ISSN 2181-1296

ILMIY AXBOROTNOMA

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК SCIENTIFIC JOURNAL

2022-yil, 1-son (131) **ANIQ FANLAR SERIYASI**

Matematika, Mexanika, Informatika, Fizika

Samarqand viloyat matbuot boshqarmasida ro‘yxatdan o‘tish tartibi 09-25.
Jurnal 1999-yildan chop qilina boshlagan va OAK ro‘yxatiga kiritilgan.

Obuna indeksi – yakka tartbidagi obunachilar uchun **- 5583,**
tashkilot, korxonalar uchun **- 5584**

MUNDARIJA / СОДЕРЖАНИЕ / CONTENTS

MATEMATIKA / МАТЕМАТИКА / MATHEMATICS

MEXANIKA / МЕХАНИКА / MECHANICS

UDK: 517.12

YAQINLASHUVCHI KETMA-KETLIKLAR GIPERFAZOSIDA EKSTENT

B. Z.Usmonov, T.A.Qobilov
Chirchiq davlat pedagogika instituti
tursunboyqobilov95@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada yaqinlashuvchi ketma-ketliklar giperfazosi haqida ma’lumotlar keltirilgan, sanoqli bazaga ega bo’lgan tapalogik fazoda ekstent haqidagi teorema keltirilgan va isbotlangan.

Kalit so‘zlar: Ekstent, topologik fazoning bazasi, salmoq, old bazasi, nuqtada baza, xarakter.

Экстент гиперпространства сходящих последовательностей

Аннотация. В этой статье представлена информация о гиперпространстве сходящих последовательностей, приведена и доказана теорема об экстремуме в топологическом пространстве с счетным снованием.

Ключевые слова: Экстент, основание топологического ространства, величина, фронтальное основание, основание в точке, характер.

The extent of the hyperspace of convergent subsequences

Abstract. This article presents information about the hyperspace of convergent sequences, presents and proves the theorem about the extremum in a topological space with countable warping.

Keywords: Extent, the base of a topological space, magnitude, frontal base, base at a point, character.

Topologik fazo va yaqinlashuvchi ketma-ketliklar giperfazosini kardina xossalarini o’rganish topologik fazolar giperfazosining asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi. X topologik fazo birorta ham nuqtada yakkalangan nuqtaga ega bo’masin. X topologik fazoninig ixtiyoriy $x \in X$ nuqtasi uchun $S_c\left(X,x\right)$ bilan $\left\{S \in S_c\left(X\right) : lim S = x\right\}$ shartni qanoatlantiruvchi to’plamni belgilaymiz. Bu to’plam uchun quyidagi munosabat o’rinli: $S_c\left(X,x\right) \subset exp_c X \subset exp X$. Bunda $\exp X$ bilan X topologik fazodagi barcha bo’sh bo’lmagan yopiq qism to’plamlarini belgilaymiz. Barcha bo’sh bo’lmagan yopiq to’plamlar quvvati n sondan oshmaydigan X fazodagi qism to’plamlarni $\exp_n X$ orqali belgilaymiz.

Braziliyalik matematiklar David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar “Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450” ishida quyidagi teoremani isbot qilishganlar: X topologik fazo uchun $S_c\left(X\right) \neq \varnothing$ shart o’rinli bo’lsin. U holda quyidagi tehgsizlik o’rinli bo’ladi: $e\left(X\right) \leq e\left(S_c\left(X,x\right)\right)$.

Yoqoridagi matematiklar o’larining ishlarida tengsizlikning ikkinchi tomoni isbotlashga savol qo’ygan. Ushbu maqolada quyidagi teorema isbotlandi: X topolologik fazo sanoqli bazaga ega bo’lsin va $S_c\left(X\right) \neq \varnothing$. U holda $e\left(X\right) = e\left(S_c\left(X,x\right)\right) = \aleph_0$ tenglik o’rinli bo’ladi.

Ixtiyoriy “tabiatli” bo’sh bo’lmagan X to’plam va $\tau = \{U_\alpha : U_\alpha \subseteq X, \alpha \in A\}$ sistema (shu X to’plamning qism to’plamlardan tashkil topgan) berilgan bo’lsin.

Ta’rif 1. Agar $\tau = \{U_\alpha : U_\alpha \subseteq X\}$ sistema (qism to’plamlar oilasi) quyidagi:

1) $\varnothing \in \tau, X \in \tau;$

2) τ sistemaning ixtiyoriy sondagi elementlarining birlashmasi τ ga tegishli bo'lsa, ya'ni ixtiyoriy $U_\alpha \in \tau$ uchun $\bigcup_{\alpha^1 \in A^1} U_\alpha \in \tau, \alpha^1 \in A^1, U_\alpha \in \tau$;

3) τ sistemaning ixtiyoriy chekli sondagi elementlari kesishmasi τ ga tegishli bo'lsa, ya'ni $\bigcap_{i=1}^{s} U_{\alpha_i} \in \tau, U_{\alpha_i} \in \tau, \forall \alpha_i \in A, i=\overline{1,s}$; shartlarni qanoatlantirsa, τ sistema X to'plamdagi topologiya, (X,τ) juftlik esa birgalikda *topologik fazo* deyiladi.

(X,τ) topologik fazo tashkil qilsa, τ sistemaning elementlari ochiq to'plamlar deb ataladi. Bu ta'rifdagi 1) – 3) shartlar topologiyaning yoki topologik fazoning aksiomalari deb yuritiladi. Ta'rifdan ma'lumki, X to'plam qanday bo'lishidan qat'iy nazar topologik fazodagi ochiq to'plamlar turlicha bo'lishi mumkin ekan. Ko'p hollarda, agar (X,τ) topologik fazo bo'lsa, τ sistema topologik struktura, X to'plam esa, (X,τ) topologik fazoning yoki topologiyaning ifodalovchisi - eltuvchisi deb ataladi.

Misol 1. X ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan to'plam bo'lsin. $\tau_0 = \{\varnothing, X\}$ sistemani olamiz. Bevosita tekshirib ko'rish mumkinki, (X,τ) juftlik topologik fazo tashkil qiladi. Ya'ni, ta'rifdagi 1- 3 - shartlar o'rinli. Bu topologik fazo trival yoki antidisret topologik fazo deb yuritiladi.

Misol 2. Ixtiyoriy X cheksiz to'plam berilgan bo'lsin. Qism to'plamlar oilasi τ sifatida $\varnothing, X$ va shunday $U_\alpha \subset X$ to'plamostilarni olamizki, X / U_α to'plam chekli to'plamdan iborat bo'lsin, ya'ni $\tau = \{\varnothing, X, U_\alpha \subset X : X / U_\alpha = CU_\alpha - chekli, \alpha \in A\}$. Bu yerda U_α to'plamostining X gacha bo'lgan to'ldiruvchisi CU_α bilan belgilanadi. To'plamlar ustida bajariladigan amallardan ma'lumki, bu τ to'plamlar oilasi ham topologiya tashkil qiladi. Bu topologik fazo Zarisskiy fazosi deb ataladi.

Misol 3. Ikki a va b elementlaridan iborat X to'plam berilgan bo'lsin. τ sistema sifatida bo'sh to'plam, X to'plamning o'zini va $\{a\}$ dan tashkil topgan to'plamlar oilasini olamiz, ya'ni $\tau = \{\varnothing, \{a,b\}, \{a\}\}$. Bu τ sistema ta'rifidagi 1) – 3) shartlarni qanoatlantirishi ravshan. Demak, (X,τ) juftlik topologik fazo tashkil etadi. Bu topologik fazo sodda qurilganiga qaramasdan, muhim va qiziqarli jihatlarga ega bo'lganligi uchun maxsus nom bilan "bog'lami ikki nuqta" deb yuritiladi.

Bunda X to'plam fazo deb, uning elementlari esa fazoning nuqtalari deb ataladi. X to'plamning τ oilaga tegishli elementlari X fazoning *ochiq to'plamlari*, τ oilaning o'zi esa X dagi topologiya deb ataladi.

Biror $x \in X$ nuqta va biror $U \subset X$ ochiq to'plam uchun $x \in U$ bo'lsa, u holda U to'plam x nuqtaning atrofi deyiladi.

Ta'rif 2. Aytaylik, (X,τ) - topologik fazo bo'lsin. Agar biror F to'plamning to'ldirmasi $X \setminus F$ - ochiq to'plam bo'lsa, u holda bu F to'plamga (X,τ) fazoda *yopiq to'plam* deyiladi.

Topologik fazoda yopiq to'plam, yakkalangan nuqta tushunchalari aniqlangandan keyin bu tushunchalar bilan bevosita bog'liq bo'lgan to'plamning urinish nuqtasi, to'plamning yopig'i, to'plamning ichi va ichki nuqtalar tushunchalarini ham bilish lozim bo'ladi.

Ta'rif 3. (X,τ) topologik fazoning $x_0 \in X$ nuqtasi berilgan bo'lib, bu nuqtaning ixtiyoriy U atrofi M to'plamning birorta nuqtasini o'zida saqlasa, ya'ni $U \cap M \neq \varnothing, M \subset X$ bo'lsa, u holda x_0 nuqta M to'plamning *urinish nuqtasi* deyiladi.

Topologik fazoda M to'plamning barcha urinish nuqtalaridan tashkil topgan to'plam uning yopig'i deb ataladi va $\overline{M}$ ko'rinishda belgilanadi.

Teorema 1. (X,τ) topologik fazoning M to'plami yopiq bo'lishi uchun u o'zining yopig'iga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

X topologik T_1-fazo berilgan bo'lsin. $\exp X$ bilan X topologik fazodagi barcha bo'sh bo'lmagan yopiq qism to'plamlarini belgilaymiz. Quyidagi barcha to'plamlar oilasi $\exp X$ to'plamda baza bo'ladi.

$$O<U_1,U_2,...,U_n>=\{F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i, F \cap U_i \neq \varnothing, i=1,2,...n\}$$

Bunda $U_1,U_2,...,U_n$ lar X dagi bo'sh bo'lmagan ochiq to'plamlar ketma-ketligi. Bu topologiya Vietoris topologiyasi deyiladi. $\exp X$ to'plam Vietoris topologiyasi bilan eksponensial fazo yoki giperfazo deyiladi. Barcha bo'sh bo'lmagan yopiq to'plamlar quvvati n sondan oshmaydigan X fazodagi qism to'plamlarni $\exp_n X$ orqali belgilaymiz, ya'ni:

$\exp_n X = \{F \in \exp X : |F| \leq n\}$, $\exp_\omega X = \cup\{\exp_n X : n=1,2...\}$

$\exp_c X = \{F \in \exp X : F - X$ dagi kompakt qism to'plam$\}$. Ravshanki, ixtiyoriy topologik fazo uchun quyidagi munosabat o'rinli: $\exp_n X \subset \exp_\omega X \subset \exp_c X \subset \exp X$

Ta'rif 4. (X,τ) topologik fazoning ixtiyoriy ochiq to'plamini $B \subset \tau$ oilaga tegishli to'plamlarning birlashmasi ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lsa, u holda B oilaga X fazoning bazasi deyiladi.

Ta'rif 5. (X,τ) topologik fazo va uning bazalari oilasi B berilgan bo'lsin. $|B|$ ko'rinishdagi barcha kardinal sonlar to'plami eng kichik kardinal songa ega. Bu eng kichik kardinal songa (X,τ) topologik fazoning salmog'i deyiladi va $w(X,\tau)$ kabi deyiladi.

Agar (X,τ) topologik fazoning salmog'i $w(X,\tau)=\aleph_0$ - sanoqli bo'lsa, u holda bunday topologik fazolarga sanoqli bazaga ega bo'lgan topologik fazolar deyiladi.

Ta'rif 6. Agar X fazoning har bir bo'sh bo'lmagan ochiq qism to'plamini β oilaning elementlari birlashmasi ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lsa, $\beta \subset X$ oila (X,τ) *topologik fazoning bazasi* deyiladi.

Ta'rifdan ma'lum bo'ldiki, har bir (X,τ) fazo bazaga ega. Ma'lumki, barcha ochiq to'plamlardan tashkil topgan oila uning bazasini tashkil qiladi.

Ta'rif 7. (X,τ) topologik fazoning x nuqtasi va shu nuqtaning biror $B(x)$ atroflar oilasi berilgan bo'lsin. Agar x nuqtaning ixtiyoriy V atrofi uchun $B(x)$ oiladan shunday $U \in B(x)$ element topilib, $x \in U \subset V$ o'rinli bo'lsa, u holda $B(x)$ oilaga (X,τ) topologik fazoning x *nuqtadagi bazasi* deyiladi.

Ravshanki, agar B - ochiq to'plamlar oilasi (X,τ) topologik fazoning bazasi bo'lsa, u holda bu oilaning x nuqtani o'z ichiga oluvchi barcha elementlaridan tuzilgan $B(x)$ oila (X,τ) fazoning x nuqtadagi bazasi bo'ladi.

Boshqa tomondan, agar har bir $x\in X$ nuqta uchun X fazoning x nuqtadagi $B(x)$ bazasi berilgan bo'lsa, u holda ularning birlashmasi $B=\cup\{B(x): x\in X\}$ esa (X,τ) topologik fazoning bazasi bo'ladi.

Ta'rif 8. (X,τ) fazoning biror $P\subset\tau$ - ochiq to'plamlar oilasi elementlarining mumkin bo'lgan barcha $U_1\cap U_2\cap...\cap U_k, U_i\in P, i=1,2,...k$ chekli kesishmalaridan iborat oila shu fazoda baza tashkil qilsa, P oilaga (X,τ) *fazoning old bazasi* deyiladi.

Ravshanki, (X,τ) topologik fazoning ixtiryoriy bazasi uning old bazasi bo'ladi.

Ta'rif 9. Bizga (X,τ) topologik fazoning x nuqtadagi bazalar oilasi $\{B(x)\}$ berilgan bo'lsin. $|B(x)|$ ko'rinishdagi kardinal sonlarning eng kichigiga x *nuqtaning xarakteri* deyiladi. Bu kardinal son $\chi(x,(X,\tau))$ ko'rinishda belgilanadi.

Ta'rif 10. (X,τ) topologik fazoga tegishli barcha nuqtalar xarakterlarining aniq yuqori chegarasiga shu *topologik fazoning xarakteri* deyiladi va bu kardinal son $\chi(x,(X,\tau))$ ko'rinishda belgilanadi, ya'ni $\chi(X,\tau)=\sup\{\chi(X,\tau)): x\in X\}$.

Agar (X,τ) topologik fazoning xarakteri sanoqli $\chi(X,\tau)\le\aleph_0$ bo'lsa, u holda (X,τ) fazoga *sanoqlilikning birinchi aksiomasini qanoatlantiradigan topologik fazo* deyiladi.

Buning ma'nosi (X,τ) topologik fazo har bir nuqtada sanoqli bazaga ega ekanligini bildiradi.

Ta'rif 11. Agar birorta X to'plamining to'plamostilari sistemasi $V=\{V_\alpha\}$ berilgan va bu sistema elementlari uchun $\bigcup_\alpha V_\alpha\in V, V_\alpha\in V, V_\alpha\subset X$ shart o'rinli bo'lsa, V sistema X to'plamining *qoplamasi* deyiladi.

Agar qoplamaning elementlari ochiq to'plamlardan tashkil topgan bo'lsa, u qoplama ochiq qoplama deb yuritiladi

Ta'rif 12. Agar X topologik fazodagi har qanday yakkalangan yopiq to'plamning quvvati $\le m$ dan oshmasa, bunda $m\ge\aleph_0$, u holda m kardinal songa X topologik fazoninig ekstenti deyiladi va $e(X)$ ko'rinishda belgilaniladi.

Ta'rif 13. X topologik fazo birorta ham nuqtada yakkalangan nuqtaga ega bo'lmasin. X topologik fazoninig ixtiyoriy $x\in X$ nuqtasi uchun $S_c(X,x)$ bilan $\{S\in S_c(X): lim S=x\}$ shartni qanoatlantiruvchi to'plamni belgilaymiz. Bu to'plam uchun quyidagi munosabat o'rinli: $S_c(X,x)\subset exp_c X\subset exp X$.

Braziliyalik matematiklar David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar "Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450" ishida quyidagi teoremani isbot qilishdilar:

Teorema 2. X topologik fazo uchun $S_c\left(X\right)\neq\varnothing$ shart o'rinli bo'lsin. U holda quyidagi tengsizlik o'rinli: $e\left(X\right)\leq e\left(S_c\left(X,x\right)\right)$.

Yoqoridagi matematiklar o'zlarining ishlarida tengsizlikning ikkinchi tomoni isbotlashga savol qo'ygan.

Ushbu maqolada quyidagi teorema isbotlandi.

Teorema 3. X topologik fazo sanoqli bazaga ega va $S_c\left(X\right)\neq\varnothing$ bo'lsin. U holda ekstent $e\left(X\right)=e\left(S_c\left(X,x\right)\right)=\aleph_0$ ga teng bo'ladi.

Isboti. Biz yuqoridagi teoremani ixtiyoriy bazaga ega topologik fazo uchun isbotlaymiz. Faraz qilaylik, X topologik fazoning salmog'i $w\left(X\right)=\tau\geq\aleph_0$ ga teng bo'lsin. U holda Mayklning teoremasiga asosan, $w\left(exp_c X\right)\leq\tau$ bo'ladi. Bizga ma'lumki, $S_c\left(X\right)\subseteq exp_c X$ ekanligidan va salmoq har qanday to'plamga nasliy bo'lganligidan $w\left(S_c\left(X\right)\right)\leq w\left(exp_c X\right)\leq\tau$ munosabat kelib chiqadi. [R.Engelking, 103 bet] teoremaga asosan, $e\left(S_c\left(X\right)\right)\leq w\left(exp_c X\right)\leq\tau$ bo'ladi. Teoremaning ikkinchi tomoni $e\left(X\right)\leq e\left(S_c\left(X,x\right)\right)$ 2-teoremadan kelib chiqadi.

Teorema isbot bo'ldi.

Natija 1. Evklid fazosi $R^n,\ n\in N$ uchun ekstent $e\left(R^n\right)=e\left(S_c\left(R^n\right)\right)=\aleph_0$ sanoqli.

Adabiyotlar

1. David Maya-Patricia Pellecer-Covarrubias-Roberto Pichardo-Mendoza, Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, Mathematica Slovaca 68 (2018), No. 2, 431-450.
2. Энгелькинг Р. Общая топология. Москва: Мир, 1986. – 752 с. 12. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. Москва, 2014 г.
3. Александров П.С. Мемуар о компактных топологических пространствах М.: Наука.- 1971.- 144 с
4. Архангельский А.В. Основы общей топологии в задачах и упражнениях / А.В. Архангельский, В.И. Пономарев.— М.: Наука.— 1974.— 423 с.
5. S. Macias. On the hyperspaces $C_n(X)$ of a continuum X, Topol. Appl.109 (2001) 273-256.
6. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Топология гиперпространств и ее приложения. Москва: Математика, кибернетика. 1989. Т.4. -48 с.
7. Beshimov R.B. On some cardinal invariants of hyperspaces // Mathematychni Studii. - 2005. № 2 (24). P. 197-202.
8. Beshimov R.B. O note weakly separable spaces // Mathematica Moravica. - 2002. - (6). - P. 9-19.
9. Beshimov R.B., Mukhamadiev F.G., Makhmasaidova S.M. Some cardinal properties of space of the permutation degree and locality density of the hyperspaces // "ТДПУ хабарлари" Tashkent, 2014, no. 2, p. 4-13.