

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
АНДИЖОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ**

МАМАДАЛИЕВ БАХТИЁР КАМИЛЬДЖАНОВИЧ

МАТЕМАТИКА

5111700 –Бошланғич таълим ва спорт тарбия иши йўналиши
талабалари учун

ЎҚУВ ҚЎЛЛАНМА

Андижон -2020

МАТЕМАТИКА

МАМАДАЛИЕВ БАХТИЁР КАМИЛЬДЖАНОВИЧ

Ушбу ўқув қўлланма университетлар ва педагогика институтларининг 5111700 - “Бошланғич таълим ва спорт тарбиявий иш” таълим йўналиши ўқув режасига киритилган математика фани ўқув дастури асосида ёзилган бўлиб, ундан кундузги ва сиртки бўлимларда математика фанидан амалий машғулотларни ўтишда ва талабаларнинг мустақил ишларини ташкил қилишда фойдаланиш мумкин.

Такризчилар: Юнусов Ф. – АДУ Бошланғич таълим методикаси
кафедраси доценти, п.ф.н.
Асимов А. – ФарДУ доценти, ф-м.ф.н.

СЎЗ БОШИ

Ҳозирги кунда барча соҳаларда бўлгани каби олий таълим тизимида ҳам улкан ишлар амалга оширилмоқда. Олий ўқув юртларининг моддий техника базасининг бойитилиши, ўқув жараёнларининг замонавий педагогик ва ахборот технологияларидан фойдаланилган ҳолда ташкил қилиниши, фан ўқитувчиларининг малакасини ошириш тизимининг янгиланиши, олий ўқув юртларида янги йўналишлар ва сиртки бўлимларнинг очилиши, олий ўқув юртларига кириш имтихонларининг шаффоф ва адолатли бўлишига эришиш каби ишлар шулар жумласидандир. Бу ишларнинг барчаси юқори малакали, ҳар томонлама етук, фикрлаш қобилияти ривожланган, ўзининг мустақил фикрига эга бўлган мутахассислар тайёрлашга қаратилган. Бу ишларни мувоффақиятли амалга оширишда маъруза ва амалий машғулот дарслари самарадорлигини ошириш билан бир қаторда талабаларни ўз устида мустақил ишлашга ўргатиш уларни бу соҳага доир ўқув қўлланмалар билан таъминлаш каби ишлар ҳам фан ўқитувчилари олдида турган муҳим вазифаларидан биридир. Ушбу ўқув қўлланма юқоридаги фикрлардан келиб чиққан ҳолда ёзилган бўлиб ундан университетларнинг “Бошланғич таълим ва спорт тарбиявий ишлари” (БТСТИ-5111700) таълим йўналишлари талабалари математика фанини мустақил ўрганишда ва математика фанидан мустақил иш топшириқларини бажаришда фойдаланишлари мумкин.

Қўлланма БТСТИ таълим йўналиши ўқув режаси математика фани ўқув дастури асосида ёзилган бўлишига қарамасдан ундан мактабгача таълим, тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси таълим йўналишлари талабалари ҳам математика фанини мустақил ўрганишда ва амалий машғулот дарсларида фойдаланишлари мумкин.

Қўлланма 2 боб ва 20 та параграфдан иборат бўлиб, ҳар бир параграф қуйидаги тартибда ёзилган. Дастлаб мавзуга оид саволлар берилган, сўнг мавзуга оид мисол ва масалалар ва уларни ечиш усуллари кўрсатилган. Шундан сўнг талабаларнинг мустақил бажаришлари учун мавзуга оид мисол ва масалалардан

иборат мустақил ишлар вариантлари берилган. Вариантлар шундай тузилганки, агар талаба мавзуга оид саволларни яхши ўзлаштирган бўлса, у бу вариантларда берилган мисол ва масалаларни қийналмасдан еча олади. Шунинг учун бу вариантлардан талабалар билимини баҳолашда, математика фанидан назорат ишларини ўтказишда ҳам фойдаланиш мумкин.

Қўлланма камчиликлардан холи деб айта олмаймиз. Бу камчиликларни кўрсатиб ўзининг фойдали фикрларини билдирган ўртоқларга олдиндан ўз ташаккуримизни билдирамиз.

Муаллиф.

I БОБ. АЛГЕБРА ВА АНАЛИТИК ГЕОМЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

1- §. Векторлар. Вектор координаталари

Мавзуга оид саволлар.

1. Вектор тушунчаси.
2. Текисликда декарт координаталар системаси.
3. Нуқтанинг координаталари.
4. Векторнинг координаталари.
5. Кесманинг узунлиги.
6. Векторнинг узунлиги.
7. Учбурчакнинг периметрини ва юзини ҳисоблаш.
8. Тўртбурчакнинг периметрини, диагоналлари ва юзини ҳисоблаш.

1-мисол. $\vec{a} = (3; -4)$ ва $\vec{b} = (6; -8)$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси ва бу векторлар орасидаги бурчак ҳисоблансин.

$$\text{Ечиш. } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 6 + (-4) \cdot (-8) = 50,$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5, |\vec{b}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10, \vec{a} \text{ ва } \vec{b}$$

векторлар орасидаги бурчакни φ билан белгилаб, $\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ формуладан

фойдаланамиз: $\cos \varphi = \frac{50}{5 \cdot 10} = 1$ бундан $\varphi = 0^\circ$ эканлиги келиб чиқади.

Жавоб: $\varphi = 0^\circ$.

2-мисол. Учлари $A(-3; 6)$, $B(3; -2)$, $C(6; 2)$ нуқталарда бўлган учбурчакнинг периметрини, юзини ва C учидан ўтказилган медианаси узунлигини ҳисобланг.

Ечиш. Учлари берилган кесма узунлигини ва учбурчак юзини топиш формулалари.

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [(x_1 y_2 - y_1 x_2) + (x_2 y_3 - y_2 x_3) + (x_3 y_1 - y_3 x_1)]$$

дан фойдаланамиз.

$$|AB| = \sqrt{(3+3)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10,$$

$$|AC| = \sqrt{(6+3)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{81+16} = \sqrt{97},$$

$$|BC| = \sqrt{(6-3)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{9+16} = 5,$$

$$P = |AB| + |AC| + |BC| = 10 + \sqrt{97} + 5 = 15 + \sqrt{97},$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot ((6-18) + (6+12) + (36+6)) = \frac{1}{2} \cdot (-12+18+42) = 24,$$

CE – медиана бўлсин.

$$E(x, y) \text{ нукта } AB \text{ кесманинг ўртаси бўлгани учун } x = \frac{-3+3}{2} = 0,$$

$$y = \frac{6-2}{2} = 2 \text{ бўлади, яъни медиана асоси } E \text{ нуктанинг координатлари } E(0, 2)$$

$$\text{га тенг бўлади. Шунинг учун } |CE| = \sqrt{(0-6)^2 + (2-2)^2} = 6.$$

$$\text{Жавоб: } P = 15 + \sqrt{97} \approx 25, S_{\Delta} = 24; \text{ медиана узунлиги } |CE| = 6.$$

1-Мустақил иш вариантлари

1.1. Қуйида $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ ва $C(x_3; y_3)$ нукталар берилган. ABC учбурчакнинг периметри ва юзи ҳисоблансин.

1-вариант. $A(-3; 4), B(5; 2), C(3; -2). P=?, S=?.$

2-вариант. $A(5; 7), B(-4; 3), C(3; -4). P=?, S=?.$

3-вариант. $A(-2; 4), B(1; 3), C(5; -3). P=?, S=?.$

4-вариант. $A(-3; 5), B(4; 7), C(6; -4). P=?, S=?.$

5-вариант. $A(3; -2), B(-5; 3), C(-4; 2). P=?, S=?.$

6-вариант. $A(-2; 5), B(5; 7), C(3; -4). P=?, S=?.$

7-вариант. $A(-6; 2), B(7; 4), C(2; -2). P=?, S=?.$

8-вариант. $A(7; -3), B(4; -5), C(-2; 8). P=?, S=?.$

9-вариант. $A(5; -2), B(6; 3), C(7; -4). P=?, S=?.$

10-вариант.	$A(7; 4),$	$B(-3; 5),$	$C(6; -2).$	$P=?, S=?.$
11-вариант.	$A(8; 6),$	$B(-5; 4),$	$C(7; -2).$	$P=?, S=?.$
12-вариант.	$A(3; -5),$	$B(5; 7),$	$C(-3; 4).$	$P=?, S=?.$
13-вариант.	$A(3; -4),$	$B(-4; 3),$	$C(5; 7).$	$P=?, S=?.$
14-вариант.	$A(3; -2),$	$B(5; 2),$	$C(-3; 4).$	$P=?, S=?.$
15-вариант.	$A(6; 8),$	$B(4; 2),$	$C(5; 1).$	$P=?, S=?.$
16-вариант.	$A(7; 5),$	$B(-3; 6),$	$C(4; -3).$	$P=?, S=?.$
17-вариант.	$A(6; 4),$	$B(7; -4),$	$C(5; -2).$	$P=?, S=?.$
18-вариант.	$A(-4; 2),$	$B(-5; 3),$	$C(3; -2).$	$P=?, S=?.$
19-вариант.	$A(7; -3),$	$B(4; 8),$	$C(5; -2).$	$P=?, S=?.$
20-вариант.	$A(5; -2),$	$B(6; -3),$	$C(7; 4).$	$P=?, S=?.$
21-вариант.	$A(8; 6),$	$B(-5; 4),$	$C(7; -3).$	$P=?, S=?.$
22-вариант.	$A(6; 4),$	$B(3; -2),$	$C(5; 4).$	$P=?, S=?.$
23-вариант.	$A(3; -2),$	$B(5; 2),$	$C(-3; 4).$	$P=?, S=?.$
24-вариант.	$A(6; 8),$	$B(4; -2),$	$C(5; -1).$	$P=?, S=?.$
25-вариант.	$A(5; 7),$	$B(6; -3),$	$C(-3; 4).$	$P=?, S=?.$
26-вариант.	$A(2; -4),$	$B(3; -5),$	$C(-2; 3).$	$P=?, S=?.$
27-вариант.	$A(5; 3),$	$B(7; 5),$	$C(4; -3).$	$P=?, S=?.$
28-вариант.	$A(-2; 3),$	$B(3; -5),$	$C(2; 7).$	$P=?, S=?.$
29-вариант.	$A(7; -3),$	$B(8; 6),$	$C(4; -1).$	$P=?, S=?.$
30-вариант.	$A(4; 6),$	$B(-5; 7),$	$C(-4; 2).$	$P=?, S=?.$

1.2. Абцисса ўқида жойлашган ва берилган $A(x_1; y_1)$ ва $B(x_2; y_2)$ нуқталардан тенг узокликда ётган C нуқтанинг координаталарини аниқланг.

- 1-вариант. $A(8; -3), B(3; 12), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 2-вариант. $A(-5; 7), B(4; -5), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 3-вариант. $A(3; 9), B(5; -2), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 4-вариант. $A(6; -8), B(12; 5), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 5-вариант. $A(-3; 7), B(5; 11), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 6-вариант. $A(9; -5), B(4; 5), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 7-вариант. $A(2; -4), B(5; 7), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 8-вариант. $A(5; -2), B(4; -5), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 9-вариант. $A(7; -3), B(4; 12), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 10-вариант. $A(-4; 6), B(5; 7), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 11-вариант. $A(6; -5), B(5; 12), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 12-вариант. $A(4; -3), B(5; 10), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 13-вариант. $A(2; 5), B(7; -5), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 14-вариант. $A(1; 4), B(-5; 6), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 15-вариант. $A(3; -6), B(-2; 4), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 16-вариант. $A(7; 10), B(8; -3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 17-вариант. $A(7; -2), B(-5; 7), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 18-вариант. $A(4; -5), B(-5; 7), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 19-вариант. $A(3; 9), B(-2; 6), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.

- 20-вариант. $A(4; 9), B(5; -4), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 21-вариант. $A(5; 12), B(6; -3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 22-вариант. $A(7; -2), B(3; 10), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 23-вариант. $A(6; -3), B(4; 12), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 24-вариант. $A(3; 7), B(8; -4), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 25-вариант. $A(5; 9), B(3; -2), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 26-вариант. $A(-5; 6), B(4; 7), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 27-вариант. $A(3; 8), B(6; -3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 28-вариант. $A(4; -3), B(7; -5), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 29-вариант. $A(2; 7), B(4; -2), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.
- 30-вариант. $A(8; -5), B(3; 12), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OX, C(x; y) = ?$.

1.3. $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ нукталар берилган. Ордината ўқининг бу берилган нукталардан тенг узоқликда ётган C нуктасининг координаталарини аниқланг.

- 1-вариант. $A(7; -3), B(12; 2), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 2-вариант. $A(-5; 6), B(2; -3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 3-вариант. $A(4; 6), B(10; 3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 4-вариант. $A(-3; 5), B(3; 6), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 5-вариант. $A(4; -2), B(6; 2), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 6-вариант. $A(-2; 5), B(4; -3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 7-вариант. $A(7; -3), B(9; 2), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.
- 8-вариант. $A(-4; 6), B(4; -3), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.

9-вариант.	$A(5; 2),$	$B(8; 4),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
10-вариант.	$A(5; -4),$	$B(7; 5),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
11-вариант.	$A(-2; 5),$	$B(3; -4),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
12-вариант.	$A(8; -3),$	$B(10; 2),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
13-вариант.	$A(7; 5),$	$B(2; -3),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
14-вариант.	$A(4; -6),$	$B(-3; 5),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
15-вариант.	$A(7; -4),$	$B(8; 2),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
16-вариант.	$A(-5; 5),$	$B(4; -3),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
17-вариант.	$A(8; -4),$	$B(12; 4),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
18-вариант.	$A(-6; 8),$	$B(2; -4),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
19-вариант.	$A(5; 2),$	$B(9; -3),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
20-вариант.	$A(-7; 2),$	$B(3; 5),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
21-вариант.	$A(8; -5),$	$B(10; 4),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
22-вариант.	$A(10; -4),$	$B(5; 7),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
23-вариант.	$A(2; -3),$	$B(-5; 6),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
24-вариант.	$A(3; 6),$	$B(-3; 5),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
25-вариант.	$A(-4; 3),$	$B(-2; 6),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
26-вариант.	$A(7; 5),$	$B(5; -4),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
27-вариант.	$A(9; -2),$	$B(8; 3),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
28-вариант.	$A(7; 5),$	$B(4; -6),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$
29-вариант.	$A(5; 10),$	$B(4; -3),$	$ CA = CB ,$	$C(x, y) \in OY.$	$C(x; y) = ?.$

30-вариант. $A(12; 4), B(8; -6), |CA| = |CB|, C(x, y) \in OY. C(x; y) = ?$.

1.4. $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$ нуқталар берилган. ABC учбурчакнинг:

а) энг катта медианасининг узунлигини ҳисобланг;

б) энг катта баландлигининг узунлигини ҳисобланг;

1-вариант. $A(5; -3), B(7; 5), C(-2; 3)$.

2-вариант. $A(-4; 6), B(-2; -3), C(3; 5)$.

3-вариант. $A(3; 7), B(2; -5), C(1; -4)$.

4-вариант. $A(2; 5), B(3; -2), C(4; 3)$.

5-вариант. $A(3; 7), B(-2; 5), C(1; -4)$.

6-вариант. $A(6; -2), B(8; 6), C(-3; 4)$.

7-вариант. $A(-5; 7), B(-3; -4), C(4; 6)$.

8-вариант. $A(4; 8), B(3; -6), C(-5; 6)$.

9-вариант. $A(3; 6), B(4; -3), C(5; 4)$.

10-вариант. $A(4; 8), B(-2; 5), C(2; -4)$.

11-вариант. $A(7; -5), B(9; 7), C(-4; 5)$.

12-вариант. $A(-2; 4), B(-4; 5), C(6; 8)$.

13-вариант. $A(2; 5), B(4; -3), C(-4; 6)$.

14-вариант. $A(-2; 3), B(7; 5), C(5; -3)$.

15-вариант. $A(5; 9), B(-4; 7), C(3; -6)$.

16-вариант. $A(6; -3), B(7; 4), C(-3; 5)$.

17-вариант.	$A(4; 7),$	$B(3; -6),$	$C(-5; 8).$
18-вариант.	$A(2; 6),$	$B(-3; 5),$	$C(1; -4).$
19-вариант.	$A(3; 7),$	$B(2; -4),$	$C(-3; 5).$
20-вариант.	$A(2; 5),$	$B(4; -2),$	$C(5; 3).$
21-вариант.	$A(4; 8),$	$B(-3; 6),$	$C(2; -5).$
22-вариант.	$A(-4; 6),$	$B(-3; -1),$	$C(2; 4).$
23-вариант.	$A(3; 5),$	$B(2; -4),$	$C(-2; 4).$
24-вариант.	$A(2; 6),$	$B(2; -5),$	$C(4; 2).$
25-вариант.	$A(2; -4),$	$B(-2; 5),$	$C(4; 8).$
26-вариант.	$A(4; 3),$	$B(3; -2),$	$C(5; 2).$
27-вариант.	$A(-4; 5),$	$B(2; -5),$	$C(3; 7).$
28-вариант.	$A(5; -2),$	$B(6; 4),$	$C(-1; 2).$
29-вариант.	$A(3; 7),$	$B(-2; 6),$	$C(1; -3).$
30-вариант.	$A(3; -2),$	$B(2; 5),$	$C(4; 3).$

2-§. Координаталари билан берилган векторлар устида амаллар

Мавзуга оид саволлар.

1. Векторларни сонга кўпайтириш.
2. Векторларни кўшиш.
3. Векторларни айириш.
4. Векторларни скаляр кўпайтмаси ва унинг ҳоссалари.

5. Векторларнинг параллеллик ва перпендикулярлик шартлари.

6. Томонлари берилган вектордан иборат параллелограммнинг юзини ҳисоблаш формуласи.

1-мисол. $\vec{a} = (-3; 5)$ ва $\vec{b} = (4; 6)$ векторлар берилган. Ушбу $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ ва $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ векторларнинг узунлиги, йиғиндиси, айирмаси ва скаляр кўпайтмаси ҳисоблансин.

Ечиш. $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = 2 \cdot \overline{(-3; 5)} + 3 \cdot \overline{(4; 6)} = \overline{(-6; 10)} + \overline{(12; 18)} = \overline{(6; 28)}$, $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} = 3 \cdot \overline{(-3; 5)} - 4 \cdot \overline{(4; 6)} = \overline{(-9; 15)} - \overline{(16; 24)} = \overline{(-25; -9)}$,

$$|\vec{c}| = \sqrt{6^2 + 28^2} = \sqrt{36 + 784} = \sqrt{820},$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{(-25)^2 + 81} = \sqrt{625 + 81} = \sqrt{706},$$

$$\vec{c} + \vec{d} = \overline{(6; 28)} + \overline{(-25; -9)} = \overline{(-19; 19)},$$

$$\vec{c} - \vec{d} = \overline{(6; 28)} - \overline{(-25; -9)} = \overline{(31; 37)},$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = \overline{(6; 28)} \cdot \overline{(-25; -9)} = 6 \cdot (-25) + 28 \cdot (-9) = -150 - 252 = -402.$$

2-Мустақил иш вариантлари

2.1. $\vec{a} = (a_1; a_2)$ ва $\vec{b} = (b_1; b_2)$ векторлар берилган. Ушбу $\vec{c} = 3\vec{a} - 5\vec{b}$ ва $\vec{d} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$ векторларнинг узунликлари, йиғиндиси, айирмаси ва скаляр кўпайтмаси ҳисоблансин.

1-вариант. а) $\vec{a}(4; 7)$ $\vec{b}(-3; 5)$, б) $\vec{a}(3; 1; -2)$ $\vec{b}(2; 5; 3)$.

2-вариант. а) $\vec{a}(3; 5)$ $\vec{b}(-2; 6)$, б) $\vec{a}(-2; 3; 4)$ $\vec{b}(1; 3; 7)$.

3-вариант. а) $\vec{a}(-3; 4)$ $\vec{b}(3; -7)$, б) $\vec{a}(5; 2; 6)$ $\vec{b}(3; -4; 7)$.

4-вариант. а) $\vec{a}(-3; 4)$ $\vec{b}(5; -7)$, б) $\vec{a}(5; 0; 3)$ $\vec{b}(6; 4; 2)$.

5-вариант. а) $\vec{a}(4; 8)$ $\vec{b}(-3; 6)$, б) $\vec{a}(-5; 2; 0)$ $\vec{b}(-2; 1; 4)$.

6-вариант. а) $\vec{a}(1; 0; 2)$ $\vec{b}(-1; 1; 3)$, б) $\vec{a}(3; 1; -4)$ $\vec{b}(5; 2; -3)$.

- 7-вариант. а) $\bar{a}(-6; 3)$ $\bar{b}(4; 2)$, б) $\bar{a}(1; -3; -2)$ $\bar{b}(4; -5; 2)$.
- 8-вариант. а) $\bar{a}(3; -4)$ $\bar{b}(1; -1)$, б) $\bar{a}(-1; 2; -3)$ $\bar{b}(0; -4; 2)$.
- 9-вариант. а) $\bar{a}(-2; -3)$ $\bar{b}(4; -1)$, б) $\bar{a}(2; -5; 4)$ $\bar{b}(1; 6; 3)$.
- 10-вариант. а) $\bar{a}(1; -3)$ $\bar{b}(-2; -5)$, б) $\bar{a}(-1; -4; 3)$ $\bar{b}(4; 5; 2)$.
- 11-вариант. а) $\bar{a}(-3; 3)$ $\bar{b}(-2; 1)$, б) $\bar{a}(1; 2; 5)$ $\bar{b}(2; 3; -4)$.
- 12-вариант. а) $\bar{a}(-5; 1)$ $\bar{b}(-4; 3)$, б) $\bar{a}(-3; 2; 1)$ $\bar{b}(4; -5; -2)$.
- 13-вариант. а) $\bar{a}(0; -2)$ $\bar{b}(3; -1)$, б) $\bar{a}(1; -3; 4)$ $\bar{b}(5; -7; 3)$.
- 14-вариант. а) $\bar{a}(-4; 5)$ $\bar{b}(6; -5)$, б) $\bar{a}(-2; 3; -1)$ $\bar{b}(4; -3; 5)$.
- 15-вариант. а) $\bar{a}(1; 2)$ $\bar{b}(3; -4)$, б) $\bar{a}(-2; 3; -5)$ $\bar{b}(4; -2; -3)$.
- 16-вариант. а) $\bar{a}(-3; 2)$ $\bar{b}(1; -4)$, б) $\bar{a}(-4; 3; 5)$ $\bar{b}(1; 2; 3)$.
- 17-вариант. а) $\bar{a}(-3; 1)$ $\bar{b}(2; -5)$, б) $\bar{a}(-2; 5; 3)$ $\bar{b}(4; -2; 1)$.
- 18-вариант. а) $\bar{a}(-6; 3)$ $\bar{b}(7; -4)$, б) $\bar{a}(2; -5; 6)$ $\bar{b}(1; 4; 5)$.
- 19-вариант. а) $\bar{a}(-4; 6)$ $\bar{b}(5; -3)$, б) $\bar{a}(-6; 9; 3)$ $\bar{b}(5; -6; -2)$.
- 20-вариант. а) $\bar{a}(4; -3)$ $\bar{b}(-4; 3)$, б) $\bar{a}(5; -6; 2)$ $\bar{b}(4; -1; -2)$.
- 21-вариант. а) $\bar{a}(-7; 5)$ $\bar{b}(3; -5)$, б) $\bar{a}(6; -4; 3)$ $\bar{b}(2; 1; 5)$.
- 22-вариант. а) $\bar{a}(3; 4)$ $\bar{b}(5; 2)$, б) $\bar{a}(0; -2; 5)$ $\bar{b}(4; 3; -6)$.
- 23-вариант. а) $\bar{a}(2; -6)$ $\bar{b}(3; -4)$, б) $\bar{a}(-1; 3; -5)$ $\bar{b}(2; -4; 6)$.
- 24-вариант. а) $\bar{a}(-3; 5)$ $\bar{b}(-1; -2)$, б) $\bar{a}(-4; 6; 3)$ $\bar{b}(4; -2; -1)$.
- 25-вариант. а) $\bar{a}(-2; 3)$ $\bar{b}(5; 1)$, б) $\bar{a}(-1; 3; 6)$ $\bar{b}(3; -5; -4)$.
- 26-вариант. а) $\bar{a}(-6; -2)$ $\bar{b}(4; -1)$, б) $\bar{a}(-3; 1; 5)$ $\bar{b}(7; -4; 2)$.

27-вариант. а) $\bar{a}(-1; 1)$ $\bar{b}(2; -3)$, б) $\bar{a}(-4; 6; 3)$ $\bar{b}(5; -4; 1)$.

28-вариант. а) $\bar{a}(-4; 5)$ $\bar{b}(-5; 6)$, б) $\bar{a}(0; 2; -1)$ $\bar{b}(-3; -4; 7)$.

29-вариант. а) $\bar{a}(-3; -4)$ $\bar{b}(6; -7)$, б) $\bar{a}(1; -5; 2)$ $\bar{b}(2; 3; 4)$.

30-вариант. а) $\bar{a}(0; -2)$ $\bar{b}(3; 4)$, б) $\bar{a}(-1; 4; -5)$ $\bar{b}(-1; -2; 2)$.

2.2. $\bar{a}$ ва $\bar{b}$ векторлар координаталари билан берилган. Ушбу $\bar{c} = 6\bar{a} - 4\bar{b}$ ва $\bar{d} = 9\bar{a} + 5\bar{b}$ векторларнинг вектор кўпайтмаси ва томонлари бу векторлардан иборат учбурчакнинг юзи ҳисоблансин.

1-вариант. а) $\bar{a}(1; -3)$ $\bar{b}(-4; 3)$, б) $\bar{a}(4; -6; 2)$ $\bar{b}(4; -1; -2)$.

2-вариант. а) $\bar{a}(-7; 5)$ $\bar{b}(3; -5)$, б) $\bar{a}(3; -4; 3)$ $\bar{b}(2; 1; 5)$.

3-вариант. а) $\bar{a}(3; 4)$ $\bar{b}(5; 2)$, б) $\bar{a}(0; -2; 5)$ $\bar{b}(4; 3; -6)$.

4-вариант. а) $\bar{a}(2; -6)$ $\bar{b}(3; -4)$, б) $\bar{a}(-1; 3; -5)$ $\bar{b}(2; -4; 6)$.

5-вариант. а) $\bar{a}(-3; 5)$ $\bar{b}(-1; -2)$, б) $\bar{a}(-4; 6; 3)$ $\bar{b}(4; -2; -1)$.

6-вариант. а) $\bar{a}(-2; 3)$ $\bar{b}(5; 1)$, б) $\bar{a}(-1; 3; 6)$ $\bar{b}(3; -5; -4)$.

7-вариант. а) $\bar{a}(-6; -2)$ $\bar{b}(4; -1)$, б) $\bar{a}(-3; 1; 5)$ $\bar{b}(7; -4; 2)$.

8-вариант. а) $\bar{a}(-1; 1)$ $\bar{b}(2; -3)$, б) $\bar{a}(-4; 6; 3)$ $\bar{b}(5; -4; 1)$.

9-вариант. а) $\bar{a}(-4; 5)$ $\bar{b}(-5; 6)$, б) $\bar{a}(0; 2; -1)$ $\bar{b}(-3; -4; 7)$.

10-вариант. а) $\bar{a}(-3; -4)$ $\bar{b}(6; -7)$, б) $\bar{a}(1; -5; 2)$ $\bar{b}(2; 3; 4)$.

11-вариант. а) $\bar{a}(0; -2)$ $\bar{b}(3; 4)$, б) $\bar{a}(-1; 4; -5)$ $\bar{b}(-1; -2; 2)$.

12-вариант. а) $\bar{a}(4; 7)$ $\bar{b}(-3; 5)$, б) $\bar{a}(3; 1; -2)$ $\bar{b}(2; 5; 3)$.

13-вариант. а) $\bar{a}(3; 5)$ $\bar{b}(-2; 6)$, б) $\bar{a}(-2; 3; 4)$ $\bar{b}(1; 3; 7)$.

14-вариант. а) $\bar{a}(-3; 4)$ $\bar{b}(3; -7)$, б) $\bar{a}(5; 2; 6)$ $\bar{b}(3; -4; 7)$.

- 15-вариант. а) $\bar{a}(-3; 4) \quad \bar{b}(5; -7)$, б) $\bar{a}(5; 0; 3) \quad \bar{b}(6; 4; 2)$.
- 16-вариант. а) $\bar{a}(4; 8) \quad \bar{b}(-3; 6)$, б) $\bar{a}(-5; 2; 0) \quad \bar{b}(-2; 1; 4)$.
- 17-вариант. а) $\bar{a}(1; 0; 2) \quad \bar{b}(-1; 1; 3)$, б) $\bar{a}(3; 1; -4) \quad \bar{b}(5; 2; -3)$.
- 18-вариант. а) $\bar{a}(-6; 3) \quad \bar{b}(4; 2)$, б) $\bar{a}(1; -3; -2) \quad \bar{b}(4; -5; 2)$.
- 19-вариант. а) $\bar{a}(3; -4) \quad \bar{b}(1; -1)$, б) $\bar{a}(-1; 2; -3) \quad \bar{b}(0; -4; 2)$.
- 20-вариант. а) $\bar{a}(-2; -3) \quad \bar{b}(4; -1)$, б) $\bar{a}(2; -5; 4) \quad \bar{b}(1; 6; 3)$.
- 21-вариант. а) $\bar{a}(1; -3) \quad \bar{b}(-2; -5)$, б) $\bar{a}(-1; -4; 3) \quad \bar{b}(4; 5; 2)$.
- 22-вариант. а) $\bar{a}(-7; 5) \quad \bar{b}(3; -5)$, б) $\bar{a}(6; -4; 3) \quad \bar{b}(2; 1; 5)$.
- 23-вариант. а) $\bar{a}(3; 4) \quad \bar{b}(5; 2)$, б) $\bar{a}(0; -2; 5) \quad \bar{b}(4; 3; -6)$.
- 24-вариант. а) $\bar{a}(2; -6) \quad \bar{b}(3; -4)$, б) $\bar{a}(-1; 3; -5) \quad \bar{b}(2; -4; 6)$.
- 25-вариант. а) $\bar{a}(-3; 5) \quad \bar{b}(-1; -2)$, б) $\bar{a}(-4; 6; 3) \quad \bar{b}(4; -2; -1)$.
- 26-вариант. а) $\bar{a}(-2; 3) \quad \bar{b}(5; 1)$, б) $\bar{a}(-1; 3; 6) \quad \bar{b}(3; -5; -4)$.
- 27-вариант. а) $\bar{a}(-6; -2) \quad \bar{b}(4; -1)$, б) $\bar{a}(-3; 1; 5) \quad \bar{b}(7; -4; 2)$.
- 28-вариант. а) $\bar{a}(-1; 1) \quad \bar{b}(2; -3)$, б) $\bar{a}(-4; 6; 3) \quad \bar{b}(5; -4; 1)$.
- 29-вариант. а) $\bar{a}(-4; 5) \quad \bar{b}(-5; 6)$, б) $\bar{a}(0; 2; -1) \quad \bar{b}(-3; -4; 7)$.
- 30-вариант. а) $\bar{a}(-3; -4) \quad \bar{b}(6; -7)$, б) $\bar{a}(1; -5; 2) \quad \bar{b}(2; 3; 4)$.

3-§. Бир ўзгарувчили тенгсизликлар конъюнкцияси ва дизъюнкцияси

Мавзуга оид саволлар.

1. Тенгсизлик тушунчаси.
2. Тенгсизликларнинг ҳоссалари.

3. Тенгсизликлар устида арифметик амаллар.
4. Тўғри ва нотўғри тенгсизликлар.
5. Бир ўзгарувчи тенгсизликнинг ростлик соҳаси.
6. Тенг кучли тенгсизликлар.
7. Бир ўзгарувчи тенгсизликларнинг конъюнкцияси ва унинг ростлик соҳаси.
8. Бир ўзгарувчи тенгсизликларнинг дизъюнкцияси ва унинг ростлик соҳаси.
9. Бир ўзгарувчи тенгсизликларнинг ростлик соҳасини топиш усуллари.

1-мисол.

$x^2 - 6x + 5 < 0$ тенгсизликнинг ростлик соҳасини топинг.

Ечиш. Берилган тенгсизликни $P(x)$ билан, унинг ростлик соҳасини E_p билан белгилаб оламиз. У ҳолда,

$$P(x) = (x - 1)(x - 5) < 0 \Leftrightarrow (x - 1 < 0) \wedge (x - 5 > 0) \vee (x - 1 > 0) \wedge (x - 5 < 0) \Leftrightarrow (x < 1) \wedge (x > 5) \vee (x > 1) \wedge (x < 5).$$

Демак берилган тенгсизликнинг ростлик соҳаси

$$E_p = (-\infty; 1) \cap (5; \infty) \cup (1; \infty) \cap (-\infty; 5) = \emptyset \cup (1; 5) = (1; 5) \text{ бўлади.}$$

Жавоб: $(1; 5)$.

2-мисол.

$\frac{2x+6}{5x-10} > 0$ Тенгсизликнинг ростлик соҳасини топинг.

Ечиш. Берилган тенгсизликни $P(x)$ билан, унинг ростлик соҳасини E_p билан белгилаб оламиз.

$$P(x) \equiv (2x + 6 > 0) \wedge (5x - 10 > 0) \vee (2x + 6 < 0) \wedge (5x - 10 < 0) \equiv (x > -3) \wedge (x > 2) \vee (x < -3) \wedge (x < 2).$$

$$\text{Бундан: } E_p = (-3; \infty) \cap (2; \infty) \cup (-\infty; -3) \cap (-\infty; 2) = (2; \infty) \cup (-\infty; -3)$$

Жавоб: $E_p = (-\infty; -3) \cup (2; \infty)$.

3-Мустақил иш вариантлари

3.1.Тенгсизликларни ечинг.

1-вариант.

а) $x^2 - 20x - 51 < 0$; в) $|2x - 9| < 15$; д) $\frac{6x-24}{3x+9} < 0$;

б) $x^2 - 12x - 45 > 0$; г) $|5x - 12| > 28$; е) $\frac{5x+15}{2x+1} \geq 0$.

2-вариант.

а) $x^2 - 4x - 165 < 0$; в) $|4x - 7| < 2$; д) $\frac{9x-27}{7x+21} < 0$;

б) $x^2 - 10x - 24 > 0$; г) $|3x + 8| > 24$; е) $\frac{5x-35}{8x-16} \geq 0$.

3-вариант.

а) $x^2 - 10x - 170 < 0$; в) $|2x - 3| < 5$; д) $\frac{4x-11}{3x+9} < 0$;

б) $x^2 - 5x - 84 > 0$; г) $|6x - 11| > 13$; е) $\frac{x-7}{5x+20} \geq 0$.

4-вариант.

а) $x^2 + 6x - 40 < 0$; в) $|8x - 3| < 29$; д) $\frac{9x-30}{x+4} < 0$;

б) $x^2 + 3x - 70 > 0$; г) $|7x + 4| > 32$; е) $\frac{4x-28}{5x-14} \geq 0$.

5-вариант.

а) $x^2 - 15x + 26 < 0$; в) $|4x + 28| < 44$; д) $\frac{6x-24}{2x+15} < 0$;

б) $x^2 - 50x + 50 > 0$; г) $|5x - 13| > 17$; е) $\frac{3x-27}{2x+14} \geq 0$.

6-вариант.

а) $x^2 - 17x + 72 < 0$; б) $x^2 - 7x - 78 > 0$; в) $|3x + 22| < 30$;

г) $|7x - 3| > 25$;

д) $\frac{5x-1}{x+2} < 0$;

е) $\frac{8x-40}{4x+24} \geq 0$.

7-вариант.

а) $x^2 - 13x - 48 < 0$;

в) $|2x + 17| < 33$;

д) $\frac{3x-11}{x+1} < 0$;

б) $x^2 - 12x - 64 > 0$;

г) $|8x - 1| > 13$;

е) $\frac{4x-3}{7x+5} \geq 0$

8-вариант.

а) $x^2 - 14x - 45 < 0$;

в) $|x - 9| < 18$;

д) $\frac{5x+4}{8x-7} < 0$;

б) $x^2 - 15x - 34 > 0$;

г) $|4x + 3| > 15$;

е) $\frac{3x+10}{7x-21} \geq 0$;

9-вариант.

а) $x^2 + 5x - 84 < 0$;

в) $|x - 3| < 10$;

д) $\frac{x-9}{8x-16} < 0$;

б) $x^2 - 14x + 48 > 0$;

г) $|6x - 13| > 17$

е) $\frac{2x+18}{7x-21} \geq 0$.

10-вариант.

а) $x^2 - 10x - 56 < 0$;

в) $|7x - 1| < 27$;

д) $\frac{4x-3}{5x+15} < 0$;

б) $x^2 - 15x + 50 > 0$;

г) $|5x - 8| > 22$;

е) $\frac{x+4}{8x-9} \geq 0$.

11-вариант.

а) $x^2 - 10x - 75 < 0$;

в) $|x + 5| + 11$;

д) $\frac{2x-1}{3x+1} < 0$;

б) $x^2 - 11x - 60 > 0$;

г) $|x - 6| > 8$;

е) $\frac{2x+3}{3x-1} \geq 0$.

12-вариант.

а) $x^2 - 18x + 32 < 0$;

в) $|3 + 2x| < 7$;

д) $\frac{8x+5}{3x+9} < 0$;

$$\text{б) } x^2 - 8x + 12 > 0;$$

$$\text{г) } |3x - 4| > 5;$$

$$\text{е) } \frac{12x+36}{16x+24} \geq 0.$$

13-вариант.

$$\text{а) } x^2 + 6x + 9 < 0;$$

$$\text{в) } |x + 17| > 21;$$

$$\text{д) } \frac{3x+4}{x+6} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 12x - 45 > 0;$$

$$\text{г) } |4x + 3| < 4;$$

$$\text{е) } \frac{15x+45}{8x+48} \geq 0.$$

14-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 10x + 25 < 0;$$

$$\text{в) } |x - 2| < 1;$$

$$\text{д) } \frac{x+1}{x-3} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 10x + 9 > 0;$$

$$\text{г) } |x - 8| > 11;$$

$$\text{е) } \frac{9x+6}{3x-12} \geq 0.$$

15-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 13x - 12 < 0;$$

$$\text{в) } |5x + 1| < 3;$$

$$\text{д) } \frac{5x+8}{2x+3} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 16x + 15 > 0;$$

$$\text{г) } |x + 13| > 15;$$

$$\text{е) } \frac{7x-18}{x+15} \geq 0.$$

16-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 17x + 60 < 0;$$

$$\text{в) } |x + 11| < 15;$$

$$\text{д) } \frac{4x-1}{4x-9} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 + 16x - 36 > 0;$$

$$\text{г) } |3x - 7| < 4;$$

$$\text{е) } \frac{3x-2}{x+3} > 0.$$

17-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 13x - 30 < 0;$$

$$\text{в) } |x - 9| < 0;$$

$$\text{д) } \frac{17x-54}{2x+1} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 + 6x - 27 > 0;$$

$$\text{г) } |x + 7| > 0;$$

$$\text{е) } \frac{4x+5}{x-7} \geq 0.$$

18-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 9x - 75 < 0;$$

$$\text{в) } |x + 9| < 13;$$

$$\text{д) } \frac{3x-27}{8x-10} < 0;$$

$$\text{б)} x^2 - 21x + 108 > 0;$$

$$\text{г)} |x - 5| > 7;$$

$$\text{е)} \frac{x+1}{x-3} \geq 0.$$

19-вариант.

$$\text{а)} x^2 - 6x + 27 < 0;$$

$$\text{в)} |3x - 54| < 27;$$

$$\text{д)} \frac{7x-21}{3x+12} < 0;$$

$$\text{б)} x^2 + 15x + 54 > 0;$$

$$\text{г)} |5x + 3| > 13;$$

$$\text{е)} \frac{9x+19}{4x-24} \geq 0.$$

20-вариант.

$$\text{а)} x^2 - 15x + 34 < 0;$$

$$\text{в)} |4x - 3| < 12;$$

$$\text{д)} \frac{x-7}{x+2} < 0;$$

$$\text{б)} x^2 - 19x + 18 > 0;$$

$$\text{г)} |6x - 7| > 5;$$

$$\text{е)} \frac{2x-8}{3x+15} \geq 0.$$

21-вариант.

$$\text{а)} x^2 + 4x - 45 < 0;$$

$$\text{в)} |7x + 5| < 12;$$

$$\text{д)} \frac{3x+18}{9x-36} < 0;$$

$$\text{б)} x^2 - 9x - 36 > 0;$$

$$\text{г)} |5x - 12| > 48;$$

$$\text{е)} \frac{4x+18}{5x-2} \geq 0.$$

22-вариант.

$$\text{а)} x^2 + 7x - 60 < 0;$$

$$\text{в)} |2x - 12| < 14;$$

$$\text{д)} \frac{2x+10}{8x-7} < 0;$$

$$\text{б)} x^2 - 10x - 24 > 0;$$

$$\text{г)} |7x - 13| > 50;$$

$$\text{е)} \frac{3x+21}{7x-20} \geq 0.$$

23-вариант.

$$\text{а)} x^2 - 12x - 85 < 0;$$

$$\text{в)} |x - 7| < 15;$$

$$\text{д)} \frac{3x-9}{8x-11} < 0;$$

$$\text{б)} x^2 + 5x - 65 > 0;$$

$$\text{г)} |8x - 5| > 11;$$

$$\text{е)} \frac{x-5}{4x+9} \geq 0.$$

24-вариант.

$$\text{а)} x^2 - 14x - 51 < 0;$$

$$\text{в)} |3x - 8| < 13;$$

$$\text{д)} \frac{6x-25}{8x+32} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 16x + 63 > 0; \quad \text{г) } |9x - 7| > 29; \quad \text{е) } \frac{5x-12}{4x+9} \geq 0.$$

25-вариант.

$$\text{а) } x^2 + 13x - 68 < 0; \quad \text{в) } |x - 4| < 5; \quad \text{д) } \frac{2x-9}{5x+12} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 7x - 120 > 0; \quad \text{г) } |8x + 13| > 35; \quad \text{е) } \frac{x-3}{6x-18} \geq 0.$$

26-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 11x - 102 < 0; \quad \text{в) } |7x - 4| < 17; \quad \text{д) } \frac{7x-18}{x+3} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 + 7x - 44 > 0; \quad \text{г) } |2x - 11| > 9; \quad \text{е) } \frac{5x-20}{6x+24} \geq 0.$$

27-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 13x + 36 < 0; \quad \text{в) } |3x - 1| < 17; \quad \text{д) } \frac{4x-26}{3x-18} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 6x - 72 > 0; \quad \text{г) } |5x + 8| > 53; \quad \text{е) } \frac{8x-24}{3x+6} \geq 0.$$

28-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 9x - 52 < 0; \quad \text{в) } |6x + 1| < 25; \quad \text{д) } \frac{3x-32}{9x++24} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 17x + 72 > 0; \quad \text{г) } |4x - 7| > 29; \quad \text{е) } \frac{5x+13}{8x-7} \geq 0.$$

29-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 19x + 70 < 0; \quad \text{в) } |7x - 3| < 28; \quad \text{д) } \frac{2x-16}{8x+22} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 16x + 39 > 0; \quad \text{г) } |4x - 1| > 15; \quad \text{е) } \frac{7x-21}{6x+12} \geq 0.$$

30-вариант.

$$\text{а) } x^2 - 19x + 60 < 0; \quad \text{в) } |5x - 3| < 22; \quad \text{д) } \frac{4x-16}{2x+7} < 0;$$

$$\text{б) } x^2 + 7x - 120 > 0; \quad \text{г) } |3x + 8| > 16; \quad \text{е) } \frac{x-7}{7x+14} \geq 0;$$

4-§. Бир ўзгарувчили тенгламалар

Мавзуга оид саволлар.

1. Бир ўзгарувчили тенглама тушунчаси.
2. Тенгламани аниқланиш соҳаси.
3. Тенгламани ечими.
4. Тенгламани ечиш.
5. Тенгламани чет илдизлари.
6. Тенг кучли тенгламалар.
7. Тенгламаларни тенг кучли алмаштириш.
8. Тенгламани ечиш усуллари.

1-мисол. $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$ тенгламани ечинг.

Ечиш. Агар берилган тенгламанинг бутун сондан иборат илдизи мавжуд бўлса, у озод ҳаднинг бўлувчиси бўлади. Шуни эътиборга олиб озод ҳад -6 нинг бўлувчилари $\pm 1; \pm 2; \pm 3$ ва ± 6 сонларни бирин кетин илдиз бўлиши ёки бўлмаслигини текширамиз. Натижада 3 сони тенгламани илдизи бўлишини аниқлаймиз. Безу теоремасига асосан тенгламани чап томони $x - 3$ га қолдиқсиз бўлинади. Тенгламани чап томонини $x - 3$ га бўламиз. У ҳолда бўлинма $x^2 + 2$ га тенг бўлади. Бу эса берилган тенгламани $(x - 3)(x^2 + 2) = 0$ кўринишда ёзиш имконини беради. Ҳосил бўлган тенгламани ечамиз.

$$\text{а) } x - 3 = 0$$

$$x = 3,$$

б) $x^2 + 2 = 0$ Бу тенгламани ечими мавжуд эмас. Демак, берилган тенгламани ечими $x = 3$.

4-Мустақил иш вариантлари

4.1.Тенгламаларни ечинг.

1-вариант.

а) $\frac{4x+9}{6} - \frac{5x-1}{3} + 7 = 0;$ в) $x^2-11x-12=0;$

б) $\frac{-5x+2}{8x+3} + \frac{6x+5}{4x} - 3 = 0;$ г) $x^3-3x^2-13x+15=0.$

2-вариант.

а) $\frac{7x+1}{3} - \frac{2x-5}{5} + 9 = 0;$ в) $x^2-10x-22=0;$

б) $\frac{x+4}{6x+2} + \frac{9x+3}{5x} - 7 = 0;$ г) $x^3-4x^2-11x+30=0.$

3-вариант.

а) $\frac{-9x+2}{5} - \frac{4x-1}{4} + 7 = 0;$ в) $x^2-9x-36=0;$

б) $\frac{3x+8}{5x+2} + \frac{6x+4}{9x} - 1 = 0;$ г) $x^3-5x^2-9x+45=0.$

4-вариант.

а) $\frac{x+5}{2} - \frac{3x-2}{4} + 6 = 0;$ в) $x^2-8x-48=0;$

б) $\frac{2x+7}{5x+1} + \frac{9x+3}{6x} - 4 = 0;$ г) $x^3-6x^2-8x+60=0.$

5-вариант.

а) $\frac{-4x+2}{7} - \frac{8x-3}{9} + 5 = 0;$ в) $x^2-7x-60=0;$

б) $\frac{2x+3}{5x+8} + \frac{-6x+4}{3x} - 7 = 0;$ г) $x^3-7x^2-5x+75=0.$

6-вариант.

а) $\frac{2x+7}{9} - \frac{-5x-4}{7} + 3 = 0;$ в) $x^2-6x-72=0;$

$$\text{б)} \frac{-6x+2}{2x+5} + \frac{7x+1}{x} - 5 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 8x^2 - 3x + 90 = 0.$$

7-вариант.

$$\text{а)} \frac{-3x+4}{2} - \frac{7x-5}{6} + 8 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 5x - 84 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{2x+3}{5x+1} + \frac{6x+9}{7x} - 4 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 9x^2 - x + 105 = 0.$$

8-вариант.

$$\text{а)} \frac{-3x+2}{4} - \frac{8x-3}{5} + 6 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 4x - 96 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{8x+1}{3x+2} + \frac{5x+1}{2x} - 3 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 10x^2 + x + 120 = 0.$$

9-вариант.

$$\text{а)} \frac{x+9}{5} - \frac{-3x-2}{7} + 4 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 3x - 108 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{-8x+4}{3x+1} + \frac{5x+2}{7x} - 2 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 11x^2 + 3x + 135 = 0.$$

10-вариант.

$$\text{а)} \frac{2x+5}{6} - \frac{-4x-1}{7} + 1 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 2x - 120 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{4x+2}{3x+1} + \frac{7x+3}{8x} - 9 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 12x^2 + 5x + 150 = 0.$$

11-вариант.

$$\text{а)} \frac{-3x+2}{4} - \frac{9x-2}{7} + 1 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - x - 132 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{10x+5}{3x+2} + \frac{6x+5}{7x} - 4 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 13x^2 + 7x + 165 = 0.$$

12-вариант.

$$\text{а)} \frac{-5x+7}{2} - \frac{-6x-3}{5} + 10 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 + x - 156 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{9x+1}{4x+3} + \frac{3x+1}{7x} - 4 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 15x^2 + 11x + 195 = 0.$$

13-вариант.

$$\text{а)} \frac{x+3}{5} - \frac{4x-1}{2} + 3 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 + 2x - 168 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{5x+2}{9x+3} + \frac{7x+4}{6x} - 1 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 16x^2 + 9x + 210 = 0.$$

14-вариант.

$$\text{а)} \frac{-3x+4}{7} - \frac{2x-9}{5} + 10 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 + 3x - 180 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{x+6}{2x+4} + \frac{7x+9}{x} - 1 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 17x^2 + 15x + 225 = 0.$$

15-вариант.

$$\text{а)} \frac{5x+9}{3} - \frac{11x-7}{4} + 6 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 + 4x - 192 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{2x+1}{7x+5} + \frac{3x+8}{9x} - 4 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 18x^2 + 17x + 240 = 0.$$

16-вариант.

$$\text{а)} \frac{-4x+1}{7} - \frac{2x-5}{9} + 1 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 13x + 12 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{3x+1}{7x+4} + \frac{10x+7}{6x} - 2 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - x^2 - 17x - 15 = 0.$$

17-вариант.

$$\text{а)} \frac{2x+9}{7} - \frac{-x-4}{3} + 7 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 14x + 24 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{9x+3}{2x+5} + \frac{6x+8}{2x} - 4 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 - 19x^2 + 19x + 255 = 0.$$

18-вариант.

$$\text{а)} \frac{-x+4}{7} - \frac{-8x-1}{9} + 2 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 15x + 36 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{5x+5}{3x+1} + \frac{9x+3}{x} - 12 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + x^2 - 21x - 45 = 0.$$

19-вариант.

$$\text{а)} \frac{10x+8}{7} - \frac{x-3}{2} + 15 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 16x + 48 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{2x+1}{6x+3} + \frac{x+4}{2x} - 9 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 2x^2 - 23x - 60 = 0.$$

20-вариант.

$$\text{а)} \frac{-2x+5}{3} - \frac{3x-9}{4} + 1 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 17x + 60 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{7x+3}{2x+5} + \frac{9x+7}{8x} - 2 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 3x^2 - 25x - 75 = 0.$$

21-вариант.

$$\text{а)} \frac{15x+4}{8} - \frac{-4x-7}{3} + 2 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 18x + 72 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{4x+5}{9x+1} + \frac{2x-4}{3x} - 13 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 4x^2 - 27x - 90 = 0.$$

22-вариант.

$$\text{а)} \frac{x+2}{3} - \frac{2x-5}{7} + 9 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 19x + 84 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{3x+1}{9x+5} + \frac{6x+4}{x} - 7 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 5x^2 - 29x - 105 = 0.$$

23-вариант.

$$\text{а)} \frac{-7x+4}{5} - \frac{9x-1}{8} + 2 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 20x + 96 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{6x+1}{4x+4} + \frac{5x+3}{9x} - 1 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 6x^2 - 31x - 120 = 0.$$

24-вариант.

$$\text{а)} \frac{9x+5}{3} - \frac{2x-8}{3} + 10 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 21x + 108 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{-2x+1}{7x+5} + \frac{7x+2}{10x} - 2 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 7x^2 - 33x - 135 = 0.$$

25-вариант.

$$\text{а)} \frac{8x+2}{4} - \frac{-x-2}{9} + 5 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 22x + 120 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{4x+1}{9x+3} + \frac{7x+5}{8x} - 3 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 8x^2 - 25x - 150 = 0.$$

26-вариант.

$$\text{а)} \frac{-9x+4}{5} - \frac{10x-3}{7} + 4 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 23x + 132 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{5x+2}{3x+4} + \frac{7x+6}{2x} - 9 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 9x^2 - 27x - 165 = 0.$$

27-вариант.

$$\text{а)} \frac{-5x+3}{10} - \frac{2x-9}{4} + 9 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 24x + 144 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{7x+1}{3x+9} + \frac{2x+5}{4x} - 3 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 10x^2 - 39x - 180 = 0.$$

28-вариант.

$$\text{а)} \frac{-11x+4}{2} - \frac{5x-3}{7} + 10 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 25x + 156 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{5x+2}{3x+9} + \frac{7x+1}{4x} - 2 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 11x^2 - 41x - 195 = 0.$$

29-вариант.

$$\text{а)} \frac{-15x+3}{4} - \frac{-3x-5}{2} + 9 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 26x + 168 = 0;$$

$$\text{б)} \frac{4x+2}{7x+3} + \frac{5x+1}{2x} - 3 = 0;$$

$$\text{г)} x^3 + 12x^2 - 43x - 210 = 0.$$

30-вариант.

$$\text{а)} \frac{3x+13}{5} - \frac{2x-4}{7} + 3 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 27x + 180 = 0;$$

$$б) \frac{8x+2}{7x+1} + \frac{6x+2}{5x} - 5 = 0;$$

$$г) x^3 + 13x^2 - 45x - 225 = 0.$$

5-§. Икки ўзгарувчи тенгламалар, уларни ечиш усуллари

Мавзуга оид саволлар.

1. Икки ўзгарувчи тенглама.
2. Икки ўзгарувчи тенгламанинг ечиш усуллари.

Жуда кўп ҳаётий масалалар $ax+by=c$ кўринишдаги чизиқли тенгламаларни бутун сонлардан иборат ечимларини топиш масаласига келтириб ечилади. Бундай масалаларга мисоллар келтирамиз.

1-масала. 7^a ва 7^b-синф болалари байрамда қизларга совға бериш учун 58та оқ ва қизил атиргуллар олишди. 7^a-синфдаги ҳар бир қизга 5 тадан фақат оқ атиргул берилди, 7^b-синфдаги ҳар бир қизга 7 тадан фақат қизил атиргуллар берилди. 7^a -синфда неча нафар қизлар ва 7^b -синфда неча нафар қизлар бор?

Ечиш. 7^a -синфдаги қизлар сонини x , 7^b -синфдаги қизлар сонини эса y ҳарфлар билан белгилаймиз. У ҳолда 7^a -синфдаги қизлар олган жами оқ атиргуллар сони $5x$ та, 7^b -синфдаги қизлар олган жами қизил атиргуллар сони $7y$ та бўлади. Қўйилган масала $5x+7y=58$ тенгламани бутун сонларда ечиш масаласига келади. Шу тенгламадан x ва y ни топиш керак, бунда x ва y натурал сонлар. Бу икки номаълумли чизиқли тенгламадир. Умуман $ax+by=c$ кўринишдаги тенгламалар икки номаълумли (аниқмас) чизиқли тенглама дейилади. (a, b ва c – бутун сонлар). Бундай тенгламалар математикада қадимги замондаёқ ўрганилган. Миллоддан аввалги III асрда яшаб ўтган машҳур юнон математиги Диофант ўзининг “Арифметика” асарида турли хил аниқмас тенгламаларни батафсил текширган. Шунинг учун ҳам $ax+by=c$ каби тенгламаларни Диофант тенгламалари дейишади. $5x+7y=58$ тенгламалардан y ни топайлик:

$$7y=58-5x, y = \frac{58-5x}{7}.$$

x га қийматлар бериб y нинг унга мос қийматларини топаверамиз, демак, бу аниқмас тенглама чексиз кўп ечимга эга, аммо бизга фақат натурал ечимлари керак. Шундай қилиб, масала $5x+7y=58$ тенгламани натурал сонларда ечишга келтирилди. x га 1, 2, ...11 қийматлар бериб, ушбу жадвални тузамиз. ($x=12$ бўлса, $58-5x=58-60=-2<0$).

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y	53/7	48/7	43/7	38/7	33/7	4	23/7	18/7	13/7	8/7	3/7

Демак, $5x+7y=58$ тенгламанинг натурал ечими битта (ягона): $x=6$; $y=4$.

Жавоб: 7^a да 6 нафар, 7^b да 4 нафар қиз бор. Кўрилган масалада ечим ягона бўлди. Умуман, $ax+by=c$ тенглама бутун сонларда: ечимга эга бўлмаслиги, чексиз кўп ечимга эга бўлиши, ечимлари чекли сонда бўлиши мумкин. $5x+10y=24$ тенглама натурал сонларда ечимга эга эмас, чунки тенгламанинг чап қисми 5 га бўлинади, ўнг қисми 5 га бўлинмайди. c сони ЭКУБ(a,b) га бўлинмаса, тенглама бутун ечимга эга бўлмайди.

2-масала. Бир дона дафтар 700 сўм, бир дона қалам 400 сўм туради. 5300 сўмга нечта дафтар ва нечта қалам сотиб олиш мумкин?

Ечиш. Олиш мумкин бўлган дафтарлар сонини x , қаламлар сонини y десак. У ҳолда масала мазмунига мос тенглама $700x+400y=5300$ ёки $7x+4y=53$ бўлади. Бу тенгламадан y ни топайлик. $y = \frac{53-7x}{4}$, бунда x сони 1 дан 7 гача бўлган натурал сонлар; $x=8,9,\dots$ бўлса, $y<0$ -манфий сон бўлиб қолади. 1-масаладагига ўхшаш жадвал тузиб, $x=3$ да $y=8$ ва $x=7$ да $y=1$ эканини топамиз. Яъни 530 сўмга: 3 та дафтар ва 8 та қалам ёки 7 та дафтар ва 1 та қалам олиш мумкин экан. Жавоб: $x=3$, $y=8$ ёки $x=7$, $y=1$.

3-масала. $3x-7y=1$ тенгламани $|x| < 10$ ва $|y| < 10$ шартларни қаноатлантирувчи бутун ечимларини топинг.

Ечиш. $3x-7y=1$, $3x=7y+1$, $x = \frac{7y+1}{3} = \frac{6y+y+1}{3}$ x бутун сон бўлиши учун $y+1$ сон 3 га қаррали бўлиши керак. $y+1=3t$ ($t \in \mathbb{Z}$) бўлсин. Бундан $y=3t-1$, $t \in \mathbb{Z}$ ва $3x-7(3t-1)=1$, $3x-21t+7=1$? $3x=21t-6$, $x=7t-2$, $t \in \mathbb{Z}$ ни ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, берилган тенгламанинг бутун ечимлари учун $\begin{cases} x = 7t - 2 \\ y = 3t - 1 \end{cases}$ формулани ҳосил қиламиз. Бу формулада t нинг ўрнига -1 , 0 , 2 қийматларни қўйиб, тенгламанинг $|x| < 10$ ва $|y| < 10$ шартларни қаноатлантирувчи бутун ечимларни ёзамиз:

$$\begin{cases} x = -9 \\ y = -4 \end{cases}, \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}, \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}.$$

5-мустақил иш вариантлари

5.1. $ax + by = c$ тенгламанинг ($|x| \leq n$, $|y| \leq m$) шартни қаноатлантирувчи ечимларини топинг.

1-вариант. $5x + 2y = 8$, $|x| \leq 5$, $|y| \leq 8$.

2-вариант. $5x - 2y = 8$, $|x| \leq 9$, $|y| \leq 11$.

3-вариант. $4x + 3y = 7$, $|x| \leq 6$, $|y| \leq 8$.

4-вариант. $4x - 3y = 7$, $|x| \leq 8$, $|y| \leq 9$.

5-вариант. $3x + 2y = 16$, $|x| \leq 3$, $|y| \leq 7$.

6-вариант. $3x + 4y = 12$, $|x| \leq 5$, $|y| \leq 7$.

7-вариант. $5x - 6y = 18$, $|x| \leq 2$, $|y| \leq 7$.

8-вариант. $4x + y = 10$, $|x| \leq 6$, $|y| \leq 7$.

9-вариант.	$2x - y = 5,$	$ x \leq 11, y \leq 14.$
10-вариант.	$x + 3y = 14,$	$ x \leq 8, y \leq 12.$
11-вариант.	$7x - 3y = 15,$	$ x \leq 9, y \leq 13.$
12-вариант.	$3x + 2y = 10,$	$ x \leq 10, y \leq 11.$
13-вариант.	$3x - 2y = 10,$	$ x \leq 14, y \leq 15.$
14-вариант.	$4x - y = 2,$	$ x \leq 6, y \leq 10.$
15-вариант.	$4x - 3y = 6,$	$ x \leq 4, y \leq 7.$
16-вариант.	$2x + 3y = 8,$	$ x \leq 5, y \leq 11.$
17-вариант.	$8x - y = 4,$	$ x \leq 4, y \leq 8.$
18-вариант.	$7x - 2y = 12,$	$ x \leq 6, y \leq 8.$
19-вариант.	$2x + y = 12,$	$ x \leq 6, y \leq 11.$
20-вариант.	$6x - y = 18,$	$ x \leq 9, y \leq 13.$
21-вариант.	$3x + 2y = 11,$	$ x \leq 8, y \leq 14.$
22-вариант.	$7x - 5y = 6,$	$ x \leq 7, y \leq 12.$
23-вариант.	$6x - 5y = 20,$	$ x \leq 14, y \leq 15.$
24-вариант.	$5x - 3y = 16,$	$ x \leq 15, y \leq 14.$
25-вариант.	$5x + 2y = 18,$	$ x \leq 11, y \leq 15.$
26-вариант.	$5x + 3y = 15,$	$ x \leq 10, y \leq 12.$
27-вариант.	$4x - y = 10,$	$ x \leq 3, y \leq 7.$
28-вариант.	$3x - 2y = 13,$	$ x \leq 8, y \leq 15.$
29-вариант.	$3x + 2y = 16,$	$ x \leq 18, y \leq 14.$

30-варинат. $3x + 2y = 16,$ $|x| \leq 17, |y| \leq 11.$

6-§. Икки ўзгарувчи тенгламалар системаси, уларни ечиш усуллари

Мавзуга оид саволлар.

1. Тенгламалар системасининг ечими.
2. Тенгламалар системасини ечиш усуллари.
3. Тенгламалар системасини ўрнига қўйиш усули билан ечиш.
4. Тенгламалар системасини график усулда ечиш.

1-мисол. $\begin{cases} 5x - 4y = 10 \\ 4x^2 - 4y - 11x = 58 \end{cases}$ Тенгламалар системасини ўрнига

қўйиш усули билан ечинг.

Ечиш:

1-усул.

$$5x = 4y + 10$$

$$x = 0,8y + 2 \quad (1)$$

x нинг бу ифодасини берилган системанинг иккинчи тенгламасидаги x нинг ўрнига қўямиз.

$$4 \cdot (0,8y + 2)^2 - 4y - 11(0,8y + 2) - 58 = 0,$$

$$4 \cdot (0,64y^2 + 3,2y + 4) - 4y - 8,8y - 22 - 58 = 0,$$

$$0,64y^2 + 3,2y + 4 - y - 2,2y - 20 = 0,$$

$$0,64y^2 = 16,$$

$$y^2 = 25,$$

$$y_{1,2} = \pm 5.$$

у нинг бу қийматларини (1) тенгламага қўйиб х нинг қийматларини топамиз.

$$x_1 = 0,8 \cdot (-5) + 2 = -2,$$

$$x_2 = 0,8 \cdot 5 + 2 = 6 .$$

$$\text{Ечимлар: } \begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = -5 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

2-усул.

$$\begin{cases} 5x - 4y = 10 \\ 4x^2 - 4y - 11x = 58 \end{cases}$$

$$4y = 5x - 10$$

$$y = \frac{5}{4}x - \frac{5}{2} \quad (2)$$

$$4x^2 - 4\left(\frac{5}{4}x - \frac{5}{2}\right) - 11x - 58 = 0$$

$$4x^2 - 5x + 10 - 11x - 58 = 0$$

$$4x^2 - 16x - 48 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 6 .$$

х нинг бу қийматларини (2) тенгламага қўйиб, у нинг қийматларини топамиз.

$$y_1 = \frac{5}{4}(-2) - \frac{5}{2} = -5$$

$$y_2 = \frac{5}{4} \cdot 6 - \frac{5}{2} = \frac{15-5}{2} = 5$$

Ечимлар: $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_2 = -5 \end{cases}$ ва $\begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = 5 \end{cases}$. Бундан кўринадики берилган тенгламалар системасини ечишда иккинчи усулдан фойдаланиш ҳисоблаш ишларида камайтиради.

2-мисол. Қуйидаги тенгламалар системасини график усулда ечинг.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x^2 - 6x - y = -5 \end{cases}$$

Ечиш. Берилган тенгламалар системасини қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз.

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = x^2 - 6x + 5 \end{cases}$$

Координаталар текмислигида ҳар бир тенгламага мос графикларни чизамиз. Ҳосил бўлган графикларни (2;-3) ва (6;5) нуқталарда кесишади. Бу нуқталарнинг координаталари берилган тенгламалар системасининг ечимлари бўлади.

$$\text{Ечимлар: } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_2 = -3 \end{cases} \text{ ва } \begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = 5 \end{cases}.$$

6-мустақил иш вариантлар

6.1. Қуйидаги тенгламалар системасини ўрнига қўйиш ва график усулларда ечинг.

1-вариант.

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 4y = 13 \\ 5x + y = 14 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x^2 - 4y - 7x - 61 = 0 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$$

2-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - y = 14 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x - 4y = 6 \\ x^2 - \frac{13}{4}x - y - \frac{27}{2} = 0 \end{cases}$$

3-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y = 9 \\ 7x - y = 22 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -x - 4y = -1 \\ 4x^2 - 4y - 9x - 59 = 0 \end{cases}$$

4-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 4y = 9 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - 4y - 2 = 0 \\ x^2 - \frac{15}{4}x - y - \frac{25}{2} = 0 \end{cases}$$

5-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x + 3y = 12 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 4y - 4 = 0 \\ x^2 - \frac{14}{4}x - y - 13 = 0 \end{cases}$$

6-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 4y - 2 = 0 \\ 4x^2 - 4y - 6x - 62 = 0 \end{cases}$$

7-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 5y = 15 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -4x - 4y + 8 = 0 \\ x^2 - 5x - y - 10 = 0 \end{cases}$$

8-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -3x - 4y + 3 = 0 \\ 4x^2 - 4y - 11x - 57 = 0 \end{cases}$$

9-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 4y = 13 \\ 3x + 2y = 15 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -3x - 4y + 6 = 0 \\ x^2 - \frac{19}{4}x - y - \frac{21}{2} = 0 \end{cases}$$

10-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x + 5y = 25 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x - 4y - 12 = 0 \\ x^2 - \frac{10}{4}x - y - 15 = 0 \end{cases}$$

11-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 2y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 7x - 4y - 7 = 0 \\ 4x^2 - 4y - x - 67 = 0 \end{cases}$$

12-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x + 5y = 3 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 = 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} = 0 \end{cases}$$

13-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 6x - y = 15 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 8x - 4y - 16 = 0 \\ x^2 - 2x - y - 16 = 0 \end{cases}$$

14-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 3y = 10 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -7x - 4y + 14 = 0 \\ x^2 - \frac{23}{4}x - y - \frac{17}{2} = 0 \end{cases}$$

15-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 3y = 15 \\ 4x - 3y = 12 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -10x - 4y + 10 = 0 \\ 4x^2 - 4y - 18x - 50 = 0 \end{cases}$$

16-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x + 5y = 8 \\ 4x - y = -12 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -5x - 4y + 10 = 0 \\ x^2 - \frac{21}{4}x - y - \frac{19}{2} = 0 \end{cases}$$

17-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 9x + 6y = 12 \\ 5x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -2x - 4y + 4 = 0 \\ x^2 - \frac{18}{4}x - y - 11 = 0 \end{cases}$$

18-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 5y = 6 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 7x - 4y - 14 = 0 \\ x^2 - \frac{9}{4}x - y - \frac{31}{2} = 0 \end{cases}$$

19-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x - y = 13 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 9x - 4y - 9 = 0 \\ 4x^2 - 4y + x - 69 = 0 \end{cases}$$

20-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y = 30 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -5x - 4y + 10 = 0 \\ x^2 - \frac{21}{4}x - y - \frac{19}{2} = 0 \end{cases}$$

21-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -6x - 4y + 12 = 0 \\ x^2 - \frac{22}{4}x - y - 9 = 0 \end{cases}$$

22-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x - 4y - 6 = 0 \\ 4x^2 - 4y - 2x - 66 = 0 \end{cases}$$

23-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 9x - 6y = 18 \\ 7x - 3y = 19 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -x - 4y + 2 = 0 \\ x^2 - \frac{17}{4}x - y - \frac{23}{2} = 0 \end{cases}$$

24-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 8x + 3y = 10 \\ 7x - y = 16 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -4x - 4y + 8 = 0 \\ x^2 - 5x - y - 10 = 0 \end{cases}$$

25-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 8x - 5y = 18 \\ 6x + 10y = -4 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} -8x - 4y + 16 = 0 \\ x^2 - 6x - y - 8 = 0 \end{cases}$$

26-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x + 6y = 27 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -6x - 4y + 6 = 0 \\ 4x^2 - 4y - 14x - 54 = 0 \end{cases}$$

27-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 8x + 3y = 22 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -10x - 4y + 20 = 0 \\ x^2 - \frac{26}{4}x - y - 7 = 0 \end{cases}$$

28-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 9x + 5y = 40 \\ 8x - 10y = 50 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 10x - 4y - 20 = 0 \\ x^2 - \frac{6}{4}x - y - 7 = 0 \end{cases}$$

29-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x + 3y = 19 \\ 5x - y = 26 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 5x - 4y - 5 = 0 \\ 4x^2 - 4y - 3x - 65 = 0 \end{cases}$$

30-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 6y = 28 \\ 8x - 3y = 26 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 9x - 4y - 18 = 0 \\ x^2 - \frac{7}{4}x - y - \frac{23}{2} = 0 \end{cases}$$

7-§. Икки ўзгарувчили тенгсизликлар, уларнинг конъюнкцияси ва дизъюнкцияси. Икки ўзгарувчили тенгсизликларни график усулда ечиш

Мавзуга оид саволлар.

1. Икки ўзгарувчили тенгсизлик ва унинг ростлик (ечимлар) соҳаси.
2. Икки ўзгарувчили тенгсизликнинг ечимлар соҳасини координаталар текислигидаги тасвири.
3. Икки ўзгарувчили тенгсизликларнинг конъюнкцияси.
4. Икки ўзгарувчили тенгсизликларнинг дизъюнкцияси.

1-мисол.

$x^2 + 2x + y - 3 < 0$ тенгсизликнинг ростлик соҳасини координаталар текислигида тасвирланг.

Ечиш.

Берилган тенгсизликни $y < -x^2 - 2x + 3$ кўринишда ёзиб оламиз. $y = -x^2 - 2x + 3$ функция графигини координата текислигида ясаймиз. У ҳолда ҳосил бўлган графикнинг қуйи қисмидаги нуқталарнинг координаталари берилган тенгсизликни тўғри тенгсизликка айлантиради. Шунинг учун чизмада штрихланган соҳа берилган тенгсизликнинг ростлик соҳаси бўлади.

2-мисол.

Тўғри бурчакли координаталар системасида ($x^2 + 2x + y - 3 < 0$) ва ($x - 2y + 4 < 0$) тенгсизликлар конъюнкцияси ва дизъюнкциясининг ростлик соҳаларини тасвирланг.

Ечиш.

$$(x^2 + 2x + y - 3 < 0) \wedge (x - 2y + 4 < 0) \equiv (y < -x^2 - 2x + 3) \wedge (y > \frac{1}{2}x + 2).$$

Дастлаб $y = -x^2 - 2x + 3$ функциянинг графигини чизамиз ва графикнинг қуйи қисмини штрихлаймиз. Сўнг $y = \frac{1}{2}x + 2$ функциянинг графигини чизамиз ва графикнинг юқори қисмини штрихлаймиз. Икки марта штрихланган соҳа берилган тенгсизликлар конъюнкциясининг ростлик соҳаси бўлади ва камида бир марта штрихланган соҳа эса берилган тенгсизликлар дизъюнкциясининг ростлик соҳаси бўлади.

3-мисол. $x^2 - y^2 < 0$ тенгсизликни ростлик соҳасини координаталар текислигида тасвирланг.

Ечиш. $(x^2 - y^2 < 0) \equiv (x - y)(x + y) < 0 \equiv (x - y < 0) \wedge (x + y > 0) \vee (x - y > 0) \wedge (x + y < 0)$ Ҳосил бўлган формуланинг ростлик соҳаси $(x < y) \wedge (y > -x)$ ва $(x > y) \wedge (x < -y)$ формулалар ростлик соҳаларининг бирлашмасидан иборат.

7-мустақил иш вариантлари

7.1. Қуйидаги тенгсизликлар конъюнкциясининг ростлик соҳасини декарт координаталар текислигида тасвирланг.

1-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 4y - 2 > 0 \\ x^2 - \frac{15}{4}x - y - \frac{25}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 3 \\ (x - 3)^2 + y^2 < 4 \end{cases}$$

2-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y - 6 > 0 \\ x^2 - \frac{13}{4}x - y - \frac{27}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 5 \\ (x - 5)^2 + y^2 < 9 \end{cases}$$

3-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -x - 4y + 2 > 0 \\ x^2 - \frac{17}{4}x - y - \frac{23}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 7 \\ (x - 7)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

4-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 4y - 8 > 0 \\ x^2 - 3x - y - 14 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 9 \\ (x - 9)^2 + y^2 < 25 \end{cases}$$

5-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 9x - 4y - 18 > 0 \\ x^2 - \frac{7}{4}x - y - \frac{23}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 3 \\ (x - 10)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

6-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 4y - 14 > 0 \\ x^2 - \frac{9}{4}x - y - \frac{31}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 4 \\ (x - 4)^2 + y^2 < 4 \end{cases}$$

7-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -6x - 4y + 12 > 0 \\ x^2 - \frac{22}{4}x - y - 9 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 6 \\ (x - 6)^2 + y^2 < 9 \end{cases}$$

8-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -4x - 4y + 8 > 0 \\ x^2 - 5x - y - 10 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 8 \\ (x - 8)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

9-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 4y - 4 > 0 \\ x^2 - \frac{14}{4}x - y - 13 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 12 \\ (x - 12)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

10-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -3x - 4y + 6 > 0 \\ x^2 - \frac{19}{4}x - y - \frac{21}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 15 \\ (x - 15)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

11-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 8x - 4y - 16 > 0 \\ x^2 - 2x - y - 16 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 13 \\ (x - 13)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

12-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x - 4y - 12 > 0 \\ x^2 - \frac{10}{4}x - y - 15 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 14 \\ (x - 14)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

13-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -8x - 4y + 16 > 0 \\ x^2 - 6x - y - -8 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 11 \\ (x - 11)^2 + y^2 < 25 \end{cases}$$

14-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -3x - 4y + 6 > 0 \\ x^2 - \frac{19}{4}x - y - \frac{21}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 16 \\ (x - 16)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

15-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -2x - 4y + 4 > 0 \\ x^2 - \frac{18}{4}x - y - 11 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 12 \\ (x - 12)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

16-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 > 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 14 \\ (x - 14)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

17-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -5x - 4y + 10 > 0 \\ x^2 - \frac{21}{4}x - y - \frac{19}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 9 \\ (x - 9)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

18-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 10x - 4y - 20 > 0 \\ x^2 - \frac{6}{4}x - y - 17 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 3 \\ (x - 3)^2 + y^2 < 4 \end{cases}$$

19-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -7x - 4y + 14 > 0 \\ x^2 - \frac{23}{4}x - y - \frac{17}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 15 \\ (x - 15)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

20-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -12x - 4y - 24 > 0 \\ x^2 - 7x - y - 6 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 16 \\ (x - 16)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

21-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 14x - 4y - 28 > 0 \\ x^2 - \frac{2}{4}x - y - 19 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 17 \\ (x - 17)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

22-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 11x - 4y - 22 > 0 \\ x^2 - \frac{15}{4}x - y - \frac{35}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 13 \\ (x - 13)^2 + y^2 < 25 \end{cases}$$

23-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 4y - 26 > 0 \\ x^2 - \frac{3}{4}x - y - \frac{37}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 10 \\ (x - 10)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

24-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 > 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 18 \\ (x - 18)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

25-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y - 6 > 0 \\ x^2 - x - y - 18 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 20 \\ (x - 20)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

26-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -7x - y + 2 > 0 \\ x^2 - \frac{30}{4}x - y - 5 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 19 \\ (x - 19)^2 + y^2 < 100 \end{cases}$$

27-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y - 6 > 0 \\ x^2 - x - y - 18 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 11 \\ (x - 11)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

28-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y - 6 > 0 \\ x^2 - \frac{13}{4}x - y - \frac{27}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 20 \\ (x - 20)^2 + y^2 < 100 \end{cases}$$

29-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 > 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 8 \\ (x - 8)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

30-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 4y - 4 > 0 \\ x^2 - \frac{14}{4}x - y - 13 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 18 \\ (x - 18)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

7.2. Тенгсизликлар дизъюнкциясининг ростлик соҳасини декарт координаталар текислигида тасвирланг.

1-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 14x - 4y - 28 > 0 \\ x^2 - \frac{2}{4}x - y - 19 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 17 \\ (x - 17)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

2-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 11x - 4y - 22 > 0 \\ x^2 - \frac{15}{4}x - y - \frac{35}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 13 \\ (x - 13)^2 + y^2 < 25 \end{cases}$$

3-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 4y - 26 > 0 \\ x^2 - \frac{3}{4}x - y - \frac{37}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 10 \\ (x - 10)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

4-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 > 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 18 \\ (x - 18)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

5-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y - 6 > 0 \\ x^2 - x - y - 18 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 20 \\ (x - 20)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

6-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -7x - y + 2 > 0 \\ x^2 - \frac{30}{4}x - y - 5 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 19 \\ (x - 19)^2 + y^2 < 100 \end{cases}$$

7-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y - 6 > 0 \\ x^2 - x - y - 18 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 11 \\ (x - 11)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

8-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y - 6 > 0 \\ x^2 - \frac{13}{4}x - y - \frac{27}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 20 \\ (x - 20)^2 + y^2 < 100 \end{cases}$$

9-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 > 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 8 \\ (x - 8)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

10-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 4y - 4 > 0 \\ x^2 - \frac{14}{4}x - y - 13 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 18 \\ (x - 18)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

11-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 4y - 2 > 0 \\ x^2 - \frac{15}{4}x - y - \frac{25}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 3 \\ (x - 3)^2 + y^2 < 4 \end{cases}$$

12-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 4y - 6 > 0 \\ x^2 - \frac{13}{4}x - y - \frac{27}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 5 \\ (x - 5)^2 + y^2 < 9 \end{cases}$$

13-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -x - 4y + 2 > 0 \\ x^2 - \frac{17}{4}x - y - \frac{23}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 7 \\ (x - 7)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

14-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 4y - 8 > 0 \\ x^2 - 3x - y - 14 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 9 \\ (x - 9)^2 + y^2 < 25 \end{cases}$$

15-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 9x - 4y - 18 > 0 \\ x^2 - \frac{7}{4}x - y - \frac{23}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 3 \\ (x - 10)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

16-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 4y - 14 > 0 \\ x^2 - \frac{9}{4}x - y - \frac{31}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 4 \\ (x - 4)^2 + y^2 < 4 \end{cases}$$

17-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -6x - 4y + 12 > 0 \\ x^2 - \frac{22}{4}x - y - 9 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 6 \\ (x - 6)^2 + y^2 < 9 \end{cases}$$

18-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -4x - 4y + 8 > 0 \\ x^2 - 5x - y - 10 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 8 \\ (x - 8)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

19-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 4y - 4 > 0 \\ x^2 - \frac{14}{4}x - y - 13 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 12 \\ (x - 12)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

20-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -3x - 4y + 6 > 0 \\ x^2 - \frac{19}{4}x - y - \frac{21}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 15 \\ (x - 15)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

21-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 8x - 4y - 16 > 0 \\ x^2 - 2x - y - 16 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 13 \\ (x - 13)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

22-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x - 4y - 12 > 0 \\ x^2 - \frac{10}{4}x - y - 15 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 14 \\ (x - 14)^2 + y^2 < 36 \end{cases}$$

23-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -8x - 4y + 16 > 0 \\ x^2 - 6x - y - -8 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 11 \\ (x - 11)^2 + y^2 < 25 \end{cases}$$

24-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -3x - 4y + 6 > 0 \\ x^2 - \frac{19}{4}x - y - \frac{21}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 16 \\ (x - 16)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

25-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -2x - 4y + 4 > 0 \\ x^2 - \frac{18}{4}x - y - 11 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 12 \\ (x - 12)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

26-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - 4y - 10 > 0 \\ x^2 - \frac{11}{4}x - y - \frac{29}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 14 \\ (x - 14)^2 + y^2 < 49 \end{cases}$$

27-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -5x - 4y + 10 > 0 \\ x^2 - \frac{21}{4}x - y - \frac{19}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 9 \\ (x - 9)^2 + y^2 < 16 \end{cases}$$

28-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} 10x - 4y - 20 > 0 \\ x^2 - \frac{6}{4}x - y - 17 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 3 \\ (x - 3)^2 + y^2 < 4 \end{cases}$$

29-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -7x - 4y + 14 > 0 \\ x^2 - \frac{23}{4}x - y - \frac{17}{2} < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 15 \\ (x - 15)^2 + y^2 < 64 \end{cases}$$

30-вариант.

$$\text{a) } \begin{cases} -12x - 4y - 24 > 0 \\ x^2 - 7x - y - 6 < 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} |x| + |y| < 16 \\ (x - 16)^2 + y^2 < 81 \end{cases}$$

8-§. Текисликда тўғри чизик тенгламалари

Мавзуга оид саволлар.

1. Тўғри чизикнинг умумий тенгламалари.
2. Тўғри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламаси.
3. Тўғри чизикнинг кесмалар бўйича тенгламаси.
4. Тўғри чизикларнинг параллеллик ва перпендикулярлик шартлари.

5. Берилган нуқтадан ўтувчи тўғри чизиклар дастасининг тенгламаси.

6. Берилган икки нуқтадан ўтувчи тўғри чизик тенгламаси.

7. Берилган икки тўғри чизик орасидаги бурчакни ҳисоблаш формуласи.

1-мисол. $A(-3; -2); B(1; 4); C(-2; 2)$ нуқталар берилган.

а) A ва B нуқталардан ўтувчи тўғри чизикнинг умумий тенгламасини ёзинг.

б) C нуқтадан ўтиб AB тўғри чизикга параллел тўғри чизикнинг умумий тенгламасини ёзинг.

в) AB ва AC тўғри чизиклар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

г) C нуқтадан AB тўғри чизикга бўлган масофани ҳисобланг.

Ечиш. а) AB тўғри чизик тенгламаси:

$$\frac{x-(-3)}{1-(-3)} = \frac{y+2}{4+2}$$

Бу тенгламани соддалаштириб, умумий тенглама кўринишда ёзамиз:

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y+2}{6} ;$$

$$6x+18=4y+8$$

$$6x - 4y+18-8= 0$$

$$6x - 4y+10= 0$$

$$3x - 2y+5= 0 \quad (I)$$

Ҳосил бўлган тенглама AB тўғри чизикнинг умумий тенгламаси.

б) C нуқтадан ўтувчи тўғри чизик тенгламаси $y - 2 = k(x - (-2))$ кўринишда бўлади. Агар бу тенгламадаги k нинг ўрнига AB тўғри чизикнинг бурчак коэффициентини, яъни $\frac{3}{2}$ ни қўйсак C нуқтадан ўтиб AB тўғри чизикга параллел тўғри чизик тенгламаси ҳосил бўлади:

$$y - 2 = \frac{3}{2}(x + 2)$$

$$y = \frac{3}{2}x + 3 + 2$$

$$y = \frac{3}{2}x + 5$$

в) AC тўғри чизиқнинг тенгламасини ёзиб оламиз.

$$\frac{x+3}{-2+3} = \frac{y+2}{2+2};$$

Бу тенгламанинг бурчак коэффициентли тенглама кўринишига келтирамиз.

$$4x+12 = y+2$$

$$y = 4x + 10$$

Бундан AC тўғри чизиқнинг бурчак коэффициенти $k_2 = 4$ экан. Юқорида AB тўғри чизиқнинг бурчак коэффициенти $k_1 = \frac{3}{2}$ эканлигини кўрдик.

AB ва AC тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни φ билан белгилаб.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} = \frac{\frac{3}{2} - 4}{1 + \frac{3}{2} \cdot 4} = \frac{-\frac{5}{2}}{7} = -\frac{5}{14} \text{ тенгликни ҳосил қиламиз.}$$

$$\text{Демак } \varphi = -\arctg \frac{5}{14};$$

$$\begin{aligned} \text{г) } C \text{ нуқтадан } AB \text{ тўғри чизиқгача бўлган масофа } d &= \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \\ &= \frac{|3 \cdot (-2) - 2 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}}; \quad d = \frac{5}{\sqrt{13}}. \end{aligned}$$

8-Мустақил иш вариантлари

8.1. $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ нуқталар берилган.

а) A ва B нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқнинг умумий тенгламасини ёзинг;

б) B ва C нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқнинг бурчак коэффициентли тенгламасини ёзинг;

в) A ва C нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқнинг нормал тенгламасини ёзинг;

г) АВ ва АС тўғри чизиклар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

д) А нуқтадан ВС тўғри чизикгача бўлган масофани ҳисобланг.

1-вариант. $A(-5; 3)$, $B(2; 5)$, $C(-2; -3)$.

2-вариант. $A(2; 3)$, $B(3; 7)$, $C(1; -4)$.

3-вариант. $A(-4; 2)$, $B(3; 5)$, $C(-1; -2)$.

4-вариант. $A(-2; 4)$, $B(4; 7)$, $C(1; -5)$.

5-вариант. $A(-3; 4)$, $B(1; 3)$, $C(-2; -4)$.

6-вариант. $A(-4; 3)$, $B(3; 6)$, $C(-3; -4)$.

7-вариант. $A(-4; 5)$, $B(4; 8)$, $C(2; -3)$.

8-вариант. $A(-6; 2)$, $B(3; 6)$, $C(-3; -2)$.

9-вариант. $A(-1; 3)$, $B(3; 5)$, $C(2; -5)$.

10-вариант. $A(-5; 4)$, $B(3; 6)$, $C(-3; -4)$.

11-вариант. $A(4; 7)$, $B(5; -3)$, $C(-2; 1)$.

12-вариант. $A(8; 6)$, $B(-4; 7)$, $C(-2; -5)$.

13-вариант. $A(-5; 2)$, $B(5; 7)$, $C(-3; -2)$.

14-вариант. $A(1; -3)$, $B(4; 6)$, $C(2; 4)$.

15-вариант. $A(1; 3)$, $B(-3; 4)$, $C(-2; -5)$.

16-вариант. $A(-5; 4)$, $B(4; 6)$, $C(3; -2)$.

17-вариант. $A(6; 3)$, $B(2; 7)$, $C(3; -5)$.

18-вариант. $A(-7; 1)$, $B(4; 8)$, $C(2; -3)$.

19-вариант. $A(2; -3)$, $B(6; 7)$, $C(3; 5)$.

20-вариант. $A(2; 4)$, $B(4; 9)$, $C(3; -4)$.

21-вариант. $A(-3; 5)$, $B(3; 5)$, $C(2; -3)$.

22-вариант. $A(5; 7)$, $B(6; -1)$, $C(-5; 3)$.

23-вариант. $A(2; -5)$, $B(3; 6)$, $C(-4; 6)$.

24-вариант. $A(-3; -2)$, $B(5; 6)$, $C(-5; 2)$.

25-вариант. $A(7; 4)$, $B(-3; 5)$, $C(4; -2)$.

26-вариант. $A(8; 6)$, $B(-5; 4)$, $C(3; -2)$.

27-вариант. $A(8; 4)$, $B(-3; 5)$, $C(6; -4)$.

28-вариант. $A(-5; 3)$, $B(3; 6)$, $C(-4; -5)$.

29-вариант. $A(-2; 3)$, $B(3; 7)$, $C(2; -6)$.

30-вариант. $A(4; 6)$, $B(5; 8)$, $C(3; -3)$.

8.2. $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ нуқталар берилган:

а) A нуқтадан ўтиб BC тўғри чизикқа параллел бўлган тўғри чизик тенгламасини тузинг;

б) B нуқтадан ўтиб AC тўғри чизикқа перпендикуляр бўлган тўғри чизик тенгламасини келтириб чиқаринг;

в) C нуқтадан ўтиб ордината ўқи билан 30° бурчак ҳосил қилувчи тўғри чизик тенгламасини тузинг;

г) A нуқтадан ўтиб BC тўғри чизик билан 45° бурчак ташкил қилувчи тўғри чизик тенгламасини тузинг.

1-вариант. $A(2; 4)$, $B(4; 9)$, $C(3; -4)$.

2-вариант. $A(3; 5)$, $B(5; 8)$, $C(4; -5)$.

3-вариант. $A(1; -3)$, $B(3; 7)$, $C(-4; 5)$.

- 4-вариант. $A(-4; 6)$, $B(5; 9)$, $C(2; -4)$.
- 5-вариант. $A(3; 7)$, $B(2; 9)$, $C(4; -7)$.
- 6-вариант. $A(7; 9)$, $B(3; 8)$, $C(5; -6)$.
- 7-вариант. $A(8; 6)$, $B(4; 7)$, $C(1; -3)$.
- 8-вариант. $A(-3; 5)$, $B(5; 8)$, $C(2; -5)$.
- 9-вариант. $A(1; 3)$, $B(6; 7)$, $C(3; -3)$.
- 10-вариант. $A(-4; 9)$, $B(5; 4)$, $C(3; -4)$.
- 11-вариант. $A(5; 8)$, $B(2; 5)$, $C(4; -4)$.
- 12-вариант. $A(2; 6)$, $B(5; 8)$, $C(3; -5)$.
- 13-вариант. $A(3; 7)$, $B(-2; 5)$, $C(1; -5)$.
- 14-вариант. $A(4; 8)$, $B(-3; 6)$, $C(2; -6)$.
- 15-вариант. $A(2; 5)$, $B(3; -5)$, $C(-2; 4)$.
- 16-вариант. $A(5; 8)$, $B(2; 6)$, $C(3; -5)$.
- 17-вариант. $A(2; -3)$, $B(4; 7)$, $C(-4; 6)$.
- 18-вариант. $A(1; 5)$, $B(5; 9)$, $C(2; -5)$.
- 19-вариант. $A(3; 6)$, $B(6; 9)$, $C(2; -4)$.
- 20-вариант. $A(1; -3)$, $B(5; 7)$, $C(-3; 2)$.
- 21-вариант. $A(5; 7)$, $B(-3; 8)$, $C(4; -7)$.
- 22-вариант. $A(-4; 8)$, $B(5; 9)$, $C(3; -4)$.
- 23-вариант. $A(7; 9)$, $B(3; 8)$, $C(5; -6)$.
- 24-вариант. $A(6; 8)$, $B(2; -5)$, $C(-4; 6)$.

25-вариант. $A(1; 5)$, $B(3; 7)$, $C(2; -3)$.

26-вариант. $A(5; 7)$, $B(2; 5)$, $C(3; -5)$.

27-вариант. $A(6; 8)$, $B(2; 5)$, $C(5; -8)$.

28-вариант. $A(-2; 5)$, $B(4; 7)$, $C(2; -3)$.

29-вариант. $A(3; 7)$, $B(2; 3)$, $C(5; -6)$.

30-вариант. $A(4; 9)$, $B(-2; 4)$, $C(3; -4)$.

9-§. Матрица ҳақида тушунча. Матрицалар устида амаллар

Мавзуга оид саволлар.

1. Матрица тушунчаси.
2. Матрицаларни қўшиш ва айриш.
3. Матрицаларни кўпайтириш.
4. Матрицанинг ранги ва уни ҳисоблаш усуллари.
5. Берилган матрицага тескари матрица.

1-мисол. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ ва $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}$ матрицалар

берилган. $3A+5B$ ва $4A-3B$ матрицаларни ҳисобланг.

Ечиш.

$$\begin{aligned} 3A + 5B &= 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 9 & 6 & -12 \\ 15 & 12 & 6 \\ 3 & -9 & 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 & 10 & 15 \\ -10 & 20 & 25 \\ 10 & -15 & 30 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 9+15 & 6+10 & -12+15 \\ 15-10 & 12+20 & 6+25 \\ 3+10 & -9-15 & 15+30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 16 & 3 \\ 5 & 32 & 31 \\ 13 & -24 & 45 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4A - 3B &= 4 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 12 & 8 & -16 \\ 20 & 16 & 8 \\ 4 & -12 & 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 6 & 9 \\ -6 & 12 & 15 \\ 6 & -9 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-9 & 8-6 & -16-9 \\ 20+6 & 16-12 & 8-15 \\ 4-6 & -12+9 & 20-18 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 3 & 2 & -25 \\ 26 & 4 & -7 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

2-мисол. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ матрицалар кўпайтмаси

ТОПИЛСИН.

Ечиш.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \\ 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \\ -4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 & -4 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 13 \\ 16 & 20 \\ -8 & 1 \end{pmatrix};$$

3-мисол. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -4 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ матрицанинг рангини ҳисобланг.

Ечиш. А матрица устида элементар алмаштиришлар бажариб матрицадаги чизикли эркин сатрлар сонини топамиз. Бу сон берилган матрицани рангига тенг бўлади.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -4 & 4 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ -3 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -4 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & -4 \\ 0 & -5 & 9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ҳосил бўлган матрицада чизикли эркин старлар сони 3 га тенг.

Жавоб: $r(A) = 3$.

4-мисол. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ матрицага тескари матрицани топинг.

Ечиш. Берилган матрицани тескариланувчи эканлигини текшириб оламиз.

$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ бундан кўринадики A матрицани ранги

$$r(A) = r \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 3 \neq 0.$$

Демак, берилган A матрицага тескари A^{-1} матрица мавжуд. A^{-1} матрицани A матрица устида элементар алмаштиришлар ёрдамида топамиз.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -5/2 & 1/2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -5/2 & 1/2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1 & 1/2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3/4 & 1/2 & 5/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1 & 1/2 \end{array} \right)$$

ҳосил бўлган $\begin{pmatrix} -3/4 & 1/2 & 5/4 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix}$ матрица берилган A матрицага тескари матрица бўлади.

$A \cdot A^{-1} = E$ бўлишини текширамиз.

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ 1 & -1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} + 4 - \frac{3}{2} & 1 - 4 + 3 & \frac{5}{2} - 4 + \frac{3}{2} \\ 0 + 1 - 1 & 0 - 1 + 2 & 0 - 1 + 1 \\ -\frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{2} & 1 - 2 + 1 & \frac{5}{2} - 2 + \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

9-Мустақил иш вариантлари

9.1. A ва B матрицалар берилган.

а) Бу матрицаларнинг йиғиндисини, айирмасини ва кўпайтмасини ҳисобланг.

б) A матрицанинг рангини ҳисобланг.

в) A матрицага тескари матрицани аниқланг.

1-вариант. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$

2-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

3-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$

4-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 7 & 3 & 3 \\ -4 & 5 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & -5 \\ 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$

5-вариант. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & -5 & 4 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 4 & -5 & 3 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$

6-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

7-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 \\ -3 & -6 & 2 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & -3 \\ -3 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$

8-вариант. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$

9-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

10-вариант. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -3 & 6 & 4 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 8 \\ -4 & 6 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$

11-вариант. $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 5 \\ 5 & 1 & 4 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$

12-вариант. $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 \\ 3 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 4 & 1 & 7 \\ 5 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$

13-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 4 & 3 & -5 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$

14-вариант. $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 7 \\ 4 & -3 & -6 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -6 \\ 3 & 1 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$

15-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 6 \\ 4 & 2 & 5 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

16-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 7 \\ -4 & -3 & -6 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 4 & 1 & 3 \\ -5 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$

17-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ -4 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$

18-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 6 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$

19-вариант. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 4 \\ 5 & 3 & -5 \\ -6 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$

20-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -6 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \\ -3 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$

21-вариант. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & -5 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$

22-вариант. $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$

23-вариант. $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 3 \\ -5 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 5 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$

24-вариант. $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 7 \\ 6 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$

25-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -9 \\ -4 & 7 & 5 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & 6 \\ 2 & -5 & 7 \end{pmatrix}.$

26-вариант. $A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & -4 & -7 \\ 3 & -1 & 8 \end{pmatrix}.$

27-вариант. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -4 & -3 & 6 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 5 & -4 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$

28-вариант. $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & -2 & 6 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$

29-вариант. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$

30-вариант. $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 7 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

10-§. Иккинчи ва учинчи тартибли детерминантлар ва уларнинг ҳоссалари

Мавзуга оид саволлар.

1. 2- ва 3-тартибли детерминантлар ва уларнинг ҳоссалари.
2. Детерминант элементларига мос минорлар.
3. Детерминант элементларига мос алгебраик тўлдирувчилар.
4. Детерминантларни ҳисоблаш усуллари.

1-мисол. $A = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ детерминантни ҳисобланг.

Ечиш. A детерминантни бош диогоналдаги элементларни кўчрайтирамиз, $2 \cdot 5 = 10$, ёрдамчи диогоналдаги элементларни кўрайтирамиз $3 \cdot 6 = 18$, $10 - 18 = -8$. Жавоб: $|A| = -8$.

2-мисол. $A = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ детерминантни ҳисобланг.

Ечиш. 3-тартибли детерминант таърифидан фойдаланиб ҳисоблаймиз.

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) \cdot 3 - 3 \cdot 4 \cdot 3 -$$

$$-1 \cdot (-1) \cdot 2 - 1 \cdot (-3) \cdot 2 = 16 + 3 + 9 - 36 + 2 + 6 = 0$$

$$\text{3-мисол. } A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ -3 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} \text{ детерминантни ҳисобланг.}$$

Ечиш. A детерминантни 2-сатр элементлари бўйича ёямиз.

$$A = 2 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{22} + 1 \cdot A_{23} + 0 \cdot A_{24} = 2 \cdot A_{21} + 1 \cdot A_{23} = 2 \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} +$$

$$+ 1 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = -2(2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 3 - 1 \cdot$$

$$2 \cdot 2) + (-1)(3 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 \cdot 3 -$$

$$-4 \cdot 2 \cdot 3) = -2 \cdot (50 - 38) - (10 - 24) = -24 + 14 = -10$$

$$\text{4-мисол. } |A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & -3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -4 \end{vmatrix} \text{ детерминантни ҳисобланг.}$$

Ечиш. Бу детерминантни 3-устун элементлари бўйича ёямиз ва 3-тартибли детерминант таърифидан фойдаланамиз:

$$|A| = (-1)^{2+3} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -4 \end{vmatrix} = -(-12 - 12 + 3 + 9 + 2 - 24) = -(-34) = 34$$

Жавоб: $|A| = 34$.

10-Мустақил иш вариантлари

10.1. Қуйидаги детерминантларни унинг таърифидан фойдаланиб ҳисобланг.

$$\text{1-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{2-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\text{3-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -3 & 15 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \\ -2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{4-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -4 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ -4 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{5-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -9 & -2 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -5 \\ -5 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{6-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -8 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{7-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{8-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{9-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 11 & -12 \\ 18 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{10-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$11\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 6 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$12\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 25 & 15 \\ 24 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$13\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 40 & 12 \\ 25 & -5 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 11 & 1 & -2 \\ 30 & 12 & -5 \\ 10 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$14\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 11 & -12 \\ 18 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$15\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 24 & 5 \\ 18 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 5 \\ 4 & -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$16\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 0 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$17\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 7 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$18\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 6 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$19\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$20\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 11 & 4 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$21\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -8 & 9 \\ 8 & 12 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$22\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -11 & 8 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$23\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 9 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 5 \\ 14 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$24\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 14 & 11 \\ 15 & -14 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$25\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 5 \\ -3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$26\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 11 & 17 \\ 15 & 13 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 5 \\ -4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$27\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 21 & 27 \\ 25 & 23 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -9 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 5 \\ -5 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$28\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$29\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} -1 & -7 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -6 & 4 & 0 \\ -8 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$30\text{-вариант. а) } A = \begin{vmatrix} 0 & 8 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -7 & -1 & 0 \\ -4 & 5 & 5 \\ -3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

10.2. Куйидаги детерминантларни унинг хоссаларидан фойдаланиб ҳисобланг.

1-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 6 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 8 & 0 & 1 \\ 4 & 7 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

2-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

3-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 & 0 \\ 6 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 8 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

4-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 7 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 5 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

5-вариант

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

6-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 3 & 9 \\ 2 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

7-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 9 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 2 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

8-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 0 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 7 \\ 1 & 4 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

9-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 9 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 9 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

10-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 8 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

11-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 6 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 7 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

12-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 9 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 9 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 7 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

13-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 6 & 9 \\ 0 & 4 & 8 & 6 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 9 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

14-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 8 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

15-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 8 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 9 & 0 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & 0 & 8 & 1 \end{vmatrix}$$

16-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 5 & 1 \\ 9 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 9 & 7 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 5 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

17-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 9 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & 8 & 5 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 3 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

18-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 9 & 3 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 9 & 0 & 7 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

19-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 & 1 \\ 4 & 7 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 8 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

20-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 6 & 3 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

21-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 7 & 8 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 9 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 8 & 4 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

22-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 9 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 7 \\ 6 & 7 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

23-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 7 & 5 \\ 9 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 7 & 4 & 2 & 6 & 7 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

24-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 9 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 5 & 1 \\ 0 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 7 & 2 & 6 & 1 \\ 6 & 4 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

25-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 9 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 8 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 5 & 7 & 1 \\ 6 & 5 & 3 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 8 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

26-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 8 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 5 & 0 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

27-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 8 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 1 \\ 9 & 4 & 2 & 6 & 2 \\ 6 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 7 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

28-вариант.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 5 & 6 & 2 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в)} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 2 & 6 & 9 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

29-вариант.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 4 & 3 & 6 & 8 \\ 6 & 0 & 4 & 6 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

30-вариант.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 9 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 5 & 7 & 9 \\ 8 & 4 & 2 & 5 & 1 \\ 6 & 0 & 3 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 0 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

11-§. Чизиқли тенгламалар системаси.

Крамер формулалари

Мавзуга оид саволлар.

1. Икки номаълумли чизиқли тенгламалар системаси.
2. Уч номаълумли чизиқли тенгламалар системаси.
3. Чизиқли тенгламалар системасининг ечими ва унинг мавжудлиги.
4. Чизиқли тенгламалар системасини ечиш усуллари. Крамер формуласи.

1-мисол. Қуйидаги тенгламалар системасини ечинг.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 6x + 7y = 19 \end{cases}$$

Ечиш. Биринчи тенгламани -2 га кўпайтириб иккинчисига қўшамиз:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 17y = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Биринчи тенгламадаги y нинг ўрнинга 1 ни қўйиб $3x - 5 \cdot 1 = 1$ тенгламани ҳосил қиламиз. Ҳосил бўлган тенгламани ечиб $x = 2$ бўлишини топамиз.

Демак берилган тенгламалар системасининг ечими $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

2-мисол. Тенгламалар системасини Гаусс усулида ечинг.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4 \\ 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4 \\ -7x_2 - x_3 = 13 \\ -5x_2 + 10x_3 = 20 \end{cases}$$

$$\sim \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4 \\ 35x_2 + 5x_3 = -65 \\ -35x_2 + 70x_3 = 140 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4 \\ 35x_2 + 5x_3 = -65 \\ 75x_3 = 75 \end{cases}$$

ҳосил бўлган системадаги учинчи тенгламадан $x_3 = 1$ бўлишини топамиз. x_3 нинг бу қийматини иккинчи тенгламага қўйиб x_2 нинг қийматини топамиз.

$$35x_2 + 5 \cdot 1 = -65$$

$$35x_2 = -70$$

$$x_2 = -2$$

x_2 ва x_3 нинг топилган қийматларини биринчи тенгламага қўйиб x_1 нинг қийматини топамиз.

$$x_1 + 2(-2) - 2 \cdot 1 = -4$$

$$x - 6 = -4, x_1 = 2.$$

Шундай қилиб берилган тенгламалар системасининг ечими.

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 1 \end{cases} \text{ бўлади.}$$

3-мисол. Тенгламалар системасини крамер формуласидан фойдаланиб ечинг.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Ечиш. Ечим мавжудлигини текшираамиз:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 2 -$$

$$-3 \cdot (-3) \cdot 2 = 12$$

$\Delta = 12 \neq 0$ демак, берилган тенгламалар системаси ягона ечимга эга. Бу ечимни крамер формуласидан фойдаланиб топамиз.

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -2 + 9 - 6 - 1 + 6 + 18 = 24$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 12 + 3 - 2 - 3 - 4 + 6 = 12$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 9 - 9 + 1 - 18 + 9 = -24$$

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{24}{12} = 2$$

$$x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{12}{12} = 1$$

$$x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{-24}{12} = -2$$

Ечим: (2; 1; -2)

4-мисол. $AX=B$ матрицали тенгламани ечинг, бу ерда $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Ечиш. Ечим мавжуд бўлиши учун $|A| \neq 0$ бўлиши керак.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2 + 4) = 4 \neq 0$$

Демак берилган тенгламалар системаси ечимга эга. Бу ечимни топиш учун A матрицага тескари матрица A^{-1} ни топамиз.

Бунинг учун $|A|$ детерминантининг алгебраик тўлдирувчиларини топамиз.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (1-4) = -3$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = - (0-4) = 4$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(4-6) = 2$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (2-6) = -4$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(4-8) = 4$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8-3 = 5$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -4$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -3 & 2 & 5 \\ 4 & -4 & -4 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ 1 & -1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$A \cdot A^{-1} = E$ бўлишини текшираамиз.

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ 1 & -1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} + 4 - \frac{3}{2} & 1 - 4 + 3 & \frac{5}{2} - 4 + \frac{3}{2} \\ 0 + 1 - 1 & 0 - 1 + 2 & 0 - 1 + 1 \\ -\frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{2} & 1 - 2 + 1 & \frac{5}{2} - 2 + \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

демак, тескари матрица тўғри топилган.

Берилган $AX=B$ тенгламани ҳар икки томонини A^{-1} матрицага кўпайтираамиз. $A^{-1}(AX) = A^{-1}B$ бундан $(A^{-1} \cdot A)X = A^{-1} \cdot B$ $E \cdot X = A^{-1} \cdot B$

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} -3/4 & 1/2 & 5/4 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{5}{4} \cdot 3 \\ 1 \cdot 1 - 1 \cdot 0 - 1 \cdot 3 \\ -\frac{1}{2} \cdot 1 + 1 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} ;$$

келиб чиқади.

$$\text{Ечим: } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

11-Мустақил иш вариантлари

11.1. Қуйдаги тенгламалар системасини Гаусс усулида ечинг.

1-вариант.

$$\text{а) } \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 2y = 14 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 6x - 9y = 12 \end{cases} \quad \text{д) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 6x - 10y = 10 \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 12 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -4 \end{cases}$$

2-вариант.

$$\text{а) } \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 12 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 6 \\ 6x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x + 7y = 9 \\ 12x + 14y = 18 \end{cases} \quad \text{д) } \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 10 \\ x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -17 \\ 6x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 10x - 4y = 21 \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 28 \\ 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 = -24 \end{cases}$$

3-вариант.

$$\text{а) } \begin{cases} 7x - 3y = 23 \\ 4x + 5y = 40 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 8x - 12y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 18x - 15y = 32 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 9 \\ 10x_1 - 15x_2 + 5x_3 = -12 \end{cases}$$

4-вариант.

$$\text{а) } \begin{cases} 6x + 2y = 14 \\ 7x - y = 13 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 19 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 8x - 12y = 28 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 16 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 3x_1 - 12x_2 - 15x_3 = 32 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 10x - 6y = 36 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 5 \\ 12x_1 - 4x_2 + 10x_3 = 15 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

5-вариант.

$$\text{а) } \begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ 5x + 2y = 18 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 17 \\ 6x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 10 \\ 5x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 18x - 15y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 19 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 38 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 20 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 6x - 9y = 26 \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_2 - 6x_3 = 27 \end{cases}$$

6-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 4x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 7y = 11 \\ 18x - 21y = 33 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 15 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 32 \\ 12x_1 + 15x_2 - 6x_3 = 45 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 2x + 7y = 9 \\ 6x + 21y = 18 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 17 \\ 12x_1 - 4x_2 + 16x_3 = 34 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

7-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 19 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 20 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 2y = 18 \\ 14x - 4y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 6x_1 - 9x_2 + 15x_3 = 45 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 13 \\ 18x - 15y = 26 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 14 \\ 12x_1 - 9x_2 + 3x_3 = 28 \\ 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 20 \end{cases}$$

8-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 3x + 5y = 17 \\ 6x + 7y = 22 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - y = 10 \\ 12x - 3y = 30 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 21 \\ 3x_1 + 18x_2 - 6x_3 = 27 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 14x - 4y = 24 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 10 \\ 12x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 30 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

9-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 3x - y = 11 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 15 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 25 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 3y = 6 \\ 21x - 9y = 18 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 10 \\ 4x_1 - 6x_2 + 10x_3 = 30 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 5y = 15 \\ 12x - 15y = 30 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 21 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

10-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 2x + 7y = 16 \\ 4x + 5y = 10 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 13 \\ 2x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 7 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 6x - 9y = 27 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 16 \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 10x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 32 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 6x - 10y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 14 \\ 10x_1 - 8x_2 + 2x_3 = 20 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 13 \end{cases}$$

11-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x - 7y = 27 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 2y = 12 \\ 15x - 6y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 15 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 21 \\ 10x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 30 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 6x + 4y = 15 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 13 \\ 9x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 26 \\ x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 19 \end{cases}$$

12-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 5y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 13 \\ 5x_1 + x_2 + 7x_3 = 19 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - y = 9 \\ 8x - 4y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 11 \\ 8x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 22 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 12x - 10y = 14 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 17 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 23 \\ 6x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 34 \end{cases}$$

13-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 6 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 9 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - 3y = 11 \\ 8x - 6y = 22 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 16 \\ 6x_1 + 9x_2 - 3x_3 = 48 \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 27 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 4y = 13 \\ 21x - 12y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 17 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 9 \\ 6x_1 - 14x_2 + 4x_3 = 20 \end{cases}$$

14-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 5x + 3y = 13 \\ 4x + 7y = 15 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 6x + 9y = 30 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 9 \\ 15x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 39 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 4y = 18 \\ 14x - 8y = 24 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = 6 \\ 4x_1 + 4x_2 + 20x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

15-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 6y = 7 \\ 4x - 5y = 9 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 13 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 6x - 4y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 17 \\ 12x_1 - 9x_2 + 6x_3 = 51 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x + 2y = 13 \\ 14x + 4y = 21 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 11 \\ 3x_1 + 9x_2 - 12x_3 = 22 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}$$

16-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 3x - 4y = 4 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 11 \\ 2x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 7x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 7y = 5 \\ 18x - 21y = 15 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ 12x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 15 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 8x - 5y = 6 \\ 16x - 10y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 - 12x_2 + 16x_3 = 10 \end{cases}$$

17-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 4x + 3y = 9 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 10 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 10x - 6y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 14 \\ 10x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 28 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 14x - 4y = 14 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 8 \\ 3x_1 - 12x_2 + 18x_3 = 20 \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 13 \end{cases}$$

18-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 4y = 9 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 6 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 8x - 12y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ 16x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 36 \\ 6x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 9x - 15y = 15 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 14 \\ 5x_1 - 15x_2 + 20x_3 = 30 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

19-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x - 5y = 9 \\ 5x + y = 23 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 12x + 9y = 33 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 8 \\ 14x_1 - 10x_2 + 2x_3 = 16 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x - 3y = 3 \\ 4x - 12y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 15 \\ 9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 25 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

20-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 7x - 2y = 13 \\ 6x - y = 14 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 17 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 9x + 15y = 33 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 10 \\ 15x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 33 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 3y = 15 \\ 12x - 9y = 19 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 12 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = 9 \\ 9x_1 - 6x_2 + 21x_3 = 30 \end{cases}$$

21-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 3y = 14 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 12 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 2y = 12 \\ 10x - 4y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 7 \\ 14x_1 - 10x_2 + 2x_3 = 14 \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 11 \\ 18x - 15y = 25 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 6x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 22 \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 17 \end{cases}$$

22-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x - 7y = 5 \\ 8x - 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 16 \\ x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 18x - 15y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 23 \\ 6x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 46 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 15 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ 12x + 9y = 28 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 7x_3 = 8 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 10 \\ 10x_1 - 2x_2 + 14x_3 = 20 \end{cases}$$

23-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 7x - 4y = 5 \\ 5x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 11 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 13 \\ 5x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x + y = 16 \\ 8x + 2y = 32 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 12 \\ 4x_1 + 12x_2 - 16x_3 = 36 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 15x - 9y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 16 \\ 10x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 20 \\ x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 13 \end{cases}$$

24-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 5x + y = 18 \\ x - 2y = 19 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 10x + 4y = 28 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 7 \\ 14x_1 - 10x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ 8x + 6y = 22 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 17 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 9x_1 - 6x_2 + 12x_3 = 25 \end{cases}$$

25-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 4x + 5y = 40 \\ 7x - 3y = 23 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 6 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 6x - 9y = 12 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 12x - 10y = 18 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 9 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ 10x_1 - 15x_2 + 5x_3 = -12 \end{cases}$$

26-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x + 2y = 14 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 9y = 12 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 9x - 15y = 15 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 12 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -4 \end{cases}$$

27-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 5x + 2y = 18 \\ 4x + 3y = 20 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 17 \\ 5x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 3 \\ 6x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 12x - 10y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 20 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 38 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 19 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 6x - 6y = 26 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 9 \\ 4x_1 + 8x_2 - 6x_3 = 27 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -12 \end{cases}$$

28-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x + 5y = 19 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 2y = 18 \\ 14x - 4y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 6x_1 - 9x_2 + 15x_3 = 45 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 13 \\ 12x - 10y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 20 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 14 \\ 12x_1 - 9x_2 + 3x_3 = 28 \end{cases}$$

29-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x + 7y = 11 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - y = 10 \\ 8x - 2y = 20 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 + 18x_2 - 6x_3 = 27 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 21 \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 2y = 2 \\ 21x - 6y = 16 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 10 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 11 \\ 12x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 30 \end{cases}$$

30-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 4x - y = 13 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 7y = 11 \\ 12x - 14y = 22 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 15 \\ 12x_1 + 15x_2 - 6x_3 = 45 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 32 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 2x + 7y = 9 \\ 4x + 14y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 17 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13 \\ 12x_1 - 4x_2 + 16x_3 = 34 \end{cases}$$

11.2. Қуйидаги тенгламалар системсини Крамер формуласидан фойдаланиб ечинг.

1-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 6y = 7 \\ 4x - 5y = 9 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 13 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 6x - 4y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 17 \\ 12x_1 - 9x_2 + 6x_3 = 51 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x + 2y = 13 \\ 14x + 4y = 21 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 11 \\ 3x_1 + 9x_2 - 12x_3 = 22 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}$$

2-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 3x - 4y = 4 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 11 \\ 2x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 7x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 7y = 5 \\ 18x - 21y = 15 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ 12x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 15 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 8x - 5y = 6 \\ 16x - 10y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 - 12x_2 + 16x_3 = 10 \end{cases}$$

3-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 4x + 3y = 9 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 10 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 10x - 6y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 14 \\ 10x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 28 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 14x - 4y = 14 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 8 \\ 3x_1 - 12x_2 + 18x_3 = 20 \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 13 \end{cases}$$

4-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 4y = 9 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 6 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 8x - 12y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ 16x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 36 \\ 6x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 9x - 15y = 15 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 14 \\ 5x_1 - 15x_2 + 20x_3 = 30 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

5-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 6x - 5y = 9 \\ 5x + y = 23 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 12x + 9y = 33 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 8 \\ 14x_1 - 10x_2 + 2x_3 = 16 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x - 3y = 3 \\ 4x - 12y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 15 \\ 9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 25 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

6-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 7x - 2y = 13 \\ 6x - y = 14 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 17 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 9x + 15y = 33 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 10 \\ 15x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 33 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 3y = 15 \\ 12x - 9y = 19 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 12 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = 9 \\ 9x_1 - 6x_2 + 21x_3 = 30 \end{cases}$$

7-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 3y = 14 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 12 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 2y = 12 \\ 10x - 4y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 7 \\ 14x_1 - 10x_2 + 2x_3 = 14 \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 11 \\ 18x - 15y = 25 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 6x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 22 \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 17 \end{cases}$$

8-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 6x - 7y = 5 \\ 8x - 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 16 \\ x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 18x - 15y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 23 \\ 6x_1 + 2x_2 - 8x_3 = 46 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 15 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ 12x + 9y = 28 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 7x_3 = 8 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 10 \\ 10x_1 - 2x_2 + 14x_3 = 20 \end{cases}$$

9-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 7x - 4y = 5 \\ 5x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 11 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 13 \\ 5x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x + y = 16 \\ 8x + 2y = 32 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 12 \\ 4x_1 + 12x_2 - 16x_3 = 36 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 15x - 9y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 16 \\ 10x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 20 \\ x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 13 \end{cases}$$

10-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 5x + y = 18 \\ x - 2y = 19 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 10x + 4y = 28 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 7 \\ 14x_1 - 10x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ 8x + 6y = 22 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 17 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 9x_1 - 6x_2 + 12x_3 = 25 \end{cases}$$

11-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 4x + 5y = 40 \\ 7x - 3y = 23 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 6 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 6x - 9y = 12 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 12x - 10y = 18 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 9 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ 10x_1 - 15x_2 + 5x_3 = -12 \end{cases}$$

12-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 6x + 2y = 14 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 9y = 12 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 9x - 15y = 15 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 12 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -4 \end{cases}$$

13 -вариант

$$\text{а)} \begin{cases} 5x + 2y = 18 \\ 4x + 3y = 20 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 17 \\ 5x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 3 \\ 6x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 12x - 10y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 20 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 38 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 19 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 6x - 6y = 26 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 9 \\ 4x_1 + 8x_2 - 6x_3 = 27 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -12 \end{cases}$$

14-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x + 5y = 19 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 2y = 18 \\ 14x - 4y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 6x_1 - 9x_2 + 15x_3 = 45 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 5y = 13 \\ 12x - 10y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 20 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 14 \\ 12x_1 - 9x_2 + 3x_3 = 28 \end{cases}$$

15-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 6x + 7y = 11 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - y = 10 \\ 8x - 2y = 20 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 + 18x_2 - 6x_3 = 27 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 21 \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 2y = 2 \\ 21x - 6y = 16 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 10 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 11 \\ 12x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 30 \end{cases}$$

16-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 4x - y = 13 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x - 7y = 11 \\ 12x - 14y = 22 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 15 \\ 12x_1 + 15x_2 - 6x_3 = 45 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 32 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 2x + 7y = 9 \\ 4x + 14y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 17 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13 \\ 12x_1 - 4x_2 + 16x_3 = 34 \end{cases}$$

17-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 6x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 6x - 9y = 12 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 6x - 10y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 12 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -4 \end{cases}$$

18-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 12 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 6 \\ 6x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x + 7y = 9 \\ 12x + 14y = 18 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 10 \\ x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -17 \\ 6x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x - 2y = 7 \\ 10x - 4y = 21 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 16x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 28 \\ 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 = -24 \end{cases}$$

19-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 7x - 3y = 23 \\ 4x + 5y = 40 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 12 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - 3y = 4 \\ 8x - 12y = 16 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 9x_3 = 6 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 5y = 8 \\ 18x - 15y = 32 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 9 \\ 4x_1 - 15x_2 + 5x_3 = -12 \end{cases}$$

20-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x + 2y = 14 \\ 7x - y = 13 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 19 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 3y = 7 \\ 8x - 12y = 28 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 16 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 9 \\ 3x_1 - 12x_2 - 2x_3 = 32 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 3y = 12 \\ 10x - 6y = 36 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 5 \\ 7x_1 - 4x_2 + 10x_3 = 15 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

21-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ 5x + 2y = 18 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 17 \\ 6x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 10 \\ 5x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 5y = 8 \\ 18x - 15y = 24 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 19 \\ 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 38 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 20 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 3y = 13 \\ 6x - 9y = 26 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_2 - 6x_3 = 27 \end{cases}$$

22-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 5x + 3y = 16 \\ 4x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - 7y = 11 \\ 18x - 21y = 33 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 15 \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 32 \\ 7x_1 + 15x_2 - 6x_3 = 45 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5x + 7y = 9 \\ 6x + 21y = 18 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 17 \\ 7x_1 - 4x_2 + 16x_3 = 34 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

23-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 19 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 6x_3 = 14 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 20 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 2y = 15 \\ 14x - 4y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 6x_1 - 9x_2 + 15x_3 = 45 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 6x + 5y = 13 \\ 18x - 15y = 26 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 14 \\ 12x_1 - 9x_2 + 3x_3 = 28 \\ 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 20 \end{cases}$$

24-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 3x + 5y = 17 \\ 6x + 7y = 22 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - y = 10 \\ 12x - 3y = 30 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 21 \\ 3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = 27 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 14x - 4y = 24 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + x_3 = 10 \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 30 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

25-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 3x - y = 11 \\ 5x - 2y = 16 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 15 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 25 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 3y = 6 \\ 21x - 9y = 18 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 15 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 10 \\ 4x_1 - 6x_2 + 10x_3 = 30 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x - 5y = 15 \\ 7x - 15y = 30 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 6x_3 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 21 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$$

26-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 2x + 7y = 16 \\ 4x + 5y = 10 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 13 \\ 2x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 7 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ 6x - 9y = 27 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 16 \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 10x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 32 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 5x - 10y = 10 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 14 \\ 7x_1 - 8x_2 + 2x_3 = 20 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 13 \end{cases}$$

27-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x - 7y = 27 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 7x - 2y = 12 \\ 15x - 6y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 15 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 21 \\ 10x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 30 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ 6x + 4y = 15 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 13 \\ 5x_1 - 3x_2 + 12x_3 = 26 \\ x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 19 \end{cases}$$

28-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} x - 5y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 13 \\ 5x_1 + x_2 + 7x_3 = 19 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 8x - 4y = 36 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 22 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 5y = 8 \\ 12x - 10y = 14 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 17 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 23 \\ 6x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 34 \end{cases}$$

29-вариант.

$$\text{а)} \begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 6 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 = 9 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 8x - 6y = 22 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 16 \\ 6x_1 + 9x_2 - 3x_3 = 48 \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 27 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x - 4y = 13 \\ 5x - 12y = 20 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 17 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 9 \\ 3x_1 - 14x_2 + 4x_3 = 20 \end{cases}$$

30-вариант.

$$\text{a)} \begin{cases} 5x + 3y = 13 \\ 4x + 7y = 15 \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 4x + 9y = 30 \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 39 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 7x - 6y = 18 \\ 14x - 8y = 24 \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 6 \\ 4x_1 + 4x_2 + 20x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

II БОБ. Дифференциал ва интеграл ҳисоб

1-§ . Функция ва унинг берилиш усуллари. Функцияларнинг жуфт тоқлиги, даврийлиги, графиги. Алгебраик ва трансцендент функциялар

Мавзуга оид саволлар.

1. Функция тушунчаси.
2. Функцияни берилиш усуллари.
3. Функциянинг аниқланиш ва ўзгариш(қийматлари) соҳалари.
4. Функциянинг хусусий қийматлари.
5. Функциянинг ўсиш ва камайиш оралиқлари.
6. Жуфт ва тоқ функциялар.
7. Даврий функциялар.
8. Функциянинг берилган кесмадаги энг катта ва энг кичик қийматлари.
9. Функциянинг берилган кесмадаги максимум ва минимум қийматлари. Функция графиги.
10. Асосий элементар функциялар ва уларнинг ҳоссалари.
11. Алгебраик ва трансцендент функциялар.

1-мисол. $y = \lg(2x + 5)$ функциянинг $x = -2$; $x = 2,5$; $x = -2,45$ нуқталардаги хусусий қийматларини ҳисобланг.

Ечиш.

$$y(-2) = \lg(2 \cdot (-2) + 5) = \lg 1 = 0$$

$$y(2,5) = \lg(2 \cdot 2,5 + 5) = \lg 10 = 1$$

$$y(-2,45) = \lg(2 \cdot (-2,45) + 5) = \lg(0,1) = -1.$$

2-мисол. $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{7-x}}$ функциянинг аниқланиш соҳасини топинг.

Ечиш.

$$(x-3 \geq 0) \wedge (7-x > 0) \equiv (x \geq 3) \wedge (x < 7) \text{ бундан } D(y) = [3; 7).$$

3-мисол. $y = \sin 2x + \cos 3x$ функциянинг энг кичик мусбат даврини аниқланг.

Ечиш.

$$\sin 2x: \quad \frac{2\pi}{2} \cdot K = \pi K; \quad \pi; \quad 2\pi; \quad 3\pi \dots$$

$$\cos 3x: \quad \frac{2\pi}{3} \cdot K; \quad \frac{2\pi}{3}; \quad \frac{4\pi}{3}; \quad 2\pi; \quad \frac{8\pi}{3}; \quad \dots$$

Бундан кўринадикки берилган функциянинг энг кичик мусбат даври $T=2\pi$ га тенг.

4-мисол. $y = x^2 - 4x + 3$ функциянинг $x \in [-1; 5]$ кесмадаги графигини ясанг.

Ечиш. Берилган функция графиги парабола бўлади. Берилган функцияни. $y = (x - 2)^2 - 1$ кўринишда ёзиш мумкин. Бундан кўринадикки берилган функция графигини ҳосил қилиш учун

$y = x^2$ функция графигини дастлаб OX ўқи бўйича 2 бирлик ўнгга, сўнг OY ўқи бўйича 1 бирлик қуйига параллел кўчириш кифоя.

1-Мустақил иш вариантлари

1.1. Аргументнинг берилган қийматларида функция қийматларини ҳисобланг.

1-вариант.

а) $y = 2x + 1; x_1 = -2; x_2 = 0; x_3 = 2.$

б) $y = \sqrt{6x - 2}, x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{2}; x_3 = 3.$

в) $y = \log_5(4x + 5), x_1 = 5; x_2 = 0; x_3 = -1.$

г) $y = \sin 2x + 3\cos 2x, x_1 = 0; x_2 = \frac{\pi}{2}; x_3 = \frac{\pi}{6}.$

д) $y = 2\operatorname{tg} 3x - \cos 3x, x_1 = -\frac{\pi}{9}; x_2 = \frac{\pi}{9}; x_3 = \frac{\pi}{12}.$

2-вариант.

а) $y = x + 3; x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 2.$

б) $y = \sqrt{3x + 4}$, $x_1 = -1$; $x_2 = 4$; $x_3 = 0$.

в) $y = \log_3(2x + 3)$, $x_1 = 0$; $x_2 = -1$; $x_3 = 3$.

г) $y = 3 \sin 4x + 2 \cos 4x$, $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{4}$; $x_3 = \frac{\pi}{8}$.

д) $y = \operatorname{tg} 3x - 2 \cos 3x$, $x_1 = -\frac{\pi}{9}$; $x_2 = \frac{\pi}{9}$; $x_3 = \frac{\pi}{12}$.

3-вариант.

а) $y = 4x + 3$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = -2$.

б) $y = \sqrt{3x - 2}$, $x_1 = 2$; $x_2 = 1$; $x_3 = 6$.

в) $y = \log_2(6x + 1)$, $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{1}{6}$; $x_3 = 1$.

г) $y = 4 \sin 2x + 2 \cos 2x$, $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3 = \frac{\pi}{6}$.

д) $y = 5 \operatorname{tg} 2x - 4 \cos 2x$, $x_1 = -\frac{\pi}{6}$; $x_2 = \frac{\pi}{6}$; $x_3 = \frac{\pi}{8}$.

4-вариант.

а) $y = 2x + 5$; $x_1 = -1$; $x_2 = -2$; $x_3 = 2$.

б) $y = \sqrt{4x + 5}$, $x_1 = 5$; $x_2 = -\frac{1}{4}$; $x_3 = -1$.

в) $y = \log_5(4x + 5)$, $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 5$.

г) $y = 3 \sin 5x + 2 \cos 5x$, $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{5}$; $x_3 = \frac{\pi}{10}$.

д) $y = \operatorname{tg} 2x - \cos 2x$, $x_1 = -\frac{\pi}{6}$; $x_2 = \frac{\pi}{6}$; $x_3 = \frac{\pi}{8}$.

5-вариант.

а) $y = 2x - 2$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$.

б) $y = \sqrt{2x - 3}$, $x_1 = 2$; $x_2 = 6$; $x_3 = 4$.

в) $y = \log_4(2x - 1)$, $x_1 = 1$; $x_2 = 4,5$; $x_3 = 2,5$.

г) $y = 3 \sin 5x + \cos 5x$, $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{5}$; $x_3 = \frac{\pi}{10}$.

д) $y = 2 \operatorname{tg} 4x - \cos 4x$, $x_1 = -\frac{\pi}{12}$; $x_2 = \frac{\pi}{12}$; $x_3 = \frac{\pi}{16}$.

6-вариант.

а) $y = 7x - 3$; $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = -1$.

б) $y = \sqrt{5x - 3}$, $x_1 = 3$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2,4$.

в) $y = \log_2(4x - 2), x_1=1; x_2 = 8; x_3=4,5.$

г) $y = 2 \sin x + \cos x, x_1=0; x_2 = \pi; x_3=\frac{\pi}{2}.$

д) $y = \operatorname{tg} 2x - 2\cos 2x, x_1=-\frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{\pi}{6}; x_3=\frac{\pi}{8}.$

7-вариант.

а) $y = 5x - 1; x_1=2; x_2 = -1; x_3=0.$

б) $y = \sqrt{5x - 1}, x_1=1; x_2 = 2; x_3=5.$

в) $y = \lg(5x + 5), x_1=5; x_2 = 4; x_3=2.$

г) $y = 3 \sin 2x + \cos 2x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{2}; x_3=\frac{\pi}{4}.$

д) $y = 2\operatorname{tg} 3x - \cos 3x, x_1=-\frac{\pi}{9}; x_2 = \frac{\pi}{9}; x_3=\frac{\pi}{12}.$

8-вариант.

а) $y = 3x - 2; x_1=1; x_2 = 2; x_3=-2.$

б) $y = \sqrt{5x - 1}, x_1=1; x_2 = 2; x_3=3.$

в) $y = \log_3(2x + 3), x_1=3; x_2 = 0; x_3=-1.$

г) $y = 4 \sin x + 2\cos x, x_1=0; x_2 = \pi; x_3=\frac{\pi}{2}.$

д) $y = 3\operatorname{tg} 4x - 2 \cos 4x, x_1=-\frac{\pi}{12}; x_2 = \frac{\pi}{12}; x_3=\frac{\pi}{16}.$

9-вариант.

а) $y = x + 2; x_1=-1; x_2 = 0; x_3=3.$

б) $y = \sqrt{4x + 1}, x_1=2; x_2 = 6; x_3=0.$

в) $y = \log_3(9x + 6), x_1=\frac{1}{3}; x_2 = 0; x_3=-1.$

г) $y = \sin 2x + 4\cos 2x, x_1=0; x_2 = -\frac{\pi}{2}; x_3=\frac{\pi}{4}.$

д) $y = 3\operatorname{tg} 5x - \cos 5x, x_1=-\frac{\pi}{15}; x_2 = \frac{\pi}{15}; x_3=\frac{\pi}{20}.$

10-вариант.

а) $y = 7x + 2; x_1=1; x_2 = -1; x_3=2.$

б) $y = \sqrt{6x + 2}, x_1=1; x_2 = 3; x_3=\frac{1}{3}.$

в) $y = \log_3(4x + 1), x_1=2; x_2 = \frac{1}{2}; x_3=0.$

г) $y = 7\sin 4x + 3\cos 4x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{4}; x_3=\frac{\pi}{8}.$

$$\text{д) } y = 5 \operatorname{tg} 3x - 2 \cos 3x, x_1 = -\frac{\pi}{9}; x_2 = \frac{\pi}{9}; x_3 = \frac{\pi}{12}.$$

11-вариант.

$$\text{а) } y = 3x - 4; x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = 1.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{7x + 2}, x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 0.$$

$$\text{в) } y = \log_6(x + 1), x_1 = 5; x_2 = 0; x_3 = 11.$$

$$\text{г) } y = 4 \sin 2x + 3 \cos 2x, x_1 = 0; x_2 = \frac{\pi}{2}; x_3 = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{д) } y = \operatorname{tg} 2x - 2 \cos 2x, x_1 = -\frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{\pi}{6}; x_3 = \frac{\pi}{8}.$$

12-вариант.

$$\text{а) } y = 6x + 3; x_1 = 1; x_2 = 0; x_3 = -1.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x + 3}, x_1 = 6,5; x_2 = \frac{1}{2}; x_3 = 3.$$

$$\text{в) } y = \log_4(2x + 6), x_1 = 5; x_2 = -2; x_3 = -1.$$

$$\text{г) } y = \sin 4x + 3 \cos 4x, x_1 = 0; x_2 = \frac{\pi}{4}; x_3 = \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{д) } y = 3 \operatorname{tg} x - \cos x, x_1 = -\frac{\pi}{3}; x_2 = \frac{\pi}{3}; x_3 = \frac{\pi}{8}.$$

13-вариант.

$$\text{а) } y = 5x + 3; x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 0.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{3x + 2}, x_1 = 3,5; x_2 = 0; x_3 = 4.$$

$$\text{в) } y = \lg(3x + 4), x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 2; x_3 = -1.$$

$$\text{г) } y = 6 \sin 2x + 3 \cos 2x, x_1 = 0; x_2 = \frac{\pi}{2}; x_3 = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{д) } y = 2 \operatorname{tg} 3x - \cos 3x, x_1 = -\frac{\pi}{9}; x_2 = \frac{\pi}{9}; x_3 = \frac{\pi}{12}.$$

14-вариант.

$$\text{а) } y = 4x + 3; x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = -2.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x + 3}, x_1 = -1; x_2 = 3; x_3 = 6,5.$$

$$\text{в) } y = \log_6(5x + 6), x_1 = 6; x_2 = -1; x_3 = -0.$$

$$\text{г) } y = \sin 2x - 2 \cos 2x, x_1 = 0; x_2 = \frac{\pi}{2}; x_3 = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{д) } y = 5 \operatorname{tg} 4x - 3 \cos 4x, x_1 = -\frac{\pi}{12}; x_2 = \frac{\pi}{12}; x_3 = \frac{\pi}{12}.$$

15-вариант.

а) $y = 7x - 1; x_1=1; x_2 = -1; x_3=0.$

б) $y = \sqrt{4x+3}, x_1=1,5; x_2 = \frac{1}{4}; x_3=6.$

в) $y = \log_2(x+2), x_1=0; x_2 = 2; x_3=6.$

г) $y = 4\sin x+2\cos x, x_1=0; x_2 = \pi; x_3=\frac{\pi}{2}.$

д) $y = \operatorname{tg} 6x-2\cos 6x, x_1=-\frac{\pi}{18}; x_2 = \frac{\pi}{18}; x_3=\frac{\pi}{24}.$

16-вариант.

а) $y = x - 1; x_1=2; x_2 = 3; x_3=0.$

б) $y = \sqrt{4x+6}, x_1=2,5; x_2 = 0; x_3=-\frac{1}{2}.$

в) $y = \log_3(3x+3), x_1=2; x_2 = 0; x_3=8.$

г) $y = \sin 5x+3\cos 5x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{5}; x_3=\frac{\pi}{10}.$

д) $y = 2\operatorname{tg} 7x-\cos 7x, x_1=-\frac{\pi}{27}; x_2 = \frac{\pi}{27}; x_3=\frac{\pi}{28}.$

17-вариант.

а) $y = 6x + 4; x_1=1; x_2 = -1; x_3=2.$

б) $y = \sqrt{4x+1}, x_1=2; x_2 = 0; x_3=3,75.$

в) $y = \log_2(3x+1), x_1=1; x_2 = 0; x_3=5.$

г) $y = 5\sin x+4\cos x, x_1=0; x_2 = \pi; x_3=\frac{\pi}{2}.$

д) $y = \operatorname{tg} 2x-3\cos 2x, x_1=-\frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{\pi}{6}; x_3=\frac{\pi}{8}.$

18-вариант.

а) $y = x - 1; x_1=-1; x_2 = 3; x_3=4.$

б) $y = \sqrt{5x-2}, x_1=1,2; x_2 = 2; x_3=3,6.$

в) $y = \lg(2x+6), x_1=2; x_2 = -2,5; x_3=1.$

г) $y = \sin 2x+3\cos 2x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{2}; x_3=\frac{\pi}{4}.$

д) $y = \operatorname{tg} 4x-2\cos 4x, x_1=-\frac{\pi}{12}; x_2 = \frac{\pi}{12}; x_3=\frac{\pi}{16}.$

19-вариант.

а) $y = 4x + 5; x_1=-1; x_2 = 1; x_3=-2.$

б) $y = \sqrt{4x+5}, x_1=0; x_2 = 1; x_3=5.$

в) $y = \lg(10x+10), x_1=1; x_2 = 0; x_3=9.$

$$\text{г)} y = 4\sin 5x + 3\cos 5x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{5}; x_3 = \frac{\pi}{10}.$$

$$\text{д)} y = \operatorname{tg} 6x - 4\cos 6x, x_1 = -\frac{\pi}{18}; x_2 = \frac{\pi}{18}; x_3 = \frac{\pi}{24}.$$

20-вариант.

$$\text{а)} y = x - 3; x_1=1; x_2 = 2; x_3=5.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{7x+2}, x_1=0; x_2 = 1; x_3=2.$$

$$\text{в)} y = \log_4(x+4), x_1=0; x_2 = 12; x_3=4.$$

$$\text{г)} y = \sin 8x + 4\cos 8x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{8}; x_3 = \frac{\pi}{16}.$$

$$\text{д)} y = 4\operatorname{tg} 6x - \cos 6x, x_1 = -\frac{\pi}{18}; x_2 = \frac{\pi}{18}; x_3 = \frac{\pi}{24}.$$

21-вариант.

$$\text{а)} y = 8x - 5; x_1=1; x_2 = 2; x_3=0.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{8x-5}, x_1=3,75; x_2 = 1; x_3=2.$$

$$\text{в)} y = \log_2(4x+6), x_1=-1; x_2 = \frac{1}{2}; x_3=2,5.$$

$$\text{г)} y = \sin x + 6\cos x, x_1=0; x_2 = \pi; x_3 = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{д)} y = 4\operatorname{tg} 3x - 2\cos 3x, x_1 = -\frac{\pi}{9}; x_2 = \frac{\pi}{9}; x_3 = \frac{\pi}{12}.$$

22-вариант.

$$\text{а)} y = 8x - 5; x_1=1; x_2 = 0; x_3=2.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{10x-1}, x_1=1; x_2 = 0,5; x_3=1,7.$$

$$\text{в)} y = \lg(4x+2), x_1=2; x_2 = -\frac{1}{4}; x_3=0.$$

$$\text{г)} y = \sin 4x + 3\cos 4x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{4}; x_3 = \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{д)} y = 7\operatorname{tg} 3x - 5\cos 3x, x_1 = -\frac{\pi}{9}; x_2 = \frac{\pi}{9}; x_3 = \frac{\pi}{12}.$$

23-вариант.

$$\text{а)} y = 4x - 3; x_1=1; x_2 = 0; x_3=2.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{4x+2}, x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{2}; x_3=3.$$

$$\text{в)} y = \log_5(5x+10), x_1=3; x_2 = -1; x_3=0.$$

$$\text{г)} y = 5\sin 4x - 2\cos 4x, x_1=0; x_2 = \frac{\pi}{4}; x_3 = \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{д)} y = 7\operatorname{tg} 2x - 5\cos 2x, x_1 = -\frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{\pi}{6}; x_3 = \frac{\pi}{8}.$$

24-вариант.

а) $y = 7x - 4$; $x_1=1$; $x_2 = 2$; $x_3=0$.

б) $y = \sqrt{6x-2}$, $x_1=1$; $x_2 = 3$; $x_3=\frac{1}{3}$.

в) $y = \log_3(x+9)$, $x_1=26$; $x_2 = 0$; $x_3=-8$.

г) $y = 3\sin 3x + 2\cos 3x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{3}$; $x_3=\frac{\pi}{6}$.

д) $y = \operatorname{tg} x - 3\cos x$, $x_1=-\frac{\pi}{3}$; $x_2 = \frac{\pi}{3}$; $x_3=\frac{\pi}{4}$.

25-вариант.

а) $y = 3x - 1$; $x_1=1$; $x_2 = 2$; $x_3=0$.

б) $y = \sqrt{3x+4}$, $x_1=-1$; $x_2 = 0$; $x_3=4$.

в) $y = \log_6(6x+6)$, $x_1=5$; $x_2 = -\frac{5}{6}$; $x_3=0$.

г) $y = \sin 5x - 3\cos 5x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{5}$; $x_3=\frac{\pi}{10}$.

д) $y = \operatorname{tg} x + 3\cos x$, $x_1=-\frac{\pi}{3}$; $x_2 = \frac{\pi}{3}$; $x_3=\frac{\pi}{4}$.

26-вариант.

а) $y = 8x - 5$; $x_1=1$; $x_2 = 0$; $x_3=-1$.

б) $y = \sqrt{8x+1}$, $x_1=1$; $x_2 = 0$; $x_3=3$.

в) $y = \log_2(5x-1)$, $x_1=1$; $x_2 = 2$; $x_3=3$.

г) $y = \sin 2x + 5\cos 2x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3=\frac{\pi}{6}$.

д) $y = 6\operatorname{tg} 3x - 2\cos 3x$, $x_1=-\frac{\pi}{9}$; $x_2 = \frac{\pi}{9}$; $x_3=\frac{\pi}{12}$.

27-вариант.

а) $y = 7x - 2$; $x_1=1$; $x_2 = 0$; $x_3=2$.

б) $y = \sqrt{6x+1}$, $x_1=0$; $x_2 = 4$; $x_3=1,5$.

в) $y = \lg(6x+10)$, $x_1=0$; $x_2 = 10$; $x_3=1$.

г) $y = \sin 6x + 2\cos 6x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{6}$; $x_3=\frac{\pi}{12}$.

д) $y = 7\operatorname{tg} 5x - 2\cos 5x$, $x_1=-\frac{\pi}{15}$; $x_2 = \frac{\pi}{15}$; $x_3=\frac{\pi}{20}$.

28-вариант.

а) $y = 3x + 2$; $x_1=0$; $x_2 = -2$; $x_3=3$.

б) $y = \sqrt{4x + 1}$, $x_1=2$; $x_2 = 6$; $x_3=0$.

в) $y = \lg(9x + 1)$, $x_1=1$; $x_2 = 0$; $x_3=3$.

г) $y = 3\sin 2x + 4\cos 2x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3=\frac{\pi}{4}$.

д) $y = \operatorname{tg} 8x - 2\cos 8x$, $x_1=-\frac{\pi}{24}$; $x_2 = \frac{\pi}{24}$; $x_3=\frac{\pi}{32}$.

29-вариант.

а) $y = 5x + 3$; $x_1=1$; $x_2 = -1$; $x_3=0$.

б) $y = \sqrt{6x + 2}$, $x_1=1$; $x_2 = 3$; $x_3=\frac{1}{3}$.

в) $y = \log_3(4x + 1)$, $x_1=2$; $x_2 = \frac{1}{2}$; $x_3=0$.

г) $y = 7\sin 4x + 3\cos 4x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{4}$; $x_3=\frac{\pi}{8}$.

д) $y = 4\operatorname{tg} 3x - 2\cos 3x$, $x_1=-\frac{\pi}{9}$; $x_2 = \frac{\pi}{9}$; $x_3=\frac{\pi}{12}$.

30-вариант.

а) $y = 4x + 5$; $x_1=0$; $x_2 = 1$; $x_3=3$.

б) $y = \sqrt{2x + 3}$, $x_1=-1$; $x_2 = 3$; $x_3=6,5$.

в) $y = \log_6(5x + 6)$, $x_1=6$; $x_2 = -1$; $x_3=0$.

г) $y = \sin 2x - 3\cos 2x$, $x_1=0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3=\frac{\pi}{4}$.

д) $y = 4\operatorname{tg} 3x - 2\cos 3x$, $x_1=-\frac{\pi}{9}$; $x_2 = \frac{\pi}{9}$; $x_3=\frac{\pi}{12}$.

1.2. Қуйида берилган функцияларнинг аниқланиш соҳасини топинг.

1-вариант.

а) $y = 4x - 2$

г) $y = \sqrt{\sin 2x - 1}$

б) $y = \sqrt{3x + 1}$

д) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$

в) $y = \sqrt{\lg(2x + 6)}$

е) $y = \frac{3x}{5x-10}$.

2-вариант.

а) $y = \sqrt{\lg(x - 3)}$

в) $y = \sqrt{\lg(4x - 2)} - \frac{6x}{\sqrt{x+2}}$

б) $y = \sqrt{2x - 2}$

г) $y = \arcsin(2x - 1)$

$$д) y = \sqrt{\cos 2x + 1}$$

$$е) y = \frac{5x}{7x-14}.$$

3-вариант.

$$а) y = 4x - 3$$

$$г) y = \arccos(2-4x)$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 3x - 10}$$

$$д) y = \lg(5x - 15)$$

$$в) y = x^2 - 4x - 5$$

$$е) y = \lg(3x - 9) - \frac{7x}{\sqrt{2x+4}}.$$

4-вариант.

$$а) y = 7x - 6$$

$$г) y = \arccos(\sqrt{3}-2x)$$

$$б) y = \lg(3x - 9)$$

$$д) y = \frac{4x}{6x-9}$$

$$в) y = \sqrt{\cos 2x + 1}$$

$$е) y = \lg\left(\frac{2x-1}{4x-8}\right).$$

5-вариант.

$$а) y = \sqrt{\log_4(x - 1)}$$

$$г) y = \lg(5x - 2)$$

$$б) y = \frac{3x}{2x-11}$$

$$д) y = \arcsin(2x - 1)$$

$$в) y = \sqrt{\sin \sqrt{3x} - 1}$$

$$е) y = 2x^2 - 6x - 20.$$

6-вариант.

$$а) y = 3x - 5$$

$$в) y = \lg(x + 2) - \frac{4x}{\sqrt{6x-15}}$$

$$г) y = \frac{5x}{4x-2}$$

$$д) y = \arcsin(x - 1)$$

$$е) y = \sqrt{5x + 10}.$$

7-вариант.

$$а) y = \sqrt{2x - 3}$$

$$г) y = \frac{x-1}{2x+6}$$

$$б) y = \sqrt{\sin x - 1}$$

$$д) y = \arccos(1-x)$$

$$в) y = \lg(2x + 4) - \frac{2x}{\sqrt{3x-9}}$$

$$е) y = \sqrt{2x - 3}.$$

8-вариант.

$$а) y = 5x - 4$$

$$г) y = \sqrt{2x - 1} + \lg(x - 3)$$

$$б) y = \sqrt{\sin x - 1}$$

$$д) y = \arcsin(3x - 2);$$

$$в) y = \lg\left(\frac{x-7}{2x+4}\right)$$

$$е) y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$$

9-вариант.

а) $y = \lg(6x - 6)$

б) $y = \sqrt{\cos(x + 1)}$

в) $y = 4x + 7$

г) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

д) $y = \frac{x}{x-4}$

е) $y = \lg\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$.

10-вариант.

а) $y = 5x - 10$

б) $y = \sqrt{\sin 2x - 1}$

в) $y = \lg\left(\frac{2x-4}{x+5}\right)$

г) $y = \sqrt{x - 3} + \lg(4x - 6)$

д) $y = \arcsin(2x + 1)$

е) $y = 2x^2 - 8x - 72$.

11-вариант.

а) $y = \sqrt{5x - 4}$

б) $y = \sqrt{\cos 2x + 1}$

в) $y = \sqrt{2x - 4} + \lg(3x + 6)$

г) $y = \arcsin(2x - 1)$;

д) $y = \frac{3x}{6x-14}$

е) $y = \lg\left(\frac{2x-5}{x-7}\right)$.

12-вариант.

а) $y = 2x - 9$;

б) $y = \lg(x - 3)$

в) $y = \sqrt{\lg(3x - 10)}$

г) $y = x^2 - 7x - 63$.

д) $y = \frac{x}{3x-6}$

е) $y = \lg(\cos x + 1)$.

13-вариант.

а) $y = \sqrt{5x - 12}$

б) $y = \sqrt{\sin \sqrt{2x} - 1}$

в) $y = \lg(\sin + 1)$

г) $y = 4x - 12$

д) $y = \lg(x - 3) + \frac{x}{\sqrt{2x-4}}$

е) $y = 3x^2 + 6x + 3$.

14-вариант.

а) $y = 4x - 18$

б) $y = \lg(x - 5)$

в) $y = \arccos(1-2x)$

г) $y = \sqrt{3x - 9} + \lg(6x - 15)$

д) $y = \frac{2x-3}{2x+4}$

е) $y = \sqrt{\sin 2x + 1}$.

15-вариант.

а) $y = \sqrt{7x - 16}$

б) $y = \sqrt{\cos \sqrt{2x} + 1}$

$$\text{в)} y = \lg(x - 4) - \frac{2x}{3x-6}$$

$$\text{г)} y = \frac{3x}{2x-1}$$

16-вариант.

$$\text{а)} y = 3x + 18;$$

$$\text{б)} y = \lg(x - 7)$$

$$\text{в)} y = \sqrt{2x - 5} - \frac{x}{\sqrt{4x-12}}$$

17-вариант.

$$\text{а)} y = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$$

$$\text{б)} y = \lg\left(\frac{3x-2}{4x+6}\right)$$

$$\text{в)} y = \sqrt{\sin \sqrt{2} - 1}$$

18-вариант.

$$\text{а)} y = \lg\left(\frac{2x-1}{2x+4}\right)$$

$$\text{б)} y = \frac{2x}{3x-9}$$

$$\text{в)} y = \sqrt{2x^2 + 4x + 2}$$

19-вариант.

$$\text{а)} y = 3x - 15$$

$$\text{б)} y = \sqrt{\lg(2x - 7)}$$

$$\text{в)} y = \lg\left(\frac{x-4}{x+5}\right)$$

20-вариант.

$$\text{а)} y = \sqrt{5x - 15}$$

$$\text{б)} y = \sqrt{\cos \sqrt{2x} + 1}$$

$$\text{в)} y = \sqrt{2x - 5} + \lg(4x - 18)$$

21. -вариант

$$\text{а)} y = 2x - 10$$

$$\text{б)} y = \lg(x - 5)$$

$$\text{д)} y = \lg\left(\frac{x+3}{2x-5}\right)$$

$$\text{е)} y = \arcsin(2x + 1).$$

$$\text{г)} y = \arcsin(x - 1)$$

$$\text{д)} y = \sqrt{2x^2 + 4x + 2}$$

$$\text{е)} y = \frac{4x}{5x-20}.$$

$$\text{г)} y = \lg(x - 7) - \frac{x}{\sqrt{3x-6}}$$

$$\text{д)} y = \arccos(x - 1)$$

$$\text{е)} y = \sqrt{\lg(x - 3)}.$$

$$\text{г)} y = 4x - 7$$

$$\text{д)} y = \sqrt{\cos x + 1}$$

$$\text{е)} y = \sqrt{\lg(x - 7)}.$$

$$\text{г)} y = \sqrt{2x - 3} + \lg(4x - 16)$$

$$\text{д)} y = \arcsin(x + 1)$$

$$\text{е)} y = 2x^2 + 16x + 30.$$

$$\text{г)} y = \arcsin(2x - 1)$$

$$\text{д)} y = \frac{4x}{6x-14}$$

$$\text{е)} y = \lg\left(\frac{2x-5}{x-3}\right).$$

$$\text{в)} y = \sqrt{\lg(3x - 10)}$$

$$\text{г)} y = x^2 - 7x - 63$$

$$д) y = \frac{x}{8x-6}$$

22-вариант.

$$а) y = \sqrt{5x-12}$$

$$б) y = \sqrt{\sin x - 1}$$

$$в) y = \lg(2x-3)$$

23-вариант.

$$а) y = 4x - 18$$

$$б) y = \lg(x-5)$$

$$в) y = \arccos(1-x)$$

24-вариант.

$$а) y = \sqrt{5x-45}$$

$$б) y = \sqrt{\cos \sqrt{2x} + 1}$$

$$в) y = \lg(x-3) - \frac{3x}{4x-14}$$

25-вариант.

$$а) y = 3x - 12$$

$$б) y = \sqrt{\lg(2x-6)}$$

$$в) y = \sqrt{2x-9} - \lg(x+5)$$

26-вариант.

$$а) y = 4x - 6$$

$$б) y = \lg(5x-20)$$

$$в) y = \sqrt{4x-10}$$

27-вариант.

$$а) y = 8x - 12$$

$$б) y = \lg(\cos 2x + 1)$$

$$в) y = \sqrt{x^2 - 7x - 18}$$

$$е) y = \sqrt{x-1} + \lg(2x-4).$$

$$г) y = 3x^2 + 6x + 3$$

$$д) y = \frac{x}{3x-12}$$

$$е) y = .$$

$$г) y = \sqrt{3x+12} + \lg(6x-15)$$

$$д) y = \sqrt{5x^2 + 10x + 5}$$

$$е) \quad y = \frac{2x-4}{6x-10}.$$

$$г) y = \frac{x}{5x+6}$$

$$д) y = \lg\left(\frac{6x-3}{x+2}\right)$$

$$е) y = \arcsin(2x+1).$$

$$г) y = \sqrt{x^2 - 6x - 27}$$

$$д) y = \frac{5x}{8x-24}$$

$$е) y = \sqrt{\sin 3x - 1}.$$

$$г) y = \sqrt{3x+12} + \lg(x-2)$$

$$д) y = \arcsin(2x+1)$$

$$е) y = \frac{x}{3x-4}.$$

$$г) y = \lg\left(\frac{x-3}{6x-8}\right)$$

$$д) y = \arccos(2-1x);$$

$$е) y = \frac{3x}{12x-16}.$$

28-вариант.

а) $y = \sqrt{8x - 12}$

б) $y = \lg(3x - 6)$

в) $y = \sqrt{\sin \sqrt{2x} - 1}$

г) $y = \sqrt{x - 5} - \frac{2x}{\sqrt{6x - 10}}$

д) $y = \frac{3x}{5x - 15}$

е) $y = x^2 - 11x + 18.$

29-вариант.

а) $y = 6x + 12$

б) $y = \sqrt{\cos x + 1}$

в) $y = \lg\left(\frac{3x-4}{5x-8}\right)$

г) $y = \sqrt{2x^2 - 22x + 36}$

д) $y = \frac{4x-5}{7x-14}$

е) $y = \arcsin(3x + 1).$

30-вариант.

а) $y = \sqrt{x - 4}$

б) $y = \lg(4x - 12)$

в) $y = x^2 + 14x + 49$

г) $y = \sqrt{3x - 1} + \lg(x + 4)$

д) $y = \frac{x+2}{x-5}$

е) $y = \arcsin(4x + 1).$

1.3. Қуйидаги функцияларнинг $[-n; n]$ кесмадаги графигини ясанг ва бу кесмдаги энг катта ва энг кичик қийматларини ҳисобланг.

1-вариант.

а) $y = 3x + 2$

$[-5; 5]$

б) $y = 4x^2 + 8x - 3$

$[-2; 3]$

в) $y = 6x^3 + 1$

$[-5; 5]$

г) $y = 3^{x+4}$

$[-6; 6]$

д) $y = 2\cos x$

$[0; 2\pi].$

2-вариант.

а) $y = 4x + 5$

$[-5; 5]$

б) $y = \log_6(x + 2)$

$[-1; 8]$

в) $y = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 1$

$[-1; 5]$

г) $y = \frac{3}{x+5}$

$[-9; -1]$

д) $y = 2^x + 1$

$[-9; -1].$

3-вариант.

- а) $y = 2\sin x$ $[0; 2\pi]$
б) $y = 3x^3 + 8$ $[-1; 5]$
в) $y = x^2 + 4x - 2$ $[-6; 2]$
г) $y = x^3 - 9x^2 + 27x - 27 + 1$ $[0; 6]$
д) $y = \frac{6}{x+3}$ $[-3; 3]$.

4-вариант.

- а) $y = 2x - 5$ $[-4; 5]$
б) $y = 3x^2 + 6x - 5$ $[-5; 3]$
в) $y = 4\sin 2x$ $[0; \pi]$
г) $y = x^3 - 12x^2 + 48x - 63$ $[1; 7]$
д) $y = \frac{2}{x-5}$ $[1; 9]$.

5-вариант.

- а) $y = 5x - 3$ $[-6; 5]$
б) $y = 3x^3 + 7$ $[-2; 3]$
в) $y = \log_a(x - 3)$ $[4; 10]$
г) $y = 4\cos 2x$ $[0; 2\pi]$
д) $y = \frac{7}{x+6}$ $[-10; -2]$.

6-вариант.

- а) $y = 5x + 3$ $[-5; 5]$
б) $y = 3^x + 2$ $[-2; 2]$
в) $y = \frac{x+1}{2x-3}$ $[-2; 2]$
г) $y = \sin 3x$ $[0; 2\pi]$
д) $y = x^3 - 15x^2 + 75x - 124$ $[2; 8]$.

7-вариант.

- а) $y = 7x - 2$ $[-5; 5]$
б) $y = x^3 + 1$ $[-6; 6]$
в) $y = \log_4(x - 2)$ $[3; 10]$

$$\text{г) } y = x^2 + 6x + 2 \quad [-7; 1]$$

$$\text{д) } y = \frac{5}{x+3} \quad [-2; 6] .$$

8-вариант.

$$\text{а) } y = 6x + 4 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 2^x + 9 \quad [-1; 5]$$

$$\text{в) } y = 6\cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^3 + 6x^2 + 12x + 9 \quad [-5; 1]$$

$$\text{д) } y = \frac{3x+2}{3x+1} \quad [-0; 6].$$

9-вариант.

$$\text{а) } y = 5x - 4 \quad [-5; 5]$$

$$\text{б) } y = 3x^3 + 1 \quad [-3; 4]$$

$$\text{в) } y = 8\sin 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^2 + 8x + 3 \quad [-8; 0]$$

$$\text{д) } y = \frac{16}{x+5} \quad [1; 9].$$

10-вариант.

$$\text{а) } y = 7x - 3 \quad [-3; 3]$$

$$\text{б) } y = 4^x - 3 \quad [-2; 4]$$

$$\text{в) } y = \log_3(x + 2) \quad [-1; 6]$$

$$\text{г) } y = \cos 6x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{д) } y = 2x^2 + 8x + 5 \quad [-6; 2].$$

11-вариант.

$$\text{а) } y = 6x - 1 \quad [-5; 5]$$

$$\text{б) } y = 4x^3 + 3 \quad [-3; 6]$$

$$\text{в) } y = \log_2(x + 4) \quad [-3; 4]$$

$$\text{г) } y = 6\sin 3x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{д) } y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \quad [-4; 2].$$

12-вариант.

$$\text{а) } y = 5^x - 6 \quad [-3; 3]$$

$$\text{б) } y = 2x^2 + 12x + 5 \quad [-7; 1]$$

$$\text{в) } y = 8\cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = \frac{12}{x-2} \quad [-2; 6]$$

$$\text{д) } y = \log_4(x + 4) \quad [-3; 4].$$

13-вариант.

$$\text{а) } y = 6x - 1 \quad [-5; 5]$$

$$\text{б) } y = 3x^3 - 2 \quad [-5; 5]$$

$$\text{в) } y = 2\sin x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^3 + 6x^2 + 12x + 9 \quad [-5; 1]$$

$$\text{д) } y = \frac{4x+6}{7x+15} \quad [-2; 4].$$

14-вариант.

$$\text{а) } y = 8x + 5 \quad [-5; 5]$$

$$\text{б) } y = 5x^2 + 10x + 2 \quad [-6; 2]$$

$$\text{в) } y = 3\cos 2x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = \log_8(x + 3) \quad [-2; 5].$$

15-вариант.

$$\text{а) } y = 9x - 4 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 4x^3 + 3 \quad [-4; 5]$$

$$\text{в) } y = \log_9(x + 2) \quad [-1; 7]$$

$$\text{г) } y = 8\sin 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{д) } y = x^3 + 9x^2 + 27x + 28 \quad [-6; 0].$$

16-вариант.

$$\text{а) } y = 8x + 3 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 8^x + 6 \quad [-3; 3]$$

$$\text{в) } y = 2\cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^2 + 6x + 2 \quad [-7; 1]$$

$$\text{д) } y = \log_3(x + 5) \quad [-4; 4].$$

17-вариант.

$$\text{а) } y = 7x + 3 \quad [-4; 4]$$

- б) $y = x^3 - 4$ $[-5; 5]$
 в) $y = \log_2(x + 4)$ $[-3; 4]$
 г) $y = 4\sin 2x$ $[0; 2\pi]$
 д) $y = x^3 + 12x^2 + 48x + 65$ $[-7; -1]$.

18-вариант.

- а) $y = 2^x - 5$ $[-6; 6]$
 б) $y = x^2 + 6x - 5$ $[-7; 1]$
 в) $y = 6\cos 3x$ $[0; 2\pi]$
 г) $y = \log_4(x + 8)$ $[-7; 8]$
 д) $y = \frac{18}{x+3}$ $[-2; 3]$.

19-вариант.

- а) $y = 5x - 2$ $[-3; 3]$
 б) $y = 4x^3 + 3$ $[-4; 4]$
 в) $y = \sin 2x$ $[0; 2\pi]$
 г) $y = x^3 + 15x^2 + 75x + 126$ $[-8; -2]$
 д) $y = \frac{2x+4}{3x+2}$ $[0; 5]$.

20-вариант.

- а) $y = 6x - 4$ $[-5; 5]$
 б) $y = 8^x - 3$ $[-3; 3]$
 в) $y = 6\cos 2x$ $[0; 2\pi]$
 г) $y = \log_9(x + 6)$ $[-5; 3]$
 д) $y = \frac{20}{x-5}$ $[1; 9]$.

21-вариант.

- а) $y = 5x - 1$ $[-6; 6]$
 б) $y = 4x^3 - 3$ $[-4; 4]$
 в) $y = 2\sin 4x$ $[0; 2\pi]$
 г) $y = \log_8(x + 3)$ $[-2; 3]$.

22-вариант.

$$\text{a) } y = 6x + 5 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 9^x + 4 \quad [-3; 3]$$

$$\text{в) } y = 8\cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^3 - 12x^2 + 48x - 63 \quad [1; 7]$$

$$\text{д) } y = \frac{22}{2x+3} \quad [-1; 7].$$

23-вариант.

$$\text{a) } y = 4x + 7 \quad [-6; 6]$$

$$\text{б) } y = 8x^3 - 1 \quad [-3; 3]$$

$$\text{в) } y = \log_4(x - 3) \quad [4; 11]$$

$$\text{г) } y = 3\sin 2x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{д) } y = x^2 + 8x + 2 \quad [-8; 0].$$

24-вариант.

$$\text{a) } y = 6x - 4 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 2^x + 3 \quad [-3; 5]$$

$$\text{в) } y = 2\cos 2x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = \log_8(x + 2) \quad [-1; 6]$$

$$\text{д) } y = \frac{x+2}{2x+1} \quad [0; 4].$$

25-вариант.

$$\text{a) } y = 2x^3 + 6 \quad [-4; 3]$$

$$\text{б) } y = \log_9(x + 7) \quad [-6; 2]$$

$$\text{в) } y = \sin 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^3 - 18x^2 + 108x - 215 \quad [3; 9]$$

$$\text{д) } y = \frac{20}{x+4} \quad [0; 8].$$

26-вариант.

$$\text{a) } y = 9x - 4 \quad [-3; 3]$$

$$\text{б) } y = 2^x + 3 \quad [-5; 5]$$

$$\text{в) } y = \cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = 2x^2 - 6x + 3 \quad [-1; 7]$$

$$\text{д) } y = \frac{3x+4}{4x+1} \quad [0; 5].$$

27-вариант.

$$\text{а) } y = 6x - 5 \quad [-5; 5]$$

$$\text{б) } y = 3x^3 - 2 \quad [-3; 4]$$

$$\text{в) } y = \log_4(x + 2) \quad [-1; 6]$$

$$\text{г) } y = 3\sin 2x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{д) } y = x^3 + 3x^2 + 3x + 3 \quad [-4; 2].$$

28-вариант.

$$\text{а) } y = 4^x + 6 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 2x^2 + 12x + 5 \quad [-4; 4]$$

$$\text{в) } y = 4\cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = \frac{2}{x+2} \quad [-1; 6]$$

$$\text{д) } y = \log_4(x + 2) \quad [-1; 6].$$

29-вариант.

$$\text{а) } y = 6x - 3 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 2x^3 - 5 \quad [-5; 5]$$

$$\text{в) } y = \sin 2x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = x^3 + 6x^2 + 12x + 9 \quad [-5; 1]$$

$$\text{д) } y = \frac{4x+3}{7x+6} \quad [0; 5].$$

30-вариант.

$$\text{а) } y = 7x + 5 \quad [-4; 4]$$

$$\text{б) } y = 5x^2 + 10x + 3 \quad [-6; 2]$$

$$\text{в) } y = 4\cos 4x \quad [0; 2\pi]$$

$$\text{г) } y = \log_8(x + 4) \quad [-3; 4]$$

$$\text{г) } y = \frac{3}{x-3} \quad [4; 9].$$

2-§. Функция лимити

Мавзуга оид саволлар.

1. Сонлар кетма-кетлиги тушунчаси.
2. Сонлар кетма-кетликларига мисоллар.
3. Сонлар кетма-кетлигининг лимити.
4. Яқинлашувчи кетма-кетликлар ва уларнинг ҳоссалари.
5. Функция лимити
6. Функция лимити тушунчасининг таърифлари

1-мисол. $a_n = \frac{2n}{n+2}$ кетма-кетликнинг дастлабки бешта ҳадини ҳисобланг.

$$\text{Ечиш. } a_1 = \frac{2 \cdot 1}{1+2} = \frac{2}{3};$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot 2}{2+2} = 1;$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot 3}{3+2} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5};$$

$$a_4 = \frac{2 \cdot 4}{4+2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3};$$

$$a_5 = \frac{2 \cdot 5}{5+2} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}.$$

2-мисол. $a_n = \frac{3n^2-2n+5}{n^2+2}$ кетма-кетликнинг лимитини ҳисобланг.

$$\text{Ечиш. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2-2n+5}{n^2+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-\frac{2}{n}+\frac{5}{n^2}}{1+\frac{2}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 3 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2}} = \frac{3}{1} = 3.$$

3-мисол. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+8}{n}\right)^{3n} = ?$

Ечиш.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+8}{n}\right)^{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{n}\right)^{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{8}{n}\right)^{\frac{n}{8}}\right]^{\frac{8}{n} \cdot 3n} = \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{n}\right)^{\frac{n}{8}}\right]^{24} = e^{24}$$

4-мисол. Функция лимитининг таърифидан фойдаланиб қуйидаги $\lim_{x \rightarrow 3}(2x - 4) = 2$ тенгликни исбот қилинг.

Исбот. $\varepsilon > 0$ ихтиёрий мусбат сон бўлсин. Агар $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$ деб олсак, у ҳолда $|x - 3| < \delta$ тенгсизликни қаноатлантирувчи x нинг барча қийматларида $|2x - 4 - 2| < \varepsilon$ тенгсизлик бажарилади. Ҳақиқатдан ҳам $|2x - 4 - 2| = |2x - 6| = 2|x - 3| < 2\delta = 2 \cdot \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$.

Демак, $\lim_{x \rightarrow 3}(2x - 4) = 2$.

2-Мустақил иш вариантлари

2.1. Қуйида берилган кетма-кетликларнинг дастлабки 5 та хадини ҳисобланг.

1-вариант.

а) $a_n = 3n + 5$;

в) $a_n = \frac{3n+1}{2n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{3\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{5n}{2n+3}$;

г) $a_n = \frac{5n^2}{2n+4}$;

е) $a_n = \cos \frac{3\pi}{2n}$.

2-вариант.

а) $a_n = 4n + 1$;

в) $a_n = \frac{3n+2}{3n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{2\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{6n}{2n+4}$;

г) $a_n = \frac{4n^2}{5n+2}$;

е) $a_n = \cos \frac{4\pi}{n}$.

3-вариант.

а) $a_n = 3n - 2$;

в) $a_n = \frac{2n-1}{2n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{4\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{6n}{4n+1}$;

г) $a_n = \frac{n^2}{n+2}$;

е) $a_n = \cos \frac{2\pi}{n}$.

4-вариант.

а) $a_n = 7n - 4$;

в) $a_n = \frac{8n-4}{2n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{5\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{4n}{3n+2}$;

г) $a_n = \frac{4n^2}{6n+3}$;

е) $a_n = \cos \frac{3\pi}{n}$.

5-вариант.

а) $a_n = 5n+2$;

в) $a_n = \frac{2n+3}{n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{3\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{3n}{n+3}$;

г) $a_n = \frac{8n^2}{4n+3}$;

е) $a_n = \cos \frac{4\pi}{n}$.

6-вариант.

а) $a_n = 3n-1$;

в) $a_n = \frac{4n+2}{3n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{6\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{5n}{3n-1}$;

г) $a_n = \frac{2n^2}{n+4}$;

е) $a_n = \cos \frac{2\pi}{n}$.

7-вариант.

а) $a_n = 6n-5$;

в) $a_n = \frac{4n+3}{2n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{2\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{8n}{3n+2}$;

г) $a_n = \frac{4n^2}{3n-1}$;

е) $a_n = \cos \frac{3\pi}{n}$.

8-вариант.

а) $a_n = 7n+4$;

в) $a_n = \frac{4n+2}{3n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{4\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{4n}{3n-2}$;

г) $a_n = \frac{6n^2}{3n+1}$;

е) $a_n = \cos \frac{8\pi}{n}$.

9-вариант.

а) $a_n = 5n+2$;

в) $a_n = \frac{2n+4}{4n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{6\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{3n}{n+1}$;

г) $a_n = \frac{4n^2}{3n+2}$;

е) $a_n = \cos \frac{2\pi}{n}$.

10-вариант.

а) $a_n = 4n - 1$;

в) $a_n = \frac{5n-2}{3n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{8\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{4n}{n-2}$;

г) $a_n = \frac{6n^2}{3n+2}$;

е) $a_n = \cos \frac{4\pi}{n}$.

11-вариант

а) $a_n = 4n + 1$;

в) $a_n = \frac{5n+2}{2n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{4\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{7n}{3n+4}$;

г) $a_n = \frac{8n^2}{2n+4}$;

е) $a_n = \cos \frac{3\pi}{n}$.

12-вариант.

а) $a_n = 2n - 1$;

в) $a_n = \frac{5n+2}{n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{9n}{4n+1}$;

г) $a_n = \frac{5n^2}{2n+3}$;

е) $a_n = \cos \frac{8\pi}{n}$.

13-вариант.

а) $a_n = 7n + 2$;

в) $a_n = \frac{6n-2}{n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{2\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{6n}{n+4}$;

г) $a_n = \frac{7n^2}{n+1}$;

е) $a_n = \cos \frac{3\pi}{n}$.

14-вариант.

а) $a_n = 2n + 5$;

в) $a_n = \frac{3n+2}{n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{2\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{5n}{2n+3}$;

г) $a_n = \frac{5n^2}{3n+4}$;

е) $a_n = \cos \frac{4\pi}{n}$.

15-вариант.

а) $a_n = 3n + 4$;

в) $a_n = \frac{2n+5}{2n^2}$;

д) $a_n = \sin \frac{3\pi}{n}$;

б) $a_n = \frac{6n}{4n+3}$;

г) $a_n = \frac{8n^2}{4n+3}$;

е) $a_n = \cos \frac{5\pi}{n}$.

16-вариант.

а) $a_n = 4n + 3$;

б) $a_n = \frac{8n}{4n+1}$;

в) $a_n = \frac{2n+4}{3n^2}$;

$$\Gamma) a_n = \frac{6n^2}{2n+3};$$

$$\Delta) a_n = \sin \frac{\pi}{n};$$

$$\epsilon) a_n = \cos \frac{5\pi}{n}.$$

17-вариант.

$$a) a_n = 5n+2;$$

$$B) a_n = \frac{4n+1}{3n^2};$$

$$\Delta) a_n = \sin \frac{7\pi}{n};$$

$$\bar{6}) a_n = \frac{7n}{3n+4};$$

$$\Gamma) a_n = \frac{9n^2}{3n+2};$$

$$\epsilon) a_n = \cos \frac{5\pi}{n}.$$

18-вариант.

$$a) a_n = 5n-1;$$

$$B) a_n = \frac{2n-1}{n^2};$$

$$\Delta) a_n = \sin \frac{3\pi}{n};$$

$$\bar{6}) a_n = \frac{4n}{n+1};$$

$$\Gamma) a_n = \frac{6n^2}{4n+2};$$

$$\epsilon) a_n = \cos \frac{2\pi}{n}.$$

19-вариант.

$$a) a_n = 3n-1;$$

$$B) a_n = \frac{3n-2}{2n^2};$$

$$\Delta) a_n = \sin \frac{\pi}{n};$$

$$\bar{6}) a_n = \frac{7n}{5n+2};$$

$$\Gamma) a_n = \frac{8n^2}{4n+1};$$

$$\epsilon) a_n = \cos \frac{4\pi}{n}.$$

20-вариант.

$$a) a_n = 5n-2;$$

$$B) a_n = \frac{3n+2}{2n^2};$$

$$\Delta) a_n = \sin \frac{3\pi}{n};$$

$$\bar{6}) a_n = \frac{4n}{2n-1};$$

$$\Gamma) a_n = \frac{6n^2}{2n+5};$$

$$\epsilon) a_n = \cos \frac{5\pi}{n}.$$

21-вариант.

$$a) a_n = 4n+3;$$

$$B) a_n = \frac{2n+4}{n^2};$$

$$\Delta) a_n = \sin \frac{4\pi}{n};$$

$$\bar{6}) a_n = \frac{6n}{3n-1};$$

$$\Gamma) a_n = \frac{4n^2}{n+4};$$

$$\epsilon) a_n = \cos \frac{6\pi}{n}.$$

22-вариант.

$$a) a_n = 7n-2;$$

$$B) a_n = \frac{4n+2}{3n^2};$$

$$\Gamma) a_n = \frac{8n^2}{5n+3};$$

$$\bar{6}) a_n = \frac{3n}{n-1};$$

$$\text{д) } a_n = \sin \frac{2\pi}{n};$$

$$\text{е) } a_n = \cos \frac{3\pi}{n}.$$

23-вариант.

$$\text{а) } a_n = 5n - 2;$$

$$\text{в) } a_n = \frac{6n-2}{3n^2};$$

$$\text{д) } a_n = \sin \frac{5\pi}{n};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{8n}{n+4};$$

$$\text{г) } a_n = \frac{6n^2}{4n+1};$$

$$\text{е) } a_n = \cos \frac{2\pi}{n}.$$

24-вариант.

$$\text{а) } a_n = 3n - 2;$$

$$\text{в) } a_n = \frac{7n-3}{2n^2};$$

$$\text{д) } a_n = \sin \frac{\pi}{n};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{6n}{n+4};$$

$$\text{г) } a_n = \frac{8n^2}{2n+2};$$

$$\text{е) } a_n = \cos \frac{4\pi}{n}.$$

25-вариант.

$$\text{а) } a_n = 4n - 3;$$

$$\text{в) } a_n = \frac{3n+2}{n^2};$$

$$\text{д) } a_n = \sin \frac{3\pi}{n};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{2n}{n-1};$$

$$\text{г) } a_n = \frac{4n^2}{2n-1};$$

$$\text{е) } a_n = \cos \frac{5\pi}{n}.$$

26-вариант.

$$\text{а) } a_n = 3n + 1;$$

$$\text{в) } a_n = \frac{5n-1}{2n^2};$$

$$\text{д) } a_n = \sin \frac{4\pi}{n};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{4n}{n+1};$$

$$\text{г) } a_n = \frac{6n^2}{2n-4};$$

$$\text{е) } a_n = \cos \frac{6\pi}{n}.$$

27-вариант.

$$\text{а) } a_n = 4n + 3;$$

$$\text{в) } a_n = \frac{3n+5}{3n^2};$$

$$\text{д) } a_n = \sin \frac{2\pi}{n};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{4n}{2n+1};$$

$$\text{г) } a_n = \frac{9n^2}{5n-3};$$

$$\text{е) } a_n = \cos \frac{6\pi}{n}.$$

28-вариант.

$$\text{а) } a_n = 2n + 5;$$

$$\text{в) } a_n = \frac{6n-5}{n^2};$$

$$\text{г) } a_n = \frac{3n^2}{2n-1};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{2n}{n-1};$$

$$д) a_n = \sin \frac{3\pi}{n};$$

$$е) a_n = \cos \frac{5\pi}{n}.$$

29-вариант.

$$а) a_n = 7n-3;$$

$$в) a_n = \frac{6n-3}{2n^2};$$

$$д) a_n = \sin \frac{10\pi}{n};$$

$$б) a_n = \frac{5n}{2n-5};$$

$$г) a_n = \frac{8n^2}{4n-2};$$

$$е) a_n = \cos \frac{4\pi}{n}.$$

30-вариант.

$$а) a_n = 9n-4;$$

$$в) a_n = \frac{8n-5}{n^2};$$

$$д) a_n = \sin \frac{5\pi}{n};$$

$$б) a_n = \frac{6n}{n-2};$$

$$г) a_n = \frac{6n^2}{n+1};$$

$$е) a_n = \cos \frac{4\pi}{n}.$$

2.2.Куйида берилган сонли кетма кетликларнинг лимитини ҳисобланг.

1-вариант.

$$а) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+2}{3n+4};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+2}}{2n+3};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^{2n};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-5n+2}{4n^2+7};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n}).$$

2-вариант.

$$а) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{2n+5};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+5}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+7}}{4n+3};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+6}{n}\right)^{2n};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-7n+4}{3n^2+2};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n}).$$

3-вариант.

$$а) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{n+3};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{2n+1};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 9n + 2}{2n^2 - 1};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^{4n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}).$$

4-вариант.

$$а) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-2}{2n+1};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6n-3}}{4n-3};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 8n + 3}{2n^2 + 3};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{3n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$$

5-вариант.

$$а) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{n+2};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n-1}}{3n+1};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 6n - 2}{3n^2 + 4};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-4}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{4n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n-3} - \sqrt{n}).$$

6-вариант.

$$а) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+4}{3n+3};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n-1}}{4n+2};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 9n + 4}{2n^2 - 3};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{2n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n-2} - \sqrt{n}).$$

7-вариант.

$$а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3n+4}{n-1};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+3}}{4n-1};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 6n - 1}{n^2 + 3};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-3}}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^n;$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n-1} - \sqrt{n}).$$

8-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7n-3}{5n+1};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+3}}{3n+2};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2-7n+4}{3n^2+5};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{\sqrt{n+4}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n}\right)^{4n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n}).$

9-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2}{n-1};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+5}}{4n-1};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+8n+5}{n^2+4};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+4}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^{3n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}).$

10-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-4}{2n+1};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1}}{4n+2};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+9n+8}{2n^2+1};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{4n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$

11-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{5n-4};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6n-4}}{n+1};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-9n+3}{2n^2+1};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{\sqrt{n-2}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{6n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}).$

12-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+3};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n-2}}{3n+4};$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 6n - 3}{3n^2 + 2};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+7}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n}};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-4}{n}\right)^{2n};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$$

13-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{2n-1};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2}}{3n-1};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 7n + 38}{4n^2 + 2};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n}};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^{3n};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+6} - \sqrt{n}).$$

14-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n-1};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6n+2}}{4n-1};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 8n + 28}{4n^2 + 7};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+8}}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n}};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^{5n};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$$

15-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{3n+4};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+2}}{2n+3};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n + 2}{3n^2 + 7};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^{2n};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n}).$$

16-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-5}{n+1};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{n+4};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 9n + 3}{2n^2 + 3};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{\sqrt{n-2} + \sqrt{n}};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{3n};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+6} - \sqrt{n}).$$

17-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n-2}{2n+1};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{n+1};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+6n-2}{n^2+2};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+7}}{\sqrt{n-3}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^{4n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}).$

18-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5}{4n+5};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{2n+4};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+7n+3}{3n^2-1};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{2n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$

19-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n-4}{n+1};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+1}}{2n+5};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+10n-9}{n^2+2};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^{2n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n}).$

20-вариант.

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n-2}{2n+3};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{3n+2};$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+5n-1}{n^2+4};$

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}};$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{6n};$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$

21-вариант.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5}{2n-3};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{n+2};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-4n-5}{3n^2+1};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+7}}{\sqrt{n-3}+\sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^n;$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n}).$$

22-вариант.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-4}{n+1};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{n-2};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+5n+28}{4n^2-1};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+5}}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n}\right)^{3n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+6} - \sqrt{n}).$$

23-вариант.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-2}{n+3};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{n-1};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+7n-5}{2n^2-3};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{3n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$$

24-вариант.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n-4}{n+1};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n-2}}{3n+2};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-12n+5}{3n^2-1};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+7}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n}\right)^{4n};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$$

25-вариант.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n-1};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6n+4}}{5n-1};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-7n+4}{3n^2+2};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+9}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n}\right)^{3n};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n}).$$

26-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+6}{n+2};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{\sqrt{n-2}+\sqrt{n}};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{7n+1}}{3n-2};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{4n};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2-8n+4}{3n^2+2};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n}).$$

27-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+2}{2n+4};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{n+2};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n}\right)^{2n};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2-6n-5}{2n^2+4};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n}).$$

28-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+5}{2n+1};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+5}}{\sqrt{n-2}+\sqrt{n}};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+3}}{2n+3};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+7}{n}\right)^{4n};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+9n+3}{2n^2+3};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+6} - \sqrt{n}).$$

29-вариант.

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+4}{2n+3};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+8}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}};$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2}}{3n+1};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^{5n};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+7n+4}{n^2+5};$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+6} - \sqrt{n}).$$

30-вариант.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+5}{n+3};$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+8}}{\sqrt{n-2}+\sqrt{n}};$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+7}}{2n-1};$$

$$д) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+7}{n}\right)^{2n};$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+6n-3}{2n^2-1};$$

$$е) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}).$$

2.3. Функция лимитининг таърифидан фойдаланиб қуйидаги тенгликларни исбот қилинг.

1-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} (5x - 3) = 7;$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2+x-21}{x-3} = 13.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+7}{4x-3} = \frac{5}{4};$$

2-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} (6x - 5) = 7;$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-2x-12}{x-3} = 10.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-4}{6x+5} = \frac{5}{6};$$

3-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 5) = 7$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2-7x-6}{x-2} = 13.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-3}{3x+2} = \frac{4}{3};$$

4-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 5} (4n - 7) = 13;$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2-13x+6}{x-6} = 11.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2 ;$$

5-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 7} (3n + 1) = 11;$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-6x+8}{x-4} = 2.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x-5}{5x+2} = \frac{6}{5};$$

6-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 8} (3n + 5) = 29;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{7x-2} = \frac{4}{7};$$

7-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} (4x + 3) = 15;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{3x+2} = 1;$$

8-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 9} (2x - 9) = 9;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+7}{2x-5} = 1;$$

9-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 6} (3x - 7) = 11;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+2}{3x-1} = \frac{5}{3};$$

10-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 6} (4x + 3) = 27;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x+2}{6x-1} = 3;$$

11-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x + 2) = 14;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x+2}{6x-1} = \frac{7}{6};$$

12-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} (5x - 6) = 9;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7n-4}{7n+5} = 1;$$

13-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 5} (6x - 4) = 26;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8n+5}{4n-3} = 2;$$

14-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} (4x + 3) = 11;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2-5x-6}{x-6} = 11.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x^2-13x-10}{x-5} = 17.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{x-2} = 7.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2-7x-4}{x-4} = 9.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-x-10}{x-3} = 7.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-x-10}{x-2} = 11.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-2x-24}{x-6} = 10.$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2+4x-32}{x-4} = 12.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9n-5}{6n+2} = \frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2-3x-35}{x-5} = 17.$$

15-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} (5x - 2) = 13;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-2x-24}{x-6} = 10.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{2x-5} = 2;$$

16-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 2) = 8;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x^2-4x-32}{x-4} = 20.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-4}{2x+5} = \frac{5}{2};$$

17-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x - 4) = 8;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2+2x-35}{x-5} = 12.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x+3}{2x-1} = 4;$$

18-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (6x + 1) = 13;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2+x-21}{x-3} = 13.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x-4}{3x+2} = \frac{7}{3};$$

19-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (x - 2) = 2;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{4x^2-16x-48}{x-6} = 32.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+4}{x+2} = 3;$$

20-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 7} (2x - 5) = 9;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-x-15}{x-3} = 11.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x-1}{3x+2} = 2;$$

21-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x + 2) = 14;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2+x-18}{x-2} = 17.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+3}{5x-2} = 1;$$

22-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (4x - 5) = 15;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4}{2x-1} = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 16}{x - 2} = 14.$$

23-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 6} (x + 3) = 9;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x^2 - 11x - 40}{x - 8} = 21.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 3}{5x - 2} = 1;$$

24-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (3x - 5) = 10;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{5x^2 - 29x - 42}{x - 7} = 41.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 3}{2x - 5} = 3;$$

25-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} (6x + 1) = 19;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - x - 28}{x - 15} = 15.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x - 5}{3x + 2} = 3;$$

26-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (7x - 4) = 10;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 7x - 30}{x - 6} = 17.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 3}{4x - 1} = 1;$$

27-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} (2x + 5) = 11;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 21}{x - 3} = 3.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 4}{2x - 3} = \frac{5}{2};$$

28-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x - 4) = 8;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 16}{x - 2} = 14.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x - 5}{3x + 2} = 3;$$

29-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 7} (3x - 9) = 12;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 2x - 24}{x - 3} = 14.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 6}{2x + 3} = 2;$$

30-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (5x - 3) = 7;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x + 2}{4x - 3} = \frac{7}{4};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x - 4} = 13.$$

3-§. Лимитлар ҳақидаги теоремалар. Ажойиб лимитлар

Мавзуга оид саволлар.

1. Функция лимити ҳақидаги теоремалар.
2. Функциялар йиғиндиси, айирмасинаси, кўпайтмаси ва бўлинмасининг лимити .
3. Ажойиб лимитлар.
4. Ажойиб лимитларнинг татбиқлари.

1-мисол. Қуйидаги $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$ лимитни ҳисобланг.

Ечиш. Берилган лимитни ҳисоблаш учун касрнинг сурат ва махражни кўпайтирувчиларга ажратиб топамиз:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x+3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x+1)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x+3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Шундай қилиб, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9} = \frac{2}{3}$.

2-мисол. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 9x})$ лимитни ҳисобланг.

Ечиш: Берилган лимит $\infty - \infty$ кўринишдаги аниқмасликдан иборат, бу аниқмасликни очиш учун берилган ифодани ўзининг қўшмасига кўпайтирамиз ва бўламиз. У ҳолда $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 9x}) =$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 9x})(\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 9x})}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 9x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 3x) - (x^2 - 9x)}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 9x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 9x}} = \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x}{x \left(\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + \sqrt{1 - \frac{9}{x}} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12}{\left(\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + \sqrt{1 - \frac{9}{x}} \right)} = \frac{12}{\sqrt{1} + \sqrt{1}} = 6.$$

бўлади.

3-мисол. Қуйидаги лимитни ҳисобланг.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{x}} = ?$$

Ечиш. Ажойиб лимит $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$ лимитдан фойдаланамиз.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[(1 + 3x)^{\frac{1}{3x}} \right]^{3x \cdot \frac{2}{x}} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{3x}} \right]^6 = \left[\lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)^{\frac{1}{t}} \right]^6 = e^6.$$

4-мисол. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{5x}$ ни ҳисобланг.

Ечиш. Ажойиб $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ лимитдан фойдаланамиз.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \cdot 4}{\cos 4x \cdot 5 \cdot 4x} = \frac{4}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot \frac{1}{\cos 4x} = \frac{4}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 4x} = \frac{4}{5} \cdot 1 \cdot \frac{1}{1} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Жавоб: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{5x} = \frac{4}{5}.$$

5-мисол. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(30^\circ + x) - \sin(30^\circ - x)}{x}$ лимитни ҳисобланг.

Ечиш: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(30^\circ + x) - \sin(30^\circ - x)}{x}$ лимитни ҳисоблаш учун қасрнинг

суратини қўпайтма қўринишига келтирамиз ва $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ажойиб лимитдан фойдаланамиз.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(30^\circ + x) - \sin(30^\circ - x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin x}{x} = 2 \cos 30^\circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 2 \cos 30^\circ \cdot 1 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

6-мисол. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{9x}\right)^{3x}$ лимитни ҳисобланг.

Ечиш: Берилган лимитни ҳисоблаш учун $\frac{2}{9x} = t$ алмаштириш бажарамиз. Бу ҳолда $x \rightarrow \infty$ да t нолга интилади. Бундан ва қуйидаги $\lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)^{\frac{1}{t}} = e$ ажойиб лимитдан фойдаланиб, берилган лимитни ҳисоблаймиз:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{9x}\right)^{3x} = \lim_{t \rightarrow 0} ((1 + t)^3)^{\frac{2}{9t}} = \left(\lim_{t \rightarrow 0} \left((1 + t)^{\frac{1}{t}}\right)\right)^{\frac{2}{3}} = e^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{e^2} \text{ лимитга эга бўламиз.}$$

7-мисол. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{9x}\right)^{3x}$ лимитни ҳисобланг.

Ечиш: Берилган лимитни ҳисоблаш учун $\frac{4}{9x} = t$ алмаштириш бажарамиз. Бу ҳолда $x \rightarrow \infty$ да $t \rightarrow 0$ бўлади. Бундан ва қуйидаги $\lim_{t \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t = e$ ажойиб лимитдан фойдаланиб, берилган лимитни ҳисоблаймиз:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{9x}\right)^{3x} = \lim_{t \rightarrow 0} \left((1 + \frac{1}{t})^t\right)^{\frac{12}{9}} = \left(\lim_{t \rightarrow 0} \left((1 + \frac{1}{t})^t\right)\right)^{\frac{4}{3}} = e^{\frac{4}{3}} = e^{\sqrt[3]{4}} \text{ лимитга эга бўламиз.}$$

3-Мустақил иш вариантлари

3.1. Қуйидаги лимитларни унинг ҳоссаларидан ва лимитлар ҳақидаги теоремалардан фойдаланиб ҳисобланг.

1-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5);$

б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + x - 20}{x + 5};$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - 9};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

2-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x + 4);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{9x} - 3\sqrt{x});$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 7x} - \sqrt{x^2 - 13x}).$$

3-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (2x + 5)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x - 2}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x^2} - 2\sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 9x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

4-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (6x - 4)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - x - 15}{x - 3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x + 6} - \sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 15x} - \sqrt{x^2 - 17x}).$$

5-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (2x + 3)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 3x - 20}{x - 4}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{9x - 2} - 3\sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

6-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (2x + 5)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x - 5}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 3}{2x} \right)^{3x}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{25x - 9} - 5\sqrt{x}).$$

7-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (6x - 5)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 7x - 30}{x - 6}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x + 6} - 2\sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 19x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

8-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} (4x + 3)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x^2 - 9x - 35}{x - 7}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{25x - 4} - 5\sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 13x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

9-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 6} (3x - 4)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{9x + 2} - 3\sqrt{x})$$

10-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 5} (3x - 4)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{25x - 9} - 5\sqrt{x})$$

11-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x + 6)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{16x + 2} - 4\sqrt{x})$$

12-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} (4x + 3)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x + 3} - 2\sqrt{x})$$

13-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} (5x - 2);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x + 4} - \sqrt{x})$$

14-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} (6x + 1)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x - 1} - 2\sqrt{x})$$

15-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} (2x + 3)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{9x - 4} - 3\sqrt{x})$$

16-вариант.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 5} (4x - 3)$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x} \right)^{2x}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x^2 - 11x - 40}{x - 8}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{2x^2 - 13x - 45}{x - 9}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 7x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x^2 - 15x - 50}{x - 10}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 9x} - \sqrt{x^2 - 5x}).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2 - 17x - 55}{x - 11}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 9x} - \sqrt{x^2 - 3x}).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 12} \frac{2x^2 - 19x - 60}{x - 12}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} (9x + 1).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 13} \frac{2x^2 - 21x - 65}{x - 13}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 14} \frac{2x^2 - 23x - 70}{x - 14}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 9x} - \sqrt{x^2 - 11x}).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 15} \frac{2x^2 - 25x - 75}{x - 15}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 10x}).$$

17-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (5x + 2)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x + 3} - \sqrt{4x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -15} \frac{2x^2 + 35x + 75}{x + 15}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 7x} - \sqrt{x^2 - 11x})$.

18-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 6} (x + 4)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x + 5} - \sqrt{x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -14} \frac{2x^2 + 33x + 70}{x + 14}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 11x} - \sqrt{x^2 - 13x})$.

19-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 2)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{9x + 4} - \sqrt{9x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -13} \frac{2x^2 + 31x + 65}{x + 13}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 6x})$.

20-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 3} (7x - 5)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x - 1} - \sqrt{4x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -12} \frac{2x^2 + 29x - 60}{x + 12}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 8x})$.

21-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 5} (3x + 2)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -11} \frac{2x^2 + 27x + 55}{x + 11}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x} - \sqrt{x^2 - 8x})$.

22-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (4x - 3)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{4x + 2} - \sqrt{4x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -10} \frac{2x^2 + 25x + 50}{x + 10}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x} - \sqrt{x^2 - 14x})$.

23-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 5} (2x + 3)$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{3x + 3} - 5\sqrt{3x})$

б) $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{2x^2 + 23x + 45}{x + 9}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 7x})$.

24-вариант.

а) $\lim_{x \rightarrow 5} (x + 3)$

б) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x^2 + 21x + 40}{x + 8}$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{4x-3} - 3\sqrt{4x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+8x} - \sqrt{x^2-12x}).$$

25-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (14x + 20)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2+19x+35}{x+7}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x-6} - \sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-12x}).$$

26-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} (-x + 6)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x^2+17x+30}{x+6}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{x}(\sqrt{4x+3} - \sqrt{4x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+14x} - \sqrt{x^2-16x}).$$

27-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (5x - 9)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-7x+12}{x-3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} 4\sqrt{x}(\sqrt{2x-7} - \sqrt{2x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+6x} - \sqrt{x^2-8x}).$$

28-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (7x + 4)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2+15x+56}{x+7}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} 5\sqrt{x}(\sqrt{3x+4} - \sqrt{3x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+5x} - \sqrt{x^2-7x}).$$

29-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 5} (4x + 8)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-9x+20}{x-4}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} 7\sqrt{x}(\sqrt{x-3} - \sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+8x} - \sqrt{x^2-14x}).$$

30-вариант.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} (x + 9)$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+9x+20}{x+4}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} 3\sqrt{x}(\sqrt{x-3} - \sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-12x}).$$

3.2. Лимитларга доир теоремалардан фойдаланиб қуйидаги лимитларни ҳисобланг.

1-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{4x+3}) - 2\sqrt{x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x}.$$

2-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^{3x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x}.$$

3-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{6x}.$$

4-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x} \right)^{5x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}.$$

5-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{1}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{3x}.$$

6-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+4}{6x} \right)^{3x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}.$$

7-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{4x}.$$

8-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{4}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}.$$

9-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x} \right)^{2x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{3x}.$$

10-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}.$$

11-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{25x-9} - 5\sqrt{x})$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{2x}.$$

12-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{4}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{5x}.$$

13-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x} \right)^{2x}$$

14-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{x}}$$

15-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x} \right)^{4x}$$

16-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{2x}$$

17-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x} \right)^{3x}$$

18-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x} \right)^{2x}$$

19-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{2x}$$

20-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x} \right)^{2x}$$

21-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{4}{x}}$$

22-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{25x-16} - 5\sqrt{x});$$

23-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 6x)^{\frac{2}{x}}$$

24-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{4x} \right)^{4x}$$

25-вариант.

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{6x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{4x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{2x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{4x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x} \right)^{2x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{6x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{3x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{4x}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{3x}.$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 6x)^{\frac{3}{x}}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}.$$

26-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x} \right)^{3x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{2x}.$$

27-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{4x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}.$$

28-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x} \right)^{2x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x}.$$

29-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 7x)^{2x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}.$$

30-вариант.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x} \right)^{2x}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{4x}.$$

4-§. Функциянинг узлуксизлиги, элементар функциялар узлуксизлиги

Мавзуга оид саволлар.

1. Узлуксиз функция таърифи.
2. Функциянинг узулиш нуқталари ва уларнинг турлари.
3. Функция графиги асосида узулиш турларини аниқлаш.

$$1\text{-мисол. Қуйидаги } y = \begin{cases} x + 5, & x < -2 \\ x^2, & -2 \leq x < 2 \\ 2x + 1, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{функциянинг узулиш}$$

нуқталарини аниқланг.

$$\text{Ечиш. } \lim_{x \rightarrow -2-0} (x + 5) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -2+0} (x^2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} x^2 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} (2x + 1) = 5$$

Бундан кўринадикки $x = -2$ ва $x = 2$ нуқталарда берилган функциянинг чап ва ўнг лимитлари тенг эмас. Демак, берилган функция $x = -2$ ва $x = 2$ нуқталарда 1-тур узилишга эга.

4.1. Қуйидаги функцияларнинг узулиш нуқталарини аниқланг.

1-вариант.

а) $y = \frac{3x}{5x-8}$;

б) $y = \frac{4x+3}{2x^2+5x-7}$;

в) $y = \operatorname{tg} 5x$;

г) $y = \frac{7x}{\cos 3x}$.

2-вариант.

а) $y = \frac{5x}{3x+7}$;

б) $y = \frac{3x-2}{4x^2+3x-7}$;

в) $y = \cos 2x$;

г) $y = \frac{6x}{\sin 4x}$.

3-вариант.

а) $y = \frac{4x}{2x-2}$;

б) $y = \frac{3x}{2|x-3|+1}$;

в) $y = \operatorname{tg} 6x$;

г) $y = \frac{3x}{\cos 2x}$.

4-вариант.

а) $y = \frac{4x}{3x+4}$;

б) $y = \frac{5x-3}{3x^2+8x+3}$;

в) $y = \cos 3x$;

г) $y = \frac{4x}{\sin 2x}$.

5-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{6x}{4x-3};$$

$$\text{б) } y = \frac{2x}{x^2-6x+5};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 4x;$$

$$\text{г) } y = \frac{6x}{\cos 4x}.$$

6-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{4x}{3x+2};$$

$$\text{б) } y = \frac{2x+3}{2x^2-7x-4};$$

$$\text{в) } y = \cos 4x;$$

$$\text{г) } y = \frac{5x}{\sin 3x}.$$

7-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{2x}{x+4};$$

$$\text{б) } y = \frac{3x}{4|x+1|-3};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 2x;$$

$$\text{г) } y = \frac{4x}{\cos 3x}.$$

8-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{8x}{4x-2};$$

$$\text{б) } y = \frac{2x+5}{4x^2+9x-5};$$

$$\text{в) } y = \cos 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{4x}{\sin 2x}.$$

9-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{6x}{3x+4};$$

$$\text{б) } y = \frac{4x-3}{x^2-12x+35};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} x;$$

$$\text{г) } y = \frac{3x}{\sin 2x}.$$

10-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{5x}{2x-1};$$

$$\text{б) } y = \frac{4x}{|x-2|+4};$$

$$\text{в) } y = \cos 4x$$

$$\text{г) } y = \frac{3x}{\sin x}.$$

11-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{7x}{3x+2};$$

$$\text{б) } y = \frac{5x+2}{4x^2+5x-9};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 3x;$$

$$\text{г) } y = \frac{8x}{\cos 4x}.$$

12-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{6x}{4x+3};$$

$$\text{б) } y = \frac{5x-2}{4x^2+3x-7};$$

$$\text{в) } y = \cos 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{7x}{\sin 4x}.$$

13-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{8x}{6x-4};$$

$$\text{б) } y = \frac{5x}{3|x-2|+2};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 7x;$$

$$\text{г) } y = \frac{6x}{\cos 2x}.$$

14-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{7x}{2x+5};$$

$$\text{б) } y = \frac{4x-1}{x^2-7x+6};$$

$$\text{в) } y = \cos x;$$

$$\text{г) } y = \frac{8x}{\sin 5x}.$$

15-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{9x}{2x+5};$$

$$\text{б) } y = \frac{5x+3}{2x^2+9x+5};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 6x;$$

$$\text{г) } y = \frac{4x}{\cos 3x}.$$

16-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{10x}{4x+3};$$

$$\text{б) } y = \frac{6x-2}{3x^2-7x+4};$$

$$\text{в) } y = \cos 2x;$$

$$\text{г) } y = \frac{3x}{\sin x}.$$

17-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{8x}{2x-3};$$

$$\text{б) } y = \frac{4x}{|x-1|+4};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 6x;$$

$$\text{г) } y = \frac{7x}{\cos 4x}.$$

18-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{5x}{4x+7};$$

$$\text{б) } y = \frac{4x-1}{4x^2+3x-7};$$

$$\text{в) } y = \cos 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{5x}{\sin 5x}.$$

19-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{7x}{5x-3};$$

$$\text{б) } y = \frac{3x}{3|x-4|-2};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 3x;$$

$$\text{г) } y = \frac{6x}{\cos 3x}.$$

20-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{6x}{7x-4};$$

$$\text{б) } y = \frac{6x+5}{x^2-14x+24};$$

$$\text{в) } y = \cos 6x;$$

$$\text{г) } y = \frac{8x}{\sin 4x}.$$

21-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{8x}{3x+4};$$

$$\text{б) } y = \frac{7x-3}{2x^2-5x+3};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{tg} 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{6x}{\cos 5x}.$$

22-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{9x}{5x-2};$$

$$\text{б) } y = \frac{5x+4}{2x^2-9x+4};$$

$$\text{в) } y = \cos 2x;$$

$$\text{г) } y = \frac{9x}{\sin 6x}.$$

23-вариант.

$$a) y = \frac{5x}{3x+4};$$

$$б) y = \frac{6x}{4|x+5|-3};$$

$$в) y = \operatorname{tg} 6x;$$

$$г) y = \frac{7x}{\cos 3x}.$$

24-вариант.

$$a) y = \frac{7x}{5x-4};$$

$$б) y = \frac{8x}{x^2-9x+10};$$

$$в) y = \cos 7x;$$

$$г) y = \frac{7x}{\sin 3x}.$$

25-вариант.

$$a) y = \frac{10x}{6x+2};$$

$$б) y = \frac{5x}{2x^2-9x+5};$$

$$в) y = \operatorname{tg} 19x;$$

$$г) y = \frac{x}{\cos 2x}.$$

26-вариант.

$$a) y = \frac{9x}{3x+4};$$

$$б) y = \frac{5x}{3|x-4|+2};$$

$$в) y = \cos x;$$

$$г) y = \frac{6x}{\sin 3x}.$$

27-вариант.

$$a) y = \frac{7x}{x+3};$$

$$б) y = \frac{x+8}{4x^2+5x-9};$$

$$в) y = \operatorname{tg} 3x;$$

$$г) y = \frac{5x}{\cos 2x}.$$

28-вариант.

$$a) y = \frac{6x}{x-2};$$

$$б) y = \frac{3x-1}{4x^2+3x-7};$$

$$в) y = \cos 5x;$$

$$г) y = \frac{4x}{\sin 4x}.$$

29-вариант.

$$а) y = \frac{8x}{6x-3};$$

$$б) y = \frac{5x}{2|x-1|-3};$$

$$в) y = \operatorname{tg} 4x;$$

$$г) y = \frac{6x}{\cos 4x}.$$

30-вариант.

$$а) y = \frac{3x}{2x+3};$$

$$б) y = \frac{5x+3}{x^2-10x-11};$$

$$в) y = \cos 2x;$$

$$г) y = \frac{5x}{\sin 3x}.$$

4.2. Қуйида берилган функцияларнинг:

а) графиклари ясалсин.

б) узулиш нуқталари аниқлансин.

в) узулиш нуқталаридаги қийматлари, чап ва ўнг лимитлари ҳисоблансин.

г) узулиш нуқталардаги узулиш турлари аниқлансин.

1-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x+1|, & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x+1, & \text{агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3-x, & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases} \quad б) y = \begin{cases} 5-x, & \text{агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 5, & \text{агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x+5, & \text{агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 6, & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 6-x, & \text{агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, & \text{агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

2-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x+3|, & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x+2, & \text{агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 4-x, & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases} \quad б) y = \begin{cases} x-4, & \text{агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 4, & \text{агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x+4, & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 6 - x & \text{агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2 & \text{агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

3-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 1| & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 4 & \text{агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3 - x & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases} \quad б) y = \begin{cases} 3 - x & \text{агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 3 & \text{агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 3 & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 5 - x & \text{агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2 & \text{агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

4-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 2| & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 4 & \text{агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 5 - x & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases} \quad б) y = \begin{cases} 6 - x & \text{агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 6 & \text{агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 6 & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 5 - x & \text{агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2 & \text{агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

5-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 2| & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 1 & \text{агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 4 - x & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases} \quad б) y = \begin{cases} 5 - x & \text{агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 5 & \text{агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 5 & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 3 - x & \text{агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2 & \text{агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

6-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 4| & \text{агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 2 & \text{агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3 - x & \text{агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 6 - x \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 6 \text{ агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 6 \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 9, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 9 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

7-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 1|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 2 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 5 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 5, \text{ агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 7, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 7 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

8-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 5|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 2, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 6 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 6, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 6, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 2, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 2 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

9-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 6|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 7 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 7, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ x + 7, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 5, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 5 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

10-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 4|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 1, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 5 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 8 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 8, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 8, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 6, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

11-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 3|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 2, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 9 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 9, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} + 9, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 8, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

12-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 5|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 7, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 3 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x - 3, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 9, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 9 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

13-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 3|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 4, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 7 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 4 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 4, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} + 3, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 7, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 7 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

14-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 2|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 5 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 5, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 3, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 3 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

15-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 4|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 7 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 6 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 6, \text{ агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 6, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 8, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

16-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 2|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 5 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 5, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 6, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

17-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 6|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 7 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 7, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 7, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 4, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

18-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 3|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 6 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 6, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ x + 6, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 10, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 10 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

19-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 1|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 6, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 9 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 9, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ x + 9, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 3, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 3 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

20-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 7|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 5 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x - 5, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 4, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

21-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 5|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 2, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 7 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 3, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \frac{x}{2} + 7, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 5, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 5 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

22-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 3|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 2, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 5 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 6 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 6, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ x + 6, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 7, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 7 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

23-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 4|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 5 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 8 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x - 8, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 8, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 6, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

24-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 6|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 4 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x - 4, \text{ агар } 1 \leq x < 8 \text{ бўлса} \\ x + 4, \text{ агар } x \geq 8 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 8, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

25-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 2|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 7 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x - 7, \text{ агар } 1 \leq x < 8 \text{ бўлса} \\ x + 7, \text{ агар } x \geq 8 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 3, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 8 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

26-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 4|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 5 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 9 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 9, \text{ агар } 1 \leq x < 8 \text{ бўлса} \\ x + 2, \text{ агар } x \geq 8 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 3, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 3 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} + 2, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

27-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} |x + 2|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 5, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 3 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 3, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 9, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 9 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

28-вариант.

$$\text{а) } y = \begin{cases} 9 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 1, \text{ агар } 1 \leq x < 9 \text{ бўлса} \\ x + 9, \text{ агар } x \geq 9 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \begin{cases} 10 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_3 x + 10, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 10, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$\text{в) } y = \begin{cases} x^2 - 9, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 9 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

29-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 5|, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 3, \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 6 - x, \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$б) y = \begin{cases} 8 - x, \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 8, \text{ агар } 1 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ x + 8, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 4, \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 4 - x, \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ 2\sqrt{x} - 2, \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

30-вариант.

$$а) y = \begin{cases} |x + 1| \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ x + 4 \text{ агар } 0 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ 3 - x \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases} \quad б) y = \begin{cases} 3 - x \text{ агар } x < 1 \text{ бўлса} \\ \log_2 x + 3 \text{ агар } 1 \leq x < 3 \text{ бўлса} \\ x + 3 \text{ агар } x \geq 3 \text{ бўлса} \end{cases}$$

$$в) y = \begin{cases} x^2 - 5 \text{ агар } x < 0 \text{ бўлса} \\ 5 - x \text{ агар } 0 \leq x < 4 \text{ бўлса} \\ \sqrt{x} - 2 \text{ агар } x \geq 4 \text{ бўлса} \end{cases}$$

5-§. Функция ҳосиласининг таърифи, унинг геометрик ва механик маъноси

Мавзуга оид саволлар.

1. Ҳосила тушунчасига олиб келувчи масалалар.
2. Функция орттирмаси.
3. Функция ҳосиласининг таърифи.
4. Ҳосила олиш жадвали.
5. Ҳосиланинг геометрик маъноси.
6. Ҳосиланинг механик маъноси.

1-мисол. Ҳосила тушунчасининг таърифидан фойдаланиб $y = \sqrt{x}$ функциянинг ҳосиласини топинг.

$$\begin{aligned} \text{Ечиш. } y' = (\sqrt{x})' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x+\Delta x - x}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \\ &= \frac{1}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \end{aligned}$$

2-мисол. Ҳосила олиш жадвалидан фойдаланиб $y = \sqrt{x} - \frac{5}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3x^2+2}{\sqrt{x}}$ функциянинг ҳосиласини топинг.

$$\begin{aligned} \text{Ечиш. } y' &= (\sqrt{x} - \frac{5}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3x^2+2}{\sqrt{x}})' = (\sqrt{x})' - (5 \cdot x^{-\frac{1}{3}})' + (3x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 5 \cdot \\ &\cdot (-\frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}-1} + 3 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot (-\frac{1}{2}) x^{-\frac{3}{2}}) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{5}{3} x^{-\frac{4}{3}} + \frac{9}{2} x^{1/2} - x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &+ \frac{5}{3x^{\frac{4}{3}}} + \frac{9\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{x\sqrt{x}}; \end{aligned}$$

3-мисол. $y = \sqrt{5x+1}$ функция графигининг $(3; f(3))$ нуктасига ўтказилган урунма тенгламасини ёзинг ва Ох ўқи билан урунма орасидаги бурчакни топинг.

Ечиш. Берилган функция графигининг $(3; f(3))$ нуктасига ўтказилган урунма тенгламаси $y - f(3) = f'(3)(x - 3)$ (1) кўринишда бўлади. $f(3)$ ва $f'(3)$ ни ҳисоблаймиз:

$$f(3) = \sqrt{5 \cdot 3 + 1} = \sqrt{16} = 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{5x+1}} \cdot (5x+1)' = \frac{5}{2\sqrt{5x+1}}$$

$$f'(3) = \frac{5}{2\sqrt{16}} = \frac{5}{8}$$

$f(3)$ ва $f'(3)$ нинг топилган қийматларини (1) тенгламага қўямиз. $y - 4 = \frac{5}{8}(x - 3)$ бу тенгламани соддалаштириб, сўралган урунма тенгламасини

ҳосил қиламиз $y = \frac{5}{8}x + 2\frac{1}{8}$. Бундан кўринадики Ох ўқи билан берилган функция графигининг (3; 4) координатали нуқтасига ўтказилган урунма орасидаги бурчак $\alpha = \arctg \frac{5}{8}$ га тенг.

4-мисол. Моддий нуқта $S(t)=t^2-4t+3$ қонуният бўйича ҳаракатланмоқда. Бу моддий нуқтанинг $t=5$ даги тезлигини ҳисобланг.

Ечиш: Моддий нуқтанинг тезлигини $v(t)$ билан белгилаймиз, у ҳолда $v(t)=S'(t)=2t-4$ бўлади. Бундан ҳаракатланаётган нуқтанинг $t=5$ моментдаги тезлиги $v(5)=2\cdot 5-4=6$ га тенг бўлади.

5-мустақил иш вариантлари

5.1. Берилган $y = f(x)$ функциянинг $x = a$ нуқтадаги орттирмасини аргумент орттирмаси Δx нинг берилган қийматларида ҳисобланг.

1-вариант. $y=3x^2 + 5x$; $x=2$; $\Delta x=0,1$.

2-вариант. $y=5x^2 - 2x$; $x=3$; $\Delta x=0,2$.

3-вариант. $y=3\sqrt{x} + 1$; $x=4$; $\Delta x=0,1$.

4-вариант. $y=2x^2 - 3$; $x=2$; $\Delta x=0,1$.

5-вариант. $y=\frac{3x+2}{4x-1}$; $x=3$; $\Delta x=0,2$.

6-вариант. $y=7x^2 + 5x$; $x=5$; $\Delta x=0,2$.

7-вариант. $y=3\sqrt{x} + 4$; $x=4$; $\Delta x=0,1$.

8-вариант. $y=5x^2 + 4x$; $x=3$; $\Delta x=0,1$.

9-вариант. $y=\frac{2x+4}{5x+2}$; $x=4$; $\Delta x=0,2$.

10-вариант. $y=8x^2 - 2x$; $x=2$; $\Delta x=0,2$.

11-вариант. $y=4\sqrt{x} + 5$; $x=3$; $\Delta x=0,1$.

12-вариант. $y=6x^2 + 2x$; $x=2$; $\Delta x=0,1$.

13-вариант. $y=\frac{7x-3}{6x+1}$; $x=1$; $\Delta x=0,2$.

14-вариант. $y=7x^2 - 5x$; $x=3$; $\Delta x=0,2$.

15-вариант. $y=3\sqrt{x} + 2$; $x=5$; $\Delta x=0,1$.

16-вариант. $y=4x^2 + x$; $x=6$; $\Delta x=0,1$.

17-вариант. $y=\frac{2x+1}{4x+3}$; $x=2$; $\Delta x=0,2$.

18-вариант. $y=2x^3 + 5x$; $x=3$; $\Delta x=0,2$.

19-вариант. $y=6\sqrt{x} + 1$; $x=4$; $\Delta x=0,1$.

20-вариант. $y=4x^3 - 3x$; $x=5$; $\Delta x=0,1$.

21-вариант. $y=7x^2 - 2x$; $x=3$; $\Delta x=0,2$.

22-вариант. $y=3\sqrt{x} + 4$; $x=2$; $\Delta x=0,1$.

23-вариант. $y=5x^3 + 4x$; $x=4$; $\Delta x=0,1$.

24-вариант. $y=\frac{5x-2}{7x-3}$; $x=2$; $\Delta x=0,2$.

25-вариант. $y=3x^2 + 7x$; $x=3$; $\Delta x=0,2$.

26-вариант. $y=6\sqrt{x} + 4$; $x=6$; $\Delta x=0,1$.

27-вариант. $y=7x^3 - 2x$; $x=4$; $\Delta x=0,1$.

28-вариант. $y=\frac{4x+2}{3x-2}$; $x=1$; $\Delta x=0,2$.

29-вариант. $y=6x^2 + 4x$; $x=3$; $\Delta x=0,1$.

30-вариант. $y=8\sqrt{x} + 3$; $x=2$; $\Delta x=0,1$.

5.2. Функция хосиласи тушунчасининг таърифидан фойдаланиб куйидаги функцияларнинг хосиласини хисобланг.

1-вариант.

а) $y = 3x^2 + 5x$

б) $y = \sqrt{2x + 3}$

в) $y = 2x^3 + 3x$

г) $y = \cos 5x$.

2-вариант.

а) $y = 5x^2 - 3x$

б) $y = \sqrt{7x + 4}$

в) $y = \sqrt[3]{6x}$

г) $y = 7x^3 - 3x$.

3-вариант.

а) $y = \frac{5\sqrt{x}}{6x}$

б) $y = 5tg3x$

в) $y = \ln(4x + 5)$

г) $\sin(7x + 3)$.

4-вариант.

а) $y = 2x^2 + 7x$

б) $y = \sqrt{x - 3}$

в) $y = x^3 - 3x$

г) $y = \cos 4x$.

5-вариант.

а) $y = x^2 + 3x$

б) $y = \sqrt{2x + 5}$

в) $y = \sqrt[3]{3x}$

г) $y = 3x^3 + 3x$.

6-вариант.

а) $y = \frac{3\sqrt{x}}{4x}$

б) $y = 3tg2x$

в) $y = \ln(x - 5)$

г) $y = \sin(x - 3)$.

7-вариант.

а) $y = x^2 + 5x$

б) $y = \sqrt{8x + 15}$

в) $y = 4x^3 + 9x$

г) $y = \cos 6x$.

8-вариант.

а) $y = 3x^2 - x$

б) $y = \sqrt{4x + 8}$

в) $y = \sqrt[3]{6x}$

г) $y = 4x^3 + 3x$.

9-вариант.

$$a) y = \frac{4\sqrt{2x}}{x}$$

$$б) y = 3tg2x$$

$$в) y = \ln(4x + 5)$$

$$г) y = \sin(5x - 8).$$

10-вариант.

$$a) y = x^2 - x$$

$$б) y = \sqrt{2x + 3}$$

$$в) y = x^3 - 3$$

$$г) y = \cos 6x.$$

11-вариант.

$$a) y = 7x^2 - 12x$$

$$б) y = \sqrt{7x + 4}$$

$$в) y = \sqrt[5]{x}$$

$$г) y = x^3 + 5x.$$

12-вариант.

$$a) y = \frac{\sqrt{x^3}}{x}$$

$$б) y = tg 5x$$

$$в) y = \ln(x - 5)$$

$$г) y = \sin(x + 5).$$

13-вариант.

$$a) y = 5x^2 + 8x$$

$$б) y = \sqrt{x - 8}$$

$$в) y = 5x^3 + 15x$$

$$г) y = 2\cos 3x.$$

14-вариант.

$$a) y = 3x^2 - 15x$$

$$б) y = \sqrt{4x + 10}$$

$$в) y = \sqrt[3]{x}$$

$$г) y = -x + x^3.$$

15-вариант.

$$a) y = \frac{3\sqrt{x}}{2x}$$

$$б) y = 3tg 2x$$

$$в) y = \ln(x + 7)$$

$$г) y = \sin(x + 8).$$

16-вариант.

$$a) y = 2x^2 - 5x$$

$$б) y = \sqrt{x - 5}$$

$$в) y = x^3 - 3x$$

$$г) y = \cos 3x.$$

17-вариант.

$$a) y = x^2 - 6x$$

$$б) y = \sqrt{x + 5}$$

$$в) y = \sqrt[3]{4x}$$

$$г) y = x^2 - 3x.$$

18-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{3\sqrt{x}}{x}$$

$$\text{в) } y = \ln(x - 5)$$

19-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 + 7x$$

$$\text{в) } y = x^3 - 3x$$

20-вариант.

$$\text{a) } y = 2x^2 + x$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{5x}$$

21-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{6\sqrt{x}}{x}$$

$$\text{в) } y = \ln(x - 5)$$

22-вариант.

$$\text{a) } y = 2x^2 + 3x$$

$$\text{в) } y = x^3 + 7x$$

23-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 - x$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{3x}$$

24-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{5\sqrt{x}}{2x}$$

$$\text{в) } y = \ln(3x - 5)$$

25-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 - 5x$$

$$\text{в) } y = x^3 - 9$$

26-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 - 2x$$

$$\text{в) } y = \sqrt[5]{3x}$$

27-вариант.

$$\text{б) } y = 6tg8x$$

$$\text{г) } y = \sin(5x + 9).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x + 3}$$

$$\text{г) } y = \cos 3x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x + 5}$$

$$\text{г) } y = 10x^3 - 5x.$$

$$\text{б) } y = 3tg2x$$

$$\text{г) } y = \sin(x - 3).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{5x + 10}$$

$$\text{г) } y = \cos 4x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x + 8}$$

$$\text{г) } y = x^3 - x.$$

$$\text{б) } y = 5tg8x$$

$$\text{г) } y = \sin(3x - 9).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 8}$$

$$\text{г) } y = \cos 2x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 6}$$

$$\text{г) } y = 2x^3 + 9x.$$

$$\text{a) } y = \frac{\sqrt{x^3}}{x}$$

$$\text{б) } y = tg5x$$

$$\text{в) } y = \ln(x - 5)$$

$$\text{г) } y = \sin(x + 5).$$

28-вариант.

$$\text{a) } y = 5x^2 + 8x$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 8}$$

$$\text{в) } y = 5x^3 + 15x$$

$$\text{г) } y = 2\cos 3x.$$

29-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 - 15x$$

$$\text{б) } y = \sqrt{4x + 10}$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{x}$$

$$\text{г) } y = -x + x^3.$$

30-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{3\sqrt{x}}{x}$$

$$\text{б) } y = 3tg2x$$

$$\text{в) } y = \ln(x + 7)$$

$$\text{г) } y = \sin(x + 8).$$

5.3. Ҳосила олиш жадвалидан фойдаланиб қуйида берилган функцияларнинг ҳосиласини ҳисобланг.

1-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 + 5x$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x} + 3$$

$$\text{в) } y = 2x^3 + 3x^2$$

$$\text{г) } y = 5\cos x.$$

2-вариант.

$$\text{a) } y = 5x^2 - 3x$$

$$\text{б) } y = \sqrt{7x} + 4$$

$$\text{в) } y = x + 5$$

$$\text{г) } y = x^4.$$

3-вариант.

$$\text{a) } y = 4x^2 + 3x$$

$$\text{б) } y = \sqrt{6x} + 2$$

$$\text{в) } y = \frac{8}{x}$$

$$\text{г) } y = 4\sin x.$$

4-вариант.

$$\text{a) } y = 6x^2 - 2x$$

$$\text{б) } y = \sqrt{3x} + 5$$

$$\text{в) } y = 4x^3 + 2x^2$$

$$\text{г) } y = \frac{3}{\sqrt{x}}.$$

5-вариант.

а) $y = 5x^2 + 3x$

б) $y = \sqrt{4x} + 2$

в) $y = 3x^3 - 2x^2$

г) $y = 3\cos x$.

6-вариант.

а) $y = 2x^2 - x$

б) $y = \sqrt{6x} + 2$

в) $y = \sqrt[3]{x}$

г) $y = 3^x$.

7-вариант.

а) $y = 8x^2 + 3x$

б) $y = \sqrt{7x} - 4$

в) $y = \frac{6}{x}$

г) $y = 2\sin x$.

8-вариант.

а) $y = 5x^2 - x$

б) $y = \sqrt{2x} + 5$

в) $y = 5x^3 - 2x^2$

г) $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$.

9-вариант.

а) $y = 7x^2 - 4x$

б) $y = \sqrt{3x} + 3$

в) $y = 5x^3 - 4x^2$

г) $y = \cos x$.

10-вариант.

а) $y = 4x^2 + 3x$

б) $y = \sqrt{2x} + 1$

в) $y = \sqrt[3]{5x}$

г) $y = 7^x$.

11-вариант.

а) $y = 3x^2 + 2x$

б) $y = \sqrt{7x} + 2$

в) $y = \frac{5}{x}$

г) $y = 3\sin x$.

12-вариант.

а) $y = 3x^2 + x$

б) $y = \sqrt{3x} - 2$

в) $y = 2x^3 + 3x$

г) $y = \frac{6}{\sqrt{x}}$.

13-вариант.

а) $y = 2x^2 - x$

б) $y = \sqrt{3x} + 2$

$$в) y = 2x^3 + 3x$$

$$г) y = 2\cos x.$$

14-вариант.

$$а) y = 3x^2 - 2x$$

$$б) y = \sqrt{4x} - 3$$

$$в) y = \sqrt[3]{2x}$$

$$г) y = 3^x.$$

15-вариант.

$$а) y = 2x^2 + 4x$$

$$б) y = \sqrt{4x} - 3$$

$$в) y = \sqrt[3]{2x}$$

$$г) y = 3^x.$$

16-вариант.

$$а) y = 6x^2 + x$$

$$б) y = \sqrt{2x} + 3$$

$$с) y = 2x^3 + 4x$$

$$г) y = \frac{4}{\sqrt{x}}.$$

17-вариант.

$$а) y = 5x^2 - 2$$

$$б) y = 2\sqrt{x}$$

$$в) y = 3x^2 - 4x$$

$$г) y = \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

18-вариант.

$$а) y = 4x^2 + 3x$$

$$б) y = 2\sqrt{3x}$$

$$в) y = 2x^3 - x$$

$$г) y = 4\cos x.$$

19-вариант.

$$а) y = 3x^2 - x$$

$$б) y = \sqrt{6x} - 3$$

$$в) y = \sqrt[3]{x}$$

$$г) y = 3^x.$$

20-вариант.

$$а) y = 2x^2 + 4x$$

$$б) y = \sqrt{5x} + 3$$

$$в) y = \frac{4}{x}$$

$$г) y = 2\sin x.$$

21-вариант.

$$а) y = 7x^2 - 4x$$

$$б) y = \sqrt{2x} + 6$$

$$в) y = 3x^3 + 4x$$

$$г) y = \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

22-вариант.

$$\text{a)} y = 3x^2 + 2x$$

$$\text{в)} y = 4x^3 + 2x^2$$

23-вариант.

$$\text{a)} y = 4x^2 + x$$

$$\text{в)} y = 2\sqrt[3]{x}$$

24-вариант.

$$\text{a)} y = x^2 + 2x$$

$$\text{в)} y = \frac{6}{x}$$

25-вариант.

$$\text{a)} y = 6x^2 - 4x$$

$$\text{в)} y = 3x^3 - x^2$$

26-вариант.

$$\text{a)} y = 2x^2 + 6x$$

$$\text{в)} y = 5x^3 + 2x^2$$

27-вариант.

$$\text{a)} y = 7x^2 + 3x$$

$$\text{в)} y = 9\sqrt[3]{x}$$

28-вариант.

$$\text{a)} y = x^2 + 4x$$

$$\text{в)} y = \frac{9}{x}$$

29-вариант.

$$\text{a)} y = 5x^2 - 3$$

$$\text{в)} y = 6x^3 - 5x$$

30-вариант.

$$\text{a)} y = 6x^2 + x$$

$$\text{в)} y = 4x^3 - 2x$$

$$\text{б)} y = \sqrt{6x} - 2$$

$$\text{г)} y = 3\cos x.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{2x} - 1$$

$$\text{г)} y = 2^x.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{7x} - 3$$

$$\text{г)} y = 6\sin x.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{3x} + 6$$

$$\text{г)} y = \frac{8}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{4x} - 1$$

$$\text{г)} y = 6\cos x.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{8x} + 4$$

$$\text{г)} y = 8^x.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{7x} - 2$$

$$\text{г)} y = 8\sin x.$$

$$\text{б)} y = \sqrt{4x} + 5$$

$$\text{г)} y = \frac{8}{x}.$$

$$\text{б)} y = 2\sqrt{7x}$$

$$\text{г)} y = 7\cos x.$$

5.4. Куйидаги берилган $y = f(x)$ функция графигига $(a; f(a))$ нуктада ўтказилган урунма тенгламаси ёзилсин ва Ох ўқи билан урунма орасидаги бурчак ҳисоблансин.

1-вариант.

a) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3; (2; f(2))$

б) $y = 3\sqrt{2x + 5}; (2; f(2)).$

2-вариант.

a) $y = \frac{2}{x-3} + 1; (5; f(5))$

б) $y = 5\sin 3x; \left(\frac{\pi}{3}; f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right).$

3-вариант.

a) $y = \log_3(2x + 1); (1; f(1))$

б) $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x +$

$\frac{2}{3}; (1; f(1)).$

4-вариант.

a) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5; (9; f(2))$

б) $y = 2\sqrt{x + 5}; (4; f(4)).$

5-вариант.

a) $y = \frac{2}{x-3} + 1; (6; f(12))$

б) $y = 3\sin 2x; \left(-\frac{\pi}{3}; f\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right).$

6-вариант.

a) $y = \log_3(2x - 1); (1; f(1))$

б) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x +$

$\frac{2}{3}; (2; f(1)).$

7-вариант.

a) $\lg(3x + 1); (1; f(1))$

б) $y = x + \frac{1}{x}; (4; f(4)).$

8-вариант.

a) $y = 2tg \frac{x}{2}; \left(\frac{\pi}{2}; 2\right)$

б) $y = 3^x + 1; (1; f(1)).$

9-вариант

$y = 3ctg \frac{x}{2}; \left(\frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

б) $y = 4\sin^2 x; \left(\frac{\pi}{4}; f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right).$

10-вариант

a) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 3; (2; f(2))$

б) $y = 3x\sqrt{x}; (1; f(1)).$

11-вариант

a) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 5; (3; f(3))$

б) $y = 2x^2\sqrt{x}; (1; f(1)).$

12-вариант.

a) $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 3; (8; f(8))$

б) $y = 5\sqrt{4x - 3}; (3; f(3))0.$

13-вариант.

a) $y = \frac{2}{2x-3} + 1; (3; f(3))$

б) $y = 2\sin 3x; \left(\frac{\pi}{6}; f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right).$

14-вариант.

a) $y = \log_3(3x + 2); (1; f(2))$

б) $y = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 5x + \frac{2}{3}; (1; f(1)).$

15-вариант.

a) $y = -\frac{1}{16}x^2 + x + 7; (4; f(4))$

б) $y = 2\sqrt{2x + 8}; (4; f(4)).$

16-вариант.

a) $y = \frac{2}{x+5} + 1; (6; f(6))$

б) $y = 8\sin 2x; \left(\frac{\pi}{3}; f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right).$

17-вариант.

$$\text{a) } y = \log_3(4x - 3); (1; f(3))$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{5}x^3 - 2x^2 - 5x + \frac{3}{4}; (1; f(1)).$$

18-вариант.

$$\text{a) } \lg(x + 2); (8; f(8))$$

$$\text{б) } y = 2x + \frac{4}{x}; (4; f(4)).$$

19-вариант.

$$\text{a) } y = 9tg\frac{x}{2}; (\frac{\pi}{2}; f(9))$$

$$\text{б) } y = 5^x - 2; (2; f(2)).$$

20-вариант

$$y = 10ctg\frac{x}{2}; (\frac{\pi}{3}; f(\frac{\pi}{3}))$$

$$\text{б) } y = 9\sin^2 x; (\frac{\pi}{6}; f(\frac{\pi}{6})).$$

21-вариант

$$\text{a) } y = \frac{1}{10}x^5 - x - 3; (1; f(1))$$

$$\text{б) } y = 6x\sqrt{x}; (9; f(9)).$$

22-вариант

$$\text{a) } y = x^2 - 5x + 6; (1; f(2))$$

$$\text{б) } y = -x^2 + 3x - 2; (1; f(1)).$$

23-вариант.

$$\text{a) } y = -x^2 + 3x + 5; (2; f(2))$$

$$\text{б) } y = 2\sqrt{x + 5}; (4; f(4)).$$

24-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{2}{x-5} + 1; (7; f(7))$$

$$\text{б) } y = 4\sin 3x; (\frac{\pi}{6}; f(\frac{\pi}{6})).$$

25-вариант.

$$\text{a) } y = \log_3(3x + 3); (2; f(3))$$

$$\text{б) } y = \frac{2}{3}x^3 - 3x + \frac{2}{3}; (1; f(1)).$$

26-вариант.

$$\text{a) } y = -\frac{1}{7}x^2 + 5x + 5; (3; f(3))$$

$$\text{б) } y = 5\sqrt{x + 8}; (8; f(8)).$$

27-вариант.

а) $y = \frac{4}{2x-5} + 1; (5; f(5))$

б) $y = 9\sin 3x; \left(\frac{\pi}{3}; f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right).$

28-вариант.

а) $y = \log_3(4x + 1); (2; f(2))$

б) $y = 2\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + \frac{2}{3}; (1; f(1)) .$

29-вариант.

а) $\lg(7x + 3); (1; f(1))$

б) $y = 2x + \frac{4}{x}; (4; f(4)).$

30-вариант.

а) $y = 8tg \frac{x}{2}; \left(\frac{\pi}{2}; 8\right)$

б) $y = 5^x + 5; (1; f(1)).$

6-§. Дифференциаллаш қоидалари, ҳосилани амалий масалалар ечишга татбиқи

Мавзуга оид саволлар.

1. Функция дифференциали таърифи.
2. Дифференциаллаш жадвали.
3. Дифференциаллаш қоидалари.
4. Мураккаб функция дифференциали.
5. Ҳосилани масалалар ечишга татбиқлари.

1-мисол. $y = \sqrt{\sin 3x}$ функциянинг дифференциалини топинг.

$$\text{Ечиш. } dy = y' dx = (\sqrt{\sin 3x})' dx = \frac{1}{2\sqrt{\sin 3x}} \cdot (\sin 3x)' dx = \frac{1 \cdot \cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}} \cdot (3x)' dx = \\ \frac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}} \cdot 3 \cdot 1 = \frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}} dx ;$$

2-мисол. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + 2$ функцияни унинг ҳосиласи ёрдамида

текширинг.

Ечиш. $y' = x^2 - x - 6 \geq 0$ тенгсизликни ечиб функцияни ўсиш оралиғини топамиз

$$x^2 - x - 6 \geq 0$$

$$(x - 3)(x + 2) \geq 0$$

$$(x - 3 \geq 0) \wedge (x + 2 \geq 0) \vee (x - 3 \leq 0) \wedge (x + 2 \leq 0) \equiv (x \geq 3) \vee (x \leq -2).$$

Демак, берилган функция $(-\infty; -2] \cup [3; \infty)$ соҳада ўсувчи ва $[-2; 3]$ соҳада камайувчи экан. $(-\infty; -2)$ соҳада $y' > 0$ ва $(-2; 3)$ соҳада $y' < 0$ бўлгани учун $x = -2$ нуктада функция max қиймат қабул қилади.

$y_{max}(-2) = -\frac{8}{3} - \frac{4}{2} + 12 + 2 = 9\frac{1}{3}$. $(-2; 3)$ соҳада $y' < 0$ ва $(3; \infty)$ да $y' > 0$ бўлгани учун берилган функция $x = 3$ нуктада min қиймат қабул қилади.

$y_{min}(3) = -\frac{27}{3} - \frac{9}{2} - 6 \cdot 3 + 2 = -11,5$. $x = 0$ бўлса $y = 2$ га тенг бўлади, яъни функция графиги ОУ ўқини $(0; 2)$ нуктада кесиб ўтади юқоридаги маълумотлар асосида берилган функция графигини чизамиз.

3-мисол. $\Delta y \approx dy$ формуладан фойдаланиб $\sqrt[3]{8,02}$ нинг қийматини ҳисобланг.

Ечиш: $y = \sqrt[3]{x}$ функция орттирмаси Δy ни унинг дифференциалига алмаштириб қуйидаги формулани ҳосил қиламиз. $\sqrt[3]{x + \Delta x} - \sqrt[3]{x} \approx y' dx$
 $\sqrt[3]{x + \Delta x} \approx \sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \cdot \Delta x$ бу формуладаги x нинг ўрнига 8 ни ва Δx ни ўрнига 0,2 ни қўйиб қуйидаги натижага келамиз:

$$\sqrt[3]{8,02} \approx \sqrt[3]{8} + \frac{1}{3 \cdot 4} \cdot 0,02 = 2 + \frac{0,01}{6} = 2 + 0,003 = 2,003.$$

4-мисол. $\cos 31^\circ$ ни ҳисобланг.

Ечиш: $y = \cos x$ функция учун $\Delta y \approx dy = y' dx$ формула қуйидаги кўринишни олади $\cos(x + \Delta x) - \cos x \approx (\cos x)' \Delta x$. Бу тенгликда $x = 30^\circ$,

$\Delta x = 1^0$ деб қуйидаги натижага келамиз, $\cos(30^0 + 1^0) - \cos 30^0 \approx -\sin x \Delta x$
 $\cos 31^0 \approx \cos 30^0 - \sin 30^0 \cdot 1^0 \approx \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3,14}{180} \approx \frac{1,73}{2} - 0,009 \approx 0,856$.

Шундай қилиб, $\cos 31^0 \approx 0,856$.

6-мустақил иш вариантлари

6.1. Дифференциаллаш жадвалидан, дифференциаллаш қоидаларидан фойдаланиб қуйидаги берилган функцияларнинг дифференциалини ҳисобланг.

1-вариант.

а) $y = 3x^2 + 5x$; б) $y = \sqrt{2x + 3}$;

в) $y = 2x^3 + 3x$; г) $y = \cos 5x$.

2-вариант.

а) $y = 5x^2 - 3x$; б) $y = \sqrt{7x + 4}$;

в) $y = \sqrt[3]{6x}$; г) $y = 7x^3 - 3x$.

3-вариант.

а) $y = \frac{5\sqrt{x}}{3x+4}$; б) $y = 5tg3x$;

в) $y = \ln(4x + 5)$; г) $y = \sin(7x + 3)$.

4-вариант.

а) $y = 2x^2 + 7x$; б) $y = \sqrt{x - 3}$;

в) $y = x^3 - 3x$; г) $y = \cos 4x$.

5-вариант.

а) $y = x^2 + 3x$; б) $y = \sqrt{2x + 5}$;

в) $y = \sqrt[3]{3x}$; г) $y = 3x^3 + 3x$.

6-вариант.

а) $y = \frac{2\sqrt{x}}{x+4}$; б) $y = 3tg2x$;

в) $y = \ln(x - 5)$; г) $y = \sin(x - 3)$.

7-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 + 5x;$$

$$\text{в) } y = 4x^3 + 9x;$$

8-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 - x;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{6x};$$

9-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{4\sqrt{2x}}{x+4};$$

$$\text{в) } y = \ln(4x + 5);$$

10-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 - x;$$

$$\text{в) } y = x^3 - 3;$$

11-вариант.

$$\text{a) } y = 7x^2 - 12x;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[5]{x};$$

12-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{\sqrt{x^3}}{x-4};$$

$$\text{в) } y = \ln(x - 5);$$

13-вариант.

$$\text{a) } y = 5x^2 + 8x;$$

$$\text{в) } y = 5x^3 + 15x;$$

14-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 - 15x;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{x};$$

15-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{3\sqrt{x}}{x+4};$$

$$\text{в) } y = \ln(x + 7);$$

16-вариант.

$$\text{б) } y = \sqrt{8x + 15};$$

$$\text{г) } y = \cos 6x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{4x + 8};$$

$$\text{г) } y = 4x^3 + 3x.$$

$$\text{б) } y = 3tg2x;$$

$$\text{г) } \sin(5x - 8).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x + 3};$$

$$\text{г) } y = \cos 6x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{7x + 4};$$

$$\text{г) } y = x^3 + 5x.$$

$$\text{б) } y = tg5x;$$

$$\text{г) } \sin(x + 5).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 8};$$

$$\text{г) } y = 2\cos 3x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{4x + 10};$$

$$\text{г) } y = -2x + x^3.$$

$$\text{б) } y = 3tg2x;$$

$$\text{г) } \sin(x + 8).$$

$$\text{a) } y = 2x^2 - 5x;$$

$$\text{в) } y = x^3 - 3x;$$

17-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 - 6x;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{4x};$$

18-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{3\sqrt{x}}{5x+4};$$

$$\text{в) } y = \ln(x-5);$$

19-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 + 7x;$$

$$\text{в) } y = x^3 - 3x;$$

20-вариант.

$$\text{a) } y = 2x^2 + x;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{5x};$$

21-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{2\sqrt{x}}{x+4};$$

$$\text{в) } y = \ln(x-5);$$

22-вариант.

$$\text{a) } y = 2x^2 + 3x;$$

$$\text{в) } y = x^3 + 7x;$$

23-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 - x;$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{3x};$$

24-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{5\sqrt{x}}{2x+5};$$

$$\text{в) } y = \ln(3x-5);$$

25-вариант.

$$\text{б) } y = \sqrt{x-5};$$

$$\text{г) } y = \cos 3x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x+5};$$

$$\text{г) } y = x^2 - 3x.$$

$$\text{б) } y = 6tg8x;$$

$$\text{г) } \sin(5x+9).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x+3};$$

$$\text{г) } y = \cos 3x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{2x+5};$$

$$\text{г) } y = 10x^3 - 5x.$$

$$\text{б) } y = 3tg2x;$$

$$\text{г) } \sin(x-3).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{5x+10};$$

$$\text{г) } y = \cos 4x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x+8};$$

$$\text{г) } y = x^3 - x.$$

$$\text{б) } y = 5tg8x;$$

$$\text{г) } \sin(3x-9).$$

$$\text{a) } y = x^2 - 5x;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 8};$$

$$\text{в) } y = x^3 - 9;$$

$$\text{г) } y = \cos 2x.$$

26-вариант.

$$\text{a) } y = x^2 - 2x;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 6};$$

$$\text{в) } y = \sqrt[5]{3x};$$

$$\text{г) } y = 2x^3 + 9x.$$

27-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{\sqrt{x^3}}{x-4};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg} 5x;$$

$$\text{в) } y = \ln(x - 5);$$

$$\text{г) } \sin(x + 5).$$

28-вариант.

$$\text{a) } y = 5x^2 + 8x;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x - 8};$$

$$\text{в) } y = 5x^3 + 15x;$$

$$\text{г) } y = 2\cos 3x.$$

29-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^2 - 15x;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{4x + 10};$$

$$\text{в) } y = \sqrt[3]{x};$$

$$\text{г) } y = -x + x^3.$$

30-вариант.

$$\text{a) } y = \frac{3\sqrt{x}}{x+4};$$

$$\text{б) } y = 3\operatorname{tg} 2x;$$

$$\text{в) } y = \ln(x + 7);$$

$$\text{г) } \sin(x + 8).$$

6.2. Дифференциаллаш қоидлари ва мураккаб функция дифференциали формуласидан фойдаланиб қуйидаги функцияларнинг дифференциали ҳисоблансин.

1-вариант.

$$\text{a) } y = 5x^4 - 7x^3 + 3x - 4;$$

$$\text{б) } y = (3x^2 - 5) \cdot (2x + 3);$$

$$\text{в) } y = \frac{7x-3}{2x+1};$$

$$\text{г) } y = \frac{3x+5\sqrt{x}}{4\sqrt[3]{x}}.$$

2-вариант.

$$\text{a) } y = 3x^4 + 5x^2 + 2x;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{5x^3};$$

$$\text{в) } y = \log_5(4x + 3);$$

$$\text{г) } y = \sin^2 16x.$$

3-вариант.

а) $y = \frac{\sin 3x}{\cos 5x}$;

в) $y = \sqrt{\cos 3x}$;

б) $y = \lg \frac{4x+1}{3x+2}$;

г) $y = 3^x \log_3 x$.

4-вариант.

а) $y = \sin 3x \cos 5x$;

в) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{2x}}$;

б) $\sin^2 5x$;

д) $y = x^3 + 2x^2 + 4x - 6$.

5-вариант.

а) $y = 2x^4 - 5x^3 + 5x - 8$;

в) $y = \frac{x-2}{x+5}$;

б) $y = (2x^2 - 3) \cdot (x + 3)$;

г) $y = \frac{x+3\sqrt{x}}{3\sqrt[3]{x}}$.

6-вариант.

а) $y = x^4 + 2x^2 + 5x$;

в) $y = \log_5(x + 4)$;

б) $y = \sqrt{x^3}$;

в) $y = \sin^2 2x$.

7-вариант.

а) $y = \frac{\sin 5x}{\cos 7x}$;

в) $y = \sqrt{\cos 2x}$;

б) $y = \lg \frac{3x+5}{x-2}$;

г) $y = 4^x \log_4 x$.

8-вариант.

а) $y = \sin 5x \cos 7x$;

в) $y = \frac{2\sqrt[5]{x}}{3\sqrt[3]{2x}}$;

б) $\sin^2 8x$;

д) $y = 2x^3 + 4x^2 + x - 5$.

9-вариант.

а) $y = 8x^4 - 10x^3 + 11x - 4$;

в) $y = \frac{5x-5}{x+1}$;

б) $y = (x^2 - 5) \cdot (x - 3)$;

г) $y = \frac{x+8\sqrt{2x}}{\sqrt[5]{3x}}$.

10-вариант.

а) $y = x^4 - x^2 + 2x$;

в) $y = \log_5(4x + 3)$;

б) $y = \sqrt{12x^3}$;

в) $y = \sin^2 x$.

11-вариант.

а) $y = \frac{\sin 12x}{\cos 15x}$;

б) $y = \lg \frac{x-1}{x+2}$;

$$в) y = \sqrt{\cos 9x};$$

$$г) y = 5^x \log_5 2x.$$

12-вариант.

$$а) y = \sin 7x \cos 9x;$$

$$б) \sin^2 12x;$$

$$в) y = \frac{\sqrt[3]{3x}}{\sqrt[5]{5x}};$$

$$д) y = 2x^3 + 4x^2 + 6x - 6.$$

13-вариант.

$$а) y = 15x^4 - 17x^3 + 13x - 14; \quad б) y = (x^2 - 8) \cdot (x + 9);$$

$$в) y = \frac{7x-3}{2x+1};$$

$$г) y = \frac{3x+5\sqrt{x}}{4\sqrt[3]{x}}.$$

14-вариант.

$$а) y = x^4 - 6x^2 + 2x;$$

$$б) y = \sqrt{32x^5};$$

$$в) y = \log_5(3x + 6);$$

$$в) y = \sin^2 14x.$$

15-вариант.

$$а) y = \frac{\sin 3x}{\cos 5x};$$

$$б) y = \lg \frac{4x+1}{3x+2};$$

$$в) y = \sqrt{\cos 12x}$$

$$г) y = 7^x \log_7 x.$$

16-вариант.

$$а) y = \sin 9x \cos 12x;$$

$$б) \sin^2 15x;$$

$$в) y = \frac{\sqrt[3]{2x}}{\sqrt[5]{5x}};$$

$$д) y = x^3 + 2x^2 + 4x - 6.$$

17-вариант.

$$а) y = x^4 + x^3 + 2x - 8;$$

$$б) y = (x^2 - 9) \cdot (2x - 3);$$

$$в) y = \frac{7x-3}{2x+1};$$

$$г) y = \frac{3x+5\sqrt{x}}{4\sqrt[3]{x}}.$$

18-вариант.

$$а) y = 3x^4 + 5x^2 + 2x;$$

$$б) y = \sqrt{5x^3};$$

$$в) y = \log_5(x - 3);$$

$$в) y = \sin^2 25x.$$

19-вариант.

$$а) y = \frac{\sin 3x}{\cos 5x};$$

$$б) y = \lg \frac{6x-8}{4x+7};$$

$$в) y = \sqrt{\cos 7x};$$

$$г) y = 3^x \log_3 x.$$

20-вариант.

а) $y = \sin 3x \cos 5x$;

в) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{2x}}$;

б) $\sin^2 35x$;

д) $y = x^3 + 2x^2 + 4x - 6$.

21-вариант.

а) $y = x^4 - 6x^3 + 9x - 5$;

в) $y = \frac{7x-3}{2x+1}$;

б) $y = (x^2 - 15) \cdot (2x - 9)$;

г) $y = \frac{3x+5\sqrt{x}}{4\sqrt[3]{x}}$.

22-вариант.

а) $y = x^4 + 5x^2 + 2x$;

в) $y = \log_5(x - 5)$;

б) $y = \sqrt{5x^3}$;

в) $y = \sin^2 8x$.

23-вариант.

а) $y = \frac{\sin 3x}{\cos 5x}$;

в) $y = \sqrt{\cos 8x}$;

б) $y = \lg \frac{4x+1}{3x+2}$;

г) $y = 18^x \log_{18} x$.

24-вариант.

а) $y = \sin 8x \cos 5x$;

в) $y = \frac{\sqrt[5]{4x}}{\sqrt[3]{2x}}$;

б) $\sin^2 6x$;

д) $y = 5x^3 + 12x^2 + 4x - 6$.

25-вариант.

а) $y = x^4 - x^3 + 3x - 4$;

в) $y = \frac{7x-3}{2x+1}$;

б) $y = (x^2 - 5) \cdot (x + 3)$;

г) $y = \frac{3x-5\sqrt{x}}{8\sqrt[3]{x}}$.

26-вариант.

а) $y = 3x^4 + 5x^2 + 2x$;

в) $y = \log_5(2x - 5)$

б) $y = \sqrt{32x^5}$;

в) $y = \sin^2 5x$.

27-вариант.

а) $y = \frac{\sin 3x}{\cos 5x}$;

в) $y = \sqrt{\cos 24x}$;

б) $y = \lg \frac{14x+28}{7x+2}$;

г) $y = 7^x \log_7 x$.

28-вариант.

а) $y = \sin x \cos 5x$;

б) $\sin^2 16x$;

$$в) y = \frac{\sqrt[5]{2x}}{\sqrt[7]{4x}};$$

$$д) y = 2x^3 + x^2 + 4x - 6.$$

29-вариант.

$$а) x^4 - 9x^3 + 3x - 4;$$

$$б) y = (4x^2 - 5) \cdot (7x + 3);$$

$$в) y = \frac{8x-13}{5x+15};$$

$$г) y = \frac{x+2\sqrt{x}}{5\sqrt[3]{x}}.$$

30-вариант.

$$а) y = 2x^4 + 9x^2 + 12x;$$

$$б) y = \sqrt{12x^3};$$

$$в) y = \log_5(9x + 15);$$

$$г) y = \cos^2 25.$$

6.3. Қуйидаги функцияларнинг ўсиш ва камайиш оралиқларини ҳамда максимум ва минимум қийматларини топинг.

1-вариант.

$$а) y = x^2 - 3x - 4;$$

$$б) y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2.$$

2- вариант.

$$а) y = x^2 + \frac{4}{3}x\sqrt{x};$$

$$б) y = 2x + \frac{3}{x}.$$

3- вариант.

$$а) y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x + 2;$$

$$б) y = 5x - \frac{3}{x}.$$

4- вариант.

$$а) y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 36x - 2;$$

$$б) y = x^2 + \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 4x + 3.$$

5- вариант.

$$а) y = x^3 - 27x + 3;$$

$$б) y = x^2 - 3\ln x.$$

6- вариант.

$$а) y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 3;$$

$$б) y = \frac{x}{x^2+1}.$$

7- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 7x - 2;$

б) $y = 5x - 3\sqrt{x}.$

8- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 2;$

б) $y = \frac{3x}{2x^2+5}.$

9- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x + 1;$

б) $y = 3x + \frac{5}{x}.$

10- вариант.

a) $y = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 3;$

б) $y = x^2 - 2\ln x.$

11- вариант.

a) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3;$

б) $y = \sqrt{2 - x - x^2}.$

12- вариант.

a) $y = x^3 + 9x^2 + 27x - 5;$

б) $y = x^2 - \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 12x + 3.$

13- вариант.

a) $y = x^3 + 6x^2 - 5x + 2;$

б) $y = 4\sin\frac{x}{2} - \sqrt{3}x.$

14- вариант.

a) $y = x^3 + 4x^2 - 7x - 3;$

б) $y = x - 3\sqrt{x} + 2.$

15- вариант.

a) $y = x^2 + \frac{1}{x^2};$

б) $y = 2\sin\frac{x}{3}.$

16- вариант.

a) $y = x + \frac{1}{x+1} + 1;$

б) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 4.$

17- вариант.

a) $y = x^3 + 3x^2 - 4x - 2;$

б) $y = x + 3\sqrt{x} + \frac{1}{2}.$

18- вариант.

a) $y = x^3 - 5x^2 + 9x - 3;$

б) $y = \frac{3x+5}{\sqrt{x+3}}.$

19- вариант.

a) $y = \frac{2}{3}x^3 - 3x + 6x - 2;$

б) $y = 3x - \sqrt{x}.$

20- вариант.

a) $y = \frac{4}{3}x^3 + x^2 + 3x + 2;$

б) $y = \frac{x}{2x^2+5}.$

21- вариант.

a) $y = \frac{6}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 1;$

б) $y = 2x + \frac{6}{x}.$

22- вариант.

a) $y = 2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2;$

б) $y = 2x^2 - 3\ln x .$

23- вариант.

a) $y = 2x^3 + x^2 + 10x + 5;$

б) $y = \sqrt{3 - x - x^2}.$

24- вариант.

a) $y = 2x^3 + 7x + 27x - 8;$

б) $y = x^2 - \frac{8}{3}x\sqrt{x} - 14x + 8.$

25- вариант.

a) $y = 2x^3 + 4x^2 - 5x + 5;$

б) $y = 3\sin\frac{x}{3} - \sqrt{3}x.$

26- вариант.

a) $y = 3x^3 + 3x^2 - 6x - 5;$

б) $y = x - 3\sqrt{x} + 4.$

27- вариант.

a) $y = 2x^2 + \frac{1}{2x^2};$

б) $y = 5\sin\frac{x}{4}.$

28- вариант.

a) $y = 2x + \frac{1}{x+1} + 4;$

б) $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x - 5.$

29- вариант.

a) $y = x^3 + 4x^2 - 3x - 4;$

б) $y = 2x + 3\sqrt{x} + \frac{1}{3}.$

30- вариант.

a) $y = x^3 - 6x^2 + 8x - 3;$

б) $y = \frac{2x+5}{\sqrt{x+4}}.$

6.4. Қуйидаги функцияларни ҳосила ёрдамида текширинг.

1- вариант.

a) $y = 3x + \frac{1}{x-1} + 1;$

б) $y = x^3 + 5x^2 + 3x - 4.$

2- вариант.

a) $y = x^3 + 3x^2 - 4x - 2;$

б) $y = x + 3\sqrt{x} + \frac{1}{2}.$

3- вариант.

a) $y = x^3 + 5x^2 - 9x - 3;$

б) $y = \frac{3x+5}{\sqrt{x+3}}.$

4- вариант.

a) $y = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 2;$

б) $y = 3x - \sqrt{x}.$

5- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2;$

б) $y = \frac{x}{2x^2+5}.$

6- вариант.

a) $y = \frac{6}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 1;$

б) $y = 2x + \frac{6}{x}.$

7- вариант.

a) $y = 2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2;$

б) $y = 2x^2 - 3\ln x.$

8- вариант.

a) $y = 2x^3 + x^2 - 10x + 5;$

б) $y = \sqrt{3 - x - x^2}.$

9- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 + 7x^2 - 15x - 8;$

б) $y = x^2 - \frac{8}{3}x\sqrt{x} - 14x + 8.$

10- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 5;$

б) $y = 3\sin\frac{x}{3} - \sqrt{3}x.$

11- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 5;$

б) $y = x - 3\sqrt{x} + 4.$

12- вариант.

a) $y = 2x^2 + \frac{1}{2x^2};$

б) $y = 5\sin\frac{x}{4}.$

13- вариант.

a) $y = 2x + \frac{1}{x+1} + 4;$

б) $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x - 5.$

14- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x - 4;$

б) $y = 2x + 3\sqrt{x} + \frac{1}{3}.$

15- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + 11x - 3;$

б) $y = \frac{2x+5}{\sqrt{x+4}}.$

16-вариант.

a) $y = x^2 - 3x - 4;$

б) $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2 .$

17- вариант.

a) $y = x^2 + \frac{4}{3}x\sqrt{x};$

б) $y = 2x + \frac{3}{x}.$

18- вариант.

a) $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x + 2;$

б) $y = 5x - \frac{3}{x}.$

19- вариант.

a) $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 10x - 2;$

б) $y = x^2 + \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 4x + 3.$

20- вариант.

a) $y = x^3 - 27x + 3;$

б) $y = x^2 - 3\ln x.$

21- вариант.

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 3;$

б) $y = \frac{x}{x^2+1}.$

22- вариант.

$$a) y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x - 2;$$

$$б) y = 5x - 3\sqrt{x}.$$

23- вариант.

$$a) y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 2;$$

$$б) y = \frac{3x}{2x^2+5}.$$

24- вариант.

$$a) y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x + 1;$$

$$б) y = 3x + \frac{5}{x}.$$

25- вариант.

$$a) y = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 3;$$

$$б) y = x^2 - 2\ln x.$$

26- вариант.

$$a) y = x^3 - 4x^2 - 9x + 3;$$

$$б) y = \sqrt{2 - x - x^2}.$$

27- вариант.

$$a) y = x^3 - 3x^2 - 7x - 5;$$

$$б) y = x^2 - \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 12x + 3.$$

28- вариант.

$$a) y = x^3 + 2x^2 - 5x + 2;$$

$$б) y = 4\sin\frac{x}{2} - \sqrt{3}x.$$

29- вариант.

$$a) y = x^3 + 4x^2 - 7x - 3;$$

$$б) y = x - 3\sqrt{x} + 2.$$

30- вариант.

$$a) y = x^2 + \frac{1}{x^2};$$

$$б) y = 2\sin\frac{x}{3}.$$

6.5. Қуйидаги ифодаларнинг қийматини $\Delta y \approx dy$ формуладан фойдаланиб 0,001 аниқликда ҳисобланг.

1-вариант.

а) $\sqrt{27}$ б) $\cos 33^\circ$

в) $\sqrt[3]{10}$ г) $\operatorname{ctg} 92^\circ$.

2-вариант.

а) $\sqrt{26}$ б) $\cos 34^\circ$

в) $\sqrt[3]{11}$ г) $\operatorname{ctg} 95^\circ$.

3-вариант.

а) $\sqrt{37}$ б) $\cos 48^\circ$

в) $\sqrt[3]{29}$ г) $\operatorname{ctg} 98^\circ$.

4-вариант.

а) $\sqrt{65}$ б) $\cos 47^\circ$

в) $\sqrt[3]{66}$ г) $\operatorname{ctg} 137^\circ$.

5-вариант.

а) $\sqrt{10}$ б) $\cos 39^\circ$

в) $\sqrt[3]{25}$ г) $\operatorname{ctg} 96^\circ$.

6-вариант.

а) $\sqrt{34}$ б) $\cos 28^\circ$

в) $\sqrt[3]{29}$ г) $\operatorname{ctg} 88^\circ$.

7-вариант.

а) $\sqrt{48}$ б) $\cos 27^\circ$

в) $\sqrt[3]{62}$

г) $ctg87^0$.

8-вариант.

а) $\sqrt{63}$

б) $cos33^0$

в) $\sqrt[3]{26}$

г) $ctg92^0$.

9-вариант.

а) $\sqrt{80}$

б) $cos58^0$

в) $\sqrt[3]{126}$

г) $ctg133^0$.

10-вариант.

а) $\sqrt{124}$

б) $cos136^0$

в) $\sqrt[3]{215}$

г) $ctg44^0$.

11-вариант.

а) $\sqrt{80}$

б) $cos31^0$

в) $\sqrt[3]{11}$

г) $ctg85^0$.

12-вариант.

а) $\sqrt{98}$

б) $cos42^0$

в) $\sqrt[3]{218}$

г) $ctg95^0$.

13-вариант.

а) $\sqrt{102}$

б) $cos2^0$

в) $\sqrt[3]{68}$

г) $ctg34^0$.

14-вариант.

а) $\sqrt{122}$

б) $\cos 122^\circ$

в) $\sqrt[3]{344}$

г) $\operatorname{ctg} 2^\circ$.

15-вариант.

а) $\sqrt{18}$

б) $\cos 31^\circ$

в) $\sqrt[3]{30}$

г) $\operatorname{ctg} 91^\circ$.

16-вариант.

а) $\sqrt{101}$

б) $\cos 29^\circ$

в) $\sqrt[3]{7}$

г) $\operatorname{ctg} 89^\circ$.

17-вариант.

а) $\sqrt{17}$

б) $\cos 47^\circ$

в) $\sqrt[3]{214}$

г) $\operatorname{ctg} 119^\circ$.

18-вариант.

а) $\sqrt{145}$

б) $\cos 117^\circ$

в) $\sqrt[3]{345}$

г) $\operatorname{ctg} 137^\circ$.

19-вариант.

а) $\sqrt{224}$

б) $\cos 133^\circ$

в) $\sqrt[3]{10}$

г) $\operatorname{ctg} 133^\circ$.

20-вариант.

а) $\sqrt{120}$

б) $\sin 33^\circ$

в) $\sqrt[3]{66}$

г) $tg92^0$.

21-вариант.

а) $\sqrt{124}$

б) $sin31^0$

в) $\sqrt[3]{511}$

г) $tg44^0$.

22-вариант.

а) $\sqrt{123}$

б) $sin29^0$

в) $\sqrt[3]{514}$

г) $tg46^0$.

23-вариант.

а) $\sqrt{170}$

б) $sin28^0$

в) $\sqrt[3]{730}$

г) $tg48^0$.

24-вариант.

а) $\sqrt{168}$

б) $sin31^0$

в) $\sqrt[3]{28}$

г) $tg44^0$.

25-вариант.

а) $\sqrt{405}$

б) $sin122^0$

в) $\sqrt[3]{6}$

г) $tg94^0$.

26-вариант.

а) $\sqrt{905}$

б) $sin31^0$

в) $\sqrt[3]{69}$

г) $tg124^0$.

27-вариант.

а) $\sqrt{1610}$

б) $\sin 31^\circ$

в) $\sqrt[3]{511}$

г) $\operatorname{tg} 48^\circ$.

28-вариант.

а) $\sqrt{255}$

б) $\sin 155^\circ$

в) $\sqrt[3]{511}$

г) $\operatorname{tg} 64^\circ$.

29-вариант.

а) $\sqrt{290}$

б) $\sin 62^\circ$

в) $\sqrt[3]{511}$

г) $\operatorname{tg} 65^\circ$.

30-вариант.

а) $\sqrt{78}$

б) $\sin 151^\circ$

в) $\sqrt[3]{129}$

г) $\operatorname{tg} 121^\circ$.

7-§. Бошланғич функция. Аниқмас интеграл таърифи, хоссалари.

Интеграллаш жадвали. Интеграллаш усуллари

Мавзуга оид саволлар.

1. Бошланғич функция тушунчаси.
2. Аниқмас интеграл таърифи.
3. Аниқмас интеграл ва унинг хоссалари.
4. Интеграллар жадвали.
5. Аниқмас интегрални ҳисоблашнинг ўзгарувчиларни алмаштириш усули.
6. Аниқмас интегрални ҳисоблашнинг бўлаклаб интеграллаш усули.

1-мисол. $y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{7}$ функциянинг $A(2;7)$ нуқтадан ўтган бошланғич функциясини топинг.

Ечиш. Берилган функциянинг бошланғич функциялари $y = \frac{3x^2}{10} + \frac{4}{7}x + C, C \in R$ формула ёрдамида аниқланади. Бу функциялардан графиги $A(2;7)$ нуқтадан ўтувчиси $y(2)=7$ тенгликни, яъни $\frac{3 \cdot 2^2}{10} + \frac{4}{7} \cdot 2 + C = 7$ тенгликни қаноатлантириши керак. Бу тенглик тўғри бўлиши учун $C = 7 - \frac{3 \cdot 2^2}{10} - \frac{4}{7} \cdot 2 = 4\frac{23}{35}$ га тенг бўлиши керак. Демак, берилган функциянинг $A(2;7)$ нуқтадан ўтувчи бошланғич функцияси $y = \frac{3x^2}{10} + \frac{4}{7}x + 4\frac{23}{35}$ функциядан иборат.

2-мисол. $\int (3 \sin^2 2x - 4x\sqrt{x}) dx$ интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Интеграллар жадвалидан ва $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$; айниятдан фойдаланам

из:

$$\begin{aligned} \int (3 \sin^2 2x - 4x\sqrt{x}) dx &= \int 3 \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right) dx - 4 \int x^{3/2} dx = \\ &= \frac{3}{2} \int dx - \frac{3}{2} \int \cos 4x dx - 4 \cdot \frac{x^{3/2+1}}{\frac{3}{2}+1} + C = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{\sin 4x}{4} - \frac{8}{5}x^{5/2} + C = \frac{3}{2}x - \\ &- \frac{3}{8} \sin 4x - \frac{8}{5}x^2\sqrt{x} + C. \end{aligned}$$

3-мисол. $\int x \sqrt{x+3} dx$ интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Ўзгарувчини алмаштириш усулидан фойдаланамиз.

$\sqrt{x+3} = t$ алмаштириш қиламиз. У ҳолда $x = t^2 - 3$ ва $dx = 2t dt$ бўлади.

$$\begin{aligned} \text{Бундан } \int x \sqrt{x+3} dx &= \int (t^2 - 3) t \cdot 2t dt = \int (2t^4 - 6t^2) dt = 2 \int t^4 dt - \\ &- 6 \int t^2 dt = 2 \cdot \frac{t^5}{5} - 6 \cdot \frac{t^3}{3} + C = 0,4t^5 - 2t^3 + C = 2t^3(0,2t^2 - 1) + C = 2(\sqrt{x+3})^3 \end{aligned}$$

$$(0,2(x+3) - 1) + C = 2(x+3) \sqrt{x+3} (0,2x - 0,4) + C = 2\sqrt{x+3} (0,2x^2 +$$

$+0,2x - 1,2) + C = 0,4\sqrt{x+3}(x^2 + x - 6) + C$ келиб чиқади. Шундай қилиб $\int x\sqrt{x+3} dx = 0,4(x^2 + x - 6)\sqrt{x+3} + C$.

4-мисол. $\int x^2 \cos x dx$ интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Бўлаклаб интеграллаш усулидан фойдаланамиз.

$u = x^2$, $dv = \cos x dx$ белгилаш киритамиз. У ҳолда $du = 2x dx$,

$v = \int \cos x dx = \sin x$ бўлиб $\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x - \int (\sin x) 2x dx$ (1) тенглик ҳосил бўлади.

$\int x \sin x dx$ интегрални ҳам бўлаклаб интеграллаймиз.

$u = x$, $dv = \sin x dx$

$du = dx$, $v = \int \sin x dx = -\cos x$

$\int x \sin x = (x (-\cos x) + \int \cos x dx = (-x \cos x + \sin x)$ бўлишини топамиз. Бундан ва (1) тенгликдан фойдаланиб топамиз:

$$\begin{aligned} \int x^2 \cos x dx &= x^2 \sin x - 2 \int x \sin x dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x) + C = \\ &= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2\sin x + C = \sin x(x^2 - 2) + 2x \cos x + C. \end{aligned}$$

7-мустақил иш вариантлари

7.1. Қуйида берилган функцияларнинг берилган $A(x_0; y_0)$ нуқтадан ўтган бошланғич функцияси топилсин.

1-вариант.

- | | |
|---------------------------------|-------------------------|
| а) $y = 5x + 3$ | $A(2; 3)$ |
| б) $y = 4x + \frac{7}{x}$ | $A(3; 7)$ |
| в) $y = 6\sin x$ | $A(\frac{\pi}{6}; \pi)$ |
| г) $y = \frac{3x^2 - 5x}{4x^3}$ | $A(1; 2)$. |

2-вариант.

- а) $y=6\sqrt{x} - 5\sqrt[3]{x} + 1$ $A(1; 4)$
б) $y=6\cos x$ $A(\frac{\pi}{6}; \pi)$
в) $y=4x^2+\frac{7}{x^2}$ $A(3; 7)$
г) $y = 3^x + \frac{5}{x}$ $A(1; 2).$

3-вариант.

- а) $y = x^2 - 5x + 6$ $A(0; 3)$
б) $y=4\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x} + 3$ $A(2; 4)$
в) $y=2\sin x + 3\cos x$ $A(\frac{\pi}{3}; \pi)$
г) $y = \frac{6x+x^2}{3\sqrt{x}}$ $A(1; 4).$

4-вариант.

- а) $y=2x + 7$ $A(2; 5)$
б) $y=6x+\frac{8}{x}$ $A(3; 6)$
в) $y=5\sin x$ $A(\frac{\pi}{6}; \pi)$
г) $y=\frac{2x^2+3x}{4x^3}$ $A(1; 4).$

5-вариант.

- а) $y=5\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x} + 4$ $A(0; 4)$
б) $y=4\cos x$ $A(\frac{\pi}{2}; \pi)$
в) $y=6x^2+\frac{3}{x^2}$ $A(1; 3)$
г) $y = 8^x + \frac{2}{x}$ $A(1; 3).$

6-вариант.

- а) $y = x^2 + 6x + 7$ $A(0; 2)$

б) $y = \sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x} + 2$	$A(1; 4)$
в) $y = 4\sin x + 6\cos x$	$A(\frac{\pi}{3}; 3\pi)$
г) $y = \frac{7x+2x^2}{2\sqrt{x}}$	$A(4; 5).$

7-вариант.

а) $y = 3x - 1$	$A(2; 6)$
б) $y = 7x + \frac{3}{x}$	$A(1; 3)$
в) $y = 4\sin x$	$A(\frac{\pi}{4}; 4)$
г) $y = \frac{6x-4x^2}{3x^3}$	$A(1; 4).$

8-вариант.

а) $y = 4x - \sqrt[3]{x} + 3$	$A(2; 3)$
б) $y = \cos x$	$A(\frac{\pi}{2}; 2)$
в) $y = 2x^2 + \frac{6}{x^2}$	$A(1; 5)$
г) $y = 5^x + \frac{1}{x}$	$A(1; 4).$

9-вариант.

а) $y = x^2 - 8x + 16$	$A(-1; 3)$
б) $y = 3\sqrt{x} + 7\sqrt[3]{x} - 4$	$A(0; 2)$
в) $y = 6\sin x + 5\cos x$	$A(\frac{\pi}{3}; 2)$
г) $y = \frac{x+3x^2}{4\sqrt{x}}$	$A(4; 6).$

10-вариант.

а) $y = 8x + 5$	$A(0; 5)$
б) $y = 4x + \frac{9}{x}$	$A(1; 3)$
в) $y = 2\sin x$	$A(\frac{\pi}{4}; 5\pi)$

$$\Gamma) y = \frac{3x^2 + 4x}{x^3} \quad A(1; 3).$$

11-вариант.

$$a) y = 8\sqrt{x} + 4\sqrt{x} + 3 \quad A(4; 9)$$

$$б) y = 2\cos x \quad A\left(\frac{\pi}{2}; 3\right)$$

$$в) y = 5x^2 + \frac{2}{x^2} \quad A(1; 5)$$

$$\Gamma) y = 4^x + \frac{6}{x} \quad A(1; 3).$$

12-вариант.

$$a) y = x^2 - 9x - 10 \quad A(1; 4)$$

$$б) y = 3^x + \frac{9}{x} \quad A(1; 5)$$

$$в) y = \sin x + 4 \cos x \quad A\left(\frac{\pi}{3}; 4\right)$$

$$\Gamma) y = \frac{7x - 4x^2}{\sqrt{x}} \quad A(4; 8).$$

13-вариант.

$$a) y = 6x - 5 \quad A(2; 4)$$

$$б) y = 2x + \frac{5}{x} \quad A(3; 5)$$

$$в) y = 4 \sin x \quad A\left(\frac{\pi}{4}; 5\right)$$

$$\Gamma) y = \frac{x^2 + 6x}{2x^3} \quad A(1; 3).$$

14-вариант.

$$a) y = 8\sqrt{x} + 4x - 1 \quad A(4; 9)$$

$$б) y = 4\cos x \quad A\left(\frac{\pi}{6}; 4\right)$$

$$в) y = x^2 + \frac{4}{x^2} \quad A(1; 3)$$

$$\Gamma) y = 6^x + \frac{4}{x} \quad A(1; 2).$$

15-вариант.

а) $y = x^2 - 7x + 6$ $A(2; 4)$

б) $y = \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} - 2$ $A(1; 4)$

в) $y = 3\sin x + 4\cos x$ $A(\frac{\pi}{3}; \frac{2}{3})$

г) $y = \frac{7x - 4x^2}{2\sqrt{x}}$ $A(4; 5).$

16-вариант.

а) $y = 7x + 2$ $A(2; 3)$

б) $y = 9x + \frac{3}{x}$ $A(2; 5)$

в) $y = 3\sin x$ $A(\frac{\pi}{3}; 1)$

г) $y = \frac{2x^2 - x}{3x^3}$ $A(1; 3).$

17-вариант.

а) $y = 4\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 2$ $A(1; 4)$

б) $y = 2\cos x$ $A(\frac{\pi}{4}; \frac{3}{2})$

в) $y = 3x^2 + \frac{3}{x^2}$ $A(1; 3)$

г) $y = 8^x + \frac{2}{x}$ $A(1; 4).$

18-вариант.

а) $y = x^2 + 8x + 9$ $A(2; 3)$

б) $y = 3\sqrt{x} + 5\sqrt[3]{x} - 2$ $A(1; 4)$

в) $y = 6\sin x - 2\cos x$ $A(\frac{\pi}{3}; 2)$

г) $y = \frac{4x + 3x^2}{\sqrt{x}}$ $A(4; 6).$

19-вариант.

а) $y = 8x - 5;$ $A(4; 8)$

б) $y=6x + \frac{2}{x}$	A(1; 5)
в) $y=3\sin x$	$A(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2})$
г) $y= \frac{2x^2+3x}{5x^3}$	A(1; 4).

20-вариант.

а) $y=7\sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x} + 2$	A(1; 2)
б) $y= 4 \cos x$	$A(\frac{\pi}{6}; 2)$
в) $y=6x^2 + \frac{2}{x^2}$	A(1; 3)
г) $y= 7^x + \frac{3}{x}$	A(1; 4).

21-вариант.

а) $y= x^2 - 7x + 9$	A(1; 2)
б) $y=2x^2 + \frac{6}{x^2}$	A(2; 4)
в) $y=5\sin x - 2 \cos x$	$A(\frac{\pi}{3}; 3)$
г) $y= \frac{4x+2x^2}{3\sqrt{x}}$	A(4; 5).

22-вариант.

а) $y=7x + 2$	A(1; 4)
б) $y=x + \frac{9}{x}$	A(2; 3)
в) $y=2\sin x$	$A(\frac{\pi}{2}; 4)$
г) $y= \frac{3x^2-x}{2x^3}$	A(1; 2).

23-вариант.

а) $y=8\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x} + 3$	A(8; 4)
б) $y= 6\cos x$	$A(\frac{\pi}{3}; 3)$
в) $y=9x^2 + \frac{4}{x^2}$	A(1; 3)

$$\Gamma) y = 4^x + \frac{8}{x} \quad A(1; 2).$$

24-вариант.

$$a) y = x^2 + 6x + 8 \quad A(1; 4)$$

$$б) y = \sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x} - 2 \quad A(0; 2)$$

$$в) y = 4\sin x + 5\cos x \quad A\left(\frac{\pi}{3}; 5\right)$$

$$\Gamma) y = \frac{8x - 4x^2}{2\sqrt{x}} \quad A(4; 6).$$

25-вариант.

$$a) y = 2x - 5; \quad A(2; 5)$$

$$б) y = 3x + \frac{4}{x} \quad A(2; 4)$$

$$в) y = 4\sin x \quad A\left(\frac{\pi}{4}; 2\right)$$

$$\Gamma) y = \frac{5x^2 + 2x}{3x^3} \quad A(1; 3).$$

26-вариант.

$$a) y = 8\sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x} + 2 \quad A(1; 4)$$

$$б) y = 2\cos x \quad A\left(\frac{\pi}{2}; 3\right)$$

$$в) y = 5x^2 + \frac{8}{x^2} \quad A(2; 4)$$

$$\Gamma) y = 6^x + \frac{7}{x} \quad A(1; 2).$$

27-вариант.

$$a) y = x^2 - 8x - 5 \quad A(2; 5)$$

$$б) y = x^2 + \frac{6}{x^2} \quad A(1; 6)$$

$$в) y = 6\sin x + 5\cos x \quad A\left(\frac{\pi}{6}; 4\right)$$

$$\Gamma) y = \frac{7x + 3x^2}{4\sqrt{x}} \quad A(4; 8).$$

28-вариант.

а) $y=4x + 3$ $A(2; 3)$

б) $y=2x + \frac{4}{x}$ $A(1; 3)$

в) $y=2\sin x$ $A(\frac{\pi}{2}; 4)$

г) $y= \frac{2x^2-x}{x^3}$ $A(1; 2).$

29-вариант.

а) $y=6\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x} -1$ $A(2; 4)$

б) $y= \cos x$ $A(\frac{\pi}{3}; 3)$

в) $y=2x^2 + \frac{8}{x^2}$ $A(1; 4)$

г) $y= 5^x + \frac{7}{x}$ $A(2; 4).$

30-вариант.

а) $y= x^2 - 7x+8$ $A(2; 5)$

б) $y=\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} +1$ $A(0; 3)$

в) $y=3\sin x + 4\cos x$ $A(\frac{\pi}{3}; 4)$

г) $y= \frac{6x-x^2}{3\sqrt{x}}$ $A(4; 5).$

7.2. Қуйидаги аниқмас интегрални ҳисобланг.

1-вариант.

а) $\int (2x + 4)(x + 3) dx$

б) $\int (3x^2 + 5x + 2) dx$

в) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$

г) $\int \frac{7x}{(x-3)(x+4)} dx .$

2-вариант.

а) $\int (2x^4 + 3x^3 - 1) dx$

б) $\int (3x + 2\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}) dx$

$$\text{в)} \int (1 + \sin x)(2 + \cos x) dx$$

$$\text{г)} \int (3^x + 3^{-x}) dx.$$

3-вариант.

$$\text{а)} \int (3x - 1)(3x + 2) dx$$

$$\text{б)} \int \frac{2x^2 + 8x + 6}{x + 3} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{3x}{x^2 + 9x + 18} dx$$

$$\text{г)} \int \sin^2 \frac{x}{2} + x dx.$$

4-вариант.

$$\text{а)} \int (4x + 3)(2x - 1) dx$$

$$\text{б)} \int \left(\frac{5\sqrt{x} + 2x}{6\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$$

$$\text{в)} \int \left(\frac{4x}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

$$\text{г)} \int \left(\cos^2 \frac{x}{2} + 4x \right) dx.$$

5-вариант.

$$\text{а)} \int (x^2 + 6x - 5) dx$$

$$\text{б)} \int (2 + \sin x)(4 + \cos x) dx$$

$$\text{в)} \int (4^x + 4^{-x}) dx$$

$$\text{г)} \int \left(\frac{5}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx.$$

6-вариант.

$$\text{а)} \int (5x - 4)(3x + 2) dx$$

$$\text{б)} \int (4x^2 + 7x - 3) dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{3x}{(x-1)(x+2)} dx.$$

7-вариант.

$$\text{а)} \int (3x^4 - 2x^3 + 3) dx$$

$$\text{б)} \int (4x - \sqrt{x} + 5\sqrt[3]{x}) dx$$

$$\text{в)} \int (4 + \sin x)(2 + \cos x) dx$$

$$\text{г)} \int (6^x + 6^{-x}) dx.$$

8-вариант.

$$\text{а)} \int (2x + 3)(x - 4) dx$$

$$\text{б)} \int \frac{2x^2 + 6x + 4}{x + 4} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{5x}{x^2 + 13x + 36} dx$$

$$\text{г)} \int \sin^2 \frac{x}{2} + 2x dx.$$

9-вариант.

а) $\int (x - 2)(x + 3) dx$

б) $\int (\frac{4\sqrt{x}-x}{\sqrt[3]{x}})^2 dx$

в) $\int (\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}) dx$

г) $\int (\cos^2 \frac{x}{2} + 2x) dx.$

10-вариант.

а) $\int (3x^2 + 8x - 2) dx$

б) $\int (3 + \sin x)(1 + \cos x) dx$

в) $\int (8^x + 8^{-x}) dx$

г) $\int (\frac{10x}{\sqrt{1+x^2}}) dx.$

11-вариант.

а) $\int (x - 2)(x + 4) dx$

б) $\int (4x^2 - 7x - 3) dx$

в) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$

г) $\int \frac{2x}{(x-5)(x-3)} dx.$

12-вариант.

а) $\int (5x^4 + 3x^3 + 1) dx$

б) $\int (6x + 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$

в) $\int (2 + \sin x)(6 + \cos x) dx$

г) $\int (9^x + 9^{-x}) dx.$

13-вариант.

а) $\int (4x + 5)(2x - 1) dx$

б) $\int \frac{2x^2+x-3}{x-1} dx$

в) $\int \frac{4x}{x^2+8x+12} dx$

г) $\int \sin^2 \frac{x}{2} + 4x dx.$

14-вариант.

а) $\int (x + 5)(3x - 2) dx$

б) $\int (\frac{2\sqrt{x}+4x}{3\sqrt[3]{x}})^2 dx$

в) $\int (\frac{6x}{\sqrt{1-x^2}}) dx$

г) $\int (\cos^2 \frac{x}{2} + x) dx.$

15-вариант.

а) $\int (3x^2 + 9x - 2) dx$

б) $\int (1 + \sin x)(3 + \cos x) dx$

$$\text{в)} \int (5^x + 5^{-x}) dx$$

$$\Gamma) \int \left(\frac{8x}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx.$$

16-вариант.

$$\text{а)} \int (7x - 4)(3x + 2) dx$$

$$\text{б)} \int (2x^2 + 10x - 3) dx$$

$$\text{в)} \int (4 + \sin x)(1 + \cos x) dx$$

$$\Gamma) \int \frac{6x}{(x-3)(x+3)} dx.$$

17-вариант.

$$\text{а)} \int (3x^4 + 2x^3 + 6) dx$$

$$\text{б)} \int (4x + 5\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}) dx$$

$$\text{в)} \int (3 + \sin x)(2 + \cos x) dx$$

$$\Gamma) \int (2^x + 2^{-x}) dx.$$

18-вариант.

$$\text{а)} \int (5x - 4)(2x + 3) dx$$

$$\text{б)} \int \frac{2x^2 + x - 10}{x - 2} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{7x}{x^2 + 3x - 10} dx$$

$$\Gamma) \int \sin^2 \frac{x}{2} + 3x dx.$$

19-вариант.

$$\text{а)} \int (x + 5)(3x - 2) dx$$

$$\text{б)} \int \left(\frac{2\sqrt{x} + 4x}{3\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$$

$$\text{в)} \int \left(\frac{6x}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

$$\Gamma) \int \left(\cos^2 \frac{x}{2} + x \right) dx.$$

20-вариант.

$$\text{а)} \int (3x^2 + 9x - 2) dx$$

$$\text{б)} \int (2 + \sin x)(4 + \cos x) dx$$

$$\text{в)} \int (2^x + 2^{-x}) dx$$

$$\Gamma) \int \left(\frac{9}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx.$$

21-вариант.

$$\text{а)} \int (3x - 2)(x + 3) dx$$

$$\text{б)} \int (5x^2 + 8x - 4) dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$$

$$\Gamma) \int \frac{9x}{(x-3)(x+6)} dx.$$

22-вариант.

а) $\int (x^4 + 4x^3 + 2) dx$

в) $\int (4 + \sin x)(5 + \cos x) dx$

б) $\int (6x + \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x}) dx$

г) $\int (7^x + 7^{-x}) dx$.

23-вариант.

а) $\int (5x - 2)(2x + 1) dx$

в) $\int \frac{8x}{x^2 + 2x - 15} dx$

б) $\int \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3} dx$

г) $\int \sin^2 \frac{x}{2} + 3x dx$.

24-вариант.

а) $\int (2x + 5)(x - 2) dx$

в) $\int \left(\frac{7x}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$

б) $\int \left(\frac{4\sqrt{x} + x}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$

г) $\int \left(\cos^2 \frac{x}{2} + 6x \right) dx$.

25-вариант.

а) $\int (x^2 - 9x + 8) dx$

в) $\int (9^x + 9^{-x}) dx$

б) $\int (5 + \sin x)(2 + \cos x) dx$

г) $\int \left(\frac{7x}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$.

26-вариант.

а) $\int (x + 3)(x + 5) dx$

в) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$

б) $\int (2x^2 + 3x + 1) dx$

г) $\int \frac{10x}{(x-6)(x+4)} dx$.

27-вариант.

а) $\int (3x^4 + 2x^3 + 6) dx$

в) $\int (2 + \sin x)(4 + \cos x) dx$

б) $\int (2x + 4\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x}) dx$

г) $\int (5^x + 5^{-x}) dx$.

28-вариант.

а) $\int (2x + 4)(x + 1) dx$

б) $\int \frac{2x^2 + 8x + 6}{x + 3} dx$

$$в) \int \frac{4x}{x^2+8x+12} dx$$

$$г) \int \sin^2 \frac{x}{2} + x dx.$$

29-вариант.

$$а) \int (3x - 2)(4x + 2) dx$$

$$б) \int \left(\frac{6\sqrt{x}+3x}{2\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$$

$$в) \int \left(\frac{9x}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

$$г) \int \left(\cos^2 \frac{x}{2} + x \right) dx.$$

30-вариант.

$$а) \int (x^2 + 7x + 12) dx$$

$$б) \int (2 + \sin x)(1 + \cos x) dx$$

$$в) \int (3^x + 3^{-x}) dx$$

$$г) \int \left(\frac{5x}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx.$$

7.3. Куйидаги интегралларни ўзгарувчини алмаштириш усули билан ҳисобланг.

1-вариант.

$$а) \int \sqrt{3x+5} dx$$

$$б) \int \sin(2x - 1) dx$$

$$в) \int 3^{2x+1} dx$$

$$г) \int \frac{dx}{2x^2+5x+3}$$

$$д) \int \frac{dx}{x\sqrt{x+4}}.$$

2-вариант.

$$а) \int (3x + 2)^3 dx$$

$$б) \int \cos(2x + 1) dx$$

$$в) \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3 \cos x}}$$

$$г) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}+3} dx$$

$$д) \int \sqrt[3]{4x+5} dx.$$

3-вариант.

$$а) \int 5^{2x+1} dx$$

$$б) \int \operatorname{tg} x dx$$

$$\text{в)} \int \cos(3x + 2) dx$$

$$\text{г)} \int x \sqrt[3]{x^2 + 9} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}.$$

4-вариант.

$$\text{а)} \int \sqrt{4x - 3} dx$$

$$\text{б)} \int \sqrt[3]{2x + 4} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + \sin x}}$$

$$\text{г)} \int \sin(x + 2) dx$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}.$$

5-вариант.

$$\text{а)} \int \sqrt{2x - 1} dx$$

$$\text{б)} \int \sin(x + 1) dx$$

$$\text{в)} \int 4^{3x-2} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{3x^2 + 7x - 4}$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x\sqrt{x+16}}.$$

6-вариант.

$$\text{а)} \int (4x - 3)^4 dx$$

$$\text{б)} \int \cos(4x - 1) dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{2 + 4 \cos x}}$$

$$\text{г)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 2}} dx$$

$$\text{д)} \int \sqrt[3]{5x - 2} dx.$$

7-вариант.

$$\text{а)} \int 3^{x-1} dx$$

$$\text{б)} \int \operatorname{tg}(x + 1) dx$$

$$\text{в)} \int \cos(4x - 3) dx$$

$$\text{г)} \int x \sqrt[3]{x^2 + 5} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{3x^2 + 8x + 3}.$$

8-вариант.

$$\text{а)} \int \sqrt{6x + 3} dx$$

$$\text{б)} \int \sqrt[3]{4x - 1} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{3 + 2 \sin x}}$$

$$\text{г)} \int \sin(x - 1) dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} .$$

9-вариант.

$$\text{а) } \int \sqrt{5x+3} \, dx$$

$$\text{б) } \int \sin(4x+1) \, dx$$

$$\text{в) } \int 4^{x-2} \, dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^2+7x-8}$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+16}} .$$

10-вариант.

$$\text{а) } \int (2x+1)^5 \, dx$$

$$\text{б) } \int \cos(2x-1) \, dx$$

$$\text{в) } \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$$

$$\text{г) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+2}} \, dx$$

$$\text{д) } \int \sqrt[3]{2x+7} \, dx .$$

11-вариант.

$$\text{а) } \int 8^{x+3} \, dx$$

$$\text{б) } \int \operatorname{tg}(3x-1) \, dx$$

$$\text{в) } \int \cos(2x+1) \, dx$$

$$\text{г) } \int x\sqrt[3]{x^2+6} \, dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{3x^2+9x+4} .$$

12-вариант.

$$\text{а) } \int \sqrt{6x-5} \, dx$$

$$\text{б) } \int \sqrt[3]{x+7} \, dx$$

$$\text{в) } \int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{2+\sin x}}$$

$$\text{г) } \int \sin(6x-4) \, dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+25}} .$$

13-вариант.

$$\text{а) } \int \sqrt{7x-4} \, dx$$

$$\text{б) } \int \sin x \, dx$$

$$\text{в) } \int 9^{3x+1} \, dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{2x^2+7x+6}$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} .$$

14-вариант.

а) $\int (3x + 4)^3 dx$

б) $\int \cos x dx$

в) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2 \cos x}}$

г) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+6}} dx$

д) $\int \sqrt[3]{7x-5} dx$.

15-вариант.

а) $\int 4^{3x+2} dx$

б) $\int \operatorname{tg} x dx$

в) $\int \cos(2x-2) dx$

г) $\int x \sqrt[3]{x^2+7} dx$

д) $\int \frac{dx}{4x^2+9x+2}$.

16-вариант.

а) $\int \sqrt{6x+4} dx$

б) $\int \sqrt[3]{3x+2} dx$

в) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2+4 \sin x}}$

г) $\int \sin(6x-3) dx$

д) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x+36}}$.

17-вариант.

а) $\int \sqrt{8x-5} dx$

б) $\int \sin(x+1) dx$

в) $\int 8^{x+2} dx$

г) $\int \frac{dx}{3x^2+9x-2}$

д) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x+9}}$.

18-вариант.

а) $\int \sqrt{4x-3} dx$

б) $\int \sin x dx$

в) $\int 5^{3x+2} dx$

г) $\int \frac{dx}{2x^2+5x+3}$

д) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x+9}}$.

19-вариант.

$$\text{a)} \int (2x + 3)^4 dx$$

$$\text{б)} \int \cos x dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2 \cos x}}$$

$$\text{г)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 5} dx$$

$$\text{д)} \int \sqrt[3]{5x - 2} dx .$$

20-вариант.

$$\text{a)} \int 6^{x-1} dx$$

$$\text{б)} \int \operatorname{tg}(x + 1) dx$$

$$\text{в)} \int \cos(2x - 2) dx$$

$$\text{г)} \int x \sqrt[3]{x^2 + 7} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x^2 - 8x + 9} .$$

21-вариант.

$$\text{a)} \int \sqrt{3x + 4} dx$$

$$\text{б)} \int \sqrt[3]{6x - 5} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{4 + \sin x}}$$

$$\text{г)} \int \sin(x + 1) dx$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} .$$

22-вариант.

$$\text{a)} \int \sqrt{x + 5} dx$$

$$\text{б)} \int \sin(x - 1) dx$$

$$\text{в)} \int 2^{x+3} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{3x^2 + 7x - 4}$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{x\sqrt{x+25}} .$$

23-вариант.

$$\text{a)} \int (3x + 2)^3 dx$$

$$\text{б)} \int \cos x dx$$

$$\text{в)} \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{2+4 \cos x}}$$

$$\text{г)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 3} dx$$

$$\text{д)} \int \sqrt[3]{7x - 5} dx .$$

24-вариант.

$$\text{a)} \int 5^{3x+2} dx$$

$$\text{б)} \int \operatorname{tg} x dx$$

$$\text{в)} \int \cos(3x - 1) dx$$

$$\text{г)} \int x \sqrt[3]{x^2 + 3} dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{3x^2+7x-6}.$$

25-вариант.

$$\text{а) } \int \sqrt{6x+1} \, dx$$

$$\text{б) } \int \sqrt[3]{3x+4} \, dx$$

$$\text{в) } \int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{3+4 \sin x}}$$

$$\text{г) } \int \sin(5x+3) \, dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+4}}.$$

26-вариант.

$$\text{а) } \int \sqrt{3x+5} \, dx$$

$$\text{б) } \int \sin(2x-1) \, dx$$

$$\text{в) } \int 6^{3x+4} \, dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^2+7x-8}$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+9}}.$$

27-вариант.

$$\text{а) } \int (5x+2)^3 \, dx$$

$$\text{б) } \int \cos(4x-2) \, dx$$

$$\text{в) } \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{1+3 \cos x}}$$

$$\text{г) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}+6} \, dx$$

$$\text{д) } \int \sqrt[3]{7x-3} \, dx.$$

28-вариант.

$$\text{а) } \int 9^{3x-1} \, dx$$

$$\text{б) } \int \operatorname{tg}(3x-4) \, dx$$

$$\text{в) } \int \cos x \, dx$$

$$\text{г) } \int x \sqrt[3]{x^2+7} \, dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{3x^2+9x+4}.$$

29-вариант.

$$\text{а) } \int \sqrt{5x+6} \, dx$$

$$\text{б) } \int \sqrt[3]{3x+2} \, dx$$

$$\text{в) } \int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{1+2 \sin x}}$$

$$\text{г) } \int \sin(6x+4) \, dx$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x+36}}.$$

30-вариант.

а) $\int \sqrt{4x+3} \, dx$

б) $\int \sin(x+1) \, dx$

в) $\int 8^{x-5} \, dx$

г) $\int \frac{dx}{3x^2+8x-3}$

д) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+25}}$.

7.4. Қуйидаги интегралларни бўлаклаб интеграллаш усулини қўллаб ҳисобланг.

1-вариант.

а) $\int x \cos 3x \, dx;$

б) $\int x \sqrt{2x+3} \, dx;$

в) $\int \ln 5x \, dx;$

г) $\int \sqrt{9-x^2} \, dx;$

д) $\int \arcsin 2x \, dx;$

е) $\int x e^{-3x} \, dx.$

2-вариант.

а) $\int x \sin 4x \, dx;$

б) $\int \ln^2 4x \, dx;$

в) $\int x^2 e^{3x} \, dx;$

г) $\int \sqrt{16-x^2} \, dx;$

д) $\int x \sqrt{3x+2} \, dx;$

е) $\int \arccos 3x \, dx.$

3-вариант.

а) $\int x^2 \cos 6x \, dx;$

б) $\int x e^{2x} \, dx;$

в) $\int \arctg 2x \, dx;$

г) $\int x \ln 5x \, dx;$

д) $\int \frac{\ln 2x}{\sqrt{x}} \, dx;$

е) $\int x \sin 2x \, dx;$

4-вариант.

а) $\int \sqrt{x} \ln 3x \, dx;$

б) $\int x 3^{4x} \, dx;$

в) $\int x^2 \sin 7x \, dx;$

г) $\int \arctg 3x \, dx;$

$$д) \int x \sqrt{3x+2} \, dx;$$

$$е) \int x e^{-3x} \, dx.$$

5-вариант.

$$а) \int x \cos 6x \, dx;$$

$$б) \int x \sqrt{5x-3} \, dx;$$

$$в) \int \ln 7x \, dx;$$

$$г) \int \sqrt{16-x^2} \, dx;$$

$$д) \int \arcsin 4x \, dx;$$

$$е) \int x e^{-5x} \, dx.$$

6-вариант.

$$а) \int x \sin 5x \, dx;$$

$$б) \int \ln^2 3x \, dx;$$

$$в) \int x^2 e^{2x} \, dx;$$

$$г) \int \sqrt{25-x^2} \, dx;$$

$$д) \int x \sqrt{4x+1} \, dx;$$

$$е) \int \arccos x \, dx.$$

7-вариант.

$$а) \int x^2 \cos 4x \, dx;$$

$$б) \int x e^{3x} \, dx;$$

$$в) \int \arctg x \, dx;$$

$$г) \int x \ln 2x \, dx;$$

$$д) \int \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}} \, dx;$$

$$е) \int x \sin 5x \, dx;$$

8-вариант.

$$а) \int \sqrt{x} \ln 2x \, dx;$$

$$б) \int x 4^x \, dx;$$

$$в) \int x^2 \sin x \, dx;$$

$$г) \int \arctg 2x \, dx;$$

$$д) \int x \sqrt{3x-1} \, dx;$$

$$е) \int x e^{-2x} \, dx.$$

9-вариант.

$$а) \int x \cos 6x \, dx;$$

$$б) \int x \sqrt{7x-4} \, dx;$$

$$в) \int \ln 3x \, dx;$$

$$г) \int \sqrt{4-x^2} \, dx;$$

$$д) \int \arcsin 3x \, dx;$$

$$е) \int x e^{-x} \, dx.$$

10-вариант.

а) $\int x \sin 4x \, dx;$

в) $\int x^2 e^{6x} \, dx;$

д) $\int x \sqrt{2x+3} \, dx;$

б) $\int \ln^2 5x \, dx;$

г) $\int \sqrt{36-x^2} \, dx;$

е) $\int \arccos x \, dx.$

11-вариант.

а) $\int x^2 \cos 3x \, dx;$

в) $\int \arctg x \, dx;$

д) $\int \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}} \, dx;$

б) $\int x e^{4x} \, dx;$

г) $\int x \ln 8x \, dx;$

е) $\int x \sin 3x \, dx;$

12-вариант.

а) $\int \sqrt{x} \ln x \, dx;$

в) $\int x^2 \sin 4x \, dx;$

д) $\int x \sqrt{x+1} \, dx;$

б) $\int x 5^{2x} \, dx;$

г) $\int \arctg 2x \, dx;$

е) $\int x e^{-x} \, dx.$

13-вариант.

а) $\int x \cos x \, dx;$

в) $\int \ln 2x \, dx;$

д) $\int \arcsin 5x \, dx;$

б) $\int x \sqrt{3x+4} \, dx;$

г) $\int \sqrt{9-x^2} \, dx;$

е) $\int x e^{-6x} \, dx.$

14-вариант.

а) $\int x \sin 5x \, dx;$

в) $\int x^2 e^{4x} \, dx;$

д) $\int x \sqrt{5x-3} \, dx;$

б) $\int \ln^2 3x \, dx;$

г) $\int \sqrt{49-x^2} \, dx;$

е) $\int \arccos x \, dx.$

15-вариант.

а) $\int x^2 \cos x \, dx;$

б) $\int x e^{3x} \, dx;$

$$\text{в)} \int \arctg 2x \, dx;$$

$$\text{г)} \int x \ln 4x \, dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx;$$

$$\text{е)} \int x \sin 4x \, dx;$$

16-вариант.

$$\text{а)} \int \sqrt{x} \ln 6x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x 7^{3x} \, dx;$$

$$\text{в)} \int x^2 \sin 5x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \arctg x \, dx;$$

$$\text{д)} \int x \sqrt{4x-5} \, dx;$$

$$\text{е)} \int x e^{-2x} \, dx.$$

17-вариант.

$$\text{а)} \int x \cos 6x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x \sqrt{7x-5} \, dx;$$

$$\text{в)} \int \ln 4x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \sqrt{25-x^2} \, dx;$$

$$\text{д)} \int \arcsin x \, dx;$$

$$\text{е)} \int x e^{-4x} \, dx.$$

18-вариант.

$$\text{а)} \int x \sin 7x \, dx;$$

$$\text{б)} \int \ln^2 x \, dx;$$

$$\text{в)} \int x^2 e^{3x} \, dx;$$

$$\text{г)} \int \sqrt{64-x^2} \, dx;$$

$$\text{д)} \int x \sqrt{x+4} \, dx;$$

$$\text{е)} \int \arccos 3x \, dx.$$

19-вариант.

$$\text{а)} \int x^2 \cos 9x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x e^{4x} \, dx;$$

$$\text{в)} \int \arctg x \, dx;$$

$$\text{г)} \int x \ln 2x \, dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}} \, dx;$$

$$\text{е)} \int x \sin 5x \, dx;$$

20-вариант.

$$\text{а)} \int \sqrt{x} \ln 7x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x 6^{2x} \, dx;$$

$$\text{в)} \int x^2 \sin 2x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \arctg 4x \, dx;$$

$$\text{д)} \int x \sqrt{6x - 4} \, dx;$$

$$\text{е)} \int x e^{-x} \, dx.$$

21-вариант.

$$\text{а)} \int x \cos 3x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x \sqrt{4x + 3} \, dx;$$

$$\text{в)} \int \ln x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \sqrt{25 - x^2} \, dx;$$

$$\text{д)} \int \arcsin 2x \, dx;$$

$$\text{е)} \int x e^{-3x} \, dx.$$

22-вариант.

$$\text{а)} \int x \sin 5x \, dx;$$

$$\text{б)} \int \ln^2 7x \, dx;$$

$$\text{в)} \int x^2 e^x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \sqrt{81 - x^2} \, dx;$$

$$\text{д)} \int x \sqrt{3x - 2} \, dx;$$

$$\text{е)} \int \arccos x \, dx.$$

23-вариант.

$$\text{а)} \int x^2 \cos 4x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x e^{5x} \, dx;$$

$$\text{в)} \int \arctg 3x \, dx;$$

$$\text{г)} \int x \ln 4x \, dx;$$

$$\text{д)} \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx;$$

$$\text{е)} \int x \sin 3x \, dx;$$

24-вариант.

$$\text{а)} \int \sqrt{x} \ln 7x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x 6^{2x} \, dx;$$

$$\text{в)} \int x^2 \sin 2x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \arctg 4x \, dx;$$

$$\text{д)} \int x \sqrt{6x - 4} \, dx;$$

$$\text{е)} \int x e^{-x} \, dx.$$

25-вариант.

$$\text{а)} \int x \cos 3x \, dx;$$

$$\text{б)} \int x \sqrt{x + 5} \, dx;$$

$$\text{в)} \int \ln x \, dx;$$

$$\text{г)} \int \sqrt{16 - x^2} \, dx;$$

$$д) \int \arcsin 2x \, dx;$$

$$е) \int x e^{-2x} \, dx.$$

26-вариант.

$$а) \int x \sin 8x \, dx;$$

$$б) \int \ln^2 2x \, dx;$$

$$в) \int x^2 e^x \, dx;$$

$$г) \int \sqrt{64 - x^2} \, dx;$$

$$д) \int x \sqrt{7x - 5} \, dx;$$

$$е) \int \arccos 5x \, dx.$$

27-вариант.

$$а) \int x^2 \cos 9x \, dx;$$

$$б) \int x e^{4x} \, dx;$$

$$в) \int \arctg 2x \, dx;$$

$$г) \int x \ln 5x \, dx;$$

$$д) \int \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}} \, dx;$$

$$е) \int x \sin 4x \, dx;$$

28-вариант.

$$а) \int \sqrt{x} \ln 8x \, dx;$$

$$б) \int x 9^{3x} \, dx;$$

$$в) \int x^2 \sin 5x \, dx;$$

$$г) \int \arctg 3x \, dx;$$

$$д) \int x \sqrt{4x + 5} \, dx;$$

$$е) \int x e^{-x} \, dx.$$

29-вариант.

$$а) \int x \cos 7x \, dx;$$

$$б) \int x \sqrt{3x + 4} \, dx;$$

$$в) \int \ln 9x \, dx;$$

$$г) \int \sqrt{36 - x^2} \, dx;$$

$$д) \int \arcsin 2x \, dx;$$

$$е) \int x e^{-6x} \, dx.$$

30-вариант.

$$а) \int x \sin 4x \, dx;$$

$$б) \int \ln^2 6x \, dx;$$

$$в) \int x^2 e^{5x} \, dx;$$

$$г) \int \sqrt{25 - x^2} \, dx;$$

$$д) \int x \sqrt{6x + 1} \, dx;$$

$$е) \int \arccos 3x \, dx.$$

8-§. Аниқ интеграл, унинг геометрик маъноси, хоссалари. Ньютон-Лейбниц формуласи. Аниқ интегрални ҳисоблаш усуллари

Мавзуга оид саволлар.

1. Функция аниқ интегралининг таърифи.
2. Аниқ интегрални геометрик маъноси.
3. Аниқ интегралнинг ҳоссалари.
4. Ньютон-Лейбниц формуласи.
5. Аниқ интегрални ўзгарувчини алмаштириш усули билан ҳисоблаш.
6. Аниқ интегрални бўлаклаб интеграллаш усули билан ҳисоблаш.

1-мисол. $\int_1^4 \frac{2x^2+3x}{\sqrt{x}} dx$ интегрални ҳисобланг.

$$\begin{aligned}\text{Ечиш. } \int_1^4 \frac{2x^2+3x}{\sqrt{x}} dx &= \int_1^4 (2x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}}) dx = 2 \int_1^4 x^{\frac{3}{2}} dx + 3 \int_1^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \\ &= 2 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} \Big|_1^4 + 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \Big|_1^4 = \frac{4}{5} x^{\frac{5}{2}} \Big|_1^4 + \frac{6}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = 0,8x^2\sqrt{x} \Big|_1^4 + 2x\sqrt{x} \Big|_1^4 = \\ &= (0,8 \cdot 4^2\sqrt{4} - 0,8 \cdot 1) + (2 \cdot 4\sqrt{4} - 2 \cdot 1) = (25,6 - 0,8) + (16 - 2) = \\ &= 24,8 + 14 = 38,8.\end{aligned}$$

2-мисол. $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{3x+1}}$ интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Ўзгарувчиларни алмаштириш усулидан фойдаланамиз.

$\sqrt{3x+1} = t$ алмаштириш қиламиз. У ҳолда

$3x+1 = t^2$, $x = \frac{t^2-1}{3}$, $dx = \frac{2t}{3} dt$ бўлади. $x = 0$ бўлса $t = 1$ ва $x = 5$ бўлса $t = 4$ бўлади. Натижада

$$\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{3x+1}} = \int_1^4 \frac{2(t^2-1)t}{9t} dt = \frac{2}{9} \int_1^4 (t^2 - 1) dt = \frac{2}{9} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_1^4 = \frac{2}{9} \left(\frac{4^3}{3} - 4 \right) -$$

$$-\frac{2}{9}\left(\frac{1^3}{3} - 1\right) = \frac{2}{9}\left(\frac{52}{3} + \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{9} \cdot \frac{54}{3} = 4 \text{ келиб чиқади.}$$

3 – мисол. $\int_0^{\pi/2} x \cos 2x dx$ интегрални ҳисобланг.

Ечиш. Бўлаклаб интеграллаш формуласидан фойдаланиб $\int x \cos 2x dx$ бошланғич функцияни топамиз ва Ньютон-Лейбниц формуласидан фойдаланамиз.

$u = x$, $dv = \cos 2x dx$ деб олсак, $du = dx$, $v = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x$ бўлади.

Натижада $F(x) \int x \cos 2x dx = x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x - \int \frac{1}{2} \sin 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$ бўлади. Бундан,

$$\int_0^{\pi/2} x \cos 2x dx = \left(\frac{x}{2} \sin 2x + \frac{\cos 2x}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \left(\frac{\pi}{4} \cdot \sin \pi + \frac{\cos \pi}{4} \right) - \left(0 + \frac{\cos 0}{4} \right) = \left(0 - \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{4} \right) = -\frac{1}{2} \text{ келиб чиқади.}$$

4-мисол. Қуйидаги $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ чизиклар билан чегараланган шаклнинг юзини ҳисобланг.

$$\begin{aligned} \text{Ечиш. } S &= \int_1^4 \sqrt{x} dx = \int_1^4 x^{1/2} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \Big|_1^4 = \frac{2x\sqrt{x}}{3} \Big|_1^4 = \frac{2 \cdot 4 \cdot \sqrt{4}}{3} - \frac{2 \cdot 1}{3} = \\ &= \frac{16-2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

5-мисол. Қуйидаги $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$ чизиклар билан чегараланган шаклни ОХ ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажмини ҳисобланг.

$$\text{Ечиш. } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx \text{ формуладан фойдаланамиз.}$$

$$V = \pi \int_0^3 y^2 dx = \pi \int_0^3 (x^2 - 4x + 5) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x \right) \Big|_1^3 = \pi \left(\frac{3^3}{3} - 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 \right) - \pi(0 - 0 + 0) = \pi(9 - 18 + 15) = 6\pi$$

$$V = 6\pi.$$

8-мустақил иш вариантлари

8.1. Қуйидаги интегралларни аниқ интегралнинг ҳоссаларидан ва Ньютон-Лейбниц формуласидан фойдаланиб ҳисобланг.

1-вариант.

а) $\int_2^5 (3x + 5) dx;$

б) $\int_0^e \frac{dx}{2x+e};$

в) $\int_1^4 (3 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 3x dx;$

д) $\int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$

е) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$

2-вариант.

а) $\int_2^4 (3x + 2)^2 dx;$

б) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 3x dx;$

в) $\int_0^{20} \sqrt{3x+4} dx;$

г) $\int_1^2 (2x^2 - 5x - 3) dx;$

д) $\int_1^4 \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt[3]{x}} dx;$

е) $\int_0^5 \left(1 + e^{\frac{x}{5}} \right) dx.$

3-вариант.

а) $\int_1^2 (5x - 4) dx;$

б) $\int_0^e \frac{dx}{(2x+3)^2} dx;$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx;$

г) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4+x^2} dx;$

д) $\int_0^3 (x + 5)^2 dx;$

е) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx.$

4-вариант.

а) $\int_1^2 (7x - 4) dx;$

б) $\int_0^e \frac{dx}{4x+e};$

в) $\int_0^8 (2 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2x dx;$

$$\text{д) } \int_1^9 \left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}.$$

5-вариант.

$$\text{а) } \int_1^5 (2x+3)^2 dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{12} \sqrt{5x+4} dx;$$

$$\text{г) } \int_1^2 (4x^2 + 8x - 3) dx;$$

$$\text{д) } \int_1^3 \frac{3\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е) } \int_0^6 \left(1 + e^{\frac{x}{6}} \right) dx;$$

6-вариант.

$$\text{а) } \int_2^4 (7x+2) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{dx}{(2x-1)^2} dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{9+x^2} dx;$$

$$\text{д) } \int_1^4 (4x+3)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x dx;$$

7-вариант.

$$\text{а) } \int_1^3 (4x-3) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^e \frac{dx}{3x+e};$$

$$\text{в) } \int_0^1 (1 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{5}} \sin^2 5x dx;$$

$$\text{д) } \int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}.$$

8-вариант.

$$\text{а) } \int_0^5 (4x-3) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 6x dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{10} \sqrt{6x+4} dx;$$

$$\text{г) } \int_1^3 (5x^2 + 4x - 1) dx;$$

$$\text{д) } \int_1^4 \frac{4\sqrt{x}+3}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е) } \int_0^6 \left(1 + e^{\frac{x}{6}} \right) dx.$$

9-вариант.

$$\text{а) } \int_1^2 (3x+7) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^3 \frac{dx}{(2x+5)^2} dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{16+x^2} dx;$$

$$\text{д) } \int_1^2 (4x - 2)^2 dx ;$$

$$\text{е) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 3x dx .$$

10-вариант.

$$\text{а) } \int_1^3 (7x - 4) dx ;$$

$$\text{б) } \int_0^e \frac{dx}{5x+e} ;$$

$$\text{в) } \int_0^5 (7 + \sqrt[3]{x})^2 dx ;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin^2 8x dx ;$$

$$\text{д) } \int_1^9 \left(\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \right)^2 dx ;$$

$$\text{е) } \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}} ;$$

11-вариант.

$$\text{а) } \int_1^5 (4x - 3)^2 dx ;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 6x dx ;$$

$$\text{в) } \int_0^{12} \sqrt{5x+4} dx ;$$

$$\text{г) } \int_0^3 (x^2 + 8x - 9) dx ;$$

$$\text{д) } \int_1^8 \frac{3\sqrt{x}+7}{\sqrt[3]{x}} dx ;$$

$$\text{е) } \int_0^7 \left(1 + e^{\frac{x}{7}} \right) dx .$$

12-вариант .

$$\text{а) } \int_2^4 (4x + 3) dx ;$$

$$\text{б) } \int_0^2 \frac{dx}{(2x+5)^2} dx ;$$

$$\text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx ;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{16+x^2} dx .$$

$$\text{д) } \int_1^4 (2x + 5)^2 dx ;$$

$$\text{е) } \int_0^{\frac{\pi}{5}} \cos^2 \frac{5x}{2} dx ;$$

13-вариант.

$$\text{а) } \int_1^5 (6x - 5) dx ;$$

$$\text{б) } \int_0^e \frac{dx}{4x-e} ;$$

$$\text{в) } \int_1^5 (4 + \sqrt[3]{x})^2 dx ;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 6x dx ;$$

$$\text{д) } \int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{8}{\sqrt{x}} \right)^2 dx ;$$

$$\text{е) } \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{36-x^2}} .$$

14-вариант.

$$\text{а) } \int_0^3 (7x + 3) dx ;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{5}} \sin 5x dx ;$$

$$\text{в) } \int_0^{30} \sqrt{2x+4} dx ;$$

$$\text{г) } \int_1^4 (x^2 + 10x - 11) dx ;$$

$$\text{д)} \int_1^5 \frac{3\sqrt{x}+4}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е)} \int_0^4 \left(1 + e^{\frac{x}{4}}\right) dx$$

15-вариант.

$$\text{а)} \int_4^6 (2x - 1) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^5 \frac{dx}{(2x+9)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\frac{\pi}{10}} \cos 5x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{1}{5}} \frac{1}{25+x^2} dx;$$

$$\text{д)} \int_1^2 (4x - 3)^2 dx ;$$

$$\text{е)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx .$$

16-вариант.

$$\text{а)} \int_1^3 (5x + 2) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^e \frac{dx}{7x+e} ;$$

$$\text{в)} \int_1^3 (1 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 4x dx ;$$

$$\text{д)} \int_1^{16} \left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 dx ;$$

$$\text{е)} \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{36-x^2}} .$$

17-вариант.

$$\text{а)} \int_0^3 (4x - 3) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{9}} \sin 9x dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{15} \sqrt{6x+4} dx;$$

$$\text{г)} \int_1^3 (2x^2 - 5x - 6) dx;$$

$$\text{д)} \int_1^2 \frac{4\sqrt{x}+3}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е)} \int_0^4 \left(1 + e^{\frac{x}{4}}\right) dx.$$

18-вариант.

$$\text{а)} \int_1^3 (5x + 2) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^4 \frac{dx}{(2x+7)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{9+x^2} dx;$$

$$\text{д)} \int_1^3 (7x - 5) dx;$$

$$\text{е)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 3x dx .$$

19-вариант.

$$\text{а)} \int_1^4 (6x - 1) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^e \frac{dx}{3x+e} ;$$

$$\text{в)} \int_1^3 (1 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 6x dx ;$$

$$\text{д)} \int_1^{25} \left(\sqrt{x} + \frac{10}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$$

$$\text{е)} \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

20-вариант.

$$\text{а)} \int_0^5 (x+6) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin 8x dx;$$

$$\text{в)} \int_0^4 \sqrt{15x+4} dx;$$

$$\text{г)} \int_1^3 (x^2 - 5x + 6) dx;$$

$$\text{д)} \int_1^2 \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е)} \int_0^2 \left(1 + e^{\frac{x}{2}} \right) dx.$$

21-вариант.

$$\text{а)} \int_3^4 (5x+2) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^2 \frac{dx}{(2x+7)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 6x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{9+x^2} dx;$$

$$\text{д)} \int_0^4 (5x-2)^2 dx;$$

$$\text{е)} \int_0^{\frac{\pi}{10}} \cos^2 5x dx.$$

22-вариант.

$$\text{а)} \int_4^5 (5x+2) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^e \frac{dx}{6x+e};$$

$$\text{в)} \int_2^4 (4 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\pi} \sin^2 x dx;$$

$$\text{д)} \int_1^9 \left(\sqrt{x} + \frac{6}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$$

$$\text{е)} \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}.$$

23-вариант.

$$\text{а)} \int_3^5 (6x-1) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{5}} \sin 5x dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{20} \sqrt{3x+4} dx;$$

$$\text{г)} \int_1^3 (2x^2 - 6x - 3) dx;$$

$$\text{д)} \int_1^5 \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е)} \int_0^{\frac{1}{8}} \left(1 + e^{\frac{x}{8}} \right) dx.$$

24-вариант.

$$\text{а)} \int_2^5 (2x+3) dx;$$

$$\text{б)} \int_0^4 \frac{dx}{(2x+5)^2} dx;$$

$$\text{в)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{1}{5}} \frac{1}{25+x^2} dx;$$

$$\text{д) } \int_2^4 (x+3)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^\pi \cos^2 \frac{x}{2} dx$$

25-вариант.

$$\text{а) } \int_4^5 (3x+2) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^e \frac{dx}{6x+e};$$

$$\text{в) } \int_4^6 (2 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 4x dx;$$

$$\text{д) } \int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{8}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{49-x^2}}.$$

26-вариант.

$$\text{а) } \int_3^6 (2x+5) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 6x dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{10} \sqrt{6x+4} dx;$$

$$\text{г) } \int_2^5 (x^2 - 7x + 8) dx;$$

$$\text{д) } \int_1^6 \frac{5\sqrt{x}+4}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$\text{е) } \int_0^9 \left(1 + e^{\frac{x}{9}} \right) dx$$

27-вариант.

$$\text{а) } \int_3^4 (4x-3) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^5 \frac{dx}{(2x+7)^2} dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1}{9+x^2} dx;$$

$$\text{д) } \int_2^6 (3x-4)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx.$$

28-вариант.

$$\text{а) } \int_3^4 (x-1) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^e \frac{dx}{4x+e};$$

$$\text{в) } \int_2^4 (1 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$$

$$\text{г) } \int_0^\pi \sin^2 x dx;$$

$$\text{д) } \int_1^9 \left(\sqrt{x} + \frac{6}{\sqrt{x}} \right)^2 dx;$$

$$\text{е) } \int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{49-x^2}}$$

29-вариант.

$$\text{а) } \int_3^5 (6x+3) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx;$$

$$\text{в) } \int_0^{15} \sqrt{4x+4} dx;$$

$$\text{г) } \int_2^5 (3x^2 - 7x - 2) dx;$$

$$д) \int_1^4 \frac{6\sqrt{x}+5}{\sqrt[3]{x}} dx;$$

$$е) \int_0^1 (1 + e^x) dx.$$

30-вариант.

$$а) \int_2^3 (5x - 4) dx;$$

$$б) \int_0^3 \frac{dx}{(3x+2)^2} dx;$$

$$в) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx;$$

$$г) \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx;$$

$$д) \int_3^4 (2x + 7)^2 dx ;$$

$$е) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x dx .$$

7.2. Қуйидаги интегралларни ўзгарувчини алмаштириш усулини қўллаб ҳисобланг.

1-вариант.

$$а) \int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{2x+1}} ;$$

$$б) \int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+2}} dx;$$

$$в) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) dx;$$

$$г) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin 2x}.$$

2-вариант.

$$а) \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{3x+2}} ;$$

$$б) \int_1^4 x \sqrt[3]{x^2} + 1 dx;$$

$$в) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) dx;$$

$$г) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\cos 2x} .$$

3-вариант.

$$а) \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+3}} ;$$

$$б) \int_1^4 \frac{\sqrt{3x-1} dx}{x} ;$$

$$в) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{1+\sin 2x} ;$$

$$г) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x + \frac{\pi}{3}) dx .$$

4-вариант.

$$а) \int_1^4 \sqrt[3]{x} + 5 dx;$$

$$б) \int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} ;$$

$$в) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + \frac{\pi}{4}) dx;$$

$$г) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{1-\cos 2x} .$$

5-вариант.

а) $\int_1^4 \frac{\sqrt{2x+3} dx}{x}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(3x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^3 (4x + 5)^2 dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{9}} \frac{dx}{1+\sin 3x}$.

6-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{3x+6}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin(4x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+5}} dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{9}} \frac{dx}{1+\sin 3x}$.

7-вариант.

а) $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{x+6}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^5 x \sqrt[3]{x^2} + 3 dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$.

8-вариант.

а) $\int_2^4 \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x+5}}$;

в) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1+\sin 4x}$;

б) $\int_1^5 \frac{\sqrt{5x-2} dx}{x}$;

г) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) dx$.

9-вариант.

а) $\int_0^3 \sqrt[3]{2x+3} dx$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos(4x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{x+16}}$;

г) $\int_{\pi}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{1-\cos x}$.

10-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{\sqrt{x+6} dx}{x}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{10}} \sin(5x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^4 (5x - 2)^4 dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin x}$.

11-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{7x-4}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+7}} dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1+\sin 4x}$.

12-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-3}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^5 x(\sqrt[3]{x^2} + 4) dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1+\cos 3x}$.

13-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{3x+2}}$;

в) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin 2x}$;

б) $\int_1^4 \frac{\sqrt{4x-3} dx}{x}$;

г) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x + \frac{\pi}{3}) dx$.

14-вариант.

а) $\int_2^5 \sqrt[3]{3x-1} dx$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$;

г) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{9}} \frac{dx}{1-\cos 3x}$.

15-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{\sqrt{5x+3} dx}{x}$;

в) $\int_0^{\frac{12\pi}{5}} \sin(6x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^4 (3x-1)^3 dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin x}$.

16-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{7x-5}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin(4x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+3}} dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{9}} \frac{dx}{1+\sin 3x}$.

17-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x+5}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^4 x(\sqrt[3]{x^2} + 6) dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$.

18-вариант.

а) $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt[3]{5x-2}}$;

в) $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{9}} \frac{dx}{1+\sin 6x}$;

б) $\int_1^4 \frac{\sqrt{4x+5} dx}{x}$;

г) $\int_0^{\frac{10\pi}{3}} \sin(5x + \frac{\pi}{3}) dx$.

19-вариант.

а) $\int_0^3 \sqrt[3]{3x} + 6 \, dx;$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{10}} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) \, dx;$

б) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x+25}};$

г) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1-\cos 4x}.$

20-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{\sqrt{9x-6} \, dx}{x};$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin(4x + \frac{\pi}{3}) \, dx;$

б) $\int_0^5 (x+4)^4 \, dx;$

г) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin x}.$

21-вариант.

а) $\int_2^4 \frac{x \, dx}{\sqrt{4x-2}};$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \sin(6x + \frac{\pi}{3}) \, dx;$

б) $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}+7} \, dx;$

г) $\int_{\frac{\pi}{16}}^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{1+\sin 8x}.$

22-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{6x-5}};$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \cos(6x + \frac{\pi}{4}) \, dx;$

б) $\int_1^4 x (\sqrt[3]{x^2} + 8) \, dx;$

г) $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{dx}{1+\cos 4x}.$

23-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{x \, dx}{\sqrt[3]{x+6}};$

в) $\int_{\frac{\pi}{10}}^{\frac{2\pi}{15}} \frac{dx}{1+\sin 5x};$

б) $\int_1^4 x (\sqrt[3]{x^2} + 5) \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) \, dx.$

24-вариант.

а) $\int_2^4 \sqrt[3]{2x} + 5 \, dx;$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) \, dx;$

б) $\int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{x+16}};$

г) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{9}} \frac{dx}{1-\cos 3x}.$

25-вариант.

а) $\int_1^4 \frac{\sqrt{4x-1} \, dx}{x};$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin(4x + \frac{\pi}{3}) \, dx;$

б) $\int_0^2 (5x-4)^3 \, dx;$

г) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1+\sin 4x}.$

26-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{5x+2}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+5}} dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin 2x}$.

27-вариант.

а) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{7x-6}}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^4 x \sqrt[3]{x^2} + 4 dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\cos 2x}$.

28-вариант.

а) $\int_1^4 \frac{x dx}{\sqrt[3]{4x-2}}$;

в) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sin x}$;

б) $\int_1^3 \frac{\sqrt{6x-3} dx}{x}$;

г) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x + \frac{\pi}{3}) dx$.

29-вариант.

а) $\int_1^3 \sqrt[3]{3x} + 4 dx$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x + \frac{\pi}{4}) dx$;

б) $\int_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{x+4}}$;

г) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{1-\cos 2x}$.

30-вариант.

а) $\int_1^3 \frac{\sqrt{4x-3} dx}{x}$;

в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) dx$;

б) $\int_0^4 (2x + 7)^4 dx$;

г) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1+\sin 4x}$.

8.3. Қуйидаги аниқ интегралларни бўлак-лаб интеграллаш формуласидан фойдаланиб ҳисобланг.

1-вариант.

а) $\int_1^3 x \sqrt{2x+3} dx$;

в) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$;

б) $\int_1^e x \ln 2x dx$;

г) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 \arccos x dx$.

2-вариант.

а) $\int_0^4 x \sqrt{16 - x^2} \, dx;$

б) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \sqrt{x} \ln 2x \, dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} x \sin x \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (3x + 2) \sin 2x \, dx.$

3-вариант.

а) $\int_1^3 x \sqrt{2x + 5} \, dx;$

б) $\int_1^4 \ln^2 2x \, dx;$

в) $\int_1^4 x 2^{3x} \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (4x - 1) \cos x \, dx.$

4-вариант.

а) $\int_1^e \frac{\ln 2x}{\sqrt{x}} \, dx;$

б) $\int_1^4 x^2 e^{4x} \, dx;$

в) $\int_1^3 x \sqrt{x + 4} \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (4x - 3) \sin 2x \, dx.$

5-вариант.

а) $\int_0^4 x \sqrt{16 - x^2} \, dx;$

б) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \ln 2x \, dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (x + 3) \cos x \, dx.$

6-вариант.

а) $\int_1^3 x \sqrt{4x - 3} \, dx.$

б) $\int_1^e x \ln 3x \, dx.$

в) $\int_{\frac{\pi}{24}}^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x \, dx;$

г) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{1}{2}} \arccos 2x \, dx.$

7-вариант.

а) $\int_0^5 x \sqrt{25 - x^2} \, dx;$

б) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{e}{4}} \sqrt{x} \ln 4x \, dx;$

$$\text{в) } \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} x \sin 2x \, dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (3x - 2) \sin x \, dx.$$

8-вариант.

$$\text{а) } \int_1^4 x \sqrt{4x + 3} \, dx ;$$

$$\text{б) } \int_1^2 \ln^2 3x \, dx;$$

$$\text{в) } \int_1^5 x 3^{4x} \, dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (5x + 2) \cos 2x \, dx.$$

9-вариант.

$$\text{а) } \int_1^e \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}} \, dx;$$

$$\text{б) } \int_1^3 x^2 e^{2x} \, dx;$$

$$\text{в) } \int_0^5 x \sqrt{2x - 1} \, dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2x + 3) \sin x \, dx.$$

10-вариант.

$$\text{а) } \int_0^3 x \sqrt{9 - x^2} \, dx;$$

$$\text{б) } \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{e}{3}} \ln 3x \, dx;$$

$$\text{в) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (3x + 4) \cos 2x \, dx.$$

11-вариант.

$$\text{а) } \int_1^3 x \sqrt{6x - 5} \, dx;$$

$$\text{б) } \int_1^e x \ln 4x \, dx;$$

$$\text{в) } \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx;$$

$$\text{г) } \int_{\frac{\sqrt{3}}{8}}^{\frac{1}{4}} \arccos 4x \, dx.$$

12-вариант.

$$\text{а) } \int_0^3 x \sqrt{9 - x^2} \, dx;$$

$$\text{б) } \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{e}{3}} \sqrt{x} \ln 3x \, dx;$$

$$\text{в) } \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{9}} x \sin 3x \, dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (5x - 4) \sin 3x \, dx.$$

13-вариант.

а) $\int_2^4 x \sqrt{6x-2} \, dx;$

б) $\int_2^5 \ln^2 4x \, dx;$

в) $\int_1^3 x 9^{3x} \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (x+3) \cos 3x \, dx.$

14-вариант.

а) $\int_1^e \frac{\ln 4x}{\sqrt{x}} \, dx;$

б) $\int_1^3 x^2 e^{5x} \, dx;$

в) $\int_2^5 x \sqrt{3x+1} \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2x+6) \sin x \, dx.$

15-вариант.

а) $\int_0^5 x \sqrt{25-x^2} \, dx;$

б) $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{e}{6}} \ln 6x \, dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (x+6) \cos 4x \, dx.$

16-вариант .

а) $\int_1^4 x \sqrt{7x-5} \, dx;$

б) $\int_1^e x \ln 7x \, dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx;$

г) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{6}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \arccos 3x \, dx.$

17-вариант.

а) $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} \, dx;$

б) $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{e}{3}} \sqrt{x} \ln 3x \, dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} x \sin 2x \, dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2x-1) \sin 3x \, dx.$

18-вариант.

а) $\int_1^4 x \sqrt{7x-4} \, dx;$

б) $\int_1^3 \ln^2 6x \, dx;$

$$\text{в)} \int_0^5 x 8^x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x - 2) \cos 6x dx.$$

19-вариант.

$$\text{а)} \int_1^e \frac{5x}{\sqrt{x}} dx;$$

$$\text{б)} \int_1^3 x^2 e^{6x} dx;$$

$$\text{в)} \int_2^5 x \sqrt{3x + 2} dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (7x - 6) \sin 2x dx.$$

20-вариант.

$$\text{а)} \int_0^6 x \sqrt{36 - x^2} dx;$$

$$\text{б)} \int_{\frac{1}{5}}^{\frac{e}{5}} \ln 5x dx;$$

$$\text{в)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (7x + 2) \cos 6x dx.$$

21-вариант.

$$\text{а)} \int_2^5 x \sqrt{9x - 6} dx;$$

$$\text{б)} \int_1^e x \ln 8x dx;$$

$$\text{в)} \int_{\frac{18}{\pi}}^{\frac{12}{\pi}} \cos 3x dx;$$

$$\text{г)} \int_{\frac{10}{\sqrt{3}}}^{\frac{5}{\sqrt{3}}} \arccos 5x dx.$$

22-вариант.

$$\text{а)} \int_0^2 x \sqrt{4 - x^2} dx;$$

$$\text{б)} \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{e}{4}} \sqrt{x} \ln 4x dx;$$

$$\text{в)} \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} x \sin 2x dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2x + 4) \sin 6x dx.$$

23-вариант.

$$\text{а)} \int_2^6 x \sqrt{x + 6} dx;$$

$$\text{б)} \int_2^4 \ln^2 2x dx;$$

$$\text{в)} \int_2^5 x 8^{5x} dx;$$

$$\text{г)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (5x + 2) \cos 3x dx.$$

24-вариант.

а) $\int_1^e \frac{\ln 5x}{\sqrt{x}} dx;$

б) $\int_1^3 x^2 e^{7x} dx;$

в) $\int_2^5 x \sqrt{x+6} dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (x-1) \sin 3x dx.$

25-вариант.

а) $\int_0^3 x \sqrt{9-x^2} dx;$

б) $\int_{\frac{1}{4}}^e \ln 4x dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (6x-3) \cos 2x dx.$

26-вариант.

а) $\int_1^3 x \sqrt{x+7} dx;$

б) $\int_1^e x \ln 3x dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx;$

г) $\int_{\frac{1}{12}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \arccos 6x dx.$

27-вариант.

а) $\int_0^6 x \sqrt{36-x^2} dx;$

б) $\int_{\frac{1}{5}}^e \sqrt{x} \ln 5x dx;$

в) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} x \sin 2x dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (4x+2) \sin 2x dx.$

28-вариант.

а) $\int_1^3 x \sqrt{4x-1} dx;$

б) $\int_2^4 \ln^2 3x dx;$

в) $\int_2^5 x 9^{2x} dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (5x+3) \cos 3x dx.$

29-вариант.

а) $\int_1^e \frac{\ln 4x}{\sqrt{x}} dx;$

б) $\int_1^3 x^2 e^{5x} dx;$

$$в) \int_3^7 x \sqrt{x+5} dx;$$

$$г) \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x+4) \sin 2x dx.$$

30-вариант.

$$а) \int_0^2 x \sqrt{4-x^2} dx;$$

$$б) \int_{\frac{1}{6}}^{\frac{e}{6}} \ln 6x dx;$$

$$в) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx;$$

$$г) \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x-1) \cos 3x dx.$$

9-§. Аниқ интегралнинг татбиқлари

1-мисол. $[0; \pi]$ ораликда $y = 3\sin 2x$ функция графиги ва OX ўқи билан чегараланган фигуранинг юзини топинг.

Ечиш: $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ кесмада $3\sin 2x \geq 0$ ва $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ кесмада $3\sin 2x \leq 0$ бўлгани учун, сўралган шаклнинг юзи

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\pi} |3\sin 2x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\sin 2x dx + \left(-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 3\sin 2x dx\right) = \\ &= -\frac{3}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{3}{2} \cos 2x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -\frac{3}{2} (\cos \pi - \cos 0) + \frac{3}{2} (\cos 2\pi - \cos \pi) = \\ &= -\frac{3}{2} (-1 - 1) + \frac{3}{2} (1 - (-1)) = 3 + 3 = 6. \end{aligned}$$

2-мисол. Қуйидаги $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$ чизиқлар билан чегараланган шаклни OX ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажмини ҳисобланг.

Ечиш. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ формуладан фойдаланамиз.

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 y^2 dx = \pi \int_0^3 (x^2 - 4x + 5) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x \right) \Big|_0^3 = \pi \left(\frac{3^3}{3} - 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 \right) \\ &= \pi(9 - 18 + 15) = 6\pi \end{aligned}$$

$$V = 6\pi.$$

3-мисол. $y = x\sqrt{x}$, $x \in (0; 4)$ функция графигидан иборат эгри чизик узунлигини ҳисобланг.

Ечиш: Ёй узунлигини ҳисоблаш $L = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$ формуласидан фойдаланамиз.

$$y' = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \sqrt{x}.$$

$$\begin{aligned} L &= \int_0^4 \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\right)^2} dx = \int_0^4 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x} dx = \\ &= \int_0^4 \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (4 + 9x)} dx = \frac{1}{2} \int_0^4 \sqrt{9x + 4} dx = \frac{1}{2} \int_0^4 (9x + 4)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{9} d(9x + 4) = \\ &= \frac{1}{18} (9x + 4)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2}{3} \Big|_0^4 = \frac{1}{27} \left[(36 + 4)^{\frac{3}{2}} - (0 + 4)^{\frac{3}{2}} \right] = \frac{1}{27} (\sqrt{40^3} - \sqrt{4^3}) = \\ &= \frac{1}{27} \cdot (40\sqrt{40} - 4\sqrt{4}) = \frac{1}{27} \cdot (8 \cdot (5\sqrt{40} - 1)) = \frac{8}{27} (10\sqrt{10} - 1). \end{aligned}$$

9.1. Тенгламаси берилган чизиклар билан чегараланган фигуранинг юзи ҳисоблансин.

1-вариант.

а) $y = 3\sin 4x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, б) $y = 3x^2 + 2x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

2-вариант.

а) $y = 2\sin 3x$, $x = 0$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $y = 0$, б) $y = 5x^2 - 3x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

3-вариант.

а) $y = \sin 4x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, б) $y = x^2 + 2x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

4-вариант.

а) $y = 3\cos 4x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, б) $y = x^2 + x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

5-вариант.

а) $y = 3\operatorname{tg} 4x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, б) $y = 2x^2 + x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

6-вариант.

а) $y = 5\sin 5x$, $x = 0$, $x = \frac{2\pi}{5}$, $y = 0$, б) $y = 3x^2 + 2x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

7-вариант.

а) $y = 3\operatorname{ctg} 4x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, б) $y = 3x^3 - x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

8-вариант.

а) $y = 2\sin 3x$, $x = 0$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $y = 0$, б) $y = x^3 - x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

9-вариант.

а) $y = 2\sin 6x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$, $y = 0$, б) $y = x^3 + 2x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

10-вариант.

а) $y = 2\sin 5x$, $x = 0$, $x = \frac{2\pi}{5}$, $y = 0$, б) $y = x^3 + 5x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

11-вариант.

а) $y = 3\operatorname{ctg} 2x$, $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$, б) $y = 5x^2 + 2x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

12-вариант.

а) $y = 3\cos 3x$, $x = 0$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $y = 0$, б) $y = 2x^2 + 3x$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$.

13-вариант.

а) $y = 2\operatorname{tg}3x$, $x = 0, x = \frac{2\pi}{3}, y = 0$, б) $y = 3x^2 - 2x$, $x = -2, x = 2, y = 0$.

14-вариант.

а) $y = 3\cos4x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$, б) $y = 3x^2 + 2x$, $x = -3, x = 3, y = 0$.

15-вариант.

а) $y = 8\sin4x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$, б) $y = 3x^2 - 2x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

16-вариант.

а) $y = 5\sin6x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, y = 0$, б) $y = 3x^3 - 4x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

17-вариант.

а) $y = 2\operatorname{tg}4x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$, б) $y = 3x^2 + x$, $x = -2, x = 2, y = 0$.

18-вариант.

а) $y = \operatorname{ctg}6x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, y = 0$, б) $y = x^2 + x$, $x = -2, x = 2, y = 0$.

19-вариант.

а) $y = 3\operatorname{ctg}2x$, $x = 0, x = \pi, y = 0$, б) $y = x^2 - 2x$, $x = -2, x = 2, y = 0$.

20-вариант.

а) $y = 3\cos6x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, y = 0$, б) $y = x^3 + x$, $x = -2, x = 2, y = 0$.

21-вариант.

а) $y = 8\sin4x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$, б) $y = 6x^2 - 2x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

22-вариант.

a) $y = 10\sin 4x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$, б) $y = x^3 - 2x$, $x = -2, x = 1, y = 0$.

23-вариант.

a) $y = 5\sin 6x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, y = 0$, б) $y = 4x^2 - x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

24-вариант.

a) $y = 3\operatorname{tg} 8x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = 0$, б) $y = 4x^3 - x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

25-вариант.

a) $y = 2\sin 12x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{6}, y = 0$, б) $y = 6x^2 - 2x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

26-вариант.

a) $y = 4\operatorname{ctg} 8x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = 0$, б) $y = 6x^3 - x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

27-вариант.

a) $y = 3\operatorname{ctg} 12x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{6}, y = 0$, б) $y = 6x^3 + x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

28-вариант.

a) $y = 3\operatorname{tg} 12x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{6}, y = 0$, б) $y = 8x^2 - x$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

29-вариант.

a) $y = 3\cos 8x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = 0$, б) $y = 6x^2 - x$, $x = -2, x = 2, y = 0$.

30-вариант.

a) $y = \cos 12x$, $x = 0, x = \frac{\pi}{6}, y = 0$, б) $y = x^3$, $x = -1, x = 1, y = 0$.

9.2. Тенгламаси берилган чизиқлар билан чегараланган фигуранинг ОХ ўқи атрофида айланишидан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажми ҳисоблансин.

1-вариант.

a) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}, x = 2, x = 3, y = 0,$

б) $y = 3^x, y = 2, x = 0.$

2-вариант.

a) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}, x = 2, x = 3, y = 0,$

б) $y = 2^x, y = 2, x = 0.$

3-вариант.

a) $y = \sqrt{3x + 5}, x=2, x=4, y=0,$

б) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}, x = -1, x = 2, y = 0.$

4-вариант.

a) $y = \sqrt{2x + 5}, x=1, x=4, y=0,$

б) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 16}, x = -2, x = 1, y = 0.$

5-вариант.

a) $y = \sqrt{x - 5}, x=2, x=4, y=0,$

б) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}, x = -1, x = 2, y = 0.$

6-вариант.

a) $y = \sqrt{4x - 5}, x=1, x=3, y=0,$

б) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 16}, x = -1, x = 3, y = 0.$

7-вариант.

a) $y = \sqrt{5x + 5}, x=1, x=5, y=0,$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 10x + 25}, x = 1, x = 3, y = 0.$$

8-вариант

$$а) y = 3x + 5, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 12x + 36}, x = 2, x = 3, y = 0.$$

9-вариант

$$а) y = 4x + 6, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 12x + 36}, x = 3, x = 5, y = 0.$$

10-вариант

$$а) y = 3x + 5, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 12x + 36}, x = 2, x = 3, y = 0.$$

11-вариант

$$а) y = 5x - 5, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 12x + 36}, x = 4, x = 6, y = 0.$$

12-вариант

$$а) y = 3x + 5, x = 3, x = 4, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 12x + 36}, x = 5, x = 7, y = 0.$$

13-вариант

$$а) y = x + 2, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 14x + 49}, x = 2, x = 3, y = 0.$$

14-вариант

$$а) y = 4x - 5, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 16x + 64}, x = 2, x = 3, y = 0.$$

15-вариант

$$а) y = 4x + 9, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 14x + 49}, x = 3, x = 5, y = 0.$$

16-вариант

$$а) y = -x + 5, x = 1, x = 3, y = 0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 16x + 64}, x = -1, x = 2, y = 0.$$

17-вариант.

$$а) y = \sqrt{x + 5}, x=2, x=5, y=0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 18x + 81}, x = 2, x = 4, y = 0.$$

18-вариант.

$$а) y = \sqrt{5x + 5}, x=2, x=4, y=0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 10x + 25}, x = -1, x = 4, y = 0.$$

19-вариант.

$$а) y = \sqrt{5x + 5}, x=-1, x=3, y=0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 10x + 25}, x = -1, x = 2, y = 0.$$

20-вариант.

$$а) y = \sqrt{5x - 5}, x=-1, x=1, y=0,$$

$$б) y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}, x = -1, x = 2, y = 0.$$

21-вариант.

a) $y = \sqrt{x + 6}$, $x = -1$, $x = 4$, $y = 0$,

б) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$.

22-вариант.

a) $y = \sqrt{2x + 3}$, $x = -1$, $x = 3$, $y = 0$,

б) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$, $x = -1$, $x = 3$, $y = 0$.

23-вариант.

a) $y = \sqrt{x + 5}$, $x = -2$, $x = 2$, $y = 0$,

б) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$, $x = -2$, $x = 1$, $y = 0$.

24-вариант.

a) $y = \sqrt{x + 8}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$,

б) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 16}$, $x = -2$, $x = 1$, $y = 0$.

25-вариант.

a) $y = \sqrt{x + 10}$, $x = -2$, $x = 1$, $y = 0$,

б) $y = \sqrt{x^2 - 12x + 36}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$.

26-вариант

a) $y = -x + 5$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$,

б) $y = \sqrt{x^2 - 16x + 64}$, $x = -2$, $x = 2$, $y = 0$.

27-вариант

a) $y = 3x + 1$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$,

$$\text{б) } y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}, \quad x = -1, \quad x = 1, \quad y = 0.$$

28-вариант

$$\text{а) } y = x + 5, \quad x = 3, \quad x = 5, \quad y = 0,$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x^2 - 8x + 16}, \quad x = -1, \quad x = 2, \quad y = 0.$$

29-вариант

$$\text{а) } y = x - 5, \quad x = -1, \quad x = 2, \quad y = 0,$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}, \quad x = -3, \quad x = 1, \quad y = 0.$$

30-вариант

$$\text{а) } y = 8x + 5, \quad x = 1, \quad x = 3, \quad y = 0,$$

$$\text{б) } y = \sqrt{x^2 - 20x + 100}, \quad x = 1, \quad x = 3, \quad y = 0.$$

9.3. $y = f(x), x \in [a, b]$ функция графигидан иборат эгри чизик узунлиги ҳисоблансин.

1-вариант.

$$\text{а) } y = (x + 2)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-2; 2],$$

$$\text{б) } y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-10; 2].$$

2-вариант.

$$\text{а) } y = (x + 3)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-3; 2],$$

$$\text{б) } y = (2x + 10)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-5; 2].$$

3-вариант.

$$\text{а) } y = (x + 4)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-4; 2],$$

$$\text{б) } y = (2x + 10)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-5; 5].$$

4-вариант.

$$\text{а) } y = (x + 3)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-3; 2],$$

$$\text{б) } y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, \quad x \in [-10; -5].$$

5-вариант.

a) $y = (x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; 3],$

б) $y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-10; -4].$

6-вариант.

a) $y = (x + 3)^{\frac{3}{2}}, x \in [-3; 5],$

б) $y = (2x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; 4].$

7-вариант.

a) $y = (x + 6)^{\frac{3}{2}}, x \in [-6; 2],$

б) $y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-10; 2].$

8-вариант.

a) $y = (x + 8)^{\frac{3}{2}}, x \in [-8; 4],$

б) $y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; 0].$

9-вариант.

a) $y = (x + 15)^{\frac{3}{2}}, x \in [-4; 10],$

б) $y = (3x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-3; 0].$

10-вариант.

a) $y = (x + 9)^{\frac{3}{2}}, x \in [-9; 2],$

б) $y = (4x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{5}{2}; 0\right].$

11-вариант.

a) $y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-10; -4],$

б) $y = (5x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-2; 4].$

12-вариант.

a) $y = (x + 11)^{\frac{3}{2}}, x \in [-11; -5],$

б) $y = (5x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-2; 0].$

13-вариант.

a) $y = (x + 9)^{\frac{3}{2}}, x \in [-9; 0],$

б) $y = (10x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-1; 0].$

14-вариант.

a) $y = (x + 2)^{\frac{3}{2}}, x \in [-2; 3],$

б) $y = (6x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{5}{3}; 0\right].$

15-вариант.

a) $y = (x + 7)^{\frac{3}{2}}, x \in [-7; 2],$

б) $y = (8x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{5}{4}; 2\right].$

16-вариант.

a) $y = (x + 12)^{\frac{3}{2}}, x \in [-12; 5],$

б) $y = (8x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{5}{4}; 0\right].$

17-вариант.

a) $y = (x + 1)^{\frac{3}{2}}, x \in [-1; 2],$

б) $y = (2x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; 3].$

18-вариант.

a) $y = (x + 1)^{\frac{3}{2}}, x \in [-1; 4],$

б) $y = (2x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; -2].$

19-вариант.

a) $y = (x + 3)^{\frac{3}{2}}, x \in [-3; 2],$

б) $y = (2x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; 1].$

20-вариант.

a) $y = (x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; -2],$

б) $y = (7x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{10}{7}; 2\right].$

21-вариант.

a) $y = (x + 12)^{\frac{3}{2}}, x \in [-12; -6],$

б) $y = (3x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{10}{3}; 2\right].$

22-вариант.

a) $y = (x + 6)^{\frac{3}{2}}, x \in [-6; -4],$

б) $y = (3x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in \left[-\frac{10}{3}; 0\right].$

23-вариант.

a) $y = (x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; -1],$

б) $y = (7x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{10}{7}; 0].$

24-вариант.

a) $y = (x + 8)^{\frac{3}{2}}, x \in [-8; -5],$

б) $y = (7x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{10}{7}; 2].$

25-вариант.

a) $y = (x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; -2],$

б) $y = (9x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{10}{9}; 1].$

26-вариант.

a) $y = (x + 3)^{\frac{3}{2}}, x \in [-3; -1],$

б) $y = (4x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{5}{2}; 1].$

27-вариант.

a) $y = (x + 1)^{\frac{3}{2}}, x \in [-1; 2],$

б) $y = (3x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{10}{3}; 1].$

28-вариант.

a) $y = (x + 2)^{\frac{3}{2}}, x \in [-2; 3],$

б) $y = (9x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{10}{9}; 4].$

29-вариант.

a) $y = (x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-5; -2],$

б) $y = (9x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{10}{9}; 1].$

30-вариант.

a) $y = (x + 10)^{\frac{3}{2}}, x \in [-10; -6],$

б) $y = (8x + 5)^{\frac{3}{2}}, x \in [-\frac{5}{4}; 4].$

Якуний назорат иши учун тузилган тест вариантларидан намуналар

I вариант.

1. $\vec{a} = (4; 5)$ ва $\vec{b} = (-2; 3)$ векторлар берилган $\vec{a} + \vec{b}$ ва $\vec{a} - \vec{b}$ векторларнинг скаляр кўпайтмасини ҳисобланг.

- A) 28 B) 32 C) 30 D) 31

2. A(-7;12) ва B(15;-6) нуқталар берилган. $\overrightarrow{AB}$ векторнинг координаталарини аниқланг.

A) $\overrightarrow{AB} = (22; -18)$

B) $\overrightarrow{AB} = (8; 6)$

C) $\overrightarrow{AB} = (8; 18)$

D) $\overrightarrow{AB} = (-8; 18)$

3. $5x + 20 > 12$ ва $3x - 5 < 4$ тенгсизлик конъюнкциясининг ростлик соҳасини аниқланг.

A) $(-1, 6; 3)$

B) $[-2; 3, 6)$

C) $(-2; -1, 6)$

D) $(3; 4)$

4. $6x - 7 \geq 17$ ва $12 - 4x < 7$ тенгсизликлар дезъюнкциясининг ростлик соҳасини топинг.

A) $\left(1\frac{1}{4}; \infty\right)$

B) $\left(1\frac{1}{4}; 4\right]$

C) $\left[1\frac{1}{4}; 5\right]$

D) $\left(1\frac{1}{4}; 4\right)$

5. Тенгламани ечинг $\frac{15-2x}{3} + 2\frac{1}{2} = \frac{5x-4}{2}$.

- A) 3 B) 5 C) 4 Д) 6

6. Тенгламани ечинг $\sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3x - 4$.

- A) 2 B) 2 ва $\frac{5}{8}$ C) 4 Д) 4

7. $5x - 6y = 2$ тенгламани $A = \{(x, y): |x| < 5, |y| < 5\}$ соҳага тегишли бўлган бутун ечимларини топинг.

A) (-2;2) ва (4;3)

B) (-3;2) ва (5;3)

C) (-4;2) ва (4;3)

Д) (-5;2) ва (5;8)

8. $\begin{cases} 2x^2 - y - 7 = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$ тенгламалар системасини ечинг.

A) (-2;1) ва $(1\frac{4}{5}; -\frac{13}{25})$

B) (2;-1) ва $(2\frac{3}{5}; -3)$

C) (1;-3) ва $(3; -2\frac{4}{5})$

Д) (2;3) ва $(2; -3,5)$

9. (3;4) ва (4;5) ҳамда (4;-3) нуқталар берилган. Бу нуқталарнинг қайсилари $5x - 2y < 1$ предикатнинг ростлик соҳасига тегишли бўлади.

A) (2;5) B) (3;4) C) (4;-3) Д) Барчаси

10. Қуйидаги (2;1), (1;3), (-3;5) нуқталарнинг қайсилари $(4x - 8y > 2) \wedge (3x - y < 7)$ предикатнинг ростлик соҳасига тегишли.

A) (2;1) B) (1;3) C) (-3;5) Д) (1;3) ва (-3;5)

11. Қуйидаги (1;3), (2;1), (-3;-17) нуқталарнинг қайсилари $((4x - 8y) > 2 \vee (3x + y) < 7)$ предикатнинг ростлик соҳасига тегишли.

А) $(1;3)$ ва $(-3;-17)$

В) $(2;1)$ ва $(1;3)$

С) $(2;1)$ ва $(-3;-17)$

Д) Барчаси тегишли

12. Тўғри чизик тенгламасини кўрсатинг.

А) $2x + 3y - 4 = 0$

В) $y = 3\sqrt{x}$

С) $y = \frac{3}{x} + 5$

Д) $y = 3x^2 + 2$

13. Тўғри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламасини кўрсатинг.

А) $y = \sqrt{3}x - 2$

В) $y = 3\sqrt{x} + 1$

С) $3x+5y-4=0$

Д) $\frac{x}{5} = \frac{y-3}{7}$

14. $(5;7)$ нуқтадан ўтувчи тўғри чизик тенгламасини кўрсатинг.

А) $5x-3y-4=0$

В) $2x-3y+5=0$

С) $y=4x-3$

Л) $x-2y=4$

15. Тенгламаси $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ бўлган тўғри чизик билан ОХ ўқи орасидаги бурчакни ҳисобланг.

- A) 30^0 B) 45^0 C) 150^0 D) 120^0

16. $M(-3;4)$ нуқтадан $y = \frac{4}{3}x + 1$ тенглама билан берилган тўғри чизиқгача бўлган масофани ҳисобланг.

- A) 4,2 B) 7,5 C) 4,5 D) 5,6

17. Қуйидаги $7x-5y+6=0$ $y=1,4x+3$ тенгламалар билан берилган тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

- A) 0^0 B) 90^0 C) 30^0 D) 60^0

18. $A(-2;1)$ ва $(1;3)$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқ тенгламасини тузинг.

A) $2x-3y+7=0$

B) $3x-2y+4=0$

C) $y=3x+1$

L) $y=2x+5$

19. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ матрицалар берилган $2A-3B$ матрицани ҳисобланг.

A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

20. $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ детерминантни ҳисобланг.

- A) 26 B) 40 C) 35 D) 30

21. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$ детерминантни ҳисобланг.

- A) 0 B) 3 C) 2 D) 4

22. Чизиқли тенгламалар системасини ечинг $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

- A) (2;1) B) (2;2) C) (2;3) Д) (3;1)

23. Чизиқли тенгламалар системасини ечинг $\begin{cases} x - 3y + 2z + 3 = 0 \\ 2x + y + 6z + 1 = 0 \\ 4x - 5y - z - 4 = 0 \end{cases}$

- A) (2;1;-1) B) (2;2;1) C) (3;1;1) Д) (1;1;4)

24. $y = \sqrt{15x - x^2 - 26} + \frac{3}{x-5}$ функциянинг аниқланиш соҳасини

ТОПИНГ.

A) $[2; 5) \cup (5; 13]$

B) $[2; 3) \cup (3; 13]$

C) $[2; 15]$

Д) $(2; 13]$

25. Жуфт функцияларни кўрсатинг.

A) $y = \cos 3x, y = \sin^2 x$

B) $y = \sqrt{x^2 - 4x}, y = x^2 + \sin x$

C) $y = 2x + x^2$

Д) $y = \sqrt{x}$

26. Тоқ функцияларни кўрсатинг.

A) $y = \sin 4x, y = 4x^3$

B) $y = 3\cos 3x, y = 3x^2 + 5$

C) $y = \operatorname{ctg} 3x - 5, y = 3\sqrt{x}$

Д) $y = x \sin x, y = 5|x|$

27. $y = \sin 3x + \cos 2x$ функциянинг даврини аниқланг.

- A) 2π B) 3π C) 4π Д) π

28. $y = 3x^2 - 5x + 4$ функция графигига тегишли нуқталарни аниқланг.

A) (2;6) ва (1;2)

B) (2;4) ва (3;10)

C) (-2;3) ва (0;3)

Д) (-1;7) ва (3;1)

29. $y = a^x$ функциянинг хоссаларидан фойдаланиб тўғри тенгсизликларни аниқланг.

A) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} > 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} > 1$

B) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} < 1$

C) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} > 1$

Д) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} > 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} < 1$

30. Функциянинг лимитини ҳисобланг $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{2x^2 - 7x + 3}$.

- A) 1.4 B) 2 C) 2.4 Д) 2.3

31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin x}{x}$ лимитни ҳисобланг.

- A) 4 B) 5 C) 7 Д) 6

32. Функция лимитини ҳисобланг $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x - 4}{4x^2 + 5}$

A) 1.25 B) 3.5 C) 3.25 Д) 2.5

33. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x} \right)^{2x}$ лимитни ҳисобланг.

A) $e^{1.2}$ B) $e^{2.1}$ C) e^2 Д) e^3

34. Лимитни ҳисобланг $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$

A) -4 B) 1 C) 2 Д) 3

35. $y = tg 2x$ функциянинг $[0;4]$ кесмага тегишли узулиш нуқталарини аниқланг.

A) $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}$

B) $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}$

C) $x = \frac{\pi}{8}, x = \frac{3\pi}{8}, x = \frac{5\pi}{8}$

Д) $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$

36. $y = xe^x$ функциянинг ҳосиласини ҳисобланг.

A) $y' = e^x(x+1)$

B) $y' = x^2 e^x + 1$

C) $y' = xe^x + 2x$

Д) $y' = x^2 + e^x$

37. $y = \sqrt{x}$ функция графигига (4;2) нуқтадан ўтказилган уринманинг бурчак коэффициентини ҳисобланг.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ Д) 1

38. $[0;10]$ вақт оралиғида $S(t) = 2t^2 + 5t + 3$ км формула бўйича ҳаракатланаётган жисмнинг $t=5$ вақтдаги тезлигини ҳисобланг.

- A) 25км/с B) 30км/с C) 35км/с Д) 40км/с

39. $y = 4x^2\sqrt{x}$ функция дифференциалини ҳисобланг.

A) $dy = 10x\sqrt{x}dx$

B) $dy = 12x\sqrt{x}$

C) $dy = 10x^2\sqrt{x}dx$

Д) $dy = 11x^2dx$

40. $\Delta y \approx dy$ формуладан фойдаланиб $\sqrt{4.5}$ ифоданинг тақрибий қийматини ҳисобланг.

- A) $2\frac{1}{2}$ B) $2\frac{3}{8}$ C) $2\frac{1}{2}$ Д) $2\frac{3}{8}$

41. $y = x^3 - 12x + 1$ функциянинг максимум ва минимум қийматларини ҳисобланг.

A) $y_{max} = 17, y_{min} = -15$

B) $y_{max} = 18, y_{min} = -14$

C) $y_{max} = 19, y_{min} = -13$

Д) $y_{max} = 20, y_{min} = -12$

42. $y = 3x^2 + 2x$ функциянинг бошланғич функциясини топинг

A) $y = x^3 + x^2$

B) $y = 9x + x^2$

C) $y = x^3 + 3x$

L) $y = x^2 + 2x$

43. $y = 3x^2 + 2x$ функциянинг $A(2;15)$ нуқтадан ўтувчи бошланғич функциясини топинг.

A) $y = x^3 + x^2 + 3$

B) $y = 9x + x^2 + 2$

C) $y = x^3 + 3x + 3$

L) $y = x^2 + 2x + 2$

44. Аниқмас интегрални ҳисобланг $\int (3x\sqrt{x} + 2x)dx$.

A) $x^2(1.2\sqrt{x} + 1) + C$

B) $x(2.1x^2 + 1) + C$

C) $\sqrt{x}(2x + 3) + C$

L) $2x^3 + 3x + C$

45. $\int_1^4 \sqrt{x}dx$ аниқ интегрални ҳисобланг.

A) $4\frac{2}{3}$ B) $4\frac{3}{4}$ C) $5\frac{3}{4}$ D) $5\frac{2}{5}$

46. $\int_1^3 \sqrt{8x+1}dx$ аниқ интегрални ҳисобланг.

A) $8\frac{1}{6}$ B) 8.2 C) 8.5 D) 8.3

47. $\int_0^\pi \sin x dx$ интегрални ҳисобланг.

A) π B) 2π C) 1.5π D) 1.2π

48. Қуйидаги $y = 2\cos x$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, ва $y = 0$ чизиқлар билан чегараланган фигуранинг юзини ҳисобланг.

A) 4 B) 2 C) 5 D) 3

49. Қуйидаги $y = \sqrt{\cos x}$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$, ва $y = 0$ чизиклар билан чегараланган фигуранинг ОХ ўқи атрофида айланишидан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажмини ҳисобланг.

A) 2π B) 4π C) 3π D) 6π

50. $y=6x+1$ тўғри чизикнинг $x=5$ ва $x=1$ тўғри чизиклар орасидаги қисми узунлиги ҳисоблансин.

A) $4\sqrt{37}$ B) $5\sqrt{35}$ C) $6\sqrt{34}$ D) $7\sqrt{33}$

II вариант.

1. $\vec{a} = (5; 4)$ ва $\vec{b} = (-3; 4)$ векторлар берилган $\vec{a} + \vec{b}$ ва $\vec{a} - \vec{b}$ векторларнинг скаляр кўпайтмасини ҳисобланг.

A) 16 B) 15 C) 10 D) 12

2. $A(9; -15)$ ва $B(21; 7)$ нуқталар берилган. $\overrightarrow{AB}$ векторнинг координаталарини аниқланг.

A) $\overrightarrow{AB} = (12; 22)$

B) $\overrightarrow{AB} = (13; 22)$

C) $\overrightarrow{AB} = (22; 12)$

D) $\overrightarrow{AB} = (15; 21)$

3. $6x + 5 > 12$ ва $5x - 4 < 21$ тенгсизлик конъюнкциясининг ростлик соҳасини аниқланг.

A) (3;5)

B) [3;5]

C) [-3;5)

D) (2;5)

4. $6x - 7 \geq 20$ ва $15 - 7x < 1$ тенгсизликлар дезъюнкциясининг ростлик соҳасини топинг.

A) $(2; \infty)$

B) $(3; \infty]$

C) $[5; \infty]$

Д) $[2; \infty)$

5. Тенгламани ечинг $\frac{7-4x}{3} - 0.75 = \frac{6x-5}{4}$

A) 1

B) 5

C) 3

Д) 4

6. Тенгламани ечинг $\sqrt{x^2 - 4x + 12} = 2x - 3$

A) 3

B) 5

C) 4

Д) 6

7. $3x - 5y = 1$ тенгламани $A = \{(x, y): |x| < 4, |y| < 4\}$ соҳага тегишли бўлган бутун ечимларини топинг.

A) $(-3; -2)$ ва $(2; 1)$

B) $(-3; 2)$ ва $(5; 8)$

C) $(0; 2)$ ва $(2; 3)$

Д) $(-5; 2)$ ва $(5; 8)$

8. $\begin{cases} 3x^2 + y - 7 = 0 \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases}$ тенгламалар системасини ечинг.

A) $(-1; 4)$ ва $(2; -5)$

B) $(-2; -1)$ ва $(2\frac{3}{5}; 5)$

C) $(2; -3)$ ва $(3; -2\frac{4}{5})$

Д) $(-2; 3)$ ва $(2; -3, 5)$

9. $(1;-2)$ ва $(2;1)$ ҳамда $(-1;1)$ нуқталар берилган. Бу нуқталарнинг қайсилари $5x - 2y < 1$ предикатнинг ростлик соҳасига тегишли бўлади.

А) $(-1;1)$ В) $(1;-2)$ С) $(2;1)$ Д) Барчаси

10. Қуйидаги $(1;3)$, $(-3;5)$, $(1;-1)$ нуқталарнинг қайсилари $(4x - 3y > 2) \wedge (3x - y < 7)$ предикатнинг ростлик соҳасига тегишли.

А) $(1;-1)$ В) $(1;3)$ С) $(-3;5)$ Д) $(1;3)$ ва $(-3;5)$

11. Қуйидаги $(3;4)$, $(1;-2)$, $(-2;3)$ нуқталарнинг қайсилари $((3x + 4y) > 5 \vee (5x - 3y) < 5)$ предикатнинг ростлик соҳасига тегишли.

А) $(3;4)$ ва $(-2;3)$

В) $(3;4)$ ва $(1;-2)$

С) $(1;-2)$ ва $(-2;3)$

Д) Барчаси тегишли

12. Тўғри чизик тенгламасини кўрсатинг.

А) $3x - 2y + 7 = 0$

В) $y = 5\sqrt{x}$

С) $y = \frac{4}{x} + 5$

Д) $y = 2x^2 + 3$

13. Тўғри чизикнинг бурчак коэффициентли тенгламасини кўрсатинг.

А) $y = \sqrt{2}x - 3$

В) $y = 2\sqrt{x} + 1$

С) $5x + 3y - 4 = 0$

Д) $\frac{x}{3} = \frac{y-3}{5}$

14. (3;4) нуктадан ўтувчи тўғри чизик тенгламасини кўрсатинг.

А) $3x-2y-1=0$

В) $3x-5y+4=0$

С) $y=3x-5$

Л) $2x-3y=5$

15. Тенгламаси $3x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ бўлган тўғри чизик билан ОХ ўқи орасидаги бурчакни ҳисобланг.

А) 60° В) 90° С) 120° Д) 150°

16. $A(4;-2)$ нуктадан $y = \frac{3}{2}x + 1$ тенглама билан берилган тўғри чизикгача бўлган масофани ҳисобланг.

А) $\frac{10}{\sqrt{13}}$ В) $10\sqrt{13}$ С) $\frac{\sqrt{13}}{10}$ Д) 4

17. Қуйидаги $3x+5y+4=0$ ва $y = \frac{5}{3}x + 2$ тенгламалар билан берилган тўғри чизиклар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

А) 90° В) 120° С) 150° Д) 180°

18. $A(-3;2)$ ва $(1;5)$ нуқталардан ўтувчи тўғри чизик тенгламасини тузинг.

А) $3x-4y+17=0$

В) $2x-2y+4=0$

С) $y=4x+1$

Л) $y=5x+5$

19. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ матрицалар берилган $5A-3B$ матрицани ҳисобланг.

A) $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 17 & 11 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

20. $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ детерминантни ҳисобланг.

A) 22 B) 48 C) 24 D) 12

21. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$ детерминантни ҳисобланг.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

22. Чизиқли тенгламалар системасини ечинг $\begin{cases} 4x - 7y = 2 \\ 5x + 2y = 24 \end{cases}$

A) (4;2) B) (3;2) C) (2;3) D) (3;4)

23. Чизиқли тенгламалар системасини ечинг $\begin{cases} 2x - 3y + 2z + 1 = 0 \\ 3x + y + 6z - 1 = 0 \\ 3x - 5y - z - 2 = 0 \end{cases}$

A) (2;1;-1) B) (2;2;1) C) (3;1;1) D) (1;1;4)

24. $y = \sqrt{15x - x^2 - 14} + \frac{3}{x-4}$ функциянинг аниқланиш соҳасини топинг.

A) $[1; 4) \cup (4; 14]$

B) $[2; 3) \cup (3; 13]$

C) $[5; 15]$

D) $(2; 13]$

25. Жуфт функцияларни кўрсатинг.

A) $y = \cos 5x, y = \sin^2 x$

B) $y = \sqrt{x^2 + 4x}, y = x^2 - \sin x$

C) $y = 2x - x^2$

Д) $y = 2\sqrt{x}$

26. Тоқ функцияларни кўрсатинг.

A) $y = \sin 2x, y = 2x^3$

B) $y = \cos 5x, y = 3x^2 - 5$

C) $y = \operatorname{ctg} 3x + 5, y = 4\sqrt{x}$

Д) $y = x \sin 2x, y = 3|x|$

27. $y = \cos 3x + \sin 2x$ функциянинг даврини аниқланг.

A) 2π B) 3π C) 4π Д) π

28. $y = 2x^2 + 5x - 4$ функция графигига тегишли нуқталарни аниқланг.

A) $(-2; -6)$ ва $(1; 3)$

B) $(-2; 4)$ ва $(-3; 10)$

C) $(2; 3)$ ва $(0; 3)$

Д) $(1; 7)$ ва $(3; 1)$

29. $y = a^x$ функциянинг хоссаларидан фойдаланиб тўғри тенгсизликларни аниқланг.

A) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} > 1$ ва $(\sqrt{3})^{0,1} > 1$

B) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} < 1$

С) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} > 1$

Д) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} > 1$ ва $(\sqrt{2})^{0,2} < 1$

30. Функциянинг лимитини ҳисобланг $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 3}{x^2 - x - 6}$.

А) 1.8 В) 2 С) 3.4 Д) 2.3

31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin 3x}{2x}$ лимитни ҳисобланг.

А) 4 В) 6 С) 5 Д) 3

32. Функция лимитини ҳисобланг $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 4}{2x^2 + 7}$

А) 1.25 В) 3.5 С) 3.25 Д) 2.5

33. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x}\right)^{6x}$ лимитни ҳисобланг.

А) e^{10} В) e^{11} С) e^{12} Д) e^3

34. Лимитни ҳисобланг $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{x^2}$

А) -12 В) 4 С) 6 Д) 3

35. $y = \operatorname{ctg} 2x$ функциянинг $[0; 4]$ кесмага тегишли узулиш нуқталарини аниқланг.

А) $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$

В) $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{3}$

С) $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{5}, x = \frac{3\pi}{8}$

Д) $x = \frac{5\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$

36. $y = xe^{2x}$ функциянинг ҳосиласини ҳисобланг.

A) $y' = e^{2x}(1 + 2x)$

B) $y' = x^3e^x + 1$

C) $y' = xe^x + x$

Д) $y' = x^{2x} + e^x$

37. $y = e^x$ функция графигига (0;e) нуқтадан ўтказилган уринманинг бурчак коэффициентини ҳисобланг.

A) 1 B) 2 C) 0.5 Д) 1.5

38. $[0;8]$ вақт оралиғида $S(t) = 3t^2 - 5t + 4$ км формула бўйича ҳаракатланаётган жисмнинг $t=7$ вақтдаги тезлигини ҳисобланг.

A) 40км/с B) 35км/с C) 45км/с Д) 50км/с

39. $y = 5x\sqrt[3]{x}$ функция дифференциалини ҳисобланг.

A) $6\frac{2}{3}\sqrt[3]{x}dx$

B) $12x\sqrt{x}dx$

C) $15x^2\sqrt{x}dx$

Д) $11x^2dx$

40. $\Delta y \approx dy$ формуладан фойдаланиб $\sqrt{4.4}$ ифоданинг тақрибий қийматини ҳисобланг.

A) 2.1 B) 2.2 C) $3\frac{1}{2}$ Д) $4\frac{3}{8}$

41. $y = x^3 - 3x + 4$ функциянинг максимум ва минимум қийматларини ҳисобланг.

A) $y_{max} = 6, y_{min} = 2$

B) $y_{max} = 8, y_{min} = -4$

C) $y_{max} = 9, y_{min} = -3$

Д) $y_{max} = 2, y_{min} = -2$

42. $y = -3x^2 + 5x$ функциянинг бошланғич функциясини топинг

A) $y = -x^3 + 2.5x^2$

B) $y = 3x + x^2$

C) $y = 3x^3 + 3x + 3$

L) $y = 2x^3 - 2x + 4$

43. $y = 3x^2 + 2x$ функциянинг $A(2;15)$ нуктадан ўтувчи бошланғич функциясини топинг.

A) $y = x^3 + x^2 + 3$

B) $y = 9x + x^2 + 2$

C) $y = x^3 + 3x + 3$

L) $y = x^2 + 2x + 2$

44. Аниқмас интегрални ҳисобланг $\int (15x\sqrt{x} + 10x)dx$.

A) $6x^2\sqrt{x} + 5x^2 + C$

B) $x(2x^2 + 1) + C$

C) $\sqrt{x}(2x - 3) + C$

L) $2x^3 - x + C$

45. $\int_0^3 \sqrt{x+1}dx$ аниқ интегрални ҳисобланг.

A) $\frac{14}{3}$ B) $\frac{19}{4}$ C) $2\frac{3}{4}$ D) 5

46. $\int_1^5 \sqrt{4x+5} dx$ аниқ интегрални ҳисобланг.

A) $16\frac{1}{3}$ B) 10.2 C) 9.5 D) 8.3

47. $\int_1^e \ln x dx$ интегрални ҳисобланг.

A) 1 B) 2 C) 3 D) π

48. Қуйидаги $y = 3\sin x$, $x = 0, x = \pi$, ва $y = 0$ чизиқлар билан чегараланган фигуранинг юзини ҳисобланг.

A) 6 B) 8 C) 5 D) 10

49. Қуйидаги $y = \sqrt{\sin x}$, $x = 0, x = \pi$, ва $y = 0$ чизиқлар билан чегараланган фигуранинг ОХ ўқи атрофида айланишидан ҳосил бўлган жисмнинг ҳажмини ҳисобланг.

A) 2π B) 3π C) 5π D) 6π

50. $y=7x-4$ тўғри чизиқнинг $x=5$ ва $x=9$ тўғри чизиқлар орасидаги қисми узунлиги ҳисоблансин.

A) $20\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{4}$ D) $3\sqrt{33}$

ГЛОССАРИЙ

Математика	Ҳақиқий оламнинг миқдорий муносабатлари ва фазовий формалари ҳақидаги фан
Тўплам	Бирор хусусияти бўйича умумийликга эга бўлган объектлар мажмуаси
Тўпламлар бирлашмаси	А ва В тўпламлардан камида биттасига тегишли бўлган элементлар тўплами ва $A \cup B$ каби белгиланади
Тўпламлар кесишмаси	А ва В тўпламларнинг иккаласига ҳам тегишли бўлган элементлар тўплами ва $A \cap B$ каби белгиланади
Тўпламларнинг Декарт кўпайтмаси	$a \in A$ ва $b \in B$ элементлардан тузилган (a,b) жуфтликлар тўплами ва $A \times B$ каби белгиланади
Чекли тўплам	Элементлар сони чекли бўлган тўплам
Чексиз тўплам	Чекли бўлмаган тўплам
Эквивалент тўпламлар	Ўртасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатиб бўладиган тўпламлар
Саноқли тўплам	Натурал сонлар тўпламига эквивалент бўлган тўплам
Саноқсиз тўплам	Саноқли бўлмаган чексиз тўплам
Комбинаторик масала	Чекли тўпламнинг турли қисм тўпламларини ҳосил қилиш билан боғлиқ масалалар
Комбинаторика	Математиканинг комбинаторик масалалар билан шуғулланадиган бўлими
Матрица	m та сатр ва n та устун шаклида жойлаштирилган $m \cdot n$ та сондан иборат жадвал
Нол матрица	Барча элементлари $a_{ij}=0$ бўлган матрица.
Детерминант	Квадрат матрицанинг элементларидан маълум бир қоида асосида ҳосил қилинадиган сон
Чизиқли тенгламалар системаси	Номаълумлар биринчи даражада, чизиқли кўринишда қатнашган n номаълумли m та тенгламалардан иборат система
Бир жинсли чизиқли тенгламалар системаси	Барча озод ҳадлари нолга тенг бўлган чизиқли тенгламалар системаси
Фундаментал ечимлар	Системанинг барча ечимлари уларнинг чизиқли комбинацияси каби ифодаланиши мумкин бўлган чизиқли боғлиқмас ечимлар
Скаляр	Сонли қиймати билан тўлиқ аниқланадиган миқдор
Вектор	Ҳам сонли қиймати, ҳам йўналиши билан

	аниқланадиган катталиқ
Векторнинг модули	Векторнинг сонли қиймати, узунлиги
Нол вектор	Боши ва учи битта нуқтада бўлган вектор
Коллинеар векторлар	Бир тўғри чизиқ ёки параллел тўғри чизиқларда жойлашган векторлар
Орт векторлар (ортлар)	Координата ўқларида жойлашган, мусбат йўналган ва модуллари бирга тенг бўлган векторлар
Векторнинг координатлари	Вектор ёйилмасидаги ортлар олдидаги сонли коэффициентлар
Компланар векторлар	Битта ёки параллел текисликларда жойлашган уч ва ундан ортиқ векторлар
n ўлчовли вектор	Тартиблаштирилган n та сондан иборат математик ифода
Вектор фазо	Векторлар тўплами ва унда аниқланган чизиқли амаллардан иборат тизим
Геометрик объект тенгламаси	Геометрик объектга тегишли нуқталарининг координатлари учун ўринли бўладиган тенглик
Айлана	Марказ деб аталувчи O нуқтадан бир хил R масофада жойлашган текисликдаги нуқталарнинг геометрик ўрни. R айлана радиуси дейилади
Эллипс	Фокуслар деб аталувчи иккита F_1 ва F_2 нуқталаргача масофаларининг йиғиндиси ўзгармас сон бўлган текисликдаги нуқталарнинг геометрик ўрни
Гипербола	Фокуслар деб аталувчи иккита F_1 ва F_2 нуқталаргача масофалар айирмасининг абсолют қиймати ўзгармас сон бўлган текисликдаги нуқталарнинг геометрик ўрни
Парабола	Берилган l тўғри чизиқ билан берилган F нуқтадан тенг узоқликда жойлашган текисликдаги нуқталарнинг геометрик ўрни. Бунда l -директрица, F -фокус дейилади
Сонли тўплам	Элементлари сонлардан иборат тўплам
Натурал сонлар тўплами	$N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ сонли тўплам
Бутун сонлар тўплами	$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ сонли тўплам
Рационал сонлар тўплами	$Q = \{m/n, m \in Z, n \in N\}$ кўринишдаги сонлар тўплами
Иррационал сонлар тўплами	Рационал бўлмаган сонлар тўплами. Масалан, $\sqrt{2}$
Ҳақиқий сонлар	Рационал ва иррационал сонлар бирлашмаси

тўплами	
Нукта атрофи	Берилган нуқтани оз ичига олган ихтиёрий бир оралик
Сонли кетма-кетлик	$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ кўринишда ёзилган ҳақиқий сонларнинг чексиз қатори
Сонли кетма-кетлик лимити	$\{a_n\}$ сонли кетма-кетликнинг a_n умумий ҳади $n \rightarrow \infty$ бўлганда чексиз яқинлашиб борадиган бирор A сони. $\{a_n\}$ кетма-кетлик лимити $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ каби ёзилади
Функция	Ўзгарувчи $x \in D$ қийматига иккинчи бир $y \in E$ ўзгарувчининг аниқ бир қийматини мос қўйиш. Бунда x эркин ўзгарувчи ёки аргумент, y эрксиз ўзгарувчи ёки функция дейилади ва $y=f(x)$ каби ифодаланади
Функциянинг аниқланиш соҳаси	x аргументнинг $y=f(x)$ функция маънога ега бўладиган қийматлари тўплами ва $D\{f\}$ каби белгиланади
Функциянинг қийматлар соҳаси	$y=f(x)$ функцияда $x \in D\{f\}$ бўлганда y функция қабул этадиган қийматларининг $E\{f\}$ тўплами
Монотон функциялар	Ўсувчи (камаймовчи) ва камаювчи (ўсмовчи) функциялар биргаликда монотон функциялар бўлади
Жуфт (тоқ) функция	$f(-x)=f(x)$ [$f(-x)=-f(x)$] шартни қаноатлантирувчи $y=f(x)$ функция
Даврий функция	Бирор $T>0$ сони ва барча $x \in D\{f\}$ учун $f(x+T)=f(x)$ шартни қаноатлантирувчи $f=f(x)$ функция
Мураккаб функция	$y=f(x)$ ва $y=\varphi(x)$ функциялардан ҳосил қилинадиган $y=f(\varphi(x))$ функция. f -ташки, φ -ички функция дейилади
Тескари функция	$y=f(x)$ функция бўйича x ўзгарувчини y ўзгарувчи орқали ифодаловчи $x=\varphi(y)$ функция. $f(x)$ функцияга тескари функция $f^{-1}(x)$ каби белгиланади
Асосий элементар функциялар	Даражали $y=x^a$ ($a \in \mathbb{R}$), кўрсаткичли $y=a^x$ ($a>0$, $a \neq 1$), логарифмик $y=\log_a x$ ($a>0$, $a \neq 1$), тригонометрик $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$, $y=\operatorname{ctg} x$ ва тескари тригонометрик $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\operatorname{arctg} x$, $y=\operatorname{arcctg} x$ функциялар асосий элементар функциялар дейилади
Элементар функциялар	Чекли сондаги асосий элементар функциялар устида арифметик амаллар ва мураккаб ҳамда тескари функция олиш орқали ҳосил қилинган функциялар

Функциянинг лимити	$y=f(x)$ функцияда аргумент x берилган a сонига чексиз яқинлашиб борганда ($x \rightarrow a$) функция бирор A сонига чексиз яқинлашиб борса ($y \rightarrow A$), унда A сони функциянинг limiti дейилади ва $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ каби ифодаланади
Чексиз кичик миқдор	Аргумент $x \rightarrow a$ бўлганда limiti нолга тенг бўлган функция
I ажойиб лимит	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
II ажойиб лимит	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e = 2,718281\dots$
Функциянинг нуқтадаги узлуксизлиги	Агар $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ шарт бажарилса, унда функция $x=a$ нуқтада узлуксиз дейилади
Функциянинг узилиш нуқталари	$y=f(x)$ функция учун $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ шарт бажарилмайдиган нуқталар
Аргумент орттирмаси	Аргумент қиймати x берилган x_0 қийматдан қанча фарқланишини ифодаловчи $x - x_0 = \Delta x$ айирма
Функция орттирмаси	Аргумент қиймати x_0 дан x га ўзгарганда $y=f(x)$ функциянинг ўзгаришини ифодаловчи $\Delta f = f(x) - f(x_0)$ айирма
Функция ҳосиласи	Δf функция орттирмасини Δx аргумент орттирмасига нисбатининг Δx нолга интилгандаги limiti
Функция дифференсиали	Агар функция орттирмаси $\Delta f = A\Delta x + o(\Delta x)$ кўринишда бўлса, функция дифференсиали $df = A\Delta x$ каби аниқланади
n - тартибли ҳосила	Функциядан кетма-кет n марта ҳосила олиш натижасида ҳосил бўладиган функция. $f^{(n)}(x)$ каби белгиланади ва $f^{(n)}(x) = [f^{(n-1)}(x)]'$ рекуррент формула билан аниқланади
Функциянинг монотонлик соҳаси	Функция ўсувчи ёки камаювчи бўладиган соҳалар
Функциянинг локал максимуми (минимуми)	Берилган $y=f(x)$ функциянинг бирор x_0 нуқта атрофидаги барча x нуқталар учун $f(x) < f(x_0)$ [$f(x) > f(x_0)$] шарт бажараладиган $f(x_0)$ қиймати
Локал экстремумлар	Функциянинг локал максимум ёки локал минимумлари
Критик нуқта	Берилган $y=f(x)$ функциянинг ҳосиласи $f'(x)$ нолга тенг ёки мавжуд бўлмаган нуқталар
Функция	Берилган $y=f(x)$ функция графиги ўзининг

графикининг ботиқлик (кавариқлик) соҳаси	уринмаларидан пастда (юқорида) жойлашадиган x нуқталар тўплами
Бурилиш нуқтаси	Функция графикининг ботиқлик ва кавариқлик соҳаларини ажратиб турувчи нуқта
Функция графикининг оғма асимптотаси	Аргумент $x \rightarrow \pm\infty$ бўлган ҳолда $y=f(x)$ функция графиги чексиз яқинлашиб борадиган оғма тўғри чизик
Функция графикининг вертикал асимптотаси	Аргумент $x \rightarrow a$ бўлган ҳолда $y=f(x)$ функция графиги чексиз яқинлашиб боровчи $x=a$ вертикал тўғри чизик
Глобал максимум (минимум)	Функциянинг $[a,b]$ кесмадаги барча x нуқталар учун $f(x) \leq f(x_0)$ [$f(x) \geq f(x_0)$] шартни қаноатлантирадиган $f(x_0)$ қиймати
Глобал экстремумлар	Функциянинг глобал максимум ва минимумлари
Бошланғич функция	Дифференциалланувчи ва ҳосиласи берилган $f(x)$ функцияга тенг бўлган $F(x)$ функция
Аниқмас интеграл	Берилган $f(x)$ функциянинг барча бошланғич функциялари синфи. $\int f(x)dx$ каби белгиланади ва $F(x)+C$ каби аниқланади. Бунда $F(x)$ - бирорта бошланғич функция, C - ихтиёрий ўзгармас сон
Кўпҳад	$P_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ кўринишдаги функция. Бунда a_k берилган сонлар бўлиб, кўпҳаднинг коэффициентлари, n еса кўпҳаднинг даражаси дейилади
Мавҳум бирлик	$i = \sqrt{-1}$ тенглик билан аниқланадиган ифода .
Комплекс сон	Мавҳум бирлик i ва ихтиёрий x, y ҳақиқий сонлар орқали $z=x+iy$ кўринишда аниқланадиган ифода
Аниқ интеграл	$[a,b]$ кесма бўйича $f(x)$ функциянинг аниқ интеграл $\int_a^b f(x)dx$ каби белгиланади ва $C_n(f)$ интеграл йиғиндининг $n \rightarrow \infty$, $\max \Delta x_n \rightarrow 0$ бўлгандаги чекли лимити каби аниқланади
Ньютон-Лейбниц формуласи	Аниқ интеграл қийматини ифодаладиган $\int_a^b f(x)dx = F(x) _a^b = F(b) - F(a)$ формула. Бунда $F(x)$ - интеграл остидаги $f(x)$ функция учун бирор бошланғич функция

Дифференциалла нувчи функция	Тўла орттормасини $\Delta f = A\Delta x + B\Delta y + \alpha\Delta x + \beta\Delta y$ кўринишда ифодалаб бўладиган функция. Бунда A ва B Δx , Δy аргумент орттормаларига боғлиқ бўлмаган ифодалар, α ва β еса $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ бўлганда чексиз кичик миқдорлардир
Тўла дифференциал	$f(x,y)$ функция $\Delta f = A\Delta x + B\Delta y + \alpha\Delta x + \beta\Delta y$ тўла орттормасининг чизиқли $A\Delta x + B\Delta y$ қисми
Дифференциал тенглама	Номалум $y=y(x)$ функциянинг ҳосилалари қатнашган тенглама
Коши масаласи	Дифференциал тенгламанинг берилган бошланғич шартларни қаноатлантирувчи ечимини топиш масаласи
Умумий ечим	n -тартибли дифференциал тенгламанинг ихтиёрий n та ўзгармас сонлар қатнашадиган ечимлари
Хусусий ечим	Умумий ечимдан ўзгармас сонларнинг аниқ бир қийматларида ҳосил бўладиган ечим
Сонли қатор	$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots$ чексиз сонли кетма-кетлик ҳадларидан тузилган $y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n + \dots$ кўринишдаги ифода
Гармоник қатор	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ кўринишдаги қатор
Умумлашган гармоник қатор	$1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots$ кўринишдаги қатор
Ишораси навбатланувчи сонли қатор	Кетма-кет келган икки ҳади қарама-қарши ишорали бўлган қаторлар
Абсолют яқинлашувчи қатор	Ҳадларининг абсолют қийматларидан тузилган қатор яқинлашувчи бўлган ишораси ўзгарувчи сонли қатор
Шартли яқинлашувчи қатор	Ҳадларининг абсолют қийматларидан тузилган қатор узоқлашувчи, аммо ўзи яқинлашувчи бўлган ишораси ўзгарувчи сонли қатор
Функционал қатор	Ҳадлари $y_n(x)$ ($n=1,2,3, \dots$) функциялардан иборат қатор
Функционал қаторнинг яқинлашиш соҳаси	Функционал қатор яқинлашувчи бўлган нуқталар тўплами
Функционал қаторнинг йиғиндис	Функционал қатор орқали аниқланадиган функция

Адабиётлар

1. Abdullayeva B.S., Rajabov F., Masharipova S. Oliy matematika asoslari. Darslik. T.: Iqtisod-Moliya, 2011. 392b.
2. Xamedova N.A, Ibragimova Z, Tasetov T. Matematika. Darslik. T.: Turon-iqbol, 2007. 363b.
3. Н.А.Хамедова, А.В.Садыкова, И.Ш.Лактаева. Математика. Учебное пособие. Т.: Жахон-принт, 2007.
4. Иброҳимов Р «Математикадан масалалар тўплами». Т.,1995.
5. Назаров Р.Н, Тошпўлатов Б.Т, Дусумбетов А.Ф, “Алгебра ва сонлар назарияси”. Т.: Ўқитувчи. I қисм 1993., II қисм 1995.
6. Ҳикматов А, Тошметов Т, Карашева Г, “Математик анализдан машқлар тўплами”. Т.: Ўқитувчи. 1993.
7. Хикматов А.Г., Маневич Д.В., Мухатдинов М.Я., Хамедова Н.А. Математический анализ. Т., Турон-Икбол, 2008.
8. Незбайло Т.Г. Новая теория вычисления неопределенного интеграла. СПб.: Корона-Век, 2007.
9. Шарипова Т., Йўлдашев Э. “Математик анализдан мисол ва масалалар ечиш”. Тошкент: Ўқитувчи, 1996-й.
10. William F. Trench. Introduction to real analysis. / Library of Congress Cataloging-in-Publication Data / Trinity University San Antonio, TX, USA. 2003. 583 p.
(<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Trench2003en.pdf>)

МУНДАРИЖА

	Сўз боши	3
I БОБ.	Алгебра ва аналитик геометрия элементлари	6
1-§	Векторлар. Вектор координаталари	6
2-§	Координаталари билан берилган векторлар устида амаллар	12
3-§	Бир ўзгарувчили тенгсизликлар конъюнкцияси ва дизъюнкцияси	16
4-§	Бир ўзгарувчили тенгламалар	22
5-§	Икки ўзгарувчили тенгламалар, уларни ечиш усуллари	28
6-§	Икки ўзгарувчили тенгламалар системаси, уларни ечиш усуллари	32
7-§	Икки ўзгарувчили тенгсизликлар, уларнинг конъюнкцияси ва дизъюнкцияси. Икки ўзгарувчили тенгсизликларни график усулда ечиш	39
8-§	Текисликда тўғри чизик тенгламалари	48
9-§	Матрица ҳақида тушунча. Матрицалар устида амаллар	54
10-§	Иккинчи ва учинчи тартибли детерминантлар ва уларнинг ҳоссалари	60
11-§	Чизикли тенгламалар системаси. Крамер формулалари	70
II БОБ.	Дифференциал ва интеграл ҳисоб	95
1-§	Функция ва унинг берилиш усуллари. Функцияларнинг жуфт тоқлиги, даврийлиги, графиги. Алгебраик ва трансцендент функциялар	95
2-§	Функция лимити	115

3-§	Лимитлар ҳақидаги теоремалар. Ажойиб лимитлар	132
4-§	Функциянинг узлуксизлиги, элементар функциялар узлуксизлиги	142
5-§	Функция ҳосиласининг таърифи, унинг геометрик ва механик маъноси	158
6-§	Дифференциаллаш қоидалари, ҳосилани амалий масалалар ечишга татбиқи	171
7-§	Бошланғич функция. Аниқмас интеграл таърифи, хоссалари. Интеграллаш жадвали. Интеграллаш усуллари	191
8-§	Аниқ интеграл, унинг геометрик маъноси, хоссалари. Ньютон-Лейбниц формуласи. Аниқ интегрални ҳисоблаш усуллари	216
9-§	Аниқ интегралнинг татбиқлари	234
	Якуний назорат иши учун тузилган тест вариантларидан намуналар	247
	Адабиётлар	266

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Предисловие	3
ГЛАВА I	Элементы алгебры и аналитической геометрии	6
1-§	Векторы. Координаты вектора	6
2-§	Операции над векторами заданных с координатами	12
3-§	Конъюнкция и дизъюнкция неравенств с одной переменной	16
4-§	Уравнения с одним переменным	22
5-§	Уравнения с двумя переменными, способы их решения	28
6-§	Системы уравнений с двумя переменными, способы их решения	32
7-§	Неравенств с двумя переменными, их конъюнкция и дизъюнкция. Решение неравенств с двумя переменным графическим методом	39
8-§	Уравнения прямой линий на плоскости	48
9-§	Понятие о матрице. Операции над матрицами	54
10-§	Определители второго и третьего порядка и их свойства	60
11-§	Системы линейных уравнений. Формулы Крамера	71
ГЛАВА II	Дифференциальное и интегральное исчисление	95
1-§	Функция и способы её задания. Чётность, нечётность,	95

	периодичность и график функций. Алгебраические и трансцендентные функции	
2-§	Предел функция	115
3-§	Теоремы о пределах. Замечательные пределы	132
4-§	Непрерывность функций, непрерывность элементарных функций	142
5-§	Определение производной функции его геометрического и механического смысла	158
6-§	Правила дифференцирования, применение производного к решению прикладных задач	171
7-§	Первоначальная функция. Определение и свойства неопределённого интеграла. Таблица интегрирования. Способы интегрирования	191
8-§	Определённый интеграл, его геометрический смысл и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Способы вычисления определённого интеграла	216
9-§	Применения определённого интеграла	234
	Образцы из вариантов теста составленные для итоговой контрольной работы	247
	Литература	266