cdot h}{F \cdot \ell} \qquad (4)$$

определяется уравнением или в процентах:

$$\eta = \frac{P \cdot h}{F \cdot l} \cdot 100\% \qquad (5)$$

В эксперименте на основе формулы (5) была получена КПД наклонного плоскости определяется.

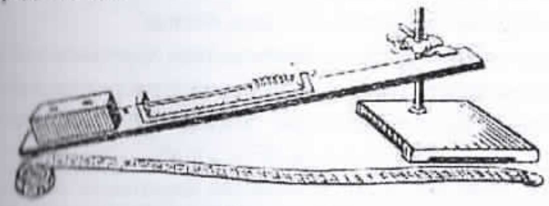


Рисунок 1

Порядок выполнения работы

Установите наклонную плоскость, используя доску и штатив. (Рис.1). Измерьте высоту h и длину ℓ наклонной плоскости. Измерьте P веса бруска с помощью динамометра.Подключите динамометр к бруску и проведите его вверх по наклонной плоскости. Динамометр показывает P силы тяжести. Используя формулу (5) для косой плоскости КПД определить. Повторите опыт 3-4 раза, поместив на брусок грузы, вес которых известен.

КПД рассчитайте среднее значение для абсолютных ошибок $\eta_{сред}$, среднее значение абсолютных ошибок $\Delta\eta_{сред}$ и или относительных ошибок $\Delta\eta_{сред}/\eta_{сред}$.

Запишите результаты эксперимента в таблицу.

№	P, Н	h, м	F, Н	l,м	$A_{пол}$, Дж	A, J	η	$\eta_{сред}$	$\Delta\eta$,	$\Delta\eta_{сред}$	$\frac{\Delta\eta_{сред}}{\eta_{сред}} \cdot 100\%$
1											
2											
3											

Запишите результат в представлении $\eta = \eta_{сред} \pm \Delta\eta_{сред}$.

Вопросы и задания

1. Какую величину называют механической работой? В каких единицах измеряется работа?
2. Что называется КПД механизма?
3. Какие величины называются мощностью и энергией? Назовите их единицы измерения?
4. Покажите правило и формулу для кинетической и потенциальной энергии?
5. Покажите закон сохранения энергии в механике?

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ III

1. Что называется силовым импульсом?

A) на величину, равную по величине и направлению умножения вектора силы взаимодействия тел на время их воздействия

B) на величину, равную произведению вектора импульса тел на время их воздействия на величину, равную по величине и направлению

C) на величину, характеризующую вектор импульса тел только по направлению.

D) на величину, характеризующую свойство инертности объекта

E) на величину, характеризующую способность объекта выполнять работу

2. Что из перечисленного не противоречит закону сохранения импульса?

A) при отсутствии внешнего воздействия на тело или при воздействии уравновешенной системы сил вектор силы этого тела будет сохраняющейся величиной

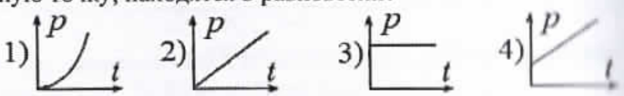
B) при отсутствии внешнего воздействия на тело или при воздействии уравновешенной системы сил импульс этого тела имеет величину, сохраняющуюся только на оси Ox

C) при отсутствии внешнего воздействия на тело или при воздействии уравновешенной системы сил вектора импульса этого тела будет сохраняющейся величиной

D) когда сумма внешних сил, действующих на тело, равна нулю, это тело сохраняет свое состояние покоя или прямолинейное равномерное движение относительно любого другого тела.

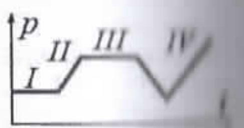
E) Все ответы А-Д противоречат закону сохранения импульса.

3. На каких графиках изображаются движения, когда силы, действующие на материальную точку, находятся в равновесии?



A) 1, 2 B) 2, 3 C) 3, 4 D) 2, 4 E) 2, 3, 4

4. На каких участках чертежа сила трения равна силе тяжести? (p – импульс объекта, t-время).



A) III B) I, III C) II
D) IV E) V

5. Два тела массой от *2 кг* движутся прямолинейно, образуя между собой 60^0 углом. Скорость объекта 1 равна *2 м/с*, а скорость объекта 2 равна *3 м/с*. Чему равен импульс системы этих тел (кг·м/с)?

A) $2\sqrt{26}$ B) $2\sqrt{19}$ C) 0 D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{19}$

6. Если плотность четырех тел одинакового объема, равные между собой по скоростям, находятся в отношениях $\rho_1<\rho_2<\rho_3<\rho_4$, импульс какого из них наибольший?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) все то же самое

7. Каково значение импульса тела через 3 секунды ($кг \cdot м/с$), если уравнение движения тела, на которое действует сила 6 н, имеет вид $x = 5 + 2t + 3t^2$?

A) 30 B) 12 C) 26 D) 12 E) 36

8. Два бруска массой m_1=*0,4* кг и m_2=*0,6* кг, показанные на рисунке, движутся с равноускоренным без трения под действием силы *F=2 Н*. Какой импульс будет иметь каждое тело через 5 секунд?

A) 4 и 6 B) 2 и 4 C) 5 и 10 D) 0,4 и 0,6 E) 3 и 6

9. Если импульс тела равен $6\ кг \cdot м/с$, а энергия равна *9 Дж*, то определите массу и скорость тела.

A) m =4 кг; ϑ=3 м/с B) m =1 кг; ϑ=9 м/с C) m =3 кг; ϑ=4 м/с
D) m =2 кг; ϑ=3 м/с E) m =3 кг; ϑ=2 м/с

10. Дайте определение механической работе.

A) скалярная величина, равная скалярному умножению вектора импульса и вектора миграции, называется механической работой

B) скалярная величина, равная векторному умножению вектора силы и вектора смещения, называется механической работой

C) скалярная величина, равная скалярному умножению вектора силы и вектора перемещения, называется механической работой

D) векторная величина, равная векторному умножению вектора силы и вектора перемещения, называется механической работой

E) произведение абсциссных значений силы и перемещения называется механической работой.

11. Найдите выражение, определяющее импульс тела.

A) $F = ma$ B) $F = \mu Pn$ C) $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$
D) $p = -kx$ E) $p = m\vartheta$

12. Легковой автомобиль едет в 2 раза быстрее грузового. Масса грузового автомобиля в 4 раза больше, чем у легкового? Чему равно соотношение импульсов и кинетической энергии легковых и грузовых автомобилей.

A) 1/2 и 2   B) 1/4 и 1   C) 1/2 и 1   D) 2 и 1/2   E) 1 и 1

13. При подвешивании груза массой *2 кг* движется со скоростью [illegible]. Сколько миллиджоулов его кинетической энергии?

A) 25,5   B) 12,5   C) 22,5   D) 55,5   E) 62,5

14. Определить скорость падения (*м/с*) свободно брошенного с высоты [illegible] тела, кинетическая энергия которого в 3 раза меньше его потенциальной энергии.

A) 25   B) 20   C) 35   D) 30   E) НПО

15. Укажите единицу измерения импульса силы.

A) кг · с   B) Н·кг^2/м^2 C) Н/м^2 D) Н·с   E) кг·с/м

16. Тела притягивается силой *100 Н* в направлении их действия со скоростью *5 м/с*. Чему равна мощность этих сил (*Вт*)?

A) 50   B) 500   C) 5000   D) 20   E) 200

17. Во сколько раз потенциальная энергия гравитационного поля уменьшается в количественном выражении при удалении тела от поверхности земли на высоте, равной радиусу Земли?

A) 4 раза   B) 8 раз   C) 2 раза   D) 3 раза   E) 6 раз

18. Показать выражение потенциальной энергии гравитационного поля тела с массой m, стоящего на высоте $h=3R$ над поверхностью земли. Радиус Земли [illegible]

A) $-G\frac{Mm}{R^3}$ B) $-G\frac{Mm}{4R}$ C) $-G\frac{Mm}{3R}$ D) $-G\frac{Mm}{9R}$ E) $-G\frac{Mm}{2R}$

19. Мощность двигателя, установленного на подъемном кране, составляет *4500 Вт*. Сколько грузов массой *12 кг* можно поднять на высоту [illegible] этим краном за *0,5 минуты*? КПД двигателя *80%*, вес *900 кг*.

A) 900   B)1800   C) 450   D)2700   E) 1500

20. На каком участке траектории движения будет наибольшая механическая энергия брошенного тела под углом относительно горизонта при отсутствии сопротивления воздуха?

A) только на восходящей части

B) только в нисходящей части.

C) при прохождении самой высокой точки траектории.

D) в точке падения траектории

E) одинаковый во всех точках траектории.

[illegible] Какова чувствительность пружины (*Н/м*), если кинетическая энергия [illegible], выпущенной из пистолета с пружиной, сжатой на *4 см*, равна *0,08 Дж*?

A) 110   B) 220   C) 200   D) 100   E) 50

[illegible] Какова будет его скорость (м/с) при прохождении положения равновесия, если мы отпустим висящий на нитке шарик, отклонив его на высоту 5 см? $g = 10\ m/s^2$ deb oling.

A) [illegible]   B) 3   C) 0,1   D) 1   E) 10

[illegible] На какую высоту (*км*) от поверхности Земли поднимается тело, брошенный вертикально вверх с 1-й космической скоростью? Для Земли принимают, что первая космическая скорость равна *7900 м/с*, а радиус Земли равен *6400 км*. Не пренебрегайте сопротивление воздуха.

A) [illegible]   B) 1600   C) 3200   D) 160   E) 2000

[illegible] Общая масса человека с санями составляет *100 кг*. Те же сани [illegible] с холма высотой *8 м* и длиной *100 м*. Какова будет средняя сила сопротивления движению саней, если начальная скорость равна нулю, а скорость саней в конце горки достигает 10 м/с?

A) 15   B) 30   C) 60   D) 45   E) 25

[illegible] Пуля массой *4 г*, летевшая со скоростью *500 м/с*, пробила стоящий [illegible] деревянный брус массой *1 кг* и продолжила движение со скоростью *400 м/с*. Чему будет равна скорость бруса (*м/с*)?

A) 0,4   B) 2   C) 3   D) 4   E) 1,6

[illegible] На тело массой *10 кг* действует сила *5 Н* непрерывно в течение *2 мин*. На [illegible] кДж хватит его кинетической энергии?

A) 9   B)18   C) 32   D) 24   E) 12

[illegible] Гвоздь длиной *7 см* вбивался в доску толщиной *3 см* таким образом, чтобы половина гвоздя была проколота. Чтобы оторвать его от доски, [illegible] приложить усилие в *500 Н*. Какую работу нужно выполнить, чтобы вырвать гвоздь (Дж)?

A) 17,5   B) 24,5   C) 27,5   D) 49   E) 55.

[illegible] Во сколько раз увеличивается импульс автомобиля, если его скорость увеличивается на 60%?

A) 1,6   B) 3,6   C) 0,6   D) 2,56   E) 6

29. Шар массой m свободно падал на горизонтальную поверхность. Скорость равна ϑ при касании поверхности. Как изменится импульс шара, если удар шара о плоскость будет абсолютно упругим?

A) 0 B) $0,5m\vartheta$ C) $m\vartheta$ D) $2m\vartheta$ E) $4m\vartheta$

30. Пластилиновый шарик массой 2 m, движущийся со скоростью ϑ ударяется о шарик находящийся в состоянии покоя массой 3 m. Какой суммарный импульс они будут иметь после столкновения?

A) 0 B) $2m\vartheta/5$ C) $2m\vartheta$ D) $3m\vartheta$ E) $5m\vartheta$

31. Снаряд массой *100 кг*, летевший со скоростью *500 м/с* параллельно рельсам, врезался в спокойно стоящую песчаную платформу массой *10 т* и ушел в песок. С какой скоростью (*м/с*) движется платформа?

A) 4,55 B) 5,05 C) 5 D) 4,95 E) 50

ЗАДАНИЯ ПО ГЛАВЕ III

1. Два спортсмена стоят напротив друг друга на роликовых коньках. Масса одного составляет *75 кг*,а другого *70 кг*. Первый бросает *10 кг* камень горизонтально в другого со скоростью *3 м/с*, а второй зацепляет этот камень. Определите скорости после того, как первый спортсмен бросит камень, и после того, как второй спортсмен зацепит его.

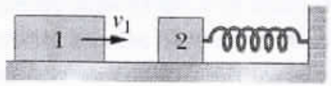
2. Коньки разгоняют сани с грузом до *5 м/с*. Затем он толкнул сани вперед. Чему равна скорость конька, если в дальнейшем скорость саней оставалась равной *8 м/с*? Масса саней *90 кг*,коньков *60 кг*.

3. На картине изображен щенок, прогуливающийся на маленькой лодке. Масса лодки составляет *18 кг*, а щенка *4,5 кг*. Щенок стоит на расстоянии от берега. На каком расстоянии от берега остается лодка, если щенок остановился, пройдя *2,5 м* от хвостовой части лодки к голове?

4. Снаряд массой *12 кг* вылетел из пушки со скоростью *500 м/с*. На сколько метров он отодвинется назад, если масса шара *1500 кг*? Коэффициент трения мяча на землю равен *0,4*.

5. Между двумя сферами происходит абсолютное неупругое столкновение. До столкновения тело с массой $m_1 = 3кг$ двигалось вертикально вверх со скоростью $\vartheta_1 = 20 м/с$, а тело массой $m_2 = 2кг$ вертикально вниз со скоростью $\vartheta_2 = 10 м/с$. На какую высоту после столкновения они поднимутся от точки столкновения? $g = 9,8 \ м/с^2$.

6. Блок с массой $m_2 = 1кг$, стоит на гладкой поверхности, как показано на рисунке, прикрепленной к несжатой пружине с жесткостью *230 N/m* с крутящим моментом *230 Н/м*. Другой конец пружины крепится к стене. Блок с массой $m_1 = 2кг$, прибывающий со скоростью $\vartheta_1 = 4 м/с$, сталкивается с блоком 2, и они сливаются водно. На сколько сожмется пружина при мгновенной остановке блоков?



7. Тело в состоянии покоя массой *3 кг* получило ускорение *2 м/с²*. Чему будет равен импульс тела через *5 с*?

8. Шар массой m свободно падал на горизонтальную поверхность. Скорость ϑ при касании поверхности была *9 м/с*. Как изменится импульс шара, если удар шара на плоскость будет абсолютным упругим? Что делать, если удар абсолютно неупруго?

9. Два автомобиля одинаковой массы m движутся со скоростью ϑ и $3\ \vartheta$ в одном направлении. Каков импульс второго автомобиля в системе отсчета, связанной с первым автомобилем?

10. Закон движения материальной точки массой *1 кг* имеет вид $x = 4t + 2t^2$. Определите изменение его импульса между 5-ыми и 10-ыми секундами ($H\cdot c$).

11. При вертикальном броске вверх со скоростью *10 м/с* объект массой *1 кг* возвращается при абсолютно упругом столкновении с горизонтальным препятствием высотой *1,8 м*. Найти импульс силы при столкновении (*Н·с*).

12. Какова масса лодки (*кг*), если человек массой *70 кг* спокойно выпрыгнул из стоящей лодки со скоростью *4 м/с*, а лодка получила скорость *0,2 м/с*?

13. Когда плывущий на лодке охотник сделал 5 раз последовательных выстрелов из винтовки, лодка остановилась.Какова была скорость лодки (м/с), если масса лодки с человеком *200 кг*, Масса одной пули *20 г*, скорость пули *800 м/с*?

14. На сколько метров сдвинется лодка, если человек массой *75 кг*, стоящий в лодке, длиной *3 м*, массой *150 кг* перейдет из хвоста лодки в край? Не учитывайте водостойкость.

15. Если мяч отскочил от несущей стальной стены со скоростью *1 м/с* и вернулся со скоростью *20 м/с*, ударившись об абсолютную упругую опору, то определите следующую скорость мяча относительно стены и земли. Если бы стальная стена и мяч приближались друг к другу, какова была бы следующая скорость мяча относительно стены и земли?

16. Если шар, катящийся со скоростью *2 м/с* по стальной стене, удаляющейся со скоростью *20 м/с*, отскочил от удара и вернулся, то следует учитывать следующую скорость движения шара относительно стены и земли. Возьмите коэффициент восстановления для удара по воздушному шару и стене равна *0,8*. Какова была бы следующая скорость мяча относительно стены и земли, если бы стальная стена и воздушный шар приближались друг к другу?

17. При вертикальном броске вверх со скоростью *40 м/с* объект массой *400 г* возвращался при абсолютно упругом столкновении с горизонтальным препятствием высотой *35 м*. Найти импульс силы при столкновении.

18. Сферы с массами $m_1=2$ *кг* и $m_2=3$ *кг* движутся в горизонтальной плоскости со скоростями $\vartheta_1=6$ *м/с* и $\vartheta_2=4$ *м/с* соответственно, образуя между собой угол $\alpha=90^0$. Определить импульс системы воздушных шаров. Чему будет равен суммарный импульс, если $\alpha=120^0$?

19. Теннисный мяч ударялся на ракетку со скоростью *15 м/с* и возвращался со скоростью *20 м/с*. В процессе кинетическая энергия шара изменилась на *10 Дж*. Каков модуль изменения импульса шара?

20. Во сколько раз уменьшится кинетическая энергия системы, если две одинаковые сферы, движущиеся навстречу друг другу со скоростями *10* и *8*, столкнутся абсолютно неэластично?

21. Два одинаковых шара массой *m*, преследуя друг друга со скоростями *10* и ϑ, столкнулись в абсолютной упругости. Определите энергию первой сферы после столкновения.

22. Под действием сил *50 Н* и *30 Н*, образующих между собой угол *60°*, объект перемещался на расстояние *4,2 м* в направлении равной действующей силы. Какая работа была проделана в этом?

23. Сравните работу, которую выполняет рабочий при растяжении динамометрической пружины от *0* до *10 Н*, от *10 Н* до *20 Н*, от *20 Н* до *30 Н*.

24. Какова масса и скорость тела, если импульс объекта равен *100 кг·м/с*, а кинетическая энергия равна *200 Дж*?

25. Рассчитать кинетическую энергию земли в годовом круговом движении вокруг Солнца. Масса Земли равна $m = 5{,}96 \cdot 10^{24}$ *кг* , орбитальная скорость равна $\vartheta = 30 км/с$.

26. Какова работа, выполняемая при подъеме груза *300 Н* на высоту *12 м* с помощью неподвижного блока с КПД 90% (Дж)?

27. Тело был подброшен вертикально вверх со скоростью $12\ м/с$. На высоте скольких метров его кинетическая энергия будет равна к потенциальной энергии?

28. Спортсмен массой *60 кг* может спуститься с высоты *4 м* по натянутой сетке. Если наибольшее удлинение сетки составляет *1 м*, какова будет сила ее воздействия на спортсмена (*кН*)?

29. На какой высоте кинетическая энергия тела, выбрасываемого с начальной скоростью ϑ_0 вверх, будет равна половине его потенциальной энергии? Чему равна, когда начальная скорость равна *30 м/с*?

30. Тело массой *m*, привязанное к веревке, вращается в вертикальной плоскости. На сколько больше сила натяжения нити в нижней точке, чем в верхней? Решить условие задачи для случаев, когда тело вращается с переменной и постоянной скоростью.

31. Пулемет выдает начальную скорость *800 м/с* при *600* выстрелах за 1 минуту. Какова полезная мощность пулемета, если масса каждой пули *15 г*?

32. Вторая космическая скорость для планеты – *11,2 км/с*. Какова будет скорость (*км/с*) ракеты в бесконечности, выпущенной с одной и той же планеты со скоростью *12,2 км/с*? Предположим, что в пространстве вокруг планеты нет других планет.

33. Метеорный поток, дрейфующий в Солнечной системе, имел скорость, равную $\vartheta_0 = 9 km/s$, когда он попал в зону влияния Земли. С какой скоростью этот астероид входит в атмосферу Земли?

34. На какую высоту поднимается брошенный тело от поверхности Земли со 1-й космической скоростью. Радиус Земли $R = 6370 km$. Не учитывайте силу сопротивления атмосферной оболочки.

35. Определите скорость тела на высоте $h_2 = R$, брошенного с высоты $h_1 = 4R$ над поверхностью земли.

36. Какую работу необходимо выполнить, чтобы вывести станцию связи массой *m=1000 кг* с поверхности Земли на орбиту высотой *h=36 600 км*? Возьмите радиус Земли как *6400 км*.

37. На высоте *10 000 км* от поверхности Земли космический аппарат массой *1 т* совершает круговое движение. Какую работу нужно проделать, чтобы вывести этот аппарат из гравитационного поля Земли?

IV ГЛАВА. СТАТИКА

Статика - это раздел механики, изучающая условия равновесия объекта под действием сил или условия, которые должны соблюдаться для того, чтобы объект находился в равновесии. В статике, объект под действием сил считается абсолютно твердым телом, если тело не подвергается никакой деформации или деформации под действием сил, а расстояние между любыми двумя точками тела, остается постоянным. Также возможно, заменить систему сил в статике эквивалентной ей системой или привести ее к единому эквивалентному эффекту, чтобы получить выступы и крутящие моменты от сил, освободить связанные тела от опор и найти силы реакции в опорах, золотое правило механики и смежные проблемы, определение центров тяжести и т. д.

§ 29. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. АКСИОМЫ СТАТИКИ

Основные понятия:

Абсолютно твердым телом называется объект, ***который не деформируется и не деформируется под действием сил***. При работе над статическими задачами тело считается абсолютно твердым телом. То есть объект является абсолютно твердым телом, если расстояние между любыми двумя точками тела под действием сил остается постоянным.

Основное понятие статики - ***сила***. ***Влияние силы*** на тело ***измеряется величиной силы***, направлением ***силы и приложенной точкой силы***. Величина силы определяется величиной, принятой за единицу силы.

Вектор силы – это ***величина***, имеющая направление и количество. На рисунке 29.1 сила приложена к точке A тела и направлена к точке B. длина вектора $\overline{AB}$ указывает количество $\vec{F}$ силы $|\vec{F}|=|\overline{AB}|$. Прямая линия, проведенная через вектор силы, ***называется линией*** силы. На рисунке линия CD - это силовая линия. Силы обозначаются заглавными буквами латинского алфавита.

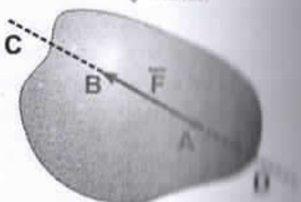


рисунок 29.1

Когда на тело действует $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n$ несколько сил, ***этот набор сил*** называется системой сил и $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n)$ обозначается, как $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n)$.

Если $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n)$ и $(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \vec{Q}_4, ..., \vec{Q}_k)$ каждая из систем сил оказывает одинаковое воздействие на тело, эти системы сил называются взаимно эквивалентными системами сил ***и записываются следующим образом:***

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n) \in (\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \vec{Q}_4, ..., \vec{Q}_k)$$

Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется ***равнодействием данной системы сил***. Например, $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n) \in \vec{R}$ если $\vec{R}$ ***называется равнодествующой силой***, а $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n$ силы называются компонентами ***равнодествующий силы***.

Если объект под действием системы сил находится в состоянии покоя или все точки тела движутся с одинаковой постоянной скоростью, такая система сил называется ***системой уравновешенных сил*** или системой сил, ***эквивалентных нулю***, и написано следующим образом:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, ..., \vec{F}_n) \in 0$$

Одна из сил, составляющих систему уравновешенных сил, является уравновешивающим устройством остальных сил.

Силы, действующие на систему тел, состоящую из нескольких тел, делятся ***на внутренние силы*** и ***внешние силы***. Взаимодействие тел, составляющих систему, ***называется внутренними*** силами. Если сила, действующая на объект, применяется другим телом, не являющимся частью системы, ***эта сила*** называется внешней силой.

В статике есть две основные проблемы:

Проблема упрощения системы сил, действующих на тело, называется ***первой проблемой статики***.

Вторая задача статики - это исследование состояния равновесия ***объекта под действием*** системы сил.

Аксиомы статики:

Статика основана на ряде аксиом.

Аксиома 1: (Аксиома о балансе двух сил)

Чтобы объект находился в равновесии под действием двух сил, эти силы должны быть количественно равными и направленными в противоположных направлениях по прямой (рисунок 29.2).

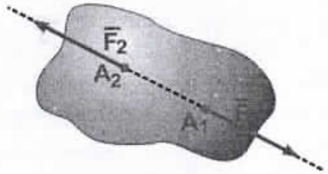


Рисунок 29.2

Рисунок 29.3

Например, на рисунке 29.3 объект, подвешенный на пружине, находится в состоянии покоя под действием двух сил.

Аксиома 2: (Аксиома сложения или вычитания равновесных сил)

Система сил, созданная путем добавления или вычитания системы равновесных сил к системе сил на теле, эквивалентна системе сил.

$\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4,...,\vec{F}_n\right)$ - система заданных сил,

$\left(\vec{Q}_1,\vec{Q}_2,\vec{Q}_3,\vec{Q}_4,...,\vec{Q}_k\right)\in 0$ - если есть система сил, эквивалентная нулю,

$\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4,...,\vec{F}_n\right)\in\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4,...,\vec{F}_n,\vec{Q}_1,\vec{Q}_2,\vec{Q}_3,\vec{Q}_4,...,\vec{Q}_k\right)$.

Из аксиом 1 и 2 следует следующий результат:

Результат 1: воздействие силы на тело не изменяется при перемещении его по линии удара в любую точку тела без изменения величины и направления силы.

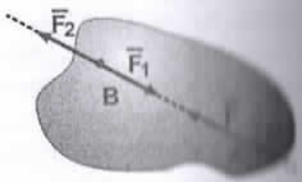


рисунок 29.4

<u>**Доказательство**</u>. Предположим, что на точку A объекта $\vec{F}$ действует сила. Эту силу необходимо передать в B точку на линии удара. Мы помещаем силу в точку B, которая равна данной $\begin{cases}|\vec{F}_1|=|\vec{F}_2|=|\vec{F}|\\ \left(\vec{F}_1,\vec{F}_2\right)\in 0\end{cases}$ силе и эквивалентна нулю. Здесь, $\left(\vec{F}_1,\vec{F}\right)\in 0$ то есть образует сбалансированную систему. Поэтому, даже если убрать эту систему сил, ничего не изменится. В результате мощность остается в $\vec{F}_2$ точке B.

$\vec{F}\in\left(\vec{F},\vec{F}_1,\vec{F}_2\right)\in\left(\left(\vec{F},\vec{F}_1\right),\vec{F}_2\right)\in\vec{F}_2$. Результат 1 подтвержден (рисунок 29.4).

Аксиома 3: (Аксиома о параллелограммах сил)

Равное действие двух сил, приложенных к точке, но не лежащих на прямой линии, равно по количеству и направлению диагонали

параллелограмма, построенного для этих сил, с точки зрения количества и направления (29.5. - рисунок).

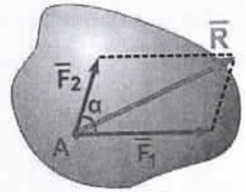


рисунок 29.5

$$\boxed{\begin{aligned}&\vec{R}=\vec{F}_1+\vec{F}_2\\&|\vec{R}|=\sqrt{|\vec{F}_1|^2+|\vec{F}_2|^2+2|\vec{F}_1||\vec{F}_2|\cos\gamma}\end{aligned}}\qquad(29.1)$$

Аксиома 4: (Аксиома влияния и побочных эффектов)

Любой эффект равен ему и отражается в обратном направлении по прямой.

Следует отметить, что действие и обратное воздействие не образуют систему уравновешенных сил. Потому что эти силы действуют на разные тела.

В приведенных выше аксиомах получены следующие результаты.

2 результат

Когда две произвольные точки объекта в равновесии взаимодействуют с двумя равными и противоположными друг другу силами, эти силы образуют систему уравновешенных сил.

<u>**Доказательство**</u>: Действительно, согласно аксиоме 4, силы, действующие между двумя произвольными точками тела, количественно равны и противоположны по направлению. Согласно Аксиоме 1 силы, направленные в противоположных направлениях вдоль прямой равной величины, образуют систему равновесных сил.

результат 3:

Баланс тела определяется только внешними силами.

<u>**Доказательство**</u>: Согласно результату 2, силы взаимодействия точек, составляющих тело, образуют систему уравновешенных сил. Согласно Аксиоме 2, если мы вычтем эти внутренние силы, останутся только внешние силы.

Результат 4: (Теорема о балансе трех сил)

Когда три непараллельных силы, лежащие в одной плоскости, уравновешены, их линии действия пересекаются в одной точке.

<u>**Доказательство**</u>. Предположим, что силы действуют на точки A_1, A_2, A_3 $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3$ объекта. Это потому, что тело находится в $\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3\right)\sim 0$ равновесии.

Сначала $\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2\right)-\vec{R}_{1,2}$ определяем мощность. Для этого мы перемещаем эти силы в точку O, где их линии действия $\vec{R}_{1,2}$ пересекаются, в зависимости от результата 1. $\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3\right)\sim\left(\vec{R}_{1,2},\vec{F}_3\right)\sim 0$ По аксиоме 3 мы определяем, что. То есть он находится $\vec{R}_{1,2}$ в $\vec{F}_3$ равновесии под действием тел и сил. Согласно аксиоме 1, эти силы равны по величине и направлены в противоположные стороны по прямой. Следовательно $\vec{F}_3$, силовая линия также проходит через точку O (рисунок 29.6). Теорема доказана.

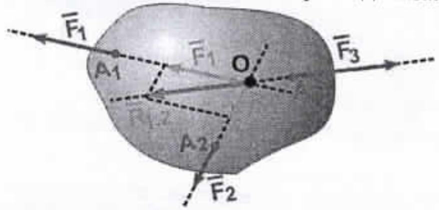


Рисунок 29.6

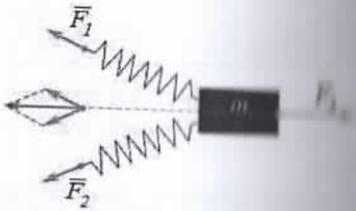


Рисунок 29.7

На рисунке 29.7 поддон неподвижен под действием трех сил. Он удерживается силой, равной $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ противоположной равному действию двух пружин и $\vec{F}_3$ сил упругости.

Связи и их типы:

Когда движение объекта в пространстве ограничено в одном направлении, он называется связанным или несвободным объектом. Причина ограничения называется подключением. Сила, которая оценивает механическое воздействие связи на тело, называется силой реакции. В каком направлении связь мешает движению тела, сила реакции связи направлена в противоположном направлении.

Аксиома освобождения связи используется для превращения связанного тела в свободное тело.

Аксиома 5: (аксиома развязывания)

Чтобы превратить связанное тело в свободное тело, достаточно добавить силу реакции связывания к числу сил, действующих на него.

Мы рассмотрим типы связей, которые являются общими по природе, и направления сил реакции в этих связях.

1. Положите тело на гладкую поверхность в одной точке. В этом случае, поскольку гладкая поверхность ограничивает движение тела по нормали к поверхности, сила реакции в связке направлена внутрь тела по нормали и называется нормальной силой N_A реакции (рисунок 29.8).

Если объект опирается на точку на гладкой плоскости, нормальная сила реакции перпендикулярна плоскости и направлена внутрь тела (рис. 26.9).

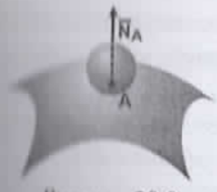


Рисунок 29.8

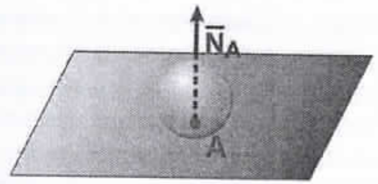


Рисунок 29.9

2. Корпус в одной точке опирается на шероховатую поверхность. В этом случае мы разделим силу реакции на две составляющие. В этом случае мы разделим силу реакции на две составляющие.

Помимо N_A, мы разделяем силу реакции F, направленную на поверхность, на компоненты. Связь между N_A и F_{ishq} следующая (рисунок 29.10).

$$\boxed{F_{ishq} = \mu N_A} \qquad (29.2)$$

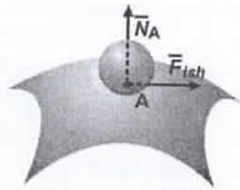


Рисунок 29.10

3. Если объект лежит на краю двустороннего угла или на остроконечном стержне без трения, сила реакции будет направлена в нормальном направлении, передаваемом на поверхность (рис. 29.11).

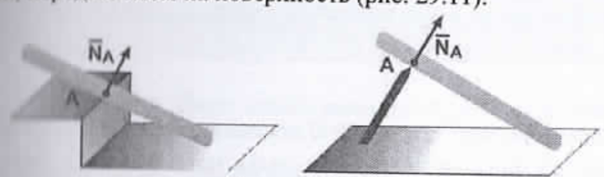


Рисунок 29.11

4. Если объект соединен с помощью эластичных средств, таких как пружина, цепь, трос или веревка, сила реакции связывания направляется вдоль этих эластичных средств (рисунок 29.12).

Рисунок 29.12

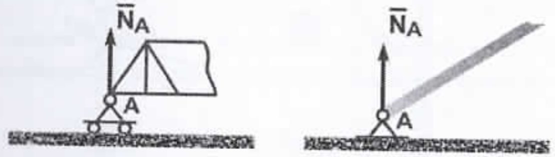


Рисунок 29.13

5. Если объект может перемещаться вокруг оси или точки относительно другого прикрепленного к нему объекта, такое соединение называется шарнирным соединением (рисунок 29.13).

Когда ось шарнира может перемещаться, это называется подвижным шарнирным соединением. В подвижной шарнирной муфте сила реакции перпендикулярна плоскости основания.

Если корпус, к которому крепится шарнирная ось, неподвижен, такое соединение называется неподвижным шарнирным соединением.

Шарнирное соединение может быть цилиндрическим или сферическим.

Сила реакции цилиндрической шарнирной муфты делится на две составляющие, перпендикулярные оси цилиндра, - силы реакции X_A и Y_A.

Сила реакции шарнирной шарнирной шарнирной связи делится на три взаимно перпендикулярные составляющие, а именно силы реакции X_A, Y_A, Z_A.

Вопросы по теме

1. *Чему учит статика?*
2. *Что такое абсолютно твердое тело?*
3. *Какова величина силы? Что характеризует власть?*
4. *Опишите систему сил, систему взаимно эквивалентных сил и систему сил, эквивалентных нулю.*
5. *Сформулируйте 4 аксиомы статики.*
6. *Сформулируйте теорему о равновесии трех сил.*
7. *Сформулируйте аксиому отключения.*
8. *Опишите типы подключений. Каковы силы реакции для освобождения этих оков?*

<u>Решение:</u>

Уличный фонарь весом $G = 100$ Н навешивается на стержни AB и BC как показано на рисунке. Найдите силы натяжения и натяжения в стержнях (рисунок 29.14).

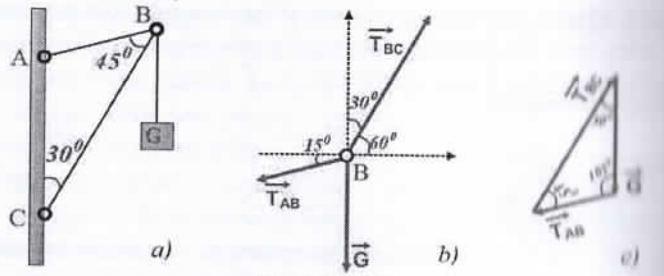


Рисунок 29.14

<u>Решение</u>

В этом случае к точке B приложены три силы, и задача может быть решена двумя способами: 1) аналитическим методом, 2) геометрическим методом.

Метод 1 (аналитический метод)

Аналитический метод - это метод получения проекции, для того чтобы пересекающиеся силы находились в равновесии, сумма проекций сил на оси Ox и Oy должна быть равна нулю. Мы делаем это, используя рисунок 31.5b.

$$\begin{cases}\sum F_x = 0\\ \sum F_y = 0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}T_{BC}\cdot\cos 60^0 - T_{AB}\cdot\cos 15^0 = 0\\ T_{BC}\cdot\cos 30^0 - T_{AB}\cdot\sin 15^0 - G = 0\end{cases}; \rightarrow \begin{cases}T_{BC} = \dfrac{\cos 15^0}{\cos 60^0}T_{AB} \approx 1{,}932\cdot T_{AB}\\ 1{,}932\cdot T_{AB}\cdot\cos 30^0 - T_{AB}\cdot\sin 15^0 = G\end{cases}$$

Отсюда $T_{AB} = \dfrac{G}{1{,}932\cdot\cos 30^0 - \sin 15^0} \approx \dfrac{100}{1{,}414} = 50\sqrt{2} \approx 70{,}71\ N$ и $T_{BC} = 1{,}932\cdot T_{AB} = 136{,}6\ N$

приложено.

Метод 2 (геометрический метод)

Геометрический метод - это метод построения многоугольника сил, для того чтобы пересекающиеся силы находились в равновесии, многоугольник сил должен быть замкнут. В этом случае силовой треугольник показан на рисунке 31.5-c, и мы работаем с неизвестными, используя теорему синусов, т.е $\dfrac{T_{AB}}{\sin 30^0} = \dfrac{G}{\sin 45^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 105^0}$ *будет. Отсюда следует, что это сила растяжения* $T_{AB} = \dfrac{\sin 30^0}{\sin 45^0}G = \dfrac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \approx 70{,}71\ N$ *на стержне AB, а сила растяжения* $T_{BC} = \dfrac{\sin 105^0}{\sin 45^0}G = 1{,}366\cdot 100 \approx 136{,}6\ N$ *на стержне BC.*

Итак, оба метода были одинаковыми, $T_{AB} \approx 70{,}71\ N$ *и* $T_{BC} \approx 136{,}6\ N$ *ответ пришел.*

Ответ: $T_{AB} = 70{,}71\ N$; $T_{BC} = 136{,}6\ N$

§ 30. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ СИЛ И ИХ БАЛАНС. СИЛОВОЙ МОМЕНТ, МОМЕНТ ПАРЫ СИЛ, МОМЕНТ ВЕКТОР.

Сходящиеся силы:

Система, в которой линии действия пересекаются в одной точке, *называется **системой Сходя́щихся** сил или **системой сил, действующих в одной точке**.*

Если на A_1, A_2, A_3, ... A_n точки действуют $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, ...\vec{F}_n$ силы, и если их линии действия пересекаются в одной точке O, эти силы образуют систему сходящихся сил (рисунок 30.1).

Согласно Результату 1, поскольку силы могут быть перемещены в произвольную точку вдоль линии действия, все силы, действующие на тело, могут быть перемещены в точку O, где их линии действия пересекаются (рис. 30.1).

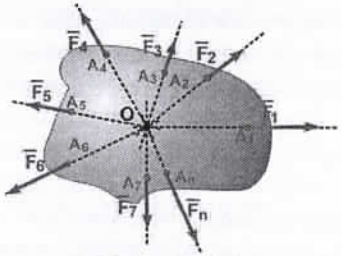


Рисунок 30.1

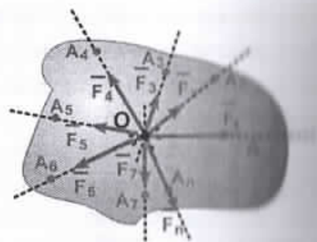


Рисунок 30.2

Геометрически сложение силы:

Для системы сил, $\vec F_1, \vec F_2, \vec F_3, \dots, \vec F_n$ действующих на точку, мы решаем первую задачу статики геометрически. Для простоты положим $n = 4$. Складываем эти $\vec R_{1,2}$ силы по правилу параллелограммов следующим образом: $\vec F_1$ по количеству и $\vec F_2$ направлению совпадает с диагональю, проходящей через точку O параллелограмма, построенного из сил и сил, т. е.

$$\overline{OB} = \vec R_{1,2} = \vec F_1 + \vec F_2 , \quad \left(\vec F_1, \vec F_2, \vec F_3, \vec F_4\right) \sim \left(\vec R_{1,2}, \vec F_3, \vec F_4\right)$$

Параллелограмм, $\vec F_3$ построенный на той же $\vec R_{1,2,3}$ силе и $\vec R_{1,2}$ силах. Диагональ, выходящая из точки O, одинакова по количеству и направлению, то есть

$$\overline{OC} = \vec R_{1,2,3} = \vec R_{1,2} + \vec F_3 = \vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 , \quad \left(\vec F_1, \vec F_2, \vec F_3, \vec F_4\right) \sim \left(\vec R_{1,2,3}, \vec F_4\right)$$

Эта же $\vec R$ сила $\vec R_{1,2,3}$ количественно равна диагонали $\vec F_4$ параллелограмма, построенного от точки O к силам (рисунок 30.3).

$$\boxed{\overline{OD} = \vec R = \vec R_{1,2,3} + \vec F_4 = \vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 + \vec F_4 , \quad \left(\vec F_1, \vec F_2, \vec F_3, \vec F_4\right) \sim \vec R_{1,2,3,4}} \qquad (30.1)$$

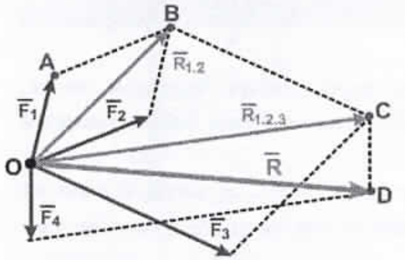


Рисунок 30.3

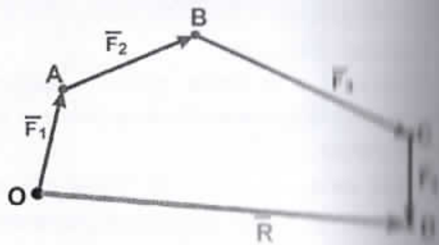


Рисунок 30.4

Затем, не находя диагонали сил, мы можем сделать следующее:

$\vec F_2 = \overline{AB}$ Поскольку это $\vec F_2$ так $\vec F_1$, мы перемещаем его параллельно концу

$\vec F_3 = \overline{BC}$. Поскольку это так, $\vec F_3$ мы перемещаем его $\vec F_2$ параллельно концу

$\vec F_4 = \overline{CD}$ Поскольку это $\vec F_4$ так, мы $\vec F_3$ перемещаем его параллельно концу . Короче говоря, мы перемещаем все силы параллельно друг другу, оставляя одну за другой (рис. 30.4). Вектор от начала 1-й силы до конца 4-й силы равен $\vec R$ всем силам.

$$\boxed{\vec R = \overline{OD} = \vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 + \vec F_4} \qquad \textbf{(30.2)}$$

Такое сочетание сил называется ***геометрическим методом сложения сил***.

Направление и количество геометрического $\vec R$ сложения системы сил можно рассчитать по шкале без каких-либо расчетов.

Равный эффект системы Сходя́щихся сил равен геометрической сумме составляющих сил и устанавливается в точке пересечения сил. Многоугольник на рисунке 30.4 *OABCD* называется ***силовым многоугольником***.

Аналитически сложение силы:

Как мы видели, равное действие $\vec F_1, \vec F_2, \vec F_3, \dots, \vec F_n$ пересекающих сил равно $\vec R$ геометрической сумме компонентов.

$$\boxed{\vec R = \vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 + \dots + \vec F_n = \sum_{i=1}^{n} \vec F_i} \qquad \textbf{(30.3)}$$

Мы проецируем это векторное уравнение на оси координат, чтобы образовать R_X, R_Y, R_Z.

$$\boxed{\begin{cases} R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = \sum\limits_{i=1}^{n} F_{ix} \\ R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = \sum\limits_{i=1}^{n} F_{iy} \\ R_z = F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots + F_{nz} = \sum\limits_{i=1}^{n} F_{iz} \end{cases}} \qquad \textbf{(30.4)}$$

Модуль равнодействующий сил будет следующим:

$$\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} \qquad \textbf{(30.5)}$$

Направление равнодействующего определяется направленными косинусами.

$$\boxed{\cos\alpha = \cos\left(R_x \wedge \vec R\right) = \frac{R_x}{R} , \quad \cos\beta = \cos\left(R_y \wedge \vec R\right) = \frac{R_y}{R} , \quad \cos\gamma = \cos\left(\vec R_z \wedge \vec R\right) = \frac{R_z}{R}}$$

(30.6)

Здесь α , β, γ –углы, образованные вектором $\vec R$ с осями *Ox*, *Oy*, *Oz* соответственно.

Определение величины и направления равнодействующего с помощью проекции и направленных косинусов на осях называется ***аналитическим сложением сил***.

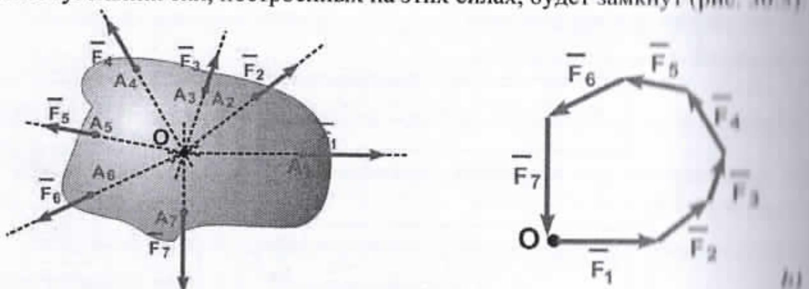
Равновесие сходящихся сил:

Если тело под действием системы, действующий на одной точке находится в равновесии, то геометрическая сумма этих сил равна нулю, и, наоборот, если геометрическая сумма сил равна нулю, то тело находится в равновесии.

$$\boxed{\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0} \qquad (30.7)$$

Чтобы система сил, действующий на одной точке находилась в равновесии, геометрическая сумма составляющих ее сил должна быть равна нулю.

Если тело находится в равновесии под действием системы сил, многоугольник сил, построенных на этих силах, будет замкнут (рис. 30.5).



a) *b)*

Рис.30.5

Для того, чтобы система сил, действующий на одной точке находилась в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы многоугольник сил, построенных на составляющих силах, был замкнут. Это ***геометрическое представление*** баланса системы сил в точке.

Если равнодействующий системы сил, действующий на одной точке равно нулю, то проекции на оси координат этого равнодейтвующего также равны нулю.

$$\boxed{\textit{Если}\ \vec{R}=0\ ,\textit{то}\ \begin{cases} R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0 \\ R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0 \\ R_z = \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0 \end{cases} \textit{будет}.} \qquad (30.8)$$

Приведенная выше формула является ***аналитическим представлением*** необходимого и достаточного условия для равновесия системы сил, приложенный на одной точке.

Это означает, что для того, чтобы равновесная система сил была в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций составляющих сил на три взаимно перпендикулярные оси по отдельности равняли нулю.

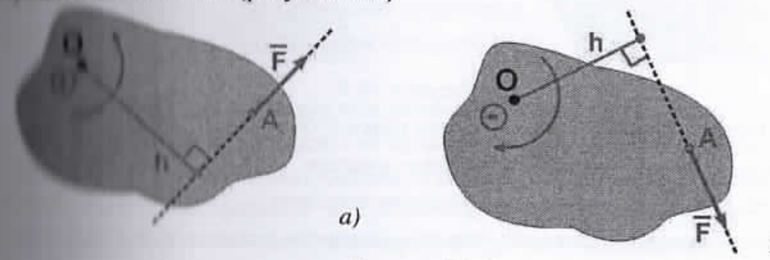
Момент силы относительно точки:

Когда объект стремится вращаться вокруг точки или оси под действием силы, такое воздействие силы на тело оценивается с помощью концепции ***момента силы*** относительно точки. Точка, в которой сила пытается повернуть объект, называется ***центром момента***. Сечение, перпендикулярное силовой линии от центра момента, называется плечом силы и обычно обозначается буквой h.

Момент силы в относительно точке (центре момента) выражается как произведение количества силы, полученной на плече силы с соответствующим знаком, и $M_O(\vec{F}_i)$ обозначается как.

$$\boxed{M_O(\vec{F}_i) = \pm F \cdot h} \qquad (30.9)$$

Если сила стремится вращать тело против часовой стрелки вокруг центра момента, то момент силы получается с положительным знаком, а наоборот отрицательным знаком (рисунок 30.6).



a) *b)*

Рисунок 30.6

Как единица измерения силы момента выбрано момент силы *1Н* на расстоянии от центра *1м* до линии действия. Единица силы измеряется в системе XBS [*Н/м*].

Момент силы относительно точки обладает следующими свойствами:

1. Когда сила перемещается в любую точку вдоль своей линии действия, не меняя своей величины и направления, момент силы не изменяется (потому что плечо силы не изменяется).

2. Если линия действия силы проходит через центр момента, ее момент относительно этой точки равен нулю (потому что плечо силы равно нулю).

3. Соедините начало и конец силы $\vec{F}$ с центром момента O, чтобы сформировать ΔOAB. Это будет площадь $S_{\Delta OB} = \frac{1}{2}Fh = \frac{1}{2}M_O(\vec{F})$ треугольника.

Это означает, что модуль момента силы по отношению к точке равен удвоении площади треугольника, образованного соединением начала и конца силы с центром момента. Этот результат дает геометрический смысл момента силы относительно точки (рис. 30.7).

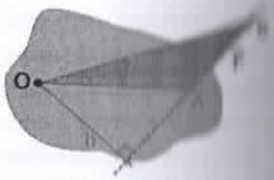


Рисунок 30.7

$$\boxed{M_O(\vec{F}) = 2 \cdot S_{\Delta OB}} \qquad (30.10)$$

Векторность момент силы:

Если на тело действуют пространственные силы, то момент силы относительно точки обычно рассматривается как вектор для определения направления вращения тела под действием этих сил.

Вектор момента силы относительно точки помещен в центр момента, центр момента и линия действия силы перпендикулярны плоскости лежания, и сила стремится вращать тело против часовой стрелки от конца вектора (рис. 27.8а).

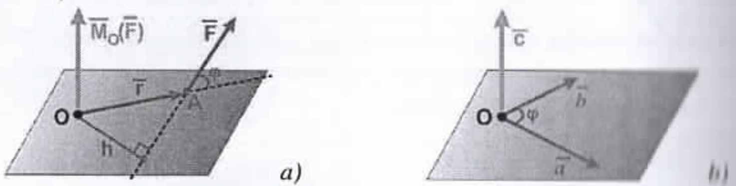


Рисунок 30.8

Момент силы сила $\vec{F}$ относительно точки O будет $M_O(\vec{F}) = F \cdot h = F \cdot r \cdot \sin\varphi$. Мы использовали известную математические и векторное умножение векторов. $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторное произведение векторов – $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ это величина вектора, и $\vec{a}$ вектору перпендикулярен $\vec{b}$ плоскости лежания, и от конца этого вектора $\vec{a}$ вектор $\vec{b}$ должен быть повернут против часовой стрелки на самый маленький угол, чтобы привести вектор к вектору. Векторное произведение равно $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi$ (рисунок 30.8-b).

Это означает, что момент силы относительно точки является векторной величиной, а точка, в которой сила приложена к центру момента, является векторным произведением радиус-вектора на вектор силы.

$$\boxed{\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}\ , \qquad |\vec{M}_O(\vec{F})| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin\varphi} \qquad (30.11)$$

Момент силы относительно оси:

Мы определяем момент силы сила $\vec{F}$ относительно оси z следующим образом: проводя плоскость Π, перпендикулярную оси z, мы обозначаем точку пересечения плоскости и оси через O. $\vec{F}_\Pi$ проецируем силу на плоскость Π и обозначим этой проекцией $\vec{F}_\Pi$. Момент, снятый $\vec{F}_\Pi$ с силы относительно точки O, представляет собой момент $\vec{F}$ силы относительно оси z (рис. 30.9).

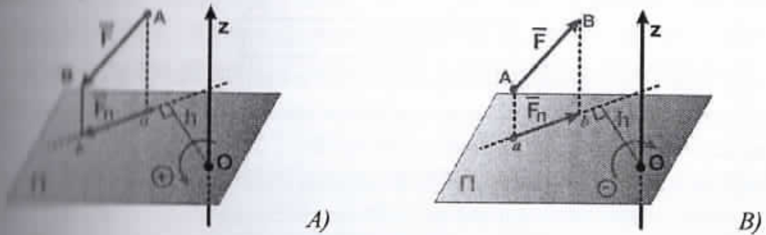


Рисунок 30.9

Момент силы относительно оси – это момент, воспринимаемый ее проекцией в плоскости, перпендикулярной этой оси, относительно точки пересечения плоскости с осью.

$$\boxed{M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_\Pi) = \pm F_\Pi \cdot h} \qquad (30.12)$$

Момент силы относительно оси – скалярная величина. Если из положительного конца оси проекция силы на плоскость стремится повернуть тело против часовой стрелки, момент получается с положительным знаком и наоборот – с отрицательным знаком (рисунок 30.9).

Пара силы и ее момент:

Система двух параллельных сил, равных по величине, противоположных по направлению и не лежащих на прямой линии, называется ***парой сил***. Кратчайшее расстояние между силами, составляющими ***пару сил***, называется плечом пары и обозначается d. Плоскость, в которой лежит ***пара силы***, называется плоскостью действия пары. Пары сила записывается в виде $(\vec{F}, \vec{F}_1)$ (рисунок 30.10).

Рисунок 30.10

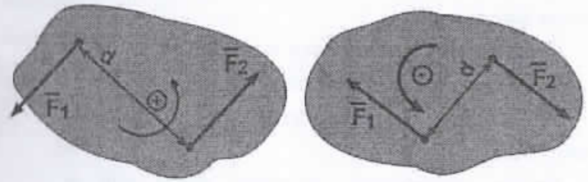


Рисунок 30.11

Согласно аксиоме 1, тело под действием одной пары сил не может находиться в равновесии, а пара сил не может быть сведена к одну равную силу. Под действием пары тело вращается вокруг точки или оси. Однако прямолинейную движению добиться невозможно.

Момент пары сил – это величина одной из сил, составляющих пару сил, полученная соответствующим знаком как произведение длины плеча пары сил.

$$\boxed{M = \pm F_1 \cdot d = \pm F_2 \cdot d} \quad (30.13)$$

Если пара сил стремится повернуть объект против часовой стрелки, его момент положительный, а если он пытается вращаться по часовой стрелке, он отрицательный *(рис. 30.11)*.

Теорема о парой силовом моменте:

Момент пары сил равен алгебраической сумме моментов сил, составляющих ее, по отношению к любой точке плоскости, в которой лежит пара сил.

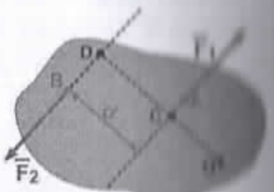


Рисунок 30.12

<u>Доказательство</u>: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$дана пары сил. Возьмем любую точку O на плоскости этой пары $\vec{F}_1$ сил и $\vec{F}_2$ проведем вертикальные пересечения OC и OD от этой точки и на $\vec{F}_1$ линиях $\vec{F}_2$ действия сил. и сумма моментов сил относительно точки O.

$M_0(\vec{F}_1)+M_0(\vec{F}_2) = -OC\cdot F_1 + OD\cdot F_2 = -OC\cdot F_1 + (OC+CD)\cdot F_2 =$
$= -OC\cdot F_1 + OC\cdot F_1 + CD\cdot F_2 = d\cdot F_2 = M$

Вот значит $M = M_0(\vec{F}_1)+M_0(\vec{F}_2)$ (рис. 30.12).

Если мы выберем точку O из одной из точек A или B, момент будет:

$$\boxed{M = M_A(\vec{F}_2) = M_B(\vec{F}_1)} \quad (30.14)$$

Это означает, что момент пары сил равен моменту одной из составляющих ее сил относительно точки, в которой находится другая.

Векторность момента пары силы:

Действие пары сил на тело характеризуется тремя факторами:

1) модуль пары силового момента;

2) плоскость действия пары силы;

3) направление вращения в плоскости действия;

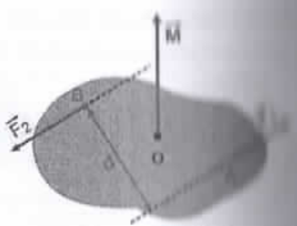


Рисунок 30.13

Чтобы определить влияние пары сил в произвольном положении в пространстве на тело, необходимо знать каждый из этих трех факторов. Для этой пары силовой момент рассматривается как вектор (рисунок 30.13).

Момент инерции - это вектор, модуль которого равен произведению длины одной из составляющих пары и перпендикулярен плоскости пары сил, и со своего конца пара сил вращает тело против часовой стрелки.

Если известен вектор момента $\vec{M}$ пары силы, мы можем определить влияние пары силы на тело. $\vec{M}$ если мы проведем плоскость, перпендикулярную вектору, плоскость действия станет ясной. Если мы посмотрим с конца $\vec{M}$ вектора, становится понятна плоскость вращения пары сил.

Вопросы по теме

1. *Что такое пересекающиеся силы?*
2. *Опишите правило сложения геометрических и аналитических сил.*
3. *Напишите формулу равновесия поперечных сил.*
4. *Что такое момент силы? Как вы определяете его направление и направление?*
5. *Опишите момент силы относительно точки и оси.*
6. *Опишите момент пары сил, как определяется его величина и направление?*

Решение:

1. Вес G=100 N У объекта есть ось вращения, проходящая через точку O. К нему прилагаются силы F_1 = 42 N и F_2 = 49 N, как показано на рисунке, и тело находится в равновесии. Если расстояния до оси вращения равны r_1 = 1,3 м, r_2 = 2,15 м и есть угол, $\theta_1 = 60^0$ то каков угол θ_2 (рисунок 30.12)?

Дано:	*<u>Решение</u>*
$F_1 = 42N$ $F_2 = 49N$ $r_1 = 1,3\ m$ $r_2 = 2,15\ m$	*В этом случае сила вокруг точки F_1 O дает положительный момент, F_2 а сила дает отрицательный момент, которые*
F_2?	

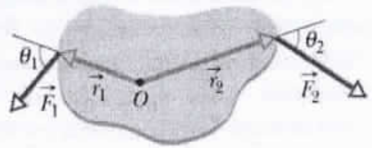


Рисунок 30.12

количественно равны друг другу.

$$M(F_1) = M(F_2), \quad \rightarrow \quad F_1 r_1 \sin\theta_1 = F_2 r_2 \sin\theta_2$$

$$\sin\theta_2 = \frac{F_1 r_1 \sin\theta_1}{F_2 r_2} = \frac{42\cdot 1,3\cdot \sin 60^0}{49\cdot 2,15} = 0,809, \ \rightarrow \ \theta_2 = \arcsin 0,809 = 54^0$$

Ответ: $\theta_2 = 54^0$.

Типы равновесия:

Если относительное положение объекта по отношению к другим объектам не изменяется в результате действия на него сил и моментов, то говорят, что он находится в равновесии. Различают 3 типа равновесия:

1) стабильное; 2) нестабильное; 3) неразличимое.

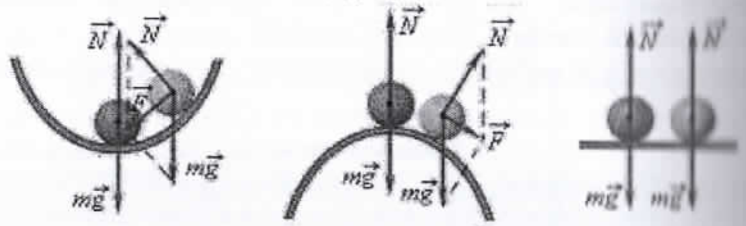


Рисунок 31.1

1) Когда объект немного удален из своего положения равновесия, сила или момент возвращающий в исходное состояние возникает, такое равновесие называется ***устойчивым равновесием***.

2) Когда объект немного удален из своего положения равновесия, сила или момент удоляющий от исходного состояние возникает, такое равновесие называется ***неустойчивым равновесием***.

3) Когда не происходит никаких изменений силы или момента, когда тело немного отодвинуто от положения равновесия, такое равновесие называется ***неразличимым равновесием*** (рисунок 31.1).

Известно, что тело имеет тенденцию занимать состояние с наименьшей энергией под действием силы тяжести, то есть состояние с наименьшей потенциальной энергией. Когда тело находится как можно ниже, потенциальная энергия мала. Это означает, что когда центр масс тела находится в самой низкой точке, а вокруг этой точки находятся наверху, поэтому самая низкая точка - это гайка равновесия.

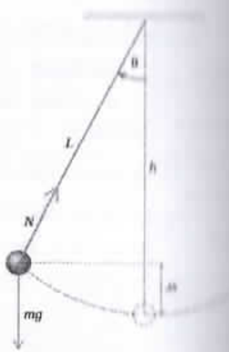


Рисунок 31.2

Для объекта на затонувшей поверхности нет точки ниже самой низкой точки. Кроме того, когда воздушный шар, подвешенный на веревке, удерживает струну в вертикальном положении, потенциальная энергия воздушного шара является наименьшей, и эта точка становится точкой постоянного равновесия. Поскольку все точки вокруг этой точки немного выше, воздушный шар, который был выведен из состояния равновесия, имеет

тенденцию возвращаться в состояние равновесия (рис. 31.2). Следовательно, равновесие воздушного шара, подвешенного на веревке, так и тела на вогнутой поверхности, можно назвать устойчивым равновесием. Когда тело немного удалено над выпуклой поверхностью от точки равновесия, все точки в непосредственной близости от наивысшей точки оказываются внизу, поэтому в более низких точках потенциальная энергия тела может быть дополнительно уменьшена. Эта возможность имеет тенденцию опускать тело в более низкое положение. Следовательно, точка над выпуклой поверхностью является точкой постоянного равновесия. Равновесие, в этой точке является неустойчивым равновесием.

Для объекта на плоской поверхности потенциальная энергия одинакова во всех точках, потому что все точки вокруг точки на плоскости находятся на одном уровне. Так что стремления к этим пунктам нет. В этом случае точка, в которой стоит тело, является точкой равновесия, а равновесие тела - точкой равновесия.

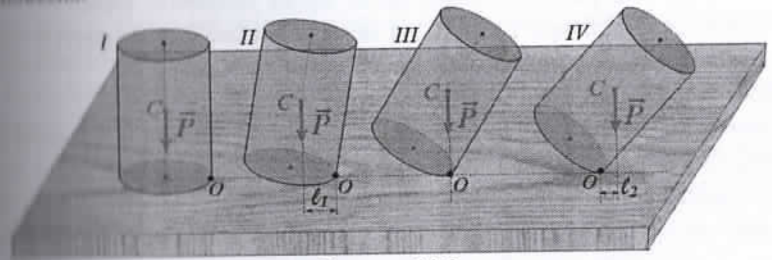


Рисунок 31.3

Теперь поговорим о степени застоя тела. Для этого посмотрим на объект с опорной поверхностью на горизонтальной поверхности. Предположим, что однородное цилиндрическое тело радиуса R и высоты H находится на горизонтальной поверхности (рисунок 31.3, ситуация I). Это стабильное состояние тела, и тело сохраняет равновесие. Потому что сила реакции поверхности и сила тяжести компенсируют друг друга. Поверхность цилиндра, касающаяся горизонтальной поверхности, является ***базовой поверхностью***. В первом случае, силовая линия тяжести проходит через базовую поверхность. В случае II, цилиндр слегка наклонен, и линия тяжести проходит через базовую поверхность. В этом случае момент $M_1 = P\ell_1$ относительно реперной $M_1 = P\ell_1$ точки O силы тяжести $P = mg$ возвращает тело в исходное положение. В случае III, линия тяжести проходит через точку O. На цилиндре нет крутящего момента. Однако, поскольку центр тяжести цилиндра находится в самой высокой точке, это неустойчивое равновесие. Если цилиндр наклонить еще немного, он перевернется и займет горизонтальное положение. Это соответствует ситуации IV, в которой линия тяжести выходит за пределы базовой поверхности. В этом случае момент $M_1 = P\ell_2$ относительно базовой точки O, силы тяжести $P = mg$ отодвигает тело от его исходного положения. При повороте цилиндра вертикально на угол φ, равный или на наклонной поверхности с уклоном:

$$\boxed{tg\varphi = \frac{H}{2R} \quad или \quad \varphi = arctg\left(\frac{H}{2R}\right)} \tag{31.1}$$

Результаты экспериментов следующие:

Чем ниже центр тяжести тела и чем больше поверхность основания, тем выше устойчивость тела, и наоборот, чем выше центр тяжести и меньше поверхность основания, тем ниже устойчивость тела .

Для повышения устойчивости при производстве легковых и грузовых автомобилей, автобусов и поездов их центр тяжести будет стремиться как можно ближе к земле и увеличить расстояние между колесами - хомут. Также борцы широко расставляют ноги, чтобы сохранять равновесие во время схватки. Пассажиры в метро или автобусе, также широко расставляют ноги для сохранения равновесия.

Проверка баланса тела для разных ситуаций:

Важнейшая задача статики - проверка равновесия объекта под действием системы сил и определение неизвестных размеров. Когда мы вычисляем сумму проекций силы на ось, мы отвечаем на вопрос, есть ли поступательное движение по этой оси. Если сумма выступов на произвольную, скажем, ℓ ось сил равна нулю, $\sum_{i=1}^{n} F_{i\ell} = 0$ то поступательное движение вдоль этой оси не наблюдается. Когда, мы вычисляем сумму моментов, взятых из силы по отношению к точке, мы отвечаем на вопрос, есть ли вращательное движение вокруг этой точки. Если сумма моментов, полученных от сил в произвольной точке, скажем O, равна нулю, $\sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) = 0$, то вокруг этой точки нет вращательного движения. Это означает, что тело находится в таком состоянии равновесия, что не наблюдается ни поступательного, ни вращательного движения.

Если $\sum_{i=1}^{n} F_{i\ell} \neq 0$ так, то тело $\sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) \neq 0$ движется как вперед, так и во вращении.

Если $\sum_{i=1}^{n} F_{i\ell} = 0$ так, то тело $\sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) \neq 0$ только вращается.

Если $\sum_{i=1}^{n} F_{i\ell} \neq 0$ так, то тело $\sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) = 0$ движется только вперед.

Если это $\sum_{i=1}^{n} F_{i\ell} = 0$ так $\sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) = 0$, тело находится в равновесии и спокойствии.

Количество уравнений, используемкх для определения неизвестного, также варьируется в зависимости от того, как задана система сил, действующих на тело. Следует отметить, что задачи, в которых количество уравнений равно количеству неизвестных или превышает их, ***называются статически определенными задачами***, и такие задачи могут быть решены. Если количество уравнений меньше количества неизвестных, то такие задачи называются довольно ***расплывчатыми и не могут быть решены***. В зависимости от того, сколько уравнений отсутствует, ***одинарные, двойные ,. . называется статической неопределенной материей***. Статические неопределенности требуют разработки дополнительных уравнений. Все проблемы, с которыми мы сталкиваемся в физике, являются статически определенными проблемами.

Ниже мы даем инструкции, как решить статическую задачу для разных ситуаций.

1). Если на тело действуют силы, *лежащие* на одной оси, скажем, на оси, количество неизвестных не должно превышать единицы. Потому что мы можем составить одно уравнение.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} F_i = 0} \tag{31.2}$$

2). Если на тело действуют силы, *лежащие* параллельно одной оси, скажем, оси, и лежащие в одной плоскости, количество неизвестных не должно превышать двух. Потому что мы можем составить два уравнения.

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) = 0 \end{cases}} \tag{31.3}$$

3). Если на объект действуют пересекающиеся силы в точке на плоскости, скажем, на плоскости Oxy, количество неизвестных не должно превышать двух. Потому что мы можем составить два уравнения.

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0 \end{cases}} \tag{31.4}$$

4). Если на объект действуют пересекающиеся силы в точке на плоскости, скажем, на плоскости Oxy, количество неизвестных не должно превышать двух. Потому что мы можем составить три уравнения.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_0\left(\vec{F}_i\right) = 0 \end{cases} \qquad (31.5)$$

5). Если на тело действуют силы, параллельные пространству, скажем, ось Oz, количество неизвестных не должно превышать трех. Потому что мы можем составить три уравнения. Всего формируются три уравнения, состоящие из суммы проекций сил на ось Oz и суммы моментов, полученных по двум осям, перпендикулярным силам.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iz} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_x\left(\vec{F}_i\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_y\left(\vec{F}_i\right) = 0 \end{cases} \qquad (31.6)$$

6). Если на объект действуют пересекающиеся силы в одной точке, скажем, на плоскости Oxy, количество неизвестных не должно превышать трех. Потому что мы можем составить три уравнения.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iz} = 0 \end{cases} \qquad (31.7)$$

7). Если объект подвергается воздействию произвольных сил в космосе, количество неизвестных величин не должно превышать шести. Потому что мы можем составить шесть уравнений.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iz} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} m_x\left(\vec{F}_i\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_y\left(\vec{F}_i\right) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_z\left(\vec{F}_i\right) = 0 \end{cases} \qquad (31.8)$$

Исследование равновесия и условий равновесия - одна из основных задач статики. При строительстве всех строительных площадок, зданий, мостов и туннелей в первую очередь проверяется их статическое равновесие.

Вопросы по теме

1. *Что такое баланс тела и какие бывают типы баланса?*
2. *Что можно сделать для повышения устойчивости тела?*
3. *Как проверить баланс сил лежа по прямой?*
4. *Как проверить баланс параллельных сил на плоскости?*
5. *Как проверить баланс параллельных сил в космосе?*
6. *Как проверяется баланс поперечных сил?*
7. *Как проверить баланс добровольных сил на плоскости?*
8. *Как проверить баланс добровольных сил в космосе?*

Решение:

1. Какая сила действует в точке A, чтобы поднести цилиндрическое тело массой G=100 N к лестнице, показанной на рисунке? O Определите силу реакции в базовой точке и ее направление (рисунок 31.4-а)?

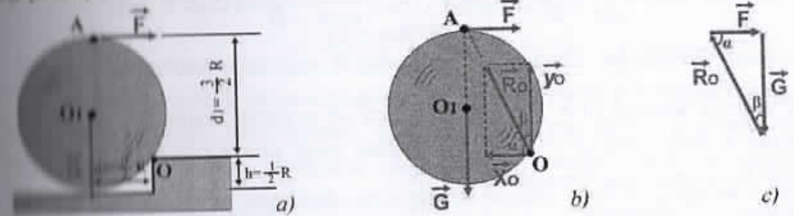


Рисунок 31.4

Задано:	
$G = 100\ N$	
$R_0 = ?$	
$\alpha = ?$	
$\beta = ?$	

Решение

Когда вы поднимаетесь по лестнице, тело вращается вокруг точки O. Поэтому мы берем точку O как центр момента и находим силу F, принимая момент относительно этой точки.

$$\sum m_O\left(\vec{F}_i\right) = 0, \ \rightarrow \ G \cdot d_2 - F \cdot d_1 = 0, \ \rightarrow$$

$$G \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R - F \cdot \frac{3}{2} R = 0, \ \rightarrow \ F = \frac{\sqrt{3}}{3} G = \frac{100}{\sqrt{3}} \approx 57{,}74\ N$$

Мы находим X_O, проецируя все силы на ось Ox (рисунок b).

$$\sum \vec{F}_{iX} = 0, \ \rightarrow \ F - X_O = 0, \ \rightarrow \ X_O = F = 57{,}74\ N$$

Мы находим Y_O, проецируя все силы на ось Луны (рис. B).

$$\sum \vec{F}_{iy} = 0, \ \rightarrow \ Y_O - G = 0, \ \rightarrow \ Y_O = G = 100\ N$$

Находим силу реакции в точке O (рис. B).

$$R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_0^2} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot 100^2 + 100^2} = \frac{200}{\sqrt{3}} = 115,48\ N$$

Найдите направляющие косинусы силы реакции (рисунок b).

$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{X_O}{R_O} = \dfrac{57,74}{115,48} = \dfrac{1}{2} \\ \cos\beta = \dfrac{Y_O}{R_O} = \dfrac{100}{115,48} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}; \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \alpha = 60^0 \\ \beta = 30^0 \end{cases}$$

Итак, поскольку a = 60⁰, b = 30⁰, сила реакции в точке O R_o также пересекается в $\bar{F}$ точке A, $\bar{G}$ где силы пересекаются. Так и должно быть, согласно теореме о равновесии трех сил.

Неизвестные силы F и R_O также можно рассчитать с помощью следующего геометрического метода (рисунки a, c).

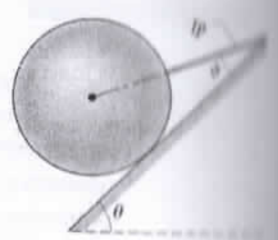
$$\cos\alpha = \frac{d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}R}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}R\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}; \quad \rightarrow \quad \alpha = 60^0$$

$$F = \frac{G}{tg\alpha} = \frac{100}{\sqrt{3}} \approx 57,74\ H, \quad R_O = \frac{G}{\sin\alpha} = \frac{200}{\sqrt{3}} = 115,48\ N.$$

Ответ: $R_O = 115,48\ N,\ \alpha = 60^0,\ \beta = 30^0$

2. Сфера массой m = 1⁰ кг опирается на нескользящий откос с углом наклона = 450. Угол φ=25⁰. Рассчитайте силу натяжения T на струне. Какова сила реакции N поверхности?

Задан:	*Решение*
m=10 kg *θ=45⁰* *φ=25⁰*	*Полоса образует $\theta - \phi = 20^0$ угол с горизонтом. В центре сферы пересекаются три силы: сила натяжения веревки, сила реакции поверхности и сила тяжести сферы. Для сферы сумма проекций*
$T = ?$ $N = ?$	



трех сил на оси координат равна нулю.

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0, \rightarrow T \cdot \cos 20^0 - N \cdot \sin 45^0 = 0, \quad \rightarrow \quad N = \dfrac{\cos 20^0}{\sin 45^0} T \approx 1,329T \\ \sum F_{iy} = 0, \rightarrow T \cdot \sin 20^0 + N \cdot \cos 45^0 - mg = 0, \quad \rightarrow \quad T + \dfrac{\cos 45^0}{\sin 20^0} N = \dfrac{mg}{\sin 20^0} \end{cases}$$

$$T + ctg 20^0 \cdot ctg 45^0 \cdot T = \frac{mg}{\sin 20^0},\ T = \frac{mg}{\sin 20^0 \cdot \left(1 + ctg 20^0 \cdot ctg 45^0\right)} = \frac{mg}{\sin 20^0 + \cos 20^0},$$

$$T = \frac{100}{1,282} = 78\ N; \quad \rightarrow \quad N = 1,329 \cdot 78 = 103,66\ N$$

Ответ: $T = 78\ N,\ N = 103,66\ N$

§ 32. ЗОЛОТОЕ ПРАВИЛО МЕХАНИКИ И ЕГО ПРИМИНЕНИЯ.

Значение рычагов в жизни и технике:

С незапамятных времен тяжелые предметы использовались для перемещения тяжелых предметов. Рычаг – это простой механизм, который извлекает выгоду из ручки. Еще при строительстве египетских пирамид тяжелые камни переносили с гор на строительные площадки подъемниками, поднимаемыми снизу вверх. Египетские пирамиды имеют высоту 146 метров и квадратное основание со стороной 230 метров, каждая из которых весит от 2,5 до 15 тонн. Невозможно представить, чтобы такое огромное сооружение могло быть построено с помощью рикш (рис. 32.1).

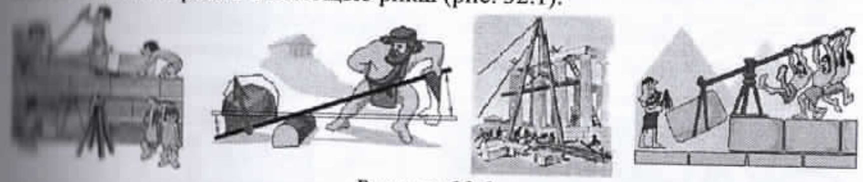


Рисунок 32.1

Рычаги предназначены для перемещения тяжелых предметов, которые нельзя поднять рукой. В этом случае в одной точке рычага помещается шест. Поскольку эта точка неподвижна, она действует как центр момента. При перемещении тяжелого предмета поднимаем палкой узел на плечах, переворачиваем землю лопатой, нажимаем педаль тормоза, несем груз в телеге, летим на осле, катим тяжелую бочку и поднимаем ее в гору и во многих других случаях мы обязательно воспользуемся рычагом (рис. 32.2).

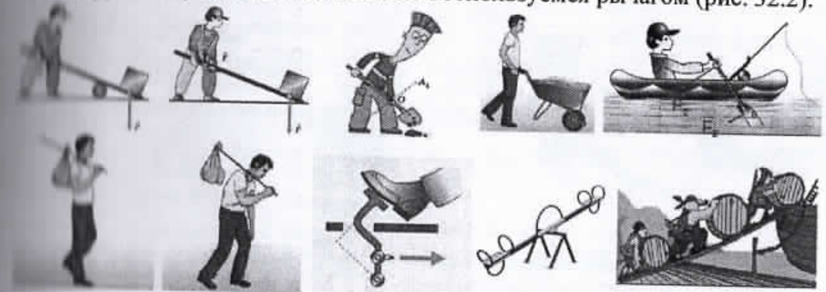
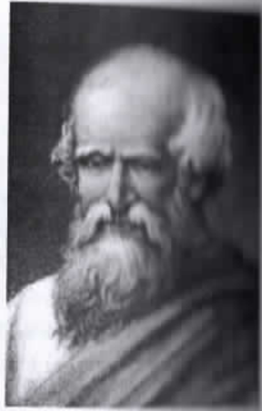


Рисунок 32.2

Ссылки, как правило, простые механизмы используются во всех областях техники. При езде на велосипеде мы используем простые механизмы в [illegible] и подъемных машинах, перемещении блоков, заборе воды из колодца с помощью крюка и т. Д. (Рис. 32.3).

Древнегреческий философ, математик, механик, физик, астроном и инженер Архимед родился в 287 году до нашей эры в Сиракузах, греческой колонии на острове Сицилия. Его отцом был математик и астроном Фидий. Он делал большую часть своей работы в Александрии, тогдашнем центре науки и культуры Египта. Архимед познакомился с трудами Демокрита и Евдокса. Архимед открыл напряжение в механике и условиях их равновесия, а в гидростатике он открыл подъемную силу, действующую на погруженное тело. Он также много занимался математикой и геометрией. Он изучал параболы и гиперболы, цилиндры и сферы, сектора и сегменты сфер, многоугольники, нарисованные в кругах, и поверхности геометрических фигур. Он также изучал спиральное движение, на основе которого разработал устройство для перекачивания воды на высоту. Об Архимеде ходит множество легенд, и слово «Эврика» относится к одной из них. Он спас свой родной город от римского нападения. Легенда гласит, что он был убит римским солдатом в возрасте 75 лет.



Архимед (287–212 гг. до н.э.)

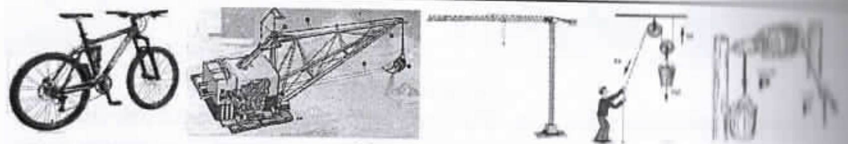


Рисунок 32.3

Рисунок 32.4

Рисунок 32.5

Даже в простых предметах домашнего обихода, таких как ножницы, плоскогубцы, плоскогубцы, винты и т. Д., Мы неосознанно используем бритву (рис. 32.4).

Мы не только используем напряжение и простые механизмы в жизни и технике, но у нас также есть органы, которые действуют как напряжение во многих частях нашего тела. Например, поднимая камень в руке, прыгая на ногах, тренируя запястья или таща турник, мы неосознанно пользуемся правилами растяжки (рис. 32.5).

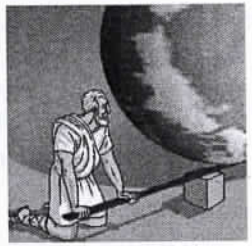


Рисунок 32.6

Поскольку рычаг – это устройство, обеспечивающее выигрыш в силе, как и любой другой простой механизм, возникает вопрос, может ли он многократно увеличивать силу. Да, конечно может. Но поскольку мы проигрываем в расстоянии, когда набираем силу, мы должны сделать плечо, которое используем, очень длинным. При этом необходимо учитывать тот факт, что рычаг настолько длинный, что его масса слишком увеличивается, и в результате плечо рычага прогибается под собственным весом, и основание может выйти из строя из-за слишком большой массы. Древний сиракузский философ Архимед очень хорошо изучил якоря и сказал: «Если вы дадите мне опору, я смогу поднять Землю» (рис. 32.6). Однако он не знал, что длина плеча используемого им рычага будет превышать расстояние от Земли до Луны.

Золотое правило механики:

Приведем условие равновесия рычагов. Цель использования рычага - получить больше мощности с меньшими усилиями. В этом случае в одной точке рычага помещается шест. Поскольку эта точка неподвижна, она действует как центр момента. Используя моменты, полученные из сил относительно центра этого момента, выводится условие равновесия натяжения. Предположим, что тяжелый предмет весом F_1 подвешен в точке A рычага AB. Предположим, что тяжелый объект поднимается из точки B силой величиной F_2. Чтобы система находилась в равновесии, центр момента должен быть равен нулю, т.е. сум $\sum m_i(\vec{F}_i)=0$ ме моментов, полученных от сил по отношению к точке O. И вот результат.

$$F_1d_1 - F_2d_2 = 0, \;\rightarrow\; F_1d_1 = F_2d_2 \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}$$

Таким образом, состояние равновесия рычага выглядит следующим образом (рисунок 32.7):

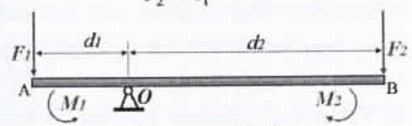


Рисунок 32.7

$$\boxed{F_1\ell_1 = F_2\ell_2 \quad yoki \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}} \tag{32.1}$$

Вышеупомянутая формула также может использоваться в следующей форме: Предположим, что точка O отрезка AB является точкой равновесия.

Пусть расстояния от этой точки до концов рычага равны ℓ_1 и ℓ_2. Воспользуемся формулой равновесия вышеуказанного натяжения. Отсюда первая

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{\ell_2}{\ell_1}=\frac{\ell-\ell_1}{\ell_1}, \ \rightarrow \ F_1\ell_1=F_2\ell-F_2\ell_1, \ \rightarrow \ (F_1+F_2)\ell_1=F_2\ell, \ \rightarrow \ \ell_1=\frac{F_2}{F_1+F_2}\cdot\ell$$

длина плеча. Длина второго плеча равна.

$$\ell_2=\ell-\ell_1=\ell-\frac{F_2}{F_1+F_2}\cdot\ell=\frac{F_1}{F_1+F_2}\cdot\ell$$

равно

Это означает, что если силы F_1 и F_2 приложены к концам рычага длиной ℓ, то базовая точка может быть размещена на следующих расстояниях от этих сил (рисунок 32.7):

$$\boxed{\ell_1=\frac{F_2}{F_1+F_2}\cdot\ell, \qquad \ell_2=\frac{F_1}{F_1+F_2}\cdot\ell} \qquad (32.2)$$

Из приведенных выше формул видно, что небольшая сила создается на большом плече, а большая сила создается на маленьком плече. Используя это, мы можем определить так называемое золотое правило механики:

Если мы теряем силу, мы теряем в расстоянии, если мы теряем в расстоянии, мы теряем силу.

Используя это правило, любой тяжелый предмет может быть перемещен силой человека. Золотое правило механики впервые ввел греческий философ Архимед. Архимед сказал: «Если вы покажете мне опору, я подниму Землю».

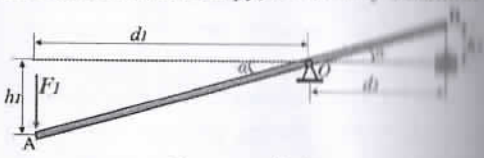


Рисунок 32.8

Вопрос в том, получат ли рычаги механическую работу? Чтобы найти ответ, мы воспользуемся рисунком 32.8. Человек прикладывает силу F_1 к точке A на *1-м* плече рычага и висит на точке B на 2-м плече $F_2 = mg$ поднимать тяжести. Здесь F_1 сила на h_1 дороге совершает $A_1=F_1h_1=F_1\cdot OA\sin\alpha$ работу, $F_2=mg$ а сила в пути h_2 совершает $A_2=F_2h_2=mg\cdot OB\sin\alpha$ работа. Теперь, мы должны сравнить работы A_1 и A_2. Для этого, используя условие равновесия, F_1 и $F_2=mg$ воспользуемся равенством моментов сил F_1 и $F_2 = mg$ относительно точки O. В то время как сила F_1 создает момент против часовой $M_1=F_1d_1=F_1\cdot OA\cos\alpha=A_1 tg\alpha$ стрелки вокруг точки O, сила $F_2= mg$ создает момент $M_2=F_2d_2=mg\cdot OB\cos\alpha=A_2 tg\alpha$ по часовой стрелке вокруг точки O. В условии равновесия $M_1=M_2$ выходит $A_1tg\alpha = A_2tg\alpha$, то есть $A_1 = A_2$. Итак, за исключением трения и сопротивления, работа с плечами такая же.

В заключении, золотое правило механики можно резюмировать следующим образом:

Устройство, которое получает мощность, теряет мощность на расстоянии, а устройство, которое получает мощность на расстоянии, теряет мощность. Однако нет устройства, которое могло бы извлечь выгоду из механической работы.

Мы часто используем золотое правило механики в жизни, знаем мы это или нет. Давайте посмотрим на несколько примеров.

Найдите силы реакции на опорах балок:

Часто для решения проблем вас просят найти в балках основные реакции. Вот несколько формул для определения силы реакции для некоторых случаев.

Сначала посмотрим на консольную балку (рис. 32.9a). Это освобождает консоль от основания и заменяет ее опорными силами основания (рис. 32.9-b). На стене действуют 2 силы реакции. Один из них - это сила реакции вверх O, а два других - момент M_O на стене. Взяв момент от сил к точке O, находим момент M_O.

$$\sum m_0(F_i)=0, \ \rightarrow \ M_O-F\cdot\ell=0, \ \rightarrow \ M_O=F\cdot\ell$$

Мы определяем силу, проецируя все силы на ось.

$$\sum F_i=0, \ \rightarrow \ R_O-F=0, \ \rightarrow \ R_O=F$$

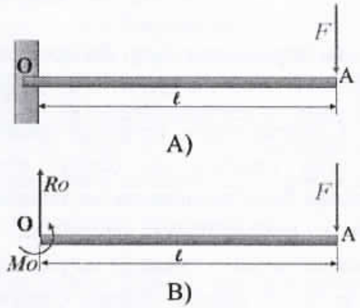


Рисунок 32.9

Это означает, что если на горизонтальную консольную балку длиной с одним концом, обращенным к стене ℓ, действует вертикальная сила F, как показано на рисунке, силы реакции на стену будут следующими:

$$\boxed{R_O=F, \quad M_O=F\,\ell} \qquad (32.3)$$

Теперь рассмотрим описанный выше случай, который также учитывает массу консольной балки (рис. 32.10a). Сначала консольная балка освобождается от опоры и заменяется силами реакции опоры (рис. 32.10-b). На стене действуют 2 силы реакции. Один из них - это сила реакции вверх O, а другие - момент M_O на стене. Взяв момент от сил к точке O, находим момент M_O.

$$\sum m_0(F_i)=0, \ \rightarrow \ M_O-mg\frac{\ell}{2}-F\cdot\ell=0, \rightarrow \ M_O=F\cdot\ell+\frac{1}{2}mg\,\ell$$

Мы определяем Oy силу, проецируя все силы на ось.

$\sum F_i = 0, \rightarrow R_O - mg - F = 0, \rightarrow R_O = F + mg$

Итак, учитывая удельную массу консольной m балки, формулы выглядят так (рис. 30.16):

$$\boxed{R_O = F + mg, \quad M_O = F\ell + \frac{1}{2} mg\,\ell} \qquad (32.4)$$

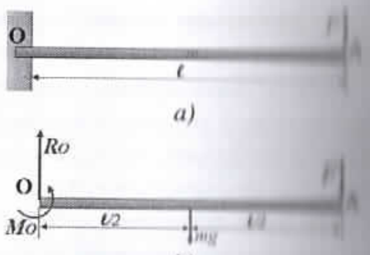


Рисунок 32.10

Теперь в рисунке 32.17 а, давайте определим нагрузку массой Δm висящую на горизонтальной балке массой m в состоянии равновесия, как показано на рисунке. Сначала балка освобождается от опоры и заменяется силами реакции опоры (рис. 32.17-b). mg масса балки находится в центре тяжести. Этот вес равен $d = \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} - \ell_1 = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2}$ расстоянию от центра до точки O.

Взяв момент из сил относительно точки O, находим массу Δm.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow \Delta m g \cdot \ell_1 = mg \cdot d, \rightarrow \Delta m = \frac{d}{\ell_1} m = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2\ell_1} m$$

Мы определяем силу, Oy проецируя все R_o силы на ось.

$$\sum F_i = 0, \rightarrow R_O - mg - \Delta mg = 0, \rightarrow R_O = (m + \Delta m) g$$

Следовательно, нагрузка массой Δm и сила реакции на опору, которая должна быть подвешена на небольшом плече, чтобы балка массой m была уравновешена в точке O на расстоянии ℓ_1 и ℓ_2 от концов балки, следующие (рис. 32.11):

$$\boxed{\Delta m = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2\ell_1} m, \quad R_O = mg + \Delta m g} \qquad (32.5)$$

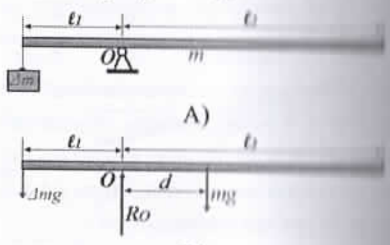


Рисунок 32.11

Определим силы, действующие на опоры при действии вертикальной силы на балку, горизонтально лежащую на двух опорах (рис. 32.12а). Вначале балка освобождается от опор и заменяется базовыми силами реакции R_A va R_B (рис. 32.12-b). Если тело находится в равновесии, геометрическая сумма моментов, полученных из любой точки плоскости, в которой расположены силы, равна нулю. Однако два неизвестных входят в одно и то же уравнение. Только когда получен момент из точек A и B, формируется неизвестное уравнение, из которого можно определить

требуемое количество. Взяв момент из сил относительно точки B, находим силу реакции R_A.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow F \cdot \ell_2 - R_A \cdot (\ell_1 + \ell_2) = 0, \rightarrow R_A = \frac{\ell_2}{\ell_1 + \ell_2} F$$

Взяв момент из сил A относительно точки, находим силу реакции R_B.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow -F \cdot \ell_1 - R_B \cdot (\ell_1 + \ell_2) = 0, \rightarrow R_B = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} F$$

Проверим, что сумма проекций сил на *ось* у равна нулю.

$$\sum F_i = 0, \rightarrow R_A + R_B - F = \frac{\ell_2}{\ell_1 + \ell_2} F + \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} F - F = \frac{\ell_2 + \ell_1}{\ell_1 + \ell_2} F - F = F - F = 0$$

Итак, наши расчеты верны.

Таким образом, силы реакции R_A и R_B под действием силы F, размещенной вертикально на расстояниях ℓ_1 и ℓ_2 от точек A и B до балки на опорах в горизонтальном положении, равны:

$$\boxed{R_A = \frac{\ell_2}{\ell_1 + \ell_2} F, \quad R_B = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} F} \qquad (32.6)$$

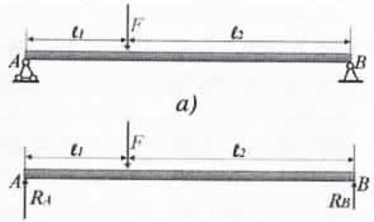


Рисунок 32.12

Теперь, в пункте 32.13 а, давайте определим силы реакции, действующие на опоры весом балки на рисунке. Вначале балка освобождается от опор и заменяется базовыми силами реакции R_A и R_B (рис. 32.13-b). Поскольку, молоток однородный и имеет постоянное поперечное сечение, мы помещаем груз mg в середину молотка. Эти mg силы F к плечу, опущенному к $\frac{\ell_2 - \ell_1}{2}$ основанию, B - плечо, опирающееся $\frac{\ell_2 + \ell_1}{2}$ на опору. Только когда получен момент из точек A и B, формируется неизвестное уравнение, из которого можно определить требуемое количество. Взяв момент из сил относительно точки B, находим силу реакции R_A.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow mg \cdot \frac{\ell_2 + \ell_1}{2} - R_A \cdot \ell_2 = 0, \rightarrow R_A = \frac{\ell_2 + \ell_1}{2\ell_2} mg$$

Взяв момент из сил A относительно точки, находим силу реакции R_B.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow -mg \cdot \frac{\ell_2 - \ell_1}{2} - R_B \cdot \ell_2 = 0, \rightarrow R_B = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2\ell_2} mg$$

Проверим, что сумма проекций сил на *ось* у равна нулю.

$$\sum F_i = 0, \rightarrow R_A + R_B - F = \frac{\ell_2 + \ell_1}{2\ell_2} mg + \frac{\ell_2 - \ell_1}{2\ell_2} mg - F = \frac{\ell_2 + \ell_1 + \ell_2 - \ell_1}{2\ell_2} F - F = \frac{2\ell_2}{2\ell_2} F - F = 0$$

Итак, наши расчеты верны.

Таким образом, если опора B размещена на одном конце балки, а опора A расположена на расстоянии ℓ_1 и ℓ_2 от концов балки, как показано на рис. 32.13, силы реакции R_A и R_B, действующие на вес балки луча даются:

$$\boxed{R_A=\frac{\ell_2+\ell_1}{2\ell_2}mg,\quad R_B=\frac{\ell_2-\ell_1}{2\ell_2}mg} \qquad (32.7)$$

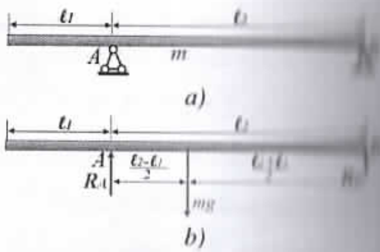


Рисунок 32.13

Во многих случаях кроме рычаги и балки, часто используются блоки. Блоки также являются одними из самых простых механизмов, и это также мощное устройство.

Блоки:

Мы часто видим, как искусственные грузы перемещаются с одного места на другое с помощью веревок, пропущенных через блок. Итак, есть ли польза от перемещения или подъема грузов с помощью блоков?

Блоки делятся на подвижные и неподвижные. Фиксированные блоки называются ***фиксированными блоками***. Подвижные блоки называются ***подвижными блоками***.

Блоки недвижимости не набирают силу. На рисунке 32.14а показан процесс подъема груза G, с помощью плоского блока. В этом случае подъемная сила F равна весу груза G. В этом, можно убедиться по моментам F и G относительно центра неподвижного блока. Действительно, $\sum m_i(\vec{F_i})=0, \rightarrow G\cdot R-F\cdot R=0, \rightarrow G=F$ так будет. Если человек тянет веревку вниз со скоростью $\vartheta_1=\vartheta$ нагрузка возрастает с той же скоростью $\vartheta_2=\vartheta$ Поскольку веревка не растягивается, ее длина остается постоянной.

Движущийся блок дважды выигрывает в силе, но дважды проигрывает в расстоянии (или скорости). На рисунке 32.14-b показан процесс подъема груза G с помощью плоского блока. В этом случае подъемная сила F F в четыре раза меньше веса груза G, то есть, $F=\frac{G}{2}$ если человек тянет веревку вниз со скоростью $\vartheta_1=\vartheta$ груз быстро $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{2}$ поднимается вверх. Это связано с тем, что когда человек опускает конец веревки на расстояние $x_1=\ell$, веревка такой же длины укорачивается из-за $x_2=\frac{\ell}{2}$ укорачивания веревок с обеих сторон движущегося блока.

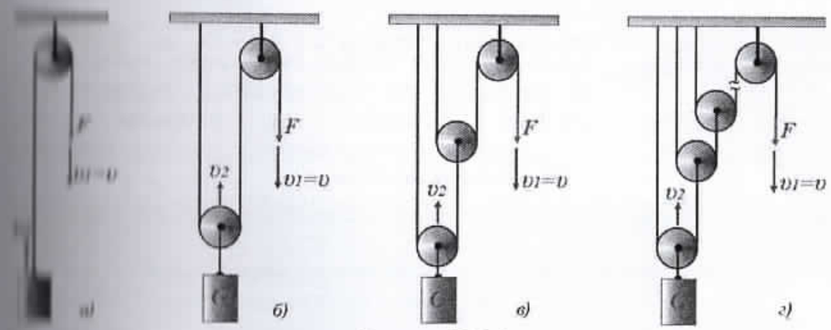


Рисунок 32.14

Если количество движущихся блоков в простом механизме равно двум, механизм выигрывает четыре раза, но теряет четырехкратное расстояние (или скорость). На рис. 32.14-с показан процесс подъема груза G с помощью плоского блока. В этом случае подъемная сила F в четыре раза меньше веса груза G, то $F=\frac{G}{4}$ есть, если человек тянет веревку вниз со скоростью $\vartheta_1=\vartheta$ груз быстро $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{4}$ поднимается вверх.

Если в простом механизме столько же движущихся блоков, 2^n механизм выигрывает один раз, но теряет в четыре раза большее расстояние (или скорость). Другими словами, каждый блок в механизме получает вдвое большую силу и теряет вдвое большее расстояние (или скорость). На рисунке 32.14 g показан процесс подъема груза G с помощью простого механизма, состоящего из системы подвижных блоков. В этом случае подъемная сила F в 2^n раз меньше веса груза G, то есть, если $F=\frac{G}{2^n}$ человек тянет веревку вниз со скоростью $\vartheta_1=\vartheta$ $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{2^n}$ груз быстро поднимается вверх.

Посмотрим, верны ли эти утверждения для простого механизма. Когда человек тянет веревку вниз со скоростью $\vartheta_1=\vartheta$ он опускает конец веревки на расстояние dt $dx_1=\vartheta dt$ при элементарном dt, и элементарный $dA_1=Fdx_1=Fdt$ выполняет свою работу. В то же время dt нагрузка G также быстро $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{2^n}$ поднимается $dx_2=\vartheta_2 dt=\frac{\vartheta}{2^n}dt$ на расстояние и выполняет элементарную $dA_2=G\,dx_2=G\frac{\vartheta}{2^n}dt$ работу. Мы прекрасно знаем, что простой механизм никогда не заработает. Другими словами, работа, совершаемые силами, равны друг другу, то есть $dA_1 = dA_2$. Отсюда и $F\vartheta dt = G\frac{\vartheta}{2^n}dt$, получается

$$F = \frac{G}{2^n}.$$

Вопросы по теме

1. *Что такое простые механизмы? Какие простые механизмы вы знаете?*
2. *Что такое Ричаг, приведите ему примеры из жизни.*
3. *Назовите золотое правило механики. Напишите формулу равновесия рычага.*
4. *Запишите силы реакции основания, образованные силой F, приложенной к любой точке балки на опоре с обоих концов.*
5. *Что такое блок? Как прирост мощности зависит от количества движущихся блоков?*
6. *Как скорость загрузки зависит от количества блоков?*

Решение:

1. Мы часто сталкиваемся с преградами на пересечении автомобильных и железных дорог. Вес стрелы преграды уравновешиваются с помощью позанги. В результате шлагбаум легче опускать или поднимать. Если длина стрелы шлагбаума ℓ = 6 м, а ее вес P = 800 Н, каков вес уравновешивающего столба? Расстояние от точки O до центра тяжести опоры OB = 0,8 м (рисунок 32.15).

Решение

Предполагая, что стрела однородная, мы помещаем ее вес в точку A, центр тяжести стрелки. Считая точку O центром момента, мы получаем момент относительно всех сил относительно этой точки.

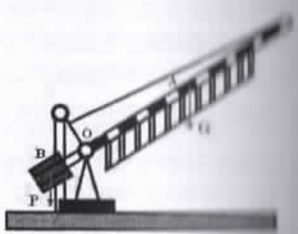


Рисунок 32.15

$$\sum m_0(\vec{F_i}) = 0\,, \;\rightarrow\; P\cdot BO - G\cdot OA = 0\,, \rightarrow$$

$$P = \frac{OA}{OB}G = \frac{6}{0{,}8}\cdot 800 = 6000\ N$$

Таким образом, вес балансировочного столба P = 6000 Н.

Ответ: P=6000 N

2. С незапамятных времен устройство, называемое желобом, использовалось для забора воды из колодца в ведро. Если радиус колодца r = 7 см, а радиус ручки R = 35 см, какое усилие приобретает человек, набирая воду из колодца? Вес ведра, наполненного водой, составляет G = mg = 140 Н (рис. 32.16).

Решение

Вращение происходит вокруг оси петли AA. Следовательно, принимая эту ось вращения за центр момента, мы получаем момент относительно всех сил относительно этой оси.

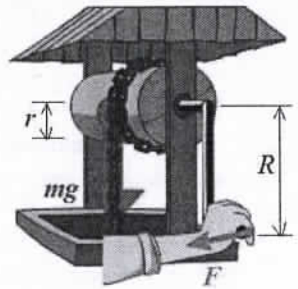


Рисунок 32.16

$$\sum m_{AA'}(\vec{F_i}) = 0\,, \;\rightarrow\; G\cdot r - F\cdot R = 0,\; \rightarrow$$

$$F = \frac{r}{R}G = \frac{7}{35}\cdot 140 = 28\ N$$

Итак, в этом случае колл выигрывает в 5 раз. Ковш весом G = 140 Н вытягивается с усилием F = 28 Н

Ответ: F=28 N

§ 33. ЦЕНТР МАССЫ (ТЯЖЕСТИ)

Точка пересечения линий действия сил, движущих тело вперед во всех направлениях, называется его центром тяжести (рис. 33.1).

Центр тяжести объекта также можно найти, повесив его в двух произвольных местах, проведя линии удара в направлении силы тяжести от точек подвешивания и определив точку пересечения этих линий воздействия.

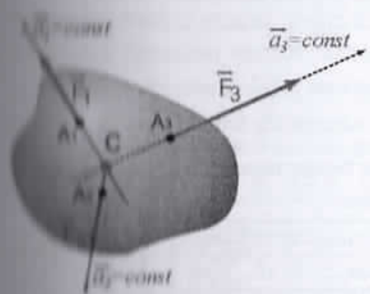


Рисунок 33.1

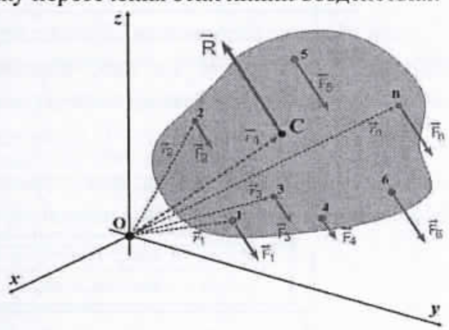


Рисунок 33.2

Центр тяжести системы из конечного числа элементов:

Прежде чем говорить о центре тяжести или центре масс тела, давайте поговорим о центре параллельных сил. Предположим, что $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, ..., \vec{F_n}$ параллельные силы действуют на точки *1, 2, 3, ..., n* объекта, и что эти силы уравновешиваются единственной $\vec{R}$ силой, приложенной к точке *C* этого тела. В результате тело под действием сил не движется вперед и не вращается. Если их радиус-векторы, $\vec{r_1}, \vec{r_2}, \vec{r_3}, ..., \vec{r_n}$ перенесенные в точки *1, 2, 3, ..., n* в декартовой системе координат, соответствуют, то радиус-вектор $\vec{r_C}$, перенесенный в точку *C*, будет (рисунок 33.2):

$$\vec{r}_C = \frac{F_1\cdot\vec{r}_1 + F_2\cdot\vec{r}_2 + F_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + F_n\cdot\vec{r}_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i\cdot\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i} \qquad (33.1)$$

Точка C, найденная по приведенной выше формуле, называется центром параллельных сил, действующих на тело. Координаты точки C на осях следующие:

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{F_1\cdot x_1 + F_2\cdot x_2 + F_3\cdot x_3 + \ldots + F_n\cdot x_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n} = \dfrac{\sum F_i\cdot x_i}{\sum F_i} \\ y_C = \dfrac{F_1\cdot y_1 + F_2\cdot y_2 + F_3\cdot y_3 + \ldots + F_n\cdot y_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n} = \dfrac{\sum F_i\cdot y_i}{\sum F_i} \\ z_C = \dfrac{F_1\cdot z_1 + F_2\cdot z_2 + F_3\cdot z_3 + \ldots + F_n\cdot z_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n} = \dfrac{\sum F_i\cdot z_i}{\sum F_i} \end{cases} \qquad (33.1a)$$

Если силы, действующие на объект, пересекаются в непараллельной точке (например, силы тяжести, действующие на объекты, пересекаются в центре Земли), радиус-вектор точки C равен:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{g}_1\cdot\vec{r}_1 + m_2\,\vec{g}_2\cdot\vec{r}_2 + m_3\vec{g}_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + m_n\,\vec{g}_n\cdot\vec{r}_n}{m_1\vec{g}_1 + m_2\,\vec{g}_2 + m_3\vec{g}_3 + \ldots + m_n\,\vec{g}_n} = \frac{\sum m_i\vec{g}_i\cdot\vec{r}_i}{\sum m_i\vec{g}_i} \qquad (33.2)$$

Если объекты расположены близко друг к другу, можно сказать, что силы тяжести, действующие на них, параллельны. Когда объекты находятся близко к поверхности Земли, векторы ускорения свободного падения равны $\left(\vec{g}_1 = \vec{g}_2 = \vec{g}_3 = \ldots = \vec{g}_n,\ g = 9{,}81\ m/s^2\right)$. Если тела находятся близко друг к другу и близко к поверхности Земли, центр тяжести будет перекрываться с центром масс. Радиус-вектор и его координаты по осям:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\cdot\vec{r}_1 + m_2\cdot\vec{r}_2 + m_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + m_n\cdot\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \frac{\sum m_i\cdot\vec{r}_i}{\sum m_i} \qquad (33.3)$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{m_1\cdot x_1 + m_2\cdot x_2 + m_3\cdot x_3 + \ldots + m_n\cdot x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \dfrac{\sum m_i\cdot x_i}{\sum m_i} \\ y_C = \dfrac{m_1\cdot y_1 + m_2\cdot y_2 + m_3\cdot y_3 + \ldots + m_n\cdot y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \dfrac{\sum m_i\cdot y_i}{\sum m_i} \\ z_C = \dfrac{m_1\cdot z_1 + m_2\cdot z_2 + m_3\cdot z_3 + \ldots + m_n\cdot z_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \dfrac{\sum m_i\cdot z_i}{\sum m_i} \end{cases} \qquad (33.3a)$$

Если тела изготовлены из материалов одинаковой объемной плотности $\rho = \frac{m_i}{V_i}$, радиус-вектор центра тяжести и его координаты на осях равны:

$$\vec{r}_C = \frac{V_1\cdot\vec{r}_1 + V_2\cdot\vec{r}_2 + V_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + V_n\cdot\vec{r}_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n} = \frac{\sum V_i\cdot\vec{r}_i}{\sum V_i} \qquad (33.4)$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{V_1\cdot x_1 + V_2\cdot x_2 + V_3\cdot x_3 + \ldots + V_n\cdot x_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n} = \dfrac{\sum V_i\cdot x_i}{\sum V_i} \\ y_C = \dfrac{V_1\cdot y_1 + V_2\cdot y_2 + V_3\cdot y_3 + \ldots + V_n\cdot y_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n} = \dfrac{\sum V_i\cdot y_i}{\sum V_i} \\ z_C = \dfrac{V_1\cdot z_1 + V_2\cdot z_2 + V_3\cdot z_3 + \ldots + V_n\cdot z_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n} = \dfrac{\sum V_i\cdot z_i}{\sum V_i} \end{cases} \qquad (33.4a)$$

Если тела изготовлены из материалов плоской формы с одинаковой поверхностной плотностью $\sigma = \frac{m_i}{S_i}$, радиус-вектор центра тяжести и его координаты на осях равны:

$$\vec{r}_C = \frac{S_1\cdot\vec{r}_1 + S_2\cdot\vec{r}_2 + S_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + S_n\cdot\vec{r}_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \frac{\sum S_i\cdot\vec{r}}{\sum S_i} \qquad (33.5)$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{S_1\cdot x_1 + S_2\cdot x_2 + S_3\cdot x_3 + \ldots + S_n\cdot x_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \dfrac{\sum S_i\cdot x_i}{\sum S_i} \\ y_C = \dfrac{S_1\cdot y_1 + S_2\cdot y_2 + S_3\cdot y_3 + \ldots + S_n\cdot y_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \dfrac{\sum S_i\cdot y_i}{\sum S_i} \\ z_C = \dfrac{S_1\cdot z_1 + S_2\cdot z_2 + S_3\cdot z_3 + \ldots + S_n\cdot z_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \dfrac{\sum S_i\cdot z_i}{\sum S_i} \end{cases} \qquad (33.5a)$$

Если объекты изготовлены из линейных материалов одинаковой линейной плотности $\tau = \frac{m_i}{\ell_i}$ (веревка, веревка, кабель, шнур и т. Д.), Радиус-вектор центра тяжести и его координаты на осях равны:

$$\vec{r}_C = \frac{\ell_1\cdot\vec{r}_1 + \ell_2\cdot\vec{r}_2 + \ell_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + \ell_n\cdot\vec{r}_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \frac{\sum \ell_i\cdot\vec{r}}{\sum \ell_i} \qquad (33.6)$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{\ell_1\cdot x_1 + \ell_2\cdot x_2 + \ell_3\cdot x_3 + \ldots + \ell_n\cdot x_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \dfrac{\sum \ell_i\cdot x_i}{\sum \ell_i} \\ y_C = \dfrac{\ell_1\cdot y_1 + \ell_2\cdot y_2 + \ell_3\cdot y_3 + \ldots + \ell_n\cdot y_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \dfrac{\sum \ell_i\cdot y_i}{\sum \ell_i} \\ z_C = \dfrac{\ell_1\cdot z_1 + \ell_2\cdot z_2 + \ell_3\cdot z_3 + \ldots + \ell_n\cdot z_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \dfrac{\sum \ell_i\cdot z_i}{\sum \ell_i} \end{cases} \qquad (33.6a)$$

Центр тяжести (или массы) - это геометрическая точка, а не материальная точка.

Другими словами, центр тяжести объекта не может перекрываться ни с одной из точек, составляющих это тело. Например, центр тяжести кольца или сферы находится в его геометрическом центре. Однако масса кольца - это масса точек на фланце, а масса сферы - это масса точек на оболочке. Центр тяжести не перекрывается ни с одной из этих точек.

Свойства центра тяжести. Центры тяжести простых геометрических фигур:

Следующие свойства центра тяжести (или массы) включают:

1) если объект имеет линию симметрии, его центр тяжести находится на этой линии симметрии;
2) если объект имеет плоскость симметрии, его центр тяжести находится в этой плоскости симметрии;
3) центр тяжести двух тел лежит на пересечении, соединяющем центры тяжести каждого тела и между телами;
4) если есть три тела, их центр тяжести лежит в треугольнике, соединяющем центры тяжести каждого тела;
5) центр тяжести большого количества тел, лежащих в плоскости, лежит в окружности, охватывающей центры тяжести всех тел;
6) центр тяжести большого количества тел, лежащих в космосе, находится внутри сферы, охватывающей центры тяжести всех тел.

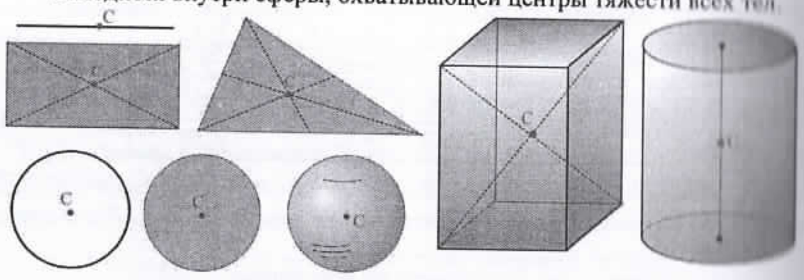


Рисунок 33.3

Практически все мы знаем центры тяжести элементарных форм и фигур. Например, центр тяжести сечения находится в его середине, центр тяжести прямоугольника находится в точке пересечения диагоналей, центр тяжести треугольника находится в точке пересечения медиан, центр тяжести цилиндра и призмы находится посередине, центры тяжести объектов, и в сферах находятся в их геометрических центрах и так далее *(рис. 33.3)*.

Вопросы по теме

1. *Что такое центр тяжести и какова общая формула центра тяжести?*
2. *В чем разница между центром тяжести и центром масс? Когда они перекрываются?*
3. *Что такое центр тяжести? Назовите центр тяжести элементарных предметов (сечение, треугольник, прямоугольник, круг, круг, конус, сфера, сфера, параллелепипед).*
4. *Какие свойства центра тяжести вам известны?*

Решение:

1. Найдите центр тяжести системы, состоящей из однородных стержней и окружностей, показанных на рисунке 33.4.

Решение

Напишите координаты длины и центра тяжести каждого стержня.

$\begin{cases}\ell_1=2\\x_1=1\\y_1=0\end{cases}$; $\begin{cases}\ell_2=4\\x_2=2\\y_2=2\end{cases}$; $\begin{cases}\ell_3=4\\x_3=4\\y_3=4\end{cases}$; $\begin{cases}\ell_4=5\\x_4=7{,}5\\y_4=2\end{cases}$; $\begin{cases}\ell_5=6{,}28\\x_5=4\\y_5=2\end{cases}$

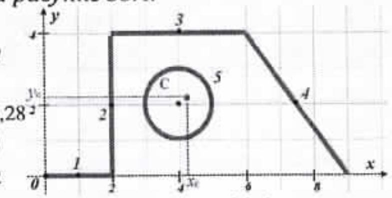


Рисунок 33.4.

Найдите координаты центра тяжести.

$$x_c=\frac{\ell_1\cdot x_1+\ell_2\cdot x_2+\ell_3\cdot x_3+\ell_4\cdot x_4+\ell_5\cdot x_5}{\ell_1+\ell_2+\ell_3+\ell_4+\ell_5}=\frac{2\cdot1+4\cdot2+4\cdot4+5\cdot7{,}5+6{,}28\cdot4}{2+4+4+5+6{,}28}=\frac{88{,}62}{21{,}28}=4{,}164$$

$$y_c=\frac{\ell_1\cdot y_1+\ell_2\cdot y_2+\ell_3\cdot y_3+\ell_4\cdot y_4+\ell_5\cdot y_5}{\ell_1+\ell_2+\ell_3+\ell_4+\ell_5}=\frac{2\cdot0+4\cdot2+4\cdot4+5\cdot2+6{,}28\cdot2}{2+4+4+5+6{,}28}=\frac{46{,}56}{21{,}28}=2{,}188$$

Ответ: $x_C = 4{,}164$; $y_C = 2\ 188$

2.Свинцовые и алюминиевые стержни длиной $\ell = 1$ м уложены друг на друга. Плотность $\rho_1=11300kg/m^3$ свинца выше, чем у алюминия $\rho_2=2700kg/m^3$. Найдите их центр тяжести (рис. 33.5).

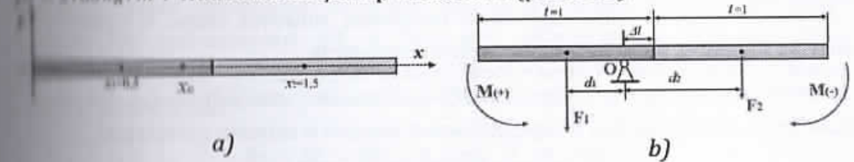


Рисунок 33.5.

Решение

Эту задачу можно решить двумя способами:

Способ 1

Мы будем использовать формулу для непосредственного нахождения центра тяжести. Поскольку у него есть ось симметрии, достаточно найти его на оси Ox. Центр тяжести свинца на этой оси $x_1 = 0{,}5$ м, а у алюминия $x_2 = 1{,}5$ м.

$$x_c=\frac{m_1\cdot x_1+m_2\cdot x_2}{m_1+m_2}=\frac{\rho_1 S\ell\cdot x_1+\rho_2 S\ell\cdot x_2}{\rho_1 S\ell+\rho_2 S\ell}=\frac{\rho_1\cdot x_1+\rho_2\cdot x_2}{\rho_1+\rho_2}=\frac{11300\cdot0{,}5+2700\cdot1{,}5}{11300+2700}=0{,}693$$

Это означает, что центр тяжести находится внутри свинца на расстоянии $\Delta\ell = 0{,}307$ м от границы между свинцом и алюминием.

Способ 2

В этом методе мы используем уравнение моментов. Мы находим такую точку O, которая является центром момента, то есть *положительный и отрицательный моменты, вращающиеся вокруг этой точки, равны. Точка O находится внутри вывода на расстоянии Δℓ от границы между свинцом и алюминием. Плечо с силой $F_1 = m_1g$ равно $d_1 = \ell$ / 2-Dℓ, а плечо с силой $F_2 = m_2g$ равно $d_1 = \ell / 2 + \Delta\ell$. Рассчитываем положительные и отрицательные моменты.*

$$M_{(+)} = F_1 \cdot d_1 = m_1 g \cdot d_1 = \rho_1 S \ell g \cdot \left(\frac{\ell}{2} - \Delta\ell\right)$$

а также $M_{(-)} = F_2 \cdot d_2 = m_2 g \cdot d_2 = \rho_2 S \ell g \cdot \left(\frac{\ell}{2} + \Delta\ell\right)$

$M_{(+)} = M_{(-)}$ *мы считаем это.*

$$\rho_1 S \ell g \cdot \left(\frac{\ell}{2} - \Delta\ell\right) = \rho_2 S \ell g \cdot \left(\frac{\ell}{2} + \Delta\ell\right); \quad \rightarrow \quad \rho_1\ell - 2\rho_1\Delta\ell = \rho_2\ell + 2\rho_2\Delta\ell; \rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{\rho_1 - \rho_2}{2\cdot(\rho_1+\rho_2)}\ell = \frac{113-27}{2\cdot(113+27)}\cdot 1 \approx 0{,}307.$$

***Ответ:** Центр тяжести находится на расстоянии Δℓ = 0,307 м от границы.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ПО ГЛАВЕ IV.

Лабораторная работа: № 9.

Изучить состояние равновесия объекта с осью вращения.

Цель работы: познакомиться с понятием момента силы и правилом моментов, изучить состояние равновесия натяжения.

Необходимые инструменты и оборудование: измерительная линейка, динамометр, набор грузов с определенной массой и штатив сцепления.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Любой объект, который может вращаться в противоположных направлениях под действием сил и имеет ось вращения, называется *буровой* установкой. В жизни есть много предметов, которые могут вращаться вокруг оси вращения. Например: двери, оконные рамы, автомобильные рули, весы и т. Д. Могут вращаться вокруг оси. Тело не двигается само по себе. Чтобы переместить его круговыми движениями, необходимо приложить к телу некоторую силу. Если линия действия сил, действующих на тело, не проходит через ось вращения, такая сила может переместить тело круговым движением, в противном случае тело не будет вращаться. Эксперименты показывают, что действие разных сил на тело, под которым тело движется в различных формах. Следовательно, необходимо ввести физическую величину, количественно описывающую вращательное действие силы. Эта величина называется **моментом силы (M)**. Давайте

узнаем, от чего зависит момент силы. Взрослый человек легко может протолкнуть тяжелую дверь. Но маленький ребенок не может протолкнуть дверь. Следовательно, вращательное действие силы, то есть момент силы, прямо пропорционален модулю силы (M ~ | F |). Мы также знаем, что дверь легко отодвинуть от петли (по этой причине ручки дверной и оконной рамы устанавливаются дальше от оси вращения). Следовательно, момент силы прямо пропорционален длине перпендикуляра от оси вращения к линии действия силы (M ~ d). Длина перпендикуляров, проведенных от оси вращения к силовой линии, называется **плечом силы** (d). Таким образом, модуль момента силы определяется как величина, численно равная произведению модуля силы и плеча силы, т. Е.

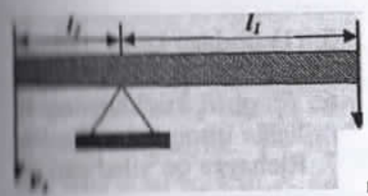
$$M = F \cdot d. \quad (1)$$

Единица крутящего момента измеряется в Н · м в СИ. Момент силы с модулем 1 Н и плечом 1 м равен 1 Н · м.

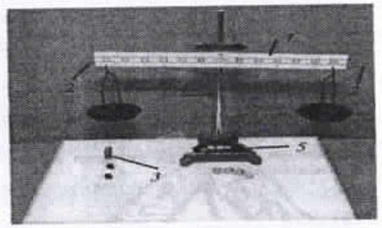
Моменты с одинаковым модулем могут быть созданы с использованием большой силы и небольшого плеча и малой силы и большого плеча. Это свойство крутящего момента используется в весах с неравными плечами.

Предполагается, что крутящий момент тела, закрепленного на оси вращения, положительный, а крутящий момент в обратном направлении отрицательный. Когда крутящий момент тела, закрепленного на оси вращения, равен крутящему моменту M_1, а крутящий момент крутящего момента M_2 уравновешен ($M_1 = M_2$) или закреплен на оси вращения, равновесие объекта - это алгебраическая сумма **момента силы, действующая на тело, равно нулю.**

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_n = 0 \quad \text{или} \quad \sum_{i=0}^{n} \vec{M}_n = 0.$$



1



1 - ступенчатые плечи рычага; 2 - гайки выдвижные; 3 - динамометр; 4 - тренога сцепления; 5 - набор чистых грузов масс.

Мы применяем правило моментов к твердому телу с осью вращения, как показано на рисунке 1. Расстояния от силовых точек до оси вращения - это плечи рычага. Из правила моментов следует условие, что рычаг находится в равновесии. Согласно правилу моментов условие равновесия рычага следующее:

$$M_1 = M_2 \quad или \quad F_1 l_1 = F_2 l_2$$

Процедура

1. Выровняйте его по горизонтали с помощью скользящих гаек, расположенных на концах рычага.

2. Возьмите одну из девяти вершин, масса которой прозрачна, и повесьте их в какой-нибудь точке на плече гребня. Рассчитайте вес этих грузов по выражению $F_1 = мг$.

3. Присоедините подпружиненный динамометр к точке на правом плече рычага.

4. Потяните ручку динамометра на правом плече рычага вниз рукой, чтобы привести рычаг в положение равновесия (горизонтальное) и определить значение силы F_2, показанное динамометром.

5. Рассчитайте абсолютные значения моментов на правом и левом плечах рычага согласно выражению (1).

6. Сравните моменты сил F_1 и F_2 и убедитесь, что выражение (3) верно.

7. Повторите эксперимент, изменив количество нагрузок на рычаг и точки их размещения.

8. По результатам эксперимента заполните следующую таблицу:

№	$Ф_1$, Н	$Ф_2$, Н	$л_1$	l_2, м	M_1, Н · м	M_2, Н · м	$\sum M$
1							
2							
3							

Контрольные вопросы

1. Что такое плечо силы?
2. Что такое момент силы? В каких единицах измерения?
3. В каком состоянии находится объект с осью вращения?
4. Какие физические величины характеризуют движение объекта с осью вращения?

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ IV

1. На картинке изображены 4 одинаковых деревянных цилиндра с металлическими кольцами. Какой из них более стабильный?

A) 1 B) 2 C) 3 Д) 4
E) они все одинаковые.

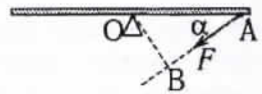
2. Каково равное действие (N) трех сил, модуль упругости которых равен и направлен под углом *120 °* друг к другу? Может ли тело быть в равновесии при таких силах?

A) 15; будет B) 12; будет C) 0; не будет
D) 0; будет E) 12; не будет

3. Объект массой *80 кг* находится в наклонной плоскости с уклоном *30 °*. Какая минимальная сила (H) требуется для удержания равновесия? Не игнорируйте силу трения.

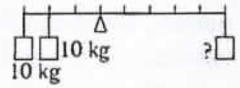
A) 400. B) 250 C) 200 D) 80 E) 40

4. Если расстояние OA известно, какое плечо силы действует на рычаг под углом α? Ось вращения перпендикулярна плоскости чертежа из точки O.



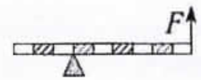
A) OAsinα B) ABsinα C) AB
D) 0,5AO E) AO

5. Какую массу (*кг*) нужно приложить ко второму плечу, чтобы напряжение, показанное на рисунке, было сбалансировано? (Без массы рычага).



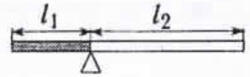
A) 30 B) 25 C) 15 D) 10 E) 5

6. Какая сила F (H) позволяет однородному стержню массой *6 кг* оставаться в равновесии?



A) 6 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

7. Длинная часть рычага l_1 на рисунке изготовлена из олова, l_2 длинная - из дерева. Если l_1 = 20 см, в каком l_2 положении (*см*) рычаг должен оставаться в равновесии? Плотность олова 7,2 г, древесины $0{,}8\ г/sm^3$.



A) 120 B) 30 C) 60 D) 90 E) 180

8. Две стальные и алюминиевые сферы одинакового радиуса R прикреплены в точке соприкосновения. Найдите центр тяжести системы. Плотность стали $7{,}8\ g/cm^3$ алюминия $2{,}7\ g/cm^3$.

A) на расстоянии 0,51 R от центра стального шара.
B) на расстоянии 0,51R от центра алюминиевой сферы.
C) Расстояние 0,29R от центра стальной сферы.
Д) на расстоянии 0,29R от центра алюминиевой сферы.

Е) на расстоянии 0,49R от центра алюминиевой сферы.

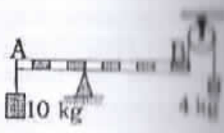
9. Автомобиль припаркован на мосту, как показано на картинке. Из машины определить сжимающие силы на опорах моста.

A) 4 va 6 kN B) 5 va 5 kN C) 3 va 7 kN
D) 6 va 4 kN E) 7 va 3 kN

10. Сила $F = 50\ H$ действует на другой конец стержня, один конец которого шарнирно прикреплен к стене и весит P = 50 H, как показано на рисунке. На сколько ньютона массы Q нужно поднять до точки O, чтобы стержень оставался в равновесии в горизонтальном положении?

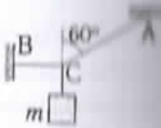
A) 60 B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

11. Какова масса (кг) однородного стержня AB для того, чтобы наступило состояние равновесия, показанное на рисунке?



A) 16 Б) 28 C) 52 Д) 32 E) 64

12. Загрузка с массой $m = 10\ kg$ AC и BC навешивают на потоки, как показано. Найдите предел прочности на разрыв провода переменного тока (H).

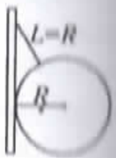


A) 100 B) 200 C) 50
B) 20 E) 10

13. Какая минимальная сила F должна быть приложена к точке A, чтобы поднять колесо массы m на высоту, равную радиусу колеса?

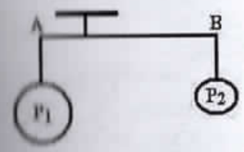
A) $2mg$ B) $\sqrt{2}mg$ C) mg
B) $mg/\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}mg/2$

14. Какова прочность на разрыв каната массы m и радиуса R, если он подвешен на вертикальной гладкой стене с помощью веревки длиной L = R, как показано на рисунке?



A) $2mg/\sqrt{3}$ B) $mg/2$ C) mg
B) $\sqrt{3}mg/2$ E) $mg/\sqrt{3}$

15. Невесомый рычаг ежегодно уравновешивают стальные шарики разного диаметра. Если шарики погрузить в жидкость, не нарушится ли баланс рычага?



A) не ломается
B) вторгается небольшая сфера
C) захватывается большая сфера
D) Ответ зависит от соотношения плеч
E) Ответ зависит от типа жидкости

УПРАЖНЕНИЯ К ГЛАВЕ IV

1. Лодка, соединенная стальной проволокой, подвергается воздействию давления воды $400\ H$ и давления $300\ H$ перпендикулярно направлению ветра. Насколько туго стальная проволока удерживает лодку на месте?

2. Найдите результат действия трех сил, каждая по $200\ H$, и направление этой равнодействующей силы. Углы между первой и второй, второй и третьей силами равны 60^0.

3. Груз массой $100\ H$ находится в наклонной плоскости под углом 30^0 ° к горизонту. Какую силу можно приложить к грузу, параллельному плоскости, чтобы удержать его в равновесии?

4. Ребенок весом $400\ H$ и $300\ H$ сидит на концах *6-метровой* доски с опорой посередине. Где следует сидеть на доске ребенку весом $200\ H$, чтобы доска оставалась в равновесии?

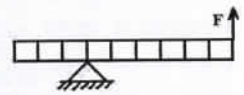
5. Двое учеников несут однородную доску весом $600\ H$ и длиной $6\ м$. Конец доски выступает на $1\ м$ от плеча первого ученика и на $2\ м$ от плеча второго ученика. Насколько сильно доска давит на плечо каждому ученику?

6. Отрежьте $40\ см$ от одного конца однородного стержня. Куда и как долго будет перемещаться центр тяжести?

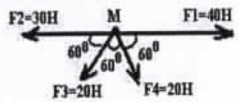
7. Цилиндрический металлический стержень наполовину сделан из стали, наполовину из алюминия. Если весь металлический стержень имеет длину 30 см, где его центр тяжести?

8. Однородный куб массой $10\ кг$ опирается на край пола в точке O. Какая сила F должна быть приложена горизонтально к верхнему краю куба, чтобы немного приподнять один конец?

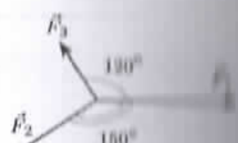
9. Какая сила F (N) требуется для того, чтобы однородная балка массой $6\ кг$ оставалась в равновесии?



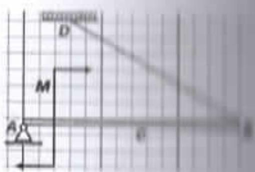
10. На точку M действует силы F_1, F_2, F_3 и F_4 силы, как показано на рисунке. С какой силой движется материальная точка?



11. На рисунке показаны три силы, лежащие в плоскости, $F_1 = 100\,N$; $F_2 = 50\sqrt{3}\,N$ и $F_3 = 50\,N$. Определите равнодействующий сил $\vec{F_1}$ и угол, образованный силой.

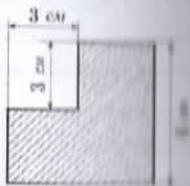


12. Балка сбалансирована по горизонтали, как показано на рисунке. Если пары сила $M = 600\,Nm$ равна *10 см* на ячейку, то определяют силы X_A, Y_A, R_A . Найдите реакцию в основании A и растягивающую силу T в основании [N].

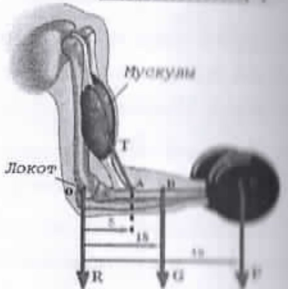


13. Цилиндр высотой H и диаметром, в четыре раза превышающим диаметр D, помещается на горизонтальную рифленую доску длиной $\ell = 1m$. На каком максимальном расстоянии h, до одного края доски, не упадет цилиндр?

14. Дана однородная пластина формы, показанной на рисунке. Найдите расстояние x_C от центра тяжести до дна и расстояние y_C слева.

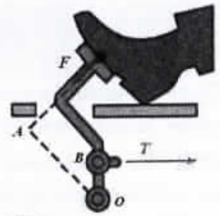


15. Какая на рисунке сила T, действует на мышцы спортсмена, держащего гантель весом P = *160 Н* под прямым углом к рукам? Общий вес запястья и кулака составляет G = *40 Н* с центром тяжести в точке B-. Используйте изображение лямок, чтобы подобрать нужный размер.

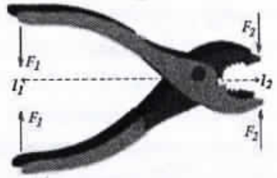


16. Тележка весом P = *1000 Н*, в которую загружен груз весом *G=200 N*. Какое напряжение возникает у грузовика, когда он поднимает грузовик с ручек? Поскольку, центры тяжести тележки и груза расположены так близко, они размещены в одной точке. Найдите требуемый размер, зная, что приложенные к плечам силы ℓ_1 = *50 см*, ℓ_2 = *160 см*.

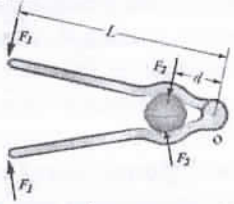
17. На рисунке, показан процесс применения тормоза водителю. Когда водитель видит опасность, он нажимает на педаль тормоза с усилием F = *80 Н*. Если на рисунке OA = *25 см* и OB = *5 см*, какое натяжение T создается в коробке?



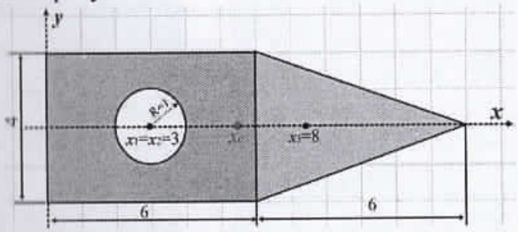
18. Чтобы что-то подтянуть, часто используется планка, как на картинке. Если человек сжимает бедра с силой F_1 = *40 Н*, какова величина сжатия на другом плече? Плечи таза ℓ_1 = *18 см* и ℓ_2 = *4 см*.



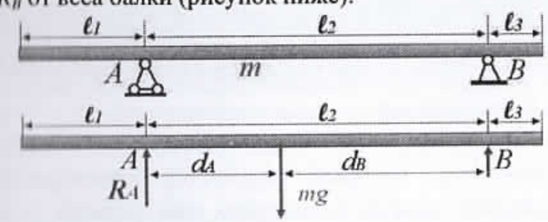
19. Для жевания орехов используется специальный сарай. Если, человек раздавливает нажатием на ручки с силой F_1 = *50 Н*, какова величина силы сжатия при надкусывании гайки? Силовые плечи L = *22 см* и ℓ_2= *5 см*.

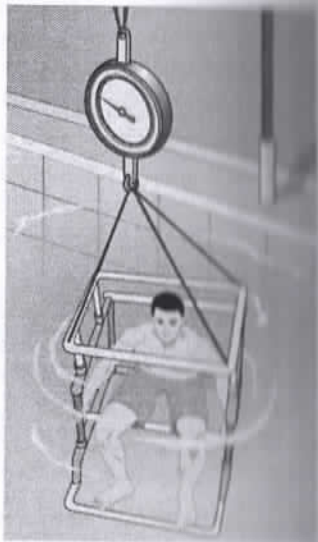


20. Найдите центр тяжести системы однородных плоских фигур, размеры которой указаны на рисунке ниже.



21. Если расстояние от первого конца горизонтальной балки до опоры A составляет ℓ_1, расстояние от второго конца до опоры B составляет ℓ_3, а расстояние между опорами ℓ_2, приведите формулы для определения сил реакции R_A и R_B от веса балки (рисунок ниже).





Отличие жидкостей и газов от твердых тел состоит в том, что в них отдельные слои и мелкие частицы могут свободно перемещаться относительно друг друга в любом направлении. Внешнее давление, оказываемое на жидкости и газы, приводит к тому, что они распространяются во всех направлениях, а не только в том направлении, в котором действует сила, как в твердых телах, и частицы жидкостей и газов свободно движутся. Одно из важных различий между газами и жидкостями заключается в том, что газы занимают весь объем, который они имеют в своем распоряжении, а жидкость занимает часть объема. Потому что, поскольку расстояние между молекулами газа в обычных условиях в 8 – 10 раз больше размеров молекул, молекулы газа не могут держаться друг от друга на расстоянии. Следовательно, газ может расширяться до бесконечности. А молекулы жидкости удерживают друг друга в рамках действия. Молекулы жидкости могут перемещаться по межмолекулярному пространству, за исключением того, что они колеблются вокруг равновесного состояния, как молекулы твердого тела. Следовательно, в молекулах жидкости одновременно воплощается движение молекул твердого тела и газа, которые движутся по сложной траектории. Другое различие между газами и жидкостями заключается в том, что газы легко сжимаются, тогда как жидкости практически не сжимаются.

§ 34. АТМОСФЕРА И ЕЕ ДАВЛЕНИЕ. ЗАВИСИМОСТЬ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ ОТ ВЫСОТЫ. РТУТНЫЕ И МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ БАРОМЕТРЫ. ВНЕСИСТЕМНЫЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ.

Атмосфера и ее значение:

Земля окружена воздухом из смесей газов, таких как азот, кислород, водород, водяной пар, который называется ***атмосферой***. Толщина атмосферы составляет тысячи километров, она делится на тропосферу, стратосферу, мезосферу, термосферу и экзосферу. Термосферу также иногда называют ионосферой (рис.34.1). Слой воздуха на высоте до *12 км* от

поверхности Земли называется ***тропосферой***. Основная часть атмосферной массы находится в тропосфере. Слой атмосферы в пределах *12-50 км* называется ***стратосферой***. При этом плотность воздуха уменьшается с *1030 г/м³* до *30 г/м³*. На высоте около *20 км* стратосферу занимает тонкий озоновый слой, который выполняет функцию зеркального отражения вредных ультрафиолетовых лучей, исходящих от Солнца. Плотность газа в этом слое находится в пределах *300-400 г/м³*. Слой на высоте *50 – 80 км* от поверхности Земли называется ***мезосферой***. Плотность газа в этом слое находится в пределах *40-4 г/м³*. Слой от *80 км* до *700 км* называется ***термосферой*** или ***ионосферой***. Поскольку газ в термосфере полностью ионизирован, его также называют ионосферой. Этот слой ионизированного газа также называется плазмой. Полярные сияния также возникают именно в этом слое термосферы. Ионосферный слой обладает свойством отражать радиоволны подобно отражению. Верхний слой от *700 км* называется экзосферой, а промежуток *700 – 1000 км* этого слоя называется ***нижней экзосферой***.

Атмосфера занимает очень важное место в жизни Земли. Мы перечислим некоторые из наиболее важных значений атмосферы:

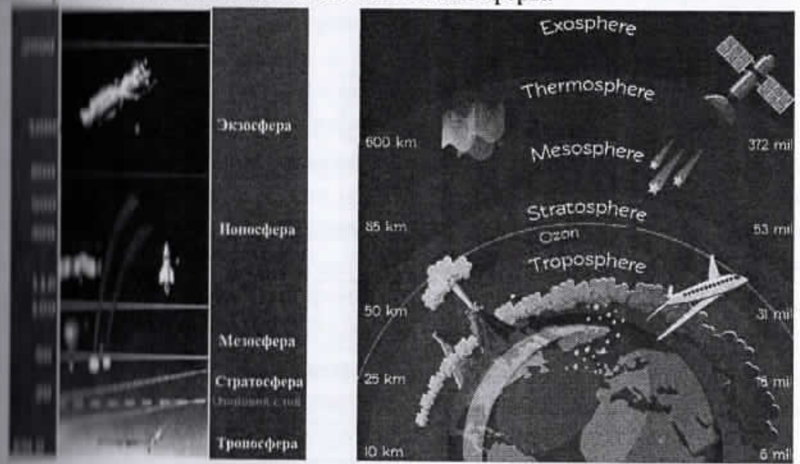


Рисунок 34.1

- Воздух необходим для всего живого и растительного мира на земле;
- Атмосфера-это броня Земли, защищающая ее от метеорных бомбардировок;
- Тонкий озоновый слой защищает от вредных лучей солнца;
- Атмосфера-это теплая одежда Земли, удерживающая тепло;

- Но без атмосферы на Земле не было бы ни осадков, ни рек, ни озер, ни морей, она превратилась бы в пустынную, безжизненную планету, похожую на Луну.

Хотя высота атмосфери Земли на тысячи километров, но более половины всей массы атомосферы находится на высоте 10 км, а более 90% ее массы находится на высоте 15 км. Частицы воздуха притягиваются к Земле, как и все тела, но из-за хаотического движения они распространяются на определенную высоту. Причина, по которой атмосфера не рассеивается по Вселенной, заключается в том, что частицы воздуха притягиваются к Земле. Точно так же, как давление создается из-за веса жидкости в сосуде, атмосферное давление создается из-за веса воздуха. Каждый слой несет на себе вес верхних слоев и сжимается от этого веса. Это создает атмосферное давление.

Понятие давления:

Действие силы на жидкости и газы характеризуется физической величиной, называемой ***давлением***. Под ***давлением*** понимается физическая величина, численно равная силе, действующей перпендикулярно единице площади поверхности.

Если сила F действует перпендикулярно поверхности S, давление по определению будет:

$$\boxed{p = \frac{F}{S}} \tag{34.1}$$

А если сила F действует на поверхность под углом, то берётся нормальный равнодействующий этой силы.

Если на $1\ м^2$ поверхности действует вертикальная сила, давление этой силы будет равно *1 Па* (*Паскаль*).

$$\boxed{1\,Па = \frac{1\,Н}{1\,м^2}} \tag{34.2}$$

Давление около *1 Па* считается очень маленьким давлением, и в технике и быту используются несколько более крупные измерения ***кПа, МПа*** и ***ГПа***.

$$\boxed{1кПа = 10^3\,Pa, \quad 1МПа = 10^6\,Pa, \quad 1ГПа = 10^9\,Па} \tag{34.3}$$

Но иногда при работе с очень маленькими давлениями приходится использовать и доли давления в *1 Па*. Например, при измерениях и расчетах разреженного газа и высокого вакуума используются давления *мПа*, *мкПа*, *нПа* и *пПа*, которые относительно малы.

$$\boxed{1мПа = 10^{-3}\,Па, \quad 1мкПа = 10^{-6}\,Па, \quad 1нПа = 10^{-9}\,Па, \quad 1пПа = 10^{-12}\,Па} \tag{34.4}$$

Даже атмосферный воздух имеет определенное давление, которое первым измерил Торичелли.

Опыт Торичелли по измерению атмосферного давления:

Величина атмосферного давления не может быть измерена так же легко, как при измерении давления столба жидкости, потому что атмосфера не имеет четкой границы, и, во-вторых, плотность атмосферы не одинакова по высоте. Тем не менее, впервые атмосферное давление было определено в 1643 году опытным путем итальянским ученым Торичелли (1608-1647).

Он провел следующий эксперимент. Он взял флейту длиной около 1 м с одним концом и наполнил ее ртутью. Другой конец флейты закрывал пальцем, чтобы ртуть не вытекала, и погружал ее в емкость с ртутью перевернутым вверх дном, и обнажил кончик флейты. При этом происходит уменьшение ртутного столба в трубе, а сверху остается безвоздушная полость, называемая полостью Торичелли. Ток падения ртутного столба продолжался до *760 мм* (рис.34.2).

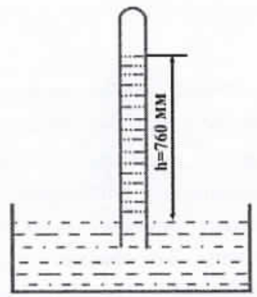


Рисунок 34.2

Проведенный эксперимент объясняется так: утечка ртути из флейты прекращается, когда давление атмосферы, оказываемое на поверхность ртути в сосуде, уравновешивается давлением столбика ртути, оставшегося в флейте. Отсюда следует, что атмосферное давление измеряется давлением ртутного столба на флейте Торичелли.

В вышеописанном эксперименте высота ртутного столба была равна 760 мм. Но если один и тот же опыт провести на разных высотах над уровнем моря или провести в одном и том же месте в разное время (в разные часы суток и в разные сезоны года), то можно отметить различное расположение ртутного столба. Кроме того, в разных географических широтах значения давления будут различаться. Ветер образуется от движения восходящего потока теплого воздуха от экватора к южным и северным широтам. В зависимости от того, где солнечный свет падает вертикально, температура в этом месте велика, а давление мало. Помимо перечисленного, значение давления будет более или менее зависеть от того, в какое время суток (утро, полдень, вечер, ночь). Это означает, что атмосферное давление очень сложное, поскольку оно постоянно меняется. Значение *760 мм* ртутного столба является средним для большинства экспериментов.

Атмосферное давление при температуре 0^0C, при которой ртутный столб становится равным *760 мм*, называется ***нормальным атмосферным давлением***.

Евангелиста Торичелли-итальянский математик и физик, ученик Галилея, прославившийся как автор концепции атмосферного давления и последователь Галилея в области формулирования правил механики. Он измерил давление в нескольких атмосферах и вошел в историю физики как изобретатель прибора для измерения давления – барометра. Он отвергает идею Аристотеля о том, что "Природа боится пустоты" до середины семнадцатого века, и утверждает, что причиной повышения уровня жидкости является атмосферное давление. Это пространство позже стало называться "Пространством Торичелли". Он много работал в области математики, в том числе вместе с Рене Декартом вычислил длину дуги логарифмической спирали, разработал "Метод неделимых чисел", адаптировал правило параболической квадратуры к рациональной показательной степени. Торичелли также работал в области механики, баллистики и оптики.

Евангелиста Торичелли (1608-1647.)

Следовательно, при нормальных условиях атмосферное давление будет:

$$\boxed{p_{атм} = \rho_{ртуть} g\, h = 13600 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 = 101\ 325\ Па} \qquad (34.5)$$

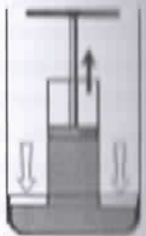


Рисунок 34.3

О том, что атмосферный воздух имеет давление, также можно узнать из опыта на рисунке 34.3. Когда нижний конец поршня, свободно перемещающийся внутри стеклянного цилиндра, касается воды в чаше, а затем толкает поршень вверх, вода также начинает течь по следу поршня. Это связано с тем, что при толкании поршня вверх образуется зазор. Внешнее атмосферное давление заставляет воду двигаться в этом пространстве, воздействуя на поверхность воды. Поэтому вода будет всасываться вверх дном. Но такие всасывающие насосы не могут поднять воду на нужную высоту. Уровень воды будет до тех пор, пока давления столба жидкости не станет равным внешнему атмосферному давлению. Может подниматься, т. е. при этом вода $P_{ат} = \rho_ж g h$ поднимается до высоты $h=10{,}32\ м$.

Если ртутный барометр находится неподвижно или движется по прямой, то уровень подъема жидкости в нем будет следующим:

$$\boxed{h = \frac{P_{атм}}{\rho_ж g}} \qquad (34.6)$$

Если ртутный барометр вместе с сосудом установить в лифте, который поднимается с ускорением, то жидкость внутри капилляров становится тяжелее, и подъем становится меньше, чем раньше. При этом высота подъема принимает следующий вид:

$$\boxed{h = \frac{P_{атм}}{\rho_ж (g+a)}} \qquad (34.7)$$

Если ртутный барометр вместе с сосудом установлен на спускающемся с ускорением лифте, то жидкость внутри капилляра осветлится, и подъем будет больше, чем раньше. При этом высота подъема принимает следующий вид:

$$\boxed{h = \frac{P_{атм}}{\rho_ж (g-a)}} \qquad (34.8)$$

Если ртутный барометр находится в состоянии невесомости (в свободном падении или на космическом корабле), $h \to \infty$, и жидкость занимает всю длину флейты.

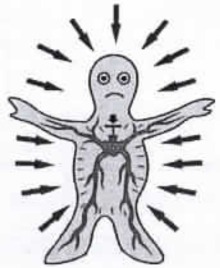
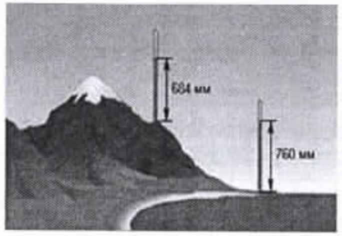


Рисунок 34.4

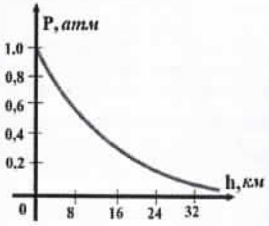
Нормальная атмосфера действует с силой около *1 кг* или *10 Н* на каждый *1 см²* поверхности. Если представить, что наружная поверхность всего тела человека, вес которого достигает 70 – 80 кг, составляет около *1,5 м²*, то атмосфера воздействует на эту поверхность с силой *15 000 кг* или *150 кН*. Теперь возникает вопрос, почему человек не давит под воздействием такой огромной силы. Это потому, что клетки внутри человека-межфазная жидкость также имеет давление, равное давлению внешней атмосферы. Сердце, однако, качает кровь с более высоким давлением, как насос, чтобы преодолеть сопротивление на внутренних стенках сосудов. Поэтому давление в артериях даже больше *80-120 мм.рт.стб.*, чем нормальное атмосферное давление (Рис. 34.4)

Зависимость атмосферного давления от высоты:

Каждый горизонтальный слой атмосферы сжимается под действием ее веса в верхней части. Поэтому плотность и давление воздуха в нижних частях атмосферы больше, чем в верхних. На рисунке 31.5 приведена зависимость атмосферного давления от высоты. Если на уровне моря давление равно *760 мм.рт.столб.*, то на высоте *10 км* оно составляет *200 мм.рт.столб* на высоте *50 км*-всего *0,7 мм.рт.столб* (рис.34.5-а). Плотность воздуха также очень быстро уменьшается с увеличением высоты. Например, на высоте *5 км* масса атмосферного слоя составляет половину всей массы атмосферы. А масса слоя между высотами *30 км – 6000 км* составляет всего *1%* всей массы атмосферы.



a)



b)

Рисунок *34.5*

Рисунок *34.6*

Уравнение зависимости атмосферного давления от высоты было впервые определено Больцманом на основе статистических расчетов. Это называется законом распределения Больцмана или барометрической формулой, и это имеет вид:

$$\boxed{p_h = p_0 \cdot e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = p_0 \cdot e^{-\frac{M g h}{RT}}} \qquad (34.9)$$

Здесь: M —молярная масса воздуха, $g = 9{,}8 m/s^2$ — ускорение свободного падения, h – высота, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж / К* — постоянная Больцмана, $R = 8{,}31 \cdot 10^{-23}$ *Дж / (моль · К)* — универсальная-газовая постоянная, T – абсолютная температура.

На малых высотах атмосферное давление уменьшается в среднем на *1 мм* ртутного столба через каждые *12 м* подъема. По мере удаления от поверхности Земли снижение давления также замедляется. Допустим, начиная с высоты одного, двух километров, атмосферное давление может уменьшаться на ртутный столб не каждые *12 м* высоты, а каждые *13 м* высоты. А на более высоких высотах она уменьшается на 1 мм ртутного столба через каждые *14 м* высоты. Благодаря этому зависимость давления от высоты будет выглядеть экспоненциально,как на рисунке 34.5-b.

Он используется для определения высоты подъема по уменьшению атмосферного давления с увеличением высоты. Металлические барометры, шкала которых настроена на высоту подъема, называются высотомерами или альтметрами. Альтметры широко используются при определении высоты полета самолета, при подъеме в горы, в военной сфере и др. Альтметр на самом деле измеряет барометрическое давление, а не высоту, что означает, что работа этого прибора основана на изменении давления. В соответствии с этим альтметры измеряют относительную высоту или барометрическую высоту (рис.34.6).

Единицы измерения давления, не входящие в систему:

Чаще всего используют несистемные единицы давления, а именно миллиметровый ртутный столб (мм.рт.стб), физический атмосферный (атм.) и техническая атмосфера (ат.) используются. Давайте кратко познакомимся с каждым из этих единиц.

Миллиметровый ртутный столб относится к давлению, которое ртутный столб высотой оказывает на плоскую горизонтальную поверхность.

$$\boxed{1 \text{мм.рт.стб} = 9{,}8\ м/с^2 \cdot 13600\ кг/м^3 \cdot 10^{-3}\ м = 133{,}3\ Па} \qquad (34.10)$$

Физическая атмосфера относится к давлению, которое воздух оказывает на горизонтальную поверхность Земли.

Физическая атмосфера давления (атм.), при которой единица равна нормальному атмосферному давлению:

$$\boxed{1 атм = 760\ мм.\text{рт.стб} = 101\,325\ Па} \qquad (34.11)$$

Техническая атмосфера относится к давлению, оказываемому силой *1 кг* перпендикулярно поверхности $1\ см^2$.

Техническое атмосферное давление (*ат.*) выражаем единицу в Паскалях (*Па*) и миллиметрах ртутного столба(мм.рт.стб) следующим образом:

$$\boxed{1 at. = 1\frac{kG}{sm^2} = 98\,000\ Pa = 736{,}5\ \ mm.sm.ust} \qquad (34.12)$$

Ртутные и металлические барометры для измерения атмосферного давления:

Атмосферное давление измеряют с помощью ртутного барометра и металлического барометра – анероидных приборов.

Ртутный барометр состоит из U-образной трубки, один конец которой припаян (рис.34.7). Второй конец флейты открыт, на него воздействует атмосферное давление. В результате изменяется высота ртутного столба в припаянном плече. С помощью градусной шкалы в миллиметрах измеряется атмосферное давление.

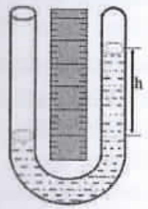


Рисунок *34.7*

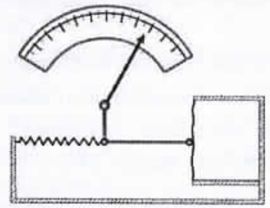


Рисунок *34.8*

Принцип работы металлических барометров можно понять из рисунка 34.8. Основная его часть состоит из банки с волнообразной крышкой (мембраной), из которой высасывается воздух. При изменении внешнего атмосферного давления изменяется и изгиб мембраны. В результате стрелка барометра, соединенная с мембраной, приводится в движение. Шкала барометра будет предварительно выровнена, чтобы правильно показать давление. В зависимости от положения стрелки барометра можно получить информацию об атмосферном давлении.

Приборы, применяемые для измерения давления газов или жидкостей в закрытом сосуде, называются манометрами. Манометры обычно показывают разницу между давлением в сосуде и внешним атмосферным давлением (давление, которое не достигает атмосферного давления или превышает атмосферное давление). Существуют жидкостные и металлические манометры, которые отличаются друг от друга.

Жидкостный манометр имеет круглую форму, которая заполнена определенной ртутью. Если давление, оказываемое на первое плечо, больше давления, оказываемого на второе плечо, избыточное давление основано на подъеме жидкости во втором плече. Жидкостные манометры предназначены для измерения малых давлений, а большие давления измеряются металлическими манометрами. Основная часть металлического манометра представляет собой дугообразную полую эластичную трубку с одной стороны, а открытый конец трубки соединен с чашей, в которой измеряется давление. При увеличении давления флейта выпрямляется, а при уменьшении искривляется. К спайному концу флейты через рычаги присоединена стрелка, движущаяся по градуированной шкале. Обычно металлические манометры измеряют давление в приборах и механизмах, работающих при помощи сжатого воздуха.

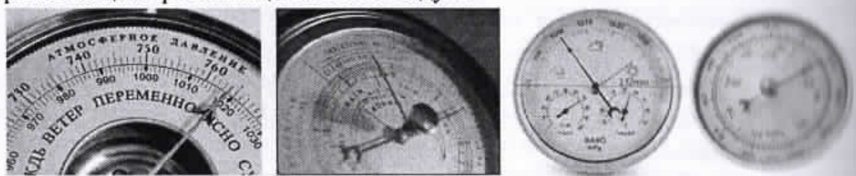


Рисунок 34.9

В настоящее время существует огромное количество видов барометров для измерения атмосферного давления, давления газа или жидкости в сосуде, низкого и высокого давления, в качестве примера приведены чертежи некоторых из них на рис.34.9.

Вопросы по теме

1. *Из каких слоев состоит атмосфера и какова ее роль в жизни Земли?*
2. *Как возникает атмосферное давление и чему оно равно?*
3. *Чему равна нормальное атмосферное давление и кто первым его открыл?*
4. *Что называется барометрической формулой и каково ее математическое выражение?*
5. *Чему равно значение падения давления для высот, близких к поверхности Земли?*
6. *Перечислите единицы давления, которые не входят в СИ.*
7. *Какие приборы для измерения давления вы знаете? Каковы их функции?*

Решение задач:

1. Медсестра отправляет пациенту укол. Радиус поршня шприца составляет 1,1 см. медсестра нажимает на поршень с силой 42 Н. Сколько дополнительного давления получает жидкость при этом?

Berilgan:	*Yechilishi:*
F=42 Н	*Находим поверхность поршня.*
r=1,1 см	$S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot \left(1{,}1 \cdot 10^{-2}\right)^2 = 3{,}8 \cdot 10^{-4}\, м^2$
ΔP = ?	*Находим дополнительное давление.*
	$\Delta P = \frac{F}{S} = \frac{42}{3{,}8 \cdot 10^{-4}} = 1{,}105 \cdot 10^5\, Pa = 110{,}5\, кПа$

Ответ: $\Delta P = 110{,}5\, кПа$

§ 35. ЗАКОН ПАСКАЛЯ. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЕСС. ГИДОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ. СИЛА ДАВЛЕНИЯ. СООБЩАЮЩИЕСЯ СОСУДЫ.

Закон Паскаля для жидкостей и газов:

Сила давления, оказываемая на твердые тела, передается в направлении действия этой силы. В отличие от твердых тел, частицы жидкостей и газов могут свободно перемещаться относительно друг друга во всех направлениях. Поэтому давление, оказываемое извне как на жидкости, так и на газы, передается во все стороны. Например, пусть емкость, приведенная на рисунке 35.1, заполнена газом. Когда мы перемещаем поршень к дну сосуда под действием силы, газ сжимается в области около поршня и его частицы оседают плотнее. Но, поскольку молекулы газа подвижны, они движутся в разные стороны по всему объему. В результате происходит распределение молекул газа A,B,C, D,... то же самое со всеми областями, но сжатие будет более плотным, чем значение до начала. Следовательно, давление газа увеличивается на одинаковую величину во всех точках сосуда. Такой же результат наблюдается при проведении этого эксперимента с жидкостью. При этом не происходит увеличение плотности за счет того, что жидкость не сжимается, а только увеличивается давление.

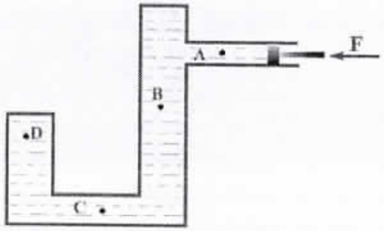


Рисунок 35.1

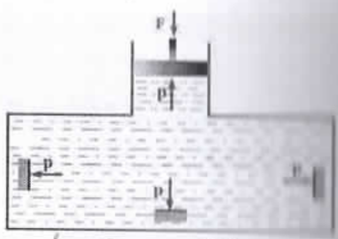
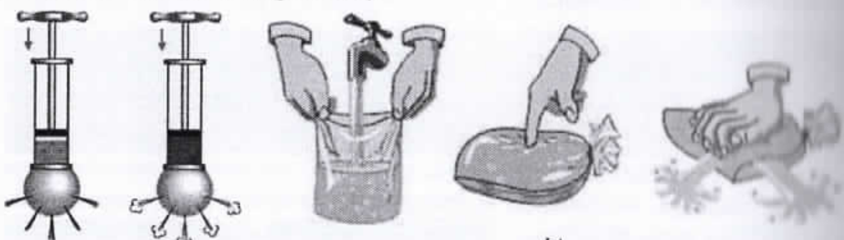


Рисунок 35.2

На основе опытов французский ученый Блез Паскаль (1623-1663) заложил свой ***закон Паскаля***. Этот закон также называют законом переноса давления.

Внешнее давление, оказываемое на жидкость или газ, находящиеся в равновесии, передается в каждую точку жидкости или газа равномерно, без изменений.

Например, увеличение давления на все поверхности, установленные в произвольном направлении в любом месте жидкости под действием внешней силы, будет одинаковым (рис.35.2).



a) b)

Рисунок 35.3

Чтобы проверить закон Паскаля, попробуем провести опыты на рисунке 35.3. На рис.35.3-а изображена шарообразная емкость с небольшими отверстиями,установленная на открытом конце цилиндра поршня, внутри которого находится жидкость или воздух. Если поршень движется вниз, можно увидеть, как поток жидкости или воздуха выбрасывается из крошечных отверстий сферы во все стороны. Не менее важно то, что из симметричности траекторий также можно узнать, что из всех дырок в этом происходят выбросы с одинаковой скоростью. В то же время, на рисунке 35.3-b показано, что при заполнении салафанивого мешка водой и при нажатии на него с силой все места пакета должны быть одинаково напряжены, а при нажатии с большей силой пакет разрывается и вода вытекает из разных мест. Это означает, что дополнительное давление, передаваемое извне, распространяется одинаково во все стороны.

Блез Паскаль (1623-1662.)

Блез Паскаль, известный французский физик, математик, писатель и философ, родился в 1623 году в Клермон-Ферране, Франция, позже переехал в Париж. Помимо того, что он является основателем гидростатических законов, он также является основателем математического анализа, теории вероятностей и проективной геометрии. Отец хотел, чтобы Паскаль изучал древнюю латынь и греческий. Но интерес Паскаля к математике был подавляющим. Он изучает, что разные сечения конуса образуют разные фигуры, простой способ раскрыть скобки-понять "Треугольник Паскаля". Паскаль опубликовал свои трактаты под названием"Трактат о пустоте"и"Новые эксперименты над пространством". Он изучает сопрягаемые сосуды, гидравлические прессы и разрабатывает новые теории повышения прочности. Он показывает, что гидравлический пресс ничем не отличается от рычага, блоков и других простых механизмов.

Структура и принцип работы гидравлического пресса:

Гидравлический пресс (рис.35.4) представляет собой устройство, состоящее из двух соединенных между собой цилиндров разного диаметра и поршней, которые могут вращаться в них по-разному, работу которого можно объяснить на основании закона Паскаля. Цилиндрические чаши называются ***плечами*** гидравлического пресса. Обозначим маленькую грань поршня S_1, а большую грань поршня S_2. Когда на малый поршень действует сила F_1, в основании поршня создается давление $p = \frac{F_1}{S_1}$, и этот эффект также передается на второй поршень. Но так как грань второго поршня-S_2, то это будет сила $F_2 = pS_2 = F_1\frac{S_2}{S_1}$, действующая на поршень. Это означает, что давление под каждым поршнем одинаково, а силы удара различны.

$$\boxed{p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}} \quad \text{или} \quad \boxed{\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}} \tag{35.1}$$

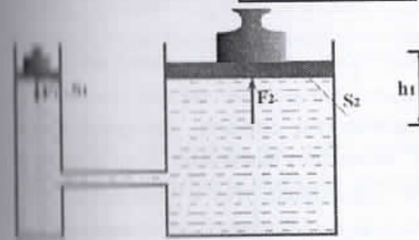


Рисунок 35.4

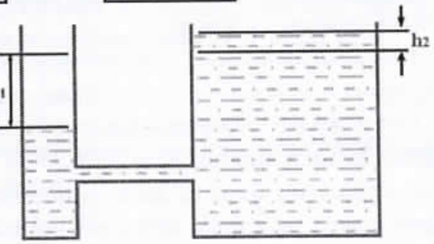


Рисунок 35.5

Следовательно, чем больше грань большого поршня больше грань малого поршня, тем больше сила F_2 будет больше сила F_1.

В то время как маленький поршень движется вниз на расстояние h_1 под действием силы F_1, на большом поршне возникает сила F_2 и под действием этой силы поршень движется вверх на расстояние h_2. Когда маленький поршень перемещается на расстояние h_1 вниз, жидкость в объеме $\Delta V=h_1S_1$ "Выдавливается" из меньшего цилиндра. Эта жидкость проходит через флейту, соединяющую цилиндры, в большой цилиндр. В результате объем жидкости в большом цилиндре увеличивается на ΔV в зависимости от свойства жидкости не сжиматься. В результате большой поршень h_2 смещается вверх на расстояние (рис.35.5).

$$\boxed{h_2=\frac{\Delta V}{S_2}=h_1\frac{S_1}{S_2}} \quad \text{или} \quad \boxed{\frac{S_2}{S_1}=\frac{h_1}{h_2}} \qquad (35.2)$$

Следовательно, оказывается, что отношение поверхностей поршня равно обратному отношению перемещений поршня. Здесь соблюдается "Золотое правило механики": чем больше сила поглощается, тем больше она проигрывает на расстоянии.

$$\boxed{\frac{F_2}{F_1}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{h_1}{h_2}} \qquad (35.3)$$

Гидравлический пресс широко используется в устройствах, требующих большой мощности, таких как домкрат, прессование. Если из приведенной $\frac{F_2}{F_1}=\frac{h_1}{h_2}$ формулы вычесть знаменатель, $F_2h_2=F_1h_1$ получится формула. Это означает, что $A_2=A_1$, что означает, что работа, выполняемая на плечах, будет одинаковой (за исключением трения). Так что, оказывается, нет устройства, которое могло бы выиграть в работе.

Гидростатическое и аэростатическое давление. Общее давление внутри жидкости:

В жидкостях и газах основание оказывает давление на поверхность из-за силы притяжения к Земле.

Гидростатическое или аэростатическое давление относится к давлению, создаваемому силой тяжести столба жидкости или газов.

Пусть жидкость наливается в цилиндрическую емкость, находящую на горизонтальной поверхности (рис.35.7). Значение давления, создаваемого этой жидкостью из-за ее веса, монотонно увеличиваются с глубиной. Это также можно узнать по скоростям водопадов, вылетающих из отверстий на разной высоте в сосуде. Все точки каждого горизонтального слоя будут иметь одинаковое давление. Потому что каждый горизонтальный слой несет на себе нагрузку слоев сверху. Поэтому горизонтальные слои называются поверхностями равного давления. Поскольку более глубокий слой несет большую нагрузку, давление в этих слоях также будет больше. Сила удара, которую столб жидкости с высотой оказывает на дно сосуда, будет равна весу этой жидкости, то есть $F=\rho ghS$. Здесь: ρ — плотность жидкости.

Давление, которое жидкость оказывать на дно сосуда, равна:

$$\boxed{p=\frac{F}{S}=\rho\, g\, h} \qquad (35.4)$$

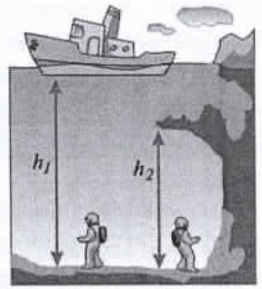


Рисунок 35.6

Отсюда следует, что давление жидкости, создаваемое во всех точках h глубины от ее поверхности под действием силы тяжести, пропорционально высоте и плотности столба жидкости.

Эксперименты показали, что давление жидкости не зависит от формы сосуда. Для определения давления в произвольной точке сосуда или моря необходимо определить расстояние от этой точки до свободной поверхности жидкости. Принимая это расстояние за h, давление определяется по формуле $p=\rho gh$. На рисунке 35.6 глубина h_1 выбрана правильно, а h_2 – неправильно.

Формула $p=\rho gh$ для определения гидростатического давления также актуальна для газов. Но так как плотность газа в 100 раз меньше, чем у жидкостей.

Давление газа в нижней части сосуда будет лишь немного больше, чем давление в верхней части (хотя эту разницу можно не учитывать). Эта разница будет заметна только в том случае, если высота сосуде составляет сотни метров.

Среднее давление, которое жидкость оказывает на боковые стенки сосуда, равно гидростатическому давлению в середине высоты сосуда. Потому что на поверхности сосуда давление будет равно 0, а на дне ρgh.

$$\boxed{p_{бок}=\frac{1}{2}\rho\, g\, h} \qquad (35.5)$$

Полное давление на дне жидкости равно сумме гидростатических давлений и давлением внешней атмосферы.

$$\boxed{p_{общ}=p_{at}+\rho\, g\, h\approx 10^5+\rho\, g\, h\ \ [Па]} \qquad (35.6)$$

Общее среднее давление на боковые стенки жидкости будет равно сумме гидростатических давлений между внешним атмосферным давлением и высотой сосуда.

$$\boxed{p_{общ.бок} = p_{атм} + \frac{1}{2}\rho g h \approx 10^5 + \frac{1}{2}\rho g h \quad [Па]} \qquad (35.7)$$

Сила давления жидкости на дно и боковые стенки сосуда. Гидростатический парадокс:

Сила воздействия жидкости на дно сосуда называется силой давления на дно сосуда. Эксперименты показали, что даже при любой форме сосуда сила давления на основание сосуда определяется по формуле $F_{as}=pS_{as}=\rho ghS_{as}$. Следовательно, независимо от формы сосуда сила давления, оказываемая жидкостью на дно сосуда, определяется весом столба такой жидкости, чтобы основание этого столба было равно основанию дна сосуда, а высота-высоте жидкости в сосуде.

Мы опишем это следующим образом. В три одинаковых сосуда (рис.35.8), у основания которых точно такая же грань, наливают жидкость на одинаковой высоте. Во всех трех случаях сила давления жидкости на дно сосуда одинакова. При этом вес жидкости во втором сосуде больше силы давления, а вес жидкости в третьем сосуде меньше силы давления.

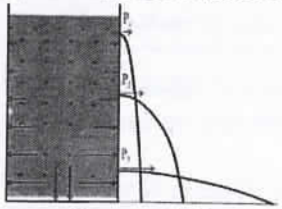


Рисунок 35.7

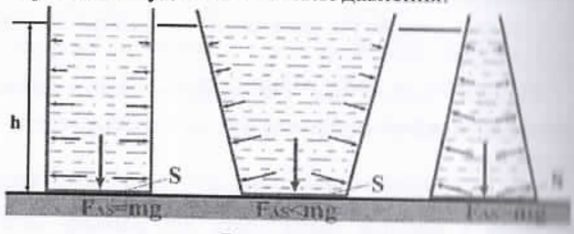


Рисунок 35.8

Явление, при котором сила давления, оказываемая жидкостью в сосудах с расширяющейся или сужающейся горловиной на дно сосуда, больше или меньше веса жидкости в сосуде, называется гидравлическим парадоксом.

Так в чем же причина гидравлического парадокса? – Часть веса жидкости в сосуде с расширяющимся уравновешивается силой "Обратного воздействия" боковой стенки на жидкость, т. е. часть веса жидкости приходится на боковую стенку. В результате на дно чаши падает только вес жидкости в объеме над поверхностью основания. А в сосуде с сужающейся горловиной боковая стенка создает дополнительную силу за счет того, что проекция силы "отражения" на Oy ось направлена вниз.

В цилиндрических сосудах сила давления, оказываемая жидкостью на дно сосуда, равна:

$$\boxed{F_{дн} = p\,S_{дн} = \pi\,\rho\,g\,R^2 h} \qquad (35.8)$$

Сила давления, оказываемая жидкостью на боковые стенки сосуда, равна произведению среднего давления на боковую стенку на поверхность боковой поверхности.

$$\boxed{F_{бок} = p_{бок}S_{бок} = \frac{1}{2}\rho\,g\,h S} \qquad (35.9)$$

В цилиндрических сосудах сила давления, оказываемая жидкостью на дно сосуда, равна:

$$\boxed{F_{бок} = p_{бок}S_{бок} = \pi\,\rho\,g\,Rh^2} \qquad (35.10)$$

Если задана сила давления, действующая на поверхность произвольной формы ΔS, взятой из боковой стенки вертикального сосуда, то центр тяжести этой поверхности находится в точке C. Расстояние от этой точки до свободной поверхности жидкости определяется h_c, а давление в этой точке $p_c=\rho g h_C$. Умножение давления и выбранной поверхности

$$\boxed{F_{дав} = p_C \cdot \Delta S = \rho\,g\,h_C \Delta S} \qquad (35.11)$$

оказывает силу давления, воздействуя на поверхность.

Сообщающие сосуды:

Два вертикальных сосуда, дно которых соединено между собой, называются сообщающимся сосудами.

Если в одну из емкостей наливается жидкость, то по трубкам на дне эта жидкость поступает и в другие емкости. Когда однородная жидкость находится в равновесии, уровни жидкости одинаковы во всех частях сосуда, что не зависит от формы сосуда (рис.35.9).

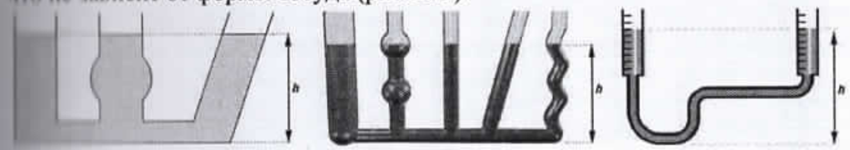


Рисунок 35.9

На поверхность S в середине действуют силы, равные $\rho g h_1 S$ и $\rho g h_2 S$, когда на плечах этой U образных сосудах одинаковая жидкость. Из этого следует выражение $h_1=h_2$ для плеч. Если на плечах находятся различные жидкости, на поверхность S, с которой жидкости соприкасаются, действуют силы, равные $\rho_1 g h_1 S$ и $\rho_2 g h_2 S$. Отсюда следует выражение $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ для плеч (рис.35.10).

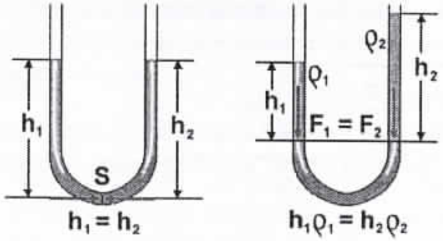


Рисунок 35.10

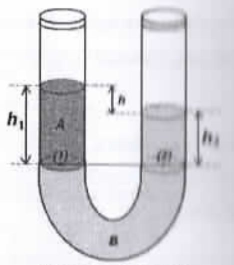


Рисунок 35.11

Когда мы наливаем жидкость в U образную сообщающую сосуд, уровни жидкости на обоих плечах одинаковы (рис.35.11). После этого в одну из сосудов наливаем еще одну жидкость. Когда жидкости находятся в равновесии, их уровни свободной поверхности различны. Плоскостью AB на рисунке называется уровень разделения двух несмешивающихся друг с другом жидкостей. Высоты от уровня разделения колонн жидкости в сообщающум сосуде h_1 и h_2 обозначим плотности жидкостей ρ_1 и ρ_2 соответственно. Тогда по закону Паскаля давления, создаваемые обеими жидкостями на уровне разделения, будут взаимно равны $p=\rho_1 g h_1=\rho_2 g h_2$. В плечах высоты столбов жидкости связаны с плотностями следующим образом.

$$\boxed{\frac{h_2}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_2}} \qquad (35.12)$$

Таким оброзом, в сообщающим сосуде отношение высоты с уровень разделения равен обратному отношению их плотностей.

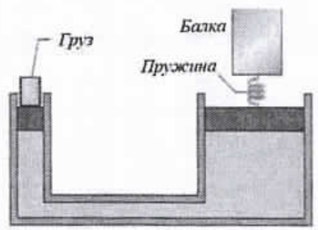
Вопросы по теме

1. *Опишите закон Паскаля и приведите примеры.*
2. *Что такое гидравлический пресс? Какова формула гидравлического пресса?*
3. *Дайте определение сопутствующему блюду и запишите его формулу.*
4. *Запишите формулы гидростатического и полного давления?*
5. *Что такое сила давления? Назовите выражения силы давления, действующей на дно и боковые стенки сосуда..*
6. *Что такое гидостатический парадокс?*

Решение задач:

1. На рисунке изображена пружина с жескостью $k=3{,}75\cdot10^4\ N/m$, находящаяся между внешней стороной гидропресса и жестким опорным молотком. Невесомый пустой сосуд находится на поршне с небольшой поверхностью. Поверхность малого поршня равна S, а поверхность большого поршня равна 18 S. Пружина сначало находится в не деформированном положении. Сколько килограмм песка нужно насыпать в пустую емкость, чтобы пружина сжималась на 5 см?. $g=9{,}81\ м/с^2$

Berilgan:	*Yechilishi:*
$k=3{,}75\cdot10^4\ \frac{H}{м}$ $S_1=S,\ S_2=18S$ $x=5см$ $g=9{,}81\ м/с^2$ $m=?$	*При деформации пружины x=5 см создается сила упругости. Эта сила на большом плече создает давление, равное.* $F_2=kx=3{,}75\cdot10^4\cdot0{,}05=1875N$



$$P_2=\frac{F_2}{S_2}=\frac{1875}{18S}$$

Также на первом плече, соответственно создается давление, равное.

$$P_1=\frac{F_1}{S_1}=\frac{mg}{S}=\frac{9{,}81\cdot m}{S}$$

По закону Паскаля давления на плечи равны.

$$P_1=P_2,\ \rightarrow\ \frac{9{,}81\cdot m}{S}=\frac{1875}{18S},\ \ \rightarrow\ m=\frac{1875}{18\cdot9{,}81}=10{,}62кг.$$

Javob: 10,62 кг

§ 36. ЗАКОН АРХИМЕДА ДЛЯ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ И ВЫТЕКАЮЩИЕ ИЗ НЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ.

Закон Архимеда для жидкостей и газов:

На тело, полностью погруженное в жидкость, действует гидростатическое давление. Для простоты давайте опустим в жидкость тело в форме прямоугольного параллелепипеда. На боковые поверхности этого тела воздействуют давления P_3 и P_4 в равных количествах и в противоположных направлениях, и эти давления уравновешиваются между собой. Давления, действующие на верхнее и нижнее основания тела, различны и равны соответственно давлениям столбов жидкости с высотами h_1 и h_2 (рис.36.1).

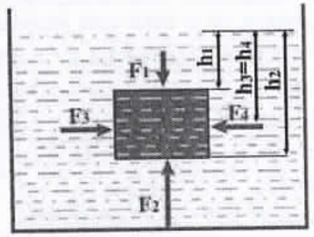


Рисунок 36.1

$$p_1=\rho_ж g h_1,\quad p_2=\rho_ж g h_2$$

Здесь: $\rho_ж$ – плотность жидкости, g – ускорение свободного падения.

Из рисунка видно, поскольку $h_2>h_1$, на основание нижней части тела действует избыточное давление, равное разности давлений p_2 и p_1, направленных снизу вверх.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho_s\, g\, (h_2 - h_1) = \rho_s\, g\, \Delta h$$

Это избыточное давление действует на основание тела, нижняя грань которого S, создавая подъемную силу F_A, направленную снизу вверх.

$$F_A = \Delta p\, S = \rho_s\, g\, \Delta h\, S$$

Здесь: объем тела, кратного ΔhS, равен V_m.

$$F_A = \rho_s\, g\, V_j$$

Правая часть этого выражения – вес жидкости в объеме, равном объему тела, равному P_0.

$$F_A = P_0$$

Таким образом, на тело, полностью погруженное в жидкость, действует подъемная сила, равная F_A жидкости.

Впервые эту силу на основе опыта определил древнегреческий ученый, физик и математик Архимед (287 – 212 гг. до н. э.). Поэтому сила F_A, толкающая тело в жидкости вверх, называется в его честь ***Архимедовой силой.***

Таким образом, Архимед сформулировал следующий закон, который помог определить величину этой подъемной силы.

На любое тело, погруженное в жидкость или газ, действует сила, равная весу жидкости или газа, сжатого этим телом, и направленная вверх.

Иногда закон Архимеда также описывается следующим образом.

Тело, погруженное в жидкость или газ, становится таким же легким, как и вес жидкости или газа, который оно сжимает.

Отсюда следует, что Архимедова сила-это сила, равная весу жидкости или газа, который сжимает тело, погруженный в жидкость или газ.

$$\boxed{F_A = P_0 = \rho_s V_j g} \qquad (36.1)$$

Легенда об Архимеде: Когда Архимеду было поручено определить, сделана ли корона, подаренная королем Героном, из чистого золота, он сначала из о всех сил пытался определить размер короны из-за ее сложной структуры. Однажды он случайно говорит "Эврика", когда видит, что вода стекает, когда он погружается в ванну, полную воды. Это означало, что я нашел это. Затем он помещает корону в емкость, полную воды, и определяет ее объем, выливая пролитую воду в другую емкость. Из этого следует, что корона изготовлена не из чистого золота, а с добавлением примесей (рис.36.2-а). Отсюда следует, что для определения объема тела произвольной формы можно определить объем тела, подняв его в специальную цилиндрическую емкость с водой, в которой он был градуирован, и измерив, на сколько поднимается уровень воды (рис.36.2-б).

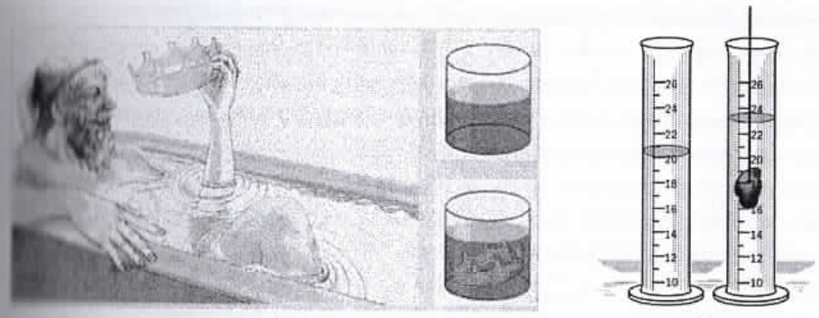


Рисунок 36.2

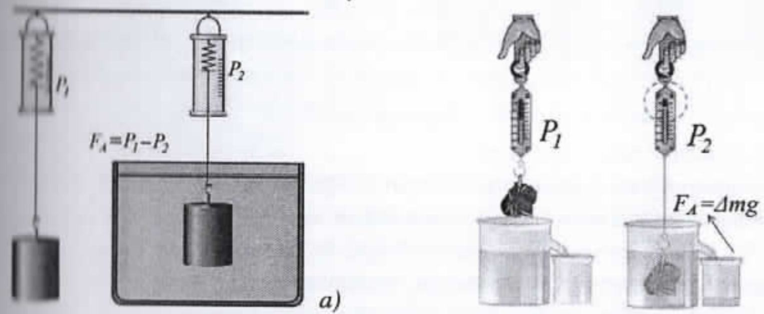
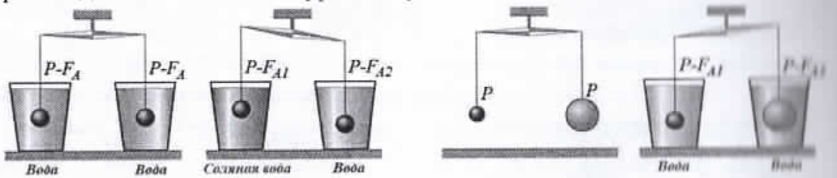


Рисунок 36.3

Попробуем провести несколько экспериментов, чтобы проверить правильность закона Архимеда. Для определения подъемно – Архимедовой силы, действующей на тело, подвешивают тело на пружинных весах и записывают его показания в воздухе и жидкости. Разность этих показателей P_1-P_2 дает архимедову силу F_A. В жидкостях, конечно, тело выходит легче, чем в воздухе, вплоть до F_A (рис.36.3-а). Точно так же разность показаний весов при погружении тела в полный сосуд P_1–P_2 будет равна весу пролитой жидкости $\Delta mg = F_A$ (рис.36.3-б).

Формула Архимедовой силы по значение $F_A = \rho_s V_j g$ Архимедовой силы зависит от плотности жидкости ρ_s и объема тела, полностью погруженного в жидкость V, Если одна из величин ρ_s и V_m плмтлянна, архимедова сила остается связанной только с одной величиной. На рисунке 36.3-а изображены два одинаковых по объему алюминиевых шарика, подвешенных на плечах. Вес которых равен P. При первом опускании в воду сохранялось равновесие. Потому что, в этом случае на оба шара действует одна и та же архимедова сила, равная $F_A = \rho_s V_j g$, а их вес в воде будет равен P–F_A. Теперь, когда одна из емкостей с водой заменена на рассол, на шар, погруженный в эту воду, действует большая архимедова сила на величину плотности рассола. При этом вес шариков будет равен $P–F_{A1}$ и $P–F_{A2}$. В результате происходит отклонение контуров чешуи. Теперь на рисунке 36.3-В, где свинцовые и алюминиевые шарики, имеющие разный объем, вес которых равен одному и тому же P, опущены в один и тот же сосуд с водой, из-за большого объема алюминиевого шарика на него действует большая Архимедова сила. При этом вес шариков будет равен $P–F_{A1}$ и $P–F_{A2}$ ($P–F_{A1} > P–F_{A2}$). В результате происходит отклонение контуров чешуи.



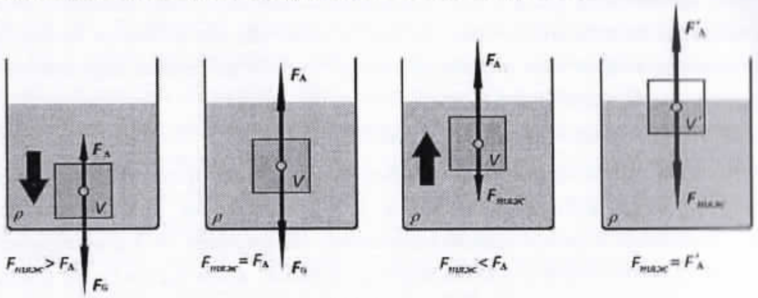
a) b)

Рисунок 36.3

Положение тел в жидкости:

Положение тел в жидкости: на тело, погруженное в жидкость, действуют две силы: сила тяжести $F_{тяж}$, направленная вертикально вниз, и архимедова сила F_A, направленная вертикально вверх. В это время под действием этих сил тело движется в направлении большей силы. При этом возможны следующие три случая (рис. 36.4):

1. Если вес тела $F_{тяж}$ больше, чем архимедова сила, то есть $F_{тяж} > F_A$, тело опускается на дно жидкости под действием нисходящей результирующей силы $P = F_{тяж} - F_A$. Другими словами, когда плотность объекта ρ_j больше плотности жидкости ρ_s, то есть когда $\rho_m > \rho_{жид}$, тонет. Сила P также называется весом погруженного тела в жидкости.



36.4-rasm

2. Если вес тела $F_{тяж}$ равен Архимедовой силе F_A, то есть $F_{тяж} = F_A$, результирующая сила, действующая на тело, равна нулю. При этом тело находится в равновесии в жидкости, то есть в плавает. Другими словами,

когда плотность тела ρ_m равна плотности жидкости $\rho_ж$, то есть, когда $\rho_m = \rho_ж$, возникает состояние покоя.

3. Если вес тела меньше, чем архимедова сила $F_{тяж}$, то есть $F_{тяж} < F_A$, тело всплывает на поверхность жидкости под действием результирующей силы $F = F_A - F_{тяж}$, направленной вверх. Другими словами, если плотность тело ρ_m меньше плотности жидкости $\rho_ж$, то есть $\rho_m < \rho_ж$, возникает всплывающее состояние. Сила также называется несущей способностью не тонущего тела. Подъем всплывающего тела после достижения поверхности жидкости продолжается до тех пор, пока сила Архимеда F_A не станет равной весу тела $F_{тяж}$. Когда $F_A = F\ \rho_{тяж}$, тело перестает подниматься и плавает на поверхности жидкости, частично погружаясь в жидкость.

Тела, плотность которых меньше, чем у жидкости, мы называем не тонущими телами, а тела, плотность которых больше, чем у жидкости, - погруженными телами. Изучим отдельно случаи, когда тело тонет и не тонет в жидкости, и выведем частные формулы относительно них с помощью закона Архимеда.

Результаты для тел, которые не тонут:

Если тело, не погруженное в жидкость, опущено, вес (или масса) тела в воздухе равен весу (или массе) сжатой жидкости.

Когда не тонущее тело опускается в жидкость, часть тела находится внутри жидкости, а остальная часть находится вне жидкости. Чем больше плотность тела, тем больше его масса находится в жидкости. А когда плотность тела равна плотности жидкости, то все тело находится в жидкости, т. е. при полном погружении остается. Введем некоторые обозначения (рис.36.5).

h_1, V_1 – высота и объем погружаемой части тела;

h_2, V_2 – высота и объем не погруженной части тела;

h, V – полная высота и объем тела.

$$h_m = h_1 + h_2, \quad V_m = V_1 + V_2$$

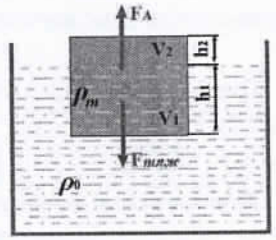


Рисунок 36.5

Всем интересно знать, сколько не тонущее тело находится внутри жидкости, а сколько снаружи. Давайте вычисляем формулы, которые отвечают на этот вопрос.

Для начала определим часть тела, погруженного в жидкость. Тело тонет до тех пор, пока сила Архимеда не сравняется с силой тяжести. И когда эти две силы равны, они находится в равновесие. С его помощью можно определить часть тела, погруженную в жидкость.

$$F_A = F_{тяж}, \;\rightarrow\; \rho V_1 g = \rho_m V_m g, \;\rightarrow\; V_1 = \frac{\rho_m}{\rho_ж} V_m$$

Мы также можем найти высоту погруженного участка, если поперечное сечение тело является постоянной. Примером тела с постоянным сечением являются цилиндрические и призматические тела.

$$V_1 = \frac{\rho_m}{\rho_ж} V_m, \;\rightarrow\; S h_1 = \frac{\rho_m}{\rho_ж} S h_m, \;\rightarrow\; h_1 = \frac{\rho_m}{\rho_ж} h_m$$

Таким образом, формула для нахождения части тела, погруженного в жидкость, будет выглядеть следующим образом (рис. 36.5):

$$\boxed{V_1 = \frac{\rho_m}{\rho_ж} V_m, \qquad h_1 = \frac{\rho_m}{\rho_ж} h_m} \qquad (36.2)$$

Теперь давайте определим часть тела, которая не погружена в жидкость. Чтобы найти не погруженную часть тела, достаточно из полного объема (или высоты) вычесть объем (или высоту) погруженной части, определенный выше.

$$V_2 = V_m - V_1 = V_m - \frac{\rho_m}{\rho_ж} V_m = \frac{\rho_ж - \rho_m}{\rho_ж} V_m, \qquad h_2 = h_m - h_1 = h_m - \frac{\rho_m}{\rho_ж} h_m = \frac{\rho_ж - \rho_m}{\rho_ж} h_m$$

Таким образом, формула для нахождения части тела, не погруженного в жидкость, будет выглядеть следующим образом (рис. 36.5):

$$\boxed{V_2 = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s} \cdot V_j, \qquad h_2 = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s} \cdot h_j} \qquad (36.3)$$

Еще одно свойство для не тонущего тело -это то, сколько нагрузки оно может выдержать. Если не тонущее тело начинает тонуть при наложении на него груза с весом F, то сумма веса тела с силой F равна подъемной Архимедовой силе при полном погружении тела.

$$F + F_{тяж} = F_A, \;\rightarrow\; F = F_A - F_{тяж} = \rho_ж V_m g - \rho_m V_m g = (\rho_ж - \rho_m) V_m g$$

Отсюда получается, что несущая способность не тонущего тела будет (рис. 36.6):

$$\boxed{F = F_A - F_{og} = (\rho_s - \rho_j) V_j g} \qquad (36.4)$$

Грузовые суда имеют красную линию, известную как линия ватерлинии, по которой груз загружается до тех пор, пока эта линия не коснется воды. Отсюда следует, что грузоподъемность судов должна определяться большой малостью объема ниже линии ватерлинии (рис.36.7).

Когда такие предметы, как дерево, пробка, освобождаются от жидкого дна, они всплывают наверх. При этом они начинают ускоренное движение вверх. Если пренебречь сопротивлением жидкости движению, можно определить ускорение подъема не тонущих тел со дна жидкости. Когда не тонущее тело, находящее на дне жидкости, освобождается, оно начинает

подниматься с ускорением вверх. А сила инерции противоположна направлению ускорения, то есть направлена вниз. Сумма силы инерции и силы тяжести будет равна силе Архимеда.

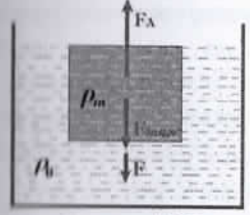


Рисунок 36.6

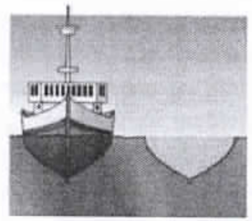


Рисунок 36.7

$$F_{ин} + F_{тяж} = F_A, \;\rightarrow\; F_{ин} = F_A - F_{тяж}, \;\rightarrow \rho_m V_m a = \rho_ж V_ж g - \rho_ж V_m g, \;\rightarrow\; a = \frac{\rho_ж - \rho_m}{\rho_m} g$$

Таким образом, получается, что начальное ускорение (без учета силы сопротивления жидкости), которое получает не тонущее тело, освобожденное от дна жидкости, будет следующим (рис. 36.8):

$$\boxed{a = \frac{\rho_ж - \rho_m}{\rho_m} g} \qquad (36.5)$$

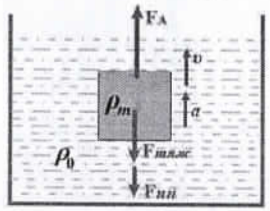


Рисунок 36.8

Давайте определим условие, при котором тело, которое не тонет, равномерно поднимается по жидкому дну. Когда не тонущейся тело начинает подниматься со дна жидкости, ускорение сначала приобретает наибольшее значение. Из-за сопротивления жидкости она увеличивается с уменьшающимся ускорением. По мере увеличения скорости тела сопротивление жидкости также увеличивается. Скорость достигает такой величины, что сумма силы сопротивления и силы тяжести остается равной силе Архимеда. Согласно 1-му закону Ньютона, скорость больше не увеличивается, и с этой же скоростью она становится равномерно.

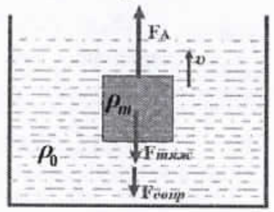


Рисунок 36.9

Условия равномерно поднимающих тел $F_{сопр} + F_{тяж} = F_A$ или $F_{тяж} = F_A - F_{сопр}$.

Следовательно, условие для равномерно поднимащих не тонущего тела из жидкости дна будет следующим (рис. 36.9):

$$\boxed{F_{тяж} = F_A - F_{сопр}} \qquad (36.6)$$

С помощью закона Архимеда можно сформулировать еще много формул, которые пригодятся при решении задач.

Результаты для погружающихся тел:

Архимедова сила, приложенная к телу при погружении погружающихся не может полностью поднять вес тела. Потому что, $\rho_j > \rho_s$, поскольку $F_{og'} > F_A$. Поэтому при погружении тела в жидкость его вес несколько уменьшается, это уменшение происходит до тех пор, пока не будет приложена архимедова сила F_A (рис.36.10-а). Если погруженное тело подвешенную на подвеске, сила натяжения на подвеске равна весу тела в жидкости. Если тело находится на дне жидкости, то тело давит на дно сосуда с силой, равной его весу в жидкости (рис.36.10-б).

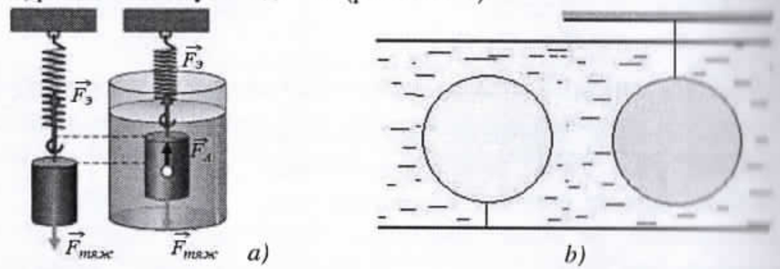


Рисунок 36.10

Определим вес погружаемого тела в состоянии, погруженном в жидкость. Поскольку Архимедова сила, действующая на погружающиеся тела, меньше, чем ее вес, тело тонет. Когда тело опускается на дно, она давит на дно сосуда с силой, равной разности сил тяжести и Архимеда P. Для того, чтобы поднять этот предмет в жидкости, не касаясь дна сосуда, необходимо с силой P поднять предмет вверх дном.

$$P + F_A = F_{тяж}\ , \ \rightarrow \ P = F_{тяж} - F_A =$$
$$= \rho_m V_m g - \rho_ж V_m g = (\rho_m - \rho_ж) V_m g$$

Следовательно, вес погружающихся тел в жидкости будет равен (рис. 36.11):

$$\boxed{P = F_{og'} - F_A = (\rho_j - \rho_s) V_j g} \qquad (36.7)$$

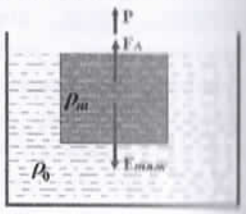


Рисунок 36.11

Такие тела, как железо, камень, начинают тонуть из-за своей большой плотности при погружении в жидкость. При этом они начинают ускоренное движение вниз. Если пренебречь сопротивлением жидкости движению, можно будет определить ускорение погружения погружающихся тел на дно жидкости. Поскольку вес падающего тела больше, чем сила Архимеда, действующая на него, объект начинает двигаться вниз. А погружение происходит с ускорением. Поскольку ускорение направлено вниз, сила инерции направлена вверх. Сумма силы инерции и силы Архимеда будет равна силе тяжести.

$$F_{in} + F_A = F_{тяж}\ , \ \rightarrow \ F_{in} = F_{тяж} - F_A\ , \ \rightarrow \ \rho_m V_m a = \rho_m V_m g - \rho_0 V_m g\ , \ \rightarrow \ a = \frac{\rho_m - \rho_0}{\rho_m} g$$

Следовательно, ускорение погружающихся тел (без учета сопротивления жидкости)будет следующим (рис. 36.12):

$$\boxed{a = \frac{\rho_m - \rho_0}{\rho_m} g} \qquad (36.8)$$

Определим условие равномерного погружения тонущего тела в жидкость. Когда погружающееся тело начинает погружаться в жидкость, сначала ускорение приобретает наибольшее значение. Он тонет с уменьшающимся ускорением из-за сопротивления жидкости. По мере увеличения скорости тела сопротивление жидкости также увеличивается. Скорость достигает такой величины, что сумма силы сопротивления и силы Архимеда остается равной силе тяжести.

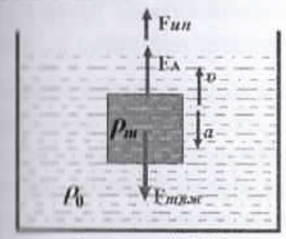
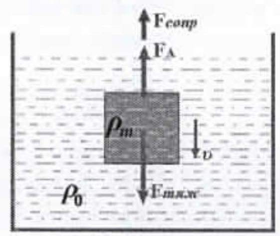


Рисунок 36.12



36.13-rasm

Согласно 1-му закону Ньютона, скорость больше не увеличивается, и с этой же скоростью она равномерно поднимается. Условие равномерного подъема $F_{тяж} = F_A + F_{сопр}$. Отсюда следует, что условие равномерного погружения тела будет иметь вид (рис. 36.13):

$$\boxed{F_{тяж} = F_A + F_{сопр}} \qquad (36.9)$$

Мы узнали в начале темы, что для определения объема тела необходимо полностью погрузить его в жидкость и принять объем сжатой жидкости равным объему тела. Точно так же, чтобы определить плотность тела, необходимо разделить массу этого тела в воздухе на объем сжатой жидкости. Но есть и другой способ определения объема и плотности тела, форма которого неизвестна.

В этом методе путем погружения тела в две разные жидкости, плотность которых известна, измеряются его веса в этих жидкостях. На основании известных размеров определяют объем и плотность. Приведем формулу для определения объема и плотности тела этим методом. Тело будет иметь вес в жидкостях.

$$\begin{cases} P_1 = F_{тяж} - F_{A1} & (1) \\ P_2 = F_{тяж} - F_{A2} & (2) \end{cases}$$

Выполняем действие (1) - (2).

$$P_1 - P_2 = F_{A1} - F_{A2} = \rho_1 V_m g - \rho_2 V_m g = (\rho_1 - \rho_2) V_m g$$

Отсюда выражение для объема тела

$$V_m = \frac{P_1 - P_2}{g(\rho_2 - \rho_1)}$$

выражение получается. Находим плотность, используя (1).

$$P_1 = F_{тяж} - F_{A1} = \rho_m V_m g - \rho_1 V_m g = (\rho_m - \rho_1) V_m g =$$

$$= (\rho_m - \rho_1)\frac{P_1 - P_2}{g(\rho_2 - \rho_1)} g = (\rho_m - \rho_1)\frac{P_1 - P_2}{(\rho_2 - \rho_1)}, \rightarrow P_1(\rho_2 - \rho_1) = (\rho_j - \rho_1)\cdot(P_1 - P_2), \rightarrow$$

$$P_1\rho_2 - P_1\rho_1 = \rho_j(P_1 - P_2) - \rho_1 P_1 + \rho_1 P_2, \rightarrow P_1\rho_2 - \rho_1 P_2 = \rho_j(P_1 - P_2), \rightarrow \rho_m = \frac{P_1\rho_2 - P_2\rho_1}{P_1 - P_2}$$

Таким образом, если вес тела в жидкости с плотностью ρ_1 равен P_1, а вес тела в жидкости с плотностью ρ_2 равен P_2, плотность тела равна ρ_m, а объем $V_ж$ будет выглядеть так :

$$\boxed{\rho_m = \frac{P_1\rho_2 - P_2\rho_1}{P_1 - P_2}, \quad V_m = \frac{P_1 - P_2}{(\rho_2 - \rho_1)g}} \qquad (36.10)$$

Приведенную выше формулу представим более простим способом. Объем и плотность тела также можно определить, взвешивая тело в одном галлоне воздуха, а в следующем галлоне жидкости. Для этого воспользуемся приведенной выше формулой. Если учесть, $\rho_1 = \rho_{воз} << \rho_ж$ что из-за плотности воздуха, $\rho_1 \approx 0$

$$\rho_m = \frac{P_1\rho_2 - P_2\rho_1}{P_1 - P_2} \approx \frac{P_1\rho_ж - P_2\cdot 0}{P_1 - P_2} = \frac{P_1}{P_1 - P_2}\rho_ж \quad и \quad V_ж = \frac{P_1 - P_2}{(\rho_2 - \rho_1)g} \approx \frac{P_1 - P_2}{(\rho_ж - 0)g} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_ж g}$$

Возникает из плотности и объема тела.

Следовательно, если масса тела в воздухе равна P_1, а масса жидкости с плотностью $\rho_ж$ равна P_2, плотность тела равна ρ_m, а объем равен $V_ж$:

$$\boxed{\rho_m = \frac{P_1}{P_1 - P_2}\rho_2, \quad V_m = \frac{P_1 - P_2}{\rho_ж g}} \qquad (36.11)$$

Если жидкостей в емкости два, то плотность из них большая будет ниже, а маленькая-выше. Давайте опустим тела в сосуд, в котором находятся эти две жидкости. Если тело погружено в первую жидкость и не погружено во вторую жидкость, то тело остается неподвижным в двух жидкостях. При этом плотность тела меньше, чем у одной жидкости, а больше, чем у другой ρ_m $(\rho_2 < \rho_m < \rho_1)$ (рис.36.14). Для этого случая давайте определим, какая часть объема тела находится в первой жидкости, а какая часть-во второй жидкости. Поскольку тело полностью погружено в две жидкости, Архимедова сила,

действующая на тело, состоит из суммы Архимедовых сил, действующих на каждую жидкость, т. е. $F_A = F_{A1} + F_{A2}$ Это потому, что тела находится в равновесии $F_{тяж} = F_A = F_{A1} + F_{A2}$. Из этого находим искомые величину.

$$\rho_m V_m g = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g, \rightarrow \rho_m V_m = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 (V_m - V_1), \rightarrow \rho_m V_m = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_m - \rho_2 V_1, \rightarrow$$

$$(\rho_m - \rho_2)V_m = (\rho_1 - \rho_2)V_1, \rightarrow V_1 = \frac{\rho_m - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}\cdot V_m, \rightarrow V_2 = V_m - V_1 = \frac{\rho_1 - \rho_m}{\rho_1 - \rho_2}\cdot V_m$$

Следовательно, тело с плотностью ρ_j $(\rho_2 < \rho_j < \rho_1)$, объемом $V_ж$, полностью погружено в жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2. Часть объема тела, находящая в жидкости 1 ниже V_1, и часть, находящая в жидкости 2 выше V_2, будут:

$$\boxed{V_1 = \frac{\rho_m - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}V_m, \quad V_2 = \frac{\rho_1 - \rho_m}{\rho_1 - \rho_2}V_m} \qquad (36.12)$$

Если половина объема тела находится в одной жидкости, а другая половина в другой жидкости, то, поместив выражение $V_1 = V_2 = \frac{V_j}{2}$ в предыдущую формулу, после математических подстановок мы сможем найти плотность тела.

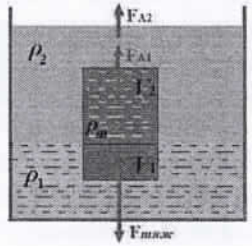


Рисунок 36.14

Следовательно, если бы половина объема тела находилась в ρ_1 жидкости, а другая половина в ρ_2 жидкости, плотность тела была бы:

$$\boxed{\rho_m = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}} \qquad (36.13)$$

С помощью закона Архимеда можно сформулировать еще много формул, которые пригодятся при решении задач даже для погружающихся тел.

Вопросы по теме

1. *Скажите закон Архимеда для жидкостей и газов и запишите его формулу?*
2. *Как определяется объем тела неизвестной формы и архимедова сила, действующая при погружении в него?*
3. *Расскажите о положении тел в жидкости.*
4. *Как определить тонущую и не тонущую часть не тонущего тела?*
5. *По какой формуле определяется несущая способность невесомого тела?*
6. *По какой формуле определяется масса тонущего тела в жидкости?*
7. *Напишите условие равномерного погружения или плавного подъема тел в жидкость.*

Решение задач:

1. *Воздушный пузырь размером 2* см^3 *поднимается со дна озера с постоянной скоростью. Какова сила сопротивления воды (Н)?*

A) 0,02 B) 0,05 C) 0,06 D) 0,08 E) 0,01

Berilgan:	Yechilishi:
$v = 2\text{см}^3$	*Без учета силы тяжести сила сопротивления остается равной силе Архимеда:*
$\rho_0 = 10^3\text{кг/м}^3$	$F = F_A = \rho_0 v g = 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 0{,}02\,H$
F=?	

Javob: A) 0,02 Н

2. Тела *массой 4 кг падает в воздухе со скоростью 8,5 м/с². Найти силу сопротивления воздуха (Н).*

Berilgan:	Yechilishi:
$m = 4\,\text{кг}$	$mg - F = ma$
$a = 8{,}5\text{м/с}^2$	$F = m(g - a)$
F=?	$F = 4 \cdot (10 - 8{,}5) = 4 \cdot 1{,}5 = 6\,H.$

Javob: 6 Н

§ 37. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ. УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ. ЗАКОН БЕРНУЛЛИ.

Ламинарный и турбулентный поток:

Познакомимся с некоторыми физическими величинами и понятиями, которые будут необходимы при изучении движения жидкости.

Совокупность частиц, движущихся с определенной скоростью, называется потоком жидкости.

Траектории частиц жидкости называются ***линиями течения***. На чертеже движение жидкости изображается линиями течения.

Линиями течения называются такие кривые, в каждой точке которых мгновенная скорость частицы жидкости направлена в обратном направлении (рис.37.1).

Обычно поверхностная плотность линий потока представляет скорость потока. Чем больше поверхностная плотность линий потока, то есть чем плотнее линии потока, тем больше скорость потока. Чем меньше поверхностная плотность линий потока, т. е. чем разреженнее расположены линии потока, тем меньше скорость потока (рис.37.2).

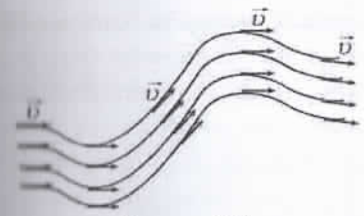


Рисунок 37.1

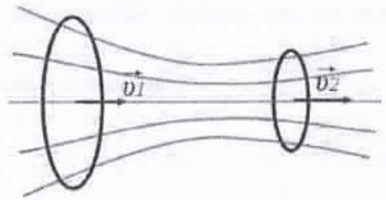


Рисунок 37.2

Слои жидкости движутся относительно друг друга до скорости, называемой определенной критической скоростью, т. е. относительное движение слоев текучей жидкости или газа не нарушается, каждый слой течет со своей скоростью. Такой поток называется ***слоистым*** или ***ламинарным*** потоком. В ламинарном потоке разница (градиент скорости) между скоростями соседних слоев будет незначительной, то есть эта разница будет меньше некоторого предельного значения. Если скорость потока превышает критическую скорость, взаимодействие движущихся слоев изменяет взаимное расположение частиц жидкости (газа), образуются сгустки (завихрения, вихри). Такой поток называется ***вихревым*** или ***турбулентным*** потоком. В турбулентном потоке разница скоростей (градиент скорости) между слоями, расположенными рядом, будет относительно больше, то есть эта разница будет больше некоторого порогового значения.

Часть жидкости, ограниченная линиями потока, называется трубкой потока. На рисунке 37.2 дано сечение одной из проточных трубок плоскостью чертежа. Поскольку скорость частиц направлена вдоль линий потока, частицы жидкости не могут выходить за пределы трубки потока.

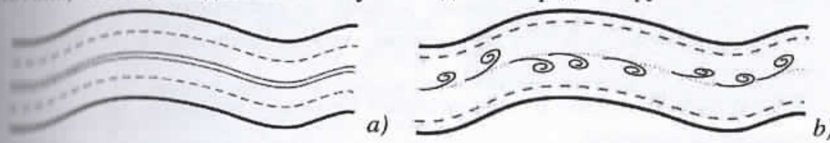


Рисунок 37.3

Смешивая порошок алюминиевой бронзы в жидкости или добавляя к нему струю краски, линии потока можно увидеть невооруженным глазом. При ламинарной утечке слои жидкости скользят друг относительно друга с большей скоростью, если они находятся дальше от стенки сосуда. В ламинарном потоке частица красителя, впрыскиваемая в трубку в флейту, остается строго ограниченной (рис.37.3-а). Поток становится турбулентным потоком, когда скорость увеличивается и достигает критического значения. Резкая граница между чистыми и окрашенными жидкостями исчезает, и во всех местах флейты образуется нерегулярный вихрь, то есть завитки (рис.37.3-б).

Скорость, с которой ламинарный поток переходит в турбулентный поток, называется критической скоростью.

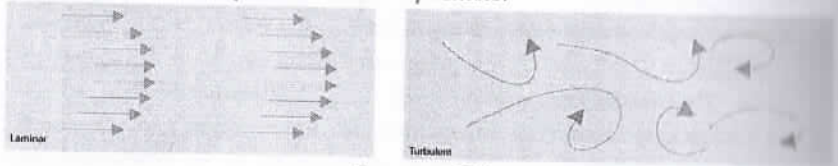


Рисунок 37.4

Ламинарные и турбулентные потоки движутся схематично, как на рисунке 37.4.

Ламинарные и турбулентные течения наблюдаются не только в жидкостях, но и в газах. Однако, поскольку газы имеют относительно небольшую плотность и являются пластичными, значение критической скорости будет намного больше, чем у жидкостей. Например, обычный бриз, наблюдаемый в нашей повседневной жизни, можно назвать ламинарным потоком. В то время как относительные ветровые потоки, возникающие при движении автомобилей и судов, можно назвать турбулентными потоками. Следовательно, сила сопротивления ветра прямо пропорциональна первой степени скорости на низких скоростях и квадрату скорости на больших скоростях.

Стационарный поток и непрерывность потока:

С потоком жидкости в трубах мы часто сталкиваемся в технике и в жизни. Примерами утечек жидкости в трубах являются утечки в водопроводной трубе, в канализации зданий, в смазочных и топливных трубах автомобилей, а также в системе кровообращения в организме человека и т. д.

Поток жидкости, линии потока которого не имеют разрывов, называется **стационарным потоком**.

Рассматривая жидкость как несжимаемую, можно определить связь между скоростью непрерывно протекающей жидкости и поперечным сечением флейты при отсутствии внутреннего трения. Для этого введем понятие жидкости.

Идеальной жидкостью называют жидкость, которая не сжимается и не имеет вязкости. Рассмотрим стационарный поток идеальной жидкости внутри флейты с поперечными сечениями S_1 и S_2, изображенный на рисунке 37.5.

Исходя из непрерывности потока, из сечений S_1 и S_2 за равные промежутки времени вытекает одинаковый объем жидкости.

$$V_1 = S_1 \ell_1 = S_1 \vartheta_1 t \quad \text{и} \quad V_2 = S_2 \ell_2 = S_2 \vartheta_2 t$$

Здесь $V_1 = V_2$ потому что $S_1 \vartheta_1 = S_2 \vartheta_2$ будет.

Это уравнение справедливо для любых участков потока и называется уравнением непрерывности потока.

$$\boxed{S_1 \vartheta_1 = S_2 \vartheta_2 = \ldots = S_N \vartheta_N = const} \quad (37.1)$$

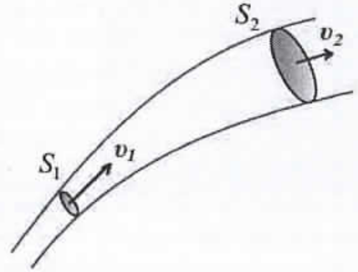


Рисунок 37.5

В стационарном потоке идеальных жидкостей скорость течения обратно пропорциональна поперечной поверхности сечения потока.

Если поток протекает в трубах разного диаметра, уравнение непрерывности потока будет следующим:

$$\boxed{\vartheta_1 R_1^2 = \vartheta_2 R_2^2 = \ldots = \vartheta_N R_N^2 = const} \quad (37.2)$$

Формула, выведенная выше, называется уравнением непрерывности потока.

Теорема непрерывности потока определяется так:

Объем жидкости, протекающей через одно поперечное сечение жидкости за единицу времени, равен объему жидкости, прошедшей за это время через другое поперечное сечение.

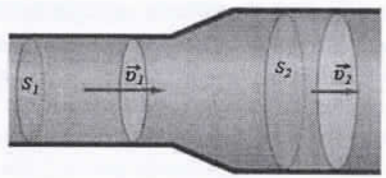


Рисунок 37.6

Теорема и уравнение непрерывности потока являются результатом свойства несжимаемости жидкости. По этому свойству объем жидкости V, прошедший за время t через поверхность S_1, проходит за это же время через другую поверхность S_2 (рис.34.6). Если бы эти объемы не были равны, где-то между двумя разрезами жидкость скапливалась бы, или выходила из отверстия, или проникала.

Так как в узких местах трубы увеличивается ее скорость, то увеличивается и кинетическая энергия. Если бы жидкость падала с какой-то высоты, то мы бы сказали, что кинетическая энергия увеличивается за счет уменьшения потенциальной энергии. Но поскольку нет никаких изменений потенциальной энергии, когда желоб находится горизонтально, возникает вопрос, не нарушается ли закон сохранения энергии. Конечно, закон сохранения энергии соблюдается везде. Действительно, поскольку полная энергия будет равна сумме кинетической и потенциальной энергий, мы можем говорить здесь о потенциальной энергии упругого взаимодействия. То, что мы сказали выше, что жидкость не сжимается, означает, что она не сжимается до такой степени, что ее объем изменяется ощутимо. Но жидкости подвергаются сжатию, хотя и очень незначительно, до такой степени, что возникают силы упругости. По этой причине эти силы упругости создают давление жидкости. Это сжатие, когда жидкости мало, большое в месте большого сечения, маленькое в месте малого сечения. Кроме того, давление будет большим в месте с большим сечением и маленьким в месте с малым сечением. В месте малого сечения увеличение скорости упругости происходит за счет уменьшения потенциальной энергии сил, то есть за счет уменьшения давления.

Если жидкость вытекает из отверстия с небольшой поверхностью с постоянной скоростью, можно определить массу жидкости, вытекающей из отверстия за определенный промежуток времени. Это будет $\rho=\frac{m}{V}$ из формулы нахождения плотности $m=\rho V=\rho S \ell=\rho S \vartheta t$.

Следовательно, если жидкость с плотностью ρ вытекает из отверстия на поверхности S со скоростью ϑ, то масса жидкости, выбрасываемой за время t, равна:

$$\boxed{m=\rho S \vartheta t} \qquad (37.3)$$

Tezligi va ko‘ndalang kesim yuzasi ma’lum bo‘lgan oqimning quvvatini aniqlash mumkin. Bunda suyuqlik bosimi biror Δm massali suyuqlik elementiga 0 dan ϑ gacha tezlik berishda kinetik energiyalar farqiga teng bo‘lgan $A=\frac{\Delta m\vartheta^2}{2}-0=\frac{\Delta m\vartheta^2}{2}$ ish bajaradi. Можно определить мощность потока, скорость которого известна, и поверхность поперечного сечения. При этом давление жидкости Δm выполняет работу, равную разности кинетических энергий при передаче скорости от 0 до ϑ жидкому элементу с массой $A=\frac{\Delta m\vartheta^2}{2}-0=\frac{\Delta m\vartheta^2}{2}$ массивный жидкий элемент S с поверхности так как массивный жидкий элемент S с поверхности на выходе ϑ набирает скорость

Δm массивный жидкий элемент S достигает скорости ϑ на выходе из поверхности. При этом, учитывая $\Delta m=\rho \Delta V=\rho S \Delta \ell=\rho S \vartheta \Delta t$, мощность будет, так как это скорость выполнения работы.

$$N=\frac{A}{\Delta t}=\frac{\Delta m \vartheta^2}{2\Delta t}=\frac{\rho S\ \vartheta\ \Delta t\ \vartheta^2}{2\Delta t}=\frac{\rho S \vartheta^3}{2}$$

Даниил Бернулли
(1700–1782

Швейцарский физик, математик, механик и один из основоположников кинетической теории газов, теории гидродинамики, уравнений математической физики Даниил Бернулли родился 8 февраля 1700 года в Гронингене, Нидерланды. Помимо работы в Базельском университете, он вел научную деятельность в Швейцарии и Российской империи. Его отец Иоганн Бернулли был научным руководителем. Больше всего времени он уделял работе над математико-физическими уравнениями и дифференциальными уравнениями, наряду с основоположниками математической физики Даламбером и Эйлером. Он одним из первых пришел к убеждению, что причиной давления газа является тепловое движение молекул, и на этой основе объяснил закон Бойля-Мариотта. Он вывел уравнение стационарного потока несжимаемых жидкостей. Он утверждал, что центробежная сила-это не реальная сила, а сила, зависящая от системы отсчета. Он умер 17 марта 1782 года в Базеле, Швейцария.

Следовательно, если жидкость с плотностью ρ вытекает из отверстия с поверхностью S со скоростью ϑ, мощность потока жидкости будет равна:

$$\boxed{N=\frac{1}{2}\rho S \vartheta^3} \qquad (37.4)$$

Demak, agar yuzasi S bo‘lgan teshikdan zichligi ρ bo‘lgan suyuqlik ϑ tezlik bilan otilib chiqayotgan bo‘lsa, suyuqlik oqimining quvvati quyidagicha bo‘lar ekan:

Закон Бернулли:

В потоке идеальных жидкостей выполняется закон сохранения механической энергии, то есть ее кинетическая энергия может быть преобразована в потенциальную энергию и наоборот. Поскольку известно, что в жидкости кинетическая энергия физически выделенной массы определяется скоростью ее движения, а потенциальная энергия-давлением внутри жидкости, то где скорость потока больше, здесь давление должно уменьшаться, и наоборот.

Давление внутри жидкости обычно измеряется жидкостным монометром. Грань отверстия жидкостного монометра будет состоять из стеклянной флейты, расположенной параллельно линиям потока жидкости (флейта а на рис.37.7). Если грань отверстия флейты установить перпендикулярно линиям потока (рис.37.7 Б флейта), то некоторое уменьшение кинетической энергии жидкости, поступающей на флейту, приведет к увеличению ее дополнительной потенциальной энергии, т. е. к дополнительному увеличению высоты на флейте.

Давление, измеряемое с помощью флейты A, является статическим давлением, в то время как на флейте B, напротив, возникает дополнительное динамическое давление. Флейта B, которая позволяет измерять общее давление $p_{общ}$, состоящее из суммы динамического и статического давлений, называется флейтой Пито.

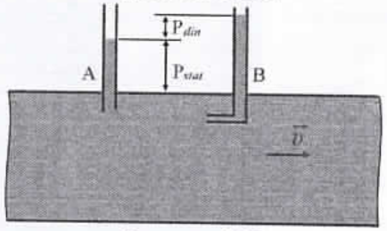


Рисунок 37.7

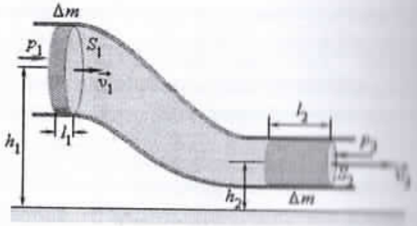


Рисунок 37.8

Чтобы определить связь между скоростью потока и давлением идеальной жидкости, предположим , что общая энергия $W_{общ}$ потока жидкости с массой Δm, переданной через сечение S, равна сумме ее кинетических $W_k = \frac{\Delta m \vartheta^2}{2}$, потенциальных энергий $W_p=mgh$ и работы $A=F\ell=pS\ell$, проделанной внешней силой над жидкостью, т. е $W_{общ} = A + W_p + W_k = PS\ell + \Delta mgh + \frac{\Delta m\vartheta^2}{2}$. Если рассматривать жидкость как идеальную жидкость, т. е. не учитывать внутреннее трение и вязкость, то полная механическая энергия жидкости с массой Δm не уменьшается. Во всех точках трубы, изображенных на рисунке 37.8, полные механические энергии жидкости с массой Δm выходят равными, в частности, в сечениях 1 и 2 они также одинаковы.

$$W_{общ.1} = W_{общ.2}\,, \rightarrow\ A_1 + W_{П1} + W_{k1} = A_2 + W_{p2} + W_{k2}\,, \rightarrow\ P_1 S_1 \ell_1 + \Delta mgh_1 + \frac{\Delta m\vartheta_1^2}{2} =$$

$$= P_2 S_2 \ell_2 + \Delta mgh_2 + \frac{\Delta m\vartheta_2^2}{2}$$

Разделим обе части этого уравнения на объем $\Delta V = S_1\ell_1 = S_2\ell_2$ жидкости с массой Δm, то

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho\vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho\vartheta_2^2}{2}$$

составляется уравнение. Это уравнение называется уравнением Бернулли.

Общий вид уравнения Бернулли будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho\vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho\vartheta_2^2}{2} = \ldots = P_N + \rho g h_N + \frac{\rho\vartheta_N^2}{2} = const} \qquad (37.5)$$

Уравнение Бернулли – это применение закона сохранения энергии к идеальным жидкостям. В этом уравнении первый член Р называется давлением в жидкости, второй член $P_{стат}=\rho gh$ – статическим давлением, а третий член – $P_{дин} = \frac{\rho\vartheta^2}{2}$ называется динамическим давлением.

Уравнение Бернулли является применением закона сохранения энергии к потоку жидкостей.

Теперь давайте познакомимся с несколькими применениями уравнения Бернулли.

Докажем, что с большой поверхностью давление велико, а скорость мала, и наоборот, с малой поверхностью давление мало, а скорость велика. На рисунке 37.9 будет уравнение Бернулли для сечений 1 и 2 $P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho\vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho\vartheta_2^2}{2}$. Поскольку речь идет не о внешнем давлении, Р1=Р2 будет. Поэтому уравнение Бернулли принимает вид $\rho g h_1 + \frac{\rho\vartheta_1^2}{2} = \rho g h_2 + \frac{\rho\vartheta_2^2}{2}$. Следовательно, полное давление представляет собой сумму статического и динамического давления $P_{общ} = P_{стст} + P_{дин}$, т. е. $P_{стат.1} + P_{дин.1} = P_{стат.2} + P_{дин.2}$. Из этого можно сделать вывод, что поскольку полное давление является одинаковым в двух сечениях, где статическое давление велико, динамическое давление мало, а где статическое давление мало, динамическое давление велико, то есть при $h_1>h_2$ то $\vartheta_1 < \vartheta_2$ оно равно. Также можно сказать, что при $h_1>h_2$ da поток будет $S_1>S_2$ в соответствии с уравнением непрерывности.

Таким образом, в сечении жидкости, где поверхность большая, давление также велико, а в сечении, где поверхность маленькая, давление также мало. Другими словами, оказывается, что в сечении, где жидкость течет медленно, давление велико, а в сечении, где жидкость течет быстро, давление также мало (рис.37.9).

$$\boxed{\textit{Если}\ \begin{cases} S_1 > S_2 \\ \vartheta_1 < \vartheta_2 \end{cases},\ \textit{то}\ \ P_1 > P_2\ \textit{будет}} \qquad \textbf{(37.6)}$$

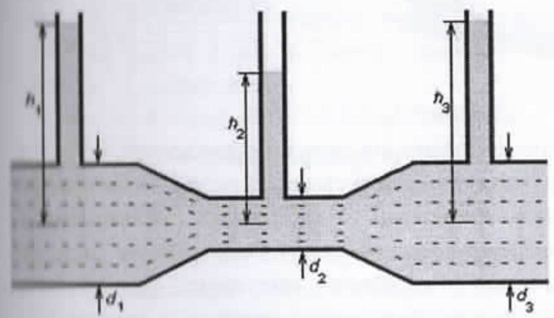


Рисунок 37.9

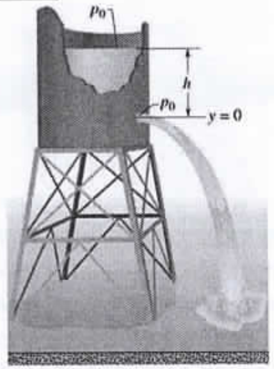


Рисунок 37.10

Теперь определим скорость жидкости, выбрасываемой через отверстие в основании цилиндрического сосуда, и скорость падения уровня жидкости в сосуде. По основанию уравнении Бернулли $P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$. Поскольку нет внешнего давления, $P_1=P_2=0$. Кроме того, $h_1=H$, $h_2=0$. Когда мы помещаем их в уравнение, получается $\rho g H + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$. Умножив обе части уравнения на $\frac{2}{\rho}$, получим выражение $2gH + \vartheta_1^2 = \vartheta_2^2$ (*). Из уравнения непрерывности мы находим скорости, поместив $S_1\vartheta_1= S_2\vartheta_2$ или $\vartheta_2 = \frac{S_1}{S_2}\vartheta_1$ (*).

$$2gH + \vartheta_1^2 = \left(\frac{S_1}{S_2}\vartheta_1\right)^2, \ \rightarrow \ 2gH = \frac{S_2^2 - S_1^2}{S_2^2}\vartheta_1^2, \ \rightarrow \ \vartheta_1 = \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2gH}, \ \rightarrow$$

$$\vartheta_2 = \frac{S_1}{S_2}\vartheta_1 = \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2gH}$$

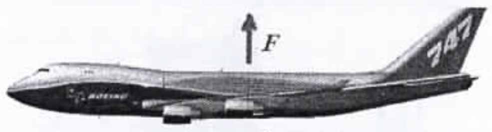
Таким образом, получается, что скорость падения столба жидкости ϑ_1 и скорость ее выброса из отверстия ϑ_2 будут (рис. 37.10):

$$\boxed{\vartheta_1 = \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}\sqrt{2gH}, \quad \vartheta_2 = \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}\sqrt{2gH}} \tag{37.7}$$

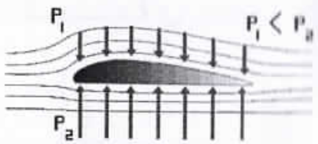
Если мы рассмотрим $S_1 >> S_2$ в приведенной выше формуле, формула примет следующий вид:

$$\boxed{\vartheta_1 \approx \frac{S_2}{S_1}\sqrt{2gH}, \quad \vartheta_2 \approx \sqrt{2gH}} \tag{37.8}$$

Скорость жидкости в каждой точке пространства, по которой течет жидкость, называется стационарным давлением, если она не изменяется во времени.



a)



b)

Рисунок 37.11

Закон Бернулли справедлив не только для движения жидкостей, но и для движения газов. В частности, подъемная сила самолета основана именно на законе Бернулли. Большинство самолетов и дирижаблей изготавливают дельфиновидными или полукапельчатыми (рис.37.11-а). Точно так же поперечные разрезы их крыльев напоминают полукруги (рис.37.11-б). Поскольку нижняя часть самолета и крыльев гладкая, скорость и поверхность потока не изменяются при прохождении воздушного потока через это место.

Благодаря этому можно сказать, что давление в нижней части равно атмосферному давлению. А так как верхняя часть самолета и крылья имеют обтекаемую форму, то линии воздушного потока, проходящие через это место, сближаются, то есть поверхность потока сжимается. Это приводит к уменьшению давления с увеличением скорости потока. Соответственно, давление в верхней части можно сказать меньше атмосферного. Разница давлений, возникающая в верхней и нижней частях самолета, создает подъемную силу самолета. И когда крылья самолета движутся вверх, эта подъемная сила еще больше увеличивается.

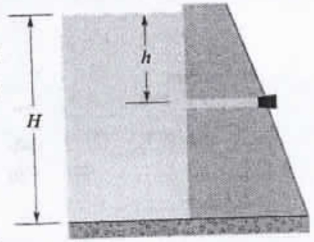
Вопросы по теме

1. Что называют ламинарным и турбулентным потоком?
2. Опишите правило теоремы о непрерывности.
3. Запишите формулу уравнения непрерывности.
4. Запишите уравнение Бернулли? Что такое гидродинамическое давление?
5. Какое давление там, где течет медленно и быстро? Объясните свой ответ.
6. Опишите причину полета самолета.
7. Как изменяется скорость воздушного потока, когда мы дышим одним носом?

Решение задач:

1. Глубина пресного водоема, стоящего перед плотиной, равна H=12 м. На глубине h=6 м по горизонтали проходил труба диаметром d=4 см (см. рис.ниже). Засор предохраняет трубу от прорыва. Найти силу трения между пробкой и внутренней стенкой желоба. Определите объем воды, которая будет вытекать в течение 3 часов, если пробка открыта. $g = 9{,}81\ m/s^2$.

Дано:	*Решение:*
H=12 м *h=6 м* *d=4 см* *t=3 час*	*Гидростатическое давление на уровне, на котором находится отверстие* $P = \rho g h = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 6 = 58860\,Па$
$\Delta P = ?$	*это давление равно пробке*



$$F = PS = P\frac{\pi d^2}{4} = 58860 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-4}}{4} =$$

=73,93 Н нажимает с силой. И сила трения между пробкой и стенкой желоба удерживает с той же силой. Если пробка снята и отверстие в желобе открыто, вода выходит из отверстия быстро. В этом случае t=3 часа из отверстия

$$\vartheta=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 6}=10{,}85\,м/с$$

$$V=S\ell=\frac{\pi d^2}{4}\vartheta t=\frac{3{,}14\cdot 16\cdot 10^{-4}}{4}\cdot 10{,}85\cdot 3\cdot 3600=147{,}2\,м^3$$

Расход воды равен к объему

Ответ: $\vartheta=10{,}85$ м/с; $V=147{,}2\,м^3$

2. Диаметр широкого участка горизонтальной трубы-6 см. Скорость воды в сечении В 30 см/с, давление 1атм. На какую высоту поднимается вода в вертикальной трубе, присоединенной к узкому участку той же трубы диаметром 2 см?

Berilgan:	Yechilishi:
$d_1=6см=6\cdot 10^2\,м$	По уравнению Бернулли
$d_1=2см=2\cdot 10^2\,м$	$$P_1+\frac{\rho\vartheta_1^2}{2}=P_2+\frac{\rho\vartheta_2^2}{2}$$
$\vartheta_1=30\,см/с=0{,}3\,м/с$	Как давление в вертикальной трубе отличается от атмосферного давления.
$P_1=1атм=10^5\,Па$	$$P_1-P_2=\frac{\rho}{2}\left(\vartheta_2^2-\vartheta_1^2\right)\quad (1)$$
h=?	

Недостаток давления уравновешивается столбом воды в вертикальной трубе. Вес такого столба равен ρShg, S – здесь-поперечное сечение вертикальной трубы он сбалансирован с толщей воды. Вес такого столба равен, где-поперечное сечение вертикальной трубы. Итак

$$\rho Shg=(P_1-P_2)S$$

Из этого формируется

$$h=\frac{P_1-P_2}{\rho g}\qquad (2)$$

В соответствии с уравнением непрерывности

$$S_1\vartheta_1=S_2\vartheta_2\quad yoki\quad \frac{\pi d_1^2}{4}\vartheta_1=\frac{\pi d_2^2}{4}\vartheta_2$$

Здесь S_1 и S_2 - поперечные сечения широкой и узкой частей трубы. Значение плотности воды в узком сечении трубы будет ϑ_2.

$$\vartheta_2=\vartheta_1\frac{d_1^2}{d_2^2}\quad (3)$$

(1) va (3) когда мы помещаем формулы, мы определяем запрашиваемую величину.

$$h=\frac{P_1-P_2}{\rho g}=\frac{\frac{\rho}{2}\left(\vartheta_2^2-\vartheta_1^2\right)}{\rho g}=\frac{1}{2g}\left(\vartheta_1^2\frac{d_1^4}{d_2^4}-\vartheta_1^2\right)=\frac{\vartheta_1^2}{2g}\left(\frac{d_1^4}{d_2^4}-1\right)$$

Теперь вычислим заданные величины, подставив их.

$$h=\frac{0{,}3^2}{2\cdot 9{,}8}\left(\frac{\left(6\cdot 10^{-2}\right)^4}{\left(2\cdot 10^{-2}\right)^4}-1\right)=\frac{0{,}09}{19{,}6}\cdot 80=0{,}37\,m=37\,см$$

Ответ: h=37 см

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВЕ V

Лабораторная работа: № 7.

Определение плотности тел правильной геометрической формы.

Цель работы: определение их плотности путем измерения массы различных правильных геометрических фигур с помощью весов, а объема-по их линейным размерам.

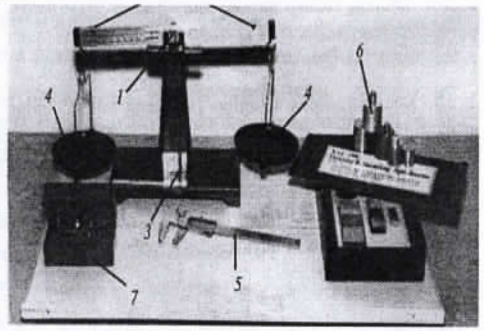
Необходимые инструменты и оборудование: тела из различных веществ правильной геометрической формы, весы, чешущчатые камни, штангенциркули. to'g'ri geometrik shakldagi turli xil moddalardan yas'algan jismlar, tarozi, tarozi toshlari, shtangensirkul.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Плотности веществ различны в зависимости от их вида. Плотность вещества (ρ) определяется по массе и объему тела следующим образом:

$$\rho=\frac{m}{V}\ (1)$$

Где m-масса тела, V — его объем. В СИ в качестве единицы плотности принят [кг/м3]. Масса тела взвешивается с помощью весов. А его размер определяется по его линейным размерам.



Приведем выражения для определения объемов тел, имеющих разную правильную геометрическую форму.

1. Прямой параллелепипед. Если основание параллелепипеда имеет длину a, ширину b и высоту h, его объем рассчитывается:

$$V=abh.\quad (2)$$

Если масса тела в форме параллелепипеда, взвешенного на весах, равна m, то по выражению (1) его плотность находится в:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{abh}\qquad (3)$$

2. Куба. Когда длина ребра куба равна l, его объем рассчитывается как:

$$V=l^3 \quad (4)$$

Когда масса взвешенного кубического тела равна m, его плотность рассчитывается по выражению (1):

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m}{l^3} \quad (5)$$

3. Цилиндр. Объем цилиндра, высота которого равна H, а диаметр основания d, вычисляется как:

$$V=\frac{1}{4}\pi d^2 H \quad (6)$$

Если масса тела цилиндрической формы, взвешенного на весах, равна m, то его плотность рассчитывается по выражению (1):

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{4m}{\pi d^2 H} \quad (7)$$

Строение и эксплуатация устройства

Общий вид прибора для определения плотности твердых тел правильной геометрической формы представлен на рисунке 9. Устройство состоит из набора Весов, чешуйчатых камней, штангенциркулей и различных веществ правильной геометрической формы-тел, изготовленных из них. Основная часть прибора состоит из бензиновых Весов модели KSE-4001, с помощью которых измеряется масса тела с точностью до 0,2 г. Перед запуском весов в работу плечи Весов приводят в горизонтальное положение с помощью нагрузок всасывающего тонуса на его правое и левое плечи. Горизонтальное положение плеч Весов определяется с помощью стрелки, закрепленной на оси вращения плеч.За стрелкой находится градуированная шкала, конец которой соответствует положению «0» шкалы, стрелка находится в вертикальном положении, что означает, что плечи шкалы находятся в горизонтальном положении.

Выбрав одно из тел, представленных в наборе KSE-4065, определяют его геометрические размеры с помощью штангенциркуля, после чего вычисляют его объем.Чтобы определить массу объекта, его аккуратно помещают в правый контур Весов. До тех пор, пока плечо Весов не станет горизонтальным, камни Весов помещаются в его левую ладонь. Масса тела определяется по камням весов в левом контуре, когда наконечник стрелки находится в положении «0» шкалы. На основании полученных результатов вычисляется плотность объекта по выражению (1).

1- рис. Обзор устройства.

1 – балансировочные весы; 2 – балансировочный балансировочный баланс плеч весов; 3 – стрелка, закрепленная на оси вращения плеч; 4-контуры

весов; 5 — штангенциркуль; 6 — совокупность тел, плотность которых определяется; 7-камни в чешуе.

Ishni bajarish tartibi

1. Ознакомившись с инструкцией по выполнению лабораторных работ, получите разрешение преподавателя на выполнение работы.
2. Определить с помощью весов массу тел, имеющих правильную геометрическую форму заданного многообразия.
3. Измерьте линейные размеры тел с помощью штангенциркуля.
4. Вычислить их объемы по форме тел, используя выражения (2), (4) и (6).
5. Определите плотность каждого тела, зная его массу и объем.

№	a, (см)	b, (см)	h, (см)	V (см^3)	m (кг)	ρ, (кг/м^3)	$\overline{\rho}$, (кг/м^3)	$\Delta\rho$, (кг/м^3)	$\Delta\overline{\rho}$, (кг/м^3)	ξ_r, (%)
1										
2										
3										

Nazorat uchun savollar

1. Что называется массой вещества?
2. Что такое инерция и гравитационная масса?
3. Что называется плотностью вещества и как она определяется?
4. В каких единицах измеряется плотность?

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ V

1. Каково ускорение его подъема, когда тела, плотность которого меньше, чем у жидкости, отпускается со дна жидкости?

A) $a \leq g$ B) $a = g$ C) $a < g$ D) $a > g$ E) $a \approx g$

2. Каково ускорение его погружения, когда тела, плотность которого больше, чем у жидкости, выбрасывается в жидкость?

A) $a \leq g$ B) $a = g$ C) $a < g$ D) $a > g$ E) $a \approx g$

3. С каким ускорением в воде (м/с^2) падает кусок пластика плотностью $2,5 \cdot 10^3$ kg/m^3? Не учитывайте силу сопротивления.

A) 6 B) 5 C) 2,5 D) 1 E) 10

4. Осколок стекла падает в воду со скоростью $6\ м/с^2$. Найти плотность бутылки ($кг/м^3$). Не стоит недооценивать силу сопротивления движению.

A) 1200 B) 1500 C) 1600 D) 2500 E) 4000

5. Какое наименьшее усилие (H) необходимо приложить к предмету массой $50\ кг$, плотность которого в 2 раза больше плотности воды, чтобы поднять его в воде с ускорением $2\ м/с^2$?

A) 50 B) 100 C) 350 D) 400 E) 450

6. Аэростат весом Р падает с постоянной скоростью. При сбрасывании груза какого веса аэростат начинает подниматься вверх с такой же скоростью? Сила Архимеда равна Q, сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости.

A) $2(P-Q)$ B) $P-2Q$ C) $P-Q$ D) $2P-Q$ E) $P-Q/2$

7. В чашу, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда, помещают ртуть и воду одинакового веса. Высота слоя ртути-$12\ см$. Найдите высоту слоя воды, давление на дно чаши и на стенку чаши на высоте $6\ см$ от дна чаши.

A) $h_2=2{,}63м;\ P=63кПа;\ P'=24кПа$ B) $h_2=1{,}63м;\ P=63кПа;\ P'=42кПа$

C) $h_2=1{,}63м;\ P=33кПа;\ P'=24кПа$ D) $h_2=0{,}63м;\ P=63кПа;\ P'=24кПа$

E) $h_2=1{,}93м;\ P=93кПа;\ P'=52кПа$

8. Ртуть помещалась в два сообщающих сосуд, один из которых был в 4 раза больше другого. На сколько изменится уровень ртути, если в емкость малого диаметра поместить воду высотой 70 см?

A) $\Delta h_1=0{,}5см;\ \Delta h_2=5{,}8см$ B) $\Delta h_1=0{,}3см;\ \Delta h_2=4{,}8см$

C) $\Delta h_1=1{,}3см;\ \Delta h_2=3{,}8см$ D) $\Delta h_1=0{,}8см;\ \Delta h_2=8{,}3см$

E) $\Delta h_1=1{,}5см;\ \Delta h_2=2{,}8см$

9. Шарик, сделанный из цинка с внутренней пористостью и внешним объемом $300\ см^3$, плавает в воде, наполовину погруженный. Определите размер пористой части сферы ($см^3$).

A) 300 B) 175 C) 95 D) 279 E) 350

10. Во сколько раз увеличивается скорость в сечении, в котором поперечное сечение канавки, по которой течет жидкость, уменьшается в 3 раза?

A) 3 раз B) 5 раз C) 9 раз D) 1,73 раз

11. На дне емкости, поверхность которой достаточно большая, имеется небольшое отверстие. Высота горшка - $80\ см$. Чему равна скорость выброса воды из отверстия при заполнении этой емкости водой ($м/с$)?

A) 16 B) 4 C) 9 D) 2

12. Какая сила давления поверхностного парафинового столба $200\ см^2$ действует на боковую стенку цистерны, заполненной керосином (H)? Центр поверхности находится на глубине $60\ см$ от поверхности парафина.

A) 86 B) 105 C) 65 D) 96

V BOBGA DOIR TOPSHIRIQLAR

1. В гидравлическом прессе малый поршень имеет площадь $6см^2$, а большой-$600см^2$ площадь. На маленький поршень действует $400\ H$ сил, на большой $16\ 000\ H$ сил. Сколько выигрыш дает сила? Что делать, когда нет трения?

2. Какой будет сила, уравновешивающая силу давления, если давление $12\cdot10^5\ Pa$, оказываемое жидкостью на поршень насоса с гранью $250см^2$ равно?

3. Определить давление в воде, спирте и ртути на глубине $0{,}5\ м$. Плотность спирта равна $800kg/m^3$.

4. На какой глубине в воде давление будет равно $5\cdot10^5\ Па$, если атмосферное давление на свободную поверхность воды будет равно давлению ртутного столба высотой $760\ мм$?

5. Провести график распределения давления в водоеме с интервалом от поверхности воды до глубины $10\ м$. Возьмем атмосферное давление, равное $97{,}3\ кПа$.

6. На сколько сместится уровень воды в открытом колене водяного манометра, подключенного к нему, если давление в сосуде изменится на $266{,}6\ Па$?

7. В сообщающихся сосудах столб воды высотой $10{,}35\ см$ уравновешивается минерального масла высотой $11{,}5\ см$. Определите плотность этого масла.

8. В сообщающихся сосудах сначала наливали ртуть, затем в одну из емкостей заливали масло высотой $48\ см$, а в другую-керосин высотой $20\ см$. Определите разницу между уровнями ртути в сообщающихся сосудах.

9. Барометр показывал $1{,}013\cdot10^5\ Pa$ у подножия горы и $0{,}962\cdot10^5\ Pa$ у вершины горы. Какова высота горы?

10. Вес осколка стекла массой $140\ г$ в воде равен $0{,}82\ H$. Какова плотность бутылки?

11. Какова плотность бензина, если кусок металла массой $7{,}8\ H$ весит в воде $6{,}8\ H$, а в бензине-$7{,}1\ H$?

12. Может ли цветок сосны с объемом $0{,}5 м^3$ в воде выдержать человека массой *70 кг*? Плотность сосны равна $440 кг/м^3$.

13. Какой может быть поверхность плоского льда толщиной 50 см, способного выдержать человека весом *750 Н*? Плотность льда $900 kg/m^3$.

14. Найти расход газа в трубе, если известно, что за 30 минут через поперечное сечение трубы прошло *0,6 кг* углекислого газа. Возьмем, что плотность газа равна $7{,}5\ kg/m^3$, а диаметр трубы *2см*.

15. Какое усилие необходимо приложить к поршню горизонтально расположенного разбрызгивателя воды, чтобы скорость $\vartheta = 10 м/с$ протекающей воды была? Радиус поршня $R = 2 см$. Не учитывайте трение.

16. Найти работу, выполненную при перемещении воды с объемом $2m^3$ по горизонтальной трубе переменного сечения от сечения с давлением *50 кПа* до сечения с давлением *20 кПа*.

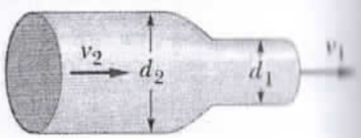
17. Каждую секунду в емкость наливается *0,2 л* воды. При этом каким должен быть диаметр отверстия в дне сосуда, чтобы уровень воды в сосуде оставался неизменным на высоте *8,3 см*?

18. Большой аквариум высотой *5 м* наполняют пресной водой до высоты *2 м*. Одна боковая стенка аквариума выполнена из пластика и имеет ширину *9 м*. Если в результате повторного погружения в аквариум уровень воды увеличился до *4 м*, на сколько увеличилась сила гидростатического давления от воздействия той же боковой стенки?

19. Когда стальной якорь массой *7870 кг/м³* был брошен в воду, он стал легче на *210 Н*. Чему равен объем и масса якоря? $g = 9{,}81\ м/с^2$.

20. Полый шар с внутренним радиусом 8 см и внешним радиусом *9 см* плавает наполовину погруженным в жидкость с плотностью $820 kg/m^3$. Чему равны плотность и масса материала сферы? $g = 9{,}81\ м/с^2$.

21. Вода течет по горизонтальной трубе, как на рисунке, а затем выбрасывается наружу в воздух со скоростью $\vartheta_1 = 15$ *м/с*. Диаметры желобов равны $d_1 = 3$ *см* и $d_2 = 5$ *см*. сколько кг воды вытекает за время $t = 10$ *мин*? ϑ_2 чему равна скорость? Что такое давление в широкой трубе?



МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

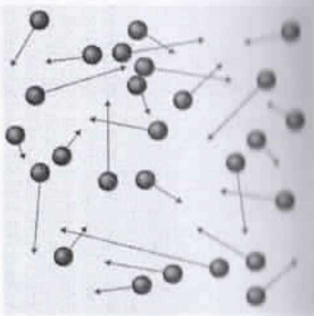
Какова внутренняя структура любого вещества? Имеет ли он целостную, непрерывную или зернистую, дискретную структуру, похожую на песчаную гущу? Вопрос о том, имеет ли вещество внутреннее строение, был поставлен еще в Древней Греции, но ответить на этот вопрос не удалось из-за отсутствия экспериментальных данных. Идею атомизма о строении материи, высказанную древнегреческими мыслителями Левкиппом и Демокритом, невозможно было проверить более двух тысяч лет. В результате со временем их учение начинает уходить в небытие. К Средним векам были выдвинуты гипотезы о том, что структура вещества имеет непрерывный характер, и были попытки объяснить это через невесомую жидкость, которая может проникать в тело в каждом состоянии вещества и выходить из тела. Например, в то время считалось, что нагревание или охлаждение тела происходит из-за добавления теплорода к телу, в то время как тело нагревается и наоборот охлаждается.

Молекулярная физика-это большой раздел физики, изучающий строение вещества, физические свойства, зависимость агрегатных состояний вещества от температуры и тепла, газовые законы, термодинамику и ее законы и др.

В этом учебнике, мы изучим молекулярную физику в следующих частях:

- *Молекулярно-кинетическая теория*
- *Основы термодинамики*
- *Внутренние свойства веществ*

ГЛАВА VI. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ



В середине XVII века французский ученый Гессенди возвращается к взглядам Демокрита и утверждает, что существуют такие вещества, которые нельзя далее разделить на части, у каждого вещества есть свои атомы.

В конце XIX века английский ученый Далтон, используя представления об атомах и молекулах, показал, что можно вывести формулу, известную из опыта. Этим он научно обосновал молекулярную структуру вещества. После этого существование атомов и молекул было признано большинством ученых.

В начале XX века были измерены размеры, массы и скорости движения молекул вещества, а также определено расположение атомов того или иного вещества. Одним словом, создание кинетической теории строения вещества завершено.

§38. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ (МКТ).

Теория о том, что все вещества состоят из молекул или атомов, являющихся мельчайшими частицами, называется молекулярно-кинетической теорией.

При изучении молекулярно-кинетической теории вводится слой идеального газа. Идеальный газ-это реальный газ, состоящий из молекул или атомов, которые не взаимодействуют друг с другом на расстоянии. Молекулы и атомы идеального газа "чувствуют " друг друга только при столкновении. Молекулы идеального газа довольно разрежены, и на больших расстояниях не ощущаются ударные силы, поэтому не обладают ударной (потенциальной) энергией. Только сумма кинетических энергий составляет внутреннюю энергию идеального газа. Воздух является ярким примером идеального газа. Идеальными газами можно считать газы, находящиеся под давлением меньше *4-5 МПа.*

Молекулярно-кинетическая теория строится на следующих положениях:

I. Все вещества состоят из молекул и атомов. Молекулы имеют размер и массу;

II. Между молекулами существует межмолекулярное пространство;

III. Молекулы движутся непрерывно, хаотично ;

IV. Между молекулами существуют силы взаимного притяжения и отталкивания;

V. Процесс столкновения происходит абсолютно- упруго;

Теперь давайте сосредоточимся на вышеуказанных терминах один за другим.

I. Чтобы доказать, что молекулы имеют размерность, проведем следующий эксперимент. При накапавани в воду капли оливкового масла размером *1 мм³* масло образует на поверхности воды маслянистый налет площадью *0,6 м²*. Рассчитаем диаметр молекулы оливкового масла, считая, что масло растекается по поверхности воды толщиной в одну молекулу.

$$d=\frac{V}{S}=\frac{1 мм^3}{0,6 м^2}=\frac{10^{-9} м^3}{0,6 м^2}=16,7\cdot10^{-10} м=16,7\mathring{A}.$$

Где: Å-Ангстрем – это единица длины, используемая для оценки размера молекул.

$$\boxed{1\mathring{A}=10^{-10} м} \qquad (38.1)$$

Поскольку оливковое масло является углеводородом, то есть потому, что его молекула состоит из сотен атомов, размер оливкового масла оказался намного больше. Обычное неорганическое вещество будет состоять из нескольких атомов, не более десяти атомов. Поэтому их размер оказывается намного меньше, чем у оливкового масла. Показателем экспериментов является то, что водород имеет диаметр приблизительно (H) атома *1Å*, диаметр молекулы кислорода (O_2) *2,6 Å*, диаметр молекулы воды (H_2O) *3Å* и так далее.

Попробуем посчитать, сколько молекул содержится в воде объемом *1 мм³*.

$$d_{вода}=3\cdot10^{-10} м,\ V_0=d^3_{вода}=27\cdot10^{-30} м^3,\quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\ N=\frac{V}{V_0}=\frac{1 см^3}{27\cdot10^{-30} м^3}=\frac{10^{-6} м^3}{27\cdot10^{-30} м^3}=3,7\cdot10^{22}\ ta$$

Следовательно, в *1 мм³* объемной воды будет $3,7\cdot10^{22}$ молекулы. А масса одной молекулы будет равна:

$$m_0=\frac{m}{N}=\frac{1 gr}{3,7\cdot10^{22}}=2,7\cdot10^{-26}\ кг$$

Поскольку молекулы настолько малы по размеру, их невозможно увидеть. Однако с помощью электронных микроскопов, являющихся продуктом технического прогресса, можно увидеть крупные молекулы, например, молекулы белка размером *40 Å*. А возможность наблюдать такие предложения-неопровержимое доказательство их истинного существования.

II. Когда мы сжимаем газ с той же массой, который находится под поршнем, газ с той же массой помещается в меньший объем. Дело не в том, что молекулы давят друг на друга, а в том, что межмолекулярное расстояние уменьшается.

При добавлении $10\ см^3$ спирта в $10\ см^3$ воды образуется более $19,5\ см^3$ смеси (водки). Еще более очевидно, что существует межмолекулярное пространство.

При давлении $P=5000\ МПа$ на жидкость, стоящую в твердом металлическом сосуде, молекулы жидкости всасываются между молекулами металла. Или же он расширяется в объеме при нагревании металла. При этом не только изменяется размер молекулы, но и увеличивается межмолекулярное расстояние.

Следовательно, оказывается, что вещество находится в любом из агрегатных состояний газа, жидкости и твердого тела, между их молекулами существует пространство. В этом пустом объеме происходит хаотичное движение молекул

III. Мы можем видеть, что молекулы ведут себя непрерывно, хаотично (хаотично) на примерах явлений броуновского движения и диффузии.

Броуновское движение:

Это непрерывное, хаотичное движение частицы, находящейся в жидкости или газе, называется броуновским движением. В 1827 году английский ботаник Р. Броун наблюдал в микроскоп частицы цветочной пыли, которые растворялись в воде. То, что он увидел, удивило его. По этому поводу он писал: «Размеры очень малы, от четырех до пяти тысяч долей дюйма в длину, очень малы (т. е. *5 — 6 мкм*), при работе с частицами или зернами, погруженными в воду, я наблюдал, как многие из них находятся в движении. Эти движения были таковы, что после долгих повторных наблюдений я убедился, что эти движения происходят не от потоков жидкости и не от ее постоянного испарения, а от самих частиц». Броун также отметил, что частицы движутся по очень разнообразным траекториям; они двигались хаотично.

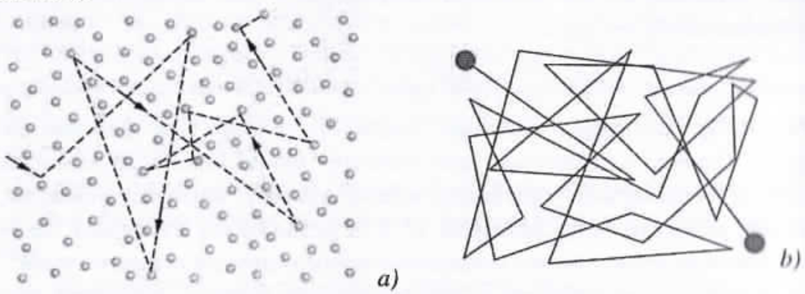


Рисунок 38.1

Броун обозначил точками положение частицы, опущенной в жидкость за равные промежутки времени, и последовательно соединил точки. Тогда получились ломаные линии,как на рис. 38.1-а. Но эти ломаные линии не были реальной траекторией частицы. Потому что, поскольку масса частицы очень мала, в ней могут происходить многократные столкновения даже в очень малом промежутке времени. Предположим,что 38.1-а представляет собой геометрическое место частицы с интервалом 30 секунд, тогда геометрическое место частицы с интервалом 1 секунду имеет только одно поперечное сечение без 38.1-b, будут новые ломаные линии, как на картинке. Реальное объяснение причин броуновского движения стало возможным только после 1850 года. В то время многие не верили в существование атомов и молекул, во всяком случае не было правильных экспериментальных доказательств. Поэтому сначала предполагалось, что частицы движутся за счет присущей им «Жизненной силы», поскольку имели органическое происхождение. Однако, когда эксперименты Брауна повторялись много раз и на различных, в том числе неорганических, мелких частицах, было установлено, что эффект универсален и не зависит от каких-либо внешних факторов (кроме температуры). С повышением температуры интенсивность движения броуновских частиц значительно возрастала. Только к концу 1870-х годов причины броуновского движения стали связывать с тем, что молекулы жидкости ударяются о поверхность движущихся частиц в этой жидкости. Если бы частица была большой, молекулы равномерно толкали бы ее со всех сторон, и будущая частица не двигалась бы на месте. Однако, поскольку поверхность маленькой частицы также мала, толчки варьируются в противоположных направлениях, и они не уравновешивают друг друга. Равнадействующая сила не равна нулю, и величина и направление этого равного воздействия постоянно меняются, в результате чего частица беспорядочно плавает в жидкости. Броуновское движение-это движение, которое никогда не останавливается.

Явление диффузии:

Явление смешивания двух молекул вещества называется ***диффузией***. Другими словами, диффузия–это спонтанное удвоение неоднородных концентраций различных атомов или молекул. Если мы введем в сосуд порции разных газов, то через некоторое время все газы будут перемешиваться равномерно: количество молекул каждого вида в единице объема сосуда останется неизменным, концентрация выровняется.

Запах духов,стоящих открыто в углу комнаты, мы воспринимаем за счет диффузии (рис.38.2-а). Тот факт, что марганцовка, капающая в воду, через некоторое время приобретает красноватый оттенок, также является причиной диффузии. Если чернила с водой аккуратно ввести в тонкую (чтобы не было конвекции) пробирку, капилляр, то граница раздела,которая была очевидна сначала, начнет размываться, и в конечном итоге жидкости будут смешиваться (рис.38.2-б).

Если твердые тела растворяются друг в друге, их атомы также смешиваются. Только этот процесс протекает гораздо медленнее, поэтому диффузия в твердых телах наблюдается впервые лишь в конце XIX века. Молекулы золота и свинца, нагретые до $200^0 C$, а затем склеенные нитью друг с другом с большей силой, перемешиваются друг с другом на глубину. В результате становится невозможным отличить их друг от друга. Это явление также связано с диффузией и затем с большей силой молекулы золота и свинца, склеенные между собой нитью, перемешиваются друг с другом на глубину. Интерференция является результатом хаотического рассеяния атомов или молекул (или других частиц). Это явление происходит за счет теплового движения частиц. Движение частиц при диффузии абсолютно случайно: путь очередного смещения частицы является произвольным, все направления смещения одинаково вероятны.

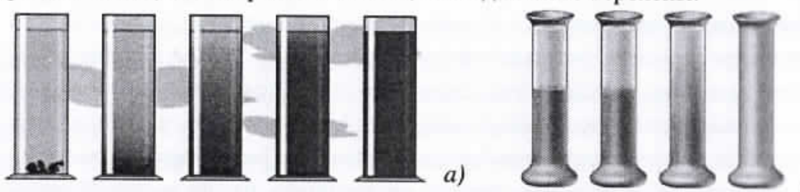


Рисунок 38.2

Интерференция является результатом хаотического рассеяния атомов или молекул (или других частиц). Это явление происходит за счет теплового движения частиц. Движение частиц при диффузии абсолютно случайно: путь очередного смещения частицы является произвольным, все направления смещения одинаково вероятны.

IV. Между молекулами всегда существуют силы притяжения и отталкивания. Силы отталкивания преобладают над силами притяжения, когда они находятся слишком близко друг к другу. И когда человек начинает отдаляться от критического расстояния, силы сцепления начинают преобладать. В твердых телах и жидкостях молекулы всегда удерживают соседние молекулы на расстоянии, а молекулы приближаются и удаляются друг от друга на некоторое критическое расстояние, то есть колеблются. А в газах из-за гораздо большего межмолекулярного расстояния они не могут держаться друг от друга на расстоянии. А идеальные газы воспринимают присутствие друг друга только при столкновении (рис.38.3-а).

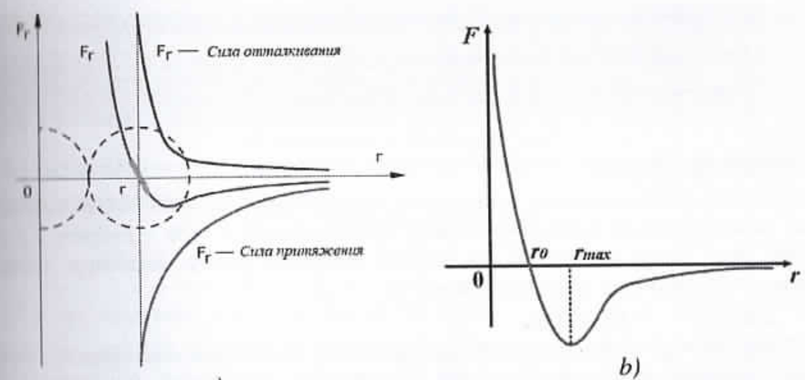


Рисунок 38.3

Объясним силы взаимодействия между двумя молекулами, используя рисунок 38.3-б.

1) при $r < r_0$ силы отталкивания резко возрастают.

2) при $r = r_0$ силы отталкивания и гравитации компенсируются.

3) при $r = r_{max}$ сила притяжения достигает наибольшего значения.

4) при $r > r_{max}$ сила притяжения резко уменьшается.

5) при $r >> r_{max}$ сила притяжения будет равна нулю. Идеальные газы являются примерами.

V.Две молекулы, которые сталкиваются друг с другом, считаются сферическими абсолютными твердыми телами, как бильярдные камни (рис.38.4). Потому что, когда молекулы сталкиваются, закон сохранения энергии и импульса полностью выполняется. Например, молекула, ударившаяся о стенку сосуда, с такой же скоростью от неё отталкнется. Следует также упомянуть, что при гораздо больших температурах столкновение движущихся молекул неэластично, и часть энергии тратится на возбуждение атома. Но это явление происходит при гораздо более высоких температурах, о нем знают в атомной и квантовой физике. Таким образом, согласно молекулярно-кинетической теории, атомы и молекулы сталкиваются между собой и со стенками сосуда по абсалютно упруго.

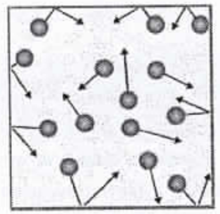


Рисунок 38.4

Вопросы по теме

1. Что называется молекулярно-кинетической теорией?

2. По каким правилам строится молекулярно-кинетическая теория?

3. *Нарисуйте график взаимодействия молекул вещества и объясните его.*

4. *Объясните явления броуновского движения и диффузии.*

5. *Дает ли броуновское движение реальную траекторию?*

Решение задач:

1. *Сколько атомов может содержать железо объемом 1 см^3, если считать, что каждый атом элемента железа ориентирован в кубе с ребром 2,6 Å? Чему при этом будет равна приблизительная масса каждого атома железа? Плотность железа 7800 кг / м^3.*

Дано:

$a = 2{,}6 \cdot 10^{-10} m$

$V = 10^{-6} m^3$

$\rho = 7800 \frac{kg}{m^3}$

$N = ?,\ m_0 = ?$

Решение:

Находим кубический объем, в котором находится одна молекула.

$$V = a^2 = \left(2{,}6 \cdot 10^{-10}\right)^3 = 1{,}7576 \cdot 10^{-29}\ м^3$$

Находим число атомов.

$$N = \frac{V}{V_0} = \frac{10^{-6} m^3}{1{,}7576 \cdot 10^{-29} m^3} = 5{,}69 \cdot 10^{22}\ штук$$

Определим примерную массу одного атома железа.

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{\rho V}{N} = \frac{7800 \frac{кг}{м^3} \cdot 10^{-6} м^3}{5{,}69 \cdot 10^{22}} = 1{,}37 \cdot 10^{-25}\ кг$$

Ответ: $N = 5{,}69 \cdot 10^{22}$; $m_0 = 1{,}37 \cdot 10^{-25}\ кг$

§ 39. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Прежде чем говорить об основном уравнении молекулярно-кинетической теории, давайте познакомимся со среднеквадратичной скорости молекул.

Среднеквадратичная скорост молекул:

В предыдущей теме мы видели, что движение Брауна никогда не прекращалось. Следовательно, движение молекул, вызывающих броуновское движение, также будет непрерывным и хаотичным, и это движение будет ускоряться с увеличением температуры. Так с какой скоростью эти молекулы движутся в хаотично?

Чтобы узнать, с какой скоростью движутся молекулы газа в сосуде, берется не среднее значение скоростей всех молекул. Потому что получение среднего значения является скалярной величиной, а скорость-векторной величиной. Движение молекул направлено в разные стороны, и геометрическая сумма скоростей всех молекул может равняться нолю. Мы

должны получить векторную величину, сначала преобразовав ее в скалярную величину. Для этого нам нужно взять среднее значение квадратов скоростей.

$$\boxed{\overline{\vartheta}^2 = \frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 + \vartheta_3^2 + \ldots + \vartheta_N^2}{N}} \qquad (39.1)$$

Квадратный корень из среднего значения квадрата скоростей называется ***средней квадратичной скоростью.***

$$\boxed{\overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 + \vartheta_3^2 + \ldots + \vartheta_N^2}{N}}} \qquad (39.2)$$

Это не означает, что все молекулы газа в контейнере движутся со скоростью, равной средней квадратичной скорости, есть также молекулы, движущиеся со скоростью, большей и меньшей, чем эта скорость. Но большинство молекул движутся со скоростью, близкой к средней квадратичной скорости.

Поскольку молекулы газа ведут себя непрерывно, хаотично (хаотично), они сталкиваются со стенкой сосуда и между собой. Какое направление выберет молекула после очередного столкновения, одинаково вероятно во всех направлениях. Поскольку ни одно направление не обладает преимуществом, преимуществом, все направления имеют равную вероятность, равную привилегию. Следовательно, проекции среднеквадратичной скорости на оси равны между собой.

$$\overline{\vartheta}^2 = \vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2 = 3\vartheta_x^2 = 3\vartheta_y^2 = 3\vartheta_z^2, \ \rightarrow \ \vartheta_x^2 = \vartheta_y^2 = \vartheta_z^2 = \frac{1}{3}\overline{\vartheta}^2, \ \rightarrow$$

$$\rightarrow \ \overline{\vartheta}_x = \overline{\vartheta}_y = \overline{\vartheta}_z = \frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\vartheta}$$

Отсюда проекции среднеквадратичных скоростей на оси, что

$$\boxed{\overline{\vartheta}_x = \overline{\vartheta}_y = \overline{\vartheta}_z = \frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\vartheta}} \qquad (39.3)$$

оказывается, это было бы очевидно. Мы используем это, чтобы привести основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

Закрытый сосуд $ABCD$ заполнен газом. Определим максимальное давление газа на стенку, имеющую поверхность CD (рис.39.1).

$m_0\vartheta_x$ – импульс, который одна молекула дает стене CD при ударе о стену.

$2m_0\vartheta_x$ – импульс, который одна молекула дает стене CD, когда она ударяется о стену и возвращается.

$2m_0\vartheta_x z$ – импульс, который дает стенке в течение определенного периода времени молекула z ударяется о стенку CD и возвращается с нее.

Рисунок 39.1

z будет зависеть от:

$z \sim S$, т. е. количество ударов в $1c$ пропорционально поверхности стенки CD;

$z \sim \vartheta_x$, т. е. количество ударов за $1c$ времени пропорционально проекцию скорости на оси;

$z \sim n$, т. е. количество ударов за $1c$ времени, зависит от концентрации молекул.

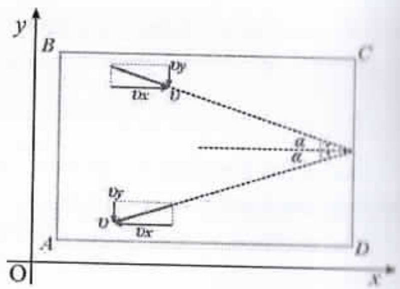


Рисунок 39.1

Концентрация молекул выражается следующим образом, выражая плотность молекул:

$$\boxed{n = \frac{N}{V} \quad [м^{-3}]} \qquad (39.4)$$

Так что это $z \sim S\vartheta_x n$. Для перехода от пропорциональности к равенству вводим коэффициент½. Потому что, когда половина всех молекул проецируется в направлении оси Ox, другая половина проецируется в направлении, противоположном этой оси. Все направления одинаково вероятны, и ни один из них не является предпочтительным. Вот почему мы не можем поставить одно направление выше другого.

Таким образом, оказывается, количество ударов в 1 c – это $z = \frac{1}{2} S\,\vartheta_x\,n$.

Импульс, который $\frac{\Delta p}{1s} = 2m_0\,\vartheta_x\,z = m_0\,\vartheta_x^2\,S\,n = \frac{1}{3}m_0\,\vartheta^2\,S\,n$ получает стенка CD за 1 c времени-это сила, изменение импульса во времени дает силу, действующую на стенку CD $F = \frac{1}{3}m_0\,\vartheta^2\,S\,n$, а сила, действующая на поверхность, дает давление $p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3}m_0\,n\,\vartheta^2$.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории будет выглядеть так:

$$\boxed{p = \frac{1}{3}m_0\,n\,\overline{\vartheta}^2} \qquad (39.5)$$

Если $n = \frac{N}{V}$ учесть, что в $m = m_0 N$ приведенной выше формуле, то

$$p = \frac{1}{3}m_0\,n\,\overline{\vartheta}^2 = \frac{1}{3}m_0\,\frac{N}{V}\,\overline{\vartheta}^2 = \frac{1}{3}\frac{m}{V}\,\overline{\vartheta}^2 = \frac{1}{3}\rho\,\overline{\vartheta}^2$$

формируется формула.

Следовательно, выражение давления газа в сосуде через плотность будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{p = \frac{1}{3}\rho\,\overline{\vartheta}^2} \qquad (39.6)$$

Если учесть, что в уравнении молекулярно-кинетической теории средняя кинетическая энергия одной молекулы $E_0 = \frac{m_0\overline{\vartheta}^2}{2}$, то для давления

$$p = \frac{1}{3}m_0\,n\,\overline{\vartheta}^2 = \frac{2}{3}\,\frac{m_0\,\overline{\vartheta}^2}{2}\,n = \frac{2}{3}\,n\,E_0$$

Следовательно, выражение давления газа в сосуде через среднюю кинетическую энергию молекулы будет следующим:

$$\boxed{p = \frac{2}{3}n\,E_0} \qquad (39.7)$$

Хотя основное уравнение молекулярно-кинетической теории было получено чисто теоретическим путем, оно полностью совпадало с результатами экспериментов. Другие формулы также могут быть использованы для измерения давления газа в баке. Мы познакомимся с ним в следующих темах.

Вопросы по теме

1. *Что такое средняя квадратичная скорость?*
2. *Напишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории.*
3. *Напишите формулы зависимости давления от плотности и средней кинетической энергии молекулы.*
4. *Что создает давление газа в сосуде, т. е. в чем основная причина молекулярно-кинетической теории?*

Решение задач:

1. При нормальных условиях плотность воздуха равна 1,29 кг/м³. Чему равна средняя квадратичная скорость молекул воздуха при этом?

Berilgan:	Yechilishi:
$P = 10^5$ *Па*	*Определим среднюю квадратичную скорость молекул, используя основное уравнение молекулярно-кинетической теории*
$\rho = 1{,}29$ *кг/м³*	
$\Delta P = ?$	

$$P = \frac{1}{3}\rho\,\overline{\vartheta}^2, \rightarrow \overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3\cdot 10^5\,Па}{1{,}29\,\frac{кг}{м^3}}} = 482\,\frac{м}{с}$$

Ответ: $\overline{\vartheta} = 482\,\frac{м}{с}$

2. Найти импульс силы, которая получает стенка сосуда в результате абсолютного упругого удара молекулы кислорода со скоростью 1200 м/с по стенке сосуда под углом 60° (Н·с). $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Berilgan:	Yechilishi:
$\upsilon = 1200$ м/с	*Изменение импульса тела равно импульсу силы.*
$\alpha = 60°$	$I = \Delta p = 2m_0\upsilon\cos\alpha = 2\frac{\mu}{N_A}\upsilon\cos\alpha$
$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$	*Здесь* $\mu = 32 \cdot 10^{-3}\ kg/mol$ *молярная масса кислорода.*
I=?	

$$I = 2\frac{32\cdot10^{-3}}{6\cdot10^{23}}1200\cdot\frac{1}{2} = 6{,}4\cdot10^{-23}\ \text{Н}\cdot\text{с}.$$

Ответ: $6{,}4\cdot10^{-23}$ Н · с.

§ 40. СКОРОСТЬ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МОЛЕКУЛ. ОПЫТ ШТЕРНА.

В природе вещества встречаются в трех агрегатных состояниях: твердом, жидком и газообразном. В каком бы агрегатном состоянии ни находилось вещество, его молекулы не отличаются друг от друга, а отличаются расположением, блокировкой и интенсивностью движения. В идеальных газах молекулы практически не взаимодействуют вообще. Взаимодействие происходит в твердых телах, жидкостях и реальных газах. Под движением молекул понимается среднее значение скорости его движения – средняя скорость. Под пройденным путем молекул понимается расстояние, пройденное между двумя столкновениями-путь свободного пробега

Все молекулы дают энергию, когда они движутся с некоторой определенной скоростью, когда кинетические энергии поступательного движения суммируются. Эта частота называется средней квадратичной скоростью. Из формулы кинетической энергии

$$E_0 = \frac{m_0\overline{\vartheta}^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad \rightarrow \quad \overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

будет.

Или ниже

$$\overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{\frac{M}{N_A}}} = \sqrt{\frac{3kN_AT}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 5\sqrt{\frac{T}{M}}$$

также может быть на виду.

Таким образом, оказывается, что можно определить среднюю квадратичную скорость молекул в поступательном движении.

$$\boxed{\overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \quad \text{или} \quad \overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}} \qquad (40.1)$$

Вычисляя по приведенной выше формуле, значение среднеквадратичной скорости при комнатной температуре равно $\overline{\vartheta} = 1920\,m/s$ для газа водорода (H_2), $\overline{\vartheta} = 480\,м/с$ для газа кислорода (O_2), $\overline{\vartheta} = 640\,м/с$ для водяного пара (H_2O) и т. д. Но это не значит, что найденное значение означает, что все молекулы движутся только с одинаковой скоростью. Скорость молекул газа является статистической, поскольку все молекулы газа в контейнере движутся со скоростью, близкой к средней квадратичной скорости, а большинство молекул движутся со скоростью, близкой к этой скорости. Но есть также молекулы, которые движутся с большими и меньшими скоростями, чем средняя квадратичная скорость

Скорость молекул была впервые определена экспериментальным методом немецким физиком Штейнером. Взяв между собой концентрическое расположенные A и B вращающиеся цилиндры, он поместил на ось цилиндра тонкую серебряную проволоку. Когда на серебряную проволоку подается сильный электрический ток, проволока нагревается и начинает испарять атомы серебра. Испарившиеся атомы серебра движутся в разные стороны. Атомы серебра, испаряющиеся при вращательном движении строп, движутся только вперед. Цилиндры успевают повернуться на угол φ, пока атом, прошедший через щель цилиндра A, не достигнет цилиндра B. Зная радиусы цилиндров и частоту вращения, он определил скорость атомов серебра (рис.40.1).

$$\varphi = \omega t = 2\pi\nu t, \quad \rightarrow \quad t = \frac{\varphi}{2\pi\nu}, \quad \rightarrow \quad \vartheta = \frac{R-r}{t} = \varphi(R-r)$$

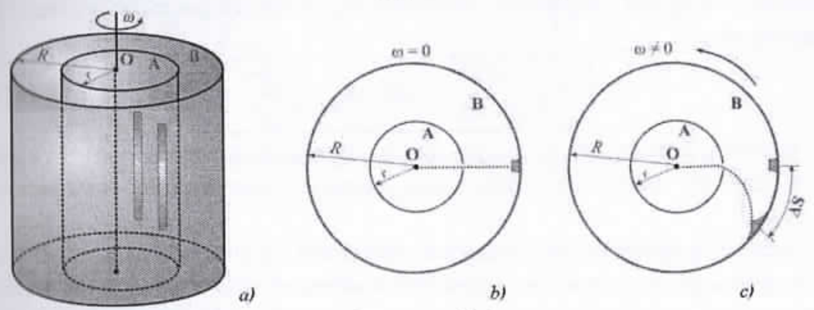


Рисунок 40.1

Итак, оказывается, что скорость атомов серебра можно определить по формуле:

$$\boxed{\vartheta = \frac{2\pi\nu}{\varphi}(R-r)} \qquad (40.2)$$

Из рисунка в эксперименте Штерна также видно, что скорость не всех молекул одинакова. Если бы пары серебра летели с той же скоростью, что и В-цилиндр, вместо полосы распространения должен был образоваться след, похожий на узкую точку. Отсюда следует вывод, что молекулы газа движутся с очень разными скоростями. Если В-цилиндру увеличить до величины полосы распространения, то образуется кривая на рис. 40.2. Этот график называется графиком функции распределения Максвелла.

Скорость отдельно выбранной молекулы изменяется в количественном и направленном отношении в результате столкновений со стенкой сосуда и другими молекулами. Нельзя сказать, что одна выбранная молекула движется именно с этой скоростью. Также нельзя сказать, что все молекулы движутся с такой скоростью. Скорости лежат в определенном интервале.

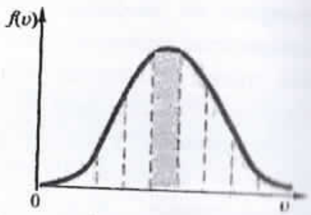


Рисунок 40.2

На приведенном выше графике общая поверхность в основании графика дает общее количество молекул. Необязательно выбранная полоса дает количество молекул, движущихся со скоростью от ϑ до $\vartheta + \Delta\vartheta$. Видна из диаграммы, от ϑ до $\vartheta + \Delta\vartheta$ числа молекул, движущихся на скорости от $\vartheta + \Delta\vartheta$ до $\vartheta + 2\Delta\vartheta$ скорость равным числу молекул, среди не двигаться дальше. Потому что поверхности разделенных полос не равны. Значение скорости, соответствующее верхней максимальной части этого графика, называется наиболее вероятной скоростью. Наиболее вероятная скорость определяется по формуле:

$$\boxed{\vartheta_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \quad или \quad \vartheta_{вер} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}} \qquad (40.3)$$

Наиболее вероятной скоростью называют такую скорость, при которой через единицу интервала вокруг нее движется наибольшее количество молекул.

Среднее арифметическое значение скоростей получается, если сложить алгебраические значения скоростей всех молекул газа в сосуде, а затем разделить сумму на общее число молекул. Если все молекулы движутся со скоростью, равной средней арифметической, то образуется поверхность, равная поверхности, ограниченной графиком на рисунке 40.2. Средняя арифметическая скорость определяется по формуле:

$$\boxed{\vartheta^* = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad или \quad \vartheta^* = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}} \qquad (40.4)$$

Давайте сравним эти скорости. Как видно из,

$$\vartheta_{вер} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \approx 1{,}414\sqrt{\frac{RT}{M}}, \quad \vartheta^* = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \approx 1{,}596\sqrt{\frac{RT}{M}}, \quad \bar{\vartheta} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 1{,}732\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$\vartheta_e < \vartheta^* < \bar{\vartheta}$ оказывается.

Вопросы по теме

1. *Что называется среднеквадратичной скоростью? Запишите её формулу.*
2. *Что называется средней арифметической скоростью? Запишите её формулу.*
3. *Что называется наибольшей вероятностной скоростью? Запишите её формулу.*
4. *Напишите формулу Штерна?*
5. *Как средняя квадратичная скорость связана с температурой?*

Решение задач:

1. Сколько градусов должна быть температура углекислого газа, чтобы она была равна скорости, с которой газообразный азот движется при комнатной температуре?

Berilgan:	Yechilishi:
$t_1 = 20^0 C$	*Абсолютная температура первичного газа* $T_1 = t_1 + 273 = 293\,K$
$M_1 = 28\ \frac{г}{моль}$	*Воспользуемся формулой среднеквадратичных скоростей для каждого газа и разделим их.*
$M_2 = 44\ \frac{г}{моль}$	$\begin{cases} \bar{\vartheta}_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}} & (1) \\ \bar{\vartheta}_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_2}} & (2) \end{cases}; \Rightarrow (2)=(1) \rightarrow \sqrt{\frac{3RT_1}{M_1}} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_2}}, \rightarrow$
$t_2 = ?$	

$$T_2 = \frac{M_2}{M_1}T_1 = \frac{44 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 293 = 460\,K.$$

Теперь перенесем найденное значение на шкалу Цельсия.

$$t_2 = T_2 - 273 = 460 - 273 = 187^0 C$$

Ответ: $187^0 C$

2. Штейнеровский эксперимент хочет проверить, выполнив его в лабораторных условиях. При этом из концентрических цилиндров с радиусами R=16 см и r=10 см сложены. В эксперименте стропы разгонялись до частоты 100 Гц. После эксперимента было обнаружено, что пятно, образованное парами серебра в большом цилиндре, было *удалено $\Delta\ell = 2sm$от щели малого цилиндра. С какой скоростью двигались атомы серебра?*

<u>Berilgan:</u>	<u>Yechilishi:</u>
$R=16$ *см*	*Сначала определим угол сдвига.*
$r=10$ *см*	$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\ell}{R} = \frac{2}{16} = 0{,}125\ рад$$
$\Delta\ell = 2см$	
$\nu = 100\,Гц$	*Определим скорость по формуле Штерна.*
$\vartheta = ?$	$$\vartheta = \frac{2\pi\nu}{\Delta\varphi}(R-r) = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 100}{0{,}125}(0{,}16-0{,}1) = 301\,м/с$$

Ответ: 301 м/с

§ 41. ВЕЛИЧИНЫ В МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ. МОЛЯРНАЯ МАССА СМЕСИ.

Величины в молекулярной физике:

Так как массы молекул и атомов находятся в пределах порядка 10^{-26} *кг*, то в расчетной работе удобно использовать не их абсолютные массы, а их относительную массу. Поэтому в соответствии с международными соглашениями масса всех атомов и молекул сравнивается с массой *1/12* атома углерода. Это связано с тем, что, во-первых, относительные атомные массы всех веществ по сравнению с теми же *1/12* частями массы оказываются близкими к целым числам. Во-вторых, атом углерода является наиболее распространенным элементом в природе в составе соединений, особенно участвуя во всех молекулах органических соединений, углеводов и полимеров.

Относительной атомной массой называют величину, равную отношению массы молекулы вещества к *1/12* массы атома углерода.

$$\boxed{M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_{0.C}}} \qquad (41.1)$$

Единица относительной атомной массы называется массой, равной *1/12* массы атома углерода. Относительная атомная масса является безразмерной величиной.

$$\boxed{1м.а.е = \frac{1}{12}m_{0.C} = 1{,}6605\cdot 10^{-27}\ кг} \qquad (41.2)$$

Если мы хотим определить массу молекулы или атома, то нам нужно будет использовать формулу.

$$\boxed{m_0 = \frac{1}{12}m_{0.C}\cdot M_r = 1м.а.е\cdot M_r} \qquad (41.3)$$

Например, относительная атомная масса элемента магния (Mg) составляет *24*. Это означает, что атом магния имеет массу *1 м.а.е* в *24* раза больше массы, то есть масса атома магния будет

$$m_0 = 24\cdot 1м.а.е = 24\cdot 1{,}6605\cdot 10^{-27}\ кг \approx 4\cdot 10^{-26}\ кг\ .$$

Поскольку молекулы и атомы имеют очень небольшую массу и размер, даже в очень небольшом объеме вещества воплощается невероятно большое количество атомов и молекул. Например, если мы представим массу очень маленькой, невооруженным глазом капли дождя в *0,1 мг*, число молекул в ней составит около $3\cdot 10^{18}$. Поэтому, чтобы избежать неудобств в вычислительной работе, вместо больших чисел принято сравнивать с атомами в *12 граммах* углерода. Для этого вводится специальная физическая величина, называемая количеством вещества. Эта величина входит в число основных единиц в СИ, она обозначается греческой буквой ν .

Количество вещества относится к отношению количества атомов, присутствующих в веществе, к числу атомов в *12 граммах* углерода

$$\boxed{\nu = \frac{N}{N_A}} \qquad (41.4)$$

Количество вещества измеряется в ***молях***. ***1 моль*** – это такое количество вещества, при котором число атомов или молекул в нем равно числу атомов в *12 граммах* углерода. Это число называется числом Авогадро в честь итальянского ученого Авогадро.

$$\boxed{N_A = 6{,}02\cdot 10^{23}\ моль^{-1}} \qquad (41.5)$$

В *1 моль* любого вещества содержится одинаковое количество, то есть $6{,}02\cdot 10^{23}$ молекула или атом. Точно так же, как мы называем 75 спичечных зерен 1 коробкой, 10 коробок 1 блоком, 100 блоков 1 ящиком, мы называем $6{,}02\cdot 10^{23}$ частицы (молекулы или атома) 1 моль. Следовательно, количество вещества является суммой чисел, и любое количество вещества содержит $6{,}02\cdot 10^{23}$ молекул или атомов. Например, 1 моль песка означает $6{,}02\cdot 10^{23}$ песчинки, 1 моль пшеницы означает $6{,}02\cdot 10^{23}$ зерна пшеницы, а *1 моль* воды означает $6{,}02\cdot 10^{23}$ молекулы воды.

Масса *1 моля* вещества называется молярной массой. Другими словами, $6{,}02\cdot 10^{23}$ масса молекулы или атома на весах оказывается молярной массой. Единица измерения молярной массы – $\frac{кг}{моль}$. Поскольку молекулы и атомы имеют разные массы, их молярные массы также различаются. Например, значение молярной массы для воды $M_{(H_2O)} = 18\cdot 10^{-3}\left[\frac{кг}{моль}\right]$, для углекислого газа $M_{(CO_2)} = 44 \cdot 10^{-3}\left[\frac{кг}{моль}\right]$, для кислорода $M_{(O_2)} = 32 \cdot 10^{-3}\left[\frac{кг}{моль}\right]$, для водорода $M_{(H_2)} = 2 \cdot 10^{-3}\left[\frac{кг}{моль}\right]$ будет равен.

Нахождение молярной массы вещества определяется по формуле:

$$\boxed{M = m_0 N_A} \tag{41.6}$$

Количество вещества определяется следующим образом:

$$\boxed{\nu = \frac{N}{N_A} \quad или \quad \nu = \frac{m}{M}} \tag{41.7}$$

Из приведенных выше формул количества вещества сможем найти число молекул а веществе.

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}, \ \rightarrow \ N = \frac{m}{M} N_A$$

Следовательно, число молекул или атомов в веществе определяется как

$$\boxed{N = \frac{m}{M} N_A} \tag{41.8}$$

Поскольку объем участвует в формулах концентрации и плотности молекул, они могут быть связаны между собой. Из формулы концентрации

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\frac{m}{M} N_A}{V} = \frac{\rho N_A}{M}$$

это происходит из.

Следовательно, связь между концентрацией молекул и плотностью будет следующей:

$$\boxed{n = \frac{N}{V}, \qquad n = \frac{\rho N_A}{M}} \tag{41.9}$$

Молекулы вещества находятся в непрерывном хаотическом движении, постоянно ударяясь друг о друга, приближаясь и удаляясь. Итак, каково среднее расстояние между молекулами вещества? Чтобы найти среднее расстояние между молекулами вещества, предположим, что мы закрепили все молекулы на мгновение на их месте, или у нас была возможность сфотографировать их за мгновение. При этом мы помещаем каждую молекулу в куб со стороной а и считаем, что одна молекула ориентирована внутри этого куба, то есть площадь одной молекулы составляет объем $V_0=a^3$. Предположим, что полный объем V равен объему N молекулы $V=NV_0=Na^3$. Тогда для среднего расстояния между молекулам

$$V_0 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{M}{\rho N_A}, \ \rightarrow \ a^3 = \frac{M}{\rho N_A}, \ \rightarrow \ a = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}$$

или

$$V_0 = a^3 = \frac{1}{n}, \ \rightarrow \ a = \sqrt[3]{\frac{1}{n}} = \sqrt[3]{\frac{kT}{p}}$$

выражения происходят из

Следовательно, среднее расстояние между молекулами вещества будет:

$$\boxed{a = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}} \quad или \quad a = \sqrt[3]{\frac{kT}{p}}} \tag{41.10}$$

Молярная масса смеси:

В естественном состоянии около *78%* нашей атмосферы составляет азот, *20%* – кислород, менее чем *1%* – водород, а остальные *1%* – водяные пары, углекислый газ, хлор и другие газы. Молярная масса нашей атмосферы, состоящая из смеси этих газов, т. е. молярная масса воздуха $M_{возд} = 0{,}029\ кг/моль$. На самом деле, без вещества под названием воздух, смесь вышеуказанных газов в указанной порции составляет воздух, которым мы дышим. Если взять *100 моль* воздуха, из которых около *78 моль* составляют азот, *20 моль* – кислород, почти *1 моль* – водород, а остальные *1 моль* – водяной пар, газообразный газ, углекислый газ, хлор и другие газы. Итак, как найти результирующую молярную массу газа, состоящего из смеси нескольких газов?

Оказывается, если известен вид каждого вещества в смеси и количество вещества, то можно определить его молярную массу. Здесь мы получаем, что смешанные газы не вступают в реакцию. Когда газы смешиваются, массы и количества вещества складываются, образуя общую массу и общее количество

$$\begin{cases} m_{общ} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \\ \nu_{общ} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n \end{cases}, \ \rightarrow \ \nu = \frac{m}{M}, \ \rightarrow \ M = \frac{m}{\nu}, \ \rightarrow$$

$$M_{общ} = \frac{m_{общ}}{\nu_{общ}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n} = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n}$$

Следовательно, если ν_1 количество от M_1 газа, ν_2 количество от M_2 газа и т. д. Количество от M_n газа, то результирующая молярная масса смеси будет равна

$$\boxed{M = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n}} \tag{41.11}$$

Если количества вещества всех смешиваемых газов равны, то мы можем сказать $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \ldots = \nu_n = \nu$. А результирующая молярная масса

$$M = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n} = \frac{\nu M_1 + \nu M_2 + \nu M_3 + \ldots + \nu M_n}{\nu + \nu + \nu + \ldots + \nu} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n}{n}$$

будет.

Итак, если величины равны M_1, M_2, M_3,..., M_n если, газы не вступают в реакцию то когда смешиваются, получается, что результирующая молярная масса газа смеси равна:

$$\boxed{M = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + ... + M_n}{n}} \qquad (41.11a)$$

Если смешать два не вступающих в реакцию газа с одинаковыми количествами M_1 и M_2, то результирующая молярная масса смешиваемого газа будет равна:

$$\boxed{M = \frac{M_1 + M_2}{2}} \qquad (41.11b)$$

Если известны тип и масса каждого вещества в смеси, можно определить его молярную массу. Когда газы смешиваются, массы и количества вещества складываются, образуя общую массу и общее количество

$$\begin{cases} m_{uun} = m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n \\ \nu_{uun} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n \end{cases}; \quad \rightarrow \quad \nu = \frac{m}{M}, \quad \rightarrow \quad M = \frac{m}{\nu}, \quad \rightarrow$$

$$M_{общ} = \frac{m_{общ}}{\nu_{общ}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} + ... + \frac{m_n}{M_n}}$$

Следовательно, если из M_1 вещества вычесть m_1 массу, из M_2 вещества m_2 массу и т. д. Из M_n вещества m_n массу, то результирующая молярная масса смеси будет равна:

$$\boxed{M = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} + ... + \frac{m_n}{M_n}}} \qquad (41.12)$$

Если массы всех перемешиваемых газов равны, то $m_1 = m_2 = m_3 = ... = m_n = m$ мы можем сказать. А результирующая молярная масса

$$M = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} + ... + \frac{m_n}{M_n}} = \frac{m + m + m + ... + m}{\frac{m}{M_1} + \frac{m}{M_2} + \frac{m}{M_3} + ... + \frac{m}{M_n}} = \frac{n}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \frac{1}{M_3} + ... + \frac{1}{M_n}}$$

будет.

Итак, если массы газов равны M_1, M_2, M_3,..., M_n , которые газы не вступают в реакцию, когда смешиваются, получается, что результирующая молярная масса газа смеси равна:

$$\boxed{M = \frac{n}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \frac{1}{M_3} + ... + \frac{1}{M_n}}} \qquad (41.12a)$$

Если смешать два не вступающих в реакцию газа с одинаковыми количествами M_1 и M_2, то результирующая молярная масса смешиваемого газа будет равна:

$$\boxed{M = \frac{2M_1 M_2}{M_1 + M_2}} \qquad (41.12b)$$

Использование периодической системы:

Теперь давайте рассмотрим, как пользоваться периодической системой элементов Менделеева, что у многих вызывает затруднения. Каждая ячейка в периодической системе предназначена для одного элемента, и все химические свойства этого элемента воплощаются в этой ячейке. Каждая цифра и символ в ячейке что-то значат. Использование периодической системы рассмотрим на примере бериллия (Be) (рис.41.1).

1) *Berilliy – название элемента;*
2) *Be – химическое обозначение элемента;*
3) $4 - \begin{cases} \textit{порядочный номер (в периодическом таблице на 4 – от месте)} \\ \textit{число протонов в ядре (4 протон есть)} \\ \textit{число электронов в нейтральном атоме (4 электрон есть)} \end{cases}$;
4) $9{,}012 - \begin{cases} \textit{относительная атомная масса } (M_r = 9{,}012) \\ \textit{молярная масса в } \frac{грамм}{моль} \ (M = 9{,}012 \frac{грамм}{моль} = 9{,}012 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}) \\ \textit{число нуклонов в целых числах (9 нуклонов, то есть 4 протонов и 5 нейтронов)} \end{cases}$.

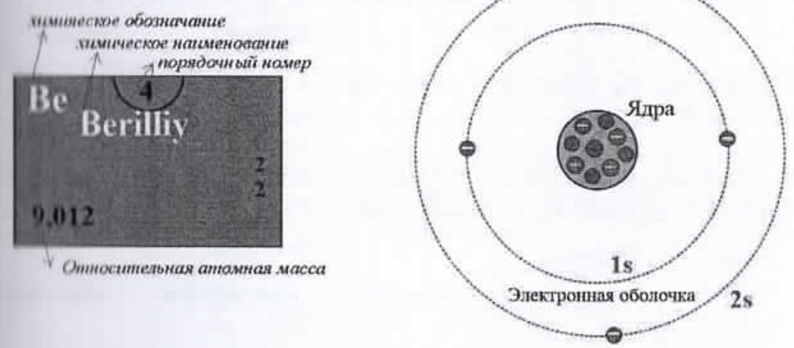


Рисунок 41.1

Масса атома или молекулы может быть найдена 2 различными способами. Давайте посмотрим на это на примере атома бериллия.

Способ 1: M_r умножив на 1 м.а.е

$$m_0 = M_r \cdot 1 м.а.е = 9{,}012 \cdot 1{,}66113 \cdot 10^{-27} кг = 1{,}497 \cdot 10^{-26} кг$$

Способ 2: Делением молярной массы на число Авогадро

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{9{,}012 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{моль}} = 1{,}497 \cdot 10^{-26}\ кг$$

Вопросы по теме

1. *Что называется относительной атомной массой, количеством вещества и молярной массой?*
2. *Почему при определении относительной атомной массы и количества вещества использовался именно атом углерода?*
3. *Запишите формулы для нахождения массы одной молекулы.*
4. *Запишите формулу нахождения числа молекул вещества.*
5. *Чему равно среднее расстояние между молекулами?*
6. *Чем отличаются относительная атомная масса и молярная масса?*
7. *Какие формулы можно записать для молярной массы смеси?*

Решение задач:

1. *Масса одной молекулы газа $m_0 = 4{,}8 \cdot 10^{-26}\ kg$ эквивалент. Какова молярная масса этого газа (g/mol). $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$.*

A) 8. B) 32. C) 12. D) 2. E) 29.

Дано:
$m_0 = 4{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
M=?

Решение:
$\nu = \frac{m}{M}$, $\nu = \frac{N}{Na}$, приносим массу на место, $m = N \cdot m_0$ *затем, выравнивая количество вещества, находим:*

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N \cdot m_0}{M} \qquad \frac{N \cdot m_0}{M} = \frac{N}{N_A}$$

$$M = m_0 \cdot N_A = 4{,}8 \cdot 10^{-26} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 29 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$$

Ответ: *E) 29.*

2. *135 гр во сколько раз число атомов в алюминии больше, чем число атомов в 197 г золота? $M_{Al} = 27\frac{г}{моль}$, $M_O = 197\frac{г}{моль}$.*

Дано:
$m_{Al} = 135$ г
$m_O = 197$ г
$M_{Al} = 27\frac{г}{моль}$
$M_O = 197\frac{г}{моль}$
$\frac{N_{Al}}{N_O} - ?$

Решение:
$\nu = \frac{m}{M}$, $\nu = \frac{N}{Na}$, *уравниваем количества вещества, находим:*

$$N = \frac{m \cdot Na}{M}$$

А теперь запишем для воды и водорода:

$$N_{Al} = \frac{m_{Al} \cdot Na}{M_{Al}},\ N_O = \frac{m_O \cdot Na}{M_O}$$

Получим их отношение.

$$\frac{N_{Al}}{N_O} = \frac{\frac{m_{Al} \cdot Na}{M_{Al}}}{\frac{m_O \cdot Na}{M_O}} = \frac{m_{Al} M_O}{m_O M_{Al}} = \frac{135 \cdot 197}{197 \cdot 27} = 5$$

Ответ: *5.*

3. *Поверхность прибора с площадью 20 см² покрыт слоем 1 μm золота. Сколько атомов золота в покрытии? Константа Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ 1/mol$ атомная масса золота 197 м.а.b, а плотность 19,3 g /sm ³.*

Berilgan:
$d = 1$ мкм $= 10^{-6}$ м
$S = 20$ см$^2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м^2
$M = 197 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль
$\rho = 19{,}3 \cdot 10^3\ \frac{кг}{м^3}$
$N - ?$

Yechilishi:
То, что мы ишим, находим по формуле

$$N = \frac{m \cdot N_A}{M}$$

и вместо массы ставим формулу $m = \rho \cdot v$

$$N = \frac{\rho \cdot v \cdot N_A}{M}$$

в место объема вставим $V = S \cdot d$,

$$N = \frac{\rho \cdot S \cdot d \cdot N_A}{M}$$

$$N = \frac{19{,}3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{197 \cdot 10^{-3}} = 1{,}18 \cdot 10^{20}\ ta$$

Ответ: $1{,}18 \cdot 10^{20}$

4. *Сколько молекул азота приходится на одну молекулу кислорода, если 84% массы газа в баке составляет азот, а 16% – кислород? M_A =28 g/mol; M_k=32 g/mol.*

A) 4 B) 3 C) 2 D) 6 E) 1

Дано:
$m_A = 0{,}84m$
$m_K = 0{,}16m$
$M_A = 28 \cdot 10^{-3}\ \frac{kg}{mol}$
$M_k = 32 \cdot 10^{-3}\ \frac{kg}{mol}$
$\frac{N_k}{N_A} - ?$

Решение:
$\nu = \frac{m}{M}$, $\nu = \frac{N}{Na}$, *уравнивая количество вещества,* $N = \frac{m \cdot Na}{M}$ *находим. Теперь пишем для азота и кислорода:* $N_A = \frac{m_A \cdot Na}{M_A}$, $N_k = \frac{m_k \cdot Na}{M_k}$ *находим отношение,*

$$\frac{N_k}{N_A} = \frac{\frac{m_k \cdot Na}{M_k}}{\frac{m_A \cdot Na}{M_A}} = \frac{m_k M_A}{m_A M_k} = \frac{0{,}16m \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{0{,}84m \cdot 32 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{6}$$

Ответ: *D) 6.*

§ 42. КОНСТАНТЫ БОЛЬЦМАНА И УНИВЕРСАЛЬНАЯ-ГАЗОВАЯ ПОСТОЯННАЯ. ЗАВИСИМОСТЬ СРЕДНЕЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МОЛЕКУЛЫ И ДАВЛЕНИЯ ГАЗА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ. ЗАКОН ДАЛТОНА. АБСОЛЮТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА.

Генерирование постоянной Больцмана:

Шведский ученый Больцман взял три разных сосуда и поместил в них газы водород (H_2), азот (N_2) и кислород (O_2). Для измерения давления в каждом сосуде установлены манометры. Все три газовых резервуара были установлены в другой резервуар для воды, и цель состояла в том, чтобы поддерживать одинаковую температуру во всех трех резервуарах. Первоначально в резервуар была помещена вода 0^0C, а все три газоразрядных контейнера были доведены до одной температуры 0^0C. Расчеты показали, что во всех трех газах при температуре 0^0C при делении давления на количество молекул, умноженном на объем, получался один и тот же результат $3{,}76 \cdot 10^{-21}$ *Дж* (рис.42.1).

$$p = \frac{2}{3} n E_0 = \frac{2}{3}\frac{N}{V} E_0, \rightarrow \quad \frac{pV}{N} = \frac{2}{3} E_0 = \theta, \rightarrow$$

$$\theta_0 = \frac{p_{(H2)} V_{(H2)}}{N_{(H2)}} = \frac{p_{(N2)} V_{(N2)}}{N_{(N2)}} = \frac{p_{(O2)} V_{(O2)}}{N_{(O2)}} = 3{,}76 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

Затем температура во всех трех контейнерах была доведена до тех же $100^0 C$. Расчеты показали, что во всех трех газах при температуре $100^0\ C$ при делении давления на количество молекул, умноженном на объем, получался тот же результат, равный $5{,}14 \cdot 10^{-21}$ *Дж.*

$$\theta_{100} = \frac{p_{(H2)} V_{(H2)}}{N_{(H2)}} = \frac{p_{(N2)} V_{(N2)}}{N_{(N2)}} = \frac{p_{(O2)} V_{(O2)}}{N_{(O2)}} = 5{,}14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж.}$$

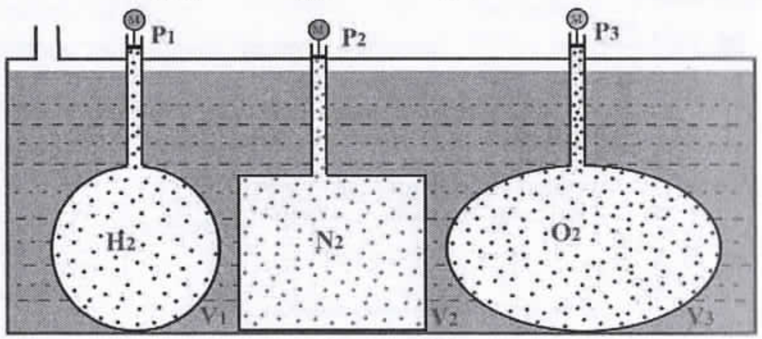


Рисунок 42.1

Больцман пришел к выводу, что значение θ будет линейно увеличиваться с увеличением температуры, то есть $\theta \sim T$. Ввел коэффициент для перехода от знака пропорциональности к знаку равенства, то есть ввел обозначение

$$\theta = kT$$

$$\begin{cases} \theta_0 = kT_0 & (1) \\ \theta_{100} = kT_{100} & (2) \end{cases} ; \ (2)-(1), \ \rightarrow \ \theta_{100} - \theta_0 = kT_{100} - kT_0, \rightarrow \ \theta_{100} - \theta_0 = k(T_{100} - T_0),$$

$$k = \frac{\theta_{100} - \theta_0}{T_{100} - T_0} = \frac{5{,}14 \cdot 10^{-21} - 3{,}14 \cdot 10^{-21}}{100} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{Дж}{К}\right].$$

Точное значение постоянной Больцмана будет следующим:

$$\boxed{k = 1{,}380662 \cdot 10^{-23} \left[\frac{Дж}{К}\right]} \tag{42.1}$$

Умножение постоянной Больцмана и постоянной Авогадро дает новую постоянную, известную как универсально-газовая постоянная.

$$R = k \cdot N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{моль} = 8{,}31 \ \frac{Дж}{моль \cdot К}$$

Итак, универсально-газовая постоянная будет:

$$\boxed{R = 8{,}31 \ \left[\frac{Дж}{моль \cdot К}\right]} \tag{42.2}$$

Мы будем использовать газовую постоянную в следующих темах. Постоянное Больцмана указывает, что значение θ увеличивается на $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж*, когда температура нагревается до $1^0 C$. Давление можно определить, приравняв формулы $\theta = \frac{2}{3} E_0$ и $\theta = kT$.

Средняя кинетическая энергия молекул при поступательном движении будет равна:

$$\boxed{E_0 = \frac{3}{2} k\, T} \tag{42.3}$$

Из приведенной выше формулы видно, что кинетическая энергия молекулы вещества не зависит от типа вещества, а зависит только от его температуры. Ранее мы знали, что ток теплообмена между горячим и холодным телом будет продолжаться до тех пор, пока температуры не станут равными. При этом выравниваются не только температуры, но и кинетические энергии их молекул. Следовательно, оказывается, что кинетические энергии молекул любого вещества, имеющих одно и тоже температуру равен.

Приравняв формулы $\theta = \frac{pV}{N}$ и $\theta = kT$, можно определить кинетическую энергию среднего поступательного движения.

$$\theta = \frac{PV}{N} = \frac{2}{3} E_0 = kT, \ \rightarrow \quad P = \frac{N}{V} kT = nkT$$

Больцман Людвиг, один из величайших физиков-теоретиков конца XIX-начала XX веков, родился 20 февраля 1844 года в Вене в семье чиновника. В 1866 году окончил Венский университет, где учился и защитил докторскую диссертацию Лошмидт и Штефан, а через год получил ученую степень и звание доцента. Кроме физики, преподавал в университете элементарную и высшую математику. Он является одним из основоположников статистической физики и кинетической теории. Больцман ввел в кинетическую теорию газов функцию распределения, которая теперь носит его имя. Он был одним из основателей закона Стефана-Больцмана, который установил, что интенсивность излучения абсцисс черного тела пропорциональна четвертой степени температуры. В 1868 году в возрасте 20 лет он стал профессором. Больцман умер в 1906 году в городке Дуино, недалеко от границы с Италией, и был похоронен на центральном кладбище Вены.

Болцман Людвиг (1844–1906)

Следовательно, зависимость давления газа в сосуде от температуры будет:

$$\boxed{P = nkT} \qquad (42.4)$$

Закон Дальтона можно доказать с помощью этой формулы

Закон Дальтона:

В данной емкости V объема находятся вещества, не вступающие в химическую реакцию друг с другом в состоянии теплового равновесия и имеющие концентрации n_1, n_2, n_3,... пусть дана смесь различных газов, в которой. При этом общая концентрация смеси равна:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + ...$$

Общее давление, что дает такая смесь стенкам сосуда, определяется следующим образом:

$$P = n\,kT = (n_1 + n_2 + n_3 + ...)kT = n_1kT + n_2kT + n_3kT + ...$$

Каждая группа молекул создает свое собственное давление, не зависящее от молекул другой группы. Это частное давление больше известно как парциальное давление. Парциальные давления будет равна:

$$P_1 = n_1kT,\ \ P_2 = n_2kT,\ \ P_3 = n_3kT + ,\ ...$$

Парциальным давлением называют давление, создаваемое одним компонентом в единичном объеме всей смеси в отсутствие других газов.

Следовательно, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов на компонент, из которого состоит смесь.

$$\boxed{P = P_1 + P_2 + P_3 + ...} \qquad (42.5)$$

Приведенная выше формула называется ***законом Далтона.***

Температура:

В качестве единицы измерения температуры принята абсолютная шкала температуры, то есть шкала Кельвина.

1/273,15 часть температурного интервала от абсолютного нуля градусов до температуры точки, определяющей тепловое равновесное состояние третичной, то есть твердой, жидкой и газообразной фаз воды, определяется один кельвин 1 К.

В дополнение к этой единице, шкала Цельсия также широко используется для измерения температуры. При нормальном давлении интервал между таянием льда и кипячением воды равен *100* разделем, сечение называется градусом 1^0C.

Зависимость абсолютной температуры от шкалы Цельсия имеет вид:

$$\boxed{T = t + 273{,}15\ \ [K]}\ \text{или}\ \boxed{t = T - 273{,}15\ \ [^0C]} \qquad (42.6)$$

Из приведенной выше формулы видно, что при изменении температуры на 1^0C абсолютная температура также изменяется на *1К*. Только шкала Кельвина опережает шкалу Цельсия на *273,15* единицы (рис.42.2).

Температура, при которой объем газа в сосуде стремится к нулю при неизменном давлении, а давление стремится к нулю при неизменном объеме, называется 0 К. По мере охлаждения газа в контейнере кинетическая энергия молекул, а, следовательно, и скорость, также уменьшаются

При температуре абсолютно *0 К* молекулы должны были полностью перестать двигаться вперед. Поэтому молекулы не ударяются о стенку сосуда и не дают импульса стенкам, и в результате давление также не создается. Поскольку молекулы никогда не могут полностью остановиться и затвердеть, достичь *0 К* также невозможно, а только приблизиться к нему. В настоящее время методом маятникового охлаждения достигаются очень низкие, близкие к абсолютному нулю температуры в несколько милликельвинов, и очень высокие–в миллион кельвинов (в термоядерной плазме). Лед тает при *273,15 К* по шкале Кельвина, что означает, что 0^0C соответствует *273,15 К*.

Рисунок 42.2

Рисунок 42.3

Температура измеряется с помощью *термометра.* Термометры по функции делятся на такие виды, как комнатный термометр, медицинский термометр, пирометрический термометр (болометр). Наиболее распространенным градусником является ртутный градусник, работа которого основана на явлении расширения от тепла. Для измерения температур, отличных от температуры замерзания и кипения ртути, используются специальные термометры. На рисунке 42.3 показаны образцы термометров, предназначенных для различных задач.

Вопросы по теме

1. Подскажите значения θ в 0^0C 100^0C
2. Как давление и средняя кинетическая энергия связаны с температурой?
3. Как связаны шкалы Цельсия и Кельвина? 0 К можно ли достичь?
4. Универсальная-назовите числовое значение и единицу измерения газовой постоянной.
5. Опишите закон Дальтона и запишите его формулу.

Решение задач:

1. Какой будет концентрация молекул газа при температуре 400 К и давлении 138 кПа ($м^{-3}$)? $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ *Дж / К.*

A) 5 10^{25} B) 2,76 10^6 C) 345 D) 2,5 10^{25} E) 1,38 10^7

Дано:	*Решение:*
$P = 1{,}38\cdot10^5$ Па $T = 400$ К $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/ К	$P = nkT,\ n = \frac{P}{kT}$ $n = \frac{P}{kT} = \frac{1{,}38*10^5}{1{,}38*10^{-23}*400} = 2{,}5\cdot10^{25}\ м^{-3}$
n - ?	

Ответ: D) 2,5 10^{25}

2. Баллон с емкостью V=110 ℓ вмещает газы водорода массой m_1=0,8 г и кислорода массой m_2=1,6 г. Температура-27⁰С. Найти парциальные концентрации газов, а также парциальные давления. Чему равно общее давление в сосуде?

Дано:	*Решение:*
V=110 ℓ m_1=0,8 g m_2=1,6 g T=27 ⁰C	*Определим количество вещества каждого газа.* $\nu_1 = \frac{m_1}{M_1} = \frac{0{,}8 г}{2 г/ моль} = 0{,}4\ моль,\ \nu_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{1{,}6 г}{32 г/mol}\ моль = 0{,}05\ моль$ *Определим количество молекул в каждом газе.*
$n_1, n_2 - ?$ $P_1, P_2 - ?$ $P_{un} - ?$	$N_1 = \nu_1 N_A = 2{,}4\cdot10^{23},\ N_2 = \nu_2 N_A = 3\cdot10^{22}$ *Определим парциальную концентрацию каждого газа.*

$$n_1 = \frac{N_1}{V} = \frac{2{,}4\cdot10^{23}}{0{,}11} = 2{,}182\cdot10^{24}\ м^{-3},\ n_2 = \frac{N_2}{V} = \frac{3\cdot10^{22}}{0{,}11} = 2{,}727\cdot10^{23}\ м^{-3}$$

Определим парциальное давление каждого газа.

$$P_1 = n_1kT = 2{,}182\cdot10^{24}\cdot1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300 = 9033\ Па,$$
$$P_2 = n_2kT = 2{,}727\cdot10^{23}\cdot1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300 = 1129\ Па$$

Определяем общее давление. $P = P_1 + P_2 = 9033\ Па + 1129\ Па = 10162\ Па$

Ответ: $n_1 = 2{,}182\cdot10^{24}\ м^{-3}$; $n_2 = 2{,}727\cdot10^{23}\ м^{-3}$; $P_1 = 9033\ Па$; $P_2 = 1129\ Па$; $P_{общ} = 10162\ Па$

§ 43. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА (МЕНДЕЛЕЕВ-КЛАПЕЙРОН)

Уравнение, связывающее параметры состояния газа (массу, давление, объем и температуру), называется уравнением состояния газа.

Все параметры, характеризующие состояние идеального газа $P = nkT$ можно ввести в формулу. n когда концентрация молекул N выражается числом молекул V объема газа, без него $P = k\frac{N}{V}T$ или $\frac{PV}{T} = kN$ формируются формулы.

В 1834 году французский физик Б.Клапейроном, хоть и связывал все параметры, характеризующие состояние газа, но было неудобно для применения на практике. Дело в том, что помимо макроскопических размеров, которые можно было измерить в эксперименте – давления, объема и температуры-в эксперименте присутствовало число N молекул, которое не определялось.

В 1974 году Д.I.Менделеев усовершенствовал формулу, введя в эту формулу массу, для которой был рассчитан макроскопический параметр. Чтобы привести формулу массы газа, N число молекул выражается через массу газа m и массу одной молекулы m_0

$$N = \frac{m}{m_0}$$

Поместив это в формулу, найденную Клапейроном

$$\frac{PV}{T} = k\frac{m}{m_0}$$

сформулировал формулу. Эта формула определяет массу молекулы

$$\frac{PV}{T} = k\frac{m}{m_0}$$

Дмитрий Иванович Менделеев великий русский деятель, ученый-энциклопедист, физико-химик, метролог, технолог, геолог и педагог родился 8 января 1834 года в Тобольске. Он один из гениальных химиков XIX века. Он разработал очень точное значение многих констант, определил, где расположены месторождения каменного угля, а также провел много работ в области геологии и геодезии. Менделеев написал книгу "Основы химии", которая неоднократно переиздавалась. Он является основателем многих исследований в области химии и физики. В 1854-1856 годах исследовал явление изоморфизма кристаллов, в 1860 году определил абсолютную температуру кипения жидкостей. Менделеев в 1865-1887 гг. разработал гидратную теорию соединений, в 1874 г. определил общее уравнение состояния идеального газа. В 1869 году он составил периодическую систему элементов, упорядочив химические элементы по числу зарядов. Умер Менделеев в 1907 году в Петербурге

D.I.Mendeleev (1834–1907)

$$m_0 = \frac{M}{N_A}$$

выражаясь через

$$\frac{PV}{T} = k\frac{m}{\frac{M}{N_A}} = kN_A\frac{m}{M} = R\frac{m}{M}$$

сформулировал формулу. Из этого следует, что

$$\boxed{PV = \frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad PV = \nu RT} \qquad (43.1)$$

Сформулировал уравнение состояния идеального газа. Уравнение, выражающее связь между давлением, объемом и температурой газа, называется ***уравнением состояния идеального газа***. Обычно приведенную выше формулу также называют уравнением ***Менделеева-Клапейрона.*** Для газа определенной массы, помещенного в сосуд, уместен закон унифицированного газа.

$$PV = \nu RT, \;\rightarrow\; \frac{PV}{T} = \nu R = const$$

Следовательно, во сколько бы раз не изменялись давление, объем и температура идеального газа определенной массы в сосуде, отношение давления к температуре путем умножения на объем остается неизменным.

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_3V_3}{T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{T_n} = \nu R = const$$

Таким образом, для идеального газа определенной массы, находящего в замкнутом сосуде будет. $\frac{pV}{T} = const$ Это называется объединенным *законом газа.*

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_3V_3}{T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{T_n} = \nu R = const} \qquad (43.2)$$

Если масса газа в сосуде является переменной, то если мы переместим переменные в одну сторону равенства, а переменные-в другую, мы получим, что формируется формула.

$$PV = \frac{m}{M}RT, \;\rightarrow\; \frac{PV}{mT} = \frac{R}{M} = const$$

Следовательно, независимо от того, сколько раз изменяется масса, давление, объем и температура газа в баке, результат одинаков $\frac{R}{M}$ получается равный.

$$\frac{p_1V_1}{m_1T_1} = \frac{p_2V_2}{m_2T_2} = \frac{p_3V_3}{m_3T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{m_nT_n} = \frac{R}{M} = const$$

Таким образом, если часть идеального газа определенной массы, помещенная в сосуд, вышла или вошла через отверстие, то $\frac{pV}{mT} = const$ оказывается.

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{m_1T_1} = \frac{p_2V_2}{m_2T_2} = \frac{p_3V_3}{m_3T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{m_nT_n} = \frac{R}{M} = const} \qquad (43.3)$$

При 0^0C температуре давление на уровне моря при 760 *mm.sm.ust*. значит *101325 Pa*. Такое состояние называется нормальным, при нормальных условиях $T = 273\,K$, $P_{at} = 101325\,Pa$ оказывается.

Любой, кто стоит в нормальных условиях *1 моль* так как идеальный газ в количестве *V₀=22,4 ℓ* имеет объем. Мы можем доказать это из уравнения состояния.

$$PV = \nu RT, \;\rightarrow\; V_0 = \frac{\nu RT}{P} = \frac{1mol \cdot 8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot K}\cdot 273\,K}{101325\,Па} =$$

$$= 0{,}02239\,м^3 \approx 22{,}4\cdot 10^{-3}\,м^3 = 22{,}4\,\ell$$

Из этого можно сделать вывод, что в любом идеальном газе объемом *1 м³*, стоящем в нормальных условиях, содержится *44,5 моль* газа, или $2{,}7 \cdot 10^{25}$ частиц. Это число называется числом Лошмидта.

$$\boxed{n_0 = \frac{N_A}{V_0} = \frac{6{,}02\cdot 10^{23}}{22{,}4\cdot 10^{-3}} = 2{,}7\cdot 10^{25}\,m^{-3}} \qquad (43.4)$$

Уравнение состояния идеального газа-весьма универсальная, замечательная формула, из которой можно сделать множество выводов. Наиболее удобными из них являются изопроцессе. Об этом пойдет речь в следующей теме.

Вопросы по теме

1. Что называют уравнением состояния идеального газа и кто его основатели?
2. Запишите формулу уравнения состояния.
3. Что называется законом объединенного газа? Запишите его формулу.
4. Произведите объем, который при нормальных условиях занимает 1 моль газа.
5. Что такое число Лошмидта?

Решение задач

1. Во сколько раз уменьшилось давление, если температура остыла с 32⁰ С до 29⁰ С в результате утечки 30% газа из сосуда?

Дано:	Решение:
$\Delta m = 0,3m_1$	*Воспользуемся законом объединенного газа.*
$T_1 = 320\,K$	$\frac{p_1V_1}{m_1T_1}=\frac{p_2V_2}{m_2T_2}, \rightarrow \frac{p_1}{p_2}=\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{T_1}{T_2}=\frac{m_1}{m_1-0,3m_1}\cdot\frac{320}{290}\approx 1,58$
$T_2 = 290\,K$	
$P_1/P_2 = ?$	*Следовательно, давление уменьшилось в 1,58 раза.*

Ответ: *1,58 раз*

2. В газовом облаке в межзвездном пространстве температура равна 50 К, давление -10^{-8} Pa. Сколько молекул газа в каждом объеме?

Дано:	Решение:
$T=50\,K$	*Здесь* $P = nkT = \frac{N}{V}kT$ *используем формулу.*
$P = 10^{-8}\,Па$	
$V = 10^{-6}\,м^3$	$N = \frac{PV}{kT} = \frac{10^{-8}\cdot 10^{-6}}{1,38\cdot 10^{-23}\cdot 50} = 1,45\cdot 10^7\,ta$

Ответ: $1,45\cdot 10^7\,ta$

§ 44. ИЗОПРОЦЕССЕ. ГРАФИКИ ДЛЯ ИЗОПРОЦЕССОВ

Из трех параметров идеального газа определенной массы, помещенного в сосуд, неизменным остается только один, а процесс, протекающий между двумя другими, называется изопроцессами.

Изотермический процесс:

Температура идеального газа определенной массы, помещенного в сосуд, остается неизменной, а процесс, происходящий между давлением и объемом, называется изотермическим процессом.

Впервые этот процесс описал в 1662 году английский ученый Р.Бойля, а в 1667 году, не зная о нем, французский ученый Э. Мариотт. Поэтому он называется законом ***Бойля-Мариотта***.

Закон Бойля-Мариотта определяется так:

Для данной массы газа при неизменной температуре произведение объема газа на соответствующее ему давление является неизменной величиной.

Закон Бойля-Мариотта можно легко вывести из уравнения состояния идеального газа. При неизменных температурных условиях для газа, заключенного в бак

$$PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT = const$$

будет. Поэтому $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = ... = P_nV_n = \nu RT = const$ будет.

Итак, закон Бойля-Мариотта гласит, что:

$$\boxed{P_1V_1 = P_2V_2 \quad или \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}} \qquad (44.1)$$

Изотермы $V = V(P), V = V(T), P = P(T)$ для изотермического процесса показаны на рисунке ниже

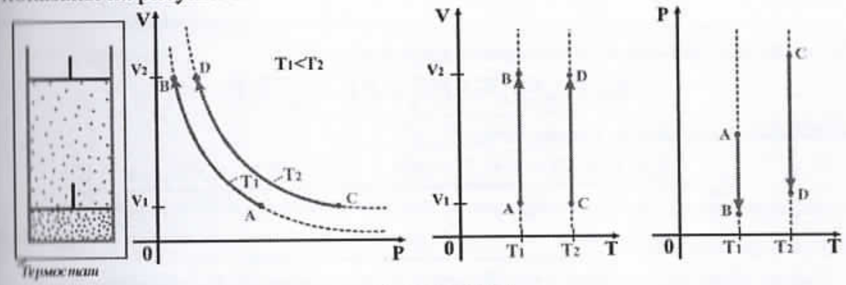


Рисунок 44.1

V=V(P изотерма $V = \frac{\nu RT}{P} = \frac{const}{P}$ получается по формуле, график которой в математике $y = \frac{k}{x}$ он состоит из гиперболы, похожей на график функции. Изотерма, соответствующая большей температуре, располагается выше (рис.44.1).

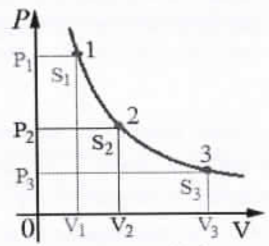


Рисунок 44.2

Одна из замечательных особенностей гиперболы состоит в том, что из ее произвольной точки На графике равномерно выступают прямые поверхности прямоугольника, сделанные разрезами, опущенными на ось координат. Точно так же в законе Бойля-Мариотта через произвольную точку изотермии $V=V(P)$ прямые поверхности прямоугольника равны, эти поверхности будет равно следующим (рис 44.2):

$$P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = ... = P_nV_n = \nu RT = const$$

Теперь приведем несколько характерных формул, которые пригодятся в вычислительной работе по изотермическому процессу с помощью закона Бойля-Мариотта.

У нас есть несколько емкостей с разным давлением и объемом, чтобы температура в них была одинаковой. Пусть дано давление, которое они находят, когда они соединены с тонкой флейтой. Температуры во всех сосудах равны между собой, и это также равно температуре внешней атмосферы. Размер тонких трубок считается малозаметным. Чаши становятся одной большой чашей, когда они соединяются. Поэтому объемы и количества вещества складываются,

$$V_{общ} = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n \quad \text{и} \quad \nu_{общ} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n$$

будет. $\nu = \frac{PV}{RT}$ в каждую наливаем по формуле.

$$\frac{P_{um}V_{um}}{RT} = \frac{P_1V_1}{RT} + \frac{P_2V_2}{RT} + \frac{P_3V_3}{RT} + ... + \frac{P_nV_n}{RT}$$

Это когда мы умножаем обе стороны выражения на RT.

$$P_{общ}V_{общ} = P_1V_1 + P_2V_2 + P_3V_3 + ... + P_nV_n$$

выражение получается. Кроме того,

$$P_{общ} = \frac{P_1V_1 + P_2V_2 + P_3V_3 ... + P_nV_n}{V_{общ}} = \frac{P_1V_1 + P_2V_2 + P_3V_3 ... + P_nV_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n}$$

получаем результат.

Таким образом, если сосуды объемам V_1 при давлении P_1, объемом V_2 при давлении P_2 и т.д. Объемом V_n при давлении P_n соединены, то полученное результирующее давление будет:

$$\boxed{P = \frac{P_1V_1 + P_2V_2 + P_3V_3 ... + P_nV_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n}} \qquad (44.2)$$

Если соединяются емкости равного объема, то приведенная выше формула переходит к следующему более простому виду:

$$\boxed{P = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n}{n}} \qquad (44.3)$$

Если известны давления и количества вещества в сосудах, которые находятся в одних и тех же температурных условиях, мы можем определить давление, которое будет определяться путем воспламенения этих сосудов. При этом температуры во всех сосудах равны между собой, и это также будет равно температуре внешней атмосферы. Размер тонких трубок

считается малозаметным. Чаши становятся одной большой чашей, когда они соединяются. Поэтому и объемы, и количества вещества складываются,

$$V_{общ} = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n \quad \text{и} \quad \nu_{общ} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n$$

будет. $V = \frac{\nu RT}{P}$ в каждую наливаем по формуле.

$$\frac{\nu_{общ}RT}{P_{общ}} = \frac{\nu_1RT}{P_1} + \frac{\nu_2RT}{P_2} + \frac{\nu_3RT}{P_3} + ... + \frac{\nu_nRT}{P_n}$$

Разделим обе стороны этого выражения на RT.

$$\frac{\nu_{общ}}{P_{общ}} = \frac{\nu_1}{P_1} + \frac{\nu_2}{P_2} + \frac{\nu_3}{P_3} + ... + \frac{\nu_n}{P_n}, \quad \rightarrow \quad P_{общ} = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n}{\frac{\nu_1}{P_1} + \frac{\nu_2}{P_2} + \frac{\nu_3}{P_3} + ... + \frac{\nu_n}{P_n}}$$

выражение получается.

Таким образом, если давление первого сосуда равно P_1, а количество вещества равно ν_1 , давление второго сосуда равно P_2, , а количество вещества равно ν_2 и т. д. n-давление сосуда равно P_ν, а количество вещества равно ν_ν, то температура, при которой эти сосуды соединены тонкой трубкой, будет следующей:

$$\boxed{P = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n}{\frac{\nu_1}{P_1} + \frac{\nu_2}{P_2} + \frac{\nu_3}{P_3} + ... + \frac{\nu_n}{P_n}}} \qquad (44.4)$$

Если сосуд с равными количествами вещества соединен, то приведенная выше формула переходит к следующему более простому виду:

$$\boxed{P = \frac{n}{\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3} + ... + \frac{1}{P_n}}} \qquad (44.5)$$

Из закона Бойля-Мариотта можно вывести еще много частных формул, облегчающих расчет. Для разреженных газов при малых давлениях полностью выполняется закон Бойля-Мариотта и другие формулы, вытекающие из него. Но при высоком давлении возникают отклонения от закона Бойля-Мариотта. Потому что, когда идеальный газ сжимается, его свойства приближаются к реальным газам.

Изобарный процесс:

Давление идеального газа определенной массы, помещенного в сосуд, остается неизменным, и процесс, который происходит между объемом и температурой, называется ***изобарным процессом.***

Этот закон был впервые открыт французским ученым ***Гей-Люссаком*** в 1802 году, в его честь назван закон Гей-Люссака.

Закон Гей-Люссака определяется как:

При неизменном давлении объем газа заданной массы линейно зависит от температуры.

Гей-Люссак получил объем газа, заключенного под свободно движущимся поршнем при температуре 0^0C, как V_0, а объем V при произвольной температуре t. В результате многочисленных проведенных им опытов он написал уравнение линейной зависимости объема от температуры.

$$\boxed{V = V_0(1+\alpha t)} \qquad (44.6)$$

Из его экспериментов выяснилось, что при повышении температуры объем увеличивается, а при понижении температуры, наоборот, объем уменьшается. Гей-Люссак сформировал график на рисунке 44.3. Получается, что график пересекает ось абсцисс при температуре $t=-273^0$ C, то есть объем становится нулевым. Из этого $\alpha = \frac{1}{273^0C}$ так и получилось. Здесь коэффициент α называют коэффициентом линейного расширения объема.

Позже было обнаружено, что температура $t=-273^0C$ является началом абсолютной температуры, в то время как в новой абсолютной температурной шкале ее принято считать нулевым Кельвином. Уравнение Гей-Люссака также может быть выражено в шкале Кельвина. Для этого воспользуемся уравнением состояния идеального газа. При неизменном давлении для газа под свободно движущимся поршнем $\frac{V}{T} = \frac{\nu R}{P} = const$ будет. Поэтому

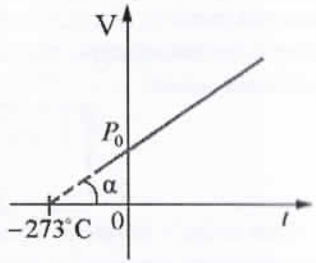


Рисунок 44.3

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} = \dots = \frac{V_n}{T_n} = \frac{\nu R}{P} = const$$

будет.

Следовательно, выражение закона Гей-Люссака в шкале Кельвина будет следующим:

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad или \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}} \qquad (44.7)$$

Из выражения закона Гей-Люссака по шкале Кельвина можно вывести выражение по шкале Цельсия. Начальная температура $T_1=273$ K если конечная температура $T_2 = T_1 + t = 273 + t$ будет. Начальный объем-это объем в 0^0C $V_1=V_0$ и последний том $V_2=V$ будет. $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ это когда мы используем формулу

$$\frac{V_0}{273} = \frac{V}{273+t}, \quad \rightarrow \quad V = \frac{273+t}{273}V_0 = V_0\left(1+\frac{1}{273}t\right) = V_0(1+\alpha t)$$

выражение получается.

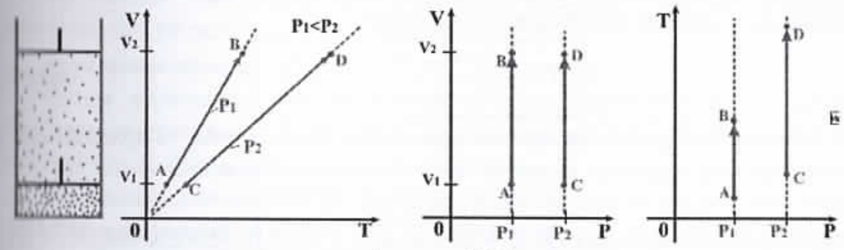


Рисунок 44.4

Для изобарного процесса $V = V(T)$, $V = V(P)$, $T = T(P)$ изобары представлены на рисунке ниже. $V=V(T)$ изобары $V = \frac{\nu R}{P}T = const \cdot T$ получается по формуле, график которой состоит из прямой, сходной с графиком функции $y = k \cdot x$ в математике. Изобара, соответствующая большему давлению, лежит более плотно, то есть ближе к оси T (рис.44.4).

Теперь приведем несколько характерных формул, которые пригодятся в вычислительной работе по изобарическому процессу с помощью закона Гей-Люссака.

Нам дали несколько емкостей с разной температурой и объемом, чтобы давление в них было одинаковым. Пусть задана температура, при которой они решаются, когда их держат на тонкой флейте. Размер тонких трубок считается малозаметным. Чаши становятся одной большой чашей, когда они соединяются. Поэтому объемы и количества вещества складываются.

$$V_{общ} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \quad и \quad \nu_{общ} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \dots + \nu_n$$

будет. $V = \frac{\nu RT}{P}$ когда мы ставим в каждый по формуле

$$\frac{\nu_{общ} RT_{общ}}{P} = \frac{\nu_1 RT_1}{P} + \frac{\nu_2 RT_2}{P} + \frac{\nu_3 RT_3}{P} + \dots + \frac{\nu_n RT_n}{P}$$

выражение формируется. Умножим обе стороны этого выражения на $\frac{P}{R}$

$$\nu_{общ} T_{общ} = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 + \dots + \nu_n T_n$$

Температура, которая решает это

$$T_{общ} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 + \dots + \nu_n T_n}{\nu_{общ}} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 + \dots + \nu_n T_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \dots + \nu_n}$$

это происходит из.

Таким образом, если температура первого сосуда равна T_1, а количество вещества равно v_1, температура второго контейнера равна T_2, а количество вещества равно v_2 и т. д. T_n – температура сосуда, а количество вещества равно v_n, то температура, которую эти контейнеры решают, когда они соединены тонкой трубкой, будет следующей:

$$\boxed{T=\frac{v_1T_1+v_2T_2+v_3T_3...+v_nT_n}{v_1+v_2+v_3+...+v_n}} \qquad (44.9)$$

Если сосуди с равными количествами вещества соединен, то приведенная выше формула переходит к следующему более простому виду:

$$\boxed{T=\frac{T_1+T_2+T_3+...+P_n}{n}} \qquad (44.10)$$

Если известны температуры и количества вещества в сосудах, которые находятся в одних и тех же условиях давления, мы можем определить температуру, которая будет определяться путем соединениями этих сосудов. Объем тонких трубок считается малооюъемным. Когда сосуды соединяются одна из чаши становятся больше. Соответственно объемы и количества вещества складываются.

$$V_{общ}=V_1+V_2+V_3+...+V_n \text{ или } v_{общ}=v_1+v_2+v_3+...+v_n$$

Будет. $v=\frac{PV}{RT}$ в каждую наливаем по формуле.

$$\frac{PV_{общ}}{RT_{общ}}=\frac{PV_1}{RT_1}+\frac{PV_2}{RT_2}+\frac{PV_3}{RT_3}+...+\frac{PV_n}{RT_n}$$

выражение формируется. Это когда мы умножаем обе стороны выражения на $\frac{R}{P}$ это

$$\frac{V_{общ}}{T_{общ}}=\frac{V_1}{T_1}+\frac{V_2}{T_2}+\frac{V_3}{T_3}+...+\frac{V_n}{T_n}, \quad \rightarrow \quad T_{общ}=\frac{V_1+V_2+V_3+...+V_n}{\frac{V_1}{T_1}+\frac{V_2}{T_2}+\frac{V_3}{T_3}+...+\frac{V_n}{T_n}}$$

решение приходит от температуры.

Таким образом, если сосуд с объемом V_1 при температуре T_1, объемом V_2 при температуре T_2 и т. д. с объемом V_n при температуре T_n соединить тонкой флейтой, то полученная результирующая температура будет равна:

$$\boxed{T=\frac{V_1+V_2+V_3+...+V_n}{\frac{V_1}{T_1}+\frac{V_2}{T_2}+\frac{V_3}{T_3}+...+\frac{V_n}{T_n}}} \qquad (44.11)$$

Если соединяются емкости равного объема, то приведенная выше формула переходит к следующему более простому виду:

$$\boxed{T=\frac{n}{\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}+\frac{1}{T_3}+...+\frac{1}{T_n}}} \qquad (44.12)$$

Из закона Гей-Люссака можно вывести еще много частных формул, облегчающих расчет:

Изохорный процесс:

Объем идеального газа определенной массы, помещенного в сосуд, остается неизменным, и процесс, происходящий между давлением и температурой, называется изохорным процессом.

Выражение для изохорного процесса впервые ввел в конце XVIII века французский ученый Ж.Шарль и не подозревая об этом, открыл Гей-Люссак, в честь которого и назван ***закон Шарля.***

Закон Шарля определяется как:

При неизменном объеме давление газа заданной массы линейно зависит от температуры.

Шарль получил давление газа, запертого в сосуд, при температуре 0^0C как P_0, а давление P при произвольной температуре t. В результате многочисленных проведенных им опытов он написал уравнение линейной зависимости давления от температуры.

$$\boxed{P=P_0(1+\beta t)} \qquad (44.13)$$

Из его экспериментов стало ясно, что при повышении температуры давление увеличивается, а при понижении температуры, наоборот, падает и давление. Шарль 44.5-Рисунке сделал график на картинке. Получается, что график пересекает ось абсцисс при температуре t=-273^0C, то есть давление становится равным нулю. Далее в уравнении $\beta=\frac{1}{273^0C}$ так и получилось. Здесь коэффициент β называют коэффициентом линейного увеличения давления.

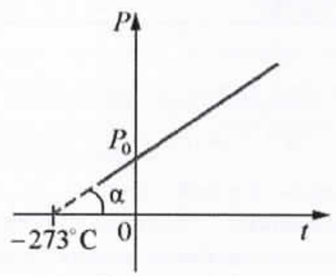


Рисунок 44.5

Позже было обнаружено, что температура $t=-273^0C$ является началом абсолютно температуры, в то время как в новой абсолютной температурной шкале ее принято считать нулевым Кельвином. Уравнение Шарля также может быть выражено в шкале Кельвина. Для этого воспользуемся уравнением состояния идеального газа. В условиях неизменного объема для газа, заключенного в бак

$\frac{P}{T} = \frac{\nu R}{V} = const$ будет.Поэтому пишем так:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = ... = \frac{P_n}{T_n} = \frac{\nu R}{V} = const$$

Следовательно, выражение закона Шарля по шкале Кельвина будет:

$$\boxed{\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad yoki \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}} \qquad (44.14)$$

Из выражения закона Шарля по шкале Кельвина можно вывести выражение по шкале Цельсия. Где начальная температура $T_1=273$ K, конечная температура $T_2=T_1+t=273+t$ будет. Начальное давление – это когда давление в 0^0C $P_1=P_0$, а конечное давление – $P_2=P$. $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ это выражение получается, когда мы используем формулу:

$$\frac{P_0}{273} = \frac{P}{273+t}, \quad \rightarrow \quad P = \frac{273+t}{273}P_0 = P_0\left(1+\frac{1}{273}t\right) = P_0(1+\beta t)$$

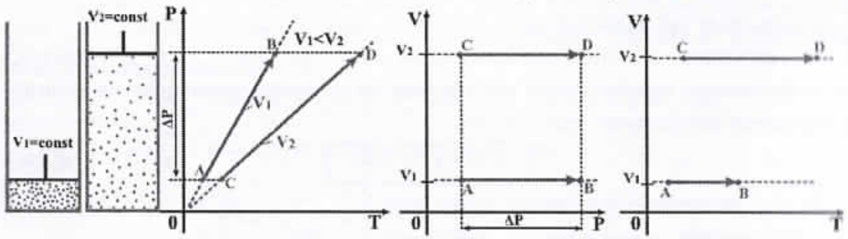


Рисунок 44.6

Изохоры для изохорного процесса показаны на рисунке ниже. $P=P(T)$, $V=V(P)$, $V=V(T)$ изохора $P = \frac{\nu R}{V}T = const \cdot T$ получается по формуле, график которой состоит из прямой, похожей на график функции в математике. Изохора, соответствующая большему размеру, будет располагаться лежа, то есть ближе к оси T.

С помощью закона Шарля можно вывести множество частных формул. Точно так же, используя его, можно привести закон Дальтона.

Вопросы по теме

1. *Что такое макропараметр? Что называется изопроцессами?*
2. *Что называется изотермическим процессом? Напишите вид уравнения для этого процесса и нарисуйте изотермы.*
3. *Что называется изобарным процессом? Напишите вид уравнения для этого процесса и нарисуйте изобары.*
4. *Что называется изохорным процессом? Напишите вид уравнения для этого процесса и нарисуйте изохоры.*

Решение задач:

1. Сколько градусов была первоначальная температура газа, если при нагревании газа в баллоне до 5⁰C его давление увеличилось на 1%?

Дано:
$V = const$
$\Delta T = 5\,K$
$P_2 = 1{,}01P_1$
$T_1 = ?$

Решение:
Воспользуемся записанными уравнениями для изохорного процесса.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}, \rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{1{,}01P_1}{T_1+5}, \rightarrow T_1+5 = 1{,}01T_1, \rightarrow T_1 = 500\,K$$

$$t_1 = T_1 - 273 = 223^0C$$

Ответ: *223⁰ C*

2. Объем аэростата при нормальных условиях составлял 4200 м³. Сколько м³ объем аэростата на высоте 4320 м? Температура воздуха на этой высоте составляет 260К. p_n=760 Hg.

A) 7600 B) 6000 C) 4000 D) 6500 E) 5000

Дано:
$V_1 = 4200$ м³
$P_1 = 760$ *мм.ртут.ст.*
$h = 4320$ м
$T_1 = 273\,K$
$T_2 = 260\,K$
$V_2 - ?$

Решение:
Из уравнения Менделеева - Клапейрона находим температуру.

$$\frac{PV}{T} = \nu R \qquad T = \frac{PV}{\nu R}$$

Теперь запишем уравнение для каждого случая.

$$V_1 = \frac{\nu RT_1}{P_1}, \quad V_2 = \frac{\nu RT_2}{P_2}$$

Количество вещества, так как тип вещества не меняется будет равно ν= const атмосферное давление уменьшается на 1 мм.рт.ст каждые 12 м. Следующее давление уменьшается на 360 мм.рт.ст.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\nu RT_2}{P_2}}{\frac{\nu RT_1}{P_1}} = \frac{P_1T_2}{P_2T_1} = \frac{760\cdot 260}{400\cdot 273} = 1{,}8, V_2 = 1{,}8V_1,\ V_2 = 7600\ m^3$$

Ответ: 7600 м³

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВЕ VI

Лабораторная работа: № 8.

Исследование закона Бойля-Мариотта.

Цель работы: изучить связь между давлением и объемом газа (воздуха) в изотермическом процессе, т. е. закон Бойля - Мариотта.

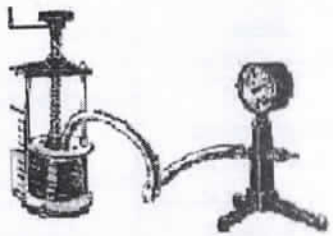
Необходимые инструменты и оборудование: 1) гофрированный герметичный металлический цилиндрический сосуд; 2) барометр-анероид и соединяющая его с чашей резиновая флейта

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Состояние данного количества газа характеризуется тремя параметрами: V – объем, P – давление и T – температура, которые являются взаимным уравнением состояния

$$PV = \frac{m}{\mu}RT$$

по основанию связаны. Где m-масса газа, μ – молярная масса, $R=8{,}31$ *Дж/(моль·К)* (универсальная газовая постоянная). Процесс, при котором один из параметров газа остается неизменным, называется изопроцессом. В этой работе строится изотермический процесс, при котором T=const, то есть температура постоянна. Если $T=const$ в приведенном выше уравнении, правая часть уравнения для неизменного количества газа будет постоянной. В этом случае уравнение принимает вид $PV=const$, который представляет закон Бойля-Мариотта.



Это означает, что для неизменного количества газа, если его температура постоянна, умножение объема на давление газа равно его неизменной величине. В данной лабораторной работе эта закономерность проверяется.

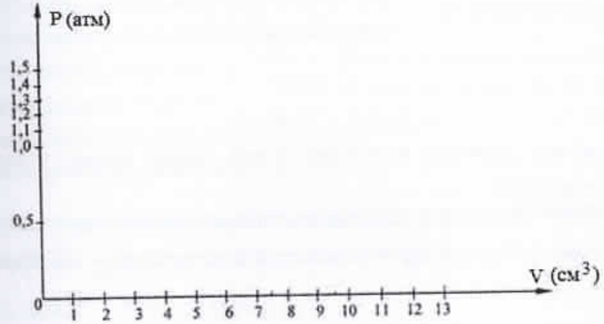
Общий вид экспериментального прибора у представлен на рисунке 1, который состоит из гофрированного герметичного металлического цилиндрического сосуда с неизменяемой по объему восковой оболочкой и соединенного с ним барометром-анероидом через резиновую флейту. Значения цилиндрического объема металла приведены в градуированном виде.

Порядок выполнения работ:

1. Заполните положение, соответствующее максимальному значению объема контейнера, через ручку.
2. Откройте кран монометра и запишите его среднее значение сечения. Инструмент показывает $1atm \approx 1kg/cm^2$, если он находится в нормальном состоянии. Итак, получается $P_1=1atm$.
3. Зафиксируйте P_2, закрыв кран монометра и доведя громкость до V.
4. Смотря и уменьшая объем на каждые $0{,}1\ V$ до $0{,}5\ V$, записывайте соответствующие им значения давления (если манометр имеет начальное значение в градусах через 0, то он показывает разницу между давлением в системе и атмосферным давлением $P_1 = 1$ *атм* $=10^5$ *Па*).

5. Приведя размеры измерений к СИ, запишите их в таблицу и проверьте, что $PV= const$,
6. Нарисуйте связь P=P(V) и объясните ее.
7. Подведите итоги, основываясь на результатах в таблице.

№	$P_i[atm]$	$V_i[sm^3]$	$(PV)_i$	$\overline{(PV)}$	$\Delta(PV)_i$	$\overline{\Delta(PV)}$	$\delta = \frac{\overline{\Delta(PV)}}{\overline{(PV)}} \cdot 100\%$
1							
2							
3							
$PV = \overline{(PV)} \pm \overline{\Delta(PV)}$							



Контрольные вопросы

1. Что считается идеальным газом?
2. Что вы подразумеваете под давлением?
3. Что называется изопроцессами?
4. Объясните закон Бойля-Мариотта.
5. Нарисуйте линию изотермы.

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ VI

1. В каком ответе относительно полно изложены основные положения молекулярно-кинетической теории?

A) любое тело состоит из молекул, которые находятся в хаотическом движении, между которыми существуют силы взаимодействия.

B) вещество состоит из частиц и между ними существуют силы взаимодействия.

C) вещество разлагается на мелкие частицы, которые непрерывно заполняют пространство.

D) материя состоит из элементарных частиц, которые непрерывно вращаются друг вокруг друга.

E) вещество состоит из электронов, протонов и нейтронов в хаотическом движении, между которыми существуют силы взаимодействия.

2. Единица какой величины СИ выражается в *1 моль*?

A) масса   B) количество вещества   C) объем

D) молярная масса   E) число молекул.

3. Какая физическая величина называется числом Авагадро?

A) на число атомов в 12 г углерода

B) на количество частиц в 1 моль мод

C) на число молекул в 32 г кислорода

D) на число молекул в 2 г водорода

E) Все ответы правильные.

4. Что называется молярной массой?

A) на массу вещества в 1 м^3 при $T=273$ C.

Б) к массе молекулы, выраженной в граммах.

C) масса атома данного вещества равна массе атома углерода $\frac{1}{12}$ в пропорции к порции.

D) $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ на массу вещества, состоящего из частиц.

E) масса атома углерода данной молекулы вещества $\frac{1}{12}$ по отношению к массе.

5. Какова молярная масса газа, если его масса равна m, а число молекул равно N? N_A – константа Авогадро.

A) NmN_A B) $\frac{Nm}{N_A}$ C) $\frac{N_A m}{N}$ D) $\frac{N_A}{Nm}$

6. Определите количество (*моль*) *16 г* кислородного вещества. $M = 32 \cdot 10^{-3}$ *kg/mol*.

A) 0,5   B) 1   C) 2   D) 16   E) 32

7. Какой объем занимает *136 моль* ртути (ℓ)? Ртуть имеет плотность *13,6 г/см^3* с молярной массой *200 г / моль*.

A) 15   B) 10   C) 6,8   D) 2   E) 1,5

8. Сравните количество молекул в воде и льду, которые равны по объему.

A) $\frac{N_m}{N_s} = 2$ B) $\frac{N_s}{N_m} = 0{,}1$ C) $\frac{N_s}{N_m} = 1{,}1$ D) $\frac{N_s}{N_m} = 1$ E) $\frac{N_m}{N_s} = 1{,}1$

9. Металлическое тело нагревали до высокой температуры. Как при этом изменяется объем, плотность и количество вещества тела?

A) увеличивается, увеличивается, увеличивается

B) увеличивается, уменьшается, увеличивается.

C) увеличивается, увеличивается, не изменяется.

D) увеличивается, уменьшается, не изменяется

E) не изменяется, увеличивается, увеличивается.

10. Что не следует учитывать, чтобы считать газ идеальным?

A) столкновение молекул

B) взаимодействие молекул при столкновении

C) движение молекул.

D) дистанционное редактирование молекул.

E) масса молекул.

11. От какой из следующих величин зависит давление идеального газа, характеризующего молекулы?

A) от силы притяжения между молекулами

B) кинетической энергии.

C) потенциальной энергии

D) от силы отталкивания между молекулами.

E) от размеров и формы молекул.

12. Найти основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

A) $p = \frac{2}{3} n\overline{E}$ B) $pV = const$ C) $pV = \frac{m}{M} RT$

D) $\frac{V}{T} = const$ E) $\frac{pV}{T} = const$

13. Сосуд с объемам V_1 газом массой m_2был соединен с емкостью V_2 с газом массой m_2. Найти плотность газа в этой системе сосудов.

A) m_1/V_1 B) m_2/V_2 C) $m_1/V_1 + m_2/V_2$

D) $(m_1 + m_2)/(V_1 + V_2)$ E) $(m_1 - m_2)/(V_1 + V_2)$

14. Каково число молекул в единице объема, если плотность вещества ρ, а масса его молекулы m_0?

A) $m_0 N_A/\rho$ B) ρ/m_0 C) ρm_0 D) $\rho N_A/m_0$ E) m_0/ρ

15. Какой физический параметр у них должен быть одинаковым, чтобы несколько тел находились в состоянии теплового равновесия?

A) давление   B) кинетическая энергия   C) объем

D) масса   E) температура

16. Укажите основные единицы, входящие в систему СИ в молекулярной физике и термодинамике.

A) °C; m^3 B) mol; J   C) mol; K

D) K; Pa   E) mol; Pa

17. Чему равна нижняя граница температуры по абсолютной шкале (K)?
A) -∞ B) 0 C) -100 D) -273 E) 4

18. Начальная температура газа *500 K*. Он увеличился на *6 %*. Какова конечная температура газа (*K*)?
A) 530 B) 500 C) 470 D) 560 E) 600

19. В чем физический смысл температуры?
A) мера работы, выполняемой газом.
B) мера количества столкновений молекул в единицу времени.
C) характеристика агрегатного состояния вещества.
D) мера средней кинетической энергии молекул.
E) мера внутренней энергии газов, жидкостей и твердых тел.

20. Как изменится концентрация молекул газа, если абсолютная температура идеального газа в открытом сосуде увеличится на *30%*?
A) увеличивается на 30%. B) уменьшается на 23%.
C) не меняется. D) уменьшается на 60%. E) уменьшается на 20%.

21. В изотермическом процессе давление газа уменьшилось в 3 раза. Как при этом изменяется концентрация молекул газа?
A) увеличивается в 3 раза B) уменьшается в 3 раза C) не изменяется
D) увеличивается в 9 раз E) уменьшается в 9 раз

22. Как изменится число молекул в единице объема, если абсолютная температура идеального газа в изобарном процессе увеличится в 2 раза?
A) не меняется B) уменьшается в 2 раза C) увеличивается в 2 раза
D) уменьшается в 4 раза E) увеличивается в 4 раза

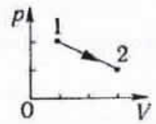
23. Как изменится число молекул в единице объема, если в изобарном процессе средняя кинетическая энергия молекул идеального газа увеличится в 2 раза?
A) не изменяется B) увеличивается в 2 раза C) уменьшается в 2 раза
D) увеличивается в 2 раза E) уменьшается в 2 раза

24. Покажите уравнение Менделеева-Клапейрона.
A) $\frac{PV}{T}=\frac{m}{M}R$ B) $PV=RT$ C) $PV=nkT$ D) $PV=const$ E) $\frac{PV}{T}=const$

25. Найти единицу универсальной постоянной R газов.
A) Дж /(моль·K) B) Дж/K C) моль$^{-1}$ D) Дж/ (кг·K) E) Дж/кг

26. Пять одинаковых емкостей заполнены следующими газами: 1) азотом; 2) воздухом; 3) кислородом; 4) гелием; 5) водородом. Массы и температуры газов одинаковы. Давление какого газа наибольшее?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

27. Как изменяется температура идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2?



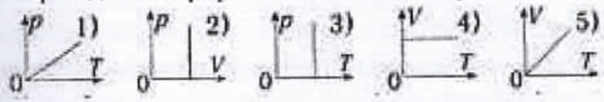
A) увеличивается.
B) уменьшается.
C) не меняется.
D) такого процесса не будет.
E) может как увеличиваться, так и уменьшаться

28. Газ занимает объем *1 м³* при давлении *10⁵ Па*. Какой объем (*м³*) занимает этот же газ при давлении *5 МПа*, когда температура не меняется?
A) 0,02 B) 0,05 C) 0,2 D) 0,5 E) 5

29. При неизменной температуре давление газа составляет *1 атм* на *400 мм ртутного столба*. Во сколько раз изменяется его объем, если он изменяется до?
A) 1,2 B) 1,4 C) 1,6 D) 1,9 E) 2,1

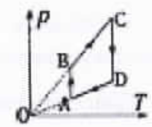
30. В изотермическом процессе давление идеального газа увеличилось в 2 раза. Как изменилась при этом средняя квадратичная скорость молекул газа?
A) не изменилась B) в 2 раза не изменилась C) увеличилась в 2 раза
D) √уменьшилось в 2 раза E) √увеличилось в 2 раза

31. Какие из приведенных графиков являются изохорными?



A) 1,2,4 B)1,5 C) 3 D) 2, 3, 4 E) нету изохор.

32. В какой момент этого цикла объем имеет наименьшее значение?



A) в точке B) в точке C) в интервале *B*-C
D) в точке *A* E) в интервале *A-D*

33. Как изменится плотность газа, если температура гелия в баллоне повысится со *127°C* до *527°C*? Не учитывайте изменение объема баллона.
A) увеличивается в 4 раз B) уменьшается 4 раза C) неизменится
D) уменьшается 2 раза E) увеличивается в 2 раза

ЗАДАНИЯ ПО ГЛАВЕ VI

1. Какова масса $3{,}0 \cdot 10^{26}$ атомов железа (*кг*)? Молярная масса железа составляет *56 г/моль*, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$

2. Сколько атомов содержится в куске олова массой *1,187 кг*? Молярная масса олова *M=118,7 г/моль* . $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$.

3. Во сколько раз отличается число молекул в водороде и кислороде, массы которых равны? $M_k = 32 \frac{г}{моль}$; $M_v = 2 \frac{г}{моль}$.

4. Сколько молекул в капле воды диаметром *1 мм*? $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$

5. Сколько молекул в среднем улетучивается с поверхности воды за *1 с*, если при *6 с* выпаривается *18 мг* воды?

6. Сколько атомов серебра находится на поверхности *1 мкм* слоя серебра толщиной 36 *см*^{2}? $M = 108 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$, $\rho = 10{,}5 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$

7. В результате абсолютного упругого удара молекулы азота о стенку сосуда под углом *60°* изменение импульса составило $1{,}4 \cdot 10^{-23}$ *кг·м/с*. Найти скорость молекулы азота (*м/с*). $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$

8. Какова плотность газа (*кг/м*^{3}), если концентрация молекул кислорода в сосуде $n = 6 \cdot 10^{25}$ *м*$^{-3}$? $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$

9. Рассчитайте концентрацию молекул газа при температуре *127°С* и давлении *1,38 МПа* (*м*$^{-3}$). Константа Больцмана $k = 1{,}38\ 10^{-23}$ *Дж/К*.

10. Каково число атомов ртути *1 см*^{3}, если давление паров ртути при *27°С* равно *0,75 Па*? $N_A = 6\ 10^{23}$ *моль*$^{-1}$.

11. В некотором процессе уравнение состояния идеального газа имеет вид $V^2/T = const$. Как изменится давление газа при увеличении его объема в 2 раза?

12. Вычислите температуру (*К*), если в емкости объемом *8,3 ℓ* находится *140 г* молекулярного азота под давлением *3,5 МПа*? *R =8,3 Дж / (моль·к)*.

13. Давление газа объемом *0,8 м*^{3} при температуре 300 K равно $22{,}8 \cdot 10^5$ *Па*. Сколько кельвинов будет иметь температура, если тот же газ займет объем *1,4* м^3 при давлении $3{,}2 \cdot 10^5$Па?

14. Какой объем занимает *1 кмоль* газа при давлении *100 кПа* и температуре *100°С* (м^3)?

15. При нормальном давлении камера велосипеда наполняется 50 раз с помощью насоса, давление в ней составляет *2 атм*. Во сколько раз объем цилиндра насоса меньше объема камеры?

16. При нормальных условиях (*P=101 кПа, T=273 K*) газ массой *0,74 г* занимает *8,31 ℓ* объема. Что это за газ?

17. Воздух прогревался в открытом сосуде от *27°С* до *127°С*. Как соотносятся начальная m_1 и конечная m_2 массы воздуха в сосуде?

18. Емкость объемам 0,2 *m*^{3} содержит 1 моль идеального газа при давлении 10^5 *Па*. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа.

19. На сколько изменится его средняя кинетическая энергия при изменении температуры молекул газа на *1 К*.

20. В баллоне с подвижным поршнем находится газ под давлением 10^5 Па и температурой 27^0C . Каким будет его давление, если объем газа уменьшить вдвое, а температуру увеличить до *600 К*.

21. Давление воздуха в камере автомобильного глушителя емкостью 0,5 *m*^{3} равно $3 \cdot 10^5$ *Па*. Определить давление воздуха при нормальном давлении и температуре (*Па*).

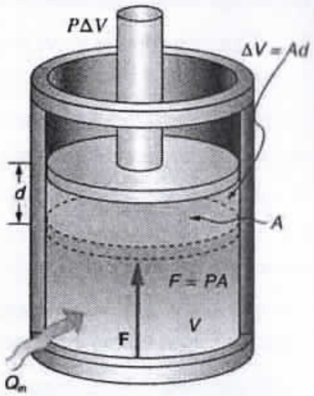
22. Из-за неисправности крана баллона из него вытекает газ. Если известно, что давление газа в баллоне уменьшилось в два раза, то на сколько (*кг*) равна масса газа, выходящего из него? Начальная масса газа в баллоне *– 2 кг*.

23. Воздушный шар вместимостью 300 *m*^{3} содержит водород при температуре 27^0C и давлении 10^5 Па. Определите массу водорода.

24. Во сколько раз повысилось давление, если температура инертного газа после включения электрической лампы увеличилась с 18^0C до 309^0C?

25. Определите массу (*кг*) азота объемом *40 ℓ* при давлении $150 \cdot 10^5$ *Па* и температуре 47^0C.

ГЛАВА VII. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ



Термодинамика сформировалась как наука в первой половине XIX века под термодинамикой, то есть получением силы и движения от тепла. Возникновение и развитие термодинамики связано с созданием тепловых двигателей. Первоначально термодинамика охватывала проблемы, связанные с преобразованием энергии топлива в механическую энергию. Одним из основоположников термодинамики является французский ученый С. Карно. Он заложил основы термодинамики в своей работе 1824 года "Рассуждения о движущей силе огня и машинах, способных использовать эту силу". В настоящее время методы термодинамики являются самостоятельной наукой, используемой не только в физике, но и в химии, биологии и других науках. В термодинамике изменения в веществах рассматриваются не с точки зрения механизма всех явлений, а с точки зрения изменения энергии.

§ 45. СПОСОБЫ ТЕПЛООБМЕНА. КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ

Способы передачи тепла:

Обмен внутренней энергией между телами и окружающей средой без выполнения механической работы называется теплообменом. Теплообмен также происходит, когда тела соприкасаются друг с другом и находятся на некотором расстоянии друг от друга, при этом внутренняя энергия тела изменяется (о внутренней энергии мы поговорим в следующих темах).

Теплообмен происходит только тогда, когда существует разница температур между телами или частями тела. При большой разнице происходит интенсивный теплообмен. При выравнивании температур между телами или частями тела теплообмен прекращается, и это состояние называется термодинамическим равновесием.

В природе явление теплообмена реализуется посредством теплопроводности, конвекции и излучения.

1) Теплопроводностью называют явление переноса энергии из одной части вещества в другую за счет хаотического движения молекул вещества и других частиц. При непосредственном соприкосновении тел происходит энергетический обмен их молекул при ударе друг о друга. Молекулы тела с

более высокой температурой находятся в более интенсивном движении, и при ударе о более слабую движущуюся молекулу часть отдает ему энергию. Следовательно, горячее тело охлаждается, а холодное тело нагревается. Например, если горячее железо вводится в баллон с водой или газом, через некоторое время железо остывает и нагревает воду или газ. Или, если два твердых тела соприкасаются друг с другом в состоянии контакта, их температура становится равной через некоторое время. Теплопроводность-это теплообмен, который происходит между твердым телом и твердым телом, между твердым телом и жидкостью, между твердым телом и газом.

На рисунке 45.1 приведен эксперимент по проверке теплопроводности. Изображено, как гвозди, приклеенные воском к стальному штативу, падают один за другим под воздействием тепла. При этом пламя нагревает конец штатива. Но тепло на одном конце влияет на теплопроводность Рисунок 45.1 постепенно доходит до второго конца. Теплопроводность имеет свои плюсы и минусы. Например, чтобы чай в термосе не остыл, его покрывают веществом с низкой теплопроводностью.

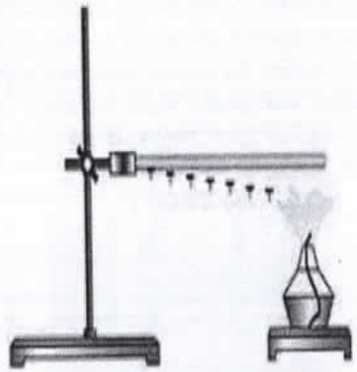


Рисунок 45.1

Автомобили сделаны из металлов, чтобы их двигатели не нагревались. Потому что теплопроводность металлов намного выше, чем у диэлектриков. Важно отметить, что вещество, которое хорошо проводит ток, также хорошо проводит тепло.

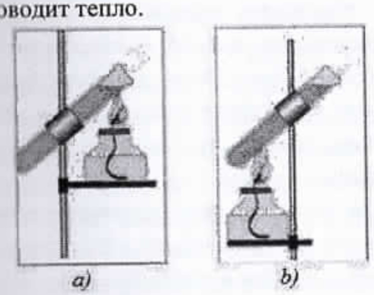


Рисунок 45.2

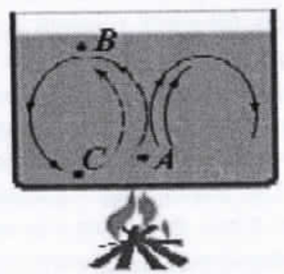
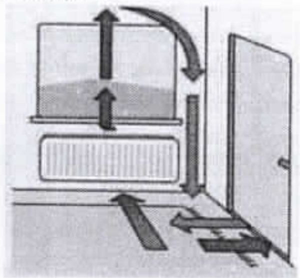


Рисунок 45.3

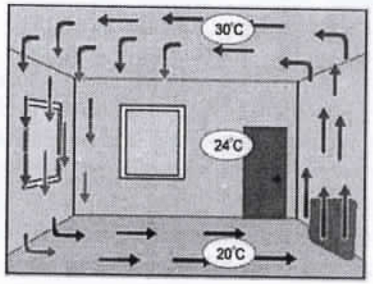
2) Конвекцией называют явление теплообмена, возникающее вследствие смещения неравномерно нагретых слоев жидкости или газа под действием силы тяжести. Предположим, что мы передаем тепло жидкости верхом,и через некоторое время мы видим, что поверхность воды остается теплой, а дно-холодным (рис.45.2-а). Теперь,нагревая дно сосуда, в котором стоит

жидкость, мы видим, что через некоторое время все части жидкости нагреваются одинаково (рис.45.2-б).

Тот же результат будет и при проведении этого опыта с газом. При передаче тепла от дна сосуда нагреватель нижней части жидкости расширяется, а ее плотность уменьшается (осветляется). Чем холоднее жидкость или газ в верхней части, тем больше плотность, поэтому он смещается вниз. Другими словами, горячая жидкость или газ, плотность которых мала, так же, как архимедова сила толкает легкие тела вверх, также движется вверх под действием Архимедовой силы. Таким образом, весь слой нагревается одинаково. При нагревании воды в емкости снизу ее плотность уменьшается из-за того, что нижний слой расширяется при нагревании. В результате он перемещается в верхний слой под действием силы Архимеда, а также нагревает верхний слой. Поскольку тег остается свободным, новый холодный слой перемещается в это место, и процесс повторяется много раз (рис.45.3).



a)



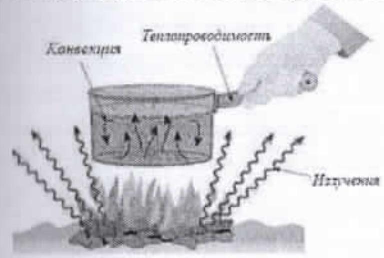
b)

Рисунок 45.4

Процесс прогрева помещения также обусловлен явлением конвекции. Нагретый батареей горячий воздух поднимается наверх и поступает в холодный воздух со стороны двери (рис.45.4-а). Этот процесс будет продолжаться автоматически. Поэтому в верх помещения будет теплее,а низ-холоднее (рис.45.4-б). Беспламенное горение огня в духовке или духовке также является результатом явления конвекции.

3) Излучением называют явление, при котором тело изменяют свою энергию путем излучения или поглощения света. Теплообмен наблюдается, когда молекулы тел не соприкасаются друг с другом в контакте, даже если между ними существует зазор. Даже в условиях, когда горячее и холодное тело находятся в вакууме, происходит нагрев холодного тела. Тепло, передаваемое горячим телом, рассеивается в виде излучения, часть этого тепла поглощается и холодным телом. Излучение в основном в форме инфракрасных лучей (точнее электромагнитных волн), о которых говорят в

атомной физике. Энергия, которая достигает нас через пространство от солнца, также является результатом излучения.



a)

b)

Рисунок 45.5

Тепло, которое приходит к нам, когда мы греемся на плите или огне со стороны, происходит за счет излучения, а когда мы греемся сверху, мы получаем тепло за счет конвекции. Тепло наших рук, когда мы держим контейнер или косу, связано с теплопроводностью теплота в картинках 45.5.

Количество тепла:

Энергия, получаемая или отдаваемая без выполнения механической работы над телом в процессе теплообмена, называется количеством теплоты. Количество теплоты обозначается Q. Поскольку количество тепла является передаваемой энергией, его единица измерения также измеряется в ДЖоулях (джоулях), как и энергия. Для нагрева, плавления, испарения объекта ему обязательно потребуется теплоотдача. Также при сгорании горючего продукта выделяется тепло в окружающую среду. Давайте познакомимся с этими типами тепла один за другим.

1) Удельная теплота сгорания.

Процесс горения горючих веществ представляет собой химический процесс, главным образом в котором углеводородные соединения, содержащиеся в продукте, соединяются с молекулами кислорода в воздухе или распадаются, образуя новые соединения. Процесс горения является экзотермической реакцией с выделением тепла.

Энергия, выделяющаяся при полном сгорании 1 кг горючего продукта, называется удельной теплотой сгорания и обозначается q. Удельная теплота сгорания-величина, характеризующая зависимость теплоты, выделяемой при сгорании вещества, от вида вещества. Например, при полном сгорании 1 кг бензина или керосина выделяется 44-46 МДЖ тепла. В двигателях внутреннего сгорания полезная работа получается путем преобразования того же тепла в механическую энергию. Ниже в таблице приведены удельные теплоты сгорания некоторых горючих продуктов.

Таблица 45.1

Топливо	$q, \frac{МДж}{кг}$	Топливо	$q, \frac{МДж}{кг}$
Бензин	46	Toshko'mir (AI markali)	20,5
Дизельное топливо	42	порох	3
Керосин	43,1	Этиленовый спирт	27,1
Фисташковый уголь	29,7	Условное топливо	29,3
Ташкумир	30,3		30,3

Общее количество теплоты, выделяющееся при сгорании горючего вещества, прямо пропорционально массе вещества.

Тепло, выделяющееся при полном сгорании продукта сгорания с массой m, будет:

$$\boxed{Q = qm} \quad (45.1)$$

Когда мы сжигаем топливо, все тепло, которое оно дает, никогда не превращается в тепло, которое нам нужно. Потому что определенная его часть уходит вместе с продуктом, образующимся в результате сгорания, другая часть расходуется на нагрев предметов в окружающей среде. Величина, характеризующая эффективность нагревателя, в котором происходит сгорание топлива, называется коэффициентом полезной работы нагревателя (КПД) называется и обозначается η.

Коэффициент полезной работы, показывает, сколько общего тепла Q_{um}, выделяемого песком при сгорании топлива, составляет полезная теплота Q_f, израсходованная на ту цель, которую необходимо непосредственно использовать.

$$\boxed{\eta = \frac{Q_{пол}}{Q_{общ}} \cdot 100\%} \quad (45.2)$$

Полезное тепло всегда меньше общего тепла и $\eta \leq 1$.

2) Удельная теплота плавления.

Таблица 45.2

Modda	$t, {}^0C$	Modda	$t, {}^0C$
Алюминий	659	Лёд	0
Волфрам	3410	Серебро	960
Железо	1539	Сталь	1400
Золото	1064	Цинк	419

Любое твердое тело начинает превращаться в жидкость при некоторой температуре, когда мы его нагреваем. В то время как плавление в аморфных телах происходит в определенных диапазонах температур, тела с кристаллической структурой имеют определенную температуру плавления. В

таблице 45.2 приведены температуры плавления тел с некоторой кристаллической структурой.

Энергия, необходимая для превращения 1 *кг* кристаллического тела в жидкость при температуре плавления и нормальном атмосферном давлении, называется удельной теплотой плавления и обозначается λ. Удельная теплота плавления-величина, характеризующая зависимость теплоты, необходимой для плавления тела с кристаллической структурой, от вида вещества. Например, чтобы растопить 1 *кг* льда при температуре 0^0C и превратить его в воду при 0^0C, требуется 330 *кДж* тепла. Даже при том, что значение удельной теплоты плавления намного больше, в зимнее время года не вся вода в морях и океанах замерзает. Другими словами, до тех пор, пока вода в океанах не помешает нашей планете сильно остыть. Ниже в таблице 45.3 приведены удельные теплоты плавления некоторых кристаллов.

Таблица 45.3

Вещество	$\lambda, \frac{кДж}{кг}$	Вещество	$\lambda, \frac{кДж}{кг}$
Альюминий	380	Свинец	25
Железо	270	Серебро	88
Лед	330	Титан	210

Тепло, необходимое для полного расплавления кристалла массой m, который находится при нормальном атмосферном давлении и температуре плавления, составляет:

Процесс, обратный процессу плавления, – это затвердевание. Чем больше тепла поглощается телом при плавлении, тем больше тепла выделяется при затвердевании:

$$\boxed{Q = \lambda m} \quad (45.3)$$

3) Удельная теплота испарения.

Таблица 45.4

Modda	$t, {}^0C$	Modda	$t, {}^0C$
Ацетон	56,2	Ртут	357
Бензин	150	Этиловой спирт	78
Бензол	80	Этиловой эфир	35
Вода	100		

Когда жидкость испаряется, в нее поглощается тепло из окружающей среды, и это тепло расходуется на превращение молекул жидкости в пар путем преодоления силы поверхностного натяжения. Температура кипения жидкости-это ее конечная температура в жидком состоянии. Независимо от того, сколько тепла мы даем жидкости, которая находится при температуре кипения, мы все равно не можем ее нагреть. Выделяемое тепло расходуется на более интенсивное испарение жидкости. В таблице 45.4 выше приведены температуры кипения некоторых жидкостей.

Количество теплоты, необходимое для превращения *1 кг* жидкости в полноценный пар при нормальном атмосферном давлении и температуре кипения, называется удельной теплотой испарения и обозначается r. Например, для превращения *1 кг* воды при температуре 100^0 *С* в пар при 100^0C требуется *2,3 МДЖ* тепла. Даже при том, что удельная теплоемкость для воды намного больше, под воздействием солнца никогда не происходит полного испарения всей воды в океанах. Другими словами, до тех пор, пока вода в океанах не помешает нашей планете нагреваться выше 100^0C.

Теплота, необходимая для полного испарения массивной жидкости, стоящей при нормальном атмосферном давлении и температуре кипения, равна:

$$\boxed{Q = r m} \qquad (45.4)$$

Процесс, противоположный процессу испарения, является конденсацией. Чем больше поглощается тепла при испарении жидкости, тем больше выделяется тепла при конденсации. В летний сезон вода испаряется из морей и океанов, а в осенний и зимний сезон эта испаренная жидкость конденсируется и возвращается обратно в виде дождя и снега.

При нагревании твердых тел с относительно высокой температурой плавления происходит такое явление, что молекулы в поверхностной части тела превращаются в пар без плавления. Другими словами, тепла, подаваемого извне, становится достаточно, чтобы испарить его сразу. Явление превращения твердого тела в пар без плавления называется сублимацией.

4) Удельная теплоемкость.

Величина с, характеризующая зависимость изменения внутренней энергии тела от вида вещества при нагревании и охлаждении тела, называется относительной теплоемкостью.

Соотношение температуры *1 кг* вещества с количеством теплоты, необходимым для нагрева до 1^0C, называется удельное теплоемкостью обозначается c. Удельная теплоемкость зависит от агрегатного состояния вещества. Например, если для льда $c_{лёд} = 2100\frac{Дж}{кг\cdot K}$, то для воды $c_{вода} = 4200\frac{Дж}{кг\cdot K}$ он равен. Кроме того, при нагревании газа величина удельной теплоемкости будет зависеть от того, в каком процессе он нагревается. А в твердых телах значение удельной теплоемкости значительно меньше при очень низких температурах и увеличивается с повышением температуры. А при обычных

температурах это изменение происходит вяло. Значение удельной теплоемкости, приведенное в таблицах, является средним значением при нормальных условиях, приведенным в таблице ниже.

Таблица 45.5

Modda	$c, \frac{кДж}{кг\cdot K}$	Modda	$c, \frac{кДж}{кг\cdot K}$
Вода	4187	Железо, Сталь	460
Керосин	2140	Латунь	380
Глицерин	2430	Медь	380
Этиловой спирт	2430	Олова	250
Этиловой эфир	2340	Свинец	120
Ртут	120	Серебро	880
Лёд	2090		

Общее количество теплоты, необходимое для нагрева вещества, прямо пропорционально массе вещества.

Количество теплоты, необходимое для повышения температуры вещества с массой m от t_1 до t_2, будет:

$$\boxed{Q = cm(t_2 - t_1) = cm\Delta t} \qquad (45.5)$$

5) Теплоемкость.

Иногда более характерно нагревать не *1 кг* вещества, а температуру его застывания до 1^0C. Для этого вводится новое понятие теплоемкости.

Количество теплоты, необходимое для нагрева вещества до температуры 1^0C, называется теплоемкостью и обозначается C. Единица измерения теплоемкости $\frac{Дж}{K}$.

Количество теплоты, необходимое для повышения температуры вещества с t_1 до t_2, будет:

$$\boxed{Q = C(t_2 - t_1) = C\,\Delta t} \qquad (45.6)$$

Связь между теплоемкостью и удельной теплоемкостью будет следующей:

$$\boxed{C = cm} \qquad (45.7)$$

В калориметрах используется больше теплоемкости. В паспорте калориметра будет записана его теплоемкость.

6) Молярная теплоемкость.

Количество теплоты, необходимое для нагрева температуры 1 моль вещества до 1^0C, называется молярной теплоемкостью и обозначается c'.

Количества теплоты необходимое ν количество вещества необходимое для повышения температуры вещества с t_1 до t_2, равно:

$$\boxed{Q = c'\,\nu(t_2 - t_1) = c'\,\nu\,\Delta t} \qquad (45.8)$$

В калориметрах используется больше теплоемкости. В паспорте калориметра будет записана его теплоемкость.

Удельная теплоемкость и молярная теплоемкость связаны следующим образом:

$$\boxed{c' = c \cdot M} \tag{45.9}$$

Здесь: M – молярная масса вещества.

Тепловой равновесия:

Если теплообмен происходит между несколькими телами внутри одной системы, более холодные тела нагреваются, в то время как более холодные тела охлаждаются, что приводит к некоторой температуре t'. Независимо от того, являются ли входящие в систему тела различными веществами, все равно ток теплообмена между ними будет продолжаться до тех пор, пока их температуры не станут равными (напомним: при выравнивании температур средние кинетические энергии молекул веществ также становятся равными).

В 1774 году русский ученый М.В. Ломоносов совместно со своим современником Петербургский академиком Г.V.Рихманом исследовал теплообмен от одного тела к другому на основе калориметрического эксперимента и открыл закон теплового равновесия.

Сумма тепловых величин, отданных всеми охлаждающимися телами $\sum Q_{отдал}$, равна сумме тепловых величин, полученных всеми нагревающимися телами $\sum Q_{пол}$.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} Q_{отдал} = \sum_{j=1}^{m} Q_{пол}} \tag{45.10}$$

Все расчеты, связанные с теплообменом, выполняются на основании закона сохранения энергии. Кроме того, закон теплового равновесия также является выражением закона сохранения энергии, применимого к тепловым явлениям.

Например, давайте посчитаем температуру, которая будет определяться при смешивании горячей и холодной воды. Холодная вода нагревается от температуры t_1 до температуры t' и поглощает значительное количество тепла $Q_{пол} = c m_1(t'-t_1)$. А горячая вода, остывая от температуры t_2 до температуры t', и отдает большое количество тепла $Q_{отдал} = c m(t_2 - t')$. Это происходит по закону теплового равновесия $Q_{пол} = Q_{отдал}$. То есть определились.

$$c m_1(t'-t_1) = c m_2(t_2 - t'), \ \rightarrow \ c m_1 t' - c m_1 t_1 = c m_2 t_2 - c m_2 t', \ \rightarrow$$

$$\rightarrow \ m_1 t' - m_1 t_1 = m_2 t_2 - m_2 t', \ \rightarrow \ (m_1 + m_2) t' = m_1 t_1 + m_2 t_2, \ \rightarrow \ t' = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$$

Таким образом, температура t', при которой m_1 растворяется в холодной воде с массой t_1 при смешивании с горячей водой с массой m_2 при температуре t_2, будет равна:

$$\boxed{t' = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}} \tag{45.11}$$

Тело не только нагревается за счет нагрева, но и нагревается, когда на теле выполняется определенная работа. Например, когда летящая пуля попадает в цель или брошенный с какой-то высоты предмет засовывается в песок и т.д. При этом часть механической энергии преобразуется в энергию пули, поражающей цель, или падающего с высоты тела, вызывая повышение ее температуры. Остальная механическая энергия преобразуется во внутреннюю энергию барьера. Давайте посчитаем, сколько в этих случаях будет нагреваться пуля или тело.

Когда пуля летит и попадает в препятствие, пуля и препятствие нагреваются, превращая всю $\frac{m\vartheta^2}{2}$ кинетическую энергию во внутренние энергии пули и препятствия. При этом энергия $\eta\frac{m\vartheta^2}{2}$, которую получает пуля, является энергией, которую получает препятствие, а оставшаяся $(1-\eta)\frac{m\vartheta^2}{2}$ энергия-энергией, которую получает препятствие. Следовательно, будет тепло, которое получает стрелка $Q_{olgan} = \eta\frac{m\vartheta^2}{2}$. С другой стороны, это будет энергия $Q_{olgan} = c m \Delta t$. Сравнивая эти получаем результат $c m \Delta t = \eta\frac{m\vartheta^2}{2}, \ \rightarrow \ \Delta t = \eta\frac{\vartheta^2}{2}$.

Таким образом, если η часть его кинетической энергии, когда пуля, летящая со скоростью ϑ, попадает в препятствие, превращается во внутреннюю энергию пули, ее температура увеличивается до следующего Δt:

$$\boxed{\Delta t = \eta\frac{\vartheta^2}{2c}} \tag{45.12}$$

Тело изначально имеет mgh потенциальной энергии, которая при ударе о землю η часть первоначальной потенциальной энергии, т. е. энергия ηmgh расходуется на нагрев тела, а оставшаяся $(1-\eta)mgh$ энергия расходуется на нагрев барьера. Увеличение внутренней энергии проявляется в форме тепла, то есть $cm\Delta t = \eta mgh$. Отсюда изменения температуры равна: $\Delta t = \eta\frac{gh}{c}$.

Следовательно, если тело, свободно падающее с высоты h, при ударе о земную дыру η часть его потенциальной энергии превращается во внутреннюю энергию тела, оно нагревается до температуры ниже Δt:

$$\boxed{\Delta t = \eta \frac{g\,h}{c}} \qquad (45.13)$$

График зависимости между количеством теплоты и температурой при нагревании твердого тела от очень низкой температуры до превращения его в газ приведен ниже (Рис. 45.6):

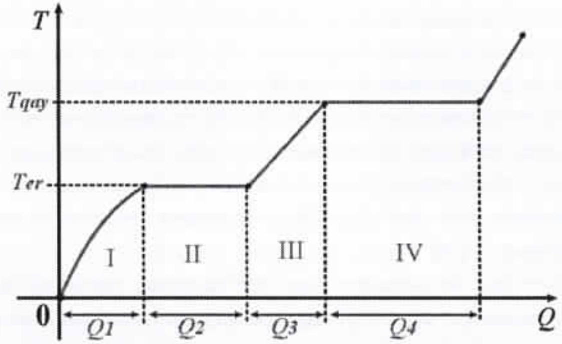


Рисунок 45.6

I – твердая фаза. При этом нагревание продолжается до начала плавления.

II – твердая и жидкая фазы. При этом тепло подается от начала плавления до конца плавления. Температура кристаллов при плавлении не меняется.

III – жидкая фаза. При этом тепла подается от завершения плавления до начала кипения.

IV – жидкая и газовая фазы. Переданное тепло расходуется только на испарение жидкости, при этом температура остается неизменной.

Q_4 – теплота испарения.

Это газовая фаза. Жидкость полностью испарилась. Теперь тепло, передаваемое газу, расходуется на повышение температуры.

Kalorimetr:

При определении удельной теплоемкости веществ и других тепловых величин используется прибор калориметр. В приборе-калориметре формируется смесь веществ и определяется результирующая температура t'. Калориметр представляет собой тонкостенную металлическую пластину A, расположенную внутри внешнего металлического стакана B с пробковым или деревянным дном у основания. Калориметр сделан таким образом, что в нем выделяется как можно меньше тепла. Кроме него, на калориметр устанавливают также термометр T и смеситель C для измерения температуры (рис.45.7).

Чтобы определить удельную теплоемкость твердого тела, тело нагревают до температуры чуть выше и опускают в водный калориметр, масса и температура которого являются точными. Для этого случая вводим следующие обозначения: C_1-теплоемкость, записанная в паспорте калориметра, m_2 и c_2 – масса и температура воды, налитой в калориметр, m_3 и t_3 – масса и начальная температура твердого тела, которого определяется удельная теплоемкость, t' – температура, определяемая при опускании твердого тела в водный калориметр.

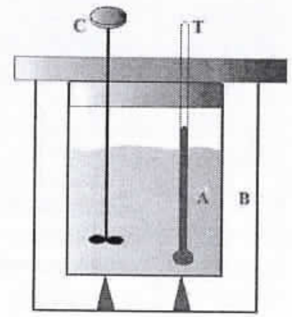


Рисунок 45.7

Для определения удельной теплоемкости тела C_3 составим уравнение теплового равновесия.

1) энергия, полученная калориметром и водой, будет:

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = C_1(t'-t_1) \\ Q_2 = c_2 m_2 (t'-t_1) \end{array}\right\} \Rightarrow Q_{пол} = Q_1 + Q_2 = C_1(t'-t_1) + c_2 m_2 (t'-t_1) = (C_1 + c_2 m_2)(t'-t_1)$$

2) выделяемое тепло-это тепло, выделяемое горячим телом от его падения в воду до установления равновесия. $Q_{отдал} = Q_3 = c_3 m_3 (t_2 - t')$

3) с помощью уравнения теплового баланса получаем результат. $Q_{пол} = Q_{отдал}, \quad \rightarrow \quad (C_1 + c_2 m_2)\cdot(t'-t_1) = c_3 m_3 (t_2 - t')$

Из этого определяем удельную теплоемкость твердого тела.

$$\boxed{c_3 = \frac{(C_1 + c_2 m_2)\cdot(t'-t_1)}{m_3 (t_2 - t')}} \qquad (45.13)$$

Следует также упомянуть, что при этом тепло не рассеивается вокруг, и мы считаем, что твердое тело, погруженное в воду, не плавится, не реагирует и не теряет своих свойств

Вопросы по теме

1. Поговорим о способах передачи тепла.

2. Дайте определение теплоты сравнительного горения, плавления и испарения.

3. Дайте определение удельной теплоемкости, теплоемкости и относительной молярной теплоемкости.

4. Чему равно значение удельной теплоты плавления для льда?

5. Чему равно значение удельной теплоты плавления и удельной теплоты испарения для воды

6. Напишите уравнение теплового баланса и объясните его.

7. Опишите строение и функцию калориметра.

Решение задач:

1. 50 л воды с температурой 15°C смешивали с 25 л воды с температурой 45°C. Какой будет температура смеси (°c)?

A) 20 B) 60 C) 30 D) 25 E) НПО

Дано:	*Решение:*
$t_1 = 15\ ^\circ C$ $V_1 = 50\ l$ $t_2 = 45\ ^\circ C$ $V_2 = 25\ l$ $t = ?$	*Процесс теплообмена продолжается до тех пор, пока не установится температурный баланс. В этом случае количество теплоты, выделяемого при охлаждении воды с температурой t_2 до температуры t, будет равно $Q = c\rho V_1(t_2 - t)$, в то время как количество теплоты, получаемое при нагревании воды с температурой t_1 до температуры t, будет равно $Q = c\rho V_2(t - t_1)$. Учитывая это, запишем следующее:*

$$c\rho V_1(t_2 - t) = c\rho V_2(t - t_1), \quad t_{um} = \frac{t_1V_1 + t_2V_2}{V_1 + V_2} = \frac{15\cdot50+45\cdot25}{50+25} = 25\ ^\circ C$$

Ответ: D) 25

2. На сколько кельвинов изменяется температура 2,9 м³ воды при сжигании 42 кг каменного угля в печи с КПД 50%? $q = 29 \cdot 10^6\ J/kg$, $c = 4200\ J/(kg \cdot K)$

Дано:	*Решение:*
$\eta = 50\ \%$ $m = 42$ кг $V = 2{,}9$ м^3 $q = 29 \cdot 10^6$ Дж/кг $c = 4200$ Дж/(кг · K) $\Delta T = ?$	*Теплота сгорания* $Q_{сжиг} = qm$ *Количество тепла, отдаваемого воде* $Q = \frac{\eta Q_{сжиг}}{100\%}$ *Изменение температуры* $\Delta T = \frac{Q}{m_s c} = \frac{\frac{\eta Q_{уоп}}{100\%}}{\rho V c} = \frac{\eta Q_{сжиг}}{\rho V c 100\%} = \frac{\eta q m}{\rho V c 100\%} = \frac{29\cdot10^6\cdot42\cdot50\%}{1000\cdot2{,}9\cdot4200\cdot100\%} = 50\ K.$

Ответ: 50 K

3. Свинцовая пуля со скоростью 100 м/с ударилась о препятствие и захлопнулась. На сколько кельвинов увеличилась бы его скорость, если бы на нагрев пули затрачивалось 50% энергии, превращавшейся при этом в тепло? T_{erish}=600 K, c=125 $J/(kg \cdot K)$

Дано:	*Решение:*
$v = 100\ m/s$ $c = 125$ Дж/(кг·K) $Q = 0{,}5E_k$ $\Delta T = ?$	$Q = 0{,}5E_k,\ Q = mc\Delta T,\ E_k = \frac{mv^2}{2}.$ $\Delta T = \frac{0{,}5v^2}{2c} = \frac{0{,}5\cdot100^2}{2\cdot125} = 20\ K$ *Ответ: 25 K*

§ 46. СТЕПЕНЬ СВОБОДЫ. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ. РАБОТЫ, ВЫПОЛНЯЕМЫЕ НА ИЗОПРОЦЕССАХ.

Мы много слышали, что механическая энергия превращается во внутреннюю энергию, когда движущийся тела останавливается. Мы знаем, что даже под действием силы трения дороги и сил сопротивления среды механическая энергия превращается во внутреннюю энергию. Итак, что же такое внутренняя энергия? Прежде чем ответить на этот вопрос, давайте познакомимся с зависимостью кинетической энергии атомов и молекул от степени свободы.

Распределение кинетической энергии атома или молекулы по степеням свободы:

Кинетическая энергия представляет собой сумму кинетических энергий поступательного вращательного и колебательного движения. Поскольку невозможно достичь абсолютную температуры 0 K, также невозможно полностью отстранить атомы и молекулы от движения. Следовательно, поскольку атомы и молекулы всегда будут иметь кинетическую энергию. Индикатором расчетов является то, что кинетическая энергия атомов и молекул будет зависеть от величины, называемой степенью свободы.

Число произвольных координат, необходимое для определения движения молекул и их положения в пространстве, называется степенью свободы.

Степени свободы можно разделить на степени свободы в поступательном $i_{пост}$, вращательном $i_{вращ}$ и колебательном $i_{колеб}$ движении. Общая степень свободы будет равна $i_{общ} = i_{пост} + i_{вращ} + i_{колеб}$. Ни одна из степеней свободы не имеет преимуществ и привилегий над другой, они равноправны. Следовательно, средняя кинетическая энергия $\frac{1}{2}kT$ молекулы равномерно распределяется по всем степеням свободы, при этом энергия соответствует каждой степени свободы. А полную кинетическую энергию молекулы составляют кинетические энергии, соответствующие каждой степени свободы.

$$\boxed{E_{общ} = \left(i_{пост} + i_{вращ} + i_{колеб}\right)\frac{1}{2}kT = \frac{i_{общ}}{2}kT} \qquad (46.1)$$

Один атом можно сравнить с одним и тем же бильярдным шаром. Атом может двигаться вперед только по оси Ox, Oy, Oz. При столкновении с другими атомами и молекулами вращательное движение не происходит. Следовательно, атом степень свободы будет равна 3 (рис.46.1).

Для атома степень свободы будет:

$$\boxed{\begin{cases} i_{пост} = 3 \\ i_{вращ} = 0 \end{cases}; \;\rightarrow\; i = i_{пост} + i_{вращ} = 3 + 0 = 3} \qquad \mathbf{(46.2)}$$

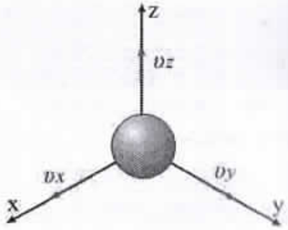


Рисунок 46.1

Для атома кинетическая энергия будет:

$$\boxed{\begin{cases} E_{пост} = \dfrac{i_{пост}}{2} kT = \dfrac{3}{2} kT \\ E_{вращ} = \dfrac{i_{вращ}}{2} kT = 0 \end{cases}; \;\rightarrow\; E = E_{пост} + E_{вращ} = \dfrac{3}{2} kT} \qquad \mathbf{(46.3)}$$

Молекулу с двумя атомами можно сравнить с гантелью. Атом может двигаться поступательно по оси *Ox, Oy, Oz*. Кроме того, при столкновении с другими атомами и молекулами происходит также вращательное движение при атрофии 2-х осей, перпендикулярных оси гантели. Следовательно, степень свободы атома будет равна 5 (Рис.43.2).

Кроме того, при столкновении с другими атомами и молекулами происходит также вращательное движение при 2-х осей, перпендикулярных оси гантели. Следовательно, степень свободы атома будет равна 5 (Рис.43.2).

Для двухатомной молекулы степень свободы следующая:

$$\boxed{\begin{cases} i_{пост} = 3 \\ i_{вращ} = 2 \end{cases}; \;\rightarrow\; i = i_{пост} + i_{вращ} = 3 + 2 = 5} \qquad \mathbf{(46.4)}$$

Для двухатомной молекулы кинетическая энергия равна:

$$\boxed{\begin{cases} E_{пост} = \dfrac{i_{пост}}{2} kT = \dfrac{3}{2} kT \\ E_{вращ} = \dfrac{i_{вращ}}{2} kT = \dfrac{2}{2} kT \end{cases}; \;\rightarrow\; E = E_{пост} + E_{вращ} = \dfrac{5}{2} kT} \qquad \mathbf{(46.5)}$$

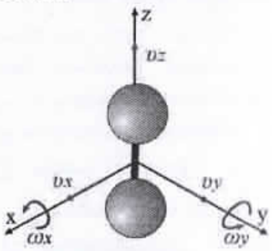


Рисунок 46.2

Молекулу с тремя и более атомами можно сравнить с пространственным телом. Атом может двигаться по оси *Ox, Oy, Oz*. Кроме того, при столкновении с другими атомами и молекулами на атрофе 3 взаимно перпендикулярных осей происходит и вращательное движение. Следовательно, степень свободы атома будет равна 6 (рис.46.3).

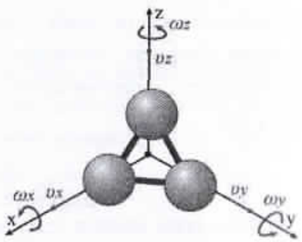


Рисунок 46.3

Для трехатомной молекулы степень свободы будет:

$$\boxed{\begin{cases} i_{пост} = 3 \\ i_{вращ} = 3 \end{cases}; \;\rightarrow\; i = i_{пост} + i_{вращ} = 3 + 3 = 6} \qquad \mathbf{(46.6)}$$

Для трехатомной молекулы кинетическая энергия будет:

$$\boxed{\begin{cases} E_{пост} = \dfrac{i_{пост}}{2} kT = \dfrac{3}{2} kT \\ E_{вращ} = \dfrac{i_{вращ}}{2} kT = \dfrac{3}{2} kT \end{cases}; \;\rightarrow\; E = E_{пост} + E_{вращ} = \dfrac{6}{2} kT = 3kT} \qquad \mathbf{(46.7)}$$

100% кинетической энергии атома составляет кинетическая энергия поступательного движения.

60% кинетической энергии двухатомной молекулы составляют кинетические энергии поступательного движения, остальные *40%* вращательного движения.

50% кинетической энергии трехатомной молекулы составляют кинетические энергии поступательного движения, остальные *50%* вращательного движения.

Мы выше не останавливались на колебательнкм движении вообще. Потому что при обычных температурах внутри молекул идеального газа колебательное движение вообще не происходит. Мы рассматриваем связи, которые связывают атомы в молекуле в обычных условиях, как очень прочные. Считаем, что при столкновении молекул удар не переходит в молекулу, абсцисса столкновения упругая, колебательного движения не наблюдается. При сравнительно высоких температурах, так как молекулы сталкиваются с гораздо большими скоростями, удар переходит в молекулу, абсорбция столкновения не упруга, наблюдается колебательное движение вдоль связи (оси), удерживающей атомы. При высоких температурах связи, удерживающие атомы внутри молекулы, могут рассматриваться как слабые связи. По мере повышения температуры колебательное движение усиливается, и начинают появляться дополнительные степени свободы. Например, в молекуле, содержащей два атома $i_{колеб} = 2$, полная кинетическая энергия будет $E = \left(i_{пост} + i_{вращ} + i_{колеб}\right)\frac{1}{2}kT = \frac{7}{2}kT$. При экстремально высоких температурах

А при сверхвысоких температурах колебательное движение усиливается настолько, что в результате связь, удерживающая атомы, разрывается и превращается в свободные атомы, т. е. происходит диссоциация

Мы остановились только на кинетической энергии во всех вышеперечисленных случаях. Что касается потенциальной энергии, то мы вообще не открывали рта. Потому что мы имеем дело только с идеальными газами. Молекулы идеального газа не обладают ни ударной, ни потенциальной энергией. В идеальных газах полная энергия атома или молекулы составляет только кинетическую энергию. А о потенциальной энергии мы вообще не задумывались. Потому что мы имеем дело только с идеальными газами. Молекулы идеального газа не обладают ни ударной, ни потенциальной энергией. В идеальных газах полная энергия атома или молекулы составляет только кинетическую энергию.

Распределение внутренней энергии идеального газа по степеням свободы:

А теперь мы можем ответить на вопрос "что такое внутренняя энергия? Внутренняя энергия вещества-это сумма кинетической и потенциальной энергий атомов и молекул, составляющих это вещество.

В общем случае внутренняя энергия вещества будет:

$$\boxed{U = N\left(E_{кин} + E_{пот}\right) = N\left(\left(E_{пост} + E_{вращ} + E_{колеб}\right) + E_{пот}\right)} \qquad (46.8)$$

Приведенная формула актуальна для твердых тел, жидкостей и реальных газов. А в идеальных газах, поскольку молекулы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, внутренняя энергия равна:

$$\boxed{U = N\,E_{кин} = N\left(E_{пост} + E_{вращ} + E_{колеб}\right)} \qquad (46.9)$$

Поскольку при обычных температурах не наблюдается колебательного движения вдоль связей, образующих идеальную молекулу газа, внутренняя энергия будет:

$$\boxed{U = N\,E_{кин} = N\left(E_{пост} + E_{вращ}\right)} \qquad (46.10)$$

Теперь вычислим внутреннюю энергию одного атома идеального газа.

$$U = N\cdot\left(E_{пост} + E_{вращ}\right) = \frac{m}{M}N_A\left(\frac{i_{пост}}{2}kT + \frac{i_{вращ}}{2}kT\right) = \frac{i_{пост}+i_{вращ}}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3+0}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\nu RT$$

Следовательно, внутренняя энергия одного атома идеального газа равна:

$$\boxed{U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\nu RT} \qquad (46.11)$$

Вычислим внутреннюю энергию двухатомного идеального газа.

$$U = N\cdot\left(E_{пост} + E_{вращ}\right) = \frac{m}{M}N_A\left(\frac{i_{пост}}{2}kT + \frac{i_{вращ}}{2}kT\right) = \frac{i_{пост}+i_{вращ}}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3+2}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}\nu RT$$

Следовательно, внутренняя энергия идеального газа с двумя атомами равна:

$$\boxed{U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}\nu RT} \qquad (46.12)$$

Вычислим внутреннюю энергию трехатомного идеального газа.

$$U = N\cdot\left(E_{пост} + E_{вращ}\right) = \frac{m}{M}N_A\left(\frac{i_{пост}}{2}kT + \frac{i_{вращ}}{2}kT\right) = \frac{i_{пост}+i_{вращ}}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3+3}{2}\frac{m}{M}RT = 3\frac{m}{M}RT = 3\nu RT$$

Предположим, что внутренняя энергия идеального трехатомного газа будет:

$$\boxed{U = 3\frac{m}{M}RT = 3\,\nu\,RT} \qquad (46.13)$$

100% внутренней энергии атома идеального газа составляет кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Из внутренней энергии двухатомного идеального газа *60%* составляют кинетические энергии поступательного движения, остальные *40%* кинетические энергии вращательного движения.

Из внутренней энергии трехатомного идеального газа *50%* составляют кинетические энергии поступательного движения, а остальные *50%* кинетические энергии вращательного движения.

При изменении температуры идеального газа от до изменение внутренней энергии происходит следующим образом:

При изменении температуры идеального газа от T_1 до T_2 изменение внутренней энергии происходит следующим образом:

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\,\nu\,R\,(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\,\nu\,R\,\Delta T} \qquad (46.14)$$

Из приведенной выше формулы можно сделать следующие выводы:

если тело нагревается, так как $\Delta T>0$, то $\Delta U>0$, внутренняя энергия увеличивается;

если тело охлаждается, поскольку $\Delta T<0$, то $\Delta U<0$, внутренняя энергия уменьшается;

если температура тела не изменяется, внутренняя энергия также не изменяется. То есть, если $\Delta T=0$, то $\Delta U=0$.

Когда вещество нагревается, его температура увеличивается, что означает, что кинетическая и потенциальная энергии атомов и молекул, составляющих это вещество, увеличиваются. Когда движущееся тело останавливается из-за трения дороги и сопротивления среды, его механическая энергия теряется, но энергия не теряется. Молекулы тела сталкиваются с молекулами пути и среды, отдавая им свою энергию, механическая энергия преобразуется во внутреннюю энергию.

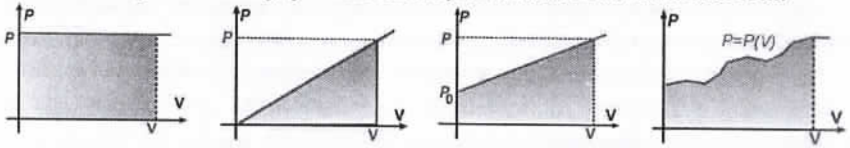
Работы, выполненные на изопроцессах:

Из раздела механики известно, что поверхность, ограниченная на графике, заданном функцией $F=F(x)$, в которой сила и перемещение связаны, даст работу $A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$. Учитывая, что $F=P\cdot S$ и $dx = \frac{dV}{S}$ учитывая $A = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV$ то будет. Следовательно, на любом графике $P=P(V)$, где связаны давление и объем, также оказывается, что ограниченная поверхность дает работу. Другими словами, поверхность, ограниченная графиком на осье $P=P(V)$, дает работу, выполняемую внешними силами при изменении объема газа.

При расширении газа внешние силы отрицательны, сам газ выполняет положительную работу.

При сжатии газа внешние силы равны, сам газ выполняет отрицательную работу.

Никакие работы не будут выполнены, если объем газа не изменится.



$\boxed{A = P \cdot V}$ $\boxed{A = \frac{1}{2} \cdot P \cdot V}$ $\boxed{A = \frac{P + P_0}{2} \cdot V}$ $\boxed{A = \int_0^t P(V)dV}$

Рисунок 46.4

Приведенные выше изображения приведены в качестве примера. Но на самом деле никогда не может быть, чтобы объем газа был равен нулю. Потому что даже при очень сильном сжатии идеального газа частные объемы молекул должны оставаться.

Теперь давайте познакомимся с работой, выполняемой на изопроцессах.

Для изобарного процесса:

Работа, выполненная в изобарном процессе, будет равна грани прямоугольника на рисунке (Рис.46.5).

$$\boxed{A_P = P\Delta V = \nu R \Delta T} \quad (46.15)$$

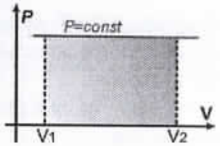


Рисунок 46.5

Для изохорного процесса:

Поскольку объем не изменяется в изохорном процессе, выполненная работа будет равна нулю. Другими словами, работа не выполняется, так как под действием силы давления газа в сосуде не происходит смещения (рис.46.6).

$$\boxed{A_V = 0} \quad (46.16)$$

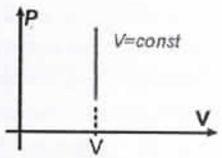


Рисунок 46.6

Для изотермического процесса:

В изотермическом процессе существует связь между давлением и объемом $P = \frac{\nu RT}{V}$. Выполненную работу находят путем интегрирования (рис.46.7).

$$A_t = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V}dV = \nu RT \ln V |_{V_1}^{V_2} = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{P_1}{P_2}$$

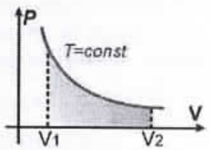


Рисунок 46.7

Здесь мы использовали формулу для изотермического процесса $\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$.

Отсюда следует, что работа, выполняемая в изотермическом процессе, будет равна грани гиперболы, ограниченной графиком на рисунке рисунок 46.7.

$$\boxed{A_T = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{P_1}{P_2}} \quad (46.17)$$

Для адиабатического процесса:

Процесс, протекающий внутри изолированной системы, не имеющей теплообмена с внешней средой, называется адиабатическим процессом. Само утепление невозможно, так как оно абсолютно теплообменно с внешней средой. Но есть возможность в какой-то мере замедлить теплообмен. Следовательно, процесс, происходящий внутри системы со слабым теплообменом с внешней средой, можно назвать адиабатическим процессом. Кроме того, даже очень маленькие промежутки времени можно считать адиабатическими процессами, поскольку они не достигают значительного теплообмена с внешней средой в течение очень небольших периодов времени $PV^\gamma = const$. Мы знаем, что это происходит в адиабатическом процессе $const = PV^\gamma = PV \cdot V^{\gamma-1} = \nu RT \cdot V^{\gamma-1}$. Давление и объем связаны визуально $P = \frac{const}{V^\gamma}$. А выполненную работу находят в результате интегрирования (рис.46.8).

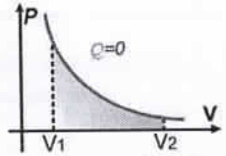


Рисунок 46.8

$$A_\gamma = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{const}{V^\gamma}dV = \frac{const}{1-\gamma}V^{1-\gamma}|_{V_1}^{V_2} = \frac{const}{1-\gamma}\left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right) = \frac{\nu RTV^{\gamma-1}}{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right)$$

Это будет отсюда или десь

$$A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_1V_1^{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right) = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_1\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right)$$

будет или

$$A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_2V_2^{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right) = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} - 1\right)$$

будет.

Следовательно, работа, выполняемая в адиабатическом процессе, будет равна грани фигуры, ограниченной графиком на рисунке.

$$\boxed{A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_1\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} - 1\right)} \quad (46.18)$$

Здесь: γ – является коэффициентом Пуассона для одноатомного газа $\gamma_1 = \frac{5}{3}$ для двухатомного газа $\gamma_2 = \frac{7}{5}$, для трехатомных и многоатомных газов равен $\gamma_3 = \frac{4}{3}$.

Для политропного процесса:

Процесс, происходящий в тепловых машинах, является политропным процессом. Политропный процесс, как следует из его названия, является многопараметрическим процессом.

При этом помимо параметров P,V,T изменяется и количество вещества ν.

Подчиняется закону политропного процесса $PV^n = const$. Или будет ток:

$const = PV^n = PV \cdot V^{n-1} = \nu RT \cdot V^{n-1}$.

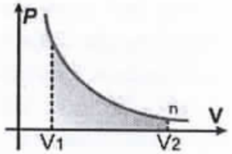


Рисунок 46.9

Зависимость давление и объем связаны: $P = \frac{const}{V^n}$.

А выполненную работу находят в результате интегрирования (рис.43.9).

$$A_n = \int_{V_1}^{V_2} P(V)\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{const}{V^n}dV = \frac{const}{1-n}V^{1-n}\Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{const}{1-n}\left(\frac{1}{V_2^{n-1}} - \frac{1}{V_1^{n-1}}\right) = \frac{\nu RTV^{\gamma-1}}{n-1}\left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}}\right)$$

Отсюда

$$A_n = \frac{R}{n-1}\nu_1 T_1 V_1^{n-1}\left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}}\right) = \frac{R}{n-1}\nu_1 T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right)$$

будет или

$$A_n = \frac{R}{n-1}\nu_2 T_2 V_2^{n-1}\left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}}\right) = \frac{R}{n-1}\nu_2 T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} - 1\right)$$

будет.

Следовательно, работа, выполняемая в политропном процессе, будет равна грани фигуры, ограниченной графиком на рисунке.

$$\boxed{A_n = \frac{R}{n-1}\nu_1 T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right) = \frac{R}{n-1}\nu_2 T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} - 1\right)} \qquad (46.19)$$

Где: n – политропный показатель, значение которого в теплообменниках в относительных условиях находится в пределах $1<n<\gamma$.

$PV^n = const$ закон играет ключевую роль в политропном процессе. Политропный процесс включает в себя все изопроцессных процессов. Здесь n называется политропным показателем, который может изменяться в интервале $-\infty<n<\infty$. Изобарный процесс, когда $n=0$, изотермический процесс,

когда $n=1$, когда $n=\gamma$ адиабатический процесс, когда $n=-\infty$ изохорный процесс.

Но в естественных условиях в тепловых машинах он находится в диапазоне 1<n<γ, а на графике P=P(V) линия политропы лежит между изотермической и адиабатной линиями (46.10-rasm).

Изопроцессы $P=P(V)$, происходящие для идеальных газов в пяти однородных цилиндрах с изначально одинаковыми параметрами P_1, V_1, T_1, ν_1, изображены на графическом рисунке. Как видно из рисунка, работы, выполненные в процессе, будут выглядеть следующим образом.

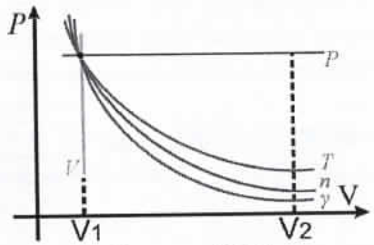


Рисунок 46.10

$$\boxed{A_V = 0, \quad A_V < A_\gamma < A_n < A_T < A_P} \qquad (46.20)$$

1
а) при изобарическом расширении газ нагревается
б) температура не изменяется при изотермическом расширении
в) при политропном расширении газ охлаждается
г) при адиабатическом расширении газ охлаждается

2
а) при изобарном расширении газ поглощает тепло
б) при изотермическом расширении газ поглощает тепло
в) при политропном расширении газ поглощает тепло
г) при адиабатическом расширении не происходит теплообмена

Вопросы по теме

1. Что называется степенью свободы? Чему равны его значения?
2. Что называется внутренней энергией? Выведите его формулу.
3. От какого макропараметра зависит изменение внутренней энергии?
4. Изописать числа, выполненные в процессах?
5. В каком процессе выполняется больше всего работы, а в каком процессе выполненная работа равна нулю?
6. В каком процессе выполняется больше работы?

Решение задач:

1. На сколько увеличивается его внутренняя энергия при нагревании 10 г газообразного кислорода массой от 25°C до 125°C?

Дано:

$m=10$ г, $i=5$

$t_1 = 25^0C$

$t_2 = 125^0C$

$\Delta U = ?$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся формулой внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{5}{2}\cdot\frac{10}{32}\cdot 8,31\cdot 100 = 649,22\ Дж$$

Ответ: 649,22 ДЖ

2. Трехатомный газ стоит при комнатной температуре (20^0C). На сколько градусов одинакового количества двухатомных газов имеют одинаковую внутреннюю энергию? Что такое одноатомный газ?

Дано:

$T_3 = 293K$

$i_1 = 3, i_2 = 5, i_3 = 6$

$\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$

$U_1 = U_2 = U_3 = U$

$T_2 = ?, T_3 = ?$

Решение:

Сначала определим температуру двухатомного газа.

$$U_3 = U_2, \ \rightarrow \ \frac{i_3}{2}\nu RT_3 = \frac{i_2}{2}\nu RT_2, \ \rightarrow$$

$$\rightarrow T_2 = \frac{i_3}{i_2}T_3 = \frac{6}{5}\cdot 293 = 351,6K, \ \rightarrow \ t_2 = T_2 - 273 = 78,6^0C$$

Теперь определим температуру одноатомного газа.

$$U_3 = U_1, \ \rightarrow \frac{i_3}{2}\nu RT_3 = \frac{i_1}{2}\nu RT_1, \ \rightarrow \ T_1 = \frac{i_3}{i_1}T_3 = \frac{6}{3}\cdot 293 = 586K$$

$$t_1 = T_1 - 273 = 313^0C$$

Ответ: $t_2 = 78,6^0C;\ t_1 = 313^0C$

3. Когда объем идеального газа увеличивается с V_0 до $4V_0$, как на рисунке, давление уменьшается с P_0 до $P_0/4$. Определите работу, выполненную в разложении по траекториям A, B, C, если они равен.

Дано:

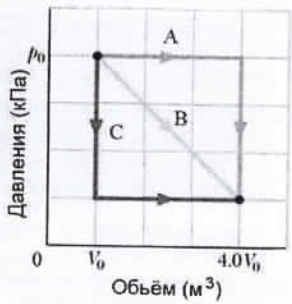
$V_0 = 1м^3$

$P_0 = 40кПа$

$A = ?$

Решение:

Как известно, на графике со связью P=P(V) поверхность под графиком дает численно выполненную работу. Поэтому для всех трех случаев определим поверхности.



$$A_A = P_0\cdot(4V_0 - V_0) = = 3P_0V_0 = 120kJ;$$

$$A_B = \frac{P_0 + P_0/4}{2}\cdot(4V_0 - V_0) = \frac{15}{8}P_0V_0 = 75кДж; \quad A_C = P_0/4\cdot(4V_0 - V_0) = \frac{3}{4}P_0V_0 = 30кДж.$$

Ответ: $A_A = 90кДж;\ A_B = 75кДж;\ A_C = 30кДж$

§ 47. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ИЗОПРОЦЕССАМ.

Первый закон термодинамики:

Применение закона сохранения энергии к тепловым явлениям называется первым законом термодинамики. В основе первого закона термодинамики лежат два определения.

Определение 1:

Изменение внутренней энергии при переходе системы из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил над системой с количеством теплоты, передиваемой системе.

$$\boxed{\Delta U = Q + A} \qquad (47.1)$$

Где: ΔU – изменение внутренней энергии;

Q – количество теплоты, передаваемое системе;

A – работа внешних сил над системой.

Мы использовали слово "система" несколько раз. Под системой следует понимать систему, состоящую из большого числа атомов и молекул, то есть идеальный газ. Система может быть как реальным газом, так и жидкостью и твердым телом. Но мы ограничимся только самым простым-идеальным газом.

Из определения 1 видно, что существует два способа увеличения (нагрева) внутренней энергии системы:

1) путем передачи тепла системе;

2) путем выполнения работы над системой (сжатия газа).

Bu yerda: ΔU – ichki energiyaning o'zgarishi;

Q – sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori;

A – tashqi kuchlarning sistema ustidan bajargan ishi.

Определение 2:

Количество теплоты, передаваемое системе, равно сумме работы, проделанной системой над внешней силой, с изменением внутренней энергии.

$$\boxed{Q = \Delta U + A'} \qquad (47.2)$$

Где: $A' = -A$ — работа системы над внешней силой (расширение).

Следовательно, количество тепла, передаваемого в систему, расходуется на нагрев и расширяется.

Когда тепло передается системе из, $Q>0$, а когда система передает тепло вне, $Q<0$.

Это происходит , когда система выполняет работу над внешними силами (расширение), $\begin{cases} A'>0 \\ A<0 \end{cases}$ тогда как внешние силы выполняют работу над системой (сжатие) $\begin{cases} A'<0 \\ A>0 \end{cases}$.

Если в систему было передано *100 Дж* тепла, из которых *80 Дж* было потрачено на увеличение внутренней энергии, то оставшиеся *20 Дж* будут потрачены на расширение и выполнение работы. Если энергия *65 Дж* была потрачена на увеличение внутренней энергии, то оставшаяся энергия *35 Дж* будет потрачена на расширение работы. Так что тепло можно записать в виде:

$$100\,Дж = 80\,Дж + 20\,Дж = 65\,Дж + 35\,Дж = 10\,Дж + 90\,Дж = -15\,Дж + 115\,Дж...$$

Следует также отметить, что количество теплоты, передаваемое системе, не во всех случаях служит для увеличения внутренней энергии. Если система выполняет больше работы, чем количество передаваемого ей тепла, то есть $A>Q$, происходит уменьшение внутренней энергии (охлаждение). Другими словами, система выполняет работу в обмен на тепло, передаваемое ей и уменьшение собственной внутренней энергии.

Воображаемая машина, которая выполняет больше работы, чем количество тепла, которое она получает, называется двигателем первого типа (perpettum mobile). Первый закон термодинамики положил конец попыткам создать двигатель первого типа (perpettum mobile). В тепловых двигателях работа выполняется за счет количества тепла, выделяемого при сгорании топлива, но система периодически возвращается в исходное положение. Следовательно, внутренняя энергия системы, восстанавливая свое прежнее состояние после периода, остается неизменной, то есть $\Delta U=0$. Из этого следует, что первый закон термодинамики $Q=A$. Из этого следует вывод, что работа, выполняемая циклически работающим двигателем, не может быть больше количества передаваемого ему тепла. К первому закону термодинамики можно привести следующее третье определение.

Определение 3:

Невозможно сделать двигатель первого типа.

Все приведенные определения первого закона термодинамики иллюстрируют закон сохранения энергии.

Теперь давайте познакомимся с тем, как выглядит первый закон термодинамики, когда мы применяем его к изопроцессам.

Для изобарного процесса:

В изобарном процессе количество теплоты, передаваемое системе, затрачивается на увеличение внутренней энергии (нагрев) и выполнение работы над внешними силами (расширение).

$$\boxed{Q = \Delta U + A'} \qquad (47.3)$$

В изобарном процессе количество теплоты, передаваемое системе, распределяется по определенному закону, а не распределяется в желаемом соотношении между ΔU и A'. Это распределение будет зависеть от степени свободы молекул идеального газа.

Если известно общее количество теплоты, передаваемое системе, то можно определить, какая часть этого тепла расходуется на выполнение работы, а какая еще-на увеличение внутренней энергии. Для этого воспользуемся 1-м законом термодинамики.

$$Q = \Delta U + A' = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T + \frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i+2}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i+2}{2}A'$$

Отсюда работа, проделанная системой

$$A' = \frac{2}{i+2}Q$$

будет. В то время как изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i}{2}A' = \frac{i}{2}\frac{2}{i+2}Q = \frac{i}{i+2}Q$$

это будет равно.

Таким образом, в общем случае изменение внутренней энергии ΔU и работа, выполняемая системой A', выражается через количество теплоты Q, передаваемое системе, которое будет:

$$\boxed{A' = \frac{2}{i+2}Q\,, \quad \Delta U = \frac{i}{i+2}Q} \qquad (47.4)$$

В частных случаях для одноатомных, двухатомных и трехатомных газов выражение ΔU и A' через Q будет следующим:

$$\boxed{\begin{cases} A'_1 = \frac{2}{5}Q \\ \Delta U_1 = \frac{3}{5}Q \end{cases} \qquad \begin{cases} A'_2 = \frac{2}{7}Q \\ \Delta U_2 = \frac{5}{7}Q \end{cases} \qquad \begin{cases} A'_3 = \frac{1}{4}Q \\ \Delta U_3 = \frac{3}{4}Q \end{cases}} \qquad (47.5)$$

Для изотермического процесса:

Поскольку $T=const$ в изотермическом процессе, $\Delta U=0$. Первый закон термодинамики для этого процесса выглядит следующим образом:

$$\boxed{Q = A' = A_T = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{P_1}{P_2}} \qquad (47.6)$$

Если $Q > 0$, то $A' > 0$ (при нагревании газ расширяется и выполняет работу)

Если $Q < 0$, то $A' < 0$ (при охлаждении газ сжимается, внешние силы выполняют работу)

В изотермическом процессе все количество теплоты, передаваемое системе, расходуется на выполнение работы (расширение) внешними силами.

Для изохорного процесса:

Поскольку $V=const$ в изохорном процессе, $A'=0$. Первый закон термодинамики для этого процесса выглядит следующим образом:

Izoxorik jarayon uchun:

Поскольку $V=const$ в изохорном процессе, $A'=0$. Первый закон термодинамики для этого процесса выглядит следующим образом:

$$\boxed{Q=\Delta U=\frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T=\frac{i}{2}\nu\,R\,\Delta T} \qquad \textbf{(47.7)}$$

Если $Q>0$, то $\Delta U>0$ (температура газа увеличивается при выделении тепла)

Если $Q<0$, то $\Delta U<0$ (температура газа уменьшается при поглощении тепла)

В изохорическом процессе все количество тепла, передаваемого системе, тратится на увеличение (нагрев) внешней внутренней энергии

Для адиабатического процесса:

Процесс, протекающий внутри изолированной системы, не имеющей теплообмена с внешней средой, называется адиабатическим процессом. Само утепление невозможно, так как оно абсолютно теплообменно с внешней средой. Но есть возможность в какой-то мере замедлить теплообмен. Следовательно, процесс, происходящий внутри системы со слабым теплообменом с внешней средой, можно назвать адиабатическим процессом. Кроме того, даже очень маленькие промежутки времени можно считать адиабатическими процессами, поскольку они не достигают значительного теплообмена с внешней средой в течение очень небольших периодов времени.

Запишем связи между макропараметрами в адиабатическом процессе.

В результате сложных расчетов образуется следующая связь между давлением и температурой в адиабатическом процессе:

$$\boxed{\frac{P^{\gamma-1}}{T^{\gamma}}=const \quad \text{или} \quad \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma}} \qquad \textbf{(47.8)}$$

Если мы поместим выражение вместо давления $P=\nu R\frac{T}{V}$ в этой формуле, мы получим связь между объемом и температурой

$$\boxed{TV^{\gamma-1}=const \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} \qquad \textbf{(47.9)}$$

Используя уравнение состояния идеального газа, вместо температуры $T=\frac{PV}{\nu R}$ мы получаем связь между давлением и объемом:

$$\boxed{PV^{\gamma}=const \quad \text{или} \quad \frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}} \qquad \textbf{(47.10)}$$

В приведенных выше формулах величина γ, участвующая в градуированных показателях, называется показателем адиабаты или коэффициентом Пуассона, о котором мы подробно поговорим в следующей теме.

В адиабатическом процессе $Q=0$. Первый закон термодинамики для этого процесса будет следующим:

$$\boxed{\begin{gathered}A'=-\Delta U \quad \text{или} \quad A=\Delta U\\ A'=A_{\gamma}=A_{\gamma}=\frac{\nu R}{\gamma-1}T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right)=\frac{\nu R}{\gamma-1}T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1\right)\end{gathered}} \qquad \textbf{(47.11)}$$

Если газ расширяется и выполняет работу над внешними силами, внутренняя энергия газа уменьшается, что означает, что газ выполняет работу за счет своей внутренней энергии (температура газа уменьшается).

Как происходит снижение температуры при расширении газа? Ведь если газ не стоит в холодильнике? – Это можно объяснить следующим образом. Когда газ расширяется, триллионы молекул в секунду ударяются о основание движущегося поршня и не могут получить предыдущий импульс от удаляющегося поршня. Это можно сравнить с тем, как игрок может замедлить его, уступая место встречному мячу ногой. Поэтому скорость после удара остается меньше скорости удара. Это означает, что кинетическая энергия триллионов молекул в секунду уменьшилась, хотя и незначительно. Уменьшение кинетической энергии $E=\frac{3}{2}kT$ означает уменьшение температуры по формуле.

Если внешние силы сжимают газ и выполняют работу, внутренняя энергия газа увеличивается (температура газа увеличивается).

Как увеличивается температура при сжатии газа? Ведь если под газом не горит огонь? – Это можно объяснить следующим образом. Когда газ сжимается, триллионы молекул в секунду ударяются о основание движущегося поршня, вызывая более сильный толчок от приближающегося поршня, чем раньше. Это можно сравнить с тем, как игрок отправляет встречный мяч обратно той стороне, с которой он пришел, одним ударом ногой. Поэтому скорость после удара остается больше скорости удара. Это означает, что кинетическая энергия триллионов молекул в секунду увеличивается, хотя и незначительно. Увеличение кинетической энергии $E=\frac{3}{2}kT$ означает увеличение температуры по формуле.

Вопросы по теме

1. *Что называется 1-м законом термодинамики? Запишите его формулу.*
2. *Напишите применение 1-го закона термодинамики к изобарическому процессу.Пусть выражается через степень свободы, при которой часть теплоты, передаваемой системе, затрачивается на работу, а часть-на расширение. Напишите частное предложение для одноатомного, двухатомного и многоатомного идеального газа.*
3. *Запишите выражение 1-го закона термодинамики для изотермического процесса и опишите его.*
4. *Запишите выражение 1-го закона термодинамики для изохорного процесса и опишите его.*
5. *Запишите выражение 1-го закона термодинамики для адиабатического процесса и опишите его.*
6. *Запишите связи между макроскопическими параметрами для адиабатического процесса.*

Решение задач:

1. *На сколько увеличивается его температура (К), когда газу гелий массой 1 г в баллоне отдаётся 25 Дж тепла?*

A) 25 B) 16 C) 8 D) 12,5 E) 50

Дано:
$m = 10^{-3}$ кг
$M = 4$ г/моль
$Q = 25$ Дж
$\Delta T = ?$

Решение:
Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

$$A = P\Delta V = 0, \quad Q = \Delta U$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\cdot\frac{m}{M}R\Delta T = Q\ ; \quad \Delta T = \frac{2MQ}{3mR} = \frac{2\cdot 4\cdot 10^{-3}\cdot 25}{3\cdot 10^{-3}\cdot 8{,}31} = 8\ K$$

Ответ: C) $\Delta T = 8\ K$

2. *При адиабатическом расширении, когда объем газа увеличился в 2 раза, его температура уменьшилась в 1,32 раза. Найдите степень свободы этой молекулы газа.*

Дано:
$PV^{\gamma} = const$
$V_2 = 2V_1$
$T_2 = T_1/1{,}32$
$i = ?$

Решение:
Подробнее об адиабатическом процессе мы познакомимся в наших следующих темах. Но в этой теме речь идет о связи между макропараметрами в этом процессе. Между давлением и объемом в адиабатическом процессе

$$PV^{\gamma} = const$$

связь осуществляется через коэффициент γ, называемый коэффициентом Пуассона (или показателем адиабаты). Приведенное выше уравнение называется уравнением Пуассона. Решение уравнения Пуассона

$$\frac{PV}{T} = const$$

Определяем зависимость между объемом и температурой, разделив ее на закон объеденённых газов.

$$TV^{\gamma-1} = const \quad или \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Из этого определим показатель адиабаты.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \ \rightarrow \ \frac{1}{1{,}32} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1}, \ \rightarrow \ 1{,}32 = 2^{\gamma-1}, \ \rightarrow \ \gamma = \log_2 1{,}32 + 1 = 1{,}4$$

Коэффициент Пуассона, с другой стороны, связан через число, называемое степенью свободы, следующим образом (мы также приведем эту связь в наших следующих темах):

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = 1{,}4, \ \rightarrow \ i+2 = 1{,}4i, \ \rightarrow 0{,}4i = 2, \ \rightarrow \ i = \frac{2}{0{,}4} = 5$$

Ответ: i=5

3. *Двухатомный идеальный газ сжимается адиабатически. Его начальное давление составляет 120 кПа, а объем-0,2 м³. Давление газа в конце равно 360 кПа. Какую работу выполняли внешние силы при сжатии газа?*

Дано:
$P_1 = 120$ кПа
$P_2 = 360$ кПа
$V_1 = 0{,}2$ м³
$i = 5$
$\gamma = 4/3$
$A_{внеш} = ?$

Решение:
Работа, выполняемая на газе

$$A_{внеш} = -A_{\gamma} = -\frac{\nu RT_1}{\gamma-1}\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = \frac{P_1V_1}{\gamma-1}\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-1\right) =$$

$$= \frac{P_1V_1}{\gamma-1}\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right) = \frac{120000\cdot 0{,}2}{4/3-1}\left(\left(\frac{360000}{120000}\right)^{\frac{4/3-1}{4/3}}-1\right) =$$

$$= 72000\cdot\left(\sqrt[4]{3}-1\right) = 22757\ Дж$$

Ответ: $A_{внеш} = 22757$ Дж

§ 48. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ В ИЗОПРОЦЕССАХ. ФОРМУЛЫ МАЙЕРА И ПУАССОНА. СМЕШАННЫЕ ГАЗЫ

Удельная теплоемкость в процессах:

Адиабатическое сжатие — это нагревание, даже если оно не получает тепла вне процессе возможно или, наоборот, возможно охлаждение в процессе адиабатического расширения. Следовательно, поскольку количество теплоты, передаваемое для изменения температуры $1K$ идеального газа в адиабатическом процессе, равно *Q=0*, удельная теплоемкость в адиабатическом процессе будет $c_y=0$.

В изотермическом процессе, независимо от того, сколько тепла мы даем системе, ее температура не может быть увеличена. Потому что этот процесс сам по себе является изотермическим процессом. Следовательно, удельная теплоемкость в изотермическом процессе будет $c_T=\infty$.

Определим удельную теплоемкость в изобарном процессе.

$$Q=\Delta U + A', \;\rightarrow\; c_p m\Delta T=\frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T+\frac{m}{M}R\,\Delta T\;/:(m\Delta T),\;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; c_p=\frac{i}{2}\frac{R}{M}+\frac{R}{M}=\frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$$

Определим удельную теплоемкость в изохорном процессе

$$Q=\Delta U,\rightarrow\; c_V m\Delta T=\frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T\,/:(m\Delta T),\quad\rightarrow\; c_V=\frac{i}{2}\frac{R}{M}$$

Следовательно, в общем случае удельные теплоемкости в изобарных, изохорных процессах:

$$\boxed{c_P=\frac{i+2}{2}\frac{R}{M},\qquad c_V=\frac{i}{2}\frac{R}{M}} \tag{48.1}$$

В частных случаях удельные теплоемкости для одноатомных, двухатомных и трехатомных идеальных газов в изобарных, изохорных процессах равны:

$$\boxed{\begin{cases} c_{P1}=\dfrac{5}{2}\dfrac{R}{M}\\ c_{P2}=\dfrac{7}{2}\dfrac{R}{M}\\ c_{P3}=4\dfrac{R}{M}\end{cases}\qquad \begin{cases} c_{V1}=\dfrac{3}{2}\dfrac{R}{M}\\ c_{V2}=\dfrac{5}{2}\dfrac{R}{M}\\ c_{V3}=3\dfrac{R}{M}\end{cases}} \tag{48.1a}$$

$c'=cM$ по формуле молярные теплоемкости принимают вид:

$$\boxed{c'_P=\frac{i+2}{2}R,\qquad c'_V=\frac{i}{2}R} \tag{48.2}$$

и

$$\boxed{\begin{cases} c'_{P1}=\dfrac{5}{2}R\\ c'_{P2}=\dfrac{7}{2}R\\ c'_{P3}=4R\end{cases}\qquad \begin{cases} c'_{V1}=\dfrac{3}{2}R\\ c'_{V2}=\dfrac{5}{2}R\\ c'_{V3}=3R\end{cases}} \tag{48.2a}$$

Величина молярной теплоемкости будет зависеть от степени свободы, а не от типа вещества. Важно отметить, что вычитание значений молярных теплоемкостей при неизменном давлении и неизменном объеме дает универсальную-газовую постоянную.

$$\boxed{c'_P-c'_V=R} \tag{48.3}$$

Первым это обнаружил немецкий ученый Майер.

Удельные теплоемкости смеси газов в процессах:

Нам дана смесь нескольких газов, не вступающих в реакцию, пусть задана сравнительная теплоемкость этой смеси при различных изотопных процессах. Пусть это степени свободы газов $i_1,i_2,i_3,...i_n$ в смеси и количества вещества $\nu_1,\nu_2,\nu_3,...\nu_n$. Для смеси газов, как указано выше, $c_y=0$ в адиабатическом процессе и $c_T=\infty$ в изотермическом процессе.

Когда газы смешиваются, массы и количества вещества смешиваются. Исходя из этого $m=m_1+m_2+m_3+...+m_n$, общая масса-это общее количество вещества $\nu=\nu_1+\nu_2+\nu_3+...+\nu_n$, а молярная масса-общее количество вещества

$$M=\frac{m}{\nu}=\frac{\nu_1M_1+\nu_2M_2+\nu_3M_3+...+\nu_nM_n}{\nu_1+\nu_2+\nu_3+...+\nu_n}$$

Для нахождения удельной теплоемкости в изобарном процессе применим $Q=\Delta U+A'$ 1-й закон термодинамики к каждому газу.

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+...+Q_n=(\Delta U_1+A_1')+(\Delta U_2+A_2')+(\Delta U_3+A_3')+...+(\Delta U_n+A_n')=$$

$$=\left(\frac{i_1+2}{2}\nu_1+\frac{i_2+2}{2}\nu_2+\frac{i_3+2}{2}\nu_3+...\frac{i_n+2}{2}\nu_n\right)R\Delta T,$$

Учитывая, что количество теплоты $Q=cm\Delta T=c\nu M\,\Delta T$, в изобарном процессе удельная теплоемкость равна:

$$c_p=\frac{(i_1+2)\nu_1+(i_2+2)\nu_2+(i_3+2)\nu_3+...+(i_n+2)\nu_n}{2(\nu_1M_1+\nu_2M_2+\nu_3M_3+...+\nu_nM_n)}$$

В изохорном процессе также определяем количества теплоту:

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+...+Q_n=\Delta U_1+\Delta U_2+\Delta U_3+...+\Delta U_n=(i_1\nu_1+i_1\nu_1+i_1\nu_1+...+i_1\nu_1)\frac{R\Delta T}{2}$$

Принимая во внимание $Q=cm\Delta T=c\nu M\,\Delta T$, что в изохорном процессе удельная тепоемкость равна:

$$c_V = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + ... + i_n\nu_n}{2(\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + ... + \nu_n M_n)}$$

Таким образом, в общем случае удельные теплоемкости смеси газов в изобарных, изохорных процессах равна:

$$\boxed{\begin{aligned} c_P &= \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + ... + (i_n+2)\nu_n}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + ... + \nu_n M_n} \cdot \frac{R}{2} \\ c_V &= \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + ... + i_n\nu_n}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + ... + \nu_n M_n} \cdot \frac{R}{2} \end{aligned}} \qquad (48.4)$$

Учитывая, что из приведенной выше формулы $i_1 = 3, i_2 = 5, i_3 = 6$ мы получаем:

$$\boxed{c_P = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3} \cdot \frac{R}{2}, \qquad c_V = \frac{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3} \cdot \frac{R}{2}} \qquad (48.4а)$$

$c' = c\,M$ по формуле молярные теплоемкости принимают вид:

$$\boxed{c'_P = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + ... + (i_n+2)\nu_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n} \cdot \frac{R}{2}, \quad c'_V = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + ... + i_n\nu_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n} \cdot \frac{R}{2}} \qquad (48.5)$$

Учитывая, что из приведенной выше формулы $i_1 = 3, i_2 = 5, i_3 = 6$ мы получаем:

$$\boxed{c'_P = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \cdot \frac{R}{2}, \qquad c'_V = \frac{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \cdot \frac{R}{2}} \qquad (48.5а)$$

Коэффициент Пуассона:

Величина γ, равная отношению удельной теплоемкости при неизменном давлении к удельной теплоемкости при неизменном объеме, называется коэффициентом Пуассона или показателем адиабаты.

$$\boxed{\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i+2}{i}} \qquad (48.6)$$

Для одноатомных, двухатомных, трехатомных газов коэффициенты Пуассона будут следующими:

$$\boxed{\gamma_1 = \frac{5}{3}, \quad \gamma_2 = \frac{7}{5}, \quad \gamma_3 = \frac{4}{3}} \qquad (48.6а)$$

Формула для определения коэффициента Пуассона будет несколько сложнее, если смешать несколько не реагирующих газов.

Если степени свободы $i_1, i_2, i_3, ..., i_n$ газов с количествами вещества $\nu_1, \nu_2, \nu_3, ... \nu_n$ находятся в соответствующем состоянии, коэффициент Пуассона будет следующим.

$$\boxed{\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + ... + (i_n+2)\nu_n}{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + ... + i_n\nu_n}} \qquad (48.7)$$

Учитывая, $i_1 = 3, i_2 = 5, i_3 = 6$ что из приведенной выше формулы мы получаем:

$$\boxed{\gamma = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}} \qquad (48.7а)$$

Мы ознакомились здесь с тем, как определить степень свободы только той ее части, которая касается поступательного и вращательного движения, а также соответствующих значений коэффициента Пуассона. Но при перегреве идеальных газов начинают пробуждаться новые степени свободы, называемые колебательными степенями свободы, и соответственно меняются и значения коэффициента Пуассона. Однако об этом говорится на занятиях высших учебных заведений

Вопросы по теме

1. *Напишите формулы удельной теплоемкости и молярной теплоемкости в общем виде для идеального газа, стоящего в условиях неизменного давления.*
2. *Напишите формулы удельной теплоемкости и молярной теплоемкости для идеального газа, стоящего в условиях неизменного давления, для одноатомных, двухатомных и многоатомных газов.*
3. *Напишите формулы удельной теплоемкости и молярной теплоемкости в общем виде для идеального газа, стоящего в условиях неизменного объема.*
4. *Напишите формулы удельной теплоемкости и молярной теплоемкости для идеального газа, стоящего в условиях неизменного объема, для одноатомных, двухатомных и многоатомных газов*
5. *Напишите формулу Майера через удельную теплоемкость и молярную теплоемкость.*
6. *Что называется коэффициентом Пуассона, запишите его формулы в общем виде.*
7. *Запишите различные значения коэффициента Пуассона для одноатомных, двухатомных и многоатомных идеальных газов.*
8. *Чему равны значения теплоемкости для изотермического и адиабатического процесса?*
9. *Как определяются теплоемкости для смешанных газов?*

Решение задач:

1. Чему равны молярные удельные теплоемкости при неизменном объеме и неизменном давлении при взятии равных количеств из одноатомных, двухатомных и трехатомных газов и их смешивании? Что такое коэффициент Пуассона?

Дано:
$i_1 = 3, i_2 = 5$
$i_3 = 6$
$\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$
$c' = ?$

Решение:
Для этого воспользуемся формулой, рассчитанной в теме.

$$c'_V = \frac{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}{\nu_1+\nu_2+\nu_3}\cdot\frac{R}{2} = \frac{3+5+8}{3}\cdot\frac{R}{2} = \frac{8}{3}R = 22{,}16\ \frac{Дж}{моль\cdot K}$$

$$c'_P = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{\nu_1+\nu_2+\nu_3}\cdot\frac{R}{2} = \frac{5+7+8}{3}\cdot\frac{R}{2} = \frac{10}{3}R = 27{,}7\ \frac{Дж}{моль\cdot K}$$

$$\gamma = \frac{c'_P}{c'_V} = \frac{(10/3)R}{(8/3)R} = \frac{5}{4} = 1{,}25$$

Ответ: $c'_V = 22{,}16\ \frac{Дж}{моль\cdot K};\ c'_P = 27{,}7\ \frac{Дж}{моль\cdot K};\ \gamma = 1{,}25$

2. Было смешано 200 молей неона и 500 молей водородных газов. Для полученного смешанного газа определите:
а) удельные молярные теплоемкости при неизменном давлении и неизменном объеме;
б) удельные теплоемкости при неизменном давлении и неизменном объеме; в) коэффициент Пуассона?

Дано:
$i_1 = 3,\ i_2 = 5$
$\nu_1 = 200\ моль$
$\nu_2 = 500\ моль$
$M_1 = 20\ г/моль$
$M_2 = 2\ г/моль$
a) $c_P = ?,\ c_V = ?$
b) $c'_P = ?,\ c'_V = ?$
c) $\gamma = ?$

Решение:
а) сначала определяем удельные теплоемкости.

$$c_P = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2}\cdot\frac{R}{2} = \frac{5\cdot 200 + 7\cdot 500}{200\cdot 20\cdot 10^{-3} + 500\cdot 2\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{8{,}31}{2} = \frac{4500}{5}\cdot\frac{8{,}31}{2} = 3740\ \frac{Дж}{кг\cdot K}$$

$$c_V = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2}\cdot\frac{R}{2} = \frac{3\cdot 200 + 5\cdot 500}{200\cdot 20\cdot 10^{-3} + 500\cdot 2\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{8{,}31}{2} = \frac{3100}{5}\cdot\frac{8{,}31}{2} = 2576\ \frac{Дж}{кг\cdot K}$$

b) Теперь определяем относительные молярные теплоемкости.

$$c'_P = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2}{\nu_1+\nu_2}\cdot\frac{R}{2} = \frac{5\cdot 200 + 7\cdot 500}{200+500}\cdot\frac{R}{2} = \frac{4500}{700}\cdot\frac{R}{2} = \frac{45}{14}R = 26{,}71\ \frac{Дж}{моль\cdot K}$$

$$c'_V = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2}{\nu_1+\nu_2}\cdot\frac{R}{2} = \frac{3\cdot 200 + 5\cdot 500}{200+500}\cdot\frac{R}{2} = \frac{3100}{700}\cdot\frac{R}{2} = \frac{31}{14}R = 18{,}4\ \frac{Дж}{моль\cdot K}$$

c) Определим наконец Пуассоновское показания.

$$\gamma = \frac{c'_P}{c'_V} = \frac{3740}{2576} = \frac{45}{31} = 1{,}451$$

Ответ: a) $c_P = 3740\ \frac{Дж}{моль\cdot K};\ c_V = 2576\ \frac{Дж}{моль\cdot K};$ b) $c'_P = 26{,}71\ \frac{Дж}{моль\cdot K};\ c'_V = 18{,}4\ \frac{Дж}{моль\cdot K}$

c) $\gamma = \frac{45}{31} = 1{,}451$.

§ 49. СБАЛАНСИРОВАННАЯ СИСТЕМА. ОБРАТИМЫЕ, НЕОБРАТИМЫЕ И КРУГОВЫЕ ПРОЦЕССЫ. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ.

Сбалансированная система:

Когда газовая смесь в сосуде определенного объема принимает сбалансированное состояние, давление и температура во всех его точках одинаковы. Если предположить, что в центре контейнера помещен фильтр, пропускающий только молекулы, проходящие через фильтр с обеих сторон за единицу времени, будут равны. Следовательно, явления диффузии, теплопроводности, вязкости в равновесной системе не наблюдаются. Во всех частях газа концентрация молекул, плотность газа, давление и среднее значение температуры одинаковы. Но, в отличие от равновесного состояния в газах и состояния покоя в коктейле, хаотичное движение частиц не исчезает. Благодаря такому их поведению макроскопические параметры в той или иной части системы могут незначительно отличаться от их средних значений. Такое изменение параметров статистической системы называется флуктуацией. Но флуктуации параметров не влияют на протекание процесса, происходящего в статической системе. Когда статическая система выводится из равновесного состояния, она обязательно возвращается в равновесное состояние. Это обратное расслабление, интервал времени, на который оно ушло, называется временем расслабления.

Обратный процесс:

Существует большая разница между несбалансированным состоянием механической системы и несбалансированным состоянием газовой системы. Например, если мы поднимем сферу, находящуюся в равновесном состоянии на абсолютно-упругой поверхности, на высоту H и свободно уроним ее, то она снова поднимется на высоту H, вернувшись в равновесное состояние. Второй пример: когда мы отпускаем висящий на веревке воздушный шар из равновесного состояния, он возвращается в равновесное состояние точно таким же образом и снова переходит в неравновесное состояние. На приведенных примерах обратный процесс можно описать следующим образом:

Система, выведенная из равновесного состояния через изменения состояния, самопроизвольно возвращается в равновесное состояние именно через эти состояния и снова переходит в равновесное состояние через те же состояния в обратной последовательности, и если в процессе не происходит никаких изменений в среде и системе, эти переходы называются обратимыми процессами.

Процесс, который происходит во всех механических системах, свободных от сил трения и сопротивления, будет идеальным обратимым процессом. В обратимом процессе механическая энергия системы неизменна, и по ее величине можно судить о таких ее параметрах, как координата, скорость, ускорение для произвольной оси времени.

Необратимый процесс:

В реальных условиях механическая энергия системы уменьшается из-за трения дороги и сопротивления среды. Уменьшенная механическая энергия преобразуется во внутреннюю энергию в форме тепла. Эта энергия распространяется в окружающую среду через трущиеся поверхности и не возвращается в систему. Следовательно, механические системы, связанные силами трения и сопротивления, необратимы. Во время движения необходимо будет восполнять потерянную энергию. Это вызывает изменения в телах, окружающих механическую систему.

При взаимодействии двух газов с разными температурами система выходит из равновесного состояния. При расслаблении за счет теплопроводности он возвращается в равновесное состояние. Но сам по себе он не перейдет в прежнее неуравновешенное состояние. Необратимый процесс можно описать следующим образом:

Если система, выведенная из равновесного состояния, самопроизвольно возвращается в равновесное состояние и снова не переходит в равновесное состояние, или если при возвращении происходят изменения в среде и теле, такой процесс является необратимым процессом. Диффузия, теплопроводность, пластическая деформация, процессы, связанные с внешними силами трения и сопротивления, являются процессами скольжения.

Вращательное процесс :

Пусть газ в цилиндре,находящийся в теплообмене с внешней средой, отделен свободно движущимся поршнем (рис.49.1-а). Изначально газ с поршнем находится в равновесном состоянии. Когда мы очень медленно нагреваем систему в условиях неизменной температуры и обеспечиваем равномерность давления газа во всех частях объема в любой момент времени, в Газе происходит квазистатический процесс. Когда газ расширяется, он увеличивает потенциальную энергию механической системы, выполняя положительную работу против внешней силы упругости. Работа, выполняемая газом в расширении, равна поверхности, ограниченной кривой на рисунке 49.1 - b. $1B2V_2V_1 1$. Когда подача тепла прекращается, пружина выполняет работу на газе, постепенно возвращаясь в равновесное положение. Работа, выполняемая силой упругости при сжатии, равна

поверхности под кривой $2V_2V_1 1C2$. Сравнивая два случая, мы убедимся, что работа-это процесс. В зависимости от того, как проходит процесс, выполняемая работа также будет отличаться.

Процесс, при котором система, выведенная из равновесного состояния, возвращается в прежнее равновесное состояние, называется круговоротом или циклом. Работа, выполняемая в процессе вращения, равна поверхности, ограниченной кривой $1B2C1$. Для этой стороны 1-й закон термодинамики принимает вид $\int_1^2 dQ = U_2 - U_1 + \int_1^2 P\,dV$. Когда система возвращается в свое прежнее состояние $U_2 = U_1$, будет и вышеприведенное выражение или принимает вид $\oint dQ = \oint dA$ или $Q = A$. Q – количество теплоты, отдаваемой системе в течение цикла.

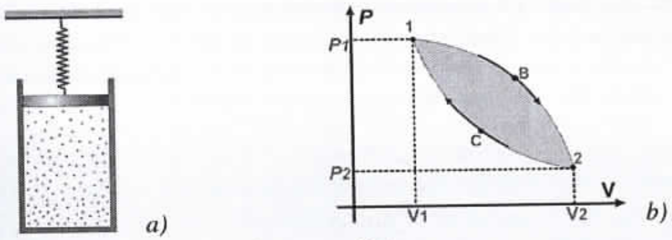


Рисунок 49.1

А – работа, выполняемая в квазистатический процессе.

В квазистатическом процессе состоящем из вращательных процессов, выполняется максимальная работа. Из приведенной выше формулы следует вывод: невозможно построить циклически работающий механизм без подачи энергии в систему. Механизм, работающий без получения энергии, второго типа называется perpettum mobile или вечным двигателем.

Определения второго закона термодинамики:

Первый закон термодинамики-это применение закона сохранения энергии в природе к тепловым явлениям, объясняющее, на что тратится тепло, передаваемое системе. Но в каком направлении может происходить процесс-он не может сказать, в каком-нельзя. Именно закон, который указывает направление вращения, движения энергии в природе — второй закон термодинамики. Поскольку энергия обладает таким свойством, что движется именно в выбранном ею направлении без вмешательства внешних сил. А двигаться в противоположном направлении можно только при помощи других внешних вынуждающих сил. Второй закон термодинамики имеет множество определений, все они имеют одну общую черту. Направление движения энергии.

Определение 1:

Все макроскопические процессы в природе происходят только в условном направлении. А в обратном направлении они не могут происходить сами по себе.

Например, камень, брошенный в воду, отдает свою механическую энергию молекулам воды, образуя волны, постепенно эти волны также затухают из-за внутреннего трения. Но ни в коем случае молекулы воды не должны концентрировать движение в одном направлении, бросая камень в воду вверх дном. Другой пример-воздушный шар, подвешенный на веревке, перестает вибрировать. Его механическая энергия передается молекулам окружающего воздуха, и они слегка нагреваются. Но никогда молекулы, окружающие сферу, не могут сосредоточить движение и заставить сферу вибрировать. Утверждается, что направление движения энергии-от механической энергии к внутренней энергии.

Определение 2:

Если между более холодной системой и телами, окружающими более горячую систему, не происходит никаких изменений, тепло никогда не может передаваться от более холодной системы к более горячей системе.

В этом тоже можно убедиться, проверив на опыте. Здесь также утверждается, что энергия течет в направлении движения, то есть только от тела с более высокой температурой к телу с более низкой температурой.

Определение 3:

Все виды (механические, световые, химические, электрические, волновые и т. д.) энергии могут быть полностью преобразованы во внутренние энергии, но внутренняя энергия не может быть полностью преобразована в другие виды энергии.

Таким образом, не только механическая энергия превращается во внутреннюю энергию 100% из-за трения, но и она может самопроизвольно превращаться 100% во все виды энергии, кроме внутренней. Например, если мы хотим получить механическую энергию или световую энергию из электричества, все равно некоторая часть энергии будет потрачена на нагрев. При переходе от одного вида энергии к другому виду энергии все равно оказывается невозможным, чтобы какая-то часть энергии не превратилась во внутреннюю энергию. Теперь давайте попробуем получить из внутренней энергии совершенно другой вид, например механическую энергию. Расчеты показывают, что в двигателях внутреннего сгорания только 24 – 28% тепла, выделяемого при сгорании бензина, и только 30-40% тепла, выделяемого при сгорании дизельного топлива, преобразуется в механическую энергию

Как будто внутренняя энергия-это озеро, расположенное в ущелье, а другие виды энергии-это различные джунгли, впадающие в ущелье. Вода в озерах продолжает поступать в озеро самостоятельно.

Но, как бы мы ни старались извлечь воду из озера из залива, все равно поенопская вода (сточные воды) все равно будет стекать обратно в озеро. Поэтому, как вода в озере не может быть полностью удалена, так и внутренняя энергия не может быть полностью преобразована в другие виды энергии.

Описание 4:

Невозможно построить машину, которая будет работать циклически, не передавая часть тепла, полученного от нагревателя, в холодильник. Другими словами КПД η=1 не может видеть perpettum mobile II типа.

Об этом пойдет речь при знакомстве с тепловыми машинами в следующей теме. Показывает, что работа не может быть выполнена без потери энергии (передачи в холодильник).

Вопросы по теме

1. Что называют обратимыми, необратимыми, круговыми процессами?
2. Приведите определения 2-го закона термодинамики.
3. Что такое депозитная система? Какие параметры при этом сохраняются?
4. Что определяет 2-й закон термодинамики?
5. Приведите несколько определений 2-го закона термодинамики.

Решение задач:

1. Если за один цикл работы от нагревателя система получает 260 Дж тепла, а через стенки цилиндра к холодильнику передается 180 Дж тепла, то сколько работы система проделала за один цикл над внешними силами?

Дано:	Решение:
Q_1=260Дж Q2=180 Дж A'=?	*Как известно, изменение внутренней энергии зависит от начального и конечного состояний системы. Поэтому при полном завершении одного цикла изменение внутренней энергии не изменяется. Согласно 1-му закону термодинамики, работа, выполняемая в течение цикла, равна лишь сумме теплот.*

$$\int_1^2 dQ = U_2 - U_1 + \int_1^2 P\,dV$$

$$\oint dQ = \oint dA, \rightarrow A' = \oint dQ = Q_1 - Q_2 = 260\,Дж - 180\,Дж = 80\,Дж$$

Ответ: A'=80Дж

§ 50. ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ И ДВИГАТЕЛИ, ПРИНЦИП ИХ РАБОТЫ

Устройство, которое генерирует механическую энергию из внутренней энергии, называется тепловыми машинами. В настоящее время существует так много типов тепловых машин, что самыми ранними тепловыми машинами были паровые машины. Затем были изобретены двигатели внутреннего сгорания, реактивные двигатели. Из них мы вкратко познакомимся с историей создания и принципом работы теплового двигателя внутреннего сгорания, наиболее часто применяемого в нашей жизни, с которым мы сталкиваемся каждый день.

Краткая история создания тепловых машин:

История создания первой тепловой машины – паровой машины-была поистине первым фундаментальным открытием. Различные по строению и функциям паровые машины были разработаны следующими учеными: английский ученый Т.Севери (1698 г.), английский ученый Т.Ньюкомен (1705 г.), французский ученый Д.Папен (1707 г.), русский ученый И.I.Ползунов (1763 г.) и английский ученый Дж.Уатт (1774 год).

Открытие Уатта имело большое значение для развития науки и техники. Его открытие совпало со временем, когда в Англии бурно развивалась промышленность. Он был первым, кто создал паровоз. Единица мощности Ватт также была введена в честь изобретателя этой паровой машины Джеймса Уатта. На рис.50.1 приведены образцы первоначально созданных тепловых машин.

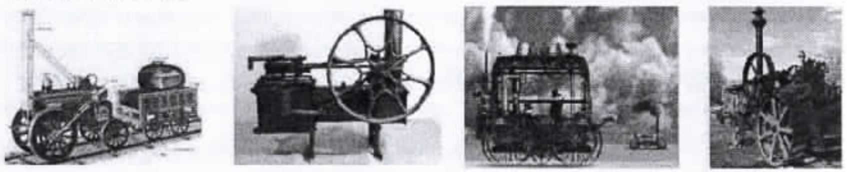


Рисунок 50.1

Через 100 лет после того, как Ползунов и Уатт изобрели универсальную паровую машину, в 1860 году французский изобретатель Ленуар первым составил проект двухтактного двигателя внутреннего сгорания (ДВС). Через 16 лет после этого, в 1876 году, немецкий конструктор Н.Отто первым сделал четырехтактный двигатель. Даже сейчас этот четырехтактный двигатель используется во всем мире.

Краткая информация о двигателе внутреннего сгорания:

Устройство, преобразующее внутреннюю энергию топлива в механическую энергию, называется двигателем внутреннего сгорания (ДВС).

Другими словами, двигатели внутреннего сгорания предназначены для получения движения от тепла. ДВС состоят из 4-х систем (система зажигания, система подачи, система охлаждения, система смазки) и 2-х механизмов (кривошипно-шатунный механизм, газораспределительный механизм). Двигатели подразделяются по числу тактов (2-тактные, 4-тактные), по типу вентиляции (охлаждаемые естественным ветром или вентилятором), по типу используемого топлива (работающие на газе, бензине, дизельном топливе), по типу смесеобразования (внутри змеевика, снаружи змеевика), по типу зажигания (карбюраторные, форсунные), по расположению цилиндров (рядные, образующие угол 1800°, клапанные).

ДВС подразделяют на 2 вида в зависимости от типа смесеобразования:

1) двигатель (карбюраторный), в котором смесь образуется вне цилиндра. Карбюраторный двигатель работает на бензине или газе. Впервые его применил в 1867 году немецкий изобретатель Н.Отто обнаружил.

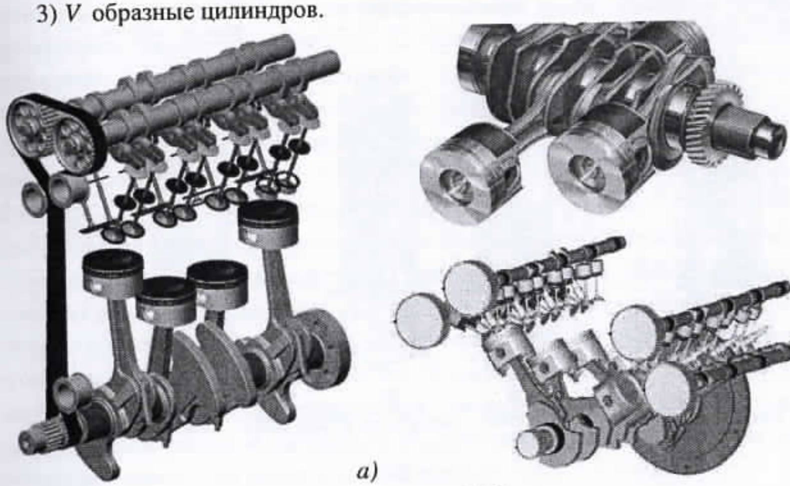
2) дизельный двигатель, в котором внутри цилиндра образуется смесь. Дизельный двигатель работает на солярном масле. Впервые его применил немецкий изобретатель р. В 1897 году.Открыл дизель.

ДВС подразделяют на 3 вида в зависимости от расположения цилиндров (рис. 50.2):

1) последовательно расположенных цилиндров;

2) расположенных цилиндров 180^0;

3) V образные цилиндров.



a) *b)* c)

Рисунок 50.2

На рисунке 50.3 изображена основная исполнительная часть СВУ.

При этом 1–цилиндр, 2–поршень, 3–шатун, 4–коленчатый вал (кривошип), 5–шейка, на которую крепятся шатун и кривошип, 6–Камера сгорания, 7–впускной клапан, 8–выпускной клапан, 9–пламегаситель (свеча).

Один рабочий цикл ДВС состоит из четырех тактов, причем каждый такт состоит из половины оборота коленчатого вала. Значит, рабочий цикл состоит из двух оборотов коленчатого вала. Давайте кратко рассмотрим задачу каждого такта.

Первый такт (такт всасывания) — поршень движется вниз и через впускной клапан поступает в цилиндр, высасывая подготовленную в карбюраторе бензиново-воздушную смесь. В этом такте поршень опускается из верхней крайней точки (в.к.т.) в нижнюю крайнюю точку (н.к.т.) в результате полуоборота коленчатого вала.

Один рабочий цикл ДВС состоит из четырех тактов, причем каждый такт состоит из половины оборота коленчатого вала. Значит, рабочий цикл состоит из двух оборотов коленчатого вала. Давайте кратко рассмотрим задачу каждого такта.

Первый такт (такт всасывания)—поршень движется вниз и через впускной клапан поступает в цилиндр, высасывая подготовленную в карбюраторе бензиново-воздушную смесь. В этом такте поршень опускается из верхней крайней точки (в.к.т.) в нижнюю крайнюю точку (н.к.т.) в результате полуоборота коленчатого вала.

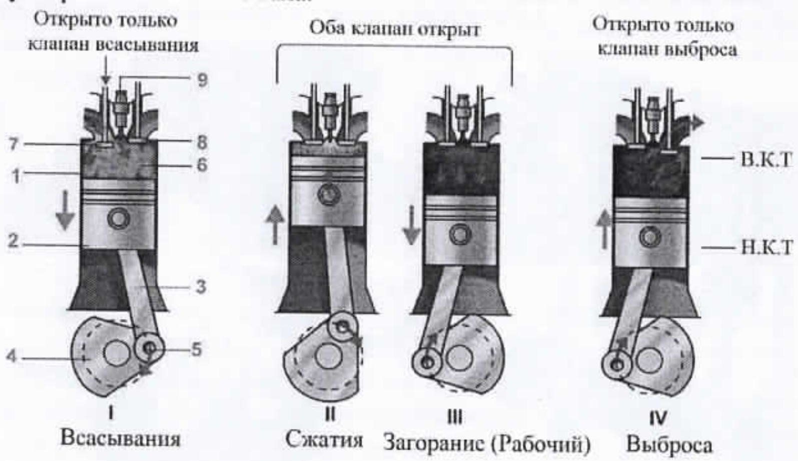


Рисунок 50.3

Второй такт (такт сжатия)—поршень движется вверх. Впускной клапан закрывается, и смесь сжимается примерно 4-7 раз. В конце такта давление составляет *6-12 атм.* , а температура достигает *200–400 K*. В этом такте

поршень от НКТ к ВКТ борт выступает в результате полуоборота коленчатого вала.

Третий такт (сгорание или рабочий такт)—в начале такта с помощью электрической искры происходит воспламенение горючей смеси (в дизельных двигателях самовоспламенение происходит из-за большого давления) и в результате взрыва температура достигает *1600–1800 K*, а давление *25-50 атм.* хватит. В результате поршень, получив мощный паротит, быстро движется вниз и передает свою энергию коленчатому валу. А коленчатый вал передает эту энергию движения маховику, коробке передач и ведущим колесам через карданный вал. Именно тогда автомобили начинают движение. В этом такте поршнев от ВКТ к НКТ в результате полуоборота коленчатый вал опускается.

Четвертый такт (такт выброса) — поршень, двигаясь вверх, выдавливает отработанный газовый остаток температурой $400–600^0C$ в атмосферу через огнетушитель и выпускной патрубок. В этом такте поршень. От НКТ к ВКТ борт выступает в результате полуоборота коленчатого вала.

Краткая информация о реактивном двигателе:

В современной авиации, то есть гражданской авиации, предназначенной для пассажирских перевозок, и военной авиации, используются реактивные двигатели. Основная ходовая часть реактивных самолетов и ракет-реактивные двигатели. Реактивные ракеты также получают механическое движение от внутренней энергии топлива, как и другие тепловые машины. В реактивных самолетах форсунка создают горючую смесь, смешиваясь с топливом, которое она разбрызгивает, когда предварительно поступающий поток воздуха проходит через сопло. Затем эта смесь попадает в камеру сгорания, где с помощью пламегасителя (свеча) воспламеняется. При этом горение смеси происходит с такой же интенсивностью, как и взрыв, и с большой скоростью выбрасывается из задней сопли. Увеличивая или уменьшая размер поверхности заднего сопла, можно регулировать скорость горения продукта, выходящего из выходного сопла (рис.50.4). Скорость горения продукта, выходящего из заднего сопла, будет намного больше, чем скорость поступления воздушного потока из переднего сопла. Поэтому их импульсы также резко различаются. В соответствии с законом сохранения импульса этот дифференциальный импульс передается реактивному самолету или ракете и заставляет их двигаться вперед. Именно от этого и возникает гравитация ракет и самолетов.

В настоящее время КПД современных реактивных двигателей достигает *60%*. Сегодня промышленность по производству реактивных двигателей развита как отдельная отрасль.

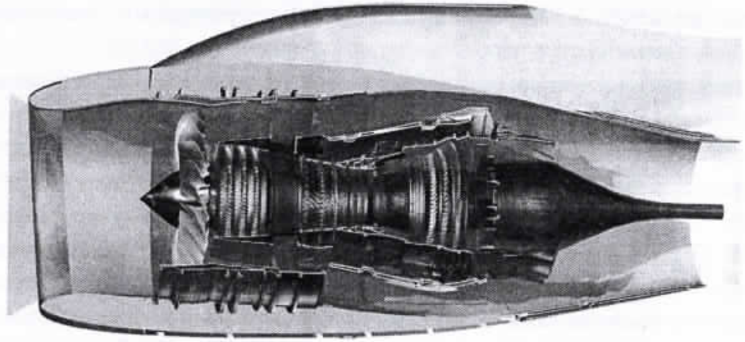


Рисунок 50.4

Понятие о холодильных машинах.

Холодильные машины работают на основе обратного цикла по отношению к циркуляционному процессу на рис. 49.1-b. В холодильных машинах тепло передается от низкотемпературного холодного тела к высокотемпературному горячему телу за счет работы, выполняемой внешней силой.

Понятие о холодильных машинах.

Холодильные машины работают по обратному циклу относительно циркуляционного процесса на рис.50.5. В холодильных машинах тепло передается от низкотемпературного холодного тела к высокотемпературному горячему телу за счет работы, выполняемой внешней силой.

Рисунок 50.5

Схема работы холодильной машины изображена на рисунке 50.5. В течение цикла тепло Q_2 от низкотемпературного холодного тела T_2 отводится рабочим телом и передается высокотемпературному нагревателю T_1 за счет работы внешних сил (Рис 50.5).

Вопросы по теме

1. *Что называется тепловой машиной?*
2. *Кто же был изобретателями первых паровых машин?*
3. *На какие виды делятся двигатели внутреннего сгорания?*
4. *Опишите структуру ДВС.*
5. *Кто экспортировал карбюраторные и дизельные двигатели? По каким параметрам они отличаются?*

6. *Что такое реактивный двигатель? По какому закону сохранения он действует?*
7. *Расскажите о холодильных машинах.*

§ 51. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ РЕАЛЬНЫХ И ИДЕАЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ МАШИН. ЦИКЛ КАРНО

КПД реальных тепловых машин.

Тепловые машины работают в основном с тремя секциями (рис.50.1). Нагреватель с температурой T_1, рабочее тело-газ, обладающий свойством расширения, и холодильник с температурой T_2. В ДВС специальные устройства готовят топливно-воздушную смесь и передают ее в камеру сгорания. Смесь взрывоопасно воспламеняется в камере, создавая большое давление и расширяясь. Сам продукт сгорания играет роль нагревателя и рабочего тела. Рабочий орган выполняет механическую работу, приводя в движение один из цилиндров при расширении. Когда расширение газа прекращается, на следующем этапе циклического процесса поршень сжимает газ(смесь), возвращаясь в равновесное состояние. Поскольку ресурсы топлива в сжатом газе исчерпаны, он выбрасывается в атмосферу. Порция нового рабочего тела вводится в камеру и таким образом цикл повторяется циклически. Так, в реальных двигателях роль нагревателя выполняет топливо, роль рабочего тела-порция воздуха, смешанная с топливом, роль охлаждающей жидкости-воздушная атмосфера.

В упомянутом циркуляционном цикле, выполненном A' работа тепло, выделяемое во время сгорания, будет меньше, чем Q. Потому что, когда каждый цикл завершен, он выталкивает рабочий орган с температурой выше атмосферной. Кроме того, часть энергии была потрачена на теплопередачу, которая является необратимым процессом. Отсюда и работа в цикле для ДВС

$$\oint dQ \sim \oint dA$$

можно записать в виде. Чтобы перейти от пропорциональности к равенству, введем коэффициент, обозначающий эффективность.

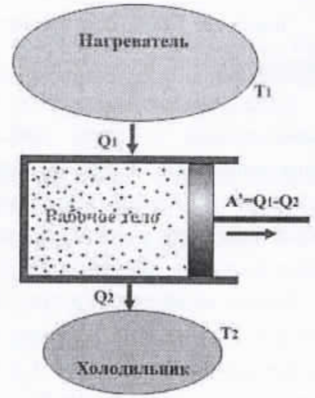


Рисунок 51.1

$$\oint dQ = \eta \oint dA \quad \text{или} \quad -\int_{Q_1}^{Q_2} dQ = \eta \oint dA$$

Здесь: знак (-) означает, что механическая работа выполняется за счет уменьшения тепловой энергии. η – коэффициент полезного действия (КПД).

Учитывая, что работа выполняется за один цикл $\oint dA = Q = Q_1$, КПД будет

Николя Леонар Сади Карно родился 1796 июня 1 года в Париже. Его отец, Лазарри Карно, помимо того, что был военачальником, революционером, инженером-математиком, был президентом Франции в 1887-1894 годах. Лазарри Карно назвал своего сына сади в честь персидского суфийского поэта Кади Шерози. Карно с детства получил хорошее образование. Хотя сам служил во французских сухопутных войсках, но очень интересовался термодинамикой. Поэтому Сади Карно в основном занимался исследованиями в области термодинамики. Изучал изопроцессы и выполняемые в них работы, работал над повышением производительности паровых машин, разделял термодинамические процессы на обратимые и необратимые. Он показал, что идеальная тепловая машина имеет верхний предел КПД, и что идеальные тепловые машины ввели свою собственную формулу для определения КПД. Он бросает военную работу в 1830 году и умирает от холеры в 1832 году.

Sadi Karno (1796–1832)

выглядеть следующим образом:

$$\boxed{\eta_{реал} = \frac{Q_1 - Q_2}{\oint dA} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}} \qquad (51.1)$$

Если полезная работа $A' = Q_1 - Q_2$ учитывая, что КПД можно записать как:

$$\boxed{\eta_{реал} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A'}{Q_1}} \qquad (51.2)$$

Значение КПД составляет в карбюраторных двигателях $\eta = 23 - 28\ \%$ и в дизельных двигателях $\eta = 38 - 42\ \%$.

Суть квазистатического процесса заключается в том, что работа, выполняемая в этом цикле, будет максимальной по 1-му закону термодинамики, а эффективность цикла $\eta=1$. А в тепловых двигателях η будет $\eta<1$. Когда мы заменяем процесс, происходящий в двигателе, квастатическим циклом, значение КПД должно быть максимальным. Предел максимального значения КПД двигателя впервые показал Карно (рис.51.2).

Карно не включил в этот цикл изохорные и изобарные процессы. Потому что в одном из этих процессов все тепло, а в другом часть его превращается во внутреннюю энергию. Следовательно, изотермические и адиабатические процессы должны были быть частью цикла Карно. Цикл Карно состоит из двух квазистатических изотермических и двух адиабатических процессов. Только если эти процессы протекают именно в той последовательности, которая представлена на рисунке, то КПД цикла будет самым высоким.

Карно не включил в этот цикл изохорные и изобарные процессы. Потому что в одном из этих процессов все тепло, а в другом часть, превращается во внутреннюю энергию. Следовательно, изотермические и адиабатические

процессы должны были быть частью цикла Карно. Цикл Карно состоит из двух квазистатических изотермических и двух адиабатических процессов. Только если эти процессы протекают именно в той последовательности, которая представлена на рисунке, то КПД цикла будет самым высоким.

КПД идеальных тепловых машин:

Изначально параметры газа- P_A, V_A, T_A при прохождении $A \rightarrow B$ газ получает тепло Q_1 от нагревателя, $A_{A\rightarrow B}$ выполняет механическую работу.

Так как процесс изотермический

$$Q_1 = A_{A\rightarrow B} = \nu RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

будет.

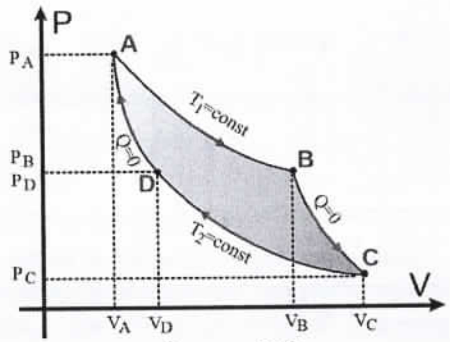


Рисунок 51.2

Когда система принимает состояние B, ее параметры принимают P_B, V_B, T_B, здесь $T_B=T_A=T_1=const$ значения – температура нагревателя.

Теперь газ при переходе $B \rightarrow C$ адиабатически расширяется, приобретая значения параметров P_C, V_C, T_C. При этом выполненная работа будет $A_{B\rightarrow C} = U_B - U_C = U_A - U_C$. Следующий переход $C \rightarrow D$ –изотермическое сжатие, при котором параметры газа приобретают новые значения P_D, V_D, T_D где $T_D=T_C=T_2=const$ – температура холодилника.

За счет работы $A_{C\rightarrow D}$, выполняемой внешней силой от неизменной температуры, рабочее тело передает теплоносителю тепло Q_2. Работа, выполненная при этом переходе, будет выглядеть следующим образом:

$$A_{C\rightarrow D} = -Q_2 = \nu RT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}$$

Наконец, последний переход $D \rightarrow A$ – адиабатическое сжатие, при котором газ возвращается в исходное состояние P_A, V_A, T_A. При этом выполненная работа будет равна $A_{D\rightarrow A} = U_D - U_A = U_C - U_A = -A_{B\rightarrow C}$

Полная работа за один цикл

$$A_{пол} = A_{A\rightarrow B} + A_{B\rightarrow C} + A_{C\rightarrow D} + A_{D\rightarrow A} = A_{A\rightarrow B} + A_{C\rightarrow D} = Q_1 - Q_2$$

КПД цикла Карно можно найти по тому факту, что часть тепла Q_1, полученного от нагревателя, превращается в полезную (механическую) работу $A_{пол}$.

$$\eta = \frac{A_{пол}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\nu RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A} + \nu RT_2 \ln\frac{V_D}{V_C}}{\nu RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_2 \ln\frac{V_D}{V_C}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}}$$

С другой стороны, применяя уравнение Пуассона к переходным процессам $B \to C$ и $D \to A$, мы получаем:

$B \to C$ при переходе $\frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1}$, $D \to A$ при переходе $\frac{T_A}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1}$

Здесь $T_B = T_A = T_1$ и $T_D = T_C = T_2$ учитывая, что

$B \to C$ при переходе $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1}$, $D \to A$ при переходе $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1}$

будет. Это когда мы умножаем уравнения в переходах друг на друга

$$1 = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} \quad \text{или} \quad \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

получается. Из этого мы находим значение цикла Карно.

$$\eta = \frac{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A} + T_2 \ln\frac{V_D}{V_C}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A} - T_2 \ln\frac{V_C}{V_D}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A} - T_2 \ln\frac{V_B}{V_A}}{T_1 \ln\frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}} \qquad (51.3)$$

КПД реальной тепловой машины всегда меньше КПД идеальной тепловой машины, рассчитанной Карно. Карно также доказал, что тепловые машины никогда не могут превышать КПД более чем на *62%*.

Вопросы по теме

1. Что называется реальной тепловой машиной?
2. Генерировать КПД реальной тепловой машины.
3. Что называется циклом Карно?
4. В каких частях цикла Карно выполненная работа будет равнозначной, но с противоположным жестом?
5. Генерировать шум идеальной тепловой машины.
6. Значение КПД какой из реальных и идеальных тепловых машин больше и почему?

Решение задач:

1. Тепловая машина получала 100 Дж тепла от нагревателя в течение цикла и отдавала 60 Дж тепла холодильнику. Найдите КПД машины.

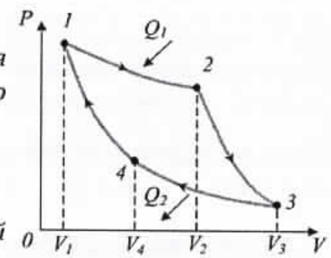
A) 67% B) 60% C) 40% D) 25% E) 15%.

Дано:	*Решение:*
$Q_1 = 100$ Дж $Q_2 = 60$ Дж	*Воспользуемся формулой нахождения коэффициента полезной работы тепловой машины.*
$\eta = ?$	$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{100-60}{100} \cdot 100\% = 40\%$

Ответ: C) $\eta = 40\%$

2. Многоатомный идеальный газ работает по циклу Карно. При этом при адиабатическом расширении объем газа увеличивается k=4 раза. Чему будет равно значение КПД для цикла?

Дано:	*Решение:*
$\frac{V_2}{V_3} = k = 4$ $i = 6$	*Показатель адиабаты для многоатомного идеального газа*
$\eta = ?$	$\eta = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i+2}{i} = \frac{6+2}{6} = \frac{4}{3}$



Цикл Карно, изображенный на картине, повествует о состоянии материи адиабатическому расширению соответствует переход 2→3. Вип решение задачи для адиабатического процесса воспользуемся формулой Пуассона

$$TV^{\gamma-1} = const, \ \to \ T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}, \ \to \ \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{k^{\gamma-1}} = \frac{1}{4^{4/3-1}} = 4^{-1/3} = 0{,}63$$

Теперь определим значение КПД для цикла. $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - 0{,}63 = 0{,}37 = 37\ \%$

Ответ: $\eta = 37\ \%$

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ VII

1. Внутренняя энергия тела ... это может измениться.
A) когда к телу подводится тепло и на нем выполняется работа.
B) только тогда, когда тела выполняет работу.
C) при изменении кинетической и потенциальной энергий тела.
D) только в том случае, когда на тело подается некоторое количество тепла.
E) только при изменении агрегатного состояния тела.

2. Определите ответ, который наполняет определение правильным содержанием. Что теплоемкость,...
A) тело с заданной массой в 1 К
B) единица массы тела на 1 К

C) до растворения тела с заданной массой

D) тело с заданной массой при температуре от t_1 до t_2

E) тело с единичной массой от температуры t_1 до температуры t_2 ... это относится к количеству тепла, необходимого для нагрева.

3. Какой из перечисленных газов обладает наибольшей удельной теплоемкостью при нормальных условиях?

A) O_2 B) Ne C) He D) H_2 E) I_2

4. Укажите единицу теплоемкости.

A) Дж/кг B) Дж C) градус (*К*) D) Дж/*кг* · *К* E) Дж/*К*

5. Что такое единица удельной теплоемкости?

A) Дж/К B) Дж/(кг·к) C) Ом/м D) Н/м^2 E) кг/м^3.

6. Найти выражение удельной теплоемкости из заданных.

A) $C = cm$ B) $L = \frac{Q}{m}$ C) $c = \frac{Q}{t_2-t_1}$ D) $c = \frac{q}{U}$ E) $c = \frac{Q}{m(t_2-t_1)}$

7. В кипятильнике мощностью *600 Вт 1 ℓ* вода с температурой *10°С* кипит в течение *12,5 минут*. Найти КПД варки (%). Удельная теплоемкость воды *с=4200 Дж/(кг·К)*.

A) 92 B) 84 C) 81 D) 75 E) 72

8. Скорость свинцовой пули, пробивавшей доску, уменьшалась с *500 м/с* до *300 м/с*. На сколько *°С* изменилась температура пули, если на пулю перешло *50%* выделяемого тепла? *с=130 Дж/(кг·К)*.

A) 108 B) 127 C) 273 D) 308 E) 600

9. Как изменяется внутренняя энергия кристаллических твердых тел при плавлении при неизменной температуре?

A) увеличивается B) не изменяется C) уменьшается

D) увеличивается или уменьшается E) НПО

10. При изотермическом сжатии газа в металлическом цилиндре поршнем его объем уменьшался в 5 раз.Как изменяется при этом внутренняя энергия газа?

A) увеличивается в 5 раз B) не изменяется C) уменьшается в 5 раз

D) увеличивается в 2,5 раза E) уменьшается в 10 раз

11. Как изменяется внутренняя энергия изобарически нагретого одноатомного газа?

A) не изменяется B) уменьшается C) увеличивается

D) может меняться по желанию E) НПО

12. Как изменилась бы его внутренняя энергия, если бы объем одноатомного газа уменьшился в 3 раза, а его давление увеличилось на 50%?

A) увеличилась в 3 раза B) увеличилась в 2 раза

C) уменьшилась в 3 раза D) неизмененный E) уменьшенный в 2 раза

13. В каком ответе правильно указана сумма средних кинетических энергий молекул идеального газа на *1 моль* одного атома?

A) $Ek = 3kT$ B) $Ek = 3RT/2$ C) $Ek = 3kT/2$ D) $Ek = 3RT$

E) $Ek = 5RT/2$

14. Найти внутреннюю энергию одного моля одноатомного идеального газа при температуре *-73°С (Дж)*.

A) 1246 B) 1662 C) 2077 D) 2493 E) 831

15. Определите массу газа гелия с температурой *-73°С* и внутренней энергией *2493 Дж (г)*.

A) 3 B) 4 C) 6 D) 17 E) 34

16. Газы аргон и гелий имеют одинаковую массу и находятся в одинаковых условиях. Сравните их внутренние энергии. (M_{Ar} *=40 г/моль*, M_{He}*= 4 г / моль*).

A) у гелия в 10 раз больше B) у аргона в 10 раз больше

C) у аргона в 4 раза меньше D) равно E) НПО

17. Газ со средним давлением, равным *760 мм* ртутного столба, сдвинул поршень с поверхностью *1000 см^2* на *80 см*. Определите работу, выполненную газом (*кДж*).

A) 0,8 B) 6,08 C) 7,6 D) 8 E) 9

18. Поршень поднялся на *2 см* в результате теплообмена с газом с поверхностью 100 см^2, давление под свободно движущимся поршнем составляло *150 кПа*. Сколько джоулей проделал газ?

A) 30 B) 150 C) 10 D) 45 E) 300

19. Газ с давлением *1 МПа* изобарно расширялся от *1 ℓ* до *10 ℓ* объема. Определите работу, выполненную в процессе, (*Дж*).

A) 10^4 B) 10^3 C) $4{,}5\cdot10^3$ D) $9\cdot10^3$

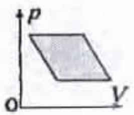
E) в процессе работы не выполняется

20. Газы водород и гелий одинаковой массы , нагретые до 10К при постоянном давлении. Кто из газов выполняет в этом больше работы?

A) выполняют ту же работу B) гелий в) водород

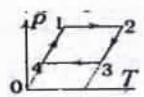
C) недостаточно данных D) работа не выполнена

21. В чем физический смысл штрихованная площадь?



A) равно изменению температуры B) не имеет физического смысла C) равно проделанной работе D) равно пройденному пути E) равно изменению давления.

22. В какой части цикла идеального газа на рисунке работа не выполняется?



A) 4-1 в) 4-1 и 2-3. Д) 1-2. В) 2-3. Д) 3-4

23. Какова работа, проделанная газом (*Дж*), если он получает *1000 Дж* тепла и увеличивает свою внутреннюю энергию до 250 Дж?

A) 0 B) 250 C) 750 D) 1000 E) 1250

24. При подаче *12,5 кДж* тепла одноатомному идеальному газу изобарическое расширение составило $0,05\ м^3$. На сколько увеличивается внутренняя энергия газа (*кДж*), если давление газа равно 10^5 *Па*?

A) 5,5 B) 7 C) 7,5 D) 9 E) 12.

25. При изобарном нагревании идеального одноатомного газа какая часть теплоты Q, отдаваемой ему, затрачивается на увеличение внутренней энергии газа?

A) 0,2 Q B) 0,3 Q C) 0,6 Q D) 0,5 Q E) 0,4 Q

26. Какое количество теплоты необходимо для увеличения абсолютной температуры *1 моль* одноатомного газа при температуре T в 2 раза при постоянном давлении?

A) RT B) 1,5RT C) 2,5RT D) 2RT E) 3RT

27. Температура нагревателя 150°C, холодильника 20°C. Сколько процентов FIC идеальной тепловой машины?

A) 20 B) 23 C) 25 D) 30,7 E) 40.

28. Сколько процентов составляет коэффициент полезной работы такой машины, если в идеальной тепловой машине абсолютная температура нагревателя в 2 раза больше абсолютной температуры холодильника?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

ЗАДАНИЯ ПО ГЛАВЕ VII

1. Его размешивают, добавляя *200 г* кипятка на *1 кг* воды с температурой 10°C. Найти температуру смеси (*°C*).

2. Чтобы охладить *10 ℓ* воды с температурой *80°C* до *60°C*, сколько воды с температурой *10°C* нужно добавить в нее (*ℓ*)?

3. Какое количество тепла получает объект с удельной теплоемкостью *3800 Дж/(кг·К)* и массой *0,4 кг* при нагревании от *4°C* до *24°C*?

4. Средняя температура морской воды летом составляет *27°C*, а зимой *-7°C*. Сколько джоулей тепла человек выделяет при переходе с лета на зиму? Поверхность моря составляет $50000\ км^2$, а глубина *1000 м*. Удельная теплоемкость воды составляет *4,2 кДж / (кг·к)*.

5. На сколько метров в высоту можно поднять груз массой 1 тонну максимум, используя энергию, выделяющуюся при охлаждении чая с температурой *100°C* в чашке объемом $200\ км^3$, до *20°C*? Удельная теплоемкость воды *4,2 кДж/(кг·К)*, g=10 m/s^2.

6. Бензовоз, разгоняясь до *72 км/ч*, резко остановился. На сколько кельвинов повысилась температура бензина в цистерне? Для бензина $c=2\cdot10^3$ Дж/(кг · *К*)

7. Пуля с кинетической энергией E_k попала в мешок с песком и остановилась. На сколько градусов она нагреется, если половина кинетической энергии пули превратится в ее внутреннюю энергию? Теплоемкость пули равна С.

8. Какое количество теплоты (*кДж*) расходуется при превращении 300 г цинка в пар при температуре кипения? Удельная теплота испарения цинка составляет $1{,}8\cdot10^6$ *Дж/кг*.

9. На сколько *кДж* уменьшается его внутренняя энергия при охлаждении *2 моль* гелия с *20°C* до *-80°C*?

10. *2 моля* идеального газа были нагреты до *100°C* при неизменном давлении. Сколько джоулей работы проделал газ в этом? $R = 8{,}3$ Дж/(моль K).

11. Какую работу он выполняет при изобарном нагревании 320 г кислорода до *10 К* (*Дж*)?

12. Сколько джоулей выполняет работа, если газообразный углекислый газ массой *20 г* нагреть до *44°C* при неизменном давлении? Его молярная масса составляет *44 г / моль*.

13. Внешние силы выполнили *300 Дж* работы на газе. При этом внутренняя энергия газа увеличилась на *400 Дж*. Сколько джоулей тепла отводится газу?

14. Когда одноатомному газу в баллоне было отдано *498,6 Дж* тепла, его температура увеличилась на *40 К*. Определите количество газового хлора в баллоне (моль).

15. Когда газу гелий в баллоне было отдано *25 Дж* тепла, его температура увеличилась на *2 К*. Найти массу газа (*г*).

16. В паровую турбину пар поступает с температурой *500°С* и выходит из нее с температурой *30°С*. Считая паровую турбину идеальной тепловой машиной, найдите ее КПД (%).

17. Какой должна быть температура теплоносителя (*°С*) с температурой нагревателя *527°С*, чтобы максимальный КПД был *50%*?

18. Сколько джоулей полезной работы делает идеальная тепловая машина с температурой нагревателя *127°С*, холодильника *7°С*, если за один цикл от нагревателя получает *1200 Дж* тепла?

19. Сколько джоулей составляет работа, выполненная за один цикл, если температура нагревателя тепловой машины составляет 500К, а холодильника *250 К*, и он получает *3000 Дж* тепла от нагревателя за один цикл?

20. Как два куска льда равной массы при температуре *-30°С* при ударе друг о друга с одинаковой скоростью полностью тают? Удельная теплота плавления льда равна λ.

21. Для затвердевания *3 кг* жидкого металла при температуре плавления потребовалось *60 с*. Какова его удельная теплота плавления (кДж/кг), если скорость потери количества тепла при этом равна *1000 Дж/с*?

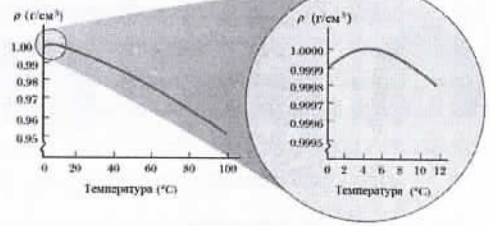
22. Когда газ расширялся, его давление линейно увеличивалось с $4 \cdot 10^5$ *Па* до $8 \cdot 10^5$ *Па*. При этом его объем увеличился с $0,1\ м^3$ до $1,1\ м^3$. Сколько работы выполнил газ?

23. Температура идеального газового обогревателя и холодильника составляет *427°С* и *27°С* соответственно. Сколько работы выполняет двигатель за один цикл, если в течение цикла он получает от нагревателя тепла, равного *7 кДж*?

24. В тележку, движущуюся по инерции, опускался кирпич массой, равной его массе. Какое количество тепла выделяется при этом?

25. Одноатомный газ в количестве *1 моль* находится в закрымом сосуде при температуре *27°С*. Какое количество тепла нужно отдать газу, чтобы давление газа увеличилось в 3 раза?

ГЛАВА VIII. СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ



В этом главе изучаются вещества и их виды, различные явления природы, происходящие с ними. Мы познакомимся с внутренним строением веществ, их агрегатными состояниями, температурной зависимостью различных свойств, механическими свойствами твердого тела, кристаллической структурой, поверхностными натяжениями и капиллярными явлениями в жидкостях, паром и его видами, значением водяного пара в атомосфере и другими темами. Основой для освоения этих тем нам послужат ранее пройденные главы “Молекулярно-кинетическая теория” и “Основы термодинамики”.

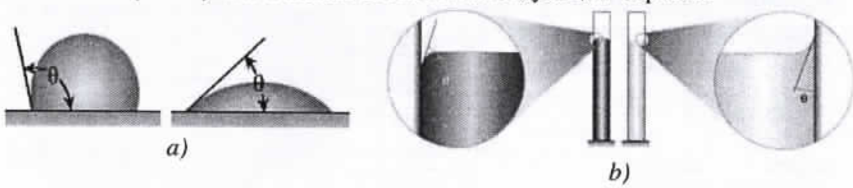
§ 52. СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ. СМАЧИВАНИЕ, ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ И КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Жидкости — одно из агрегатных состояний вещества в природе в твердом, жидком и газообразном виде. При нагревании твердого тела кинетическая энергия молекул увеличивается и доходит до такой точки, что в нем кинетическая энергия становится больше потенциальной энергии. При этом молекула может свободно перемещаться по межмолекулярному пространству, отталкиваясь от соседних молекул. Это превращение твердого тела в жидкость. Молекулы жидкости находятся в хаотическом движении, как и молекулы газа. Но это хаотичное движение будет иметь скачкообразный характер. Молекула живет где-то определенное время дольше, а затем переходит в новое состояние. Жидкости приобретают текучий характер и принимают нужную форму сосуда. Но жидкости, в отличие от газов, сохраняют свой объем неизменным. Поэтому жидкости можно рассматривать как полутвердые тела, а также как полугаз.

Теперь давайте кратко познакомимся с некоторыми природными явлениями, которые происходят с жидкостями.

Явление смачивании:

Когда вода льется на смазанную поверхность, вода будет поглощать капли воды, что означает, что поверхность несмачивает. Если мы наливаем воду на зеркало, вода будет распространяться, и зеркало смачивает. Теперь, когда ртуть проливается на это стекло, ртуть принимает форму капли за каплей, поверхность несмачивает. Если вы пролили ртуть на поверхность, содержащую свинец, ртуть распространится, и поверхность снова станет влажной. Причину этого можно объяснить следующим образом.

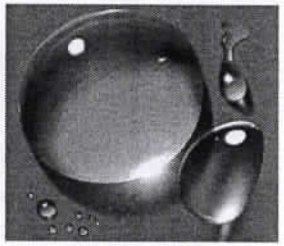


a) b)

Рис. 52.1

На рисунке 52.1-а изображена капля жидкости в горизонтальной эмали, смоченная и несмоченная. А в рисунке 52.1-b схематически изображается смоченная и не смоченная вертикальная поверхность сосуда с жидкостью. В обоих случаях можно различить смачивание и отсутствие смачивание под углом. При этом обозначим θ угол между поверхностью и проведенной попыткой к границе соприкосновения жидкости с поверхностью:

- если $\theta>90^0$, то поверхность несмочевает. Если поверхность не смачивается резко, то угол θ приближается к 180^0;
- если $\theta<90^0$, то поверхность смачивает. Если поверхность резко смачивает, то угол θ будет приближаться к 0^0.



Рисунка 52.2

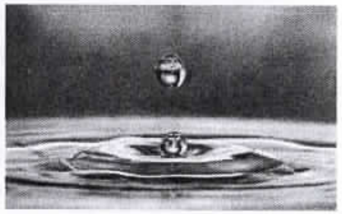
На рисунке 52.2 изображена капля воды, стоящая на несмочеваюшей поверхности.

Пусть сила притяжения между двумя соседними молекулами жидкости равна F_1, а сила притяжения между двумя соседними молекулами стоящей жидкости и поверхности равна F_2. Условия, при которых поверхность будет смачиваемой и несмачиваемой будут следующими:

- если $F_1<F_2$, поверхность смачивает, где $\theta<90^0$;
- если $F_1>F_2$, то поверхность не смачивает, при этом $\theta>90^0$.

Сила поверхностного натяжения:

Мы знаем, что капли жидкости в состоянии невесомости или когда брызгнем воду то она принимают форму сферы (рис.52.3). Так в чем же причина? Причину можно объяснить следующим образом:

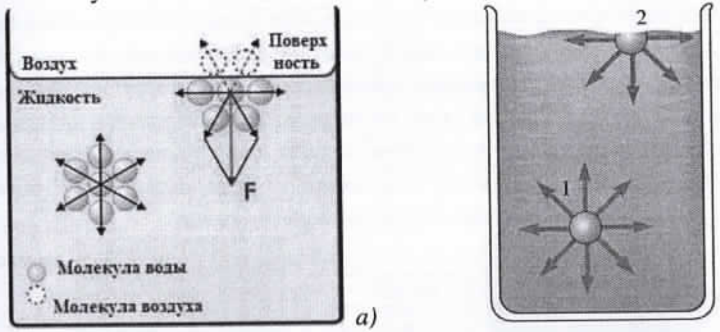


Рисунка 52.3

Возьмем тела, равные по объему и имеющие разную геометрическую форму, такие как сфера, куб, параллелепипед,

призма, конус и цилиндр, и вычислим их наружные поверхности.Расчеты показывают, что тело с наименьшей внешней поверхностью —оказывается поверхность сферы. Не только среди приведенных выше тел, но и среди равных по объему тел, имеющих в природе любую форму, оказывается, что шар-это тело с наименьшей внешней поверхностью.

Это означает, что в случае невесомости жидкость стремится иметь минимальную внешнюю поверхность, то есть иметь форму сферы. Это означает, что существует некоторая внутренняя сила, которая стремится максимально уменьшить внешнюю свободную поверхность жидкости.



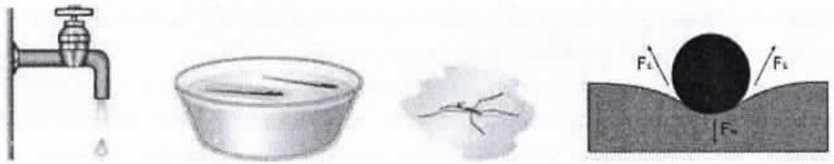
a) b)

Рисунка 52.4

Наливаем жидкость в сосуд и выбираем по одной молекуле как внутри жидкости, так и на свободной поверхности жидкости. Молекула внутри жидкости окружена одинаковыми молекулами на одинаковом расстоянии. Эта молекула притягивается одинаковым количеством сил со всех сторон, и эти силы взаимно компенсируются. Вторую молекулу притягивают с внутренней стороны молекулы жидкости с большими силами, а с внешней-молекулы воздуха с гораздо меньшими силами. Поскольку расстояние между молекулами воздуха примерно в 8–10 раз больше расстояния между молекулами воды, можно считать, что силы взаимодействия молекул воздуха в 64–100 раз меньше, чем между молекулами воды. Получается, что равные действующие силы всех сил, которые могут воздействовать на вторую молекулу на поверхности жидкости, перпендикулярны поверхности жидкости и направлены внутрь. Эта сила стремится уменьшить свободную поверхность жидкости и называется силой поверхностного натяжения.

Сила, которая существует только на свободной поверхности жидкости и направлена вертикально к свободной поверхности в направлении внутри жидкости и делает свободную поверхность жидкости как можно меньше, называется силой поверхностного натяжения.

Сила поверхностного натяжения существует только на свободной поверхности жидкости, зона действия которой равна межмолекулярному расстоянию. А внутри жидкости нет силы поверхностного натяжения.



Рисунка 52.5

Падение воды из-под крана по капле, стояние иглы на поверхности воды, ходьба паука и т.д. обусловлены силой поверхностного натяжения (рис.52.5). А на рисунке 52.6 изображено, как монета стоит на поверхности воды, не осыпаясь, а капли после дождя стоят на ветке и листе. Это также происходит из-за силы поверхностного натяжения, а сила поверхностного натяжения удерживает вес монеты в воде или капли в Роге. Если сила тяжести увеличится еще больше, то капля сорвется, монета утонет

a)

b)

Рисунка 52.6

Сила поверхностного натяжения прямо пропорциональна длине линии (линии), к которой прикасается свободная поверхность жидкости.

$$F_{нат} \sim \ell$$

При переходе от пропорциональности к равенству вводится коэффициент.

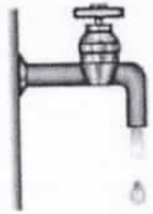
$$\boxed{F_{нат} = \sigma \ell} \qquad (52.1)$$

Здесь: $\sigma = \frac{F_{нат}}{\ell}$ $\left[\frac{Н}{м} = \frac{Дж}{м^2}\right]$ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Например, коэффициент поверхностного натяжения для воды $\sigma = 72\frac{мН}{м}$, для керосина $\sigma = 24\frac{мН}{м}$.

Под коэффициентом поверхностного натяжения жидкости понимают физическую величину, количественно равную силе, действующей на единицу длины контура, ограничивающего свободную поверхность жидкости, и направляющей ее вдоль контура на поверхность жидкости.

Значение σ зависит от типа жидкости и температуры. В жидкостях, где сила взаимодействия между молекулами больше, значение также больше. При повышении температуры это значение уменьшается и становится σ=0 при критической температуре, при которой исчезает разность между жидкостью и ее парами.



Рисунка 52.7

Вес капли, падающей из-под крана, увеличивался до тех пор, пока он не стал равным силе поверхностного натяжения, а капля при выравнивании.

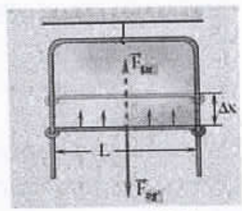
$$F_{нат} = F_{тяж}, \ \rightarrow \ \sigma \ell = mg, \ \rightarrow \ \sigma \cdot 2\pi R = mg, \ \rightarrow \ m = \frac{2\pi\sigma R}{g}$$

Следовательно, оказывается, что, зная коэффициент поверхностного натяжения, можно определить массу капли, стекающей из крана.

$$\boxed{m = \frac{2\pi\sigma R}{g}} \qquad (52.2)$$

Сила поверхностного натяжения, действующая на сторону L мыльной завесы в П образной рамке, и работа, выполняемая при сдвиге этой стороны на Δx, определяются по формулам (рис. 52.8):

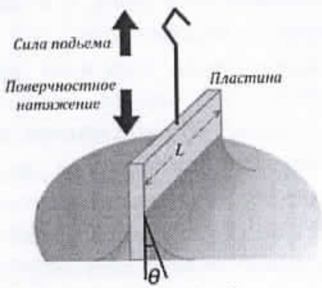
$$\boxed{\begin{aligned} F_{нат} &= 2\sigma L \\ A = F \cdot \Delta x &= 2\sigma L \Delta x \end{aligned}} \qquad (52.3)$$



Рисунка 52.8

Если пластину прямоугольной формы опустить в жидкость, то сила поверхностного натяжения, действующая на пластину, и сила, необходимая для выталкивания пластины из жидкости, определяются по формулам (рис. 52.9):

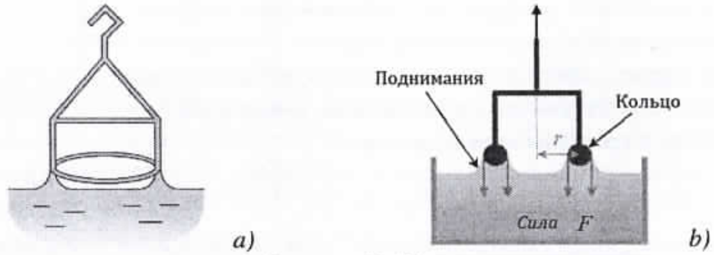
$$\boxed{\begin{aligned} F_{нат} &= 2\sigma L \\ F = F_{нат} + F_{тяж} &= 2\sigma L + mg \end{aligned}} \qquad (52.4)$$



Рисунка 52.9

Рассмотрим силу поверхностного натяжения, действующую на кольцо радиусом r, погруженное в жидкость (рис.52.10). При этом, начиная поднимать кольцо, с обеих сторон поперечного сечения кольца образуется горлышко, на которое воздействует сила натяжения жидкости. Внутренняя и внешняя стороны шейки соприкасаются с жидкостью и обеспечивают сопротивление отделению от жидкости. Так как длины внутреннего и наружного кругов грифа практически равны между собой, то длину каждого из них можно назвать равной $2\pi r$. Следовательно, величина силы поверхностного натяжения, действующая на кольцо, равна $F_{tar} = 4\pi\sigma r$, а для отсоединения этого кольца от жидкости требуется сила, равная

$$F = F_{нат} + F_{тяж} = 4\pi\sigma r + mg .$$



a) b)

Рисунка 52.10

Таким образом, получается, что сила поверхностного натяжения, действующая на кольцо радиуса r, погружённое в жидкость, и сила, необходимая для отсоединения этого кольца от жидкости, будут равны (рис. 52.10):

$$\boxed{\begin{aligned} F_{нат} &= 4\pi\sigma r \\ F &= F_{нат} + F_{тяж} = 4\pi\sigma r + mg \end{aligned}} \qquad (52.5)$$

Капиллярные явления:

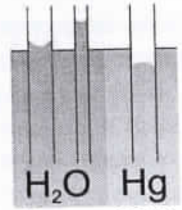
Мы знаем, что вода всегда течет вниз. Но когда вода стекает в озеро, почему корни деревьев доставляют воду снизу к ветвям и листьям сверху? Листья на верхушках высоких тополей также будут содержать воду. Ведь вода здесь течет вверх (рис. 52.11)?

Рисунка 50.11

Явление подъема столба жидкости в капиллярных (тонких) трубках называется капиллярным явлением. Причиной капиллярных явлений является наличие силы поверхностного натяжения.

Если стенки капиллярной трубки смачиваются в жидкости, то под действием силы поверхностного натяжения столб жидкости поднимается вверх. И наоборот, если стены представляют собой поверхность, которая не смачивает, то столбик жидкости немного уменьшается. На рисунке 52.12

изображена стеклянная флейта, поднимающаяся при погружении в воду, и опускающаяся при погружении в ртуть.



Рисунка 52.12

Когда уровень жидкости поднимается в капиллярной флейте, подъем продолжается до тех пор, пока вес поднятой части не станет равным силе поверхностного натяжения.

$$F_{нат} = F_{тяж}, \ \rightarrow \ \sigma\ell = mg, \ \rightarrow \ \sigma \cdot 2\pi r = \rho\pi r^2 hg, \ \rightarrow \ h = \frac{2\sigma}{\rho r g}$$

Отсюда следует, что высота подъема жидкости в капиллярной трубке радиусом R будет равна (рис. 52.13):

$$\boxed{h = \frac{2\sigma}{\rho r g}} \qquad (52.6)$$

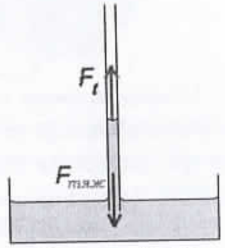
Из приведенной выше формулы также видно, что высота подъема столба жидкости обратно пропорциональна радиусу внутренней стенки флейты, то есть $h \sim 1/R$. Если радиус капиллярной флейты равен *1мкм*, высота подъема достигает до 30 метров.

Рассмотрим случай, когда поперечное сечение капиллярной трубки является квадратным. Высота подъема при этом равна:

$$F_{нат} = F_{тяж} ,$$

$$\rightarrow \sigma\ell = mg, \ \rightarrow \ \sigma \cdot 4a = \rho a^2 hg, \ \rightarrow \ h = \frac{4\sigma}{\rho a g}$$

Отсюда следует, что если поперечное сечение капиллярной трубки состоит из квадрата со стороной a, то высота подъема столбцов будет равна (рис. 52.13):



Рисунка 52.13

$$\boxed{h = \frac{4\sigma}{\rho a g}} \qquad (52.7)$$

Рассмотрим случай, когда поперечное сечение капиллярной трубки представляет собой прямоугольник. Высота подъема при этом будет:

$$F_{нат} = F_{тяж}, \rightarrow \sigma\ell = mg, \ \rightarrow \ \sigma \cdot 2(a+b) = \rho abhg, \ \rightarrow \ h = \frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

Следовательно, если поперечное сечение капиллярной трубки состоит из прямоугольника со сторонами a и b, высота подъема столбцов будет равна:

$$\boxed{h = \frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} \qquad (52.8)$$

Явление подъема жидкости происходит между этими пластинами, даже если две пластины, погруженные в жидкость, стоят очень близко друг к другу. Для этого случая давайте посчитаем высоту подъема. Используя предыдущую формулу, скажем, $a=d$, $b=\infty$, мы получаем искомое выражение.

$$h=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{\infty}\right)=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{d}+0\right)=\frac{2\sigma}{\rho d g}$$

Следовательно, высота подъема жидкости между двумя длинными параллельными пластинами с расстоянием d между ними будет равна:

$$\boxed{h=\frac{2\sigma}{\rho d g}} \qquad (52.9)$$

Приведенные выше четыре формулы определяют высоту подъема жидкости внутри капиллярной трубки в сосуде, который стоит неподвижно или движется по прямой линии. При возникновении ускорения в движении сосуда с жидкостью меняется и высота подъема уровня жидкости.

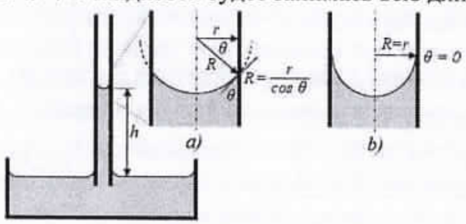
Результат изменится, если капиллярная трубка вместе с баком будет установлена на лифте, который поднимается с ускорением. Жидкость внутри капилляра становится тяжелее, а высота подъема становится меньше, чем раньше. Четыре приведенные выше формулы принимают следующий вид.

$$\boxed{\begin{array}{ll} h=\dfrac{2\sigma}{\rho r(g+a)} & h=\dfrac{4\sigma}{\rho a(g+a)} \\ h=\dfrac{2\sigma}{\rho(g+a)}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) & h=\dfrac{2\sigma}{\rho d(g+a)} \end{array}} \qquad (52.10)$$

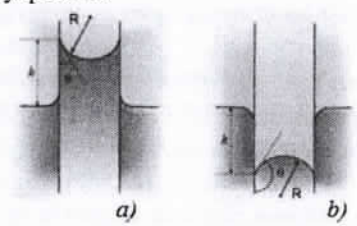
Ситуация снова изменится, если капиллярная трубка вместе с баком а будет установлена на лифте, который движется вниз с ускорением. Жидкость внутри капилляра осветляется, и высота подъема становится больше, чем раньше. Четыре приведенные выше формулы принимают следующий вид.

$$\boxed{\begin{array}{ll} h=\dfrac{2\sigma}{\rho r(g-a)} & h=\dfrac{4\sigma}{\rho a(g-a)} \\ h=\dfrac{2\sigma}{\rho(g-a)}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) & h=\dfrac{2\sigma}{\rho d(g-a)} \end{array}} \qquad (52.11)$$

Если капиллярная флейта и смачивающая жидкость находятся в состоянии невесомости (в свободном падении или в космическом корабле), то $h\to\infty$ жидкость будет занимать всю длину флейты.



Рисунка 52.14



Рисунка 52.15

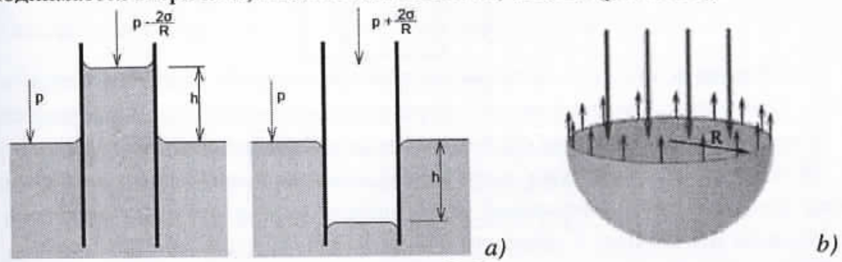
Формулы для определения высоты подъема жидкости, написанные выше, предназначены для случая, когда кривизна свободной поверхности жидкости не учитывается. Если учесть искривление, то между радиусом внутренней стенки сосуда r и радиусом искривления свободной поверхности R будет находиться $R=\frac{r}{\cos\theta}$.

Поэтому изменяется и значение высоты подъема (рис.52.14).

$$\boxed{h=\frac{2\sigma}{\rho R g}=\frac{2\sigma\cos\theta}{\rho r g}} \qquad (52.12)$$

Это называется формулой Жюрена.

Если внутренняя стенка капилляра смачивается, то уровень жидкости поднимается вверх на h, а если не смачивается, то вниз (рис.52.15).



Рисунка 52.16

При подъеме жидкости в капиллярной флейте свободная поверхность жидкости искривляется за счет смачивания или смачивания боковых стенок флейты (рис.52.15-а). Это искривление, в свою очередь, создает дополнительное давление, которое называется давлением Лапласа. Лапласовое давление определяется отношением силы натяжения к поверхности поперечного сечения флейты.

$$\boxed{\Delta P=\frac{F_{нат}}{S}} \qquad (52.13)$$

Когда сечение становится окружностью $S=\pi r^2$, возникает сила натяжения $F_{нат}=2\pi\sigma R$. А их соотношение будет равно:

$$\Delta P=\frac{F_{нат}}{S}=\frac{2\pi\sigma r}{\pi r^2}=\frac{2\sigma}{r}.$$

Следовательно, давление Лапласа на канат, сечение которого является окружностью,будет следующим (рис. 52.16-в):

$$\boxed{\Delta P=\frac{2\sigma}{r}} \qquad (52.14)$$

Если поперечное сечение капиллярной трубки является эллипсом, то радиус наименьшей кривизны r_1 и радиус наибольшей кривизны r_2 этого эллипса взаимно перпендикулярны. Площадь этой поверхности $S=\pi r_1 r_2$, длина линии $\ell=\pi(r_1+r_2)$, сила поверхностного натяжения $F_{нат}=\sigma\ell=\sigma\pi(r_1+r_2)$

Соотношение силы и поверхности равна: $\Delta P=\frac{F_{нат}}{S}=\frac{\sigma\pi(r_1+r_2)}{\pi r_1 r_2}=\sigma\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$.

Следовательно, давление Лапласа на канат, сечение которого является эллипсом равна:

$$\boxed{\Delta P=\sigma\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)} \tag{52.15}$$

Давление Лапласа в пузыре радиусом R будет:

$$\boxed{\Delta P=\frac{4\sigma}{R}} \tag{52.16}$$

Если взять в качестве примера воздушный пузырь с радиусом *1 мкм* в воде, то давление Лапласа в нем будет равно: $\Delta P=1,5\ atm$

Потенциальная энергия свободной поверхности жидкости:

В жидкостях происходит сокращение свободной поверхности за счет силы поверхностного натяжения, и некоторым молекулам на поверхности приходится переходить в жидкость. Когда молекула переходит в жидкость, сила поверхностного натяжения выполняет положительную работу. И наоборот, чтобы вывести молекулу на внутрь поверхности жидкости, внешние силы должны выполнять работу против силы поверхностного натяжения. Следовательно, молекулы, образующие поверхностный слой жидкости, имеют избыточную потенциальную энергию, чем те, что находятся внутри.

Потенциальная энергия свободной поверхности жидкости пропорциональна ее поверхностной поверхности.

$$\boxed{W=\sigma S} \tag{52.17}$$

Как мы знаем, потенциальная энергия любой системы стремится к минимуму. Поэтому жидкость в равновесном состоянии должна иметь минимальную внешнюю поверхность. Тело с минимальной внешней поверхностью — значит сфера. Поэтому на космическом корабле в общем невесомом состоянии капля жидкости принимает форму шара.

Чтобы увеличить свободную поверхность жидкости, необходимо приложить внешнее усилие против силы поверхностного натяжения. Выполненная работа будет равна разности начальной и конечной потенциальной энергий. Мы можем привести следующие примеры.

Работа, выполняемая внешней силой при увеличении радиуса мыльного пузыря с R_1 на R_2, будет выглядеть следующим образом:

$$\boxed{A=W_2-W_1=8\pi\sigma\left(R_2^2-R_1^2\right)} \tag{52.18}$$

Определим потенциальную энергию свободной поверхности большой капли, которая образуется при добавлении нескольких капель. Всего в n каплях было $n{\cdot}W_0$ потенциальной энергии. Радиус маленькой капли равен R_0, тогда как радиус большой капли равен R. При этом объем большой капли равен сумме объемов малых капель, то есть $V=nV_0$.

$$\frac{4}{3}\pi R^3=n\cdot\frac{4}{3}\pi R_0^{\,3},\ \rightarrow\ R=\sqrt[3]{n}\cdot R_0$$

Мы используем свободные поверхностные потенциальные энергии.

$$\begin{cases} W_0=4\pi\sigma R_0^2 & (1) \\ W=4\pi\sigma R^2 & (2) \end{cases},\quad (2):(1)\ \rightarrow\ \frac{W}{W_0}=\left(\frac{R}{R_0}\right)^2=\left(\frac{\sqrt[3]{n}\cdot R_0}{R_0}\right)^2=\sqrt[3]{n^2}$$

Отсюда следует, $W=\sqrt[3]{n^2}\cdot W_0$. Как видите, $W\neq n\cdot W_0$. Следовательно, механическая энергия превращается во внутреннюю энергию из-за внутреннего трения при добавлении капель. Изменение внутренней энергии будет равно разности начальной и конечной потенциальной энергий.

$$\Delta U=n\cdot W_0-\sqrt[3]{n^2}\cdot W_0=\left(n-\sqrt[3]{n^2}\right)\cdot W_0$$

Таким образом, потенциальная энергия большой капли, образующейся при сложении n капель, каждая из которых имеет свободную поверхностную потенциальную энергию W_0, и увеличение внутренней энергии ΔU будут следующими:

$$\boxed{W=\sqrt[3]{n^2}\cdot W_0,\qquad \Delta U=\left(n-\sqrt[3]{n^2}\right)\cdot W_0} \tag{52.19}$$

Здесь также выполняется закон сохранения энергии.

Вопрос по теме:

1. Объясните явление смачивания и не смачивания.
2. Что называется силой поверхностного натяжения?
3. Напишите математическое выражение силы поверхностного натяжения для общего числа, П-для рамы, π-для кольца.
4. Что такое явление капиллярности? Запишите высоту подъема столба жидкости для флейт различной формы.
5. Что такое давление Лапласа? Запишите его математическое выражение.

Решение задач:

1. На какой глубине от поверхности воды находится воздушный пузырь, плотность воздуха в нем равна 2 кг/м³? Диаметр пузыря 0,015 мм, температура 20⁰С и атмосферное давление 760 мм.рут.стб.

Дано:

$d = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ м$

$\rho_{возд} = 2\ кг/м^3$

$\rho_{жид} = 1000\ кг/м^3$

$T = 293\ K$

$P_0 = 10^5\ Па$

$M_h = 29\ г/моль$

$\sigma = 73\ Н/м$

$h=?$

Решение:

Воздушный пузырь, стоящий на глубине от поверхности воды, находится под действием 3-х давлений, т. е. атмосферного давления (P_0), гидростатического давления $(P_{гид})$, и Лапласовского давления (ΔP), возникающих из-за искривления поверхности жидкости.

$$P = P_0 + P_{гид} + \Delta P \quad (1)$$

Учитывая, что гиростатическое давление $P_{gid} = \rho g h$ равно давлению Лапласа, $\Delta P = \frac{4\sigma}{d}$ будет.

$$P = P_0 + \rho g h + \frac{4\sigma}{d} \quad (2)$$

Давление воздуха внутри пузыря по уравнению идеального-газового состояния будет равно.

$$PV = \frac{m}{M}RT, \ \rightarrow \ P = \frac{\rho_h RT}{M_h} \quad (3)$$

Если уравнять выражения (2) и (3), будет.

$$\rho_h RT = P_0 + \rho g h + \frac{4\sigma}{d}$$

Больше глубины

$$h = \frac{1}{\rho_s g}\left(\frac{\rho_h RT}{M_h} - P_0 - \frac{4\sigma}{d}\right)$$

$$h = \frac{1}{1000 \cdot 9{,}8}\left(\frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}029} - 10^5 - \frac{4 \cdot 0{,}073}{1{,}5 \cdot 10^{-4}}\right) = 4{,}94\ м.$$

Ответ: $h = 4{,}94\ м.$

2. Проволочное кольцо радиусом 5 см горизонтально погружают в мыльный раствор. Сколько ньютонов силы можно отделить кольцо от раствора, если масса кольца составляет 7,5 г, а коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора составляет 40 мН/м?

Дано:

$R = 5 \cdot 10^{-2}$ м

$m = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг

$\sigma = 4 \cdot 10^{-2} \frac{Н}{тм}$

$F-?$

Решение:

Для натяжения кольца требуется сила, равная

$F = F_{стат} + mg$,

$F = 2\sigma l + mg = 2\sigma \cdot 2\pi R + mg = 4\pi\sigma R + mg$

$F = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} + 7{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0{,}1$ Н

Ответ: 0,1 Н

§ 53. ПАР И ЕГО СВОЙСТВА. НАСЫЩЕННЫЙ ПАР. КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА

Испарение:

Испарение-это явление, при котором молекулы жидкости переходят в газообразное состояние, отрываясь от поверхности жидкости.

При температуре застывания жидкости испарение происходит при любой температуре в интервале температур кипения. Когда кинетическая энергия молекулы жидкости достаточно, чтобы преодолеть силу поверхностного натяжения, она испаряется.

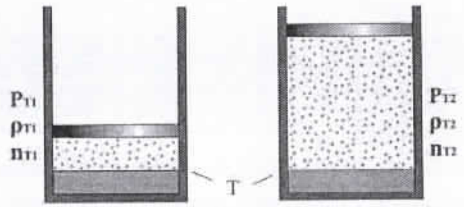
Известно, что не все молекулы, поднимающиеся с поверхности жидкости, полностью удаляются от поверхности жидкости. Поскольку испаряющиеся молекулы участвуют в хаотическом движении, маловероятно, что “сбившиеся” молекулы снова вернутся и упадут в жидкость. Чтобы уменьшить количество” блуждающих " молекул, горловина контейнера должна быть широкой, поверхность жидкости должна быть близко к горловине контейнера, а снаружи должна быть герметичной. Кроме того, если атмосферное давление и влажность низкие, а температура высокая, испарение происходит интенсивно. Таким образом, оказывается, что интенсивность испарения будет зависеть от внешнего атмосферного давления, температуры и влажности, поверхности устья сосуда, скорости ветра.

Насыщенный пар:

В закрытом сосуде, жидкость в сосуде не будет уменьшаться, даже если она проходит так долго, как хотелось бы. Давайте проверим, какой процесс происходит в этом. Закроем поршнем цилиндрического сосуда с жидкостью (рис.53.1). Первоначально количество молекул, испаряющихся с поверхности жидкости за одну секунду, будет больше, чем количество молекул, возвращающихся в жидкость за это время. Через некоторое время количество молекул, испаряющихся в течение одной секунды, становится равным количеству молекул, возвращающихся в жидкость за это время. Таким образом, между жидкостью и ее парами устанавливается подвижное (динамическое) равновесие.

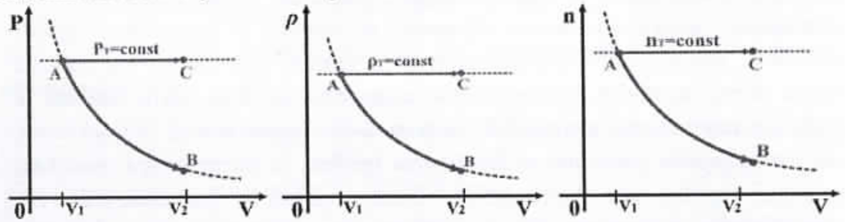
Пар, который находится в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется насыщенным паром.

$$\begin{cases} P_{T1} = P_{T2} \\ \rho_{T1} = \rho_{T2} \\ n_{T1} = n_{T2} \end{cases}$$



Рисунка 53.1

Именно при этой температуре давление (или плотность, или концентрация) насыщенного пара будет иметь ровно одно значение. Изменение объема не может изменить давление (или плотность, или концентрацию) насыщенного пара. То есть давление (или плотность, или концентрация) насыщенного пара при неизменной температуре не подчиняется закону Бойля-Мариотта.



Рисунка 53.2

Мы можем быть уверены в этом, действуя следующим образом. Теперь, когда мы увеличиваем объем насыщенного пара, перемещая поршень вверх, насыщенный пар мгновенно превращается в ненасыщенный пар. То есть за какое-то время число молекул, испаряющихся, становится больше, чем число молекул, конденсирующихся. Но это явление не длится долго. Через некоторое время прежнее динамическое равновесие снова будет установлено. Прежнее давление насыщенного пара (или плотности, или концентрации) восстанавливается. Чем больше мы расширяли объем сосуда, тем больший объем заполнялся насыщенным паром прежней плотности, тем больше испарялась дополнительная масса с поверхности жидкости. Что произойдет, если мы проведем опыт с точностью до наоборот, то есть сожмем поршень? В этом будет больше конденсирующихся молекул, чем молекул, которые изначально испаряются. Через некоторое время прежнее динамическое равновесие снова будет установлено. Чем больше уменьшается объем, тем больше конденсируются пары жидкости, соответствующие этому объему. Следовательно, при изменении объема невозможно изменить давление (или плотность, или концентрацию) насыщенного пара. На рисунке 53.2 изображены графики зависимости давлений, плотностей и концентраций для

насыщенного пара и обычного идеального газа от объема при неизменных температурах, позволяющих выяснить, что давление (или плотность, или концентрация) насыщенного пара не подчиняется закону Бойля-Мариотта. На рисунке линия AC характеризует насыщенный пар, а линия AB – идеальный газ (рис.53.2).

Зависимость давления насыщенного пара от температуры:

Давление насыщенного пара при температуре T находится:

$$P_T = \frac{\rho RT}{M} \quad \text{или} \quad P_T = n_T kT \tag{53.1}$$

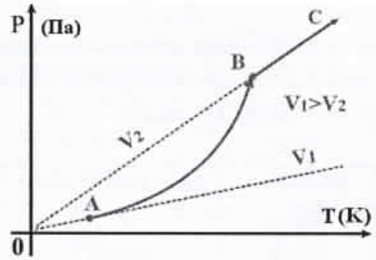
Где: n_T — концентрация насыщенного пара при t температуре.

Давление насыщенного пара жидкости, находящейся в закрытом сосуде, увеличивается с повышением температуры. Но повышение давления будет более интенсивным, чем при изохорном процессе. Потому что при повышении температуры давление исходного насыщенного пара линейно увеличивается. Из нее выпаривается дополнительная масса с поверхности жидкости (рис.53.3).

AB – давление насыщенного пара. В емкости находится как жидкость, так и пар.

Точка B, в которой жидкость испаряется и заканчивается. Жидкость в сосуде испарилась.

BC – давление ненасыщенного пара. В сосуде остается только пар. Теперь давления увеличивается в соответствии с изохорным процессом.



Рисунка 53.3

Кипения:

Ставим кастрюлю с водой на плиту и начинаем нагревать. Когда температура достигает около 70^0C, маленькие пузырьки жидкости начинают подниматься со дна и издавать шипящий звук. Это связано с тем, что при повышении температуры насыщенный пар внутри жидкости расширяется в объеме, приобретая форму небольшого пузырька. Но по мере того, как пузырь поднимается, он подвергается воздействию низких температур в поверхностном слое жидкости и быстро конденсируется и трескается (лопается). Такие разрывы всех пузырьков сливаются, образуя своеобразный шипящий шум. Шум прекращается, когда температура достигает около 95^0C. (Благодаря этой температуре на дне сосуда становится равной температуре на поверхности сосуда, пузырьковые трещины прекращаются). Когда температура достигает 100^0C, давление насыщенного пара внутри жидкости становится равным давлению внешней атмосферы, и пузырь начинает быстро увеличиваться в размерах и закипать.

Явление кипения возникает, когда давление насыщенного пара внутри жидкости становится равным давлению внешней атмосферы.

Чем меньше внешнее атмосферное давление, тем ниже температура кипения жидкости. Например, на вершине горы Памир ($h=7200$ *м*, $P_{атм}=40$ *кПа*) вода кипит при 70^0C. В этом месте нельзя готовить жидкую пищу. Потому что, когда жидкость в пище закипит, она закончится, но жидкость внутри останется незрелой. Потому что, невозможно поднять температуру выше 70^0C. При давлении $P=1,6$ *МПа* жидкость не кипит даже при 200^0C.

Температуру любой жидкости нельзя превышать температуры кипения. Тепло, передаваемое извне, расходуется не на нагрев, а на испарение.

При нормальном атмосферном давлении давление насыщенного пара всей кипящей жидкости будет равно *101325 Па*. Именно при одной температуре давление насыщенного пара жидкости меньше, температура кипения этой жидкости выше. В таблице 53.1-приведено давление насыщенного пара нескольких веществ при температуре 20^0C. Из таблицы можно узнать, что температура кипения фреонового вещества самая низкая, а ртутного-самая высокая.

Таблица 53.1

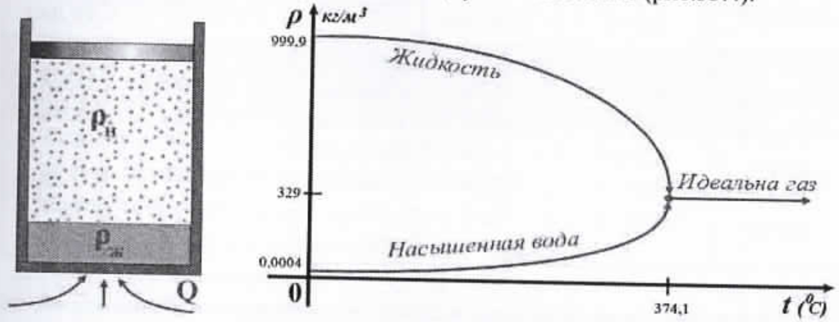
Вещество	Давления, P_T (*kПа*)	Вещество	Давления, P_T (*кПа*)
Вода	2,33	Фреон	566,9
Ртуть	$2,4\cdot10^{-4}$	Этиловый хлорид	133,3
Спирт	5,9	Диэтиловый эфир	59,7

Критическая температура:

Как известно, плотность жидкости при температуре 4^0C самая большая и равна 1000 $кг/м^3$. Вокруг этой температуры молекулы воды встречаются чаще в формах $(H_2O)_2$ и $(H_2O)_3$, за исключением H_2O. При температуре меньше 4^0C H_2O имеет меньшую плотность, занимая больший объем из-за большего количества молекул в поле зрения. А при температурах больше 4^0C плотность уменьшается за счет линейного расширения.

Закрываем поршнем сосуд с водой и начинаем ее нагревать. Жидкость в кастрюле должно быть как можно больше, чтобы при нагревании она не испарялась и не заканчивалась. При повышении температуры плотность жидкости уменьшается, а плотность насыщенного пара увеличивается. Температура достигает такого значения, при котором плотность жидкости и ее насыщенный пар остается равной, две кривые на графике пересекаются.

Теперь становится невозможно узнать, какая из них является жидкостью, а какая-насыщенным паром, различие между ними исчезает (рис.53.4).



Рисунка 53.4

Температура, при которой исчезает разность между жидкостью и ее насыщенным паром, называется критической температурой.

В таблице ниже приведены плотность воды, давление и плотность насыщенного пара при различных температурах.

Таблица 53.2

Температура. (^0C)	Плотность воды ($кг/м^3$)	Плотность пара ($кг/м^3$)	Давление ($\cdot10^5$ *Па*)
0	999,9	$4\cdot10^{-3}$	0,006
50	988	$8,3\cdot10^{-2}$	0,122
100	958	0,6	1,013
150	917	2,5	4,75
200	863	8,0	15,54
250	799	19,9	39,76
300	712	46,2	85,88
350	575	113,6	165,34
374,1	329	329,0	217,72

При температуре выше критической ни один газ не может быть преобразован в жидкость, независимо от того, насколько сильно он сжимается. Если газ не превращается в жидкость даже при чрезвычайно высоком давлении, это означает, что мы еще недостаточно охладили газ.

Давление газа до критической температуры называется критическим давлением. Чтобы превратить газ в жидкость, необходимо будет не только охладить его до критической температуры, но и сжать до критического давления. В таблице ниже приведены значения критических температур и критических давлений для различных газов.

Таблица 53.3

Вещество	Температура (^0C)	Давление ($\cdot 10^5$ *Па*)	Вещество	Температура (^0C)	Давление ($\cdot 10^5$ *Па*)
Гелий (He^3)	-269,8	1,18	Кислород	-118,85	50,34
Гелий (He^4)	-267,5	2,29	Метан	-82,55	46,39
Водород	-239,95	13,29	Карбонат ангидрид	31,05	73,94
Неон	-228,85	26,23	Аммиак	132,45	112,94
Азот	-147,15	33,93	Хлор	143,95	77,08
Аргон	-122,05	48,62	вода	374,1	217,72

Газ, который находится при температуре ниже критической температуры, может быть преобразован в жидкость тремя различными способами:

1) путем охлаждения до точки росы при неизменном объеме;
2) путем сжатия при неизменных температурных условиях;
3) путем совместного выполнения операций охлаждения и сжатия.

Вопросы по теме

1. *Что называется испарением?От каких факторов зависит интенсивность испарения?*
2. *Что такое насыщенный пар? От чего зависит давление насыщенного пара?*
3. *Когда происходит кипения?*
4. *Что такое критическая температура?*

Решение задач:

Сколько кг водяного пара в школьном коридоре длиной 70 м, шириной 7 м и высотой 4 м, если в 1 м³ воздуха содержится 15 г водяного пара?

A) 25 B) 28,6 C) 39,2 D) 29,4 E) 15

Дано:
$V = 1м^3$
$m = 15$ г
$l = 70$ м
$a = 7$ м
$b = 4$ м
$m_h - ?$

Решение:

Объем помещения находим по следующей формуле, в которой записываем формулу, считая, что помещение имеет форму параллелепипеда:

$V = a \cdot b \cdot l = 70 \cdot 7 \cdot 4 = 1960$ м³ , *если в объеме 1м³ находится водяной пар массой 15 г, то определим массу водяного пара m_h в объеме V:*

$$1m^3 - 15 \text{ г}$$
$$V - m_h$$

из пропорции находим m_h

$$m_h = \frac{15 \text{ г} \cdot V}{1м^3};$$

$$m_h = \frac{15 \text{ г} \cdot 1960 \text{ м}^3}{1м^3} = 29400 \text{ г} = 29,4 \text{ кг}$$

Ответ: *D) 29,4 кг*

§ 54. АБСОЛЮТНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЛАЖНОСТЬ. ОСАДКИ. ПСИХРОМЕТР И ГИГРОМЕТР.

Влажность воздуха делится на два вида:

1) абсолютная влажность или эластичность;
2) относительная влажность воздуха.

Абсальютная влажность:

Абсальютной влажностью называют массу содержащегося в воздухе единичного объема водяного пара, выраженную в граммах.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{кг}{м^3}\right]} \qquad (54.1)$$

Абсолютной влажностью можно назвать плотность водяного пара в воздухе.

Относительная влажность:

Парциальное давление (или парциальная плотность или парциальная концентрация) водяного пара определяется как доля атмосферного давления (или плотности или концентрации), приходящаяся только на водяной пар, и обозначается P_0 (или ρ_0 или n_0).

Относительной влажностью воздуха называют величину, равную отношению парциального давления (или плотности, или концентрации) водяного пара в атмосфере к давлению (или плотности, или концентрации) насыщенного пара при этой температуре, и обозначают φ.

$$\boxed{\varphi = \frac{P_0}{P_H} \cdot 100\%, \quad \varphi = \frac{\rho_0}{\rho_H} \cdot 100\%, \quad \varphi = \frac{n_0}{n_H} \cdot 100\%} \qquad (54.2)$$

Относительная влажность указывает, насколько водяной пар воздуха близок к насыщению или как далеко от него. Если воздух насыщен водяными парами, то φ *=100%.*

Чем выше относительная влажность, тем ближе водяной пар к насыщению и тем медленнее происходит испарение. При высокой влажности одежда, висящая на стене, будет трудно высохнуть. Если воздух насыщен водяными парами, то есть относительная влажность составляет *100%*, одежда, висящая на стене, никогда не высохнет.

Влажность, которая оседает при смешивании воздуха разной влажности, подчиняется правилу средневесомости. Зная влажность в каждом сосуде, можно определить массы водяного пара в каждом сосуде.

$$\begin{cases} \varphi_1 = \dfrac{\rho_{01}}{\rho_T} = \dfrac{m_1}{V_1\,\rho_T} \\ \varphi_1 = \dfrac{\rho_{01}}{\rho_T} = \dfrac{m_1}{V_1\,\rho_T} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \varphi_1 = \dfrac{\rho_{01}}{\rho_T} = \dfrac{m_1}{V_1\,\rho_T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \varphi_1 V_1\,\rho_T \\ m_2 = \varphi_2 V_2\,\rho_T \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ m_n = \varphi_n V_n\,\rho_T \end{cases}$$

Объемы и массы складываются при соединении сосуды.

$$\begin{cases} V_{общ} = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n \\ m_{общ} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \end{cases}$$

$$m_{общ} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n = \varphi_1 V_1\,\rho_T + \varphi_2 V_2\,\rho_T + \varphi_3 V_3\,\rho_T + \ldots + \varphi_n V_n\,\rho_T =$$
$$= (\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n)\,\rho_T$$

$$\varphi_{рез} = \frac{m_{общ}}{V_{общ}\,\rho_H} = \frac{(\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n)\,\rho_T}{(V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n)\,\rho_T} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}$$

Таким образом, если относительная влажность в баллонах с объемами $V_1, V_2, V_3, \ldots, V_n$ находится в соответствии, то результирующая относительная влажность $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n$, получаемая от соприкосновения их с тонким слоем, будет следующей:

$$\boxed{\varphi_{рез} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}} \qquad (54.3)$$

По мере повышения температуры воздуха воздух удаляется от насыщения водяными парами, а относительная влажность снижается.

Влажность при температуре t_1 относительная влажность $\varphi_1 = \dfrac{P_{01}}{P_{H1}}$ будет. Парциальное давление $P_{01} = \varphi_1 \cdot P_{H1}$ будет. Связь между давлением и температурой в изохорном процессе $\dfrac{P_{02}}{P_{01}} = \dfrac{T_2}{T_1}$ так как $P_{02} = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot P_{01} = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot \varphi_1 P_{H1}$ определим. относительная влажность при температуре t_2 $(t_2 > t_1)$ $\varphi_2 = \dfrac{P_{02}}{P_{T2}} = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot \dfrac{P_{T1}}{P_{T2}} \cdot \varphi_1$ происходит.

Следовательно, если давление насыщенного пара при температуре t_1 равно P_{T1}, а относительная влажность равна φ_1, то давление насыщенного пара при температуре t_2 $(t_2 > t_1)$ задано, то относительная влажность φ_2 в этом случае будет равна:

$$\boxed{\varphi_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{P_{H1}}{P_{H2}} \cdot \varphi_1} \qquad (54.4)$$

Относительная влажность воздуха также играет важную роль в жизни человека. Относительная влажность в пределах 60–70% является оптимальной для здоровья человека. Когда относительная влажность слишком близка к насыщению, наблюдаются такие состояния, как слабость и раздражение сердца. Особенно это опасно для пожилых людей и людей с сердечными приступами. Слишком сухой воздух приведет к испарению большого количества воды с кожи. В результате кожа, лицо и губы начинают высыхать и трескаться, что может привести к кожным заболеваниям. Поэтому очень сухой воздух, если *φ<40%*, сухой, если *φ=40-60%*, нормальный, если *φ=60-70%*, влажный воздух, если *φ>70%*.

Пример:

Температура воздуха в сосуде объемом $V_1 = 1\ м^3$, $t_1 = 20^0C$, относительная влажность $\varphi = 60\%$. При температуре 20^0C давление насыщенного пара равно $\rho_{H.20} = 17{,}3\dfrac{г}{м^3}$. Какими методами можно насытить воздух водяными парами?

Решение:

Способ 1: выпариванием дополнительной массы воды без изменения объема и температуры.

Из формулы относительной влажности находим массу водяного пара в данном объеме. $\varphi_{20} = \dfrac{\rho_{0.20}}{\rho_{H.20}} = \dfrac{m_0}{V_1\,\rho_{H.20}}$; $\rightarrow$ $m_0 = \varphi_{20} V_1\,\rho_{H.20} = 0{,}6 \cdot 1 м^3 \cdot 17{,}3\dfrac{г}{м^3} = 10{,}4 г$

Если бы воздух был насыщен водяными парами, то в данном объеме $m_H = V\,\rho_H = 1 м^3 \cdot 17{,}3\dfrac{г}{м^3} = 17{,}3 г$ это был бы водяной пар. Следовательно, чтобы насытить воздух водяными парами, необходимо снова массово выпаривать дополнительную воду.

Способ 2: путем охлаждения до точки росы без изменения объема.

Парциальная плотность водяного пара в сосуде равна: $\rho_{0.20} = \varphi_{20} \cdot \rho_{H.20} = 0{,}6 \cdot 17{,}3\dfrac{г}{м^3} = 10{,}4\dfrac{г}{м^3}$. Пользуясь таблицей, мы знаем, что давление насыщенного пара будет равно $\rho_{H.11.5} = 10{,}4\dfrac{г}{м^3}$ именно этому значению при $t_2 = 11{,}5^0C$. Без изменения объема необходимо охладить температуру от $t_1 = 20^0C$ до $t_2 = 11{,}5^0\ C$, то есть до точки росы.

Способ 3: Сжатием без изменения температуры.

Объем сосуда должен быть сжат от первоначального объема $V_1 = 1\ м^3$ до такого объема V_2, чтобы плотность парциального давления оставалась равной плотности насыщенного пара. При сжатии паровая масса внутри сосуда остается это был бы водяной пар. Следовательно, чтобы насытить воздух водяными парами, необходимо снова массово выпаривать дополнительную воду $\Delta m = m_H - m_0 = 17,3г - 10,4г = 6,9г$.

$$\rho_{H.20} = \frac{m_0}{V_2} = \frac{\theta_{20} V_1 \rho_{H.20}}{V_2}, \rightarrow V_2 = \varphi_{20} \cdot V_1 = 0,6 \cdot 1 м^3 = 0,6 м^3$$

Таким образом, насыщение воздуха водяными парами может быть осуществлено 3 различными способами:

1) выпариванием дополнительной воды массой $\Delta m=6,9$ *г*;

2) охлаждением температуры до точки росы $t_2=11,5^0$ *C*;

3) сжатием объема до $V_2 = 0,6 m^3$. Если температура остывает ниже точки росы $t_2<11,5^0C$ или сжимается до объема, избыток массы в сосуде становится росой и начинает падать на дно сосуда.

Осадки:

Температура, при которой воздух насыщается водяными парами, называется точкой росы. При охлаждении воздуха до температуры ниже точки росы наблюдаются различные природные явления (выпадение росы и снега, дождь, град и снегопад).

Роса: весной и осенью в утренние часы, когда поверхность травы становится влажной, а внутренняя сторона оконного стекла потеет, мы были свидетелями явлений. Мы объясним причину следующим образом. Днем становится жарко, большое количество воды испаряется в атомосферу. А вечером, в результате охлаждения воздуха до температуры ниже точки росы, лишняя вода конденсируется, падает на землю, на траву и становится влажной. Поскольку температура оконного стекла равна температуре внешней атмосферы, водяной пар в помещении, хаотично перемещаясь, охлаждается и конденсируется до точки росы, когда достигает окна. В результате внутренняя сторона подоконника потеет. Поэтому зимой потеют очки у того, кто пришел извне, или же потеют и стены ванной комнаты после недостаточного прогрева. Даже не ловя трубы зимой в шахте, сразу можно узнать, какая из труб-горячая вода, а какая-холодная. Потный желоб будет холодной водой, конечно. Это означает, что водяной пар в воздухе имеет свойство оседать на холодных телах.

Иней: в ранние весенние и поздние осенние утренние часы мы часто видели, как верх травы становился похожим на белый лед, а внутренняя сторона оконного стекла покрывалась льдом различной формы. Маленькие дети говорят это:" дедушка мороз рисует картину у нас на подоконнике вечером". Мы объясним причину следующим образом. При этом ночью температура атмосферы охлаждается не только до точки росы, но и до температуры ниже 0^0С. Капли воды, конденсируясь из воздуха или конденсируясь, оседая на подоконнике, замерзают.

Туман: если внезапно наступит сильный мороз, когда воздух насыщается водяными парами, водяной пар не успеет попасть на землю в виде росы. С момента насыщения воздуха водяными парами в воздухе начинают появляться мельчайшие капельки воды, водяной пар начинает конденсироваться в самом воздухе. В результате колесо остается в воздухе, превращаясь в очень маленькую каплю на месте, где оно стоит. Скопление таких маленьких капель в огромном количестве образует туман. Туман-это не водяной пар, а капли воды. Это также не пар, выходящий из нашего уха зимой, а крошечные капли воды.

Облако: в весеннее время мы часто наблюдали, как утреннее небо становится ясным, а с полудня на небе появляются большие облака. Мы объясним причину следующим образом. Утром, когда день открыт, солнце встает и нагревает землю, и большая масса воды испаряется из влажной почвы и поднимается в небо. Но на 1,5–2 км от поверхности Земли поскольку температура на высоте намного ниже, чем на поверхности Земли, насыщение происходит на этой высоте. Это насыщение начинается с снов. Насыщенные водяные пары кажутся нашим глазам белоснежными облаками.

Дождь: водяной пар у основания облаков насыщается перед дождем, превращается в крошечные капли, и эти капли превращаются в большие капли в результате слияния. Большие капли отрываются от облаков и начинают превращаться в дождь. При отрыве от облаков капли становятся значительно крупнее. При падении сопротивление воздуха, то есть ветер, дующий спереди, распадается и превращается в капли, которые мы знаем сами.

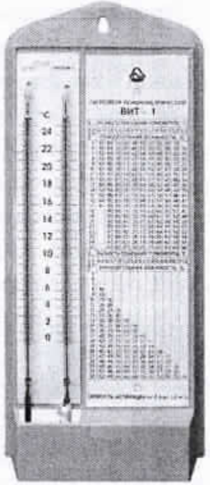
Граза: когда капли дождя отрываются от облаков, метка облака становится очень сильной, то есть охлаждается до более низкой температуры, в то время как капли дождя замерзают и превращаются в град.

Снег: сильное похолодание происходит, когда идет снег, а под облаками есть насыщенность. Очень маленькие капельки замерзают, прежде чем соединиться и превратиться в капли, образуя снежинки своеобразной формы.

Зимой абсолютная влажность воздуха низкая, относительная влажность высокая. Летом абсолютная влажность воздуха высокая, а относительная-низкая.

Психрометр и гигрометр:

Относительная влажность измеряется прибором психрометра. Психрометр будет иметь два термометра. Первый из них называется мокрым градусником, а второй-сухим градусником. Сухой термометр показывает температуру воздуха. А мокрый термометр заворачивают в тряпочку, один конец которой опускают в жидкость. Чем ниже относительная влажность, тем быстрее испарение воды из мокрой тряпки, и чем показания влажного термометра ниже, чем у Сухого, тем сильнее тряпка охлаждает градусник. Если относительная влажность воздуха составляет 100%, испарение воды из тряпки не происходит. В результате оба термометра показывают одинаковую температуру, то есть температуру в помещении. Там будет специально составленная таблица, которая будет определять относительную влажность в зависимости от разницы показаний термометров. С помощью этой же таблицы можно определить относительную влажность. Эта таблица приведена в приложении, которое также будет присутствовать в паспорте каждого прибора психрометра (рис.54.1).



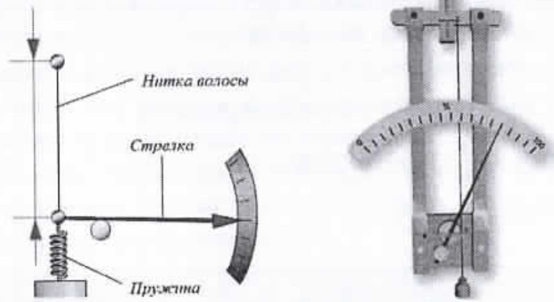
Рисунка 54.1

Пример:

Сухой термометр психрометра, висящий на стене измерительной комнаты $5{,}3\times3{,}2\times3$, показывает 24^0C, а влажный термометр показывает 21^0C. Используя психрометрическую таблицу, найдите относительную влажность. Сколько граммов водяного пара в одной и той же комнате? При температуре 24^0C давление насыщенного пара равно $\rho_{H.24}=21{,}8\frac{г}{м^3}$.

Решение:

Разница в показаниях термометров составляет 3^0C. С помощью психрометрической таблицы находим пересечение 24^0C в строках и 3^0C в Столбцах и из этого видим, что относительная влажность $\varphi_{24}=77\%$. Рассчитаем, что объем помещения равен $V=5{,}3м\cdot3{,}2м\cdot3м\approx51м^3$. Из Формулы относительной влажности $\varphi_{24}=\frac{\rho_{0.24}}{\rho_{H.24}}\cdot100\%$ находим, что парциальная плотность $\rho_{0.24}=\varphi_{24}\cdot\rho_{H.24}=0{,}6\cdot21{,}8\frac{г}{м^3}\approx17\frac{г}{м^3}$. С помощью этого находим массу водяного пара в помещении, т. е. она будет $\varphi_{24}=77$ %. Следовательно, относительная влажность воздуха в помещении состав ляет $\varphi_{24}=77\%$, а масса водяного пара составляет $m_0=867$ *грамм*.



Рисунка 54.2

При постепенном охлаждении температуры воздуха увеличивается и относительная влажность. Что-то получается такое значение, при котором относительная влажность достигает *100%*, то есть воздух насыщается водяными парами. Если охлаждение воздуха будет продолжено снова, без увеличения относительной влажности, роса начнет падать. Поэтому температуру насыщения воздуха водяными парами называют точкой росы. Точку росы определяют гигрометрическим прибором. Наиболее распространенным гигрометром является гигрометр для волос. Его работа основана на удлинении длины пряди при увлажнении волосяного покрова. Сухие волосы приобретают свойство впитывать водяные пары, содержащиеся в воздухе. Чем выше влажность, тем больше влаги впитывает волокно, а также увеличивается длина. Один конец волокна соединен со стрелкой, и при изменении длины стрелка также изменяется. При достижении влажности *100%* длина волокна также достигает заданного значения (рис.54.2).

Вопросы по теме

1. *Что называется абсолютной и относительной влажностью?Запишите их формулы.*
2. *От чего зависит давление насыщенного пара?*
3. *Что такое парциальное давление?*
4. *Как обстоят дела с абсолютной и относительной влажностью при выращивании летом?*
5. *Опишите принцип работы психрометра и гигрометра.*
6. *Как идет дождь? Как образуется облако?*
7. *Как образуется туман, снег, роса?*

Решение задач:

1. *Какова относительная влажность воздуха (%), если парциальное давление водяного пара при 19°C равно 1,1 кПа? Давление насыщенного* *пара при 19°C составляет 2,2 кПа.*

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

Дано:	*Решение:*
$P = 1{,}1\ kPa$	$\varphi = \frac{P}{P_0} \cdot 100\%$ *находим по формуле*
$P_0 = 2{,}2\ kPa$	$\varphi = \frac{1{,}1}{2{,}2} \cdot 100\% = 50\%$
$\varphi - ?$	***Ответ:*** 50%

§ 55. СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ. СТРОЕНИЕ КРИСТАЛЛОВ. ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ВЕЩЕСТВ

Вещество находится в одном из агрегатных состояний – твердом состоянии. Отличие твердых тел от газов и жидкостей заключается в том, что они сохраняют свою форму. Познакомимся со строением и механическими свойствами твердого тела.

Кристаллические и аморфные тела:

Твердые тела могут находиться в аморфном или кристаллическом состоянии. Кристаллы имеют постоянную форму, в то время как аморфные тела не имеют постоянной формы. Аморфный означает от греческого "бесформенный". Одним из конкретных случаев аморфных тел является стекло. Кристаллы, в свою очередь, делятся на монокристаллы и поликристаллы. Например, все железные изделия состоят из поликристаллов.

В некоторых случаях само вещество может находиться в аморфном или кристаллическом состоянии, в зависимости от условий. Например, сера в кристаллическом состоянии желтая, а в пластическом-сера темно-коричневого цвета.

Основным признаком, отличающим кристаллическое и аморфное состояния вещества, является то, что кристаллические тела имеют определенную температуру плавления или затвердевания, в то время как аморфные тела не имеют этой четкой границы. При нагревании вещества в аморфном состоянии оно постепенно размягчается и превращается в жидкость.

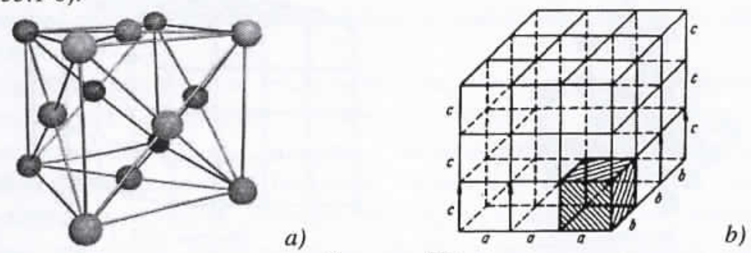
Аморфное тело может самопроизвольно переходить в кристаллическое состояние. Точно так же пластиковая сера самопроизвольно переходит в кристаллическое состояние. Даже стекла очень старых зданий и изношенная хрустальная посуда со временем теряют свой блеск и блеск. Причина в том, что внутри них образуются крошечные крошечные кристаллы. Поскольку аморфные тела самопроизвольно переходят в кристаллическое состояние, кристаллическое состояние можно назвать более стабильным состоянием.

С точки зрения молекулярного строения аморфные тела следует относить не к ряду твердых тел, а к ряду жидкостей, вязкость которых невероятно велика. Например, если положить кусочек воска в контейнер, он примет форму контейнера, как если бы он был расплавлен через какое-то более длительное время в зависимости от температуры. Точно так же, когда толщина окон очень старых зданий измеряется, можно увидеть, что нижняя часть этих окон толще верхней. По этому свойству аморфные тела можно назвать переохлажденными жидкостями.

Частицы кристаллического тела имеют упорядоченное расположение, и причина в том, что энергия взаимодействия этих частиц имеет минимальное значение. И наоборот, избыток потенциальной энергии в частицах создал бы нестабильность. Доказательством этого утверждения является то, что большинство твердых тел имеют кристаллическую структуру, а аморфные тела также самопроизвольно переходят в кристаллическое состояние. Поскольку разные кристаллические вещества имеют различную структуру, их молекулы также будут иметь различную минимальную энергию действия.

Строение кристаллических тел:

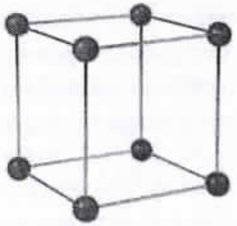
В кристаллических телах атомы или молекулы располагаются по отношению друг к другу, занимая определенное упорядоченное положение. В результате внешний вид кристалла приобретает определенную форму. Форма,образующаяся в результате соединения поперечных сечений соседних атомов или молекул, называется ячейкой (рис.55.1-а). Точка, в которой находится атом или молекула, называется узлом ячейки. Кристаллическая решетка образуется при многократном периодическом повторении ячеек (рис.55.1-б).



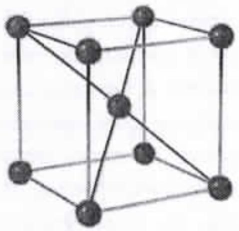
a) *b)*

Рисунка 55.1

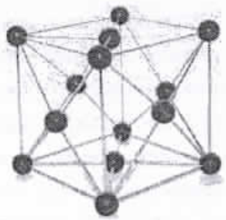
Ячейки кристаллической решетки будут различаться в зависимости от формы. На рисунке 53.2 приведены некоторые образцы из них.



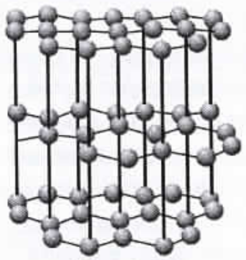
Кубик



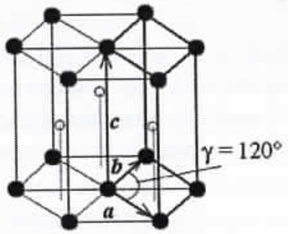
Объемноцентрированний кубик



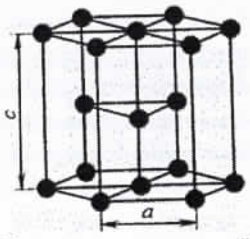
Гранецентрированный кубик



Гексанол



Основоцентрированный гексагонал

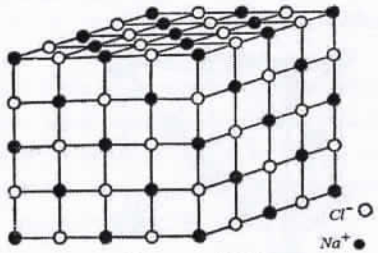


Гранецентрированный гексанол

Рисунка 55.2

Криволинейные ячейки бывают не только в форме прямоугольной призмы, но и ромбоэдрической, тетроганальной, моноклинной, триклинной, призмы-изгиба, пирамиды и других сложных форм. Например, кристаллическая ячейка алмаза имеет форму тетраэдра, в узлах которого сидят атомы углерода (рис.55.3).

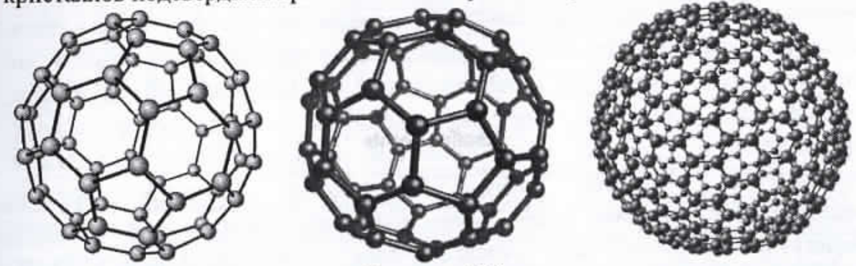
Рисунка 55.3



Рисунка 55.4

Атомы, молекулы или ионы могут сидеть в узлах решетки. Например, в ледяном кристалле H_2O молекулы азота N_2 и кислорода O_2 находятся в кристаллических узлах и молекулах, а в кристаллах Fe, Cu, Al металлов атомные ионы, такие как на рисунке 55.4 представлена кристаллическая решетка поваренной соли, в узлах которой сидят положительные Na^+ и отрицательные ионы Cl^-.

Формы ячеек кристаллической решетки могут быть разнообразными, но необязательными. В 1890 году русский ученый Е.С.Федоров теоретически рассчитал, что в природе, естественно, может быть только 230 различных ячеек решетки. Результаты многочисленных проведенных исследований кристаллов подтвердили правильность теории Федорова.



Рисунка 55.5

Развитие современных нанотехнологий в настоящее время также позволяет получать искусственные кристаллы. Фуллерены являются примером. Существуют цилиндрические и сферические типы фуллеренов, и на рисунке 55.5 в качестве примера приведены сферические фуллерены.

Одним из наиболее фундаментальных свойств кристаллов является то, что его физические свойства будут зависеть от выбранного направления. Такие свойства, как теплопроводность, токопроводимость, диэлектрическая проницаемость, показатель преломления света, характеризующие свойства кристалла, различаются в разных направлениях, полученных внутри кристалла.

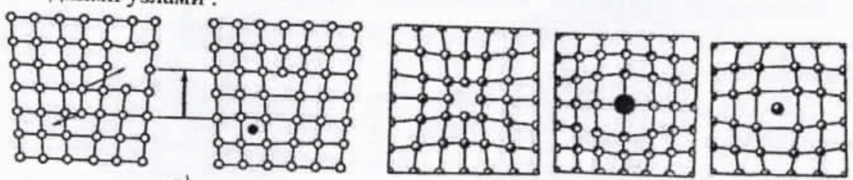
Физические (оптические, механические, электрические и др.) свойства вещества), различное по своим свойствам в разных направлениях, называется анизотропией.

Свойство анизотропии объясняется тем, что частицы в узлах решетки располагаются с разной плотностью в разных направлениях. Все кристаллические тела являются анизотропными с определенной температурой плавления. Вещество, состоящее из множества мелких кристаллов, называется поликристаллами. В поликристаллах множество мелких кристаллов, расположенных хаотично, прорастают между собой и разлагаются. Все металлы являются поликристаллами. Поскольку поликристаллы представляют собой маленькие кристаллы, расположенные хаотично, физические свойства этих кристаллов во всех направлениях одинаковы, что означает, что поликристаллы являются изотропными. Монокристаллы, однако, имеют анизотропию из-за выбора направления. Ярким примером анизотропного свойства в монокристаллах является кристалл слюды. Они расходятся ломтиками на очень тонкие листы в одном направлении, а в другом не расходятся даже под действием очень большой силы.

Дефекты кристаллов, дислокация:

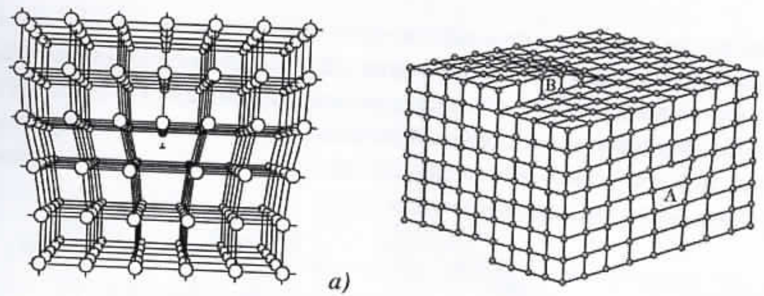
Расположение атомов и молекул в узлах решетки со строго неизменным периодом можно встретить только в идеальных кристаллах. Эксперименты показали, что в кристаллах периодичность в решетках нарушается до определенной степени. В качестве одной из причин можно указать температуру. Атом или молекула, сидящая в узле, вибрирует вокруг равновесного состояния из-за теплового движения. При повышении температуры вибрация также увеличивается. Слишком сильное колебательное движение может привести к тому, что атом или молекула покинут узел. При этом реле остается пустым, а новое место назначения не является периодическим кристаллическим узлом. Таким образом, периодичность нарушается. Такое структурное нарушение периодичности в кристаллах называют дефектами. Дефекты разделяются на 4 различных типа: 1) точечный дефект; 2) линейный дефект; 3) поверхностный дефект; 4) объемный дефект. Давайте кратко остановимся на каждом из них.

1) При этом типе дефекта возникают два точечных дефекта, когда атом или молекула в узле покидает свое место и перемещается в другой непериодический узел (рис.50.6-а). Кроме того,точечный дефект возникает и при расположении другого атома или молекулы вместо периодического узла(рис.55.6-б). Во всех этих трех случаях периодичность в решетке нарушается из-за изменения взаимодействия атома или молекулы с другими соседними узлами .



a) b)

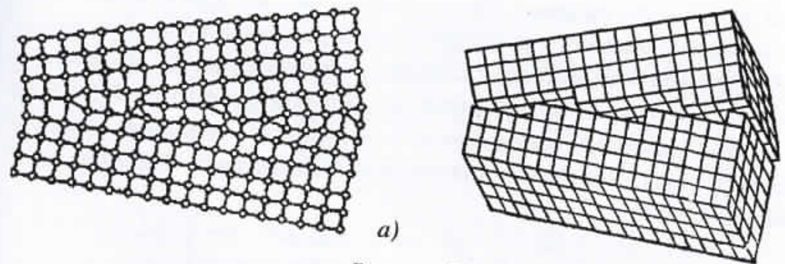
Рисунка 55.6



a) b)

Рисунка 55.7

2) Важнейшими из дефектов кристаллов являются линейные дефекты, называемые дислокациями. При этом в одной части кристаллической решетки остается на одну атомную плоскость больше, чем в другой. Другими словами, плоскость внутри кристалла или кристалла будет состоять из линии скручивания. Избыток атомной плоскости приводит к нарушению решетки в кристалле (рис.55.7).



a) b)

Рисунка 55.8

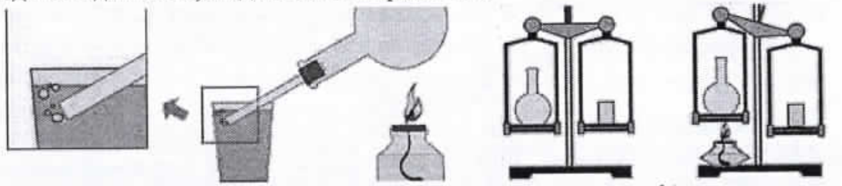
3) К поверхностным дефектам относятся границы самой поверхности кристалла, границы между отдельными частями кристалла с несколько иной ориентацией, (двумерные) границы между кристаллическими зернами в поликристалле (рис.55.8-а).

4) Поры и трещины, которые встречаются в кристаллах, являются примерами объемных дефектов. Также примером может служить незаконченная граница между двумя соседними ячейками или поверхность кристалла (рис.55.8-б).

Дислокации сильно влияют на консистенцию. Если бы кристаллическую решетку превратить в идеальный Монокристалл, свободный от всех дефектов, ее прочность возросла бы в сотни, а то и тысячи раз. Это позволит избежать излишних затрат на строительство зданий и сооружений.

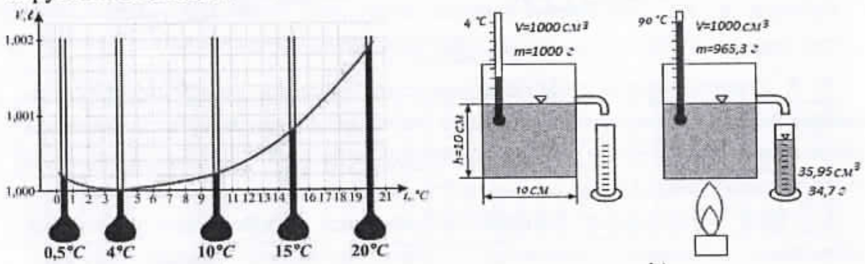
Тепловое расширение веществ:

Независимо от того, в каком агрегатном состоянии находится вещество, его внутренняя энергия увеличивается при нагревании. Это, в свою очередь, означает увеличение кинетической и потенциальной энергии атомов и молекул, из которых состоит вещество. В то время как увеличение потенциальной энергии приводит к увеличению расстояния между атомами и молекулами, увеличение кинетической энергии ускоряет их движение. Это приводит к расширению вещества. Давайте посмотрим на расширение отдельно для газов, жидкостей и твердых тел.



Рисунка 55.9

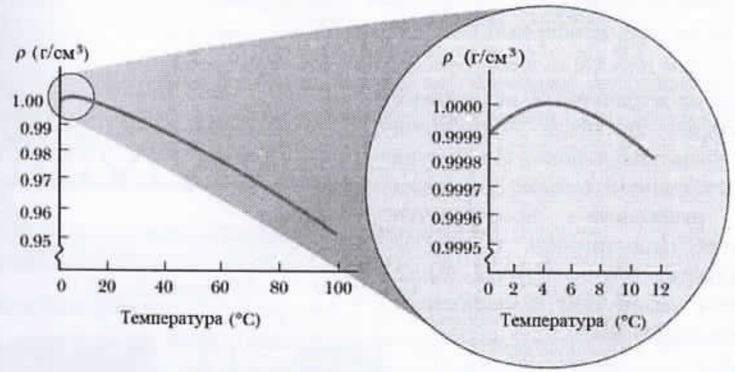
1) в качестве примера проверки расширения в Газах можно привести опыты на рисунке 55.9. На рисунке 55.9-а показано, что при нагревании пробирки воздух в ней начинает расширяться и выходить в виде пузырьков с концов, которые попадают в воду. 55.9-Б,а на рисунке изображены весы с открытой пробиркой и камнем на плечах, первоначально весы стояли в равновесии. При нагревании пробирки снизу с помощью газовой горелки воздух внутри пробирки расширяется и выходит за открытый конец, в результате чего масса воздуха внутри пробирки уменьшается. Это приводит к нарушению баланса.



Рисунка 55.10

2) в качестве примера проверки расширения в жидкости можно привести опыты на рисунке 55.9. На рисунке 55.9-а изображена стеклянная флейта, закрепленная пробкой на водяную трубу. Когда мы начинаем нагревать воду, объем сначала уменьшается до 4^0C, а затем, начиная с 4^0C, объем начинает увеличиваться. Когда температура достигает 20^0C, можно увидеть, что ее размер достигает *1,0018 ℓ*. При этом среднее объемное расширение равно. 55.9-Б,а на рис.1 кубическую емкость объемом *1 ℓ=1000 см³* заливают водой

из-под крана температурой 4^0C, т. е. массой *1000 г*. При постепенном нагревании до температуры вода начинает расширяться и переливаться через кран в чашу с барботером. При достижении температуры до 90^0C в емкость наливается объемная вода массой *34,7 г*. Тогда в большой емкости объемом *1000 см³* останется вода массой *965,3 г*. При этом среднее объемное расширение равно $\sim 4{,}2\cdot 10^{-4}\left[\frac{l}{{}^0C}\right]$. Итак, в результате двух экспериментов объемное расширение получилось двух видов. Это связано с тем, что с повышением температуры увеличивается и расширяемость воды. Например, в интервале $5\text{–}10^0\ K$ коэффициент объемного расширения воды равен $\beta = 5{,}3\cdot 10^{-5}$, а в интервале $60\text{–}80^0K$, $\beta = 5{,}9\cdot 10^{-4}$ то есть примерно в 11 раз больше. Тем не менее, расширение от тепла в жидкостях меньше, чем в газах. На рисунке 55.11 наглядно показана зависимость плотности воды от температуры.

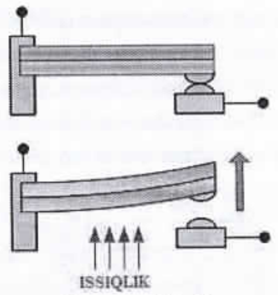


Рисунка 55.11

3) тепловое расширение твердых тел. Поскольку тепловое расширение твердых тел также намного меньше, чем в жидкостях, его гораздо сложнее обнаружить. Чтобы проследить это в эксперименте, берем металлический шарик комнатной температуры и петлю, через которую этот шарик едва проходит. Когда мы нагреваем его на газовой горелке, он не проходит через кольцо. Но после остывания шарик можно снова пропустить через кольцо (рис.55.12).

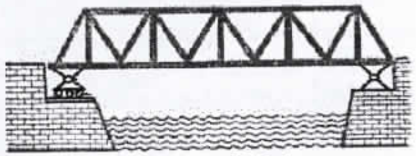
Биметаллические платины используются в различных автоматических устройствах. Такие пластины состоят из двух разных металлических пластин, скрепленных между собой клепками. При нагревании биметаллических пластин пластины по-разному растягиваются и изгибаются (рис.55.13). Это свойство используется в работе термостатов, холодильников и других автоматических устройств.

Рисунка 55.12

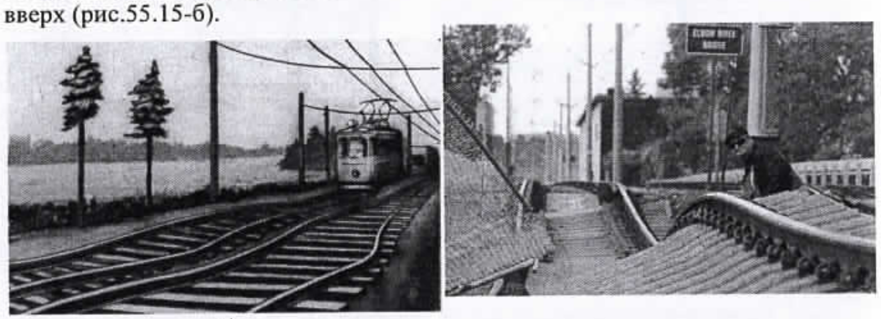


Рисунка 55.13

При строительстве металлических мостов, железных дорог и других различных сооружений необходимо будет учитывать тепловое расширение. На рис.55.14 одна сторона металлического моста соединена с помощью подвижного шарнира без фиксации. В летние дни движение по мосту осуществляется справа, а в зимние-слева. Еще на ранних железных дорогах в летнее время рельсы искривлялись из-за теплового расширения (рис.55.15-а). Через каждые *100-200 метров*, чтобы избежать этой проблемы позже открытое пространство в нескольких миллиметрах от места соединения рельсов было заброшено. Но иногда из-за неожиданной аномальной жары этого открытого пространства становится недостаточно, и рельсы соприкасаются друг с другом. Рельс становится вытянутым и наклонным вверх (рис.55.15-б).



Рисунка 55.14



a) b)

Рисунка 55.15

Учитывая, что кристаллы обладают анизотропией, расширение от тепла также зависит от направления. Но поскольку большинство твердых тел имеют поликристаллическую структуру, они изотропны. Поэтому практически все твердые тела расширяются практически одинаково в разные

стороны. Часто на практике достаточно учитывать расширение в одном направлении. Например, достаточно рассчитать отвод тепла от трубы, по которой проходит горячая вода, и нет необходимости рассчитывать увеличение поперечной поверхности.

Изменение размера твердого тела только в одном направлении при изменении температуры называется линейным расширением:

Запишем формулу для количественной оценки линейного расширения. Нам дан стержень или стержень, пусть его длина при температуре 0^0C равна ℓ_0, а длина при температуре произвольной t равна ℓ ($\ell>\ell_0$). При этом, когда стержень нагревается, над длиной ℓ_0 добавляется дополнительная длина $\Delta\ell$, что означает, что $\ell=\ell_0+\Delta\ell$. Давайте оценим, от чего зависит эта дополнительная длина $\Delta\ell$. Чем больше первоначальная длина ℓ_0, тем больше удлиняется этот стержень, что означает, что он будет $\Delta\ell\sim\ell_0$. Чем сильнее нагрет стержень, тем больше он растягивается, то есть становится $\Delta\ell\sim t$. В разных металлических стержнях удлинение также будет разным. Следовательно, удлинение зависит от типа материала, то есть будет $\Delta\ell\sim\alpha$. Где α – коэффициент пропорциональности, зависящий от типа вещества, который называется коэффициентом линейного расширения. Таким образом, дополнительное удлинение:

$$\boxed{\Delta\ell=\alpha\,\ell_0 t} \qquad (55.1)$$

оказывается. А длина стержня при t температуре

$$\ell=\ell_0+\Delta\ell=\ell_0+\alpha\,\ell_0 t=\ell_0(1+\alpha t)$$

должен быть равен:

Следовательно, если длина стержня при температуре 0^0C равна ℓ_0, его произвольная длина при температуре t будет равна:

$$\boxed{\ell=\ell_0(1+\alpha t)} \qquad (55.2)$$

Коэффициент линейного расширения будет намного меньше, чем у жидкостей. Например, для меди он равен $\alpha=1{,}7\cdot10^{-5}\left[{}^0C^{-1}\right]$. Именно за счет этого линейного расширения и ребра данного Куба, и поверхность произвольного сечения, или объем этого куба, будут иметь большее значение. Запишем формулы поверхностного расширения и объемного расширения.

Для анизотропных тел поверхностное и объемное расширение будут:

$$\boxed{S=S_0\left[1+(\alpha_1+\alpha_2)t\right], \qquad V=V_0\left[1+(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)t\right]} \qquad (55.3)$$

Здесь: коэффициенты α_1, α_2, α_3 являются линейными коэффициентами на оси Ox, Oy, Oz соответственно.

Поскольку для изотропных тел линейное расширение во всех направлениях происходит одинаково, приведенные выше формулы переходят к следующему более простому виду:

$$\boxed{S = S_0\left[1+2\alpha t\right]= S_0\left[1+\gamma t\right], \qquad V = V_0\left[1+3\alpha t\right]=V_0\left[1+\beta t\right]} \qquad (55.4)$$

Здесь: β – коэффициент объемного расширения, γ-коэффициент поверхностного расширения.

Для анизотропных тел соотношение между коэффициентами поверхностного и объемного расширения и коэффициентами линейного расширения будет следующим:

$$\boxed{\beta=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3, \quad \gamma=\alpha_1+\alpha_2} \qquad (55.5)$$

Для изотропных тел соотношение между коэффициентами объемного и поверхностного расширения и коэффициентами линейного расширения будет следующим:

$$\boxed{\beta=3\alpha, \quad \gamma=2\alpha} \qquad (55.6)$$

Когда мы нагреваем тело произвольной формы, расстояние между двумя его произвольными точками линейно увеличивается. Маслан вырезал из пластилина круг и отверстие при нагревании пластилина круг и отверстие становятся одинакового размера. Если даже после нагрева поместить круг в отверстие, он сядет на свое место.

Вопросы по теме

1. *Что называется аморфным телом?*
2. *Что называется кристаллом, какие бывают виды кристаллов?*
3. *Опишите виды кристаллических ячеек.*
4. *Что такое дефект и какие бывают его виды?*
5. *Объясните явление расширения от тепла.*
6. *Напишите формулы линейного и объемного расширения.*
7. *Как связаны коэффициенты линейного и объемного расширения?*

Решение задач:

1. На стальной стержень поперечным сечением 2 см² подвешивается груз весом 3·10⁴ Н. Найти механическое напряжение стержня.

A) 0,75·10⁴ Н/см² *B) 1,5 10⁴ Па* *C) 1,5·10⁴ Н/см²*
D) 3·10⁴ Н/м² *E) 6·10⁴ Н/м².*

Дано:
$F = 3\cdot 10^4$ Н
$S = 2$ см²

$\sigma -?$

Решение:
$\sigma = \frac{F}{S}$ *находим по формуле*
$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{3\cdot 10^4}{2} = 1{,}5\cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$
Ответ: $1{,}5\cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$

2. Медная проволока температурой 150⁰С натягивается между двумя неподвижными стенками. При какой температуре оборвется провод при охлаждении? Считайте, что закон Гука уместен до обрыва провода.

Дано:
$t_1 = 150^0 C$
$\alpha = 1{,}6\cdot 10^{-5}\ K^{-1}$
$\left[\sigma\right] = 2{,}45\cdot 10^8\ Па$
$E = 11{,}8\cdot 10^{10}\ Па$

$t_2 = ?$

Решение:

Если обозначить начальную длину медной проволоки с, ℓ_1 а длину при охлаждении ℓ_2, то относительное удлинение проволоки в результате охлаждения будет равен:

$$\frac{\ell_2-\ell_1}{\ell_2} = -\frac{\Delta\ell}{\ell_2} = \alpha\left(t_2-t_1\right) \quad (1)$$

Здесь: коэффициент линейного расширения меди от нагрева.

С понижением температуры проволока также сжимается и растягивается. Напряжение, вызванное деформацией, увеличивается. Относительное удлинение при деформации по закону Гука

$$\frac{\Delta\ell}{\ell_2} = \frac{[\sigma]}{E} \quad (2)$$

Из (1) и (2) Находим молочную величину.

$$-\alpha\left(t_2-t_1\right) = \frac{[\sigma]}{E}, \quad \rightarrow \quad t_2 = t_1 - \frac{[\sigma]}{\alpha E}$$

Теперь посчитаем.

$$t_2 = 150 - \frac{2{,}4\cdot 10^8}{1{,}6\cdot 10^{-5}\cdot 11{,}8\cdot 10^{10}} = 20^0 C.$$

Ответ: $t_2 = 20^0 C.$

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВЕ VIII

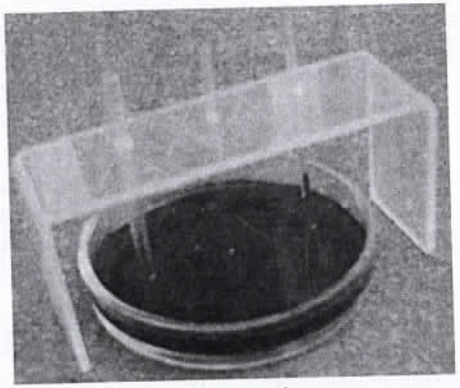
Лабораторная работа: № 9.

Определение радиуса трубки в зависимости от высоты подъема жидкости в капиллярной трубке.

Цель работы: определение внутреннего диаметра капиллярной трубки по свойствам жидкости.

Необходимые инструменты и оборудование: выровненные капиллярные трубки, стол с сиденьем, предназначенным для вертикального опускания капилляра в жидкость, резервуар для воды и жидкости.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ



Рисунка 1

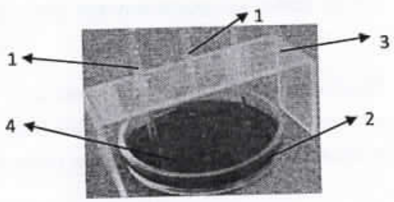
Градуированные капиллярные трубки, стол с сиденьем для вертикального опускания капилляра в жидкость, контейнер и жидкость

Каждая молекула жидкости взаимодействует с атомом или молекулой другого тела, которое ее окружает. Когда силы притяжения между молекулами твердого тела и молекулами жидкости больше, чем силы притяжения между молекулами жидкости, Жидкость смачивает стенки твердого тела, в котором она находится. Если сила взаимного притяжения молекул жидкости больше силы притяжения между молекулами жидкости и молекулами твердого тела, жидкость не смачивает стенки твердого тела, в котором она находится.

Трубки, диаметр которых очень мал, называются капиллярами. Если мы опустим капиллярную трубку в жидкость, уровень жидкости в капилляре может увеличиваться или уменьшаться по сравнению с уровнем жидкости за пределами капилляра. Смачивающая жидкость поднимается в капиллярах, в то время как уровень смачивающей жидкости падает в капилляре. Высота столба жидкости, поднимающейся по капилляру, определяется по формуле:

$$h = \frac{4\alpha}{\rho \cdot d \cdot g} \qquad (1)$$

где α–коэффициент поверхностного натяжения жидкости, ρ– плотность жидкости, d-диаметр капиллярной трубки, g-ускорение свободного падения. Из выражения (1) видно, что высота подъема столба жидкости в капилляре находится в обратной зависимости от диаметра



2-rasm

капиллярной трубки.

Из выражения (1) радиус капиллярной трубки равен половине диаметра и определяется как:

$$r = \frac{2\alpha}{\rho \cdot h \cdot g} \qquad (2)$$

Строение и принцип работы устройств

Общий вид прибора для определения внутреннего диаметра капиллярной трубки представлен на рисунке 2. Устройство состоит из капиллярных трубок разного диаметра(1), прозрачного сосуда для жидкости(2), стола с сиденьем, предназначенного для вертикального опускания капилляра в жидкость(3), сосуд для жидкости(4).

Порядок выполнения работ

1. На лабораторном экспериментальном столе размещаются необходимые для проведения эксперимента приборы и оборудование.
2. В емкость наливают жидкость и ставят ее на стол в горизонтальном положении.
3. Стол с сиденьем, предназначенным для вертикального опускания капилляров в жидкость, ставится над емкостью с водой, как показано на рисунке 2.
4. В жидкость опускается одна из капиллярных трубок.
5. Измеряется высота жидкости, поднимающейся по капиллярной трубке.
6. По формуле (2) рассчитывается диаметр капиллярной трубки.

Примечание: так как в эксперименте в качестве жидкости брали воду, то коэффициент поверхностного натяжения воды $\alpha=73\cdot10^{-3}$ N/ m , а плотность воды $\rho=10^3$ кг/м3.

7. Для флейт, имеющих разный диаметр, эксперимент повторяют, а их диаметры вычисляют по выражению (2).
8. На основании полученных результатов заполняется следующая таблица.

№	α, (Н/м)	ρ, (кг/м^3)	h, (м)	r, (м)	$\overline{r}$, (м)	Δr, (м)	$\Delta\overline{r}$, (м)	ξ, (%)
1								
2								
3								

Контрольные вопросы

1.Что называют капиллярами?

2.Объясните причину, по которой жидкость поднимается или опускается в капиллярной трубке.

3.На какие величины зависит высота столба жидкости, поднимающейся по капиллярной трубке?

4.Приведите примеры применения капиллярного явления в повседневной жизни.

Лабораторная работа: № 10.

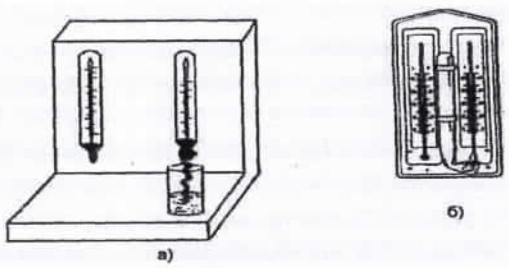
Определение относительной влажности воздуха с помощью психрометра.

Цель работы: 1. Учимся определять влажность воздуха на опыте. 2. Изучить методику определения количества водяного пара в воздухе. 3. Изучение структуры и функционирования августовской психрометрии.

Необходимые приборы и оборудование: Августовский психрометр, вода, посуда, психрометрический стол.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

$$f = \frac{\rho}{\rho_0} \text{ ёки фоизларда } f = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot 100\%. \qquad (1)$$



2.5.1-расм. Кўдда ясалган (а) ва Август (б) психрометрлари.

В состав атмосферы Земли входят также водяные пары. Физическая величина, характеризуемая количеством водяных паров в воздухе, называется влажностью воздуха.

Величина, определяемая отношением абсолютной влажности воздуха при данной температуре к массе водяного пара, необходимой для насыщения 1 м^3 воздуха при этой температуре, называется относительной влажностью. Относительную влажность снова можно определить через эластичность водяного пара следующим образом: величина, выраженная отношением эластичности водяного пара, содержащегося в воздухе, к эластичности насыщенного водяного пара при той же температуре, называется относительной влажностью. Он выражается следующим образом, а именно: под эластичностью водяного пара в воздухе понимается парциальное давление водяного пара в воздухе.

Августовский психрометр может быть использован для определения влажности. Психрометр состоит из двух одинаковых термометров, на концы одного из которых наматывается ткань, смоченная в воде в емкостях (рис.1). Когда воздух не насыщается водяными парами, вода в ткани испаряется, и

резервуар термометра остывает. В результате термометр показывает низкую температуру. Потому что, когда относительная влажность мала, водяной пар далек от насыщения, поэтому влажный термометр также показывает низкую температуру.

По мере увеличения относительной влажности испарение уменьшается, и показания влажного термометра приближаются к показаниям сухого термометра. Когда относительная влажность составляет 100%, вода вообще не испаряется, и показания влажного термометра такие же, как у Сухого термометра. В зависимости от вычитания показаний обоих термометров можно определить относительную влажность воздуха с помощью психрометрической таблицы (см. табл.2).

По выражению (1) абсолютная влажность определяется как,

Оборудование

Августовский психрометр (или прибор ручной работы), стакан, вода, фитиль.

Порядок выполнения работ

1. Изучите руководство по лабораторной работе.
2. Налейте воду в чашку психрометра и оставьте на 5 -10 мин. подожди.
3. Запишите показания t и t_x сухого и влажного термометров.
4. Рассчитайте разницу показаний сухого и влажного термометров.
5. Из психрометрической таблицы укажите относительную влажность, соответствующую t и t_x температуре воздуха (показаниям сухого термометра).
6. Оцените погрешность, учитывая точность измерения прибора.
7. Результаты, выявленные в эксперименте, занести в таблицу 1

1-таблица

№	t_q	t_h	Δt	ϕ	ϕ_{cp}	$\Delta\phi$	$\Delta\phi_{cp}$	ε	
1									
2									
3									

Примечание. Если в вашем распоряжении нет августовского психрометра, а только термометры, собрать из них психрометр можно. Если в вашем распоряжении только один термометр, то вы измеряете t температуру воздуха в помещении. Затем вы оборачиваете резервуар этого термометра влажной тканью и опускаете кусок ткани в воду в стакане. Через 10-15 минут вы будете записывать показания термометра t_1. На основании этих результатов можно получить результаты, точность которых не очень высока. Масса насыщенного водяного пара в 1 м^3 воздуха равна 10^{-3} кг/м^3.

Таблица в психрометрии

2-таблица

t_l °C	Δt, °S											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8		
13	100	89	79	68	57	48	38	29	20	11		
14	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	
15	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9	
16	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
17	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15	8
18	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
19	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20	13
20	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
21	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
22	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26	20
23	100	92	83	76	69	61	54	47	40	34	28	22
24	100	92	84	76	69	61	55	49	42	36	20	24
25	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
26	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
27	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34	29
28	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
29	100	93	85	78	72	66	59	53	48	42	37	32
30	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33

Контрольные вопросы

1. Что называют влажностью воздуха?
2. Какое значение имеет влажность воздуха?
3.Опишите понятие абсолютной и относительной влажности.
4. Расскажите о методах определения влажности воздуха.
5. Объясните способ определения относительной и абсолютной влажности воздуха в вашем классе или аудитории.

Подсчитайте, сколько килограммов воды содержится в воздухе в помещении в состоянии пара.

ТЕСТЫ ПО ГЛАВЕ VIII

1. Почему при смачивании эфиром наши руки остывают сильнее, чем при смачивании водой?

A) поскольку температура кипения зависит от температуры тела человека, эфир испаряется относительно быстро.

B) температура кипения воды намного больше, чем у эфира.

C) Температура кипения воды намного меньше, чем у эфира.

D) относительная теплота испарения эфира значительно меньше, чем у воды.

E) температуры кипения одинаковы, но теплоты относительного парообразования воды и эфира различны.

2. В герметичном сосуде находится только насыщенный водяной пар (без воды). Как изменяется концентрация молекул пара при нагревании сосуда?

A) не меняется Б) уменьшается В) увеличивается.

Г) может как увеличиваться, так и уменьшаться Э) НПО.

3. Какова зависимость давления насыщенного пара от объема?

A) пропорционально объему B) не зависит от объема.

C) обратно пропорционально объему

D) пропорционально квадрату объема

E) обратно пропорционально квадрату объема

4. В герметично закрытой емкости находится вода и водяной пар. Как изменяется концентрация молекул водяного пара при нагревании сосуда?

A) не меняется B) уменьшается C) увеличивается

D) уменьшается при температуре выше 4 °C, увеличивается при температуре ниже 4°C.

E) увеличивается при температуре ниже 100°C, уменьшается при температуре выше 100°C

5. Как изменится давление, если при неизменной температуре объем насыщенного пара уменьшится в 4 раза?

A) увеличивается в 2 раза

B) уменьшается в 2 раза

C) не изменяется

D) уменьшается в 4 раза

E) увеличивается в 4 раза.

6. Какая область на графике зависимости давления пара от температуры, изображенном на рисунке, представляет состояние насыщенного пара?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) такого явления не происходит

7. В каком состоянии плотность тела увеличивается с повышением температуры?

A) в твердом состоянии

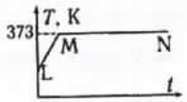
B) в жидком состоянии

C) в состоянии насыщенного пара

D) в состоянии ненасыщенного пара

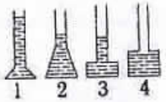
E) такого явления не происходит.

8. На рисунке представлен график зависимости температуры воды от времени. Какому процессу соответствует МН часть этого графика?



A) конденсация B) испарение C) нагревание
D) охлаждение E) кипение.

9. Основу на картинке составляет такое же количество жидкости, залитой в емкости, равные по объему поверхности. Было ли это так, что вода в одном из кронштейнов сначала закипит, если ее поставить на электрические нагреватели одинаковой мощности?



A)все закипает B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. Что такое субимация?
A) переход вещества из жидкого состояния в газообразное.
B) переход вещества из твердого состояния в газообразное.
C) переход вещества из газообразного состояния в жидкое.
D) переход вещества из твердого состояния в жидкое.
E) переход вещества из жидкого состояния в твердое.

11. В каком агрегатном состоянии он находится при температурах, превышающих критические, к которым относится вещество?
A) газ и жидкость B) жидкость C) газ
D) насыщенный пар E) твердое тело

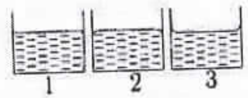
12. Продолжить определение: "Парциальное давление водяного пара в воздухе ... »
A) давление воздуха, которое показывает барометр.
B) давление, которое водяной пар создает при насыщении.
C) давление водяного пара при критической температуре.
D) давление, которое создает водяной пар при отсутствии других газов.
E) давление, при котором пар конденсируется.

13. Продолжайте предложения. Что такое абсолютная влажность:
1) говорят о давлении насыщенного пара при данной температуре;
2) говорят о парциальном давлении водяного пара в воздухе при данной температуре;
3) говорят о массе насыщенного пара в воздухе;
4) $1\ м^3$ относится к количеству водяных паров в воздухе;
5) Величина, измеряемая плотностью водяного пара, содержащегося в воздухе, называется

A) 1, 5 B) 2, 4, 5 C) 2, 3. D) 3, 4 E) 4, 5

14. Сколько процентов составляет относительная влажность воздуха, если в 5 $м^3$ воздуха при температуре 20°С содержится 50 г водяного пара? Плотность насыщенного водяного пара при температуре 20°С равна 17,3 .
50 B) 58 C) 62 D) 65 E) 70

15. В емкость наливается жидкость. Как изменится форма поверхности жидкости, если сила притяжения между молекулами жидкости больше силы притяжения между молекулами жидкости и молекулами твердого тела (сосуда)?



A) только 2 б) только 1 в) только 3 г) 1 Д) 2; 3

16. Укажите выражение коэффициента поверхностного натяжения из следующего.
A) $\frac{S}{U_c}$ B) $\frac{U_c}{S}$ C) $U_c \cdot S$ D) $U_c - S$ E) $U_c + S$

17. Сколько *МДж* работы нужно сделать, чтобы надуть мыльный пузырь, продув радиус от *1 см* до *6 см*? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора равен *45 мН/м*.
A) 4,5 B) 4,0 C) 3,6 D) 1,89 E) 0.

18. Сколько джоулей работы нужно сделать, чтобы увеличить поверхность мыльного пузыря с 1 $см^2$ до 3 $см^2$? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора $5\cdot^{10\text{-}2}$ Н/м.
A) $10\cdot10^{-6}$ B) $5\cdot10^{-6}$ C) $2\cdot10^{-5}$ D) $5\cdot10^{-6}$ E) $1\cdot10^{-4}$

19. Восемь шаровидных капель ртути одинаковой температуры слились в единую каплю. Как и из-за чего меняется температура в нем?
A) не изменяется, т. к. энергия поверхности жидкости не изменяется.
B) уменьшается, т. к. его эргативность уменьшается.
C) уменьшается по мере увеличения поверхностной энергии.
D) повышается, т. к. уменьшается поверхностная энергия.
E) увеличивается, т. к. увеличивается поверхностная энергия.

20. Укажите единицу коэффициента поверхностного натяжения.
1) Н/м; 2) Н/$м^2$; 3) Дж/м; 4) Дж/м2; 5) Па·с.
A) 1; 5 B) 1 C) 2; 3 D) 1; 3; 5 E) 1; 4

21. На сколько километров поднимается вода в капиллярной трубке диаметром 0,73 мм? Коэффициент поверхностного натяжения воды
$\sigma = 73\ mN/m$.

А) 1 Б) 2 В) 4 Г) 8 Э) 12

22. На сколько км поднимается парафин в капиллярной трубке радиусом *24 мкм*? Коэффициент поверхностного натяжения парафина равен $24\ mN/m$, а плотность *800 кг/м³*.

А) 25 В) 12,5 С) 50 D) 75 Е) 100

23. В капиллярной трубке, расположенной на поверхности Земли, вода поднимается на *24 мм*. Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле. На какой высоте (*мм*) вода в этой трубке поднимается на Луну?

А) 134 В) 35 С) 144 D) 102 Е) 54

24. Определить разность уровней воды в двух капиллярах с внутренними диаметрами *1 мм* и *2 мм* (*мм*). Коэффициент поверхностного натяжения воды 72 мН/м.

А) 0 В) 14,4 С) 28,8 D) 43,2 Е) 57,6

25. Какими из перечисленных свойств обязательно будет обладать любой монокристалл?

А) анизотропия В) изотропность С) прозрачность
D) твердость Е) не обязательно иметь

27. Какова длина не деформированного стержня (*м*), если абсолютное и относительное удлинение металлического стержня составляет *2 мм* и *0,1%* соответственно?

А) 0,2 В)1 С) 2 D) 2,5 Е) 4

28. Как деформируется тело, если на него действует противоположно направленная двойная сила, лежащая в двух параллельных плоскостях?

А) сгибание В) скольжение С) растяжение
D) скручивание Е) сжатие

29. Сколько *кПа* составит механическое напряжение, если на проволоку диаметром *2 см* повесить нагрузку *10 кг*?

А) 500 В) 320 С) 160 D) 80 Е) 32

30. При подвешивании груза провод растягивался на 9 мм. Точно так же, но на сколько мм натягивается проволока длиной в 2 раза больше, когда на нее вешается та же нагрузка?

А) 9 В) 18 С) 27 D) 36 Е) 81

31. При расплавлении свинца диаметром *1 мм*, закрепленного вертикально, с нижнего конца проволоки капало 20 капель свинца. На сколько см укорачивают проволоку? Коэффициент поверхностного натяжения жидкого свинца равен *0,47 Н/м*. Возьмем диаметр места разрыва капли, равный диаметру проволоки.

А) 44 В) 22 С) 56 D) 34 Е) 12

32. Внутренний диаметр барометрической трубки составляет *7,5 мм*. Какую поправку нужно сделать при определении атмосферного давления по высоте ртутного столба? Воспринимайте ртуть как жидкость, которая абсолютно не смачивает.

А) $\Delta P = 1{,}5$ *мм.рт.ст.* В) $\Delta P = 5$ *мм.рт.ст.* С) $\Delta P = 2$ *мм.рт.ст.*
D) $\Delta P = 7{,}5$ *mm.sm.ust.* Е) $\Delta P = 3$ *мм.рт.ст.*

ЗАДАНИЯ ПО ГЛАВЕ VIII

1. Относительная влажность воздуха в помещении с объемом по температуре 20^0C равна *30%*. Сколько воды нужно испарить, чтобы она набирала влагу именно при такой температуре в помещении?

2. Дневная температура воздуха составляла 25^0C, относительная влажность-68%. Ночью температура упала до 11^0C. Падает ли роса на это? Если он упал, то сколько воды выделяется в каждом метре кубического метра воздуха?

3. Водяной пар массой *9 г* сжимался изотермически при температуре 30^0C. В каком объеме он начинает конденсироваться?

4. Роса упала на аллею поздно вечером. Но росы нет под скамейкой. Как это можно объяснить?

5. В влагопоглощающем веществе, при пропускании воздуха через заполненную трубку *10 ℓ*, определяется абсолютная влажность воздуха *30* г/м³. На сколько при этом увеличилась масса трубки?

6. Через трубку, внутри которой находилось влагопоглощающее вещество, пропускалось *20 ℓ* воздуха. При этом масса трубки увеличилась на 400 мг. Какова абсолютная влажность воздуха (г/м³)?

7. Какой будет абсолютная влажность (кг/м³), если относительная влажность воздуха составляет *50%*, а температура при 16°С плотность насыщенного пара при температуре $p_H = 13{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг/м³

8. В емкости объемом *10 см³* находится водяной пар парциального давления *100 кПа*. Какой будет точка росы для воздуха в сосуде (*К*), если давление насыщенного водяного пара при температуре *100°С* равно 10^5 *Па*?

9. На сколько % будет относительная влажность воздуха с температурой $20°C$, если точка росы 9°C? Давление насыщенного пара при $20°C$ равно *2,33 кПа*, а при $9°C$ равно *1,15 кПа*.

10. Вода поднималась на высоту *40 см* в стеклянной капиллярной трубке. Определите внутренний диаметр этой трубки.

11. Две плоские пластины, изготовленные из одного и того же материала, были погружены в жидкость для замачивания в вертикальном положении близко друг к другу. Объясните, почему эти пластины притягиваются друг к другу.

12. Почему в случае невесомости вода в стеклянном цилиндре растекается по его стенкам, а воздух скапливается между ними?

13. Какую работу необходимо совершить, чтобы разделить каплю ртути радиусом *2 мм* на равные половины? Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0,46\ Н/м$.

14. На какую высоту поднимается вода в капилляре диаметром *0,1 мм*?

15. Как изменится температура при добавлении большого количества мелких капель, расположенных близко друг к другу?

16. Определите дополнительное давление на мыльный пузырь диаметром *10 см*. Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 0,04\ N/m$.

17. Какое дополнительное давление можно создать за счет силы поверхностного натяжения в капле воды с радиусом *1 мкм*?

18. Капиллярные трубки с внутренними диаметрами *0,4* и *1 мм* опускали в жидкость с плотностью *800 кг/м³* и коэффициентом поверхностного натяжения 22 мН/м . Найти разность уровней жидкости в трубках (*мм*).

19. В капилляре диаметром 0,3 мм парафин поднялся на 20 мм. Определите коэффициент поверхностного натяжения парафина $\rho = 0,8$ г/см^3.

20. Какой должна быть поперечная грань стального стержня, чтобы при нагрузке *30 кН* образовалось механическое напряжение $6 \cdot 107\ Н/м^2$?

21. Когда два провода, изготовленные из одного материала, длина одного из которых в 2 раза больше длины другого, растягиваются под действием равного механического напряжения, в каком из них относительное удлинение больше и во сколько раз больше?

22. Как изменится его абсолютное удлинение, если заменить деформирующуюся проволоку без изменения силы на проволоку такой же длины, сделанную из того же вещества, но в 2 раза большего диаметра?

23. Из аэростата, неподвижного в воздухе, опускали железную проволоку. Когда конец проволоки находился на высоте *10 м* над поверхностью Земли, проволока разрывалась под действием силы тяжести. На какой высоте находился аэростат предел прочности железа $2 \cdot 10^8\ \frac{Н}{м^2}$, плотность $7800 \frac{кг}{м^3}$.

24. На какую высоту можно возвести стену, построенную из, поперечное сечение которой не изменяется? Плотность кирпича $1800 \frac{кг}{м^3}$, предел прочности $5 \cdot 10^6\ \frac{Н}{м^2}$.

25. На стальной проволоке длиной *2 м* с поперечной гранью сечения $2\ мм^2$ подвешивали железную цилиндр высотой *20 см* и поперечной сечения $4\ см^2$. Будет ли деформация проволоки упругой? Если упругая, то каково абсолютное удлинение?

26. Длина кашаги, которая находится с нижней стороны в рамке, покрытой мыльный пузырью, составляет *15 см*. Сколько работы нужно выполнить против сил поверхностного натяжения, чтобы натянуть пузырью на *4 см*? Коэффициент поверхностного натяжения жидкости $\sigma = 45 \cdot 10^{-3}\ Н/м$.

27. Сколько работы нужно сделать против сил поверхностного натяжения, чтобы выдуть мыльный пузырь и увеличить его диаметр с *1 см* до *9 см*?

28. Фитиль поднимает воду на *8 см*. На какую высоту поднимается керосин по этому фитилю? Для воды $\rho = 1000\ кг/м^3$, $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}\ Н/м$ и для керосина $\rho = 800\ кг/м^3$, $\sigma = 30 \cdot 10^{-3}\ Н/м$.

29. Определить давление воздуха в пузырьке воздуха диаметром *0,01 мм*, находящемся на глубине *20 см* от поверхности воды. Внешнее давление равнен *765 мм.рут.стб.*

30. Какое усилие приложить к его концам, чтобы стержень с плоской поверхностью поперечного сечения $10\ см^2$ не растягивался при нагревании от 0^0C до 30^0C?

31. Чему равен коэффициент линейного удлинения этого металла от тепла, если при нагревании металла с 0^0C до 500^0C его плотность уменьшилась в *1,027* раза?

ОТВЕТЫ НА ТЕСТЫ

I-ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		B	B	C	B	B	D	C	C	B
1	A	A	B	D	D	A	D	B	D	D
2	C	C	D	A	B	E	E	C	D	B
3	C	C								

II- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		A	C	C	B	C	D	A	A	D
1	C	E	C	E	B	E	B	C	B	A
2	E	D	D	B	B	A	C	C	A	

III- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		A	C	C	B	C	D	A	A	D
1	C	E	C	E	B	D	B	C	B	A
2	E	D	D	B	B	A	C	C	A	D
3	C	D								

IV- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		B	D	A	A	D	E	C	A	D
1	B	A	B	C	A	A				

V- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		C	C	A	D	C	A	C	B	D
1	A	B	D							

VI- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		A	B	E	D	B	A	D	C	D
1	D	B	A	D	B	E	C	B	A	D
2	B	B	B	E	A	A	A	A	A	D
3	A	A	E	C						

VII- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		A	A	D	E	B	E	B	D	A
1	B	C	E	B	D	B	A	D	D	D
2	C	C	A	C	C	C	C	D	C	

VIII- ГЛАВА

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		A	A	B	C	C	B	B	E	E
1	B	C	C	B	B	A	B	B	A	D
2	E	C	A	C	B	A	B	C	D	B
3	B	D	C							

ОТВЕТЫ НА ЗАДАНИЯ

I- ГЛАВА

1\. *800м, 0м*; 2. *140 м*; 3. *10 раз*; 4. *5 м*; 5. *1,73*; 6. *72*; 7. 20; 8. *18*; 9. *1,6υ*; 10. *24м, 1,7м/с*; 11. *8м/с*; 12. *4*; 13. *5с*; 14. *60м/с*; 15. *9м*; 16. *375м*; 17. *40*; 18. *11раз*; 19. *9с*; 20. *14 м/с*; 21. *10с*; 22. *3; 2*; 23. *2,4 км*; 24. *25 м*; 25. *5*; 26. $h_1/h_2 = tg^2\alpha$; 27. $h_1:h_2:h_3 = 3:2:1$; $l_1:l_2:l_3 = \sqrt{3}:2:\sqrt{3}$; 28. 10 м; 29. *465 м/с*; 30. $2{,}99\cdot10^4$; 31. $\vartheta_s/\vartheta_m = 30$ 32. 10; 33. *9 раз уменшается.*

II- ГЛАВА

1\. *17,3*; 2. *3*; 3. *25*; 4. *810*; 5. *2к*; 6. *к/3*; 7. 16; 8. *уменшено в 36 раз*; 9. *270*; 10. *160 Н, 100 кг*; 11. *Р*; 12. *700*; 13. $0{,}6mg$; 14. *9,6*; 15. *2,5 раза* ; 16. *84 минут*; 17. $T \sim 1/\sqrt{\rho}$; 18. *35*; 19. *0,2*; 20. $1/\sqrt{3} = 0{,}58$; 21. *0,4*; 22. *7,7*; 23. *0,03*; 24. $5\sqrt{2}$; 25. *20*; 26. *250*; 27. $\vartheta = \sqrt{\frac{M}{m} gr} = 2{,}5 m/s$

III- ГЛАВА

1\. *0,4 м/с; 0,375 м/с*; 2. *0,5 м/с*; 3. *5,5 м*; 4. *2 м*; 5. *3,26 м*; 6. *20 см*; 7. *75 кг·м/с*; 8. $2m\vartheta$; $m\vartheta$; 9. $2m\vartheta$; 10. 20; 11. 16; 12. 1400; 13. 0,4; 14. *1 м*; 15. *19 м/с; 18 м/с;21 м/с; 22 м/с*; 16. *14,4 м/с; 12,4 м/с; 17,6 м/с; 19,6 м/с*; 17. *24 Н·с*; 18. $p_{um} = 17\frac{kg\cdot m}{s}$; $p_{um} = 12\frac{kg\cdot m}{s}$; 19. *4 кг·м/с*; 20. *5 раз*; 21. $\frac{m\vartheta^2}{2}$; 22. *294 ДЖ* ; 23. *1:3:5*; 24. *25 кг; 4м/с*; 25. $E = 2{,}682\cdot10^{33}\,J$; 26. *4000 ДЖ*; 27. *3,6 м*; 28. *6 кН*; 29. $\frac{\vartheta_0^2}{4g}$; $30m$; 30. *6мг; 2мг*; 31. *48 кВт*; 32. *4,8 км/с*; 33. *14,37 км/с*; 34. *ҳ=P/3=2123 км*; 35. *6120 м/с*; 36. $5{,}76\cdot10^{10}\,J$; 37. *36,5 ГДЖ.*

IV- ГЛАВА

1\. *500 Н*; 2. *В направлении второй силы 400 Н*; 3. *50 Н, -87 Н*; 4. *на расстоянии 1,5 м от середины сторону ребенок*; 5. *200 Н, 400 Н*; 6. *Ко второму концу переместится 20 см*; 7. *на расстоянии 11 см от стального конца*; 8. *50Н*; 9. *15Н*; 10. 1300 Н; 11. $18{,}3H; 90^0$; 12. $X_A = 916{,}7; Y_A = -500$; $R_A = 1044; T = 1044$; 13. $h = \frac{\ell}{\sqrt{17}}$; 14. $x_C = 3{,}5см; y_C = 2{,}5см$

V- ГЛАВА

1. *90 раз; 10 раз;* 2. *29,4 кН;* 3. *4,9 кПа; 3,9 кПа; 66,6 кПа;* 4. *~ 40 м;* 5. *На уровне воды давление составляет 97,3 кПа с линейным увеличением по мере погружения в глубину. На глубине 10 м добавляется давление, равное 98,1 кПа, и формируется общее давление, равное 195,4 кПа;* 6. *27,2 мм;* 7. *кПа,* $900 kg/m^3$; 8. *0,02 м;* 9. *~ 460 м;* 10. $2500 kg/m^3$; 11. $2500 kg/m^3$; 12. Да; 13. $1{,}5 m^2$; 14. $0{,}14 m/s$; 15. *63 Н;* 16. *60Дж;* 17. *1,4 см;* 18. *ΔФ=540 кН;* 19. *В=24,1 л; м=168,5 кг;* 20. *ρ=4905 кг/м³; м=4,456 кг;* 21. *6358,5 кг; 5,4 м/с; 97920 Па*

VI- ГЛАВА

1. *28кг;* 2. $6\cdot10^{24}$; 3. *16 раз;* 4. $1{,}75\cdot10^{19}$; 5. 10^{20}; 6. $2{,}1\cdot10^{20}$; 7. 300; 8. 3,2 ; 9. $2{,}5\cdot10^{26}$; 10. $1{,}8\cdot10^{14}$; 11. *Увеличивается в 2 раза;* 12. *700;* 13. *600;* 14. $31 m^3$; 15. *50 раз;* 16. *Водород;* 17. $m_2=\frac{3}{4}m_1$; 18. $5\cdot10^{-20}\,J$; 19. $\approx 2\cdot10^{-23}\,J$; 20. $4{,}4\cdot10^5\,Pa$; 21. $1{,}5\,m^3$; 22. *1 кг;* 23. *24 кг;* 24. *2 раза;* 25. *6,74 кг.*

VII- ГЛАВА

1. 25; 2. $V_2=4\ell$; 3. $Q=30{,}4kJ$; 4. $Q=2{,}1\cdot10^{22}\,J$; 5. *6,7 м;* 6. *0,1 К;* 7. $\Delta T=\frac{E_k}{2C}$; 8. $Q=540kJ$; 9. $\Delta U=-2{,}5\,kJ$; 10. *1660 Дж;* 11. *831 Дж;* 12. *166,2 Дж;* 13. $Q=100\,J$; 14. $\nu=1mol$; 15. $m=4g$; 16. *61%;* 17. 127^0C ; 18. *360 Ж;* 19. $A=1500\,J$; 20. $\vartheta=\sqrt{2\lambda}$; 21. $r=20\,kJ/kg$; 22. $6\cdot10^5\,J$; 23. *4 кДж;* 24. $Q=\frac{1}{4}m\vartheta_0^2$; 25. $Q=3NkT$.

VIII- ГЛАВА

1. *0,52 кг;* 2. $\approx 5{,}6\,g/m^3$; 3. $\approx 0{,}3\,m^3$; 4. *Роса падает на скамейку;* 5. *0,3 г;* 6. 20; 7. $6{,}8\cdot10^{-3}$; 8. *373 К;* 9. 50%; 10. $7{,}4\cdot10^{-5}\,m$; 11. *Потому что между этими пластинами поднимается вода, и сила натяжения тянет пластины внутрь;* 12. *Из-за явления смачевания;* 13. $6\cdot10^{-6}\,J$; 14. *0,3 м;* 15. *увеличивается;* 16. 3,2 Па; 17. $1{,}5\cdot10^5\,Pa$; 18. *16,5 мм;* 19. $12\frac{mN}{m}$; 20. $5sm^2$; 21. *Одинаково в обоих;* 22. *4 раза уменшается;* 23. *2626 м;* 24. *280 м;* 25. Упруго, $\Delta\ell\approx 3\,mm$; 26. *0,54 мДж;* 27. *2,3 мЖ;* 28. *4,1 см;* 29. *999 мм.рт.стб.;* 30. *71 кН;* 31. $1{,}8\cdot10^{-5}\,K^{-1}$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Единицы измерения физических величин в международной системе (СИ)

Название величины	Единица измерения величины		
	Название	Обазно чение	Определение
1	2	3	4
Длина	Метр	м	Принято, что длина волны излучения 1 650 763 730 метров в вакууме соответствует проходу между уровнями Криптон-86 $2П_{10}$ и $5д_5$
Масса	Килограм	кг	Принято, что масса международного килограммового прототипа составляет 1 кг.
Время	Секунд	с	Цезий-133 считается 9 192 631 770 периодом облучения 1 секунда, соответствующим переходу между двумя чрезвычайно тонкими уровнями основного состояния атома
Сила тока	Ампер	А	Две параллели, расположенные на расстоянии 1 метра друг от друга в вакууме, имеют бесконечную длину, а поперечное сечение представляет собой неизменную силу тока, которая при пропускании тока через очень маленькие прямые проводники создает силу взаимодействия $2\cdot10^{-7}$ Н на метр длины проводника.
Абсалютная температура	Кельвин	К	Доля 1/273,16 от термодинамической температуры, которая характеризует тройную точку воды, считалась 1 Кельвином.
Количества вещества	Моль	моль	Углерод - элемент, равный числу атомов в массе 12 0,012 кг (атомный, молекулярный, ионный,...) учитывалось количество вещества в системе, состоящее из 1 моля.
Сила света	Кандела	Кд	Полный свет при температуре, равной температуре плавления платины под давлением 101325 Па - предполагается, что мощность света, излучаемого перпендикулярно от поверхности якоря 1/600000 м², составляет 1 Канделу.
Плоский уголь	Радиан	рад	Центральный угол наклона к дуге, равный радиусу по длине, принимается за 1 радиан.
Телесной Уголь	Стерадиан	ср	Пространственный угол, при котором наконечник находится в центре сферы и отделяет поверхность, равную квадрату радиуса, от центра этой сферы, считается равным 1 стерадиану.
Площадь	Квадрат метр	$м^2$	1 $м^2$ – площадь квадрата, стороны которого имеют длину от 1 м
Объем	Куб метр	$м^3$	$1м^3$ – длина ребер равна объему куба от 1 м.
Скорость	Метр на секунд	м/с	Если материальная точка движется по прямой на расстоянии 1 м в точке 1 с, то его скорость равна 1 м/с.
Ускорения	Метр на секунд квадрат	$м/с^2$	Если материальная точка, движущийся прямолинейно равноускоренно, изменяет свою скорость в точке 1с на 1 м/с, его ускорение равно 1 $м/с^2$

Угловое скорость	Радиан на секунд	рад/с	Если все точки тела, движущегося по окружности равномерно движением, вращаются со скоростью от 1 с до 1рад, его угловая скорость равна 1 рад/с.
Плотность	Килограм на кубический метр	кг/м^3	1кг/м^3 -плотность такого однородного вещества, что масса 1 м^3 объема, отделенного от этого вещества, составляет 1 кг.
Импульс	Килограм метр на секунд	кг·м/с	1 кг·м/с – импульс материальной точки массой 1 кг со скоростью 1 м/с.
Момент импульса	Килограм квадрат метр на секунд	кг·м^2/с	1 кг·м^2/с – это импульсный вращающий момент материальной точки, импульс которой, движущийся по окружности 1 м, составляет 1 кг·м/с.
Сила	Килограм метр на секунд	Н	1Н -изменяющая за 1 секунду скорость тела массой 1 кг на 1 м/с в направлении действия силы.
Сила момента	Нютон метр	Н·м	1Н·м – момент силы, значение которого равно 1Н относительно точки на расстоянии 1 м на линии воздействия силы.
Сила импульса	Нютон секунд	Н·с	1Н·с – Импульс силы 1Н, действующей в течение 1 секунды.
Давления	Паскал	Па	1Па – давление, оказываемое на поверхность площадью 1 м^2 перпендикулярно направлению силы.
Коэффициент поверхност-ной плотности	Нютон на метр	Н/м	1 Н/м –поверхностное натяжение жидкости, что сила 1Н влияет на длину контура 1 м, что ограничивает свободную поверхность жидкости.
Работа (энергия)	ДЖоуль	Дж	1Дж – Работа, выполняемая при воздействии силы 1Н и в направлении силы, перемещает тело на расстояние 1 м.
Мощность	Ватт	Вт	1Вт – Производительность машины, которая может выполнить 1ДЖ работы в течение 1 секунды.
Температура Сельций	Градус Сельсий	^{0}С	В пересчете на шкалу Цельсия это равно Кельвину.
Количества теплоты	ДЖоуль	Дж	1ДЖ – количество тепла, эквивалентное механической операции, размер которой составляет 1 Дж.
Теплоемкость	ДЖоул на Кельвин	Дж/К	1ДЖ/К –теплоемкость системы, что когда этой системе дается количество тепла 1ДЖ, ее температура повышается до 1К.
Удельное теплоемкость	ДЖоул на килограм Кельвин	Дж/(кг·К)	1 ДЖ/(кг·К) – удельная теплоемкость тела, на теплоемкость 1 ДЖ/К массы 1 кг
Количества заряда	Кулон	Кл	1Кл – величина электрического заряда, прошедшего за 1 с поперечного сечения, равна 1А.
Напряженнос ть электрическог о поля	Вольт на метр	В/м	1В/м – разность потенциалов двух точек, расположенных на расстоянии 1 м друг от друга вдоль линии электропередачи, что одинаковое напряжение электрического поля составляет 1 В. на заряд 1Кл, включенный в такую область, влияет

			сила 1Н.
Электрическа я индукция (смещения)	Кулон на квадрат метр	Кл/м^2	1 Кл/м^2 – площадь представляет собой электрическую индукцию, в которой электрический поток индукции, равный 1 Кл, проходит через поперечное сечение 1 м^2.
Магнитная индукция	Тесла	Тл	1Тл - площадь представляет собой магнитную индукцию, при которой магнитный поток, равный 1 Вб, проходит через поперечное сечение 1 м^2.
Напряженнос ть магнитного поля	Ампер на метр	А/м	1 А/м – напряженность магнитного поле, что магнитная индукция в этой точке составит $4\pi\cdot10^{-7}$ Тл.
Магнитный поток	Вебер	Вб	1Вб –магнитный поток пропускает заряд 1Кл с поперечного сечения электрической цепи, электрическое сопротивление которой равно 1Ом, которое поддерживается этим магнитным потоком.
Индуктивност ь	Генри	Гн	1Гн –индуктивность проводника, что при прохождении через него тока 1 А полный магнитный поток, равен 1 Вб.
Электрическое сопротивление	Ом	Ом	1Ω – электрическое сопротивление проводника, пропускающего ток 1А, когда разность потенциалов на двух концах составляет 12 В.
Электрическо е напряжение	Вольт	В	1В – напряжение в потребляемой части питания 1 В электрических цепи с постоянным током 1А.
Электрическа я емкость	Фарад	Ф	1Ф –это электрическая емкость проводника, которая увеличивается до 1В при зарядке 1Кл.
Удельное электрическое сопротивлени е	Ом-метр	Ом·м	1Ω·м – поперечное сечение 1 м^2, удельное электрическое сопротивление проводника, которое будет иметь электрическое сопротивление 1Ом при длине 1 м.
Частота	Герц	Гц	1Гц -означает одно исполнение (реализацию) такого процесса за одну секунду, другими словами — одно колебание в секунду.
Световой поток	Люмен	Лм	1Лм – Один **люмен** равен световому потоку, испускаемому точечным изотропным источником, с силой света, равной одной канделе, в телесный угол величиной в один стерадиан (1 лм = 1 кд × ср).
Световая энергия	Люмен-секунд	Лм·с	1Лм·с -Характеризует способность энергии, переносимой светом, вызывать у человека зрительные ощущения.
Светимость	Кандела на квадрат метр	Кд/м^2	1 Кд/м^2 – мощность света, которая распределяет свет с 1 м^2 поверхности, что составляет 1 Кд..
Яркость	Люмен на квадрат метр	Лм/м^2	1 Лм/м^2 - это яркость поверхности площадью 1 м^2, которая излучает световой поток 1Лм
Освещенность	Люкс	Лк	1Лк –освещённости поверхности площадью 1 м^2 при световом потоке падающего на неё излучения, равном 1 Лм.

Плотности вещества

Твердые вещества, $\cdot 10^3$ кг/м^3					
Алюминий	2,7	Натрий	0,97	Таллий	11,85
Лед	0,9	Калий	0,86	Галлий	5,904
Медь	8,9	Ванадий	5,98	Бор	2,31
Серебро	10,5	Бериллий	1,847	Барий	3,65
Золото	19,3	Бром	3,14	Стронций	2,6
Свинец	11,3	Молибден	10,22	Кальций	1,54
Олово	7,3	Волфрам	19,2	Рубидий	1,53
Сталь	7,8	Ниобий	8,58	Германий	5,35
Хром	7,2	Тантал	16,69	Висмут	9,8
Никель		Ванадий	5,98	Мишяк(α)	5,7
Магний	1,74	Титан	4,51	Мишяк(β)	2,08
Кремний	2,328	Цирконий	6,5	Пишевая сода	2,17
Литий	0,534	Гафний	13,1		
Жидкости, $\cdot 10^3$ кг/м^3					
Бензин	0.70	Нефт	0.80	Молоко	1,03
Вода	1.0	Ртуть	13.6	Галлий	6,095
Керосин	0.80	Спирт	0.79		
Газы (в нормальных условиях) кг/м^3					
Азот	1.25	Кислород	1.43	Хлор	3,171
Водород	0.09	Аргон	1,79	Азот	1,25
Гелий	0,179	Воздухо	1,29	CO_2	1,965

Предел прочность растяжения [σ] и модуль эластичности E

Модда	[σ],МПа	E, ГПа
Алюминий	100	70
Медь	400	120
Олово	20	50
Свинец	15	15
Серебро	140	30
Сталь	500	200

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей (20^{0}C), *мН/м*

Вода	73	Мыльный раствор	40	Ртуть	510
Керосин	24	Нефт	30	Спирт	22

Удельная теплота сгорания, МДЖ/кг

Бензин	46	Угольная смола	29	Спирт	29
Дерево	10	Керосин	46	Условное топливо.	29
Дизельное топливо	42	Порох	3.8		

Тепловые свойства веществ

Твердые тела			
Вещества	Удельная теплоемкость, кЖ/(кг·К)	Температура плавления ^{0}C	Удельная теплота плавления, кЖ/кг
Алюминий	0,88	600	380
Лед	2,1	0	330
Медь	0,38	1083	180
Олово	0,23	232	59
Свинец	0,13	327	25
Серебро	0,23	960	87
Сталь	0,46	1400	82
Жидкости			
Вещества	Удельная теплоемкость, кЖ/(кг·К)	Температура кипения, ^{0}C	Удельная теплота парообразования МЖ/кг
Сув	4,2	100	2,3
Симоб	0,12	357	0,29
Спирт	2,4	78	0,85
Газы			
Вещества	Удельная теплоемкость, C_P кЖ/(кг·К)		Температура конденсации, ^{0}C
Азот	1,0		-196
Водород	1,4		-253
Ҳаво	1,0		---
Кислород	0,92		-183

Давления насыщенного пара (P) и плотность (ρ) зависимость от температур (T)

t, ^{0}C	P_H, кПа	ρ_H, г/м^3	n_H, $\cdot 10^{23}$м$^{-3}$		т, ^{0}C	P_H, кПа	ρ_H, г/м^3	n_H, $\cdot 10^{23}$м$^{-3}$
-5	0,40	3,2	1,08		15	1,71	12,8	4,30
0	0,61	4,8	1,62		16	1,81	13,6	4,54
1	0,65	5,2	1,72		17	1,93	14,5	4,82
2	0,71	5,6	1,87		18	2,07	15,4	5,15
3	0,76	6,0	2,00		19	2,20	16,3	5,46
4	0,81	6,4	2,12		20	2,33	17,3	5,76
5	0,88	6,8	2,29		21	2,49	18,3	6,14
6	0,93	7,3	2,42		22	2,64	19,4	6,48
7	1,0	7,8	2,59		23	2,81	20,6	6,88
8	1,06	8,3	2,73		24	3,00	21,8	7,32
9	1,14	8,8	2,93		25	3,17	23,0	7,71
10	1,23	9,4	3,15		26	3,36	24,4	8,14
11	1,33	10,0	3,39		27	3,56	25,8	8,60
12	1,40	10,7	3,56		28	3,77	27,2	9,08
13	1,49	11,4	3,78		29	4,00	28,7	9,60
14	1,60	12,1	4,04		30	4,24	30,3	10,14

Молярная масса некоторых веществ [*кг/мол*]

Атом кислорода (O)	$16\cdot10^{-3}$	Пропан (C_3H_8)	$44\cdot10^{-3}$
Молекула кислорода (O_2)	$32\cdot10^{-3}$	Гелий(He)	$4\cdot10^{-3}$
Атом водорода (H)	$1\cdot10^{-3}$	Железо(Fe)	$56\cdot10^{-3}$
Молекула водорода (H_2)	$2\cdot10^{-3}$	Алюминий (Al)	$27\cdot10^{-3}$
Атом азота (N)	$14\cdot10^{-3}$	Цинк(Zn)	$65.4\cdot10^{-3}$
Молекула азота (N_2)	$28\cdot10^{-3}$	Олово(Sn)	$119\cdot10^{-3}$
Атоми хлора (cl)	$35{,}5\cdot10^{-3}$	Свинец (Pb)	$207.2\cdot10^{-3}$
Молекула хлора (cl_2)	$70\cdot10^{-3}$	Ртуть(Hg)	$201\cdot10^{-3}$
Карбонат ангидрид(CO_2)	$44\cdot10^{-3}$	Медь(Cu)	$63.6\cdot10^{-3}$
Аргон(Ar)	$40\cdot10^{-3}$	Литий(Li)	$7\cdot10^{-3}$
Углекислый газ(CO)	$28\cdot10^{-3}$	Золото(Au)	$200\cdot10^{-3}$
Вода (H_2O)	$18\cdot10^{-3}$	Серебро(Ag)	$108\cdot10^{-3}$
Метан(CH_4)	$16\cdot10^{-3}$	Уран (U)	$238\cdot10^{-3}$
Этан(C_2H_6)	$30\cdot10^{-3}$	Воздух	$29\cdot10^{-3}$

Психрометрическая таблица

Показания сухого термометра	Разница в показание сухих и влажных термометров										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Относительная влажность										
0	100	81	63	45	28	11	—	—	—	—	—
2	100	84	68	51	35	20	—	—	—	—	—
4	100	85	70	56	42	28	14	—	—	—	—
6	100	86	73	60	47	35	23	10	—	—	—
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	—	—
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5	—
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11	—
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40	34
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39

Постоянные

Ускорение свободного падения на поверхности Земли	$g= 9{,}81\ м/с^2$
Постоянная гравитации	$G=6{,}67\cdot10^{-11}\ Н\cdot м^2/кг^2$
Постоянная Авогадро	$N_A= 6{,}02\cdot10^{23}\ мол^{-1}$
Постоянная Болцмана	$k= 1{,}38\cdot10^{-23}\ Ж/К$
Универсальная газовая постоянная	$R =8{,}31\ Ж/(мол\cdot К)$
Атомная единица массы	$1\ а.е.м=1{,}66113\cdot10^{-27}\ кг$
Число Лошмидт	$N_Л=H_A/B_0= 2{,}686\cdot10^{25}\ м^{-3}$
1 моль объема газа при нормальных условиях	$V_0=22{,}414\ л/мол$
Скорость света в вакууме	$c= 3\cdot10^8\ м/с$
Постоянная Кулона	$k= 9\cdot10^9\ Нм^2/Кл^2$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}\ Ф/м$
Магнитная постоянная	$\mu_0=4\cdot\pi\cdot10^{-7}\ Гн/м$
Число Фарадея	$F= 96500\ Кл/мол$
Удельная заряд электрона	$q/m_e=1{,}7588\cdot10^{11}\ Кл/кг$
Постоянная Стефана-Болцмана	$\sigma=5{,}67\cdot10^{-3}\ Вт/(м^2\cdot К^4)$
Постоянная Вина	$б=2898\ м\cdot К$
Постоянная Планка	$h= 6{,}626\cdot10^{-34}\ Ж\cdot с$
Постоянная Ридберга	$P=3{,}293\cdot10^{15}\ Гс$
Масса электрона в покое	$m_e=9{,}11\cdot10^{-31}кг=5{,}484\cdot10^{-4}\ м.а.б$
Масса протона в покое	$m_n= 1{,}672\cdot10^{-27}кг=1{,}00759\ м.а.б$
Масса нейтрона в покое	$n_н=1{,}675\cdot10^{-27}кг=1{,}00899м.а.б$
Энергия электрона в покое	$W_{0.э}=8{,}2\cdot10^{-14}\ Ж=0{,}512\ MeB$
Энергия протона в покое	$W_{0.n}=1{,}505\cdot10^{-10}\ Ж =939\ MeB$
Энергия нейтрона в покое	$W_{0.н}=1{,}508\cdot10^{-10}\ Ж=941\ MeB$
Энергия, соответствующая 1 а.е.м.	$934\ MeB$
Масса протонов и нейтронов (в электронном единицы)	$m_n=1836\cdot м_e$ $тм_н=1838{,}5\cdot м_e$

Величины на планетах

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Масса, *кг* $\cdot 10^{23}$	3,302	48,7	59,7	6,42	19000	5690	868	1020	0,132
Средняя плотность, $кг/м^3$	5430	5240	5520	3910	1330	690	1318	1638	2000
Радиус экватора, км	2240	6051	6378	3396	71492	60268	25559	24776	2150
Ускорение свободного падения $м/с^2$	3,63	8,87	9.81	3,71	23,2	9,28	8,4	11,5	0,4
Средняя скорость движения по орбите, км/сек	47,9	35	29,8	24,1	13,06	9,6	6,8	5,4	0,5
Период обращения вокруг солнца	88 сутка	225 сутка	365,26 сутка	687,02 сутка	11,862 йил	29,46 йил	84,01 йил	164,8 йил	246,08 йил
Период вращения вокруг своей оси	58,6 сутка	243 сутка	23,9345 соат	24,62 соат	9,925 соат	10,6562 соат	17,24 соат	16,11 соат	6,3872 соат
Расстояния от Солнца.(млн. км) -Максимум -Минимум - Средняя	69,8 46 57,9	108,9 107,5 108,2	152,1 147,1 149,6	249,2 206,6 227,9	816 740 778	3005 1348 1427	3005 2735 2870	4537 4456 4509	7428 4456 5942
1- космическая скорость, м/с	3135	7327	7900	3550	42102	25094	15050	16570	640

Величины на Солнце и Луне

Небесное тело	Масса, *кг*	Радиус экватора *м*	Средняя плотность, $кг/м^3$	Ускорение свободного падения, $м/с^2$
Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$	$6{,}943 \cdot 10^{8}$	1412	265
Луна	$7{,}37 \cdot 10^{22}$	$1{,}73 \cdot 10^{6}$	3400	1,65

Единицы измерения доли

Тера, Т	10^{12}	Дека, да	10	Нано, н	10^{-9}
Гига, Г	10^{9}	Детси, д	10^{-1}	Пико, п	10^{-12}
Мега, М	10^{6}	Санти, с	10^{-2}	Фемто, ф	10^{-15}
Кило, к	10^{3}	Милли, м	10^{-3}	Атто , а	10^{-18}
Гекто, г	10^{2}	Микро, мк	10^{-6}		

Поверхность и объем

Поверхность		Объем
$1мм^2=10^{-6}м^2$ $1см^2=10^{-4}м^2$ $1дм^2=10^{-2}м^2$	$1км^2=10^6м^2$ 1а(1ар=1соток)=$10^2м^2$ 1га(1гектоар=100соток)= =100ар=$10^4м^2$	$1мм^3=10^{-9}м^3=10^{-6}$ ℓ $1см^3=10^{-6}м^3=10^{-3}$ ℓ $1дм^3=10^{-3}м^3=1$ ℓ $1км^3=10^9м^3=10^{12}$ ℓ

Некоторые величины не входящие в СИ

1м/с = 3,6км/соат	1Ж = 1/4,2 кал.	1 сутка = 86400 сек.
1км/час = 1/3,6 м/с	1кВт·час = 3,6МЖ	1мм.ртут.стб = 133,32 Па
1лошад.сила = 736 Вт	$1эВ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$Ж	1 астр.един. =$1{,}5 \cdot 10^9$ м
1кВт = 1,36 лошад.сила	1ДЖ=$6{,}25 \cdot 10^{18}$ эВ	1световой год = $9{,}5 \cdot 10^{15}$ м
1кал. = 4,2Ж	$1г/см^3$ = 1000 $кг/м^3$	1 Парсек = $3{,}1 \cdot 10^{16}$ м

Функции измерительных приборов

Психрометр---относительная влажность Гигрометр--- точка роса Болометр---- температура металлов Термометр----температура Ареометр---- плотность жидкости Анероид барометр---атмосферное давление Ртутная барометр---- атмосферное давление Монометр---- давление газа в сосуде Динамометр----сила Алтметр----высота (в самолётах)	Амперметр----сила тока Волтметр---напряжения Галвонаметр---сила тока и напряжения Электрометр--- зарядов и составляет разность потенциалов. Электроскоп---количества зарядов Тахометр---вращательный момент Сталгометр--- коэффициент поверхностного натяжения Вязкозиметр---вязкость

D.I.Mendeleevning elementlar davriy sistemasi

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
1	1	[illegible]						(H)	[illegible]		
2	2	[illegible]	[illegible]	5 B 10,81 БОР	6 C 12,01 УГЛЕРОД	7 N 14,01 АЗОТ	8 O 16,00 КИСЛОРОД	9 F 19,00 ФТОР	10 Ne 20,18 НЕОН		
3	3	[illegible]	[illegible]	13 Al 26,98 АЛЮМИНИЙ	14 Si 28,09 КРЕМНИЙ	15 P 30,97 ФОСФОР	16 S 32,06 СЕРА	17 Cl 35,45 ХЛОР	18 Ar 39,95 АРГОН		
4	4	K	Ca	Sc 21 СКАНДИЙ	Ti 22 ТИТАН	V 23 ВАНАДИЙ	Cr 24 ХРОМ	Mn 25 МАРГАНЕЦ	Fe 26 ЖЕЛЕЗО	Co 27 КОБАЛЬТ	Ni 28 НИКЕЛЬ
	5	29 Cu МЕДЬ	30 Zn ЦИНК	31 Ga 69,72 ГАЛЛИЙ	32 Ge 72,59 ГЕРМАНИЙ	33 As 74,92 МЫШЬЯК	34 Se 78,96 СЕЛЕН	35 Br 79,90 БРОМ	36 Kr 83,80 КРИПТОН		
5	6	[illegible]	[illegible]	Y 39 ИТТРИЙ	Zr 40 ЦИРКОНИЙ	Nb 41 НИОБИЙ	Mo 42 МОЛИБДЕН	Tc 43 ТЕХНЕЦИЙ	Ru 44 РУТЕНИЙ	Rh 45 РОДИЙ	Pd 46 ПАЛЛАДИЙ
	7	47 Ag СЕРЕБРО	48 Cd КАДМИЙ	49 In 114,82 ИНДИЙ	50 Sn 118,69 ОЛОВО	51 Sb 121,75 СУРЬМА	52 Te 127,60 ТЕЛЛУР	53 I 126,90 ИОД	54 Xe 131,30 КСЕНОН		
6	8	[illegible]	[illegible]	La 57 ЛАНТАН	Hf 72 ГАФНИЙ	Ta 73 ТАНТАЛ	W 74 ВОЛЬФРАМ	Re 75 РЕНИЙ	Os 76 ОСМИЙ	Ir 77 ИРИДИЙ	Pt 78 ПЛАТИНА
	9	79 Au ЗОЛОТО	80 Hg РТУТЬ	81 Tl 204,37 ТАЛЛИЙ	82 Pb 207,20 СВИНЕЦ	83 Bi 208,98 ВИСМУТ	84 Po [209] ПОЛОНИЙ	85 At [210] АСТАТ	86 Rn [222] РАДОН		
7	10	[illegible]	[illegible]	Ac 89 [227] АКТИНИЙ	Ku 104 [261] КУРЧАТОВИЙ	Ns 105 НИЛЬСБОРИЙ	Sg 106 СИБОРГИЙ	Bh 107 БОРИЙ	Hs 108 ХАССИЙ	Hs 109 МЕЙТНЕРИЙ	

Nisbiy atom massasi — 12,01; Elementning belgilanishi — C; Atom nomeri — 6; УГЛЕРОД

s - элемент; p - элемент; d - элемент; f - элемент

* Lantanaoidlar

58 Ce 140,12 ЦЕРИЙ	59 Pr 140,91 ПРАЗЕОДИМ	60 Nd 144,24 НЕОДИМ	61 Pm [145] ПРОМЕТИЙ	62 Sm 150,40 САМАРИЙ	63 Eu 151,96 ЕВРОПИЙ	64 Gd 157,25 ГАДОЛИНИЙ	65 Tb 158,93 ТЕРБИЙ	Dy 66 162,50 ДИСПРОЗИЙ	67 Ho 164,93 ГОЛЬМИЙ	68 Er 167,26 ЭРБИЙ	69 Tm 168,93 ТУЛИЙ	70 Yb 173,04 ИТТЕРБИЙ	71 Lu 174,97 ЛЮТЕЦИЙ

** Aktinaoidlar

90 Th 232,04 ТОРИЙ	91 Pa 231,04 ПРОТАКТИНИЙ	92 U 238,03 УРАН	93 Np 237,05 НЕПТУНИЙ	94 Pu [244] ПЛУТОНИЙ	95 Am [243] АМЕРИЦИЙ	96 Cm [247] КЮРИЙ	97 Bk [247] БЕРКЛИЙ	98 Cf [251] КАЛИФОРНИЙ	99 Es [254] ЭЙНШТЕЙНИЙ	100 Fm [257] ФЕРМИЙ	101 Md [258] МЕНДЕЛЕВИЙ	102 (No) [255] НОБЕЛИЙ	103 (Lr) [256] ЛОУРЕНСИЙ

Тригонометрические тождества

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
3. $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
4. $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$
5. $1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
6. $1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы сложения и вычитания

1. $\begin{cases} \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta \\ \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta - \cos\alpha\cdot\sin\beta \end{cases}$
2. $\begin{cases} \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta \end{cases}$
3. $\begin{cases} tg(\alpha+\beta) = \dfrac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\cdot tg\beta} \\ tg(\alpha-\beta) = \dfrac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha\cdot tg\beta} \end{cases}$
4. $\begin{cases} ctg(\alpha+\beta) = \dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta - 1}{ctg\alpha + ctg\beta} \\ ctg(\alpha-\beta) = \dfrac{ctg\alpha\cdot ctg\beta + 1}{ctg\beta - ctg\alpha} \end{cases}$

Формулы двойного угла

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
2. $\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \\ 1 - 2\sin^2\alpha \end{cases}$
3. $tg 2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$
4. $ctg 2\alpha = \dfrac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}$

Формулы сложения и вычитания синусов и косинусов

1. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
2. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}$
3. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
4. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

Формулы умножения синусов и косинусов

1. $\sin\alpha\cdot\sin\beta = \dfrac{1}{2}\cdot[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$
2. $\cos\alpha\cdot\cos\beta = \dfrac{1}{2}\cdot[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$
3. $\sin\alpha\cdot\cos\beta = \dfrac{1}{2}\cdot[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)]$

Список использованной литературы

Основная литература

1. M.X.O'lmasova. Mexanika va molekulyar fizika, akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma, 1-kitob. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2004, 433 b.
2. M.X.O'lmasova. Elektrodinamika asoslari, tebranishlar va to'lqinlar, akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma, 2-kitob. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2004, 360 b.
3. M.X.O'lmasova. Optika, atom va yadro fizikasi, akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma, 3-kitob. "Cho'lpon" nashriyoti. Toshkent.: 2010, 384 b.
4. Axmedov Sh. B., Dusmuratov M.B. "Fizika (1-qism)", akademik litsey o'quvchilari uchun darslik. Navro'z nashriyoti. Toshkent.: 2019. 435-b.
5. Axmedov Sh. B., Dusmuratov M. B. "Fizika (2-qism)", akademik litsey o'quvchilari uchun darslik. Navro'z nashriyoti. Toshkent.: 2019. 470-b.
6. A.S.Nu'monxo'jayev, R.Y.Komilova, K.A.Tursunmetov, A.X.Yunusov, B.Normatov, A.M.Xudoyberganov. Fizika, ma'ruzalar matni, akademik litseylar uchun qo'llanma, 2-qism. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2003, 415 b.
7. A.S.Nu'monxo'jayev, K.A.Tursunmetov, A.M.Xudoyberganov, M.A.Fattaxov, B.Normatov, N.A.Nurmatov . Fizika, ma'ruzalar matni, akademik litseylar uchun qo'llanma sifatida tavsiya etilgan , 3-qism. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2001, 352 b.
8. A.G.G'aniyev, A.K.Avliyoqulov. G.A.Almardonova. Fizika (akademik litsey va kasb hunar kollejlari uchun), 1-qism. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2002, 368 b.
9. A.G.G'aniyev, A.K.Avliyoqulov. G.A.Almardonova. Fizika (akademik litsey va kasb hunar kollejlari uchun), 2-qism. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2003, 192 b.
10. N.M.Shaxmayev, S.N.Shaxmayev, D.Sh.Shodyiev. Fizika, 10-sinf. O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 1993, 238b.
11. G.YA.Myakishev, I.B.Buxovsev. Fizika, uchebnik dlya 10 klassa sredney shkoli. –M.: Prosveshenie, 1990.–223 s.
12. G.Ya.Myakishev, B.B.Buxovsev. Fizika, 11-sinf. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 1996, 304 b.
13. M.Muhitdinov, Sh,Ahmedov, B.Qutlimurotov. Fizikadan testlar va ularning yechimi, oliy o'quv yurtlariga kiruvchi abituriyentlar uchun qo'llanma, 1-qism. "O'zbekiston" nashriyoti. Toshkent.: 2016, 423 b.
14. M.B.Dusmuratov. Fizika (oliy ta'lim muassasalariga kiruvchilar uchun qo'llanma). Nizomiy nomidagi TDPU bosmaxobasi. Toshkent.: 2016, 521 b.
15. A.Qosimov, X.Jo'raqulov, A.Safarov. Fizika kursi, mexanika, 1-qism. "O'zbekiston" nashriyoti. Toshkent.: 1994, 320 b.
16. A.P.Rimkevich. Fizikadan masalalar to'plami. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 1993.

17. K.A.Tursunmetov, A.A.Uzoqov, I.Bo'riboyev, A.M.Xudoyberganov. Fizikadan masalalar to'plami. "O'qituvchi" nashriyoti. Toshkent.: 2001, 256 b.
18. O'.Q.Nazarov, X.Z.Ikromova, K.A.Tursunmetov. Umumiy fizika kursi (Mexanika va molekulyar fizika). "O'zbekiston" nashriyoti. Toshkent.: 1992, 280b.
19. Q.P.Egamov, O'.Egamov. Fizika, darslik. "Aloqachi" nashriyoti. Toshkent.: 2013, 507b.

Qo'shimcha adabiyotlar

1. Сборник задач по физике. Часть I. Ш. Б. Ахмедов, С. Г. Таджи-Аглаева, Ш. А. Низамутдинова, Н. З. Кодиров. Toshkent.: 2019.
2. Сборник задач по физике. Часть II. Ш. Б. Ахмедов, С. Г. Таджи-Аглаева, Ш. А. Низамутдинова, Н. З. Кодиров. Toshkent.: 2019.
3. Hojiyev B.I. Fizika. 2008. "Fan" nashriyoti.
4. Usmanov M. Fizikadan masalalar to'plami (Oliy o'quv yurtlariga kiruvchilar uchun). Navro'z nashriyoti. Toshkent.: 2018. 558-b.
5. Uzoqov A. Fizikadan testlar to'plami (Oliy o'quv yurtlariga kiruvchilar uchun). "Yangi Asr" nashriyoti. Toshkent.: 2017. 311-b.
6. Abiturent (1–8). "Spectrum media group". Toshkent.: 2018.311-b.
7. Choriev R. va boshqalar. O'rta maxsus kasb-hunar ta'limi muassasalarida laboratoriya ishlari. T. "Talqin" 2002
8. Suyarov Q. T. va boshqalar. Mexanika va molekulyar fizika - T.: "O'qituvchi", 2002.
9. Xusanov A. X. va boshqalar. Elektrodinamika. Elektromagnit tebranishlar. – T.: "O'qituvchi", 2003.
10. Suyarov Q.T. va boshqalar. Fizikadan laboratoriya va namoyishli tajriba ishlari. –T.: "Talqin", 2002.
11. Suyarov Q. T va boshqalar. Fizika. I kitob. Mexanika. - T.: "Yangi nashr", 2009.
12. Suyarov Q. T., Usmonov Sh., Usarov. J. Fizika. II kitob. Molekulyar fizika. – T. "Yangi nashr", 2010.
13. Физика часть I . «Механика. Молекулярная физика, термодинамика» Т. М. Оплачко, К. А. Турмунметов.
14. Физика часть II . «Электродинамика. Оптика. Атомная физика» Т. М. Оплачко, К. А. Турмунметов.
15. Jurayev U.B., Umarov A. M., Qo'yboqov X. R. Fizika. I-qism. SamDU tahririy-nashriyot. 2020.
16. Jurayev U. B., Umarov A. M., Qo'yboqov X. R. Fizika. II-qism. SamDU tahririy-nashriyot. 2020.

17. Turdiyev N. Sh. va boshqalar. Fizika 10-sinf darsligi. ”Niso poligraf” Toshkent: 2017.
18. Turdiyev N. Sh. va boshqalar. Fizika 11-sinf darsligi. ”Niso poligraf” Toshkent: 2018.
19. A. A. Koptev, A. A. Pasko, A. A. Baranov. Maple v injenernых raschetax. Tambovskiy gosudarstvennыy texnicheskiy universitet. – Tambov.: 2003
20. Primqulova, R.Turgunbaev, G.Eshchanova, Sh.Ismailov. Maple da matematik masalalarni yechish metodlari (metodik qo‘llanma). Nizomiy nomidagi Toshkent pedagogika Universtiteti. Toshkent.:2009.
21. A.V.Pogorelov. Geometriya, 7–11 sinflar. “O‘qituvchi” nashriyoti. Toshkent.: 1992.
22. D.Djankoli. Fizika, 1-chast. Izdatelstvo “Mir”. Moskva.: 1989, 656 s.
23. D.Djankoli. Fizika, 2-chast. Izdatelstvo “Mir”. Moskva.: 1989, 673s.
24. A.N.Remizov, A.YA.Potapenko. Kurs fiziki. OOO «Drofa». Moskva.: 2002, 720 s.
25. Ronald J. Hershberger, James J. Reynolds. Calculus with Applications, the 2nd edition. Lexington, Massachusetts.: Copyright © 1993 by D.C. Heath and Company.
26. Halliday & Resnick. Principles of physics. Cleveland state university. Cover image from © M.Darlush/Shutterstock, 9th edition. 2011. 1248 pages.

Elektron manbalar

1. 10 класс. Физика. Механика. Г.Я. Мякишев.
2. 11 класс. Физика. Оптика квантовая физика. Г. Я. Мякишев.
3. 10 класс. Физика. В.А. Касьянов.
4. 11 класс. Физика. В.А. Касьянов.
5. Nurmatov J. va boshqalar. Fizikadan laboratoriya ishlari. T.: "O'qituvchi", 2002.

СОДЕРЖАНИЕ

Редактор: Х. Тахиров
Художественный редактор: Т. Рахматуллаев
Компьютерная верстка: А. Мухаммадиев

Лицензия издательства № 2244. 25.08.2020.
Разрешение на печать 03.02.2023.
Формат 60х84 1/16. Печать офсетная.
«Times New Roman» гарнитура. Уч. изд. л. 32,5.
Тираж 100. Заказ № 12.

Отпечатано в типографии «YANGI CHIRCHIQ BOOK».
Адрес: о. Ташкент, г. Чирчик, ул. А.Темур.