



6
2022

FIZIKA, MATEMATIKA *va* INFORMATIKA

ILMIY-USLUBIY JURNAL

2001-yildan chiqa boshlagan

Toshkent – 2022

Bosh muharrir	– Xolboy IBRAIMOV pedagogika fanlari doktori, professor
Muharrir	– Bakhshillo Amrillayevich OLIMOV f.-m.f.n., v.v.b., professor
Mas’ul kotib	– Riskeldi Musamatovich Turgunbayev f.-m.f.n., professor



TAHRIR HAY’ATI A’ZOLARI

IBRAIMOV Xolboy

AYUPOV Shavkat Abdullayevich

OLIMOV Bakhshillo Amrillayevich

AKMALOV Abbos Akromovich

TURDIYEV Narziqu Sheronovich

IBRAGIMOV Berdimurot

MUXAMEDYAROV Kamildjan Sadikovich

MANSUROV O’ktamjon Nosirboyevich

TURGUNBAYEV Riskeldi Musamatovich

KALANDAROV Ergash Kilichovich

MUSURMONOV Raxmatilla

Muassis:

**T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti
71 256 53 57**



АЛ-ҚАРОЖИЙНИНГ ЙИГИНДИЛАРНИ ҲИСОБЛАШ УСУЛИ ВА УНДАН ТАЪЛИМ ЖАРАЁНИДА ФОЙДАЛАНИШ

Б. Н. Алимов, Чирчиқ ДПУ “Бошланғич таълим методикаси” кафедраси ўқитувчиси.

Ушбу мақолада ўрта асрларда яшаб ижод этган математик олим Ал-Қарожийнинг усулида натурал сонлар қатори йигиндисини ҳисоблаш усули ҳамда бу усулнинг бошқа усуллар билан солиштирма таҳлили келтирилган.

Калим сўзлар: йигинди, сатр, устун, гномон, тўғри тўртбурчак, квадрат, дона, бином формуласи, учбурчак сонлар, Гаусс усули, математик индукция методи.

В данной статье представлен метод вычисления суммы ряда натуральных чисел по методу Аль-Караджи, математика, жившего и работавшего в Средние века. Представлен сравнительный анализ этого метода с другими методами.

Ключевые слова: сумма, строка, столбец, гномон, прямоугольник, квадрат, единица, биномиальная формула, треугольные числа, метод Гаусса, метод математической индукции.

This article presents a method for calculating the sum of a series of natural numbers according to the method of Al-Karaji, a mathematician who lived and worked in the Middle Ages. A comparative analysis of this method with other methods is presented.

Key words: sum, row, column, gnomon, rectangle, square, unity, binomial formula, triangular numbers, Gauss method, mathematical induction method.

Тарихий-илмий маълумотларни математикани ўқитиш жараёнига жалб қилиш ғояси методика илмида янгилик эмас. Бундай маълумотларни мактаб дарсликлари мазмундаги ўқув

материалларига элемент сифатида киритиш ҳақидаги масала клейн реформаси давридаёқ муҳокама қилинган. Бугунги кунда тарихий-илмий маълумотлар нафақат умумтаълим мактаблари ўқувчилари ва олий ўқув юртлари талабалари учун математикадан ўқув қўлланмаларда келтирилмоқда, балки ўқувчи ва ўқитувчиларнинг ўзаро боғланган фаолиятларида математика ўқитиш мазмунини кенгайтиришни аниқловчи асосий восита, яъни математика ўқитишнинг махсус методи сифатида кенг фойдаланилмоқда. Кўпинча, бу методни методик адабиётларда *генетик ёки тарихий-генетик* метод деб аташмоқда [1. 105-б.].

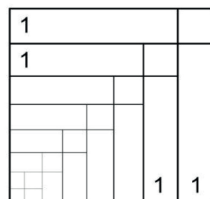
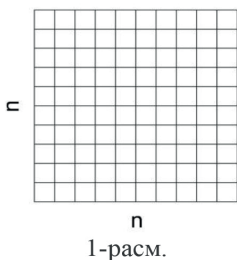
Ал-Қарожий “Ал-Фаҳрий” деб танилган “Алгебра ва ал-муқобала” номли китобини 1010 йилларда ёзган бўлиб, унда хусусан, арифметик прогрессия йиғиндиси, кетма-кет сонлар квадратлари ва кублари йиғиндисини топиш усуллари беради. Кетма-кет сонлар кублари йиғиндиси учун формулани келтириб чиқариш қондасини ва исботлашнинг геометрик усулини берган. Лекин кетма-кет сонлар квадратлари йиғиндиси учун формуланинг тўғрилигини исботлай олмаганини маълум қилади [2].

Биз қуйида турли йиғиндиларни ҳисоблашда Ал-Қарожий усулини келтириб, уни бошқа усуллардан афзалликларини кўрсатишга ҳаракат қиламиз.

1-мисол. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = S_n^1$ йиғиндини ҳисобланг.

1-усул. Ал-Қарожий усули. Бу йиғиндини ҳисоблашда бўйи ва эни n та устун ва сатрдан иборат $n \times n$ ўлчамли (1-расм.) квадратни оламиз. Тушунарлики, у $n \cdot n = n^2$ донa 1×1 ўлчамли квадратчалардан иборат.





Ал-Қарожий бу квадратда 2-расмда кўрсатилганидек эни 1 га тенг бўлган гномон қурган. Ўлчамларига кўра, гномоннинг юзи қуйидагига тенг бўлади: $n + n - 1 = 2n - 1$.

Демак, гномоннинг юзи $2n - 1$ га тенг экан. Кейин у 2-расмда кўрсатилганидек, эни 1 га тенг бўлган навбатдаги гномонни қурган. Унинг юзи юқоридагига ўхшаш қуйидагига тенг бўлади $(n - 1) + (n - 1) - 1 = 2(n - 1) - 1$. Бундан унинг юзи $2(n - 1) - 1$ га тенглигини оламиз.

Шу усулда давом этиб, ва ниҳоят у томони 1 га тенг бўлган квадратни олган. У ҳолда бошланғич берилган квадрат барча гномонлар юзалари ва томони 1 га тенг бўлган квадрат юзи 1^2 у ўз навбатида 1 га тенг: $2n - 1, 2(n - 1) - 1, \dots, 2 \cdot 1 - 1 = 1$. Шундай қилиб, $2n + 2(n - 1) + \dots + 2 \cdot 1 - n = n^2$, $2(1 + 2 + \dots + n) - n = n^2$,

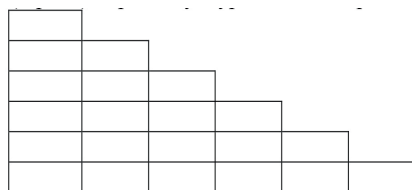
$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Демак,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = S_n^I = \frac{n(n+1)}{2} \quad (1)$$

экан [3. 123-бет].

2-усул. Учбурчакли сонлар усули. Қадимий грек математикларини квадратлар билан бирга поғонали тўғри учбурчакдаги катакчалари миқдорига тенг бўлган T_n учбурчакли сонлар ҳам қизиқтирган. Қуйида (3-расм) учбурчакли соннинг умумий кўриниши ва (4-расм) бир неча учбурчакли сонлар тасвирланган.



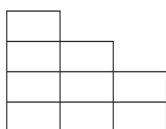
3-расм. T_n



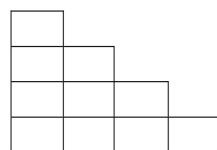
$T_1 = 1$



$T_2 = 3$



$T_3 = 6$



$T_4 = 10$

4-расм.

Қуйидаги 5-расмни қарайлик, унда бир томони n ва иккинчи томони $n + 1$ бўлган $n \times (n + 1)$ ўлчамли тўғри тўртбурчак, иккита $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ учбурчакли сонларга ажратилган.

Бу чизмадан $2T_n = n(n + 1)$ ва бу тенгликдан

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2} \text{ формулани оламиз. Демак,}$$

$$T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = S_n^I = \frac{n(n + 1)}{2}. \quad (2)$$



$$2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + (n+1)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + n) + n,$$

$$(n+1)^2 - 1^2 = 2 \cdot S_n^1 + n.$$

Ушбу тенгликдан $(n+1)^2 = n^2 + 2 \cdot n + 1$ эканлигига эътибор қилсак, **1-мисол**даги йиғинди учун қуйидаги ифодани оламиз

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = S_n^1 = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (3)$$

4-усул. Гаусс усули. Бунинг учун қуйидагича иш тутамиз, яъни изланаётган йиғиндини иккига қўпайтирамиз ва уни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\begin{aligned} 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) &= (1 + 2 + 3 + \dots + n) + (1 + 2 + 3 + \dots + n) = \\ (1 + n) + (2 + (n-1)) + (3 + (n-2)) + \dots + ((n-2) + 3) + ((n-1) + 2) + (n + 1) &= \\ = \underbrace{(n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1)}_n &= n(n+1). \end{aligned}$$

Энди ҳосил бўлган $2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = n(n+1)$ тенгликдан изланаётган йиғиндини топамиз ва қуйидаги ифодани оламиз:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (4)$$

5-усул. Математик индукция методи. 1-мисолни

$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ формулани исботлаш кўринишида ёзамиз.

Энди бунга математик индукция методини қўллашимиз мумкин.

Шундай қилиб: а) $n = 1$ да $\frac{1 \cdot (1+1)}{2} = 1$ тенглик тўғри; б) $n = k$ да



$$1+2+3+\dots+k=\frac{k(k+1)}{2}$$

Формулани тўғри деб фараз қилиб, уни $n = k + 1$ да тўғри эканлигини келтириб чиқарамиз. Ҳақиқатдан ҳам

$$1+2+3+\dots+k+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

тенгликни оламиз. Бу эса исботлашимиз керак бўлган юқоридаги формуланинг чап томонини $n = k + 1$ даги ифодаси. Демак, формула ихтиёрий n ларда тўғри экан.

Энди баён қилинган усулларнинг афзалликларини ва камчиликларини кўриб чиқайлик. **1 ва 2 усуллар** берилган йиғинди учун формулани келтириб чиқариш ва исботлашнинг геометрик усули бўлиб, кўргазмали ва хусусий ҳолларда уни жуда кенг аудиторияга тушунтириш мумкин ва қулай. Бошқача йиғиндилар учун формула келтириб чиқариш ва исботлаш имконияти катта бўлиши билан бир қаторда, бу усулни амалга ошириш қийин.

3-усул берилган йиғинди учун формулани келтириб чиқариш ва исботлашнинг алгебраик усули. Бу усулнинг қулайлик томони уни бошқа йиғиндиларни, айниқса, натурал сонларнинг бутун даражалари йиғиндилари учун формулани келтириб чиқариш ва исботлашга умумлаштириш имконияти катта.

4-усул умулаштиришга мойил. Шунга қарамасдан, бу усулни даражали сонлар йиғиндисини кўринишидаги ифодаларга қўллашнинг имконияти ниҳоятда кам.

5-усулнинг камчилиги шундан иборатки, агар бизга йиғинди учун формула берилган бўлмаса, уни қўллашнинг имкони йўқ ҳисоби ёки интуитив равишда бирор ҳақиқатга яқин формула олинади ва бу усулни қўллашга ҳаракат қилиб кўрилади.



Бу усулнинг афзаллик томони агар бизга, масалан, бирор қонуният берилган бўлса, хусусан, йиғинди учун формула берилиб, уни исботлаш керак бўлса, қўллайвериш мумкин.

Кўриб чиқилган **Ал-Қарожий** **усулидан** олий ўқув юртларида олий математика курси, математик анализ курси ва шу билан бирга, шу мавзуга мос махсус курсларни ўтишда ушбу курсларни ўз тарихи билан интеграциялашда фойдаланиш мумкин. Масалан, олий математика ёки математик анализ курсининг сонли кетма-кетликлар мавзусини, сонли қаторлар ва уларнинг чекли йиғиндилари, интеграллар мавзуларини ўтишда фойдаланиш жуда яхши натижалар беради.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Bachelard G. 1940. La philosophie du non: Essai d'une philosophie du nouvel esprit scientifique. Paris, Presse Universitaires de France. [Башляр Г. Философское отрицание: Опыт философии нового научного духа. В кн.: Башляр Г. Новый рационализм. М., Прогресс, 1987, с. 160-283.

2. Гулматов М.Д. Алгебраические трактаты Омара Хайяма и ал-Караджи в рукописи “Маджама-ал-Аркам” Мирзы Бади Диван // Евроазийское научное объединение. 2019. – №2-1. – С. 9-13.

3. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Москва: МИР, 1986. – 432 с.



MUNDARIJA

ILMIY-OMMABOP BO'LIM

<i>A. X. Ramazonov.</i> Atrof – muhitning radioaktiv ifloslanish omillari.....	3
<i>D. T. Eshqobilova, S. S. Akbarova.</i> “Ko‘paytmadagi tixonov topologiyasi” mavzusini o‘zlashtirishda nazariy asoslarni amaliy quvvatlash	11

MATEMATIKA JOZIBASI

<i>M. Barakayev, H. O‘rinov.</i> Amaliy mazmundagi masalalar yordamida bo‘lg‘usi matematika o‘qituvchilarida kasbiy kompetentsiyalarni shakllantirish metodikasi	17
<i>T.N.Safarov.</i> Uch o‘lchovli galiley fazosida sikldan hosil bo‘lgan sirtlarni klassifikatsiyalash metodlari.....	26

ILG‘OR TAJRIBA VA O‘QITISH METODIKASI

<i>I.T.Qurbonazarov.</i> Bo‘lajak fizika o‘qituvchilari eksperimental tayyorgarligini rivojlantirishda eksperimentning ahamiyati.....	34
<i>З. А. Наримбетова, М. Мусурмонова.</i> Классификация геометрических задач, изучаемых в общеобразовательных школах.....	42

OLIMPIADA VA MASALALAR YECHISH BO'LIMI

<i>Masalalar va yechimlar</i>	47
-------------------------------------	----

TALAB, TAKLIF VA TAHLIL

<i>B.Akhmedov.</i> Methodology of teaching informatics in under-developed schools of the tashkent region.....	59
<i>G.B.Quzmanova.</i> Ijtimoiy tarmoqlar vositasida o‘quvchilarning raqamli savodxonligi va raqamli kompetensiyalarini rivojlantirish.....	68
<i>Б. Н. Алимов.</i> Ал-Қароғийнинг йигиндиларни ҳисоблаш усули ва ундан таълим жараёнида фойдаланиши	74
<i>E.X. Bozorov, M.A. Abdullayeva.</i> Oliy ta'lim muassasalarida “Radiatsion himoya va xavfsizlik” fanini o‘qitishda interfaol metoddan foydalanish uslubi ...	82
<i>E.X. Bozorov, R.B.Batirova.</i> “Yadro reaktori haqida umumiy ma'lumotlar” mavzusini o‘qitishda “Aqliy hujum” va “Klaster” metodidan foydalanish uslubi.....	89
<i>M. I. Djumayev, F. K.Kamolova.</i> Elementar matematikani o‘qitishda kvadratik funksiyaning geometrik talqini.....	96
<i>P. Қ. Маллаев.</i> Касбий фаолиятда информатика фани ривожланиши ислохотнинг муҳим элементи сифатида	106
<i>I.H.Khabibullayev, B.T.Murodullayev, D.O.Hagnazarova.</i> Matematik modellashtirish orqali takroriy ekin ekiladigan hududlarda gidrogeologiya muammolarini tizimli tahlil qilish	113
<i>I.H.Khabibullayev, B.T.Murodullayev, D.O.Hagnazarova.</i> Takroriy ekin ekiladigan hududlarda gidrogeologiya muammolarini hal qilishda tizimli yondashuv	121
<i>I. A. Ergashyev, B. Z. Usmonov.</i> Ko‘p tipli galton – vatson tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonlari.....	129
<i>И.О. Шихова.</i> Синфдан ташқари машғулотларда ўқувчиларнинг маънавий тафаккурини ривожлантириши.....	137
<i>Н.С.Якуббоева.</i> Информатика ўқитиш усул ва воситаларини web-технологиялар асосида такомиллаштириши.....	145



Jurnalning ushbu sonini
tayyorlashda qatnashganlar:
B. Olimov, F. Saidova, M. Ashurova, R. Turgunboyev, F. Ochilov
Kompyuterda sahifalovchi: M. Dadajanova.

O‘zbekiston Respublikasi Matbuot va axborot agentligida
№ 0103 tartib raqami bilan ro‘yxatdan o‘tgan.

O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya Komissiyasi Filologiya,
Pedagogika va psixologiya fanlari bo‘yicha ekspert kengashi tavsiyasi
(21.04.2014. №4) va Rayosat qarori (30.04.2014. №205/3) ga asosan
fan doktori ilmiy darajasiga talabgorlar jurnallari ro‘yxatiga «Fizika,
matematika va informatika» jurnali kiritilgan.

Tahririyat manzili:
Toshkent shahri, Bratislava ko‘chasi, 2-uy.
T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti

FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA jurnali

Web-site: <http://uzpfiti.uz/uz2/fizika,matematika,informatika.htm>

E-mail: fizmat_jurnali@inbox.uz

Bosishga ruxsat etildi. 20.08.2022 y. Qog‘oz bichimi 60x84 ¹/₁₆.

Ofset bosma usulida bosildi. 6 bosma taboq.

Adadi nusxa. Buyurtma №

“BIZNES POLIGRAF” MCHJ bosmaxonasi,
Toshkent shahar, Sh. Rustaveli ko‘chasi, 156 uy.

